



Antonio Carlos de Souza Sampaio Filho

**Métodos Modificados de Avaliação de
Investimentos em Condições de Incerteza:
Uma Abordagem Baseada em Números Fuzzy**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientadora: Profa. Marley Maria Bernardes Rebuszi Vellasco
Co-orientador: Ricardo Tanscheit

Rio de Janeiro

Abril de 2014



Antonio Carlos de Souza Sampaio Filho

Métodos Modificados de Avaliação de Investimentos em Condições de Incerteza: Uma Abordagem baseada em Números Fuzzy

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Profa. Marley Maria Bernardes Rebuzzi Vellasco
Orientadora

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

Prof. Ricardo Tanscheit
Co-Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

Profa. Karla Tereza Figueiredo Leite
Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

Prof. Luiz Eduardo Teixeira Brandão
Departamento de Administração – PUC-Rio

Prof. Alexandre Gonçalves Evsukoff
FGV

Prof. Roberto Marcos da Silva Montezano
Faculdades IBMEC

Dr. Juan Guillermo Lazo Lazo
Intelligent Software and Research Peru SAC

Prof. José Eugenio Leal
Coordenador Setorial do Centro
Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 29 de abril de 2014

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e da orientadora.

Antonio Carlos de Souza Sampaio Filho

Graduado em Engenharia Eletrônica pela Universidade Gama Filho (1977). Mestrado em Administração pela Faculdade de Economia e Finanças IBMEC do Rio de Janeiro (2008). Extensão em Direito das Telecomunicações pela Universidade Petrobras (2011); MBA em Direito da Economia e da Empresa pela Fundação Getúlio Vargas do Rio de Janeiro (2002); Senior Executive MBA pelo IBMEC Business School (1998); Pós-graduado em Análise e Projetos de Sistemas pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (1981); e, Pós-graduado em Engenharia Econômica pela Universidade Gama Filho (1979).

Ficha Catalográfica

Sampaio Filho, Antonio Carlos de Souza

Métodos modificados de avaliação de investimentos em condições de incerteza: uma abordagem baseada em Números Fuzzy / Antonio Carlos de Souza Sampaio Filho; orientadora: Marley Maria Bernardes Rebuzzi Vellasco; co-orientador: Ricardo Tanscheit – 2014.

238 f. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 2014.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Análise de investimentos. 3. Métodos modificados de orçamento de capital. 4. Números Fuzzy triangulares. 5. Aritmética intervalar. I. Vellasco, Marley Maria Bernardes Rebuzzi. II. Tanscheit, Ricardo. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 621.3

"Por toda a minha vida eu tive uma educação boa e forte, e por isso hoje eu tenho princípios fortes e claros... e uso esses princípios para andar como um homem e como um profissional. Não me arrependo de nada. Acredito que estou fazendo as coisas certas pelos motivos certos. Algumas pessoas entendem, outras não. No fim, você nunca vai conseguir fazer com que todos entendam, compreendam ou aceitem..." (*Ayrton Senna*)

Dedico esse trabalho a Deus; aos meus pais, Antonio Carlos de Souza Sampaio (*in memoriam*) e Nacyr Chaves Sampaio (*in memoriam*); à minha esposa Dalva Cristina Baptista do Lago; aos meus filhos, Tatiana de Souza Sampaio Freitas e Antonio Carlos de Souza Sampaio Neto; e à minha neta, Sofia Sampaio Freitas, um presente de Deus.

Agradecimentos

Inicialmente devo agradecer a Deus – causa primária de todas as coisas – por se fazer presente em todos os momentos de minha vida.

Aos meus pais (*in memoriam*), Antonio Carlos e Nacyr, agradeço pela boa educação e pelos princípios fortes e claros que norteiam os meus passos como homem e como profissional.

À minha estrela Dalva Lago, agradeço pelo companheirismo e dedicação, fundamentais para a finalização desse trabalho. Peço desculpas pelos momentos de irritação e rogo a Deus que esteja comigo vencendo meus próximos obstáculos.

