

6. Conclusões

Esta tese se concentrou no desenvolvimento de um procedimento de previsão de carga horária de curto prazo (um dia à frente) através de árvore de decisão. Este procedimento divide-se em três etapas: a classificação do perfil em PU (por redes neurais), a discriminação/previsão do perfil em PU (por árvore de classificação) e a previsão da demanda média (por árvore de regressão). Neste procedimento de previsão foram empregados os dados de carga e as temperaturas passadas.

Através da classificação dos dados de carga, empregando redes neurais, foram identificados nove grupos de curvas típicas: Dia Útil-Típico de verão 1, Dia Útil-Típico de verão 2, Sábado-Típico de verão, Domingo-Típico de Verão, Dia Útil-Típico de inverno 1, Dia Útil-Típico de inverno 2, Dia Útil-Típico de inverno 3, Sábado-Típico de inverno e Domingo-Típico de inverno. Os dias relativos aos feriados e aos feriados pontes foram classificados, respectivamente, como domingo e sábado.

Empregou-se a informação de tipos de perfis típicos na árvore de classificação, além de razões das médias de carga da madrugada e da noite e das temperaturas máximas e mínimas do dia anterior, para discriminar os perfis em PU dos dias previstos.

Após a discriminação do perfil em PU para o dia previsto, empregou-se esta informação como entrada da árvore de regressão para prever a demanda média deste dia e por fim, compor a carga horária prevista através da previsão de perfil e previsão de demanda média.

Durante a análise dos resultados, observou-se que o modelo proposto apresentou um melhor desempenho, quando comparado com o modelo proposto por Lourenço (1998) e o modelo proposto por Sobral (1999). No entanto, sua principal vantagem é empregar como informação meteorológica, temperatura mínima e máxima passada e não prevista como os demais modelos de previsão de

carga. Isto representa um benefício para as concessionárias, já que na realidade brasileira as concessionárias não apresentam previsões de temperatura horária.

Por fim, mas não menos importante, ressalta a necessidade de uma maior atenção à aquisição, qualidade e consistência dos dados a serem empregados na previsão, por parte das empresas do setor elétrico. Pois uma previsão acurada depende tanto da qualidade dos dados quanto do modelo proposto.

6.1. Trabalhos Futuros

Uma possibilidade de trabalho futuro seria a busca de um melhor classificador, já que o algoritmo utilizado nesta tese foi o Mapa Auto-Organizável de Kohonen, que originalmente não foi proposto para problemas de classificação.

Na mesma linha de identificação de grupos, temos a questão do grupo “Típico de Inverno 1” merecer uma árvore de decisão específica. Esta árvore identificaria dois grupos: Transição do verão para inverno e Transição do inverno para verão.

O efeito do classificador conduz, naturalmente, a existência de modelos distintos para cada grupo identificado. No entanto, a árvore de regressão foi treinada com todos os dias do ano de 1997, ou seja, matriz de dados 365x 24. Inicialmente, tentou-se treinar a árvore de regressão para cada grupo de curva de carga, mas caímos no problema de parada obrigatória da árvore logo nos primeiros níveis, devido à limitação do número de observações. Algumas soluções possíveis para driblar esta situação serão mencionadas a seguir.

“As árvores de regressão são simplesmente árvores de decisão aplicadas à análise de séries temporais, logo qualquer sistema que aprende árvores de decisão com regressões lineares nas folhas podem ser usados para construir uma árvore de regressão” (Meek, Chickering e Heckerman).

A citação, mencionada anteriormente, abre perspectivas para futuros trabalhos, como por exemplo: aplicação de regressão bayesiana ou regressão ponderada, já que estes tipos de regressão nada mais são que uma extensão da regressão linear. A regressão bayesiana poderia considerar a priori informação do grupo da curva de carga. A regressão ponderada atribuiria um peso maior para o grupo de curva de carga, por exemplo.

Uma outra possibilidade seria tratar dados categóricos, através de regressão categórica, já que os grupos poderiam ser encarados como variáveis categóricas.

Tais possibilidades de métodos alternativos de regressão podem retratar melhor a peculiaridade de cada grupo e levar a uma maior precisão nas previsões e, conseqüentemente, diminuição dos erros.

Uma outra linha de pesquisa seria a escolha da variável decisória na árvore de regressão. Ao invés de rodar todo o procedimento de busca da variável de entrada a ser explorada (pois realizamos este procedimento para todas as variáveis de entrada no TS-TARX), poderíamos escolher a variável de entrada a ser explorada através de alguma medida de entropia. Isto nos levaria a uma diminuição no tempo computacional, já que este tempo é pouco penalizado pelo número de observações dentro da amostra, devido ao método de regressão recursiva e muito penalizado pela quantidade de variáveis de entrada a serem exploradas.

Uma outra melhora no desempenho computacional do procedimento do TS-TARX seria o emprego da Regressão “Stepwise” ao invés do Teste Simultâneo para os Coeficientes de Regressão na escolha do Modelo Reduzido (Neter, 1974). A regressão “Stepwise” foi desenvolvida para economizar esforço computacional, pois não requer o cálculo de todas as regressões possíveis como no Teste Simultâneo para os Coeficientes de Regressão.

Por fim, na árvore de regressão, além dos perfís das 24 horas como variáveis de entrada, poderíamos empregar, também, temperaturas.

7. Referências Bibliográficas

Abu el-Magd, M.A ; Sinha, N. K., *Short-term Load Demand Modeling and Forecasting: A Review*, IEEE Trans. SMC-12, nº 3, 1982, pp. 370-382.

Adya, M., Collopy, F., *How Effective are Neural Networks at Forecasting and Prediction? A Review and Evaluation*, Journal of Forecasting, nº 17, 1998.

Almuallin, H., *An Efficient Algorithm for Optimal Pruning of Decision Trees*, Artificial Intelligence, nº 83, 1996.

Aranha, C., Veiga, A., *Tree Structured – Threshold Autoregression with eXternal variables*, Dissertação de Mestrado, PUC-RIO, 2001.

Bakirtzis, A.G., Petridis, V., Klartzis, S.J., Alexiadis, M.C., Maissis, A.H., *A Neural Network Short-Term Load Forecasting Model for the Greek Power System*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, nº 2, may,1996.

Bakirtzis, A.G., Theocharis, J.B., Kiartzis, S.J., Satsios, K.J., *Short Term Load Forecasting using Fuzzy Neural Networks*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 10, nº 3, august,1995.

Barakat, E.H., Al-Qasem, J.M., *Methodology for Weekly Load Forecasting*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, nº 4, november,1998.

Benítez, J.M., Castro, J.L., Requena, I., *Are Artificial Neural Networks Black Boxes?*, IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 8, nº 5, september, 1997.

Bewley, R., *Mr. Henri Theil: an interview with the International Journal of Forecasting*, International Journal of Forecasting, vol. 16, nº 1, january-march, 2000.

Biggs, D.; deVilleville, B. ; Suen, E., *A Method of Choosing Multiway Partitions for Classification and Decision Trees*, Journal of Applied Statistics, 18(1), 49-62, 1991.

Birkes, D., Dodge, Y., *Alternative Methods of Regression*, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, 1993.

Box, G. E. P.; Jenkins, G. M., *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, San Francisco, Holden-Day, 1970.

Breiman, L.; Friedman, J.H., Olshen R.A; Stone, C.J., *Classification and Regression Trees*, Wadsworth Int. Group, Belmont, California, USA, 1984.

Bunn, D. W., Farmer, E. D., *Comparative Models for Electrical Load Forecasting*, Chichester, John Wiley & Sons, 1985.

Casals, J., Jerez, M., Sotoca, S., *Exact Smoothing for Stationary and Non-Stationary Time Series*, International Journal of Forecasting, vol. 16, nº 1, january-march, 2000.

Charytoniuk, W., Chen, M.S., Olinda, P.V., *Nonparametric Regression based Short-Term Load Forecasting*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, nº 3, august,1998.

Charytoniuk, W., Niebrzydowski, J., *Confidence Interval Construction for Load Forecast*, Electric Power Systems Research, nº 48, 97-103, june, 1998.

Chen, C.S., Tzeng, Y.M., Hwang, J.C., *The Application of Artificial Neural Networks to Substation Load Forecasting-*, Electric Power Systems Research, nº 38, 1996.

Chickering, D., Meek C., Rounthwaite, R., *Efficient Determination of Dynamic Split Points in a Decision Tree*. In Proceeding of the 2001. IEEE International Conference on Data Mining, pages 91-98, San Jose, CA, november 2001. IEEE Computer Society

Chipman H., George E., McCulloch, R., *Bayesian Tree Models to Appear in Machine Learning*, Technical Report http://bevo2.bus.utexas.edu/GeorgeE/Research_papers/treed-models.pdf , University of Waterloo, 2001.

