

2 Trabalhos precedentes

Neste capítulo, são apresentados alguns trabalhos sobre os gráficos de controle que serviram de base para a elaboração do gráfico de controle proposto nesta dissertação, mais especificamente, gráficos de controle adaptativos e gráficos de controle para monitorar processos cujas características de qualidade são representadas por perfis lineares.

O gráfico de controle foi originalmente proposto por Walter A. Shewhart, em 1924, conforme explicitado na Introdução. De acordo com Shewhart, um gráfico de controle consiste de três retas paralelas: limites superior e inferior de controle e a linha central que representa o nível desejado de operação do processo. Os limites são determinados com base na média e no desvio-padrão da distribuição da característica de qualidade de interesse. O controle do processo é feito pela análise visual dos gráficos de controle. Se os pontos caírem dentro da região delimitada pelos limites superior e inferior de controle e exibirem um comportamento aleatório, assume-se que o processo está em controle. Caso contrário, o processo pode estar fora de controle.

Gráficos de controle de Shewhart utilizados no monitoramento de características de qualidade representadas por variáveis contínuas (gráficos de controle por variáveis) são, usualmente, os gráficos de controle para a média (ou gráfico de controle \bar{X}), para a amplitude (ou gráfico de controle R) ou para o desvio-padrão (ou gráfico de controle S). O gráfico de controle \bar{X} é o gráfico que monitora a média da característica de qualidade de interesse. Neste gráfico, são plotados os valores da média amostral. Os gráficos de controle R ou S monitoram a variabilidade da característica de qualidade e, neles, são plotados os valores da amplitude ou do desvio-padrão da característica estudada.

O gráfico de controle de Shewhart é rápido para detectar grandes mudanças em um processo, porém é lento para detectar pequenos deslocamentos no parâmetro de interesse. Os valores do tamanho da amostra (n) do intervalo de tempo entre extrações de amostra (h) e do coeficiente de abertura dos limites de controle em relação à linha central (k) são conhecidos como os parâmetros de projeto do gráfico de controle.

Quando um processo está sujeito a perturbações que provocam desvios pequenos a moderados no parâmetro do processo, novas alternativas têm sido propostas a fim de melhorar o desempenho dos gráficos de controle de Shewhart, dentre elas, o gráfico de controle de somas acumuladas (CUSUM, Lucas, 1982), o gráfico de controle da média móvel ponderada exponencialmente (EWMA, Lucas & Saccucci, 1990) e, mais recentemente, os gráficos de controle adaptativos.

Gráficos de controle adaptativos são gráficos onde um ou mais parâmetros de projeto variam durante o monitoramento, em função da informação mais recente acerca do processo. Reynolds et al. (1988) foram dos primeiros a propor um projeto estatístico de gráficos de controle adaptativos. Os autores desenvolveram o gráfico de controle \bar{X} com variação no intervalo de amostragem. Este trabalho inspirou vários autores a desenvolverem outras abordagens de gráficos de controle adaptativos.

Em Prabhu et al. (1993) e Costa (1994), foram estudados gráficos de controle \bar{X} com variação no tamanho da amostra. Amostras com dois tamanhos diferentes foram levadas em consideração. O gráfico de controle \bar{X} foi dividido em duas regiões, respectivamente, região central e região de aviso. A região entre os limites de aviso é denominada região central. A região entre os limites de aviso e o limite inferior de controle ou o limite superior de controle corresponde à região de aviso. Quando o último ponto obtido do gráfico de controle \bar{X} posiciona-se na região central, a amostragem seguinte é realizada considerando uma amostra de menor tamanho. Contudo, se o último ponto do gráfico de controle \bar{X} ficar posicionado na região de aviso, a amostragem seguinte é realizada considerando o maior tamanho de amostra. Em ambos os trabalhos, comparou-se o desempenho do gráfico de controle \bar{X} com variação no tamanho da amostra com o gráfico de controle com tamanho de amostra fixo. Prabhu et al. (1993) e Costa (1994), através das propriedades das cadeias de Markov, obtiveram o número médio de amostras até um sinal, que foi a medida de desempenho empregada na comparação do gráfico proposto com o gráfico com tamanho de amostra fixo. Costa (1994) também levou em consideração o número de itens inspecionados desde o momento em que ocorre um desvio na média do processo até o instante em que um sinal é emitido. Nos dois trabalhos, concluiu-se que o desempenho do gráfico de controle \bar{X} com variação no tamanho da amostra é superior, sobretudo para pequenos desvios na média do processo.