Aos meus filhos Tati e Tony, e à minha neta Sofia, que têm iluminado os caminhos da minha vida, registro meus sinceros agradecimentos pela compreensão, em virtude do tempo em que não pude estar com eles, e pelo imenso carinho e incentivo que me ofertam, que por mais esforço que eu faça, nunca conseguirei retribuir por completo.

Aos meus irmãos Roberto, Thereza Christina, Sérgio e Ana Lúcia, seus filhos e netos, maior legado dos meus pais.

Agradeço aos meus orientadores, Professores Marley Vellasco e Ricardo Tanscheit, que muito mais que professores, se mostraram grandes amigos, sempre dispostos a ajudar em tudo que estivesse ao seu alcance.

Agradeço ao Professor Roberto Montezano, pelos conselhos, pela companhia e pelo conhecimento repartido.

Agradeço ao Professor Marco Aurélio Pacheco pelos incentivos e indicação do curso.

Agradeço a João Benito Savastano e João Augusto Coimbra, da Microsoft Brasil, pelas valiosas sugestões na utilização do editor do Visual Basic do MS-Excel, que tornaram possível a elaboração das funções objetos desse trabalho.

Minha gratidão aos amigos, Denise Barbosa, Ulisses Correa e Edeson Dias, cujos incentivos foram muito importantes, principalmente nos momentos mais difíceis.

A todas as pessoas que de forma direta ou indireta colaboraram para a realização deste trabalho, meus agradecimentos.

Ao meu fiel guardião, Nicky, um carinho especial, pela presença silenciosa e incansável ao meu lado, nas diversas madrugadas enquanto eu produzia esse trabalho.

À PETROBRAS, minha eterna gratidão, pela viabilização desse sonho.

“Não importa o que eu tenha feito. Ainda me sinto como o ator dos meus primeiros anos, que tinha medo de não passar num teste”.

Dustin Hoffman

Resumo

Sampaio Filho, Antonio Carlos de Souza; Vellasco, Marley Maria Bernardes Rebuzzi (Orientadora); Tanscheit, Ricardo (Co-orientador). **Métodos Modificados de Avaliação de Investimentos em Condições de Incerteza: Uma Abordagem Baseada em Números Fuzzy**. Rio de Janeiro, 2014. 238p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Essa tese apresenta uma abordagem alternativa para orçamento de capital, denominada “Métodos Modificados de Avaliação de Projetos de Investimentos em Ambiente Fuzzy”, para avaliação de projetos em condições de incerteza. O desenvolvimento da abordagem proposta está dividido em duas fases: na primeira fase, é estabelecido um modelo determinístico generalizado que prevê explicitamente a utilização dos custos de oportunidade associados com os fluxos de caixa intermediários de um projeto de investimento empresarial. Os pressupostos implícitos dos métodos modificados da taxa interna de retorno e do valor presente líquido são incluídos nos métodos do índice de lucratividade e do tempo de retorno do investimento total. Os indicadores resultantes são o índice de lucratividade modificado e o tempo de retorno do investimento modificado. Essa abordagem unificada tem a propriedade de coincidir as decisões de aceitação / rejeição de projetos de investimentos de mesmos horizontes de vida e escalas com as do valor presente líquido modificado e, portanto, maximizam a riqueza do acionista. Na segunda fase, números fuzzy triangulares são utilizados para representar as incertezas das variáveis de um projeto de investimento: os fluxos de caixa, as taxas de financiamento e de reinvestimento e a taxa de desconto ajustada ao risco. Os indicadores fuzzy resultantes são o valor presente líquido modificado, a taxa interna de retorno modificada, o índice de lucratividade modificado e o tempo de retorno do investimento modificado. A aplicação de custos de oportunidades e de critérios difusos para a atribuição dos valores das variáveis permite obter resultados mais realistas e compatíveis com as condições de mercado. Devido à complexidade dos cálculos envolvidos, novas funções financeiras de uso amigável são desenvolvidas utilizando *Visual Basic for Applications* do MS-Excel: três, para avaliação de projetos em condições de certeza (MVPL, MIL e MTRI) e quatro para avaliação em condições de incerteza (MVPLfuzzy, MTIRfuzzy, MILfuzzy e MTRIfuzzy). A principal contribuição dessa tese é a elaboração de uma nova abordagem unificada para orçamento de capital em condições de incerteza que enfatiza os pontos fortes dos métodos modificados do valor presente líquido e da taxa interna de retorno, enquanto contorna os conflitos e as desvantagens individuais dos métodos convencionais. Os resultados mostram que os métodos propostos são mais vantajosos e mais simples de se utilizar que outros métodos de avaliação de investimentos em condições de incerteza.