Chou, P.A., *Optimal Partitioning for Classification and Regression Trees*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 13, nº 4, 1991.

Choueiki, M.H., Mount-Campbell, C.A., Ahalt, S.C., *Implementing a Weighted Least Squares Procedure in Training a Neural Network to Solve the Short-Term Load Forecasting Problem*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, nº 4, november,1997.

Choueiki, M.H., Mount-Campbell, C.A., *Building a Quasi-Optimal Neural Network to Solve the Short-Term Load Forecasting Problem*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, nº 4, November,1997.

Chow, T.W.S., Leung, C.T., *Neural Network based Short-Term Load Forecasting using Weather Compensation*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, nº 4, november,1996.

Chow, T.W.S., Leung, C.T., *Nonlinear Autoregressive Integrated Neural Network Model for Short-Term Load Forecasting*, IEE Proc. Gener. Transm. Distrib., vol. 143, nº 5, september,1996.

Cooper, S.J., *Multiple Regimes in U.S. Output Fluctuations*, Journal of Business and Economic Statistics, 92-100, 1998.

Cottrell, M., Girard, B., Girard, Y., Mangeas, M., Muller, C., *Neural Modeling for Time Series: A Statistical Stepwise Method for Wight Elimination*, IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 6, nº 6, november,1995.

Cottrell, M., Girard, B., Rousset, P., *Forecasting of Curves using a Kohonen Classification*, Journal of Forecasting, nº 17, 1998.

Daneshdoost, M., Lotfalian, M., Bumroonggit, G., *Neural Network with Fuzzy Set-basead Classification for Short-Term Load Forecasting*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, nº 4, november,1997.

Darbellay, G.A., Slama, M., *Forecasting the Short-Term Demand for Electricity: Do Neural Networks Stand a Better Chance?*, International Journal of Forecasting, vol. 16, nº 1, january-march, 2000.

Dash, P.K., Satpahy, H.P., Liew, A.C., Rahman, S., *A Real-Time Short-Term Load Forecasting System using Functional Link Network*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, nº 2, may,1997.

Dawid, P. *Statistical Theory. The Prequential Approach (with discussion)*. Journal of the Royal Statistical Society A, 147: 278-292, 1984.

De Groot, M. H., *Probability and Statistics*, California: Addison-Wesley, 1975.

De Groot, M. H., *Optimal Statistical Decisions*, McGraw-Hill, New York, 1970.

Djukanovic, M.; Babic, B.; Sobajic, D. J.; Pao, Y-H., *Unsupervised/Supervised Lerning Concept for 24 Hour Load Forecasting*, IEE Proc. - C, Generation, Transmission and Distribution, vol. 140, nº 4, july 1993, pp. 311-318.

Douglas, A.P., Breipohl, A.M., Lee, F.N., Adapa, R., *The Impacts of Temperature Forecast Uncertainty on Bayesian Load Forecasting*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, nº 4, november,1998.

Drezga, I., Rahman, S., *Input Variable Selection for ANN-Basead Short-Term Load Forecasting*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, nº 4, November,1998.

El-Keib, A.A., Ma, X., Ma, H., *Advancement of Statistical based Modeling Techniques for Short-Term Load Forecasting*, Electric Power Systems Research, nº 35, 1995.

El-Sharkawi, M.A., Peng, P., Marks II, R.J., *Short-Term Peak Load Forecast using a Neuro-Fuzzy Model*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, nº 4, november, 1997.

Esposito, F., Malerba, D., Semeraro, G., *A Comparative Analysis of Methods for Prunning Decision Trees*, IEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997.

Fan, J.Y., McDonald, J.D., *A Real-Time Implementation of Short-Term Load Forecasting for Distribution Power Systems*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 9, nº 2, may, 1994.

Friedman, J., *A tree-Structured Approach to nonparametric Multiple Regression. Smoothing Techniques for Curve Estimation*, Gasser & Rosenblatt (eds), 5-22 Springer. New York, 1979.

Friedman, J., *Multivariate Adaptive Regression Splines*. Annals os Statistics, 19, 1991.

Gershenfeld, N., Weigend, A., *The Futre of Time Series: Learning and Understanding*. In *Time Series Prediction*, pages 1-70. Addison Wesley, New York, 1994.

Ghosh, S., Lien, D., *Forecasting with Preliminary*, Journal of Forecasting, vol. 16, 1997.

Hagan, M.T., Behr, S.M., *The Time Series Approach to Short Term Load Forecasting*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 2, nº 3, july, 1987.

Haida, T., Shoichi, M., *Regression based Peak Load Forecasting using a Transformation Technque*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 9, nº 4, november, 1994.

Haking, S., *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, MacMillan College, Publishing Company, 1984.

Hamilton, J., *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994.

Hippert, H., *Previsão de Cargas a Curto Prazo - Uma Avaliação de Viabilidade do Uso de Redes Neurais Artificiais*, Tese de Doutorado, PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, março, 2001.

Ho, S.L., Xie, M., Goh T.N., *A Comparative Study of Neural Network and Box-Jenkins ARIMA Modeling in Time Series Prediction*, Computers & Industrial Engineering, january, 2002.

Hsu, Y.Y., Ho, K.L., *Fuzzy Expert Systems: an Application to Short-Term Load Forecasting*, IEE Proceedings-C, vol. 139, nº 6, november,1992.

Hsu, Y.Y., Yang, C.C., *Design of Artificial Neural Networks for Short-Term Load Forecasting. Part I: Self-Organizing Feature Maps for Day Type Identification*, IEE Proceedings-C, vol. 138, nº 5, september,1991.

Hsu, Y.Y., Yang, C.C., *Design of Artificial Neural Networks for Short-Term Load Forecasting. Part II: Multilayer Feedforward Networks for Peak Load and Valley Load Forecasting*, IEE Proceedings-C, vol. 138, nº 5, september,1991.

Huang, S.R., *Short-Term Load Forecasting Using Threshold Autoregressive Models*, IEE Proc-Gener Transm Distrib. 144: (5) 477-481, 1997.

Hyde, O., Hodnett P.F., *An Adaptable Automated Procedure for Short-Term Electricity Load Forecasting*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, nº 1, february,1997.

IEEE Commitee, *Load Forecasting Bibliography*, IEEE Trans. on Power Apparatus and System, vol. 99, nº 1, 1980.

Irving, M.R., Macqueen, C.N., *Robust Algorithm for Load Estimation in Distribution Networks*, IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol. 145, nº 5, september,1998.

Ju, P., Handschin, E., *Identifiability of Load Models*, IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol. 144, nº 1, january,1997.

Junior, A.L.A., Vasconcelos, G.C., *Previsão de Demanda Máxima Mensal baseada em Redes Neurais*, XV SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - Foz do Iguaçu - PR – outubro, 1999.

Kalogirou, S.A., *Applications of Artificial Neural Networks in Energy Systems: A Review*, Energy Conversion & Management, vol. 40, 1999.

Kandil, M.S., El-Debeiky, S.M., *Long-Term Load Forecasting for Fast Developing Utility Using a Knowledge-Based Expert System*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, nº 2, may, 2002.

Karalic, A, *Employing Linear Regression in Regression Tree Leaves*, In Proceedings of ECAI-92, pages 440-441, John Wiley & Sons, 1992.

Karalic, A., Cestnik, B., *The Bayesian Approach to Tree-Structured Regression*, In Proceedings of ITI-1991.

Kawabata, T.H., *Um Novo Modelo Híbrido para Previsão Horária de Cargas Elétricas no Curto Prazo*, Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, abril, 2002.

Khotanzad, A., Davis, M.H., Abaye, A., *An Artificial Neural Network Hourly Temperature Forecaster with Applications in Load Forecasting*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, nº 2, may,1996.

Kiartzis, S.J., Zoumas, C.E., Theocharis, J.B., Bakirtzis, A.G., Petridis, V., *Short-Term Load Forecasting in an Autonomous Power System using Artificial Neural Networks*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, nº 4, november,1997.

Kim, K-H., Park, J-K., Hwang, K-J., Kim, S-H., *Implementation of Hybrid Short-Term Load Forecasting System using Artificial Neural Networks and Fuzzy Expert Systems*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 10, nº 3, august,1995.

Kodogiannis, V.S., Anagnostakis, E.M., *A Study of Advanced Learning Algorithms for Short-Term Load Forecasting*, Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 12, 1999.

Koreisha, S.A., Fang, Y., *The Impact of Measurement Errors on ARMA Prediction*, Journal of Forecasting, vol. 18, 1999.

Lamas, A. I., *Sistemas Neuro-Fuzzy Hierárquico BSP para Previsão de Extração de Regras Fuzzy em Aplicações de Minerações Dados*, Dissertação de Mestrado, PUC-Rio , 2000.

