

1 Introdução

A equação parabólica bidimensional é extensamente usada nas predições da propagação de ondas radioelétricas na troposfera. No entanto, os efeitos associados com as variações laterais de um terreno realista são completamente ignorados por modelos bidimensionais. Nesta tese de doutorado, esses efeitos são considerados, estendendo-se a equação parabólica bidimensional a três dimensões. Para isso, os campos vetoriais são representados em termos de dois potenciais escalares Hertzianos em coordenadas esféricas. A combinação da equação parabólica tridimensional para esses potenciais com uma condição de contorno de impedância para o solo, seguido de uma transformação de variáveis, definirá um problema de condição contorno, caracterizado por equações exibindo coeficientes que dependem da função altura do terreno e de suas derivadas parciais. A solução do problema através do esquema de Crank-Nicolson conduzirá a um sistema esparso de equações lineares, que será resolvido por um método direto.

1.1. Motivação

Sinais de rádio que se propagam em VHF (30 MHz a 300 MHz) e UHF (300 MHz a 3000 MHz), faixas de frequências destinadas à transmissão de sinais de TV digital e de comunicações, podem ser fortemente atenuados pelos efeitos da difração devida ao terreno irregular. Essa atenuação é normalmente estimada por intermédio de um dos diversos modelos clássicos, empíricos ou desenvolvidos no âmbito do Grupo de Estudos 3 (SG 3 – Propagação de Ondas de Rádio) do Setor de Radiocomunicações da União Internacional de Telecomunicações (UIT-R). Entre os modelos clássicos de previsão, citam-se os de Bullington [1], Epstein-Peterson [2] e Deygout [3] e entre os do UIT-R os descritos nas Recomendações UIT-R P.526-10 [4] e UIT-R P.1812 [5]. Esses modelos resultam da combinação do modelo teórico básico da difração de uma onda plana por um semiplano infinito (obstáculo gume de faca) com correções semiempíricas ou são totalmente

semiempíricos, isto é, resultam do ajuste de expressões analíticas parametrizadas a resultados experimentais. Em geral, esses modelos utilizam apenas os obstáculos mais importantes do perfil vertical do terreno e têm a vantagem adicional da simplicidade.

Por outro lado, existem modelos computacionalmente intensivos que consideram mais detalhadamente as características do perfil vertical do terreno. Entre estes, encontram-se: modelos de traçado de raios, baseados na ótica geométrica e na teoria uniforme da difração [6]-[7]; modelos baseados na solução numérica da equação parabólica pelos métodos de diferenças finitas ou *split-step* [8]; e modelos baseados na solução numérica de equações integrais pelo Método dos Momentos [9], considerando ou não os efeitos do retroespalhamento [10].

Deve-se observar que os métodos citados no primeiro parágrafo supõem que a propagação ocorre no plano vertical formado pelo transmissor, receptor e pelo centro da Terra. Isto é, são bidimensionais. Já os modelos considerados computacionalmente intensivos podem ser tanto bidimensionais como tridimensionais. Só recentemente houve um maior interesse pelo desenvolvimento de modelos computacionalmente intensivos tridimensionais para prever a perda na propagação radioelétrica ao longo de um percurso, devido aos avanços da tecnologia dos processadores, permitindo que cálculos resultantes de modelos mais realistas sejam executados rapidamente em computadores pessoais.

No passado, os perfis verticais de terreno que os modelos bidimensionais utilizavam eram obtidos a partir de mapas ou por intermédio de levantamentos topográficos. Atualmente, no planejamento inicial e nos cálculos de interferências, os perfis verticais de terreno podem ser determinados a partir de Modelos Digitais de Elevação (MDE). Entre os disponíveis gratuitamente em escala global, encontram-se os resultantes dos projetos *Global One-km Base Elevation* (GLOBE) [11] e *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) [12].