Palavras-chave

Análise de Investimentos; Métodos Modificados de Orçamento de Capital; Números Fuzzy Triangulares; Aritmética Intervalar.

Abstract

Sampaio Filho, Antonio Carlos de Souza; Vellasco, Marley Maria Bernardes Rebuzzi (Advisor); Tanscheit, Ricardo (Co-advisor). **Modified Capital Budgeting Methods under Uncertainties: An Approach Based on Fuzzy Numbers**. Rio de Janeiro, 2014. 238p. DSc. Thesis – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This thesis presents an alternative approach to capital budgeting, named “Fuzzy Modified Methods of Capital Budgeting”, for evaluating investment projects under uncertainties. The development of the proposed approach is divided into two phases: in the first stage, a general deterministic model that explicitly provides for the use of the opportunity costs associated with the interim cash flows of a project is established. The implicit assumptions of the modified internal rate of return and modified net present value methods are included in the index of profitability and in the total payback period. The resulting indicators are the modified index of profitability and the modified total payback period. This unified approach has the property to match the decisions of acceptance / rejection of investment projects with same horizons of life and same scales with the decisions of the modified net present value method and therefore maximize shareholder wealth. In the second phase, triangular fuzzy numbers are used to represent the uncertainties of the project variables: cash flows and reinvestment, financing and risk-adjusted discount rates. The resulting indicators are the fuzzy modified net present value, the fuzzy modified internal rate of return, the fuzzy modified index of profitability and the fuzzy modified total payback period. The application of opportunity costs and fuzzy criteria for determining the variables allows obtaining more realistic and consistent results with the market conditions. Due to the complexity of the calculations involved, new MS-Excel financial functions are developed by using Visual Basic for Applications: three functions for evaluating projects under conditions of certainty (MVPL, MIL and MTRI) and four functions for evaluating projects under uncertainties (MVPLfuzzy, MTIRfuzzy, MILfuzzy and MTRIfuzzy). The main contribution of this thesis is to develop a unifying approach to capital budgeting under uncertainty that emphasizes the strengths of the methods of modified net present value and modified internal rate of return, while bypassing the individual conflicts and drawbacks of the conventional methods. Results show that the proposed methods are more advantageous and simpler to use than other methods of investment appraisal under uncertainties.

Keywords

Investment Appraisal; Modified Capital Budgeting Methods; Triangular Fuzzy Numbers; Interval Arithmetic.