Lamedica, R., Prudenzi, A., Sforza, M., Caciotta, M., Cencelli, V.O., *A Neural Network based Technique for Short-Term Forecasting of Anomalous Load Periods*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, nº 4, november,1996.

Lee, HM., Chen, KH., Jiang, I-F., *A Neural Network Classifier with Disjunctive Fuzzy Information*, Neural Networks, vol. 11, 1998.

Lee, K.Y., Cha, Y.T., Park, J.H., *Short-Term Load Forecasting using an Artificial Neural Network*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 7, nº 1, february,1992.

Lewis, P., Ray, B., Stevens, J., *Modeling Time Series by Using MARS. In time Series Prediction*, pages 297-318. Addison Wesley, New York, 1994

Lima, W.S., Castro, L.N., Ohishi, T., *Mapas Auto-Organizáveis Não-Paramétricos para Análise da Influência Climática em Curvas de Carga*, XV SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - Foz do Iguaçu - PR – outubro, 1999.

Liu, K., Subbarayan, S., Shoults, R.R., Manry, M.T., et al., *Comparison of Very Short-Term Load Forecasting Techniques*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, nº 2, may,1996.

Lourenço, P.M., *Um Modelo de Previsão de Curto Prazo de Carga Elétrica combinando Métodos Estatísticos e Inteligência Computacional*, Tese de Doutorado, PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, junho, 1998.

Madan, S., Bollinger, K.E., *Applications of Artificial Intelligence in Power Systems*, Electric Power Systems Research, nº 41, 1997.

Marra, W., Lage, W.F., Miranda, C.A.S., *Previsão de Carga de Curto Prazo*, XV SNTPEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - Foz do Iguaçu - PR – outubro, 1999.

Mastorocostas, P.A., Theocharis, J.B., Bakirtzis, A.G., *Fuzzy Modeling for Short Term Load Forecasting using the Orthogonal Least Squares Method*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, nº 1, february, 1999.

Medeiros, L., *Associação entre Clientes e Redes no Sistema Elétrico de Distribuição*, Dissertação de Mestrado, PUC-RIO, Departamento de Engenharia Elétrica, março 1999.

Medeiros, M.C., *Modelos com Múltiplos Regimes para Séries Temporais: Limiares, Transições Suaves e Redes Neurais*, Tese de Doutorado, PUC-RIO, Departamento de Engenharia Elétrica, agosto, 2000.

Meek, C., Chickering D. M., Heckerman D., *Autoregressive Tree Models for Time-Series Analysis*.

Mitchell, T.M., *Machine Learning*, McGraw-Hill, 1997.

Mohammed, O., Park, D., Merchant, R., Dinh, T., Tong, C., Azeem, A., *Practical Experience with an Adaptive Neural Network Short-Term Load Forecasting System*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 10, nº 1, february, 1995.

Montgomery, D.C., Johnson, L.A., *Forecasting and Time Series Analysis*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1976.

Mori, H., Kobayashi, H., *Optimal Fuzzy Inference for Short-Term Load Forecasting*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, nº 1, february, 1996.

Morita, H., Kase, T., Tamura, Y., Iwamoto, S., *Interval Prediction of Annual Maximum Demand Using Grey Dynamic Model*, Electrical Power & Energy Systems, vol. 18, nº 7, pp.409-413, 1996.

Moulin, L.S., Silva, A.P.A., *Neural Network based Short-Term Electric Load Forecasting with Confidence Intervals*, Proceedings of the IV Brazilian Conference on Neural Networks – São José dos Campos - SP - julho, 1999.

Neter, J., Wasserman, W., *Applied Linear Statistical Models*, Richard D. Irwin, 1974.

Oliver, J.J., *Decision Graphs - an Extension of Decision Tree*, In Proceedings of the fourth International Workshop on Artificial Intelligence and Statistics, 343-350.

Papadakis, S.E., Theocharis, J.B., Kiartzis, S.J., Bakirtzis, A.G., *A Novel Approach to Short-Term Load Forecasting using Neural Networks*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, nº 2, may,1998.

Park, D.C., El-Sharkawi, M.A., Marks, R.J., *Electric Load Forecasting using an Artificial Neural Network*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 6, nº 2, may,1991.

Park, J.H., Park, Y.M., Lee, K.Y., *Composite Modeling for Adaptive Short-Term Load Forecasting*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 6, nº 2, may,1991.

Piras, A., Germond, A., et al., *Heterogeneous Artificial Neural Network for Short Term Electrical Load Forecasting*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, nº 1, february,1996.

Quinlan, J.R., *Discovering Rules by Induction from Large Collections of Examples - Experts Systems in the Micro Electronic Age*, Edinburgh University Press, 1979.

Quinlan, J.R., *Learning with Continuous Classes*, In Proceedings of the 5th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence, pages 343-348. World Scientific, 1992.

Ranaweera, D.K., Hubele, N.F., Papalexopoulos, A.D., *Application of Radial Basis Function Neural Network Model for Short-Term Load Forecasting*, IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol. 142, nº 1, january,1995.

Roa-Sepulveda, C.A., Herrera, M., *A Solution to the Economic Dispatch Problem using Decision Trees*, Electric Power Systems Research, nº 56, april, 2000.

Robnik-Sikonja, M., Kononenko, I., *An Adaptation of Relief for Attribute Estimation in Regression*, Proceeding of ICML - 1997.

Robnik-Sikonja, M., Kononenko, I., *Pruning Regression Trees with MDL*, Proceeding of ECAI - 1998.

Sadownik, R., Barbosa, E.P., *Short-Term Load Forecasting of Industrial Electricity Consumption Brazil*, Journal of Forecasting, vol. 18, 1999.

Sargunraj, S., Gupta, D.P.S., Devi, S., *Short-Term Load Forecasting for Demand Side Management*, IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol. 144, nº 1, january,1997.

Seber, G.A. F., *Linear Regression Analysis*, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, 1977.

Senjyu, T., Higa, S., Uezato, K., *Future Load Curve Shaping based on Similarity using Fuzzy Logic Approach*, IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol. 145, nº 4, july, 1998.

Sforna, M., *NEUFOR: a tool for the online short-term load forecasting*, Electric Power Systems Reseach, nº 48, april, 1998.

Sharaf, A.M., Tjing, T.L., *A Novel Neuro-Fuzzy based Self-Correcting online Electric Load Forecasting*, Electric Power Systems Reseach, nº 34, 1995.

Silva, H.F., *Um Sistema Integrado de Monitoração e Previsão de Carga Elétrica de Curto Prazo*, Tese de Doutorado, PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, abril, 2001.

Silveira, A.M.P.A., Ribeiro, A., Pinto, L.M.V.G., *Comercialização da energia: ponto de vista do consumidor, da empresa e do produtor*, XIV SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Belém - PA, outubro, 1997.

Soares, A.P., *Utilização de Variáveis Meteorológicas na Previsão de Carga através de Redes Neurais*, XV SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - Foz do Iguaçu - PR – outubro, 1999.

Sobral, A.P.B., *Modelo de Previsão Horária de Carga Elétrica para a Light*, Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, março, 1999.

Söder, L., *Explaining Power System Operation to Nonengineers*, IEEE Power Engineering Review, April 2002.

Souza, R. C.; Camargo, M. E., *Análise e Previsão de Séries Temporais: Os Modelos ARIMA*, SEDIGRAF, 1996.

Souza, R. C.; Pereira, F.; Sobral, A.; Kawabata, T. H., *Previsão Horária de Carga Própria da LIGHT*, Relatório Interno LIGHT/MSPD, Fevereiro 2001.

Souza, R.C., *“Métodos Automáticos de Amortecimento Exponencial para Previsão de Séries Temporais”*, Monografia GSM-10/83, maio 1983.

Srinivasan, D., Chang, C.S., Liew, A.C., *Demand Forecasting using Fuzzy Neural Computation, with Special Emphasis on Weekend and Public Holiday Forecasting*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 10, nº 4, november, 1995.

Srinivasan, D., Tan, S.S., Chang, C.S., Chan, E.K., *Practical Implementation of a Hybrid Fuzzy Neural Network for one-day-ahead Load Forecasting*, IEE Proc. Gener. Transm. Distrib., vol. 145, nº 6, november, 1998.

Swarup, K. S., Satish, B., *Integrated ANN Approach to Forecast Load*, IEEE Computer Application in Power, vol.15, nº 2, april, 2002.

Tamimi, M., Egbert, R., *Short Term Electric Load Forecasting via Fuzzy Neural*, Electric Power Systems Reseach, nº 56, march, 2000.

Tashman, L.J., *Out-of-Sample Tests of Forecasting Accuracy: an analysis and review*, International Journal of Forecasting, vol. 16, nº 4, january-march, 2000.

Taylor, J.W., *Evaluating Volatility and Interval*, Journal of Forecasting, vol. 18, 1999.

