

1 Introdução

1.1 Considerações gerais

Treliças espaciais abatidas pertencem a um grupo de estruturas comumente utilizadas para vencer grandes vãos. Estas estruturas, tais quais cascas, arcos e estruturas reticuladas espaciais em geral, são opções recorrentes por conta de sua vantagem construtiva frente a outras soluções no que diz respeito ao peso próprio e algumas características mecânicas, assim como por razões estéticas. Este tipo de estrutura apresenta, em geral, um comportamento altamente não linear, com crescente perda de rigidez efetiva na presença de tensões compressivas, o que leva a perda de estabilidade por ponto limite ou bifurcação simétrica instável ao longo do caminho não linear de equilíbrio antes de atingir o ponto limite (Thompson e Hunt, 1984; Bazant e Cedolin, 1991). Esta não linearidade leva a um comportamento dinâmico complexo e à perda de estabilidade quando sujeita a cargas dinâmicas bem inferiores à carga crítica estática.

Dentre as estruturas abatidas, encontram-se as treliças espaciais abatidas de forma piramidal, cujo exemplo planar é a conhecida treliça de von Mises, forma mais simples de treliça, constituída por apenas duas barras e tradicionalmente usada em análises numéricas para testar a convergência e precisão de programas de análise numérica não linear de estruturas (Crisfield, 1997).

As treliças piramidais abatidas são encontradas em diversas áreas da engenharia, pois seu arranjo constitui a subestrutura básica de diversas estruturas, incluindo desde estruturas de grande porte, como domos geodésicos (Saka, 2007), e estruturas dobráveis (Ario e Watson, 2007), a nanoestruturas de carbono (Kroto, 1990; Ansems e Scott, 2000), conforme ilustra a Figura 1. Elas também são parte integrante de muitas estruturas sanduiche como mostra a Figura 2, tendo este tópico recebido grande atenção da comunidade científica nos últimos anos (Zok et al. 2004; Queheillalt et al. 2005; Lee et al. 2006; Wang, et al. 2010).

Adicionalmente, o emprego deste tipo de estrutura como treliças piramidais invertidas têm sido usado para substituir pilares, como exemplifica a Figura 3.



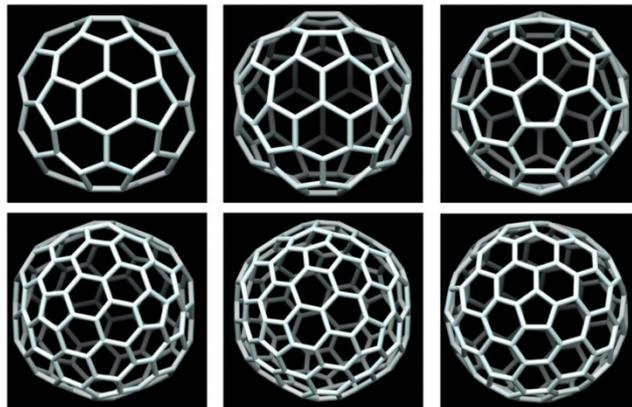
(a) Domos geodésicos do Projeto Éden.

Fonte: <https://woodensquarerulers.wordpress.com/author/ilariadb/page/2/>



(b) Modelo de domo geodésico com seis barras por nó.

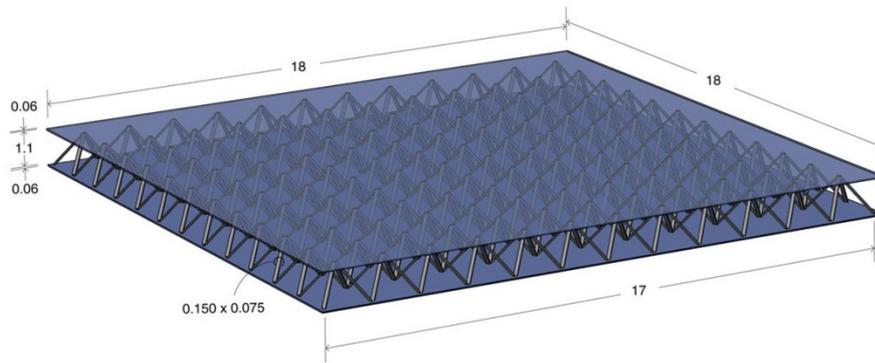
Fonte: <http://lincolndome.edublogs.org/>



(c) Nanoestruturas de fulereno.

Fonte: <http://truereality.org/after-400-years-mathematicians-discover-a-new-class-of-shape-2/>

Figura 1 – Estruturas com subestrutura básica na forma de treliça piramidal abatida.



Fonte: <http://www.virginia.edu/ms/research/wadley/high-intensity-impulsive.html>

Figura 2 – Placa sanduiche com treliça piramidal.



(a) Estação ferroviária Charles de Gaulle situada em Paris.

Fonte: http://alltheclevernamesweretaken.blogspot.com.br/2010_05_01_archive.html



(b) Aeroporto Heathrow em Londres.

