



**Frederico Coutinho Leal**

**Análise numérica de problemas  
termo-hidráulicos em meios porosos**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção de grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Área de Concentração: Geotecnia.

Orientador: Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Júnior

Rio de Janeiro  
Janeiro de 2003

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Frederico Coutinho Leal**

Graduou-se em Engenharia Civil na UFPA (Universidade Federal do Pará) em 1999. Trabalhou como engenheiro civil residente em diversas obras civis em Belém-PA.

#### Ficha Catalográfica

Leal, Frederico Coutinho

Análise numérica de problemas termo-hidráulicos em meios porosos / Frederico Coutinho Leal; orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Júnior. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2003.

[15], 78 f. : il ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Calor-Transmissão. 3. Método dos elementos finitos. 4. Meios porosos parcialmente saturados. 5. Transporte de umidade. I. Vargas Junior, Eurípedes A. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.



**Frederico Coutinho Leal**

**Análise numérica de problemas termo-hidráulicos  
em meios porosos**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Júnior**

Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Prof. Tácio Mauro Pereira de Campos**

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Prof. José Tavares Araruna Jr.**

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Dr. João Luiz Elias Campos**

Consultor TecGraf

**Prof. Ney Augusto Dumont**

Coordenador Setorial

Do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 30 de janeiro de 2003

Aos meus pais,  
pelo seu amor e esforço dedicados  
durante todos os anos de minha vida.

## Agradecimentos

A Deus, ao qual somos tementes, e que nos concebeu a divina graça da vida e intercede em todas nossas realizações na nossa vida.

Aos meus pais, Jayme e Edilce, por todo amor, carinho e ensinamentos recebidos, que foram essenciais em toda minha vida, e principalmente pelo apoio nos momentos difíceis de minha vida.

A minha esposa, Patrícia, pelo amor, carinho e compreensão durante todos os anos de convivência.

Ao Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr., pela sua orientação, pelo conhecimento adquirido durante esses anos e pela amizade.

A minha avó Rita, minha tia Marita, pelo amor e carinho sempre dedicados a mim.

A minha tia Mita, tio Armando, meus primos, pelos momentos em que me acolheram e ajudaram no Rio de Janeiro.

A todos os meus familiares e amigos de Belém que sempre me apoiaram durante todos esses anos.

Aos amigos Júlio César da Silva e Heber Cotarelli, pelas suas contribuições e discussões proveitosas no decorrer do trabalho.

Aos amigos Hans e Khaled pelos momentos de descontração no Rio de Janeiro.

Aos amigos da PUC, Ana Júlia, Flávia, Matilde, Sérgio, Carlos Ataliba, Luís Eduardo, Maristâni, Alexandre, Laryssa e todos os demais não mencionados aqui, mas que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

A todos os funcionários do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

A CAPES por financiar a realização desta dissertação.

## Resumo

Leal, Frederico Leal; Vargas, Eurípedes do Amaral. **Análise numérica de problemas termo-hidráulicos em meios porosos**. Rio de Janeiro, 2003. 93p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A dissertação apresenta um estudo da resolução de problemas de acoplamento termo-hidráulico através do uso técnicas numéricas. O estudo tem por objetivo a validação de implementações de efeitos de gradientes de temperatura no fluxo de umidade.

Para isto utiliza-se o programa UNSATCHEM-2D que simula o fluxo bidimensional de umidade em meios de saturação variável, transporte de calor, transporte de CO<sub>2</sub> e transporte de solutos. O programa desenvolvido por *Simunek e Suarez* (1993), possui código aberto (escrito em Fortran 77), onde as equações governantes de fluxo e transporte de calor são resolvidas por elementos finitos.

A partir do programa UNSATCHEM-2D, foram realizadas implementações no código a fim de permitir o acoplamento parcial (“staggered”) do fluxo de umidade e o fluxo de calor que reproduz o fenômeno descrito por *de Vries* (1958). Paralelamente, desenvolveram-se mudanças no programa MTool (Tecgraf/PUC-Rio), utilizado como pré- e pós-processador.