Tong, H., *Threshold Models in Nonlinear Time Series Analysis*, Springer-Verlag, New York, 1983.

Torgo, L.F.R., *Functional Models for Regression Tree Leaves*, In Proceeding of the International Conference on Machine Learning - ICML , 1997.

Torgo, L.F.R., *Indutive Learning of Tree-Basead Regression Models* , <http://www.ncc.up.pt/~ltorgo/papers/list-report.html> , Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal, 2000.

Tsay, R., *Testing and Modeling Threshold Autoregressive Processes*. Journal of the American Statistical Association 84: 231-240, 1989.

Velasquez, R.M.G., et al., *Técnicas de Classificação para Caracterização da Curva de Carga de Empresas de Distribuição de Energia - Um Estudo Comparativo*, Proceeding of Brazilian Conference on Neural Networks - V Congresso Brasileiro de Redes Neurais, Rio de Janeiro, pp. 133-138, abril, 2001.

Wehenkel, L., *Automatic Learning Techniques in Power Systems*, Kluwer Academic Publishers, 1998.

Wehenkel, L., *Statistical Approach to The Identification of Electrical Regions in Power Systems*, Stockolm Power Tech Conference, Swedem, june 18-22, 1995.

Wu, H., Lu, C., *A Data Mining Approach for Spatial Modeling in Small Area Load Forecast*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, nº 2, may, 2002.

Yang, H.-T., Huang, C.-M., Huang, C.-L., *Identification of ARMAX Model for Short Term Electrical Load Forecasting: An Evolutionary Programming Approach*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, nº 1, february, 1996.

Yoo, H., Pimmel, R.L., *Short Term Load Forecasting using a Self-Supervised Adaptive Neural Network*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, nº 2, may,1999.

Yu, Z., *A Temperature Match based Optimization Method for Daily Load Prediction considering DLC Effect*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, nº 2, may,1996.

Zhang, G., Patuwo, B.E., Hu, M.Y., *Forecasting with Artificial Neural Networks: The State of the Art*, International Journal of Forecasting, vol. 14, 1998.

Zheng, T., Girgis, A.A., Makram, E.B., *A Híbrid Wavelet-Kalman Filter Method for Load Forecasting*, Electric Power Systems Reseach, no 54, 2000.

Zighed, D. A, Rakotomalala, R., *Graphes d'Induction. Apprentissage et Data Mining*, Hermes Science Publications, Paris, 2000.

Anexos

8 **Anexos**

ANEXO I - LIGHT Serviços de Eletricidade S.A

A LIGHT é uma empresa de distribuição e geração de energia e sua área de concessão abrange 31 municípios no estado do Rio de Janeiro, incluindo a capital. A LIGHT tem 19,05% de participação do mercado de distribuição no Sistema Nacional de Energia (Aneel - Fevereiro/2002) e que corresponde à 75% deste mercado no estado do Rio de Janeiro. Atualmente, produz em suas usinas cerca de 14% do total da energia que distribui e o restante provém de Furnas e Itaipu; até 2003 pretende-se dobrar sua capacidade de geração própria (Relatório Anual Light/2001).

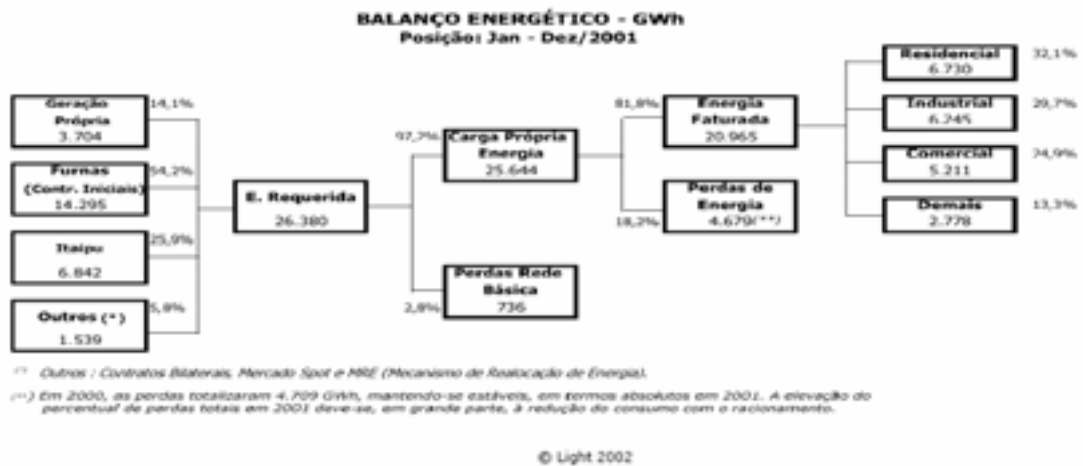


Figura 14 - Área de concessão da Light e Balanço Energético

Para descrever as características da série de cargas da concessionária em questão, usaremos uma série de cargas horárias da cidade do Rio de Janeiro entre os anos de 1995 e 1998. Deve-se mencionar que, a maior parte dessas

características é particularidade da série apresentada, por isso deve-se realizar o mesmo tipo de análise para série de cargas de outras concessionárias e captar suas peculiaridades.

A seguir, tem-se a demanda média diária para os anos de 1995, 1996, 1997 e 1998. Cada quadrante da Figura 15, separada por linhas pontilhadas, representa os respectivos anos.

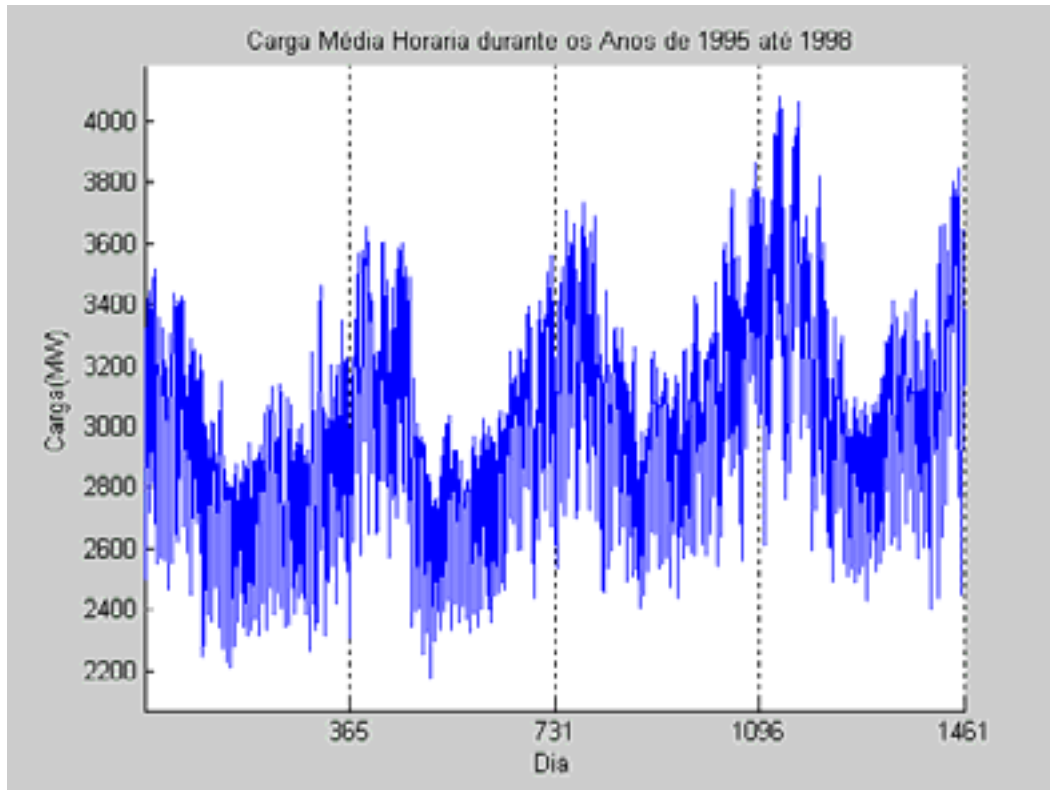


Figura 15 - Carga Média Diária

As séries de cargas elétricas são sempre bastante complexas, por exibirem vários níveis de sazonalidade superpostos. Há primeiramente um ciclo sazonal anual como pode ser visto na figura anterior.

No Rio de Janeiro, as cargas são mais altas nos primeiros meses do ano (meses mais quentes - “Verão”) e mais baixas nos meses do meio de ano (meses mais frios - “Inverno”). Este padrão, que pode ser visualizado melhor na figura a seguir, se explica pelo uso intenso de aparelhos de ar condicionado nos meses mais quentes.