Prabhu et al. (1994) e Costa (1997) consideraram gráficos de controle \bar{X} com tamanho de amostra e intervalo de amostra variáveis. Estes dois trabalhos diferem, principalmente, nas medidas usadas para avaliar o desempenho dos gráficos. Prabhu et al. (1994) considerou que o processo se inicia fora de controle e utilizou como medida de desempenho o tempo médio até que um sinal seja emitido. Por outro lado, Costa (1997) considerou que o processo se inicia sob controle e, em algum instante de tempo futuro, assumirá a condição de fora de controle. Costa (1997) utilizou como medida de desempenho o tempo médio ajustado até que um sinal seja emitido, ou seja, o intervalo de tempo médio entre a mudança na média do processo e a ocorrência de um alarme.

Zimmer et al. (1998) estudou o gráfico de controle adaptativo com três tamanhos de amostras distintos e comparou o seu desempenho com o gráfico de controle adaptativo com dois tamanhos de amostras distintos. Eles concluíram que o procedimento com três tamanhos de amostras é levemente superior ao esquema com a aplicação de dois tamanhos de amostras. Concluíram também que o procedimento com dois tamanhos de amostras é mais apropriado na maioria das aplicações.

Costa (1999) aprofundou os estudos anteriores e propôs o gráfico de controle \bar{X} com variação em todos os parâmetros do projeto: o tamanho da amostra (n), o intervalo de tempo entre extrações de amostra (h) e o coeficiente de abertura dos limites de controle em relação à linha central (k). Estes três parâmetros assumem dois valores (um menor e outro maior) de acordo com a posição do último ponto no gráfico de controle \bar{X} . Quando o último ponto no gráfico de controle \bar{X} posiciona-se na região central, adota-se um controle mais ameno, através do uso dos valores maiores de h e k e do valor menor de n . Porém, se o último ponto no gráfico de controle \bar{X} ficar posicionado na região de aviso, deve-se adotar um controle mais rigoroso, através do uso dos valores menores de h e k e do valor maior de n . O autor comparou o desempenho deste gráfico com o gráfico de controle de somas acumuladas (CUSUM) e concluiu que o gráfico proposto é mais sensível para detectar pequenos desvios na média do processo.

Mais recentemente, Lin & Chou (2005) estudaram gráficos de controle \bar{X} com tamanho de amostra e intervalo de amostra variáveis em processos cuja característica de qualidade não apresenta distribuição normal. De Magalhães et al. (2009) desenvolveram um modelo estatístico para estudar a hierarquia de gráficos de controle adaptativos \bar{X} . No estudo foi considerado que o tempo em que o processo permanece em controle é distribuído exponencialmente. Tal fato

possibilitou a aplicação de formulações envolvendo Cadeia de Markov para que as medidas de desempenho fossem desenvolvidas. Os autores compararam o desempenho de sete gráficos de controle adaptativos \bar{X} de dois estados, oriundos da variação de um, dois ou três parâmetros de projeto (n, h, k).

Todos os estudos abordados anteriormente consideraram o projeto estatístico de gráficos de controle para apenas uma característica de qualidade. Entretanto, às vezes, se faz necessário considerar mais do que uma característica de qualidade.

Aparisi (1996) considerou o uso de gráficos de controle adaptativos para casos onde existe mais de uma característica a ser controlada em um processo. O autor propôs o gráfico de controle adaptativo T^2 de Hotelling com variação no tamanho de amostra. Foi criado um limite de aviso, situado entre o limite superior de controle e a origem, originando duas zonas para o uso de dois tamanhos de amostras. O tamanho da amostra i depende do valor da estatística T_{i-1}^2 calculado com base na amostra anterior. Se o valor da estatística T_{i-1}^2 ficar compreendido entre a origem e o limite de aviso, isto é, a região central do gráfico, a amostra i terá tamanho menor. Em contrapartida, se o valor da estatística T_{i-1}^2 ficar localizado entre o limite de aviso e o limite superior de controle, isto é, a região de advertência do gráfico, a amostra i terá tamanho maior. Aparisi concluiu que o gráfico de controle adaptativo T^2 de Hotelling com variação no tamanho de amostra é mais eficiente do que o gráfico de controle T^2 de Hotelling com tamanho de amostra fixo para detectar pequenas a moderadas alterações na média de um processo.