Adicionalmente, existem bancos de dados com resultados de medidas de intensidade de campo disponíveis no portal do Setor de Radiocomunicações da União Internacional de Telecomunicações (UIT-R) [13]. Esses dados foram amplamente utilizados para analisar o poder de previsão dos modelos bidimensionais de propagação já citados, por intermédio da comparação de seus resultados com os valores medidos correspondentes. Embora esses modelos

bidimensionais continuem a receber aperfeiçoamentos, será visto que, até o momento, os erros cometidos podem ser grandes.

Recentemente, Costa e Liniger [14] apresentaram comparações entre diversos modelos de propagação bidimensional para uma extensa quantidade de medidas. Pode-se observar nas figuras 1.1 e 1.2, reproduzidas da referência citada imediatamente acima, que, apesar dos esforços para diminuir o erro médio dos modelos de propagação, o desvio padrão ainda permanece grande, da ordem de 10 dB.

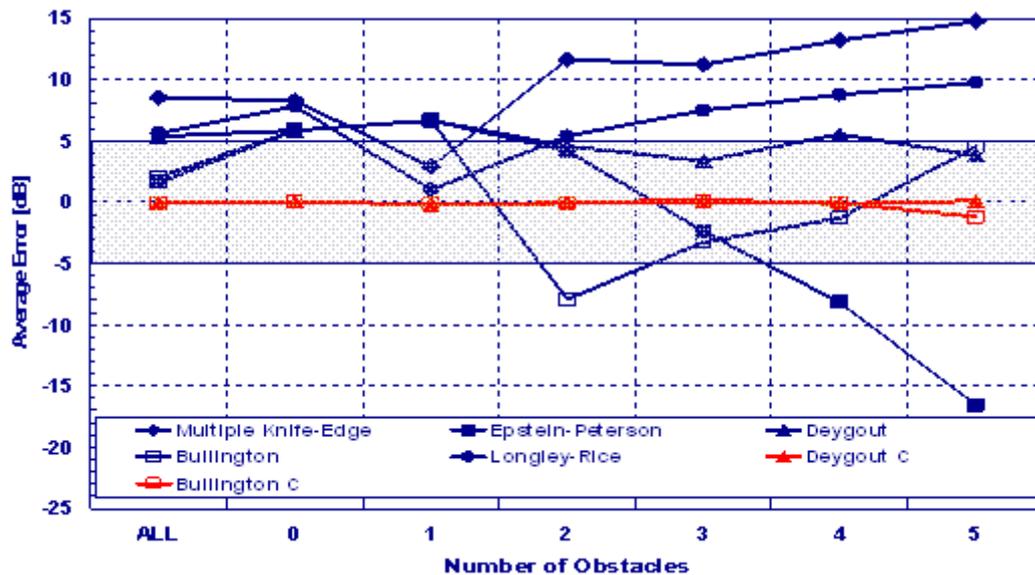


Figura 1.1 – Valor médio do erro em função do número de obstáculos (reproduzida de [14])



Figura 1.2 – Valor do desvio padrão em função do número de obstáculos (reproduzida de [14])

É observado ainda que alguns dos modelos empíricos amplamente usados, como o modelo Hata ou o modelo COST 231, têm base em resultados de ajuste de curva e produzem respostas estatísticas rápidas e razoáveis para algumas aplicações [15]. Infelizmente, esses modelos não consideram os detalhes da topografia do terreno local, assim como as propriedades do solo e do meio de propagação ou banco de dados das construções em cada passo da predição.

Por outro lado, a maioria dos modelos computacionalmente intensivos bidimensionais tenta resolver uma versão aproximada do problema de propagação da onda eletromagnética sobre o terreno ou na presença de edifícios ou combinações desses. Esses métodos produzem resultados que são mais representativos do ambiente local do que os métodos empíricos ou clássicos, mas são muito mais lento que os últimos [16].