Verifica-se, também, na Figura 16 um ciclo semanal que varia ao longo do ano. Nesta figura, observa-se que, os dias de segunda e dias úteis (terça-feira até

sexta-feira) têm perfis bastante parecidos entre si, diferenciando apenas pela madrugada (a madrugada da segunda-feira é mais baixa). No entanto, finais de semana (sábado e domingo) são diferentes. Uma outra característica relevante é que, os perfis semanais são diferentes para “Inverno” e “Verão”.

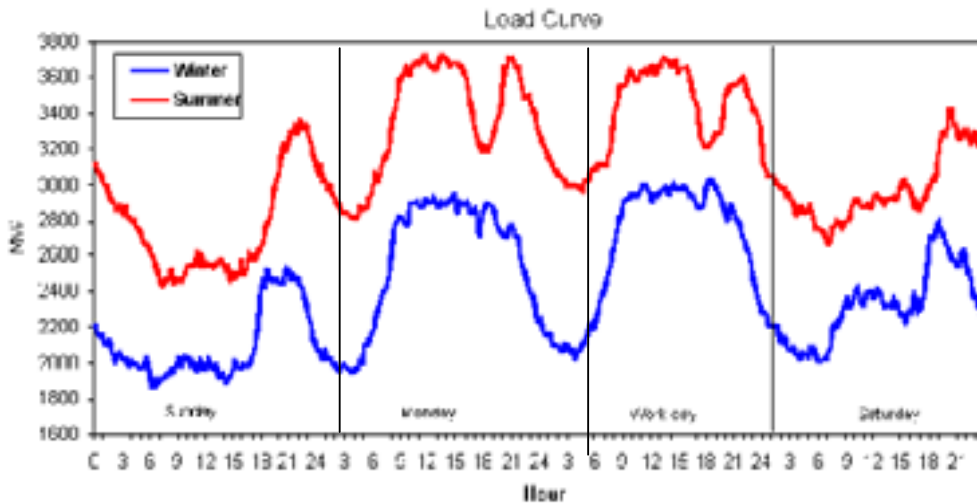
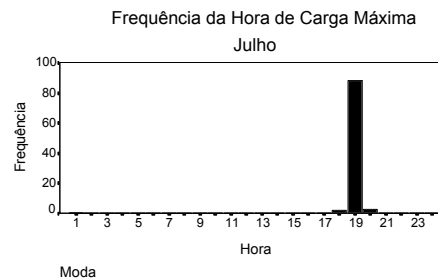
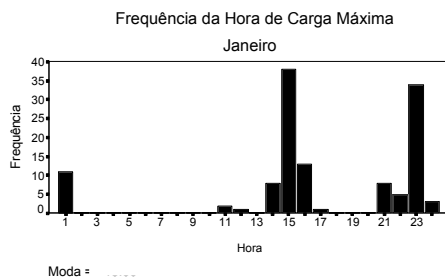


Figura 16 - Perfis da Curva de Carga

Um outro fator que merece destaque, é o horário de ponta ao longo do ano que pode ser observado na figura abaixo. Meses como Abril, Maio, Junho, Julho, Agosto, Setembro e Outubro apresentam, basicamente, um horário de ponta. No entanto, meses como: Janeiro, Fevereiro, Março, Novembro e Dezembro apresentam dois horários de ponta.



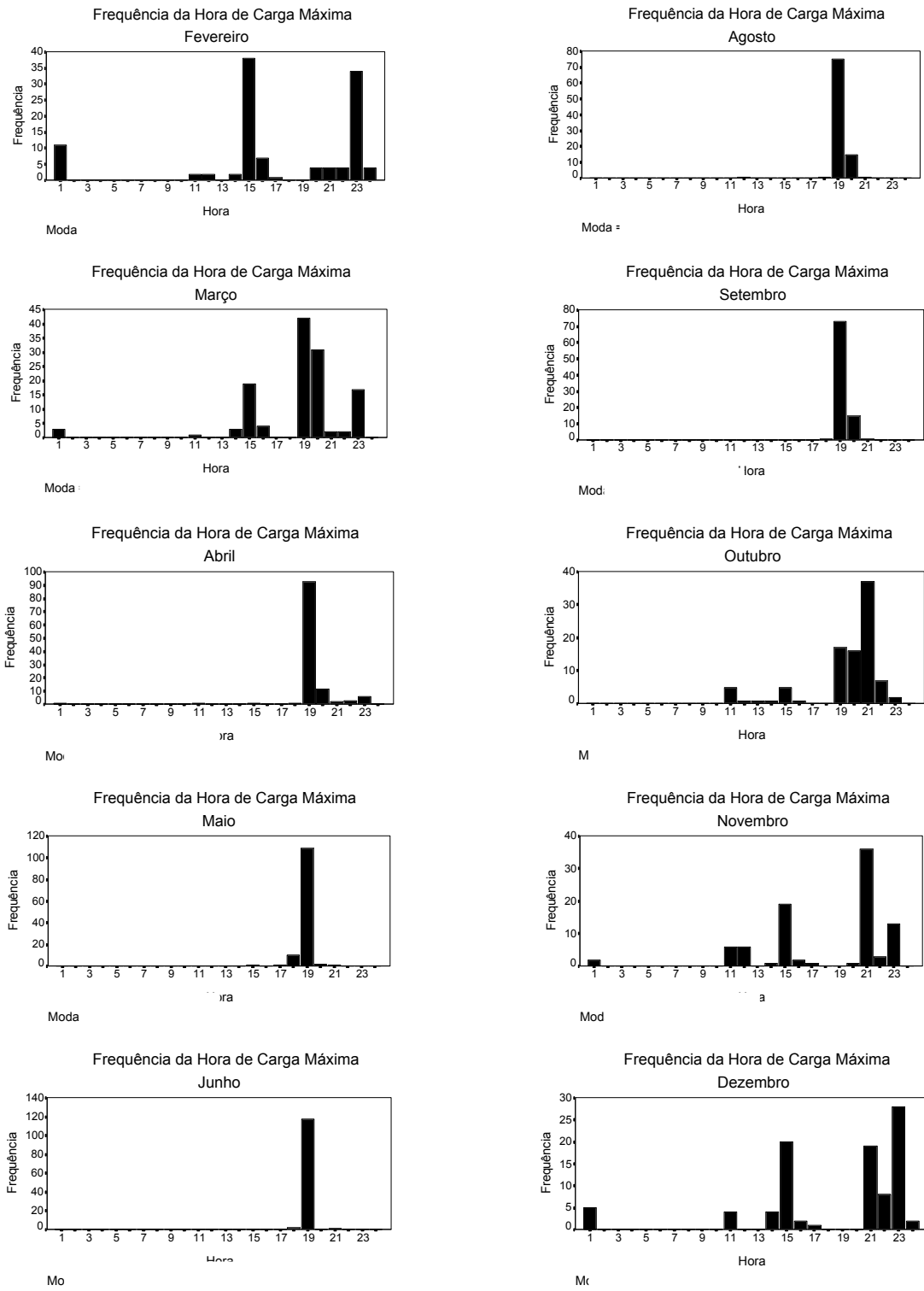
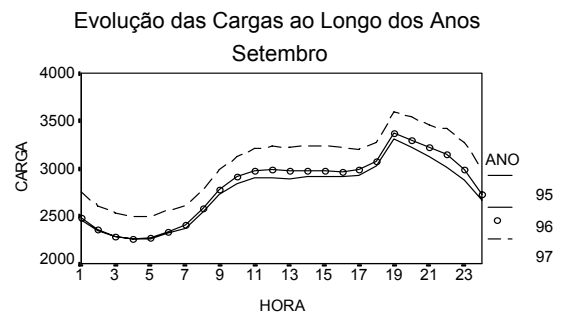
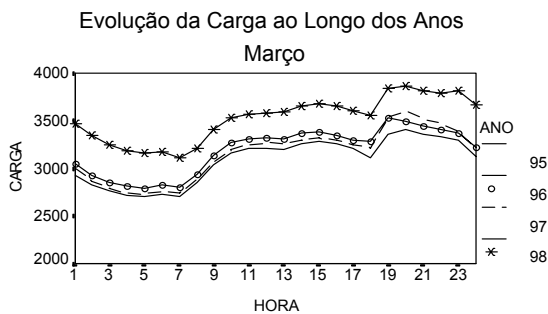
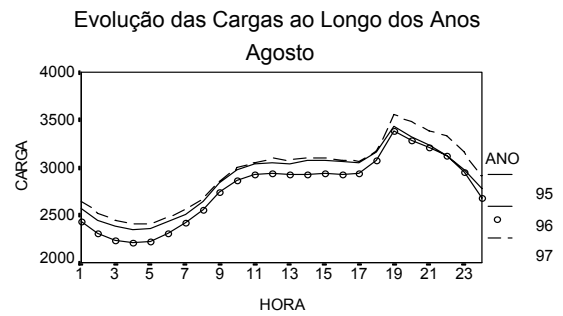
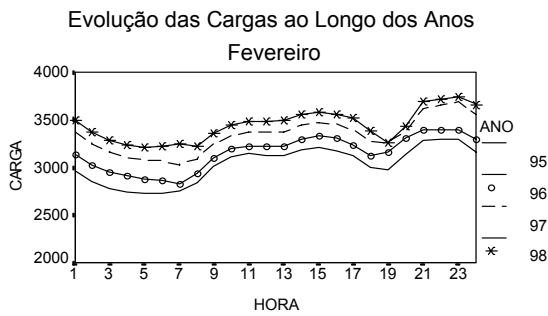
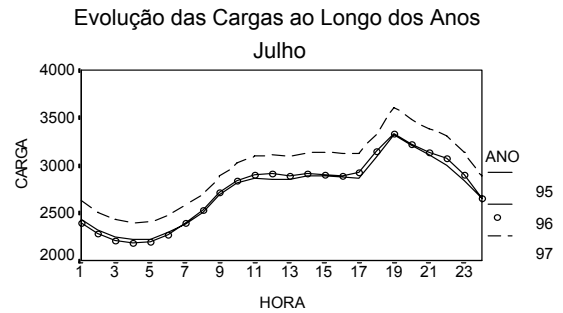
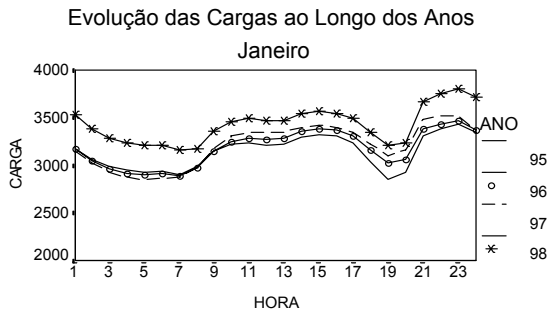