Gráficos de controle adaptativos T^2 de Hotelling com variação no intervalo de amostragem foram estudados por Aparisi & Haro (2001). Posteriormente, os mesmos autores desenvolveram o gráfico de controle adaptativo T^2 de Hotelling com tamanho de amostra e intervalo de amostragem variáveis (Aparisi & Haro, 2003). Faraz & Moghadam (2009) basearam-se no trabalho de Aparisi (1996) e apresentaram um estudo considerando o gráfico de controle adaptativo T^2 de Hotelling com dois tamanhos de amostras, quando o deslocamento na média do processo ocorre em algum instante aleatório posterior ao início do processo. Os autores assumiram que o tempo em que o processo permanece em controle é uma variável aleatória com distribuição exponencial com parâmetro λ . Como o processo tem início no estado de controle estatístico e o tempo até que uma causa especial ocorra tem distribuição exponencial com parâmetro λ , a medida de desempenho utilizada no trabalho foi o tempo médio ajustado até que um

sinal seja dado. No estudo foi mostrado que o gráfico de controle adaptativo T^2 de Hotelling com dois tamanhos de amostras é sempre mais rápido para detectar desvios na média do processo do que o gráfico de controle T^2 de Hotelling com tamanho de amostra fixo.

Segundo Chen & Hsieh (2007), os gráficos de controle T^2 de Hotelling univariados com intervalo de amostragem variável, com tamanho de amostra variável, com intervalo de amostragem e tamanho de amostra variáveis e com todos os parâmetros (n , h e k) variáveis foram aplicados com sucesso para o caso multivariado, melhorando a eficiência do gráfico de controle T^2 de Hotelling com parâmetros fixos na detecção de pequenas mudanças na média do processo. Contudo, Chen & Hsieh (2007) afirmaram que a principal desvantagem do uso da maioria destes gráficos de controle é o aumento da complexidade devido a mudanças adaptativas nos intervalos de amostragem. Assim, os autores mantiveram os intervalos de amostragem constantes e estudaram o desempenho do gráfico de controle T^2 de Hotelling com variação no tamanho de amostra e no limite de controle. Os autores utilizaram algoritmos genéticos para otimizar o tempo médio até a ocorrência de um sinal, que foi a medida de desempenho utilizada na comparação do gráfico proposto com outros gráficos de controle T^2 de Hotelling, a saber: com parâmetros fixos, com variação somente em n , com variação somente em h , com variação em n e h e, com variação em n , h e k . Os resultados encontrados revelaram que o gráfico proposto, para pequenas alterações no vetor de médias do processo, obteve desempenho similar ao gráfico T^2 de Hotelling com variação em n , h e k e desempenho superior aos demais gráficos de controle.

Os gráficos de controle podem também monitorar, como característica da qualidade de um processo, uma variável dependente ou resposta Y , que representa uma relação funcional (perfil) com uma ou mais variáveis explicativas X , podendo esta relação ser linear ou não linear.

Em algumas situações, os perfis podem ser representados por um modelo de regressão linear simples. Entretanto, em outras, os modelos de regressão linear simples não são suficientes para representar a forma de um perfil; logo, modelos mais sofisticados são necessários.

Kang & Albin (2000) propuseram o monitoramento de um processo caracterizado por uma relação linear com uma variável dependente. Em intervalos de tempo regulares, amostras de tamanho n eram selecionadas. Cada amostra era associada a um vetor, cujos componentes, estimados por mínimos quadrados, eram o intercepto e a inclinação da reta de regressão. Levando-se

em consideração o conhecimento prévio dos parâmetros de regressão (intercepto, inclinação e variância), Kang & Albin (2000) fizeram uso do gráfico de controle multivariado χ^2 para o monitoramento do intercepto e da inclinação da reta de regressão utilizando as estimativas de tais parâmetros obtidas pelo método dos mínimos quadrados para cada amostra extraída. Além desse gráfico, Kang & Albin (2000) propuseram também os gráficos EWMA / R aplicados aos resíduos, que representam as diferenças entre a reta de referência e os perfis amostrais. Kang & Albin (2000) fizeram a comparação do desempenho dos gráficos de controle propostos utilizando o número médio de amostra até um sinal, que foi obtido através de simulação. Concluíram que as duas abordagens propostas funcionam bem. A combinação dos gráficos EWMA/R é mais eficiente para detectar pequenas mudanças, porém, o gráfico de controle multivariado χ^2 apresenta a vantagem de requerer apenas um gráfico para o monitoramento do processo.