Com o advento da tecnologia dos computadores modernos, já existem exemplos que mostram que as variações do terreno transversais ao plano vertical formado pelo transmissor, receptor e pelo centro da Terra podem ter efeitos significativos na propagação [16]-[23]. Para incluir estes efeitos laterais e investigar a possibilidade de obtenção de melhor concordância entre valores calculados e medidos, a representação do terreno irregular a partir de Modelos Digitais de Elevação e os modelos de propagação apropriados deveriam ser

tridimensionais. A análise dos efeitos laterais de um terreno irregular na propagação de ondas eletromagnéticas, apesar de ser um assunto de grande interesse científico, não foi suficientemente estudada e será o tema desta tese de doutorado.

1.2. Revisão da literatura

Nas seções seguintes será apresentada uma revisão da literatura sobre o uso da equação parabólica como ferramenta para a predição do campo na propagação troposférica. O foco da revisão é apresentar gradativamente a necessidade de se usar um modelo tridimensional e vetorial no cálculo do campo eletromagnético na presença de um terreno irregular.

1.2.1. Equação parabólica

A Figura 1.3 descreve o domínio de propagação de ondas radioelétricas em uma atmosfera tridimensional sobre um perfil de terreno bidimensional com colinas, edifícios, etc. As propriedades de uma atmosfera tridimensional variam como uma função de três variáveis do espaço (x, y, z) , enquanto a altura e a inclinação de um terreno irregular variam como uma função de duas variáveis do espaço (x, y) . A modelagem rigorosa analítica e/ou numérica na predição da propagação troposférica em tal ambiente tridimensional é um problema desafiador que tem chamado a atenção de engenheiros, matemáticos e físicos aplicados por várias décadas. A dificuldade provém da larga variabilidade na estrutura e propriedades dos meios, superfícies e obstáculos naturais que intervêm na propagação do campo eletromagnético. Superfícies de terreno podem também espalhar e difratar o campo de maneira complexa. A refração atmosférica pode produzir efeitos ainda mais dramáticos, como canalizar a energia por centenas de quilômetros além do horizonte.

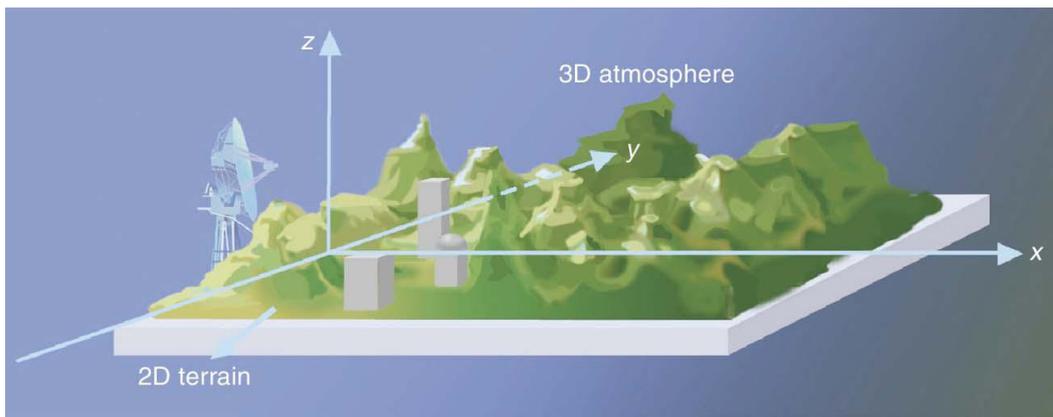


Figura 1.3 – Ambiente tridimensional (reproduzida de [20])

A predição rigorosa da propagação de ondas radioelétricas sobre tal ambiente tridimensional requer a solução da equação de onda vetorial, derivada das equações de Maxwell no domínio do tempo ou da equação de Helmholtz vetorial no domínio da frequência. Tal solução é desafiadora por duas razões primárias. Primeiro, as inclinações do terreno irregular acoplam as três componentes do campo vetorial. Segundo, a não homogeneidade da atmosfera complica a natureza das equações de campo. Em geral, essas complicações não admitem soluções analíticas, levando a cálculos numéricos como o único recurso.