Figura 17 - Frequência dos Horários de Ponta ao Longo dos Meses

A todos estes padrões sazonais se acrescenta uma tendência de crescimento: a carga tem crescido regularmente, desde o início da estabilização econômica trazida pelo Plano Real em 1994. Este crescimento pode ser visto nos gráficos a seguir. É conveniente destacar que, durante o período de racionamento a carga sofreu um decréscimo (este fato, apesar de não ilustrado neste trabalho, é conhecido no setor elétrico).



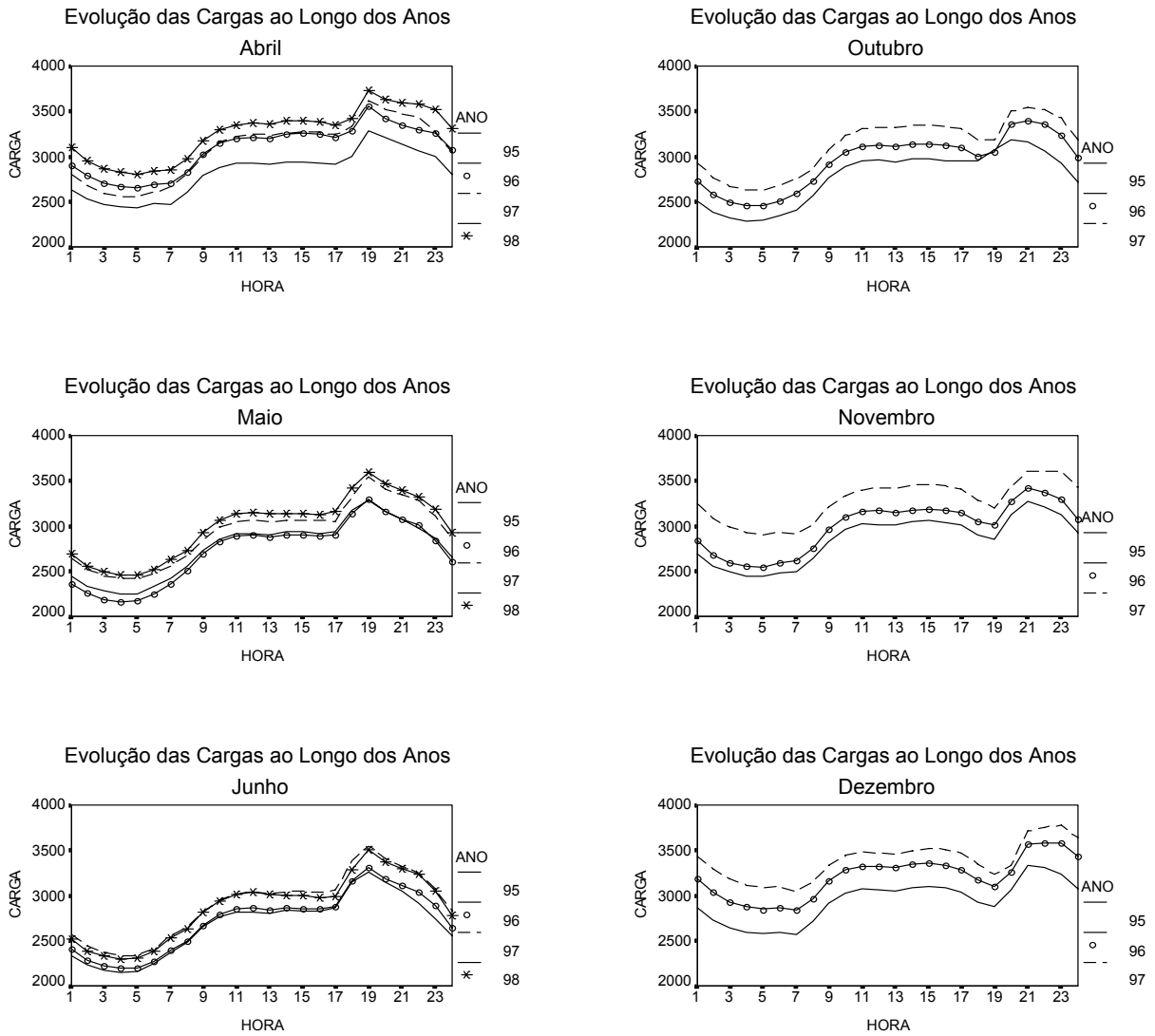


Figura 18 - Evolução das cargas ao Longo dos Anos

Por fim, a complexidade da série de cargas elétricas, a qual se acrescenta ainda o efeito de variáveis exógenas (primordialmente, a temperatura), torna mais difícil o problema de previsão de carga.

ANEXO II - Por que ordenar a matriz de dados por variável decisória em ordem ascendente e ordem descendente?

Para responder essa questão, será empregado o exemplo a seguir.

Vamos supor:

x_1 e x_2 : duas variáveis independentes

número de observações: 10 (tamanho total da amostra)

Convém lembrar que, numa árvore binária tem-se:

Se $x_k \leq a_j$ (Regime esquerdo)

Se $x_k > a_j$ (Regime direito)

onde

x_k é a k -ésima variável independente (responsável pela divisão da amostra em duas partes)

a_j é o j -ésimo valor ordenado de x_k (indicará onde será feita a divisão da amostra)

Tabela 10 - Ordenação ascendente de x_k

Regime Esquerdo			Regime Direito		
Valor ordenado de $x_1^{(*)}$	x_1	x_2	Valor ordenado de $x_1^{(*)}$	x_1	x_2
a_1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	a_4	$x_{4,1}$	$x_{4,2}$
a_2	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	a_5	$x_{5,1}$	$x_{5,2}$
a_3	$x_{3,1}$	$x_{3,2}$	a_6	$x_{6,1}$	$x_{6,2}$
a_4	$x_{4,1}$	$x_{4,2}$	a_7	$x_{7,1}$	$x_{7,2}$
a_5	$x_{5,1}$	$x_{5,2}$	a_8	$x_{8,1}$	$x_{8,2}$
a_6	$x_{6,1}$	$x_{6,2}$	a_9	$x_{9,1}$	$x_{9,2}$
a_7	$x_{7,1}$	$x_{7,2}$	a_{10}	$x_{10,1}$	$x_{10,2}$
a_8	$x_{8,1}$	$x_{8,2}$			
a_9	$x_{9,1}$	$x_{9,2}$			
a_{10}	$x_{10,1}$	$x_{10,2}$			

^(*) x_1 é a variável decisória neste exemplo.