Kim et al. (2003) basearam-se no trabalho de Kang & Albin (2000) e propuseram a aplicação de três gráficos de controle EWMA univariados para o monitoramento de um processo, isto é para a fase II. Os três gráficos foram usados para monitorar separadamente o intercepto, a inclinação e a variância dos erros. Os autores compararam o desempenho dos três gráficos EWMA com o gráfico sugerido por Kang & Albin (2000). A medida de desempenho utilizada foi o número médio de amostra até um sinal. Foi definido que o sinal de que o processo está fora de controle é dado quando o primeiro gráfico indicar o estado de fora de controle. Concluíram que, geralmente, os três gráficos de controle EWMA univariados são mais efetivos do que os gráficos de controle multivariado χ^2 e EWMA/R propostos por Kang & Albin (2000) para detectar mudanças tanto no intercepto como na inclinação ou aumento na variância dos erros. Além disso, os três gráficos de Kim et al. (2003) são vantajosos no que diz respeito ao quesito interpretação, pois, quando é dado um sinal alertando que o processo está fora de controle, é possível diagnosticar qual dos parâmetros foi afetado.

Stover & Brill (1998) estudaram a fase I de gráficos de controle de perfis lineares, fase na qual é feita a estimação dos parâmetros do modelo de regressão linear simples, usando dados históricos do processo quando ele apresenta-se estável. Os autores aplicaram um gráfico de controle multivariado χ^2 e utilizaram dados advindos de um laboratório de cromatografia. O estudo teve como intuito principal determinar a frequência apropriada de calibração para um sistema de cromatografia iônica. Mahmoud & Woodall (2004) também estudaram a fase I de gráficos de controle para perfis. Os autores utilizaram o

teste global F em conjunto com o gráfico proposto por Kim et al. (2003) para checar a estabilidade da variação da reta de regressão. Também propuseram outro método baseado no uso de variáveis indicadoras em um modelo de regressão múltipla. Os métodos propostos foram aplicados na análise da estabilidade das curvas de calibração em determinações fotométricas de Fe^{3+} com ácido sulfossalicílico. Através de simulações, o desempenho do método proposto foi comparado com outros três métodos utilizados na fase I, a saber: gráfico de controle multivariado χ^2 proposto por Stover & Brill (1998), gráfico de controle multivariado χ^2 proposto por Kang & Albin (2000) e os três gráficos de controle propostos por Kim et al. (2003).

Staudhammer et al. (2007) propuseram três gráficos de controle denominados D_τ , D_η e D_{wp} para detectar os defeitos na fabricação de madeira serrada. Em sua aplicação, foram usadas múltiplas medições em tempo real feitas com sensores de laser ao longo de tábuas de madeira. O método proposto foi importante para detectar falhas no processo que poderiam resultar em tábuas fabricadas com formato indesejável.

Croarkin & Varner (1982), Mestek et al. (1994), Andrews et al. (1996), entre outros, também propuseram métodos para o monitoramento de perfis lineares.

Como extensão natural de perfis representados por modelos de regressão linear simples, surgiram os gráficos de controle para monitorar perfis que podem ser representados por modelos de regressão polinomial ou por modelos de regressão linear múltipla. Um exemplo de calibração, considerando modelo de regressão múltipla, foi a motivação do trabalho feito por Parker & Finley (2007). Kazemzadeh et al. (2007) propuseram perfis representados por modelos de regressão polinomial na fase I. Mahmoud (2008) propôs uma nova abordagem para a análise de perfis caracterizados por um modelo de regressão linear múltipla na fase I.

Em alguns casos, modelos de regressão não lineares são úteis para modelar perfis. Ding et al. (2006) usaram alguns métodos de redução de dados para dados de perfis não lineares, em particular a análise de componente principal. Estes autores também estudaram métodos de análise de *cluster* para dados de perfis. Williams et al. (2007a) estudaram o uso do gráfico T^2 para monitorar os parâmetros de um modelo de regressão não-linear. Williams et al. (2007b) usaram o método de regressão não-linear proposto por Williams et al. (2007a) para monitorar a relação dose-resposta usando dados fornecidos pela DuPont. Um modelo de regressão logístico de quatro parâmetros foi usado para representar os perfis. O intuito do trabalho era monitorar os parâmetros do

modelo. Estudos sobre o monitoramento de perfis não lineares também foram feitos, dentre outros, por Young et. al. (1999), Brill (2001), e Walker & Wright (2002).

Em muitas aplicações de perfis representados por modelos lineares assume-se que os erros são independentes e identicamente distribuídos. Contudo, em alguns casos, os erros podem ser autocorrelacionados. Esta generalização foi estudada por Jensen et al. (2008) e por Jensen & Birch (2009) para, respectivamente, modelo de regressão linear simples e não-linear, usando modelos mistos. Jensen & Birch (2009) mostraram que o uso de modelos mistos pode ser vantajoso quando modelos de regressão não lineares são usados.