Os métodos numéricos aplicados ao problema de propagação tridimensional são geralmente categorizados como métodos de equação integral e métodos de equação diferencial. Métodos baseados em equações integrais resultam em sistemas lineares “cheios” de ordens elevadas, que precisam ser invertidas para determinar os campos desconhecidos. Além disso, o tratamento rigoroso de uma troposfera não homogênea e geral via o método de equação integral é extremamente difícil [24], [25]. O método da equação diferencial, por outro lado, pode considerar inhomogeneidades atmosféricas de forma mais simples e resulta num sistema de matriz esparsa de ordem igualmente elevada [26].

Em vez de trabalhar com a equação de Helmholtz (elíptica), que conduz a ondas bidirecionais e ao acoplamento global dos campos, algumas formulações consideraram que a energia eletromagnética se propaga predominantemente num sentido, sendo desprezada a componente de campo retroespalhado. Essa suposição substitui a equação de Helmholtz vetorial exata por uma mais simples, através da aproximação parabólica vetorial (*Vector Parabolic Equation* - VPE) [16].

O método da equação parabólica foi originalmente desenvolvido por Leontovich e Fock em 1946 em seus estudos de propagação de ondas radioelétricas ao redor da Terra [27], [28], mas não se tornou uma solução prática para ambientes complexos até 1973, quando Hardin e Tappert desenvolveram um método computacional eficiente para resolver a aproximação parabólica da equação de Helmholtz, chamado algoritmo *Split-Step* de Fourier (*Split-Step Fourier Method* - SSFM) [29]. Esse algoritmo foi originalmente aplicado para modelar a propagação de ondas acústicas subaquáticas [29]. Esse método logo se tornou um dos métodos de escolha para modelar a propagação troposférica. Uma explicação detalhada do formalismo de PE/SSFM para propagação troposférica pode ser encontrada em [30] e [31]. Outro esquema da equação parabólica muito popular - o método das diferenças finitas (*Finite Difference Method* - FDM) - foi proposto por Malyuzhinets [32] para a solução de problemas de propagação de ondas eletromagnéticas e posteriormente implementado por Popov [33]. Detalhes do método de PE/FDM podem ser encontrados em [34]. A referência [35] fornece uma revisão abrangente dos vários modelos analíticos e numéricos usados para estudar propagação terrestre bidimensional tanto no domínio da frequência como do tempo (propagação de pulsos).

O modelo da equação parabólica tem a vantagem de exigir relativamente poucas e pequenas aproximações, sendo capaz de acomodar não homogeneidades verticais e horizontais no índice de refração do ar, juntamente com os efeitos de terrenos irregulares. A equação parabólica modela a propagação da energia em um sentido predominante. Primeiramente, a distribuição de campo num plano inicial transversal à direção de propagação é suposta conhecida. A seguir, os valores do campo em planos consecutivos paralelos ao inicial são calculados a partir dos valores do campo nos planos anteriores. Isso é feito sob uma condição de radiação nos contornos superior e laterais da região de interesse e uma condição de contorno apropriada no terreno irregular. Usando esse método, a forma e as constantes elétricas do terreno podem ser precisamente incorporadas ao modelo [34].

Apesar de ignorar o retroespalhamento, a equação parabólica produz resultados muito úteis para problemas de propagação a longa distância, como observado por vários investigadores [16]-[42]. A equação parabólica fornece uma solução eficiente para propagação de longo alcance de ondas acústicas no oceano

ou ondas eletromagnéticas na atmosfera [34]. Modela precisamente os efeitos de multipercursos, da difração devida ao terreno, da refração atmosférica e da impedância do solo. Pode, adicionalmente, modelar o espalhamento e a despolarização do campo eletromagnético. A equação parabólica fornece também resultados precisos em cálculo de espalhamento de objetos com dimensões comparáveis ao comprimento de onda [17], [19], [22].