Então:

Iteração 1:

Regime esquerdo: Se $x_1 \leq a_3$ realiza Mínimos Quadrados para obter $EQM_{Esquerdo}$

$$X_{\text{esquerdo}} = \begin{array}{c} \text{Constante} \quad x_1 \quad x_2 \\ \left[\begin{array}{ccc} 1 & x_{1,1} & x_{1,2} \\ 1 & x_{2,1} & x_{2,2} \\ 1 & x_{3,1} & x_{3,2} \end{array} \right] \end{array} \quad Y = \begin{array}{c} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{array}$$

Regime direito: Se $x_1 > a_3$ realiza Mínimos Quadrados para obter $EQM_{Direito}$

$$X_{\text{direito}} = \begin{array}{c} \text{Constante} \quad x_1 \quad x_2 \\ \left[\begin{array}{ccc} 1 & x_{4,1} & x_{4,2} \\ 1 & x_{5,1} & x_{5,2} \\ 1 & x_{6,1} & x_{6,2} \\ 1 & x_{7,1} & x_{7,2} \\ 1 & x_{8,1} & x_{8,2} \\ 1 & x_{9,1} & x_{9,2} \\ 1 & x_{10,1} & x_{10,2} \end{array} \right] \end{array} \quad Y = \begin{array}{c} y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ y_9 \\ y_{10} \end{array}$$

Iteração 2:

Regime esquerdo: Se $x_1 \leq a_4$ realiza Mínimos Quadrados Recursivos para obter $EQM_{Esquerdo}$

$$X_{\text{esquerdo}} = \begin{array}{c} \text{Constante} \quad x_1 \quad x_2 \\ \left[\begin{array}{ccc} 1 & x_{1,1} & x_{1,2} \\ 1 & x_{2,1} & x_{2,2} \\ 1 & x_{3,1} & x_{3,2} \\ 1 & x_{4,1} & x_{4,2} \end{array} \right] \end{array} \quad Y = \begin{array}{c} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{array}$$

Regime direito: Se $x_1 > a_4$ realiza Mínimos Quadrados Recursivos Inverso (retirada de observação) para obter EQMDireiro

$$X_{\text{direito}} = \begin{matrix} & \text{Constante} & x_1 & x_2 \\ \begin{bmatrix} 1 & x_{5,1} & x_{5,2} \\ 1 & x_{6,1} & x_{6,2} \\ 1 & x_{7,1} & x_{7,2} \\ 1 & x_{8,1} & x_{8,2} \\ 1 & x_{9,1} & x_{9,2} \\ 1 & x_{10,1} & x_{10,2} \end{bmatrix} & Y = & \begin{bmatrix} y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ y_9 \\ y_{10} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Faz-se o procedimento análogo para as iterações 3, 4 e 5.

Para obtenção do “regime direito”, observa-se que, ao invés de começar com uma amostra pequena e ir adicionando dados um a um até completar a matriz, o procedimento inverso começa com a matriz quase completa e vai retirando os dados um a um. Foi verificado que o custo computacional da inversão dos Mínimos Quadrados Recursivos ficaria muito alto, e além disso, existiria a necessidade de começar com a matriz quase inteira, o que significaria ter que varrer toda a matriz para calcular a regressão inicial. Logo, se temos que varrer a matriz inteira, então podemos utilizar exatamente o mesmo procedimento anterior de regressão recursiva, porém começando do final para o início da matriz, o que equivale a fazer uma ordenação descendente da variável a ser explorada. Vide no próximo exemplo - Ordenação ascendente e descendente de x_k que é a melhor solução computacional.

Tabela 11 - Ordenação ascendente e descendente de x_k

Regime Esquerdo			Regime Direito		
Valor ordenado de $x_1^{(*)}$	x_1	x_2	Valor ordenado de $x_1^{(*)}$	x_1	x_2
a_1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	a_{10}	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$
a_2	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	a_9	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$
a_3	$x_{3,1}$	$x_{3,2}$	a_8	$x_{3,1}$	$x_{3,2}$
a_4	$x_{4,1}$	$x_{4,2}$	a_7	$x_{4,1}$	$x_{4,2}$
a_5	$x_{5,1}$	$x_{5,2}$	a_6	$x_{5,1}$	$x_{5,2}$
a_6	$x_{6,1}$	$x_{6,2}$	a_5	$x_{6,1}$	$x_{6,2}$
a_7	$x_{7,1}$	$x_{7,2}$	a_4	$x_{7,1}$	$x_{7,2}$
a_8	$x_{8,1}$	$x_{8,2}$	a_3	$x_{8,1}$	$x_{8,2}$
a_9	$x_{9,1}$	$x_{9,2}$	a_2	$x_{9,1}$	$x_{9,2}$
a_{10}	$x_{10,1}$	$x_{10,2}$	a_1	$x_{10,1}$	$x_{10,2}$

^(*) x_1 é a variável decisória neste exemplo.

Dessa forma, utiliza-se Mínimos Quadrados Recursivos para obter EQM do regime esquerdo e o EQM do regime direito.

Lembrando que, no momento da combinação do EQM_{Esquerdo} e o EQM_{Direito} para obtenção do EQM_{Total} , a 1ª iteração do EQM_{Esquerdo} corresponde a última iteração do EQM_{Direito} , e assim por diante. Logo, no caso do exemplo, combina-se:

Iteração 1 do EQM_{Esquerdo} com Iteração 5 do EQM_{Direito}

Iteração 2 do EQM_{Esquerdo} com Iteração 4 do EQM_{Direito}

Iteração 3 do EQM_{Esquerdo} com Iteração 3 do EQM_{Direito}

Iteração 4 do EQM_{Esquerdo} com Iteração 2 do EQM_{Direito}

Iteração 5 do EQM_{Esquerdo} com Iteração 1 do EQM_{Direito}

ANEXO III - Redes Neurais

O nome desta metodologia revela sua motivação inicial: realizar tarefas complexas que o cérebro executa com elevada efetividade (reconhecimento de padrão, percepção e controle motor, por exemplo) através da simulação de seu funcionamento. A primeira tentativa de modelagem matemática do funcionamento de um neurônio deve-se a William James (1890).

Apenas no início do desenvolvimento das redes neurais a motivação fisiológica desempenhou um papel relevante. Atualmente, a pesquisa neste campo do conhecimento *não está* mais atrelada as peculiaridades do funcionamento do cérebro como um todo ou do neurônio mais especificamente.

Redes neurais são sistemas constituídos por unidades de processamento denominados neurônios. Estes, por sua vez, são conectados por pesos sinápticos ou apenas pesos.

A figura 3.1 mostra um exemplo de rede “Feedforward” (propagação direta) com 3 camadas: entrada, escondida e saída. Ela está incorporando informações através do vetor $X_k = [X_{1k} \ X_{2k}]^T$ para produzir como resultado Y_1 . O peso $W_{d,c}$ conecta o neurônio d ao neurônio c da camada imediatamente posterior. Ressalta-se que numa rede “Feedforward” os neurônios não têm realimentação.

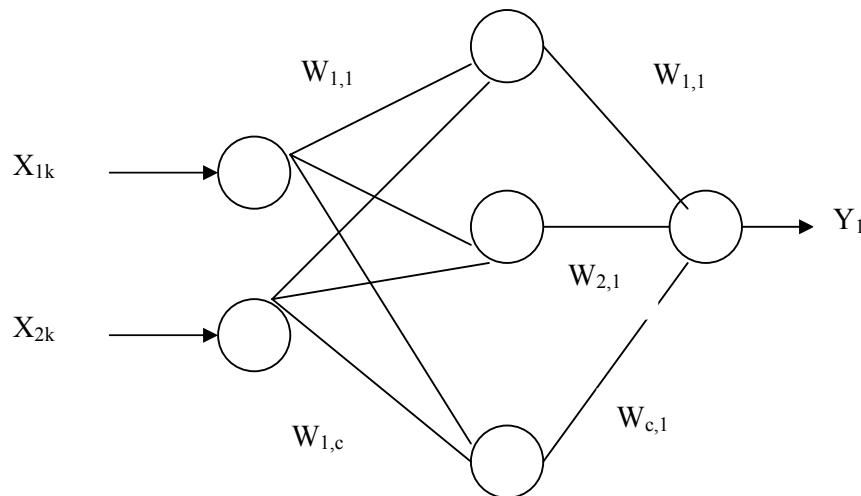


Figura 19 - Rede “Feedforward” (Propagação Direta)

A maior vantagem de usar uma rede neural é a capacidade de resolver problemas sem a necessidade de definição de listas de regras ou de modelos

explícitos. Isto possibilita tratar de situações onde é difícil criar modelos adequados da realidade ou situações com freqüentes mudanças no ambiente.

Esta metodologia pode ser aplicada em áreas diversas, entre elas: reconhecimento de padrões, classificação de padrões, controle e previsão. Esta última tem mais efeito conjugada com outras técnicas, por exemplo: Métodos Estatísticos.

Define-se como arquitetura da rede o conjunto das seguintes informações: número de camadas, número e disposições dos neurônios e função de ativação utilizada. A arquitetura é função do tipo de rede empregada e do problema em questão.

Dentre os tipos de redes neurais tem-se: redes em camada totalmente conectadas, redes em camada parcialmente conectadas (normalmente não é usada, pois precisa de um motivo muito forte), redes em malhas (as entradas são ligadas nas malhas, por exemplo: Kohonen) e redes de Hopfield, entre outras.

