Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Carlos Henrique Lima de Castro

Vibrações não lineares e estabilidade de treliças piramidais abatidas

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Paulo Batista Gonçalves
Co-Orientador: Dr. Diego Orlando

Rio de Janeiro
Setembro de 2014

Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Carlos Henrique Lima de Castro

Vibrações não lineares e estabilidade de treliças piramidais abatidas

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Paulo Gonçalves Batista
Orientador
Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Dr. Diego Orlando
Co-Orientador
ENGEVIX

Prof. Raul Rosas e Silva
Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Carlos Magluta
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. José Eugênio Leal
Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 05 de setembro de 2014

Carlos Henrique Lima de Castro

Graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará (UFPA), em Belém - Pará - Brasil, em 2012.

Ficha Catalográfica

Castro, Carlos Henrique Lima de

Vibrações não lineares e estabilidade de treliças piramidais abatidas / Carlos Henrique Lima de Castro ; orientador: Paulo Batista Gonçalves ; co-orientador: Diego Orlando – 2014.

92 f. il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2014.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Treliças espaciais. 3. Estabilidade. 4. Vibrações não lineares. 5. Treliças piramidais. I. Gonçalves, Paulo Batista. II. Orlando, Diego. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

A minha avó, pelo apoio incondicional
na realização deste sonho.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus, pela concessão da vida e por toda sua bondade.

Ao professor, Paulo Batista Gonçalves, pelo apoio, paciência e compreensão a mim dedicados durante a realização deste trabalho.

Ao Diego Orlando, por sua disponibilidade e ajuda essenciais no decorrer de toda a pesquisa.

Aos professores que participaram da banca avaliadora.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio, pela entrega e dedicação na missão de repassar o conhecimento.

Aos meus pais, pelo amor e confiança em mim depositados, em especial ao meu pai, Marcos Castro, por se fazer presente mesmo nas ausências e por sempre me apoiar e me incentivar na busca pelos meus objetivos.

Aos meus irmãos, Aline Castro, Deborah Castro e Lourival Neto, pela amizade e parceria de sempre.

À minha família, base sólida onde encontrei e encontro apoio para seguir adiante, em especial à minha avó, Mirian Castro, que partiu antes da conclusão deste trabalho, mas foi um suporte indispensável durante todo o período longe de casa.

Aos amigos e colegas de curso, por demonstrarem companheirismo e amizade ao enfrentarem as mesmas dificuldades que eu.

Ao CNPq e à PUC-Rio, pelo apoio financeiro, sem o qual este trabalho não poderia ser realizado.

Enfim, a todos aqueles que de alguma forma me ajudaram na realização de trabalho.

Resumo

Castro, Carlos Henrique Lima de; Gonçalves, Paulo Batista; Orlando, Diego. **Vibrações Não Lineares e Estabilidade de Treliças Piramidais Abatidas.** Rio de Janeiro, 2014. 92p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Treliças espaciais de forma piramidal são um componente básico de diversas estruturas, incluindo desde nanoestruturas de carbono até domos geodésicos para cobertura de grandes espaços. Estas estruturas, tal como a treliça plana de von Mises, apresentam uma resposta altamente não linear na presença de cargas estáticas e dinâmicas. A não linearidade é particularmente significativa, mesmo para baixos níveis de carregamento, quando estas estruturas são abatidas. Neste trabalho apresenta-se uma formulação não linear exata para uma treliça piramidal composta de *n* barras e, a partir desta formulação, analisa-se a perda de estabilidade e vibrações não lineares destas estruturas sob cargas estáticas e dinâmicas. Para compreensão do comportamento não linear são usadas respostas no tempo e planos de fase, diagramas de bifurcação, perfis de energia e bacias de atração. Os resultados mostram a importância da não linearidade na dinâmica e estabilidade da estrutura.

Palavras-chave

Treliças espaciais; Estabilidade; Vibrações Não Lineares; Treliças piramidais.

Abstract

Castro, Carlos Henrique Lima de; Gonçalves, Paulo Batista (Advisor); Orlando, Diego (Co-Advisor). **Nonlinear Vibrations and Stability of Shallow Pyramidal Trusses.** Rio de Janeiro, 2014. 92p. M.Sc. Dissertation – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Spatial trusses in the form of a regular pyramid are a basic configuration of many structures, from carbon nanostructures to geodesic domes used as roof of large spaces. These structures, as the planar von Mises truss, present a highly nonlinear response when submitted to static and dynamic loads. The nonlinearity is particularly significant when these structures are shallow, even when low load levels are applied. This paper presents a exact nonlinear formulation for a pyramidal truss made of *n* equal bars and analyze the loss of stability and nonlinear vibrations of the structure under static and dynamic loads. To understand to nonlinear behavior of the pyramidal truss, time responses, phase planes, bifurcation diagrams, energy profiles and basins of attraction are used. The results show the importance of the nonlinearity in the dynamics and stability of the structure.

Keywords

Spatial trusses; Elastic stability; Nonlinear vibrations; Pyramidal trusses.

Sumário

Lista de figuras

Lista de tabelas

Lista de símbolos

n,	número de barras da treliça;
H,	altura da treliça;
B,	raio do círculo que circunscreve os pontos da base;
L,	comprimento de cada barra da treliça;
$\boldsymbol{P}$,	vetor de carregamento;
$\boldsymbol{X}_s$,	coordenadas para o nó superior da treliça, na configuração indeformada;
$\boldsymbol{X}_i$,	coordenadas para os nós da base da treliça, na configuração indeformada;
$\boldsymbol{x}_s$,	coordenadas para o nó superior da treliça, na configuração deformada;
$\boldsymbol{x}_i$,	coordenadas para os nós da base da treliça, na configuração deformada;
$\boldsymbol{u}$,	vetor deslocamento do nó superior da treliça;
ε_i,	deformação específica axial de cada barra da treliça;
σ_i,	tensão normal de cada barra da treliça;
W,	energia interna de deformação;
V,	energia potencial gravitacional devida ao carregamento;
Π,	energia potencial total da treliça;
T,	energia cinética da treliça;
$\bar{r}$,	deslocamento na direção r do sistema cilíndrico;
θ,	deslocamento na direção θ do sistema cilíndrico;
w,	deslocamento na direção z do sistema cilíndrico;
$w_{,\tau}$,	velocidade na direção z do sistema cilíndrico;
w_i,	raízes relativas às duas posições de equilíbrio estável e a posição de equilíbrio instável;
$\bar{P}_z$,	carregamento estático aplicado à treliça;
P_{cr},	carregamento crítico adimensional;
P_{crlim},	carregamento crítico dimensional;
N,	esforço normal em cada barra da treliça;

$\Delta\pi$,	variação da energia potencial do sistema;
δ,	grau de abatimento da estrutura;
$\omega_{\bar{r}}$,	frequência natural na direção $\bar{r}$;
ω_{θ},	frequência natural na direção θ;
ω_{w},	frequência natural na direção w;
ω_{0},	frequência natural mínima;
C,	constante que representa a energia do sistema para um dado par de condições iniciais;
C_{lim},	energia do ponto de sela de onde partem as duas órbitas homoclínicas que delimitam os dois vales potenciais;
ξ,	fator de amortecimento;
$\bar{Q}_z$,	carga harmônica vertical;
F,	magnitude da carga harmônica vertical;
Ω,	frequência da carga harmônica vertical.