Posteriormente, foram validadas as implementações realizadas no programa comparando-se os resultados da solução numérica com resultados experimentais a partir de um ensaio de coluna (*Bach*, 1989), com resultados considerados satisfatórios. Finalizando, são apresentadas simulações com fontes de calor interna e externa paralelamente com o emprego de condições de contorno atmosféricas que simulam coberturas de resíduos de minério.

## Palavras-chave

Meios porosos parcialmente saturados; transporte de umidade; transferência de calor; acoplamento termo-hidráulico; método dos elementos finitos.

## Abstract

Leal, Frederico Leal; Vargas, Eurípedes do Amaral (Advisor). **Numerical analysis of thermo-hydraulic problems in porous media**. Rio de Janeiro, 2003. 93p. Msc. Dissertation – Department of Civil Engineering. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The dissertation presents a study of the resolution of thermo-hydraulic coupling problems, through the use of numerical techniques. The study has the objective the implementations validation of the temperature gradients effects in the moisture flux.

For this, the program UNSATCHEM-2D is used to simulate the flow of water in mediums of variable saturation to two dimensions, transport of heat, transport of CO<sub>2</sub> and solute transport. The program developed by *Simunek and Suarez* (1993), has open code (written in Fortran 77), where the governing equations of flow and transport of heat are solved for the method of the finite elements.

Starting from the original program UNSATCHEM-2D, alterations were carried out in the code in order to allow the partial coupling (staggered) of moisture flow and heat flow as described by *de Vries* (1958). In parallel, changes were developed in the software MTool (Tecgraf/PUC-Rio), used as pre- and post-processor.

Later, the modifications carried out in the program were validated by the comparison of the numeric solution results with experimental results starting from a column test (*Bach*, 1989), with acceptable results. Concluding, simulations are presented with internal and external sources of heat together with the use of atmospheric boundary conditions, one that simulates covers for mining wastes.

## Keywords

Variable saturated porous medium; moisture transport; heat transfer; thermo-hydraulic coupling; finite elements method.

# Sumário

1. Introdução	16
2. Transporte de umidade e calor em solos não-saturados	20
2.1. Introdução	20
2.2. Análise física dos processos de transporte de umidade e calor no solo	21
2.3. Modelo de Philip e de Vries	24
2.3.1. Equações de transporte de umidade	25
2.3.2. Equações de transporte de calor	29
2.4. Modelo adotado	31
3. Metodologia de solução	36
3.1. Método dos elementos finitos	36
3.1.1. Método dos Resíduos Ponderados	37
3.1.2. Método de Galerkin	38
3.2. Programa UNSATCHEM-2D	43
3.2.1. Fluxo de umidade	44
3.2.2. Transporte de calor	45
3.2.3. Solução numérica das equações de fluxo e de calor	48
3.3. Formulação numérica do problema de transporte de umidade e calor no solo	52
3.4. Implementações numéricas	56

4. Resultados e discussões	60
4.1. Verificação do modelo	60
4.2. Simulações de problemas termo-hidráulicos	67
4.2.1. Simulação de uma fonte de calor interna	67
4.2.2. Malha bidimensional com fonte de calor externa	73
4.2.3. Simulação de uma cobertura de resíduos sólidos	80
5. Conclusões	89
6. Referências bibliográficas	91