A rede neural opera em duas fases: treinamento (“in sample”) e testes “off sample”, quando se pretende atingir a generalização. Na primeira fase, a rede retira do ambiente o conhecimento. Na segunda, a qualidade da primeira fase é posta em cheque, para que, agora sim, possa ser utilizada para os fins desejados (projeção, classificação, segmentação, etc).

Destaca-se que a rede aprende o ambiente através de um processo iterativo de modificação dos pesos de interligação. O tipo de aprendizado é determinado pelo modo com que se promove a adaptação dos parâmetros e isso pode ser feito de dois modos:

- Aprendizado Supervisionado: usa-se um conjunto de pares, entrada e saída, previamente conhecidos que representam a realidade.

Neste aprendizado escolhe-se um conjunto de pares, entrada-saída, conhecidos que representam o ambiente (conjunto de treinamento) e calcula-se o erro na saída da rede com relação a saída desejada, com isto os pesos são modificados para minimizar a diferença.

O algoritmo mais freqüentemente empregado no aprendizado supervisionado de redes neurais é conhecido como Retropropagação do Erro (“Backpropagation”).

- Aprendizado Não Supervisionado: não se usa um conjunto de exemplos previamente conhecidos. Uma medida da qualidade da representação do ambiente pela rede é estabelecida e os parâmetros são modificados de modo a otimizar esta medida.

No aprendizado não supervisionado, não se usa um conjunto de exemplos previamente conhecidos. Neste caso, uma medida da qualidade da representação do ambiente pela rede é estabelecida e os parâmetros são modificados de modo a otimizar esta medida.

Para implementar um esquema de aprendizado não supervisionado, pode-se usar uma regra de competição. Uma primeira camada recebe os dados enquanto as unidades de uma segunda camada disputam o privilégio de responder aos estímulos.

Na classificação com aprendizado não supervisionado nenhum conhecimento é disponível a priori sobre a qual classe pertence determinada entrada ou vetor de atributos. Ao contrário, as características intrínsecas dos padrões são detectadas e a história do treinamento é usada para auxiliar a rede na identificação das classes e possíveis fronteiras entre elas. As classes são então, encontradas pela similaridade contida nos dados. A definição matemática de similaridade, neste contexto, pode ser interpretada como proximidade. Assim, medida de distância pode ser encarada como medida de dessimilaridade. Em outras palavras, quanto mais distantes estão dois elementos, menos parecidos são.

No campo do treinamento não supervisionado, será dado o maior destaque para o Mapa Auto-Organizável de Kohonen, já que este tipo de rede foi empregado neste trabalho. Define-se como auto-organizáveis os algoritmos de treinamento não supervisionado, onde os pesos adaptam-se durante o processo.

O mapa auto-organizável representa uma estrutura de não realimentação dos neurônios. Esta rede tem uma camada de entrada e uma outra camada que consiste de neurônios organizados em linhas e colunas (idéia de malha). A seguir tem-se o diagrama esquemático para este tipo de rede.

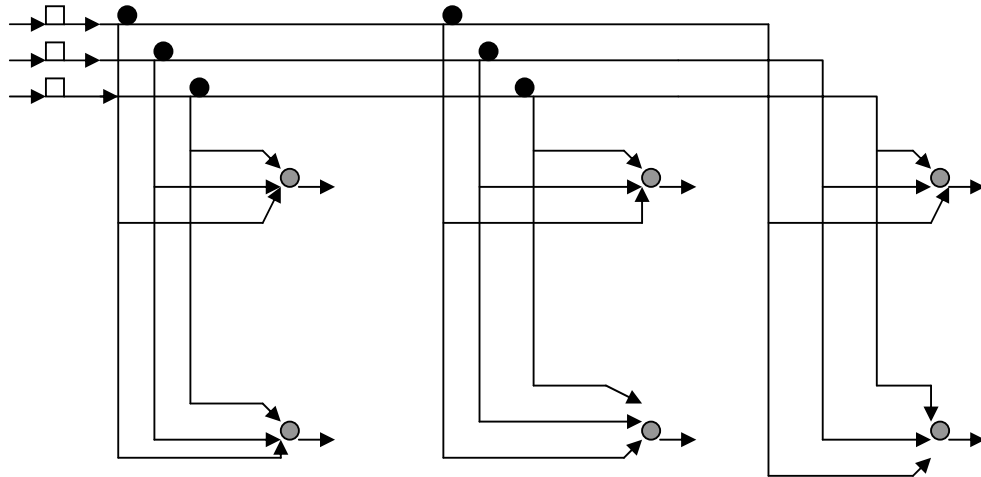


Figura 20 - Arquitetura de um Mapa Auto-Organizável vista no plano

O algoritmo de aprendizado trata o conjunto de vetores de pesos como variáveis a serem “aprendidas”, ou seja, cada neurônio no espaço de saída corresponde a um vetor-peso que pode ser visto como um protótipo de características do espaço original. Portanto, todo protótipo tem sua dimensionalidade igual a dos elementos de entrada.

A seguir tem-se uma breve descrição do algoritmo de Kohonen:

Passo 1: Escolhe-se de modo aleatório os pesos iniciais $W_j(0)$ para cada neurônio $j=1, 2, \dots, N$ tal que $W_j(0) \neq W_i(0) \forall j \neq i$.

Passo 2: Apresenta-se um vetor de entrada x a rede.

Passo 3: Acha-se o neurônio vencedor $i(x)$ tal que:

$$i(x) = \arg \min_j \|x(n) - W_j\| \quad j=1, 2, \dots, N$$

O neurônio vencedor correspondente ao vetor de pesos que está mais próximo do vetor de entrada corrente.

Passo 4: Atualiza-se os pesos (protótipos) de acordo com:

$$W_j(n+1) = \begin{cases} W_j + \eta(n)[x(n) - W_j(n)] & j \in \Lambda_{i(x)}(n) \\ W_j(n) & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

Os parâmetros $\eta(n)$ e $\Lambda(n)$ podem variar ao longo do treinamento. O parâmetro de aprendizado $\eta(n)$, tipicamente, deve começar com valores perto de 1 e decair gradualmente até atingir 0.1 por volta da milésima iteração. Posteriormente, $\eta(n)$ deve ser mantido em valores pequenos, próximos a 0.01, por muitas iterações para que seja feito o ajuste fino. O parâmetro de vizinhança $\Lambda(n)$ deve começar atingindo todos os neurônios da rede e gradualmente diminuir a vizinhança para incluir muito poucos vizinhos na fase de ajuste.

Passo 5: Interromper o processo quando a rede atingir estabilização, ou seja, quando não forem detectadas alterações significativas nos protótipos.

ANEXO IV - Cálculo de Regressão por Mínimos Quadrados Recursivos

Se o estimador de β num modelo de regressão linear das k observações é calculado, o mesmo pode ser atualizado a cada observação subsequente que é adicionada ao conjunto de dados.

Este procedimento evita a sucessiva inversão de matriz e a sucessiva multiplicação de grandes matrizes de dados. Com este método, conseguimos calcular o resultado de todas as regressões necessárias, com um custo computacional pouco maior do que o cálculo de apenas uma regressão.

Considerando o estimador de β calculado baseado nas t primeiras observações

$$\beta_t = (X_t' X_t)^{-1} X_t' Y_t$$

e nas $t-1$ primeiras observações

$$\beta_{t-1} = (X_{t-1}' X_{t-1})^{-1} X_{t-1}' Y_{t-1}$$

Para realizar a regressão é necessário calcular a matriz de covariância inversa. Podemos calcular o valor desta matriz para as primeiras observações da seguinte forma:

$$P_{t-1} = (X_{t-1}' X_{t-1})^{-1}$$

Seja, então, a nova observação x da forma $x = \{x_1, x_2, \dots, x_{r+1}\}$, onde r é o número de variáveis independentes, e D uma variável auxiliar tal que

$$D = 1.0 + x P_{t-1} x'$$

O estimador β_t para as t primeiras observações é atualizado, uma vez que a nova observação se encontra disponível, da seguinte forma:

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \frac{P_{t-1} x' (y_t - x \beta_{t-1})}{D}$$

$$P_t = P_{t-1} - \frac{P_{t-1} x' x P_{t-1}}{D}$$

As duas equações acima atualizam, respectivamente, os β 's e a matriz de covariância invertida, segundo o lema de inversão de matrizes, para a nova observação, sem precisar calcular novamente a matriz de covariância nem invertê-la. Assim segue-se iterativamente até o final da amostra. Ao final, têm-se os β 's

estimados, assim como os resíduos da regressão, pois os resíduos são definidos como:

$$a_t = y_t - x' \beta_{t-1}$$

$$\hat{e}_t = \frac{a_t}{\sqrt{D}}$$