Sumário

1	Introdução	22
1.1	Motivação	22
1.2	Objetivos	26
1.3	Contribuições	26
1.4	Descrição da Tese	27
1.5	Organização da Tese	28
2	Fundamentos	30
2.1	Conceitos Básicos	30
2.1.1	Análise Empresarial de Projetos de Investimento	30
2.1.2	Metodologia de Análise Empresarial de Projetos de Investimento	30
2.1.3	Diagrama de Fluxo de Caixa	33
2.1.4	Classificações de Projetos de Investimento	34
2.1.4.1	Projetos Independentes vs. Mutuamente Exclusivos	34
2.1.4.2	Projetos de Investimento Convencionais vs. Não-convencionais	35
2.1.5	Taxa Mínima de Atratividade	35
2.1.6	Taxa de Desconto Ajustada ao Risco	36
2.2	Métodos Tradicionais de Orçamento de Capital	37
2.2.1	Métodos de Fluxo de Caixa Não-Descontado	37
2.2.1.1	Método do Tempo de Retorno do Investimento Simples	38
2.2.2	Métodos de Fluxo de Caixa Descontado	41
2.2.2.1	Método do Valor Presente Líquido	42
2.2.2.2	Método da Taxa Interna de Retorno	44
2.2.2.3	Método do Índice de Lucratividade	48
2.2.2.4	Método do Tempo de Retorno do Investimento Descontado	50
2.2.2.5	Método do Tempo de Retorno do Investimento Total	51
2.3	Métodos Modificados de Orçamento de Capital	53
2.3.1	Método da Taxa Interna de Retorno Modificada	53
2.3.1.1	Evolução do Método da Taxa Interna de Retorno Modificada	55
2.3.1.2	A Forma Geral da Taxa Interna de Retorno Modificada	63
2.3.2	Método do Valor Presente Líquido Modificado	65
2.3.2.1	A Proposta de McClure e Girma	66

3	Proposta de Modelo Generalizado	69
3.1	Métodos Modificados Determinísticos Propostos na Tese	69
3.1.1	O Modelo Generalizado Proposto na Tese	70
3.1.2	A Proposta de Conciliação dos Métodos da TIRM e do VPLM	71
3.1.3	O Índice de Lucratividade Modificado	73
3.1.4	O Tempo de Retorno de Investimento Modificado	74
3.2	Problemas na Aplicação dos Métodos Modificados	84
3.2.1	Investimentos com Escalas Diferentes	85
3.2.2	Investimentos com Horizontes de Vida Diferentes	87
3.3	As Funções Financeiras Determinísticas	89
3.4	Resumo	91
4	Métodos Modificados de Orçamento de Capital em Ambiente Fuzzy	92
4.1	A Abordagem Fuzzy	92
4.1.1	Números Fuzzy Triangulares	93
4.1.2	Fluxos de Caixa e Taxas Fuzzy	94
4.2	Métodos Modificados Fuzzy	95
4.2.1	Valor Presente Líquido Modificado Fuzzy	98
4.2.2	Taxa Interna de Retorno Modificada Fuzzy	99
4.2.3	Índice de Lucratividade Modificado Fuzzy	99
4.2.4	Tempo de Retorno de Investimento Modificado Fuzzy	100
4.3	A Defuzzificação dos Indicadores Fuzzy	116
4.3.1	Valores Mais Possíveis dos Indicadores Modificados Fuzzy	117
4.3.2	Piores e Melhores Resultados Possíveis dos Indicadores Modificados Fuzzy	120
4.4	As Funções Financeiras Fuzzy	121
5	Estudo de Caso	124
5.1	O Empreendimento	124
5.1.1	Descrição do Problema	124
5.1.2	O Projeto de Investimento	125
5.2	Análise do Projeto em Condições de Certeza	129
5.2.1	Aplicação dos Métodos Tradicionais	129
5.2.2	Aplicação dos Métodos Modificados	131
5.3	Análise do Projeto em Condições de Incerteza	134
5.3.1	Aplicação do Método do VPL Fuzzy	135
5.3.2	Aplicação dos Métodos Modificados Fuzzy	142
5.4	Análise dos Resultados	153
6.	Considerações Finais	156
6.1	Conclusões	156
6.2	Limitações da Tese	159
6.3	Sugestões de Trabalhos Futuros	161

6.4	Apresentação e Publicação de Trabalhos	162
	Referências Bibliográficas	163
	Apêndices	176
A	Teoria dos Conjuntos Fuzzy: Conceitos Básicos	176
B	Demonstrações Matemáticas	187
C	Sintaxe das Funções Financeiras	198
D	Código VBA das Funções Financeiras	207
E	Procedimentos para Utilização de Números Fuzzy Trapezoidais	236