1.2.2. Equação parabólica bidimensional

Resolver o problema vetorial tridimensional completo para cenários realistas de propagação de ondas radioelétricas que envolvem distâncias da ordem de centenas de quilômetros é computacionalmente intensivo. Em vez disso, uma solução tratável e mais leve computacionalmente pode ser desenvolvida invocando duas suposições principais. Primeiro, é suposto que o terreno bidimensional circunvizinho ao plano de propagação é azimutalmente uniforme e, conseqüentemente, pode ser aproximado por uma fatia de terreno unidimensional ao longo do grande círculo localizado no plano de propagação vertical formado pelo transmissor, receptor e pelo centro da Terra. Segundo, é suposto que a atmosfera interveniente também é azimutalmente uniforme. Essas duas suposições decompõem o problema de propagação tridimensional original em dois problemas bidimensionais escalares, conhecidos como problemas polarizado horizontalmente (*Horizontally Polarized Problem* - HPOL) e polarizado verticalmente (*Vertically Polarized Problem* - VPOL) [8], [20]. O problema de polarização horizontal envolve uma única componente de campo elétrico, ao passo que o problema de polarização vertical envolve uma única componente de campo magnético. Ambas as componentes são perpendiculares ao plano de propagação. Além de simplificar os problemas bidimensionais resultantes, o plano de propagação polar $r-\theta$ é tipicamente mapeado no plano cartesiano $x-z$ via transformação apropriada [8], [30], [34] e [36]. Neste novo sistema de coordenada, o perfil do terreno unidimensional é somente uma função da coordenada de distância x e a atmosfera bidimensional varia somente com a distância x e altitude z .

A modelagem aproximada descrita acima despreza a energia que se propaga fora do plano vertical contendo as antenas transmissoras e receptoras, ignorando

essencialmente as variações laterais do terreno. Essa suposição reduz o problema de propagação tridimensional original em um problema bidimensional uniforme no plano transversal, oferecendo obviamente uma grande simplificação ao problema tridimensional mais realista.

Uma simplificação adicional do problema de propagação bidimensional é motivada pelo fato de que, quando a distância entre o transmissor e o receptor é grande comparada às alturas das antenas, a energia eletromagnética se propaga entre as duas antenas em ângulos rasantes em relação ao terreno. Supondo que as superfícies de oceano e perfis de terreno são suavemente inclinadas, essa observação sugere que a energia eletromagnética se propaga predominantemente no sentido do transmissor para receptor e que a componente do campo retroespalhado, relativamente pequena, pode ser desprezada [20]. Sob essas condições, a equação de Helmholtz, que governa a propagação do campo, pode ser substituída por uma única equação parabólica (*Parabolic Equation* - PE) mais simples.

O problema de propagação bidimensional simplificado, formulado em termos de uma equação parabólica escalar (*Scalar Parabolic Equation* - SPE) que governa as componentes de campo E_y (HPOL) e H_y (VPOL), é tratável por técnicas numéricas eficientes tais como o método *Split-Step* de Fourier (SSFM) [30] e [31] ou o método das diferenças finitas (FDM) [34]. Esses métodos determinam o campo de forma recursiva, dividindo a distância do transmissor ao receptor em pequenos incrementos. O SSFM pode utilizar incrementos de distância maiores do que o FDM, mas exige que a condição de contorno do terreno seja imposta sobre um contorno plano no domínio da transformada. Para acomodar terreno irregular no SSFM, um mapeamento é empregado para planificar o terreno à custa de modificações na equação parabólica escalar que descreve a propagação [8]. O FDM, por outro lado, força a condição de contorno do terreno no domínio espacial e, portanto, trata o terreno irregular de uma forma mais simples [34].

Finalmente, é importante mencionar o método dos elementos finitos (*Finite-Element Method* - FEM) também foi utilizado na solução da equação parabólica bidimensional [43], sendo aplicado com sucesso na simulação da propagação na presença de dutos troposféricos, quando o índice de refração varia rapidamente [44].