## Lista de Figuras

Figura 1 - Dois meniscos de uma ponte de líquido formados entre dois grãos de solo	23
Figura 2 - (a) objeto contínuo, (b) malha típica de elementos finitos com elementos triangulares	37
Figura 3 - O resíduo $R_D$ é ortogonal ao espaço gerado pelas funções peso $W_i$	39
Figura 4 - Solução “staggered” utilizada para resolver o problema de acoplamento entre fluxo de umidade e fluxo de calor	58
Figura 5 - Fluxograma do programa modificado	59
Figura 6 - Malha de elementos finitos utilizada na validação dos resultados, com condições de contorno para o caso não-isotérmico	63
Figura 7 - Variação do teor de umidade volumétrico com condição isotérmica para valores de $\theta_i = 0,151$ e $t = 6$ hs	64
Figura 8 - Variação do teor de umidade volumétrico com condição isotérmica para valores de $\theta_i = 0,151$ e $t = 12$ hs	64
Figura 9 - Variação do teor de umidade volumétrico com condição isotérmica para valores de $\theta_i = 0,151$ e $t = 24$ hs	65
Figura 10 - Variação do teor de umidade volumétrico com condição não-isotérmica para valores de $\theta_i = 0,151$ e $t = 6$ h	65
Figura 11 - Variação do teor de umidade volumétrico com condição não-isotérmica para valores de $\theta_i = 0,151$ e $t = 12$ h	66
Figura 12 - Variação do teor de umidade volumétrico com condição não-isotérmica para valores de $\theta_i = 0,151$ e $t = 24$ h	66
Figura 13 - Malha de elementos finitos representando um cabo de potência aterrado	68
Figura 14 - Isotermas para o instante inicial (fonte de calor interna)	69
Figura 15 - Isotermas para o tempo de 9600 segundos (fonte de calor interna)	69
Figura 16 - Isotermas para o tempo de 19200 segundos (fonte de calor interna)	70
Figura 17 - Isotermas para o tempo de 38400 segundos (fonte de calor interna)	70
Figura 18 - Isotermas para o tempo de 76800 segundos (fonte de calor interna)	71
Figura 19 - Isoumidades para o instante inicial (fonte de calor interna)	71
Figura 20 - Isoumidades para o tempo de 19200 segundos (fonte de calor interna)	72

Figura 21 - Isomidades para o tempo de 38400 segundos (fonte de calor interna)	72
Figura 22 - Isomidades para o tempo de 76800 segundos (fonte de calor interna)	73
Figura 23 - Malha de elementos finitos representando o recipiente confinante	74
Figura 24 - Isotermas para o instante inicial (fonte de calor externa)	75
Figura 25 - Isotermas para o tempo de 9600 segundos (fonte de calor externa)	76
Figura 26 - Isotermas para o tempo de 19200 segundos (fonte de calor externa)	76
Figura 27 - Isotermas para o tempo de 38400 segundos (fonte de calor externa)	77
Figura 28 - Isotermas para o tempo de 76800 segundos (fonte de calor externa)	77
Figura 29 - Isomidades para o instante inicial (fonte de calor externa)	78
Figura 30 - Isomidades para o tempo de 19200 segundos (fonte de calor externa)	78
Figura 31 - Isomidades para o tempo de 38400 segundos (fonte de calor externa)	79
Figura 32 - Isomidades para o tempo de 76800 segundos (fonte de calor externa)	79
Figura 33 - Malha de elementos finitos representando a “cobertura A”	81
Figura 34 - Malha de elementos finitos representando a “cobertura B”	81
Figura 35 - Variação da temperatura ao longo de dois dias	83
Figura 36 - Variação da carga de pressão ao longo do tempo	85
Figura 37 - Variação da umidade ao longo do tempo	85
Figura 38 - Variação da temperatura ao longo do tempo	86
Figura 39 - Isomidades da simulação da cobertura A nos tempos de 0, 90 e 180 dias	87
Figura 40 - Isomidades da simulação da cobertura B nos tempos de 0, 90 e 180 dias	88

## Lista de Tabelas

Tabela 1 - Parâmetros hidráulicos de van Genuchten (exemplo de validação)	62
Tabela 2 - Parâmetros térmicos (exemplo de validação)	62
Tabela 3 - Condições experimentais para cada caso ( <i>Bach</i> , 1989)	62
Tabela 4 - Parâmetros hidráulicos de van Genuchten (fonte de calor interna)	68
Tabela 5 - Parâmetros térmicos (fonte de calor interna)	68
Tabela 6 - Parâmetros hidráulicos de van Genuchten (fonte de calor externa)	74
Tabela 7 - Parâmetros térmicos (fonte de calor externa)	74
Tabela 8 - Parâmetros hidráulicos de van Genuchten (cobertura A)	82
Tabela 9 - Parâmetros térmicos (cobertura A)	82
Tabela 10 - Parâmetros hidráulicos de van Genuchten (cobertura B)	82
Tabela 11 - Parâmetros térmicos (cobertura B)	82
Tabela 12 - Dados de precipitação e evaporação utilizados nas simulações de cobertura de resíduos	83