Lista de Figuras

Figura 2.1	Componentes de um projeto empresarial	31
Figura 2.2	Exemplo de diagrama de fluxo de caixa	33
Figura 2.3	Exemplo de projeto de investimento não-convencional	35
Figura 2.4	Exemplo de projeto de investimento convencional	54
Figura 2.5	Exemplo de projeto de investimento	61
Figura 3.1	Modelo generalizado proposto	70
Figura 3.2	Fluxo de caixa do modelo generalizado	71
Figura 3.3	Assistentes das funções MVPL, MIL e MTRI	90
Figura 4.1	Número fuzzy triangular	94
Figura 4.2	<i>VPLM</i> Fuzzy (Exemplo 4.1)	105
Figura 4.3	Índice de possibilidade do <i>VPLM</i> Fuzzy (Exemplo 4.1)	106
Figura 4.4.	Índices de sucesso/ fracasso do <i>VPLM</i> Fuzzy (Exemplo 4.1)	107
Figura 4.5	<i>TIRM</i> Fuzzy (Exemplo 4.1)	108
Figura 4.6	Índice de possibilidade da <i>TIRM</i> Fuzzy (Exemplo 4.1)	109
Figura 4.7	Índices de sucesso/ fracasso da <i>TIRM</i> Fuzzy (Exemplo 4.1)	110
Figura 4.8	<i>ILM</i> Fuzzy (Exemplo 4.1)	111
Figura 4.9	Índice de possibilidade do <i>ILM</i> Fuzzy (Exemplo 4.1)	112
Figura 4.10	Índices de sucesso/ fracasso do <i>ILM</i> Fuzzy (Exemplo 4.1)	113
Figura 4.11	<i>TRIM</i> Fuzzy (Exemplo 4.1)	114
Figura 4.12	Índice de possibilidade do <i>TRIM</i> Fuzzy (Exemplo 4.1)	115
Figura 4.13	Índices de sucesso/ fracasso do <i>TRIM</i> Fuzzy (Exemplo 4.1)	116

Figura 4.14	Assistentes das funções MVPLFuzzy, MTIRFuzzy, MILFuzzy e MTRIFuzzy	122
Figura 5.1	Múltiplas taxas de retorno do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo	130
Figura 5.2	Perfil VPL vs. VPLM do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo	133
Figura 5.3	VPL Fuzzy do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo	141
Figura 5.4	VPLM Fuzzy do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo	146
Figura 5.5	TIRM Fuzzy do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo	148
Figura 5.6	ILM Fuzzy do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo	150
Figura 5.7	TRIM Fuzzy do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo	152
Figura A.1	Exemplos de Números Fuzzy	180
Figura A.2	Numero Fuzzy Triangular $A = (a_1, a_2, a_3)$	181
Figura A.3	Número Fuzzy Triangular $A = (-2, 2, 4)$	182
Figura A.4	Exemplo de Representação α -corte	183
Figura A.5	α -corte = 0,5 de $A = (-2, 2, 4)$	184
Figura E.1	Número Fuzzy Trapezoidal	236