1.2.3. Equação parabólica tridimensional

A equação parabólica escalar bidimensional (2DSPE) proporciona um formalismo atraente devido à sua relativa eficiência numérica. Porém a suposição de uniformidade lateral do terreno é razoável em cenários que envolvem perfis de terreno suaves onde os efeitos do espalhamento e da difração fora do grande círculo causados pelas inclinações laterais do terreno são desprezíveis. Em cenários que envolvem terrenos íngremes, como os ambientes urbanos e montanhosos, certos mecanismos de espalhamento e de difração que podem ter um impacto significativo na predição da propagação de ondas radioelétricas são ignorado pelos modelos bidimensionais. Destes efeitos, os mais importantes são: a difração lateral ao redor dos obstáculos do terreno, o espalhamento lateral e a despolarização fora do plano de propagação do campo por inclinações transversais do terreno. Esses efeitos podem ser caracterizados pela utilização de um modelo de equação parabólica vetorial tridimensional (3DVPE) que leva em conta as variações laterais do terreno.

Artigos disponíveis na literatura indicam que uma formulação tridimensional que inclui tanto ondas se propagando verticalmente como lateralmente poderia reduzir o erro médio como também abaixar o desvio padrão do erro por volta de 6 dB [43], [44]. Resultados anteriores obtidos por intermédio da aplicação da equação parabólica escalar tridimensional (3DSPE) foram reportados em [47], onde a reflexão e a difração por um prédio isolado foram consideradas. Porém, sua implementação para cenários realistas com múltiplos prédios não é simples e nem factível. Uma implementação tridimensional útil da equação parabólica escalar sobre terreno irregular com inclinações suaves foi considerada em [18]. A técnica de diferenças finitas foi usada para discretizar a equação parabólica e o esquema de Crank-Nicolson [34] foi adotado para propagar o campo ao longo da distância a partir da fonte. Como somente a equação de Helmholtz escalar foi usada como ponto de partida em ambas as formulações tridimensionais anteriores, a despolarização das ondas foi completamente ignorada. Uma extensão natural desta formulação tridimensional escalar para problemas vetoriais consideraria três equações escalares,

correspondentes a cada uma das componentes do campo elétrico. Tal formulação foi realizada por Zaporozhets [37], que também usou a aproximação de Padé [34] e diferenças finitas para discretizar os vários operadores diferenciais. Deve-se ressaltar que esta aproximação não onera a formulação em termos computacionais. Os resultados foram mostrados somente para prédios perfeitamente condutores. As três funções escalares devem estar acopladas em todos os pontos do espaço devido à condição de divergência nula do campo elétrico numa região sem fontes. Isso reduz efetivamente o número de funções escalares independente a dois. Em [37], a condição de divergência nula para o campo elétrico foi aplicada somente nas proximidades do objeto e realmente tratada como uma condição de contorno adicional. O número de funções escalares desconhecidas fora do objeto foi ainda considerado igual a três. Não está claro se tal suposição tem qualquer justificativa teórica [16].

A ideia pioneira de utilizar a equação parabólica vetorial tridimensional (3DVPE) em cálculos de propagação e de espalhamento foi lançada por Zaporozhets e Levy, que propuseram o 3DVPE como uma nova técnica para calcular a seção reta radar de alvos perfeitamente condutores [19], [48]. Em outro artigo, Zaporozhets modificou o modelo 3DVPE para incorporar impedâncias de superfícies arbitrárias e o usou para estudar propagação de ondas radioelétricas em ambientes urbanos [37]. Em trabalho anterior, Levy e Zaporozhets utilizaram a equação parabólica escalar tridimensional (3DSPE) para estudar o espalhamento acústico de alvos não penetráveis [17]. Zelle e Constantinou usaram um modelo 3DSPE para estudar a propagação de sinais VHF/UHF sobre terreno irregular [18]. Em um artigo recente, Janaswamy [16] propôs uma aproximação de potencial combinado com o método *Split-Step* de Fourier para o cálculo da perda de propagação em regiões de sombra de edifícios em ambiente urbano. Esse algoritmo *Split-Step* de Fourier é limitado a edifícios com cunhas verticais e não acomoda características de terreno com inclinações gerais ao longo da distância e das direções transversais. Até o momento, a capacidade de modelar inclinações gerais de terreno em formalismos de propagação baseados em equações parabólicas é exclusiva do FDM [20].