## Lista de Símbolos

$[A]$	matriz de coeficientes da equação global de fluxo
$[A^T]$	matriz de coeficientes da equação global de fluxo de calor
$A_t$	amplitude da onda seno
$\{B\}$	vetor da equação global de fluxo
$C$	capacidade de retenção específica
$c_l$	calor específico do líquido
$C_M$	capacidade de calor volumétrica do meio poroso
$c_p$	calor específico do vapor da água em pressão constante
$\{D\}$	vetor da equação global de fluxo
$D_{am}$	difusividade molecular do vapor d'água no ar
$D_T$	difusividade térmica
$D_{Ta}$	coeficiente relacionado ao calor de “molhagem”
$D_{Tl}$	difusividade térmica do líquido
$D_{Tv}$	difusividade térmica do vapor
$D_q$	difusividade mássica
$D_{ql}$	difusividade isotérmica do líquido
$[F]$	matriz de coeficientes da equação global de fluxo
$[F^T]$	matriz de coeficientes da equação global de fluxo de calor
$g$	aceleração da gravidade
$[G^T]$	matriz de coeficientes da equação global de fluxo de calor
$h$	umidade relativa
$K$	condutividade hidráulica
$\bar{K}$	valor médio da condutividade hidráulica em um elemento $e$
$K^A$	vetor de anisotropia da condutividade hidráulica

$K_{ij}^A$	componentes do vetor de anisotropia $K^A$
$L$	calor latente de vaporização da água
$L_0$	calor latente de vaporização da água calculado em $T = T_0$
$N$	número de nós
$n'$	parâmetro de correção para valores altos do fluxo de vapor
$p_t$	período de tempo necessário para a onda seno completar um ciclo
$\{Q\}$	vetor da equação global de fluxo
$ q $	valor absoluto do fluxo
$q_h$	fluxo de calor
$q_l$	fluxo de líquido
$q_m$	fluxo de umidade
$\{Q^T\}$	vetor da equação global de fluxo de calor
$q_v$	fluxo de vapor
$R$	constante dos gases para o vapor d'água
$S$	volume de água removido por unidade de tempo de uma unidade de solo devido ao armazenamento de água das plantas
$\bar{S}$	valor médios do termo de armazenamento de água pelas plantas em um elemento $e$
$S_h$	conteúdo de calor total por unidade de volume
$T$	temperatura
$t$	tempo
$\bar{T}$	temperatura média na superfície do solo durante o período $p_t$
$T^k$	temperatura em graus Kelvin
$T_0$	temperatura de referência arbitrada
$W$	calor de "molhagem" diferencial
$w_n$	funções de ponderação
$z$	componente vertical da carga hidráulica total
$\mathbf{b}$	fator de conversão igual a $4.2 \times 10^7$
$\Gamma_C$	segmento de contorno de Cauchy

$\Gamma_D$	segmento de contorno de Dirichlet
$\Gamma_e$	segmento de contorno do elemento $e$
$\Gamma_G$	segmento de contorno de gradiente prescrito
$\Gamma_N$	segmento de contorno de Neumann
$d_{ij}$	função delta de Kronecker
$h$	porosidade
$q$	teor de umidade volumétrico
$q_a$	teor de umidade volumétrico de ar
$r_l$	massa específica do líquido
$r_v$	massa específica do vapor d'água
$r_0$	massa específica do vapor d'água saturado
$z$	fator de correção para o fluxo de vapor devido a elevados gradientes de temperatura
$s$	tensão superficial da água
$I_*$	condutividade térmica do meio poroso
$I_L$	dispersividade térmica longitudinal
$I_T$	dispersividade térmica transversal
$t$	fator de tortuosidade
$n$	fator de fluxo de massa
$f_n$	funções de interpolação
$y$	carga de pressão
$\Omega$	região de fluxo
$\Omega_e$	domínio ocupado pelo elemento $e$
$\nabla T$	gradiente de temperatura macroscópico
$(\nabla T)_a$	gradiente médio de temperatura nos poros preenchidos com ar