Fonte: <http://airchive.com/html/gallery.php?sec=airplanes-and-airports&alb=london-heathrow-international-airport-terminal-photos-planespotting-and-history-london-uk&query=Terminal%20&page=7>

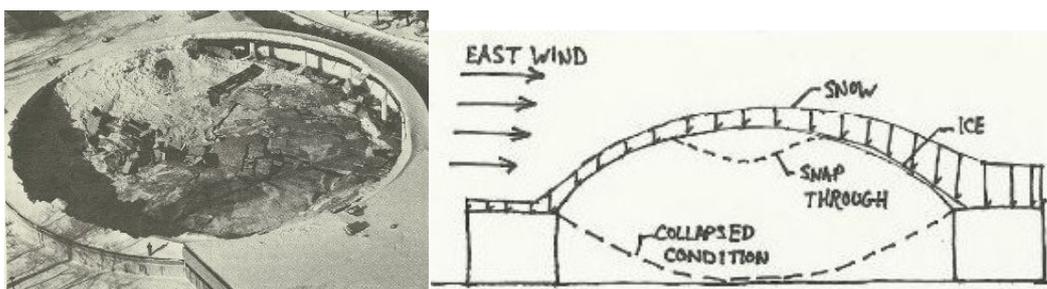


(c) Terminal de passageiros do Aeroporto Stansted em Londres.

Fonte: <http://www.building.co.uk/wonders-and-blunders-christina-seilern/5022981.article>

Figura 3 – Treliças piramidais invertidas usadas como apoios de estruturas de grande porte.

Vários acidentes de grandes proporções envolvendo estruturas espaciais abatidas e estruturas reticuladas são descritos na literatura técnica (Levy e Salvadore, 1987; De Souza, 2003), na Figura 4 mostra-se o acidente ocorrido em 1978 no auditório de uma faculdade em Brookville, em Nova York nos Estados Unidos. Tais eventos mostram o quanto à investigação do comportamento dinâmico não linear de estruturas espaciais abatidas é de vital importância na engenharia estrutural (Pinto e Gonçalves, 2002; Soliman e Gonçalves, 2003; Savi e Nogueira, 2010).



Fonte: <https://failures.wikispaces.com/C.%20W.%20Post%20College%20Auditorium%20Collapse>

Figura 4 – Instabilidade por *snap-through* – Auditório da faculdade C.W. Post.

Neste trabalho são estudadas as vibrações não lineares e a estabilidade de treliças espaciais abatidas de forma piramidal, assunto melhor detalhado posteriormente.

1.2 Revisão bibliográfica

Há pelo menos meio século a estabilidade de treliças espaciais abatidas tem sido objeto de pesquisas na engenharia estrutural. Vários foram os pesquisadores que já contribuíram para que a comunidade acadêmica apresente um maior domínio sobre o tema e assim beneficie a qualidade dos projetos desta classe de estruturas.

Huseyin (1972) propôs um método de análise para estimar a fronteira de estabilidade de um sistema estrutural simétrico, onde a perda de estabilidade está associada com a deformação que ocorre antes da flambagem da estrutura, baseando sua formulação em uma técnica de perturbação.

Abatan (1977) usa uma técnica de solução para melhorar a convergência e controle de erro na investigação da estabilidade estática e dinâmica de estruturas reticuladas espaciais sensíveis a imperfeições. A estrutura, por ele estudada, pode estar sujeita a parâmetros de carregamento independentes, assim como perturbações. A determinação dos parâmetros de estabilidade, incluindo o grau de equilíbrio de estabilidade, é ilustrada por meio de um modelo de domo geodésico.

Pecknold et al. (1985) esclarecem algumas características básicas associadas à perda de estabilidade por *snap-through* e bifurcação, e o comportamento após a flambagem de estruturas reticuladas. Para isso, apresentam e estudam detalhadamente soluções globais exatas para a resposta carga-deslocamento de uma treliça plana simples com duas barras.

Kassimali e Bidhendi (1987) estudam a resposta com grande deformação e a estabilidade de duas conhecidas configurações de treliças submetidas a cargas dinâmicas, treliça de duas barras e domo geodésico de vinte e quatro membros.

Ohkubo et al. (1987) desenvolvem um novo método de análise para treliças com não linearidade constitutiva e geométrica, utilizando princípios de energia e algoritmos de programação quadrática sequencial modificados.

Alves (1995) apresenta um procedimento numérico para o estudo da estabilidade elástica, de bifurcações dos caminhos de equilíbrio não lineares e da instabilidade sob efeito de imperfeições iniciais de estruturas reticuladas espaciais, via método dos elementos finitos.

Teh e Clarke (1999) apresentam um algoritmo para traçar o caminho de equilíbrio secundário de várias estruturas reticuladas com diferentes tipos de comportamento após a flambagem, o que pode ser útil para medir a sensibilidade a imperfeições geométricas ou no estudo da mudança da natureza do carregamento a partir do momento da flambagem da estrutura.

Pinto e Gonçalves (2002) estudaram o comportamento dinâmico não linear de um arco abatido e o efeito de um controle ativo não linear sobre a carga de flambagem do arco.