A presença do terreno bidimensional complica o problema de propagação tridimensional por acoplar as diferentes componentes de campo de acordo com a condição de contorno de impedância. Vários autores [19], [37] e [48]

empregaram o procedimento híbrido de dois passos proposto por Levy e Zaporozhets [17] para propagar o campo numericamente, considerando os efeitos do terreno. Pela sua importância e para explicitar suas diferenças com o método empregado nesta tese de doutorado para se propagar o campo eletromagnético na presença do terreno irregular, esse modelo híbrido será brevemente descrito na seção seguinte. O método é apresentado esquematicamente na Figura 1.4.

1.2.4. Modelo híbrido

No primeiro passo do procedimento proposto por Levy e Zaporozhets [17], o terreno é removido e as componentes de campo desacopladas são determinadas independentemente no próximo plano de propagação (todo o interior do contorno tracejado apresentado na Figura 1.4), a partir de seus valores no plano imediatamente anterior. A equação parabólica que governa os campos é discretizada por intermédio de diferenças finitas centrais. A solução da equação de diferenças finitas resultante para cada componente de campo é obtida pela inversão sucessiva de quatro sistemas de equações tridiagonais [37]. O domínio computacional é limitado por uma Camada Perfeitamente Casada (*Perfectly Matched Layer* - PML) [49].

No segundo passo, consideram-se os efeitos do terreno sobre o campo propagado recalculando os valores do campo apenas no domínio I. Isso é essencialmente equivalente a forçar as condições de contorno de impedância na fatia do terreno localizada no plano de propagação atual. Os resultados do primeiro passo são usados no limite superior do domínio I e os valores do campo obtidos pelo primeiro passo são substituídos por aqueles obtidos pelo segundo passo no interior do mesmo domínio. A solução no segundo passo é realizada como segue: a equação parabólica vetorial de ângulo estreito e a condição de contorno de impedância são discretizadas usando diferenças finitas, resultando num sistema esparsa de equações que é resolvido para o campo vetorial desconhecido no plano atual no domínio I por um procedimento iterativo. A equação parabólica vetorial de ângulo estreito e a condição de contorno de impedância podem ser discretizadas pelo esquema de Crank-Nicolson ou pelo

esquema implícito clássico [34]. O procedimento é repetido para propagar o campo aos planos subsequentes.