Lista de Quadros

Quadro 2.1	Condições de aceitação pelo método do tempo de retorno de investimento simples (<i>TRIS</i>)	40
Quadro 2.2	Principais vantagens e desvantagens de uso do método do tempo de retorno de investimentos simples (<i>TRIS</i>)	41
Quadro 2.3	Condições de aceitação pelo método do valor presente líquido (<i>VPL</i>)	43
Quadro 2.4	Principais vantagens e desvantagens de uso do método do valor presente líquido (<i>VPL</i>)	44
Quadro 2.5	Condições de aceitação pelo método da taxa interna de retorno (<i>TIR</i>)	45
Quadro 2.6	Principais vantagens e desvantagens de uso do método da taxa interna de retorno (<i>TIR</i>)	47
Quadro 2.7	Condições de aceitação pelo método do índice de lucratividade (<i>IL</i>)	49
Quadro 2.8	Principais vantagens e desvantagens de uso do método do índice de lucratividade (<i>IL</i>)	49
Quadro 2.9	Condições de aceitação pelo método do tempo de retorno de investimento descontado (<i>TRID</i>)	51
Quadro 2.10	Condições de aceitação pelo método do tempo de retorno de investimento total (<i>TRIT</i>)	52
Quadro 2.11	Cálculo da <i>TIRM</i> de Lin (1976)	61
Quadro 2.12	Condições de aceitação pelo método da taxa interna de retorno modificada (<i>TIRM</i>)	64
Quadro 2.13	Principais vantagens e desvantagens do método da taxa interna de retorno modificada (<i>TIRM</i>)	65
Quadro 2.14	Cálculo do <i>VPLM</i> para o problema da bomba de petróleo	68
Quadro 3.1	Projetos com escalas de investimentos diferentes	85
Quadro 3.2	Indicadores modificados dos projetos com escalas de investimentos diferentes	86

Quadro 3.3	Análise incremental dos projetos com escalas de investimentos diferentes	86
Quadro 3.4	Indicadores modificados do fluxo de caixa incremental	87
Quadro 3.5	Projetos com horizontes de vida diferentes	87
Quadro 3.6	Indicadores modificados dos projetos com horizontes de vida diferentes	88
Quadro 3.7	Projetos com horizontes de vida ajustados	88
Quadro 3.8	Indicadores modificados dos projetos com horizontes de vida ajustados	89
Quadro 5.1	Projeto de desenvolvimento de campos de petróleo	126
Quadro A.1	Exemplo de Conjunto Fuzzy	178

Lista de Tabelas

Tabela 2.1	Exemplo de tabela de fluxo de caixa	34
Tabela 2.2	Fluxo de caixa do projeto de investimento	57
Tabela 2.3	Valor presente dos investimentos	58
Tabela 2.4	Valor futuro das entradas de caixa	58
Tabela 3.1	Cálculo do VPLM, da TIRM, do ILM e do TRIM para o problema da bomba de petróleo	75
Tabela 3.2	Fluxos de Caixa dos projetos X, Y e Z	76
Tabela 3.3	Aplicação dos métodos convencionais nos projetos X, Y e Z	78
Tabela 3.4	Aplicação dos métodos modificados nos projetos X, Y e Z (Projetos de alto risco)	79
Tabela 3.5	Aplicação dos métodos modificados nos projetos X, Y e Z (Projetos de baixo risco)	80
Tabela 3.6	Avaliação dos projetos X, Y e Z de acordo com os métodos tradicionais	81
Tabela 3.7	Avaliação dos projetos X, Y e Z (alto risco) de acordo com os métodos modificados	81
Tabela 3.8	Avaliação dos projetos X, Y e Z (baixo risco) de acordo com os métodos modificados	82
Tabela 3.9	Seleção entre os projetos X e Y pelos métodos convencionais	82
Tabela 3.10	Seleção entre os projetos X e Y (alto risco) pelos métodos modificados	83
Tabela 3.11	Seleção entre os projetos X e Y (baixo risco) pelos métodos modificados	84
Tabela 3.12	Resultados obtidos pelo uso das funções MVPL, ILM e MTRI	90
Tabela 4.1	Valores de FC_0^a , FC_1^a e FC_2^a (Exemplo 4.1)	101
Tabela 4.2	Valores de k_{ir}^a , k_{cmpc}^a e k_{idar}^a (Exemplo 4.1)	102
Tabela 4.3	Valores de VT^a e VP^a (Exemplo 4.1)	103
Tabela 4.4	Valores de $VPLM^a$ (Exemplo 4.1)	104
Tabela 4.5	Valores de $TIRM^a$ (Exemplo 4.1)	108
Tabela 4.6	Valores de ILM^a (Exemplo 4.1)	111

Tabela 4.7	Valores de $TRIM^{\alpha}$ (Exemplo 4.1)	114
Tabela 4.8	Valor mais possível do $VPLM$ fuzzy (Exemplo 4.1)	118
Tabela 4.9	Valor mais possível da $TIRM$ fuzzy (Exemplo 4.1)	119
Tabela 4.10	Valor mais possível do ILM fuzzy (Exemplo 4.1)	119
Tabela 4.11	Valor mais possível do $TRIM$ fuzzy (Exemplo 4.1)	120
Tabela 4.12	Piores e melhores resultados dos indicadores modificados fuzzy	120
Tabela 4.13	Resultados obtidos pelo uso das funções MVPLFuzzy, MTIRFuzzy, MILFuzzy e MTRIFuzzy (Exemplo 4.1).	123
Tabela 5.1	Indicadores determinísticos do empreendimento em campos de petróleo	130
Tabela 5.2	Indicadores determinísticos modificados do empreendimento em campos de petróleo	131
Tabela 5.3	Fluxos de caixa fuzzy do projeto	135
Tabela 5.4	Taxas de desconto fuzzy do projeto	135
Tabela 5.5	Valores de FC_0^{α} até FC_{23}^{α} do projeto	137
Tabela 5.6	Valores de k_{idar}^{α} do projeto	138
Tabela 5.7	Valores de VPL^{α} do projeto	140
Tabela 5.8	Valor mais possível do VPL fuzzy do projeto	141
Tabela 5.9	Valores de k_{ir}^{α} , k_{cmpc}^{α} e k_{idar}^{α} do projeto	142
Tabela 5.10	Valores de VT^{α} e VP^{α} do projeto	145
Tabela 5.11	Valores de $VPLM^{\alpha}$ do projeto	146
Tabela 5.12	Valor mais possível do $VPLM$ fuzzy	147
Tabela 5.13	Valores de $TIRM^{\alpha}$ do projeto	148
Tabela 5.14	Valor mais possível da $TIRM$ fuzzy	149
Tabela 5.15	Valores de ILM^{α} do projeto	150
Tabela 5.16	Valor mais possível do ILM fuzzy	151
Tabela 5.17	Valores de $TRIM^{\alpha}$ do projeto	152
Tabela 5.18	Valor mais possível do $TRIM$ fuzzy	153
Tabela 5.19	Análise comparativa dos indicadores do empreendimento em campos de petróleo	155

Lista de Símbolos, Abreviaturas e Siglas

Σ	Soma dos termos de uma sequência
α	Grau de pertinência
$\mu_A(x)$	Função de pertinência associada ao conjunto A
$\alpha\text{-cut}$	α -corte
$A^\alpha = [a^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)}]$	Representação de um número fuzzy L-R
<i>a. a.</i>	Ao ano
<i>bbl</i>	Barril (unidade de medida de petróleo líquido)
<i>CIF</i>	Cost, Insurance and Freight
<i>CMgC</i>	Custo marginal de capital
<i>CMPC</i>	Custo médio ponderado de capital
<i>CUP</i>	Custo unitário de produção
<i>FC</i>	Fluxo de caixa (generalizado)
<i>FCD</i>	Fluxo de caixa descontado
<i>FCE</i>	Fluxo de caixa líquido de entrada
<i>FCS</i>	Fluxo de caixa líquido de saída
<i>FOB</i>	Free On Board
<i>IL</i>	Índice de lucratividade
<i>ILM</i>	Índice de lucratividade modificado
<i>ILM Fuzzy</i>	Índice de lucratividade modificado fuzzy
j	O j -ésimo período ou a j -ésima variável em uma série
k	Custo de Capital
k_{cmpc}	Taxa de financiamento (custo médio ponderado de capital)
k_{tdar}	Taxa de desconto ