

**Marcela Silva Novo**

**Guias de Onda de Seção Arbitrária:  
Análise de campos modais e de descontinuidades em  
guias de diferentes seções**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Luiz Costa da Silva

Rio de Janeiro  
Agosto de 2003



**Marcela Silva Novo**

**Guias de Onda de Seção Arbitrária:  
Análise de campos modais e de descontinuidades em  
guias de diferentes seções**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Luiz Costa da Silva**

Orientador

Centro de Estudos em Telecomunicações - PUC-Rio

**Prof. Flávio José Vieira Hasselmann**

Centro de Estudos em Telecomunicações - PUC-Rio

**Prof. José Ricardo Bergmann**

Centro de Estudos em Telecomunicações - PUC-Rio

**Prof. José Carlos da Silva Lacava**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica

**Prof. Ney Augusto Dumont**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 01 de agosto de 2003.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

### **Marcela Silva Novo**

Graduou-se em Engenharia de Telecomunicações, em julho de 2001, na Universidade Federal Fluminense. Em agosto do mesmo ano, iniciou no Centro de Estudos em Telecomunicações da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro seu mestrado na área de eletromagnetismo aplicado.

#### Ficha Catalográfica

Novo, Marcela Silva

Guias de onda de seção arbitrária: análise de campos modais e de descontinuidades em guias de diferentes seções / Marcela Silva Novo; orientador: Luiz Costa da Silva. Rio de Janeiro: PUC, Departamento de Engenharia Elétrica, 2003.

72 p. il. 30 cm

Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Guias de ondas. 3. Ondas de rádio – Espalhamento. 4. Guias de onda de seção arbitrária. 5. Guias de onda superquadráticos. 6. Matriz de espalhamento. I. Silva, Luiz Costa da. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

À minha mãe

## Agradecimentos

Ao professor Luiz Costa da Silva, pela orientação impecável, paciente e dedicada em todas as etapas deste trabalho.

Aos professores Paula Brandão Harboe e Tarcisio Martins Dantas, pelo incentivo e apoio.

Aos amigos Johnderson, Mariana, Luciana, Maurício, Ana Cristina e Godinho, pelo carinho e companheirismo.

Aos colegas de mestrado, em especial aos amigos do PAA, pelo apoio e colaboração.

À bibliotecária Maria Lúcia e demais funcionários do CETUC, pelo carinho e atenção.

À CAPES, pelo suporte financeiro que contribuiu para a viabilização deste trabalho.

## Resumo

Marcela Silva Novo. **Guias de Onda de Seção Arbitrária: Análise de campos modais e de descontinuidades em guias de diferentes seções.** Rio de Janeiro, 2003. 72p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

No presente trabalho o método de Rayleigh-Ritz é utilizado na determinação dos campos modais e dos números de onda de corte em guias de onda de seção arbitrária. Inicialmente, o método é aplicado com funções de base polinomiais, sendo a seção transversal do guia aproximada por um polígono convexo. Este tipo de função limitou o número de modos que podem ser calculados, uma vez que polinômios de grau alto geram instabilidades computacionais e overflow. Utilizando a mesma metodologia, os campos modais em guias de onda superquadráticos são analisados. Entretanto, as funções de base polinomiais são substituídas por funções trigonométricas, produzindo um modelo numérico capaz de computar um grande número de modos em um tempo de execução razoável. Os guias superquadráticos constituem uma classe de guias uniformes, incluindo guias circulares, elípticos, quase retangulares e outros de seções intermediárias. Conseqüentemente, eles são úteis na construção de diversos dispositivos em guias de onda, incluindo transições de diferentes seções, tais como circular para elíptica e circular para retangular. O método do casamento de modos é aplicado na determinação da matriz de espalhamento de descontinuidades entre guias superquadráticos. Diversas aplicações numéricas são apresentadas e comparadas com resultados obtidos através de outras técnicas.