Toklu (2004) aplica o princípio da energia potencial mínima em seu algoritmo para realizar a análise não linear de treliças. Seus resultados mostram-se satisfatórios em problemas com não linearidade constitutiva e geométrica. Até então essa análise era feita principalmente através de condições de equilíbrio.

Ligaro e Valvo (2006) analisam o problema de equilíbrio estável para uma treliça espacial simples de forma piramidal. Para tanto é apresentada uma formulação exata considerando linearidade constitutiva, pequenas e moderadas deformações axiais nas barras e grandes deslocamentos nodais.

Greco e Venturini (2006) apresentam uma formulação que considera a não linearidade geométrica para análise da estabilidade de treliças espaciais. Essa formulação é baseada no método dos elementos finitos e descreve o problema por posições nodais e não por deslocamentos nodais.

Kwasniewski (2009) mostra o caminho de equilíbrio para a treliça de Von Mises com diferentes razões entre altura e largura, considerando modos de deformação não simétricos e tratando a estrutura como um sistema de dois graus de liberdade. Desta forma, descreve todos os possíveis caminhos de equilíbrio da treliça em questão, a localização dos pontos limites e das bifurcações, assim como a determinação dos estados de equilíbrio estável e instável, são também analisados.

Fan et al. (2010) analisam sete tipos de domos reticulados comumente usados com auxílio do programa ANSYS, com mais de 2000 casos com diferentes parâmetros e condições iniciais, assim como a não linearidade constitutiva e geométrica, além da relação entre elas.

Hindra (2010) estuda treliças com não linearidade geométrica para facilitar o projeto de estruturas e entender o comportamento de estruturas altamente flexíveis que suportam carregamentos maiores que o ponto limite e de repente

saltam para o outro estado de equilíbrio estável ainda permanecendo no regime elástico.

Savi e Nogueira (2010) investigam a resposta dinâmica de uma treliça de Von Mises de material com memória de forma, que exhibe não linearidade geométrica e constitutiva, destacando as vibrações não lineares e os fenômenos de *snap-through*.

Shon et al. (2013) estudam as características de carga crítica devido a geração do ponto e caminho de bifurcação, de acordo com imperfeições iniciais de treliça espacial abatida e domo em forma de estrela. Características da sensibilidade e carga crítica devido à bifurcação também foram estudadas.

1.3 Objetivos

Este trabalho faz parte da linha de pesquisa em Instabilidade e Dinâmica das Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio. O objetivo desta dissertação é investigar as oscilações não lineares e a instabilidade dinâmica de uma treliça espacial de forma piramidal composta por n barras.

Para realizar o estudo e compreender o comportamento não linear são utilizadas algumas ferramentas da dinâmica não linear, tais como, respostas no tempo e planos de fase, diagramas de bifurcação, perfis de energia e bacias de atração (Seydel, 1988; Nayfeh e Balachandran, 1995; Millon Jr., 1991; Machado, 1993; Del Prado, 2001). Recentemente, o uso de modos de vibração não lineares e medidas de integridade baseadas na topologia das bacias de atração têm sido usados para estudar as interações modais e segurança de sistemas não lineares sujeitos a carregamentos dinâmicos (Orlando, 2010; Gavassoni Neto, 2012).

Sendo o objetivo principal analisar o comportamento não linear de treliças piramidais abatidas, o presente trabalho dedica especial atenção ao comportamento axissimétrico da treliça sob cargas estáticas e dinâmicas verticais.

Fica clara, diante dos resultados, a importância da não linearidade na dinâmica e estabilidade da estrutura.

1.4 Escopo do trabalho

O presente trabalho constitui-se de seis capítulos, incluindo este de introdução, onde são apresentados conceitos básicos, revisão bibliográfica e objetivos da dissertação.

No capítulo 2, apresenta-se a formulação matemática utilizada para descrever o comportamento dinâmico não linear de uma treliça espacial de forma piramidal composta por n barras. São apresentadas as formulações para a análise estática e dinâmica.

O capítulo 3 mostra uma análise minuciosa da estabilidade estática do modelo em estudo.

No capítulo 4, apresenta-se o comportamento dinâmico para o caso de vibração livre. As equações de movimento são linearizadas em torno de uma configuração estática, são apresentadas as frequências naturais da estrutura descarregada e carregada e a relação frequência-amplitude. Tem-se ainda o estudo das soluções não lineares no plano de fase, respostas no tempo e bacias de atração para o problema não amortecido e amortecido. Finalmente, determina-se para este problema a relação não linear frequência-amplitude.

No capítulo 5, apresenta-se o comportamento dinâmico para o caso de vibração forçada. São consideradas, como carregamento dinâmico, cargas harmônicas verticais e um pré-carregamento estático. Efetua-se uma análise paramétrica usando-se diagramas de bifurcações, tendo como parâmetro de controle a frequência e a magnitude de excitação, respostas no plano de fase e bacias de atração das soluções coexistentes.

Finalmente, no Capítulo 6, são apresentadas as conclusões, bem como algumas sugestões para trabalhos futuros seguindo a mesma linha de pesquisa.