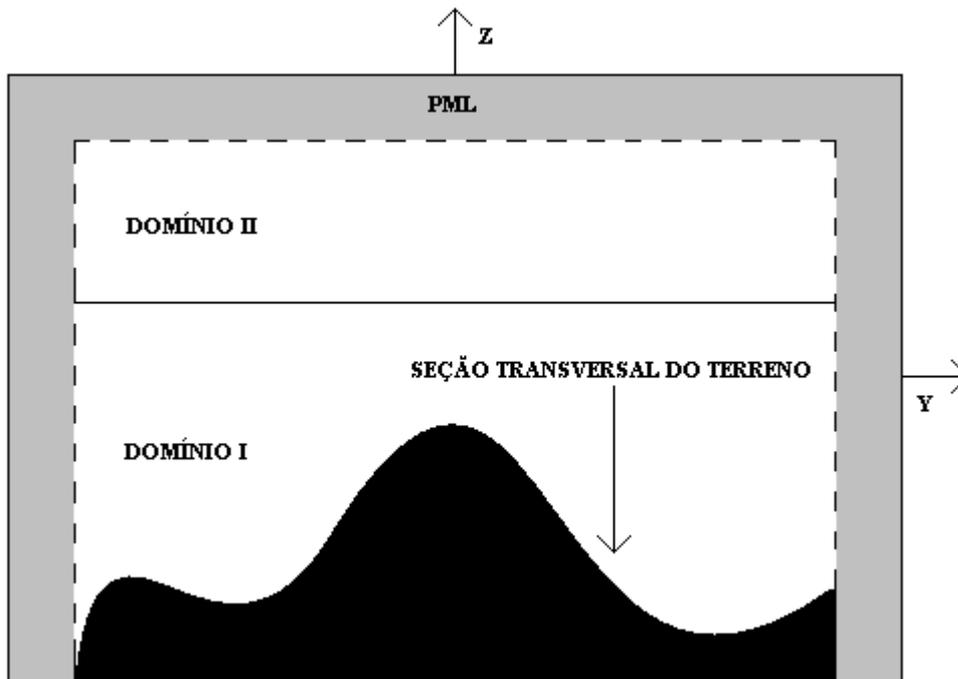


Figura 1.4 – Modelo de propagação em passos (reproduzida de [20])

A altura do domínio I é escolhida de tal forma que o terreno tenha efeito mínimo nos valores de campo correspondentes a pontos localizados acima do mesmo no plano de propagação atual.

1.3. Objetivos

Nesta tese de doutorado, uma formulação para o problema vetorial da propagação de ondas radioelétricas em ambiente tridimensional situado acima de terreno irregular será apresentada. Os campos totais serão expressos em termos de duas componentes dos potenciais Hertzianos, acopladas pela superfície do terreno irregular por intermédio da condição de contorno de impedância. Assim, a despolarização está incluída na presente formulação. A formulação baseada em potenciais de Hertz garante que os divergentes dos campos elétrico e magnético são nulos em todos os pontos do espaço.

O trabalho proposto aqui difere de outros publicados até recentemente, pois se pretende criar um modelo de equação parabólica vetorial tridimensional consistente com as características da Terra e da abertura angular do feixe de radiação da antena transmissora, desenvolvendo os cálculos num sistema de coordenadas esféricas. Outros efeitos que são normalmente capturados pelo formalismo da equação parabólica vetorial, ainda estarão presentes: refração atmosférica, reflexão, difração, espalhamento e despolarização da onda eletromagnética resultante das irregularidades do terreno. Em seguida, um mapeamento simples será aplicado à região de interesse de forma a transformar o terreno irregular em superfície esférica. Como consequência desta transformação, a equação parabólica resultante apresenta termos adicionais variáveis e as condições de contorno assumem formas mais complexas. Por outro lado, em vez de aplicar a condição de contorno de impedância em superfície irregular de acordo com o procedimento híbrido de dois passos descrito na seção 1.2.4, as novas condições de contorno serão aplicadas em passo único sobre superfície esférica. Finalmente, pretende-se evidenciar as contribuições do modelo proposto com exemplos simples na presença de terrenos irregulares hipotéticos, formados basicamente por combinações de obstáculos Gaussianos.

1.4. Estrutura da tese

O texto foi estruturado para permitir uma melhor sequência dos diversos tópicos abordados, facilitando a sua compreensão global.

O capítulo presente, Introdução, situa o leitor na proposta deste trabalho de doutorado.

O capítulo 2, Equação parabólica tridimensional, apresenta o modelo desenvolvido nesta tese de doutorado. As seções deste capítulo estão divididas de tal forma a facilitar a compreensão de todos os passos necessários para a criação desse modelo, desde a sua concepção até sua implementação numérica.

O capítulo 3, Contribuições e limitações, as principais vantagens presentes no desenvolvimento proposto no capítulo anterior serão evidenciadas, assim como as limitações.

O capítulo 4, Validação da simulação, esclarece as limitações da simulação e apresenta exemplos bidimensionais para validar os resultados do modelo desenvolvido.

O Capítulo 5, Configurações 3D, apresenta resultados para terrenos irregulares hipotéticos e apresenta os resultados correspondentes.

As conclusões e considerações finais são apresentadas no capítulo 6.