## Palavras-chave

Descontinuidades em guias de onda; guias de onda de seção arbitrária; guias de onda superquadráticos; matriz de espalhamento.

## Abstract

Marcela Silva Novo. **Arbitrary Cross Section Waveguides: Analysis of modal fields and of discontinuities between arbitrary cross section waveguides.** Rio de Janeiro, 2003. 72p. MSc. Dissertation - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In the present work, the modal fields and cutoff wavenumbers of arbitrary cross section waveguides are determined using the Rayleigh-Ritz method. Initially, the method is applied to waveguides with cross section approximated by a convex polygon. Polynomial basis functions are used. Such basis functions limit the number of modes that can be computed, since polynomials of high degree generate computer instabilities and overflow. Using the same methodology, the modal fields of superquadric waveguides are analyzed. Polynomial basis functions are replaced by trigonometric functions, however, producing an efficient numerical model capable of computing a large number of modes with a reasonable computer time. Superquadric waveguides constitute a class of uniform waveguides that include circular, elliptical, almost rectangular waveguides and a series of intermediate cross section waveguides. As a consequence they are quite useful in the construction of several devices, including transitions between waveguides of different cross sections, such as circular to elliptical and circular to rectangular. The mode matching technique is applied to the determination of the scattering matrix of discontinuities between superquadric waveguides. Several numerical applications are presented and compared to results obtained from other techniques.

## Keywords

Arbitrary cross section waveguides; scattering matrix; superquadric waveguides; waveguide discontinuities.

## Sumário

1 Introdução	13
2 Análise de Campos Modais em Guias de Onda Arbitrários	17
2.1. O Método de Rayleigh-Ritz	18
2.2. Determinação dos Campos Modais pelo Método de Rayleigh-Ritz	20
2.2.1. Determinação dos Elementos $a_{ij}$	23
2.2.2. Determinação dos elementos $b_{ij}$	24
2.3. Resultados Numéricos	25
3 Análise de Campos Modais em Guias de Onda Superquadráticos	30
3.1. Determinação dos Campos Modais pelo Método de Rayleigh-Ritz	31
3.1.1. Determinação dos Elementos $a_{ij}$	34
3.1.2. Determinação dos Elementos $b_{ij}$	36
3.2. Resultados Numéricos	37
4 Transição entre Guias de Onda Superquadráticos	42
4.1. O Método do Casamento de Modos	42
4.2. Obtenção das Matrizes $[P]$ , $[Q]$ e $[R]$	46
4.2.1. Determinação dos Campos Modais	47
4.2.2. Cálculo dos Elementos da Matriz $[R]$	50
4.2.3. Cálculo dos Elementos da Matriz $[Q]$	51
4.2.4. Cálculo dos Elementos da Matriz $[P]$	52
4.3. Resultados Numéricos	56
5 Conclusão	63
6 Referências Bibliográficas	64
Apêndice A Cálculo Analítico das Integrais $INT_1(x)$ a $INT_{12}(x)$	66

## Lista de figuras

Figura 2.1 – Seção transversal da aproximação poligonal do guia.	17
Figura 2.2 – Determinação dos coeficientes angular e linear da reta.	23
Figura 3.1 – Seção transversal de um guia de onda superquadrático.	30
Figura 4.1 – Seção longitudinal de uma descontinuidade entre guias.	43
Figura 4.2 – Seção transversal de uma descontinuidade entre guias de onda superquadráticos e sistema de coordenadas utilizado.	47
Figura 4.3 – Valores do módulo de $S_{11_{11}}$ em dB e da fase em graus, em função do número de harmônicos das funções de base ( $N_{max}$ ), para uma descontinuidade entre guias de onda circulares. Os raios do primeiro e segundo guia são 5 mm e 6 mm, respectivamente.	58
Figura 4.4 – Valores do módulo de $S_{11_{11}}$ em dB, em função da frequência em GHz, para uma descontinuidade entre guias de onda circulares. Os raios do primeiro e segundo guia são 5 mm e 6 mm, respectivamente.	58
Figura 4.5 – Valores do módulo de $S_{21_{11}}$ em dB, em função da frequência em GHz, para uma descontinuidade entre guias de onda circulares. Os raios do primeiro e segundo guia são 5 mm e 6 mm, respectivamente.	59
Figura 4.6 – Valores da fase de $S_{11_{11}}$ em graus, em função da frequência em GHz, para uma descontinuidade entre guias de onda circulares. Os raios do primeiro e segundo guia são 5 mm e 6 mm, respectivamente.	59
Figura 4.7 – Valores da fase de $S_{21_{11}}$ em graus, em função da frequência em GHz, para uma descontinuidade entre guias de onda circulares. Os raios do primeiro e segundo guia são 5 mm e 6 mm, respectivamente.	60
Figura 4.8 – Valores dos módulos de $S_{11_{11}}$ e de $S_{21_{11}}$ em dB, em função da frequência em GHz, para uma descontinuidade entre um guia de onda retangular com seção transversal 19,05 mm x 9,525 mm e um guia circular de raio 19,05 mm.	61
Figura 4.9 – Valores das fases de $S_{11_{11}}$ e de $S_{21_{11}}$ em graus, em função da frequência em GHz, para uma descontinuidade entre um guia de onda retangular com seção transversal 19,05 mm x 9,525 mm e um guia circular de raio 19,05 mm.	61

Figura 4.10 – Valores da susceptância de uma descontinuidade entre um guia de onda retangular e um guia circular, em função de  $a/\lambda$ , para três valores de raios,  $r$ , do guia circular. As dimensões transversais do guia retangular são:  $2a = 22,86$  mm e  $2b = 10,16$  mm. 62

## Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Valores de números de onda de corte, modos TE, para um guia de onda circular de 1 mm de raio.	27
Tabela 2.2 – Valores de números de onda de corte do modo $TE_{11}$ , em função do grau máximo dos polinômios, para um guia de onda circular de 1 mm de raio.	27
Tabela 2.3 – Valores de frequências de corte, para modos TE, em um guia de onda elíptico com eixos de 10,0 cm e 6,614 cm.	28
Tabela 2.4 – Valores de números de onda de corte, para modos TE, em um guia de onda triangular equilátero com lado de 1 mm.	28
Tabela 2.5 – Valores de números de onda de corte, para modos TM, em um guia de onda triangular equilátero com lado de 1 mm.	29
Tabela 3.1 – Valores de números de onda de corte, para modos TE, em um guia de onda circular de 1 mm de raio.	39
Tabela 3.2 – Valores de números de onda de corte, para modos TM, em um guia de onda circular de 1 mm de raio.	39
Tabela 3.3 – Valores de números de onda de corte do modo $TE_{11}$ , em função do número de harmônicos das funções de base, para um guia de onda circular de 1 mm de raio.	40
Tabela 3.4 – Valores de números de onda de corte do modo $TM_{01}$ , em função do número de harmônicos das funções de base, para um guia de onda circular de 1 mm de raio.	40
Tabela 3.5 – Valores de frequências de corte, para modos TE, em um guia de onda elíptico com eixos de 10,0 cm e 6,614 cm.	41
Tabela 3.6 – Valores de frequências de corte, para modos TM, em um guia de onda elíptico com eixos de 10,0 cm e 6,614 cm.	41
Tabela 4.1 – Valores de $S_{11_{11}}$ e $S_{21_{11}}$ para uma descontinuidade entre um guia de onda retangular com seção transversal 19,05 mm x 9,525 mm e um guia circular de raio 19,05 mm, em função do número de modos utilizados, na frequência de 9 GHz.	60
Tabela 4.2 – Valores de $S_{22_{11}}$ para uma descontinuidade entre um guia	

de onda circular de raio 2,54 mm e um guia retangular com seção transversal 22,86 mm x 10,16 mm, em função do número de modos utilizados, nas frequências de 8 GHz e 14 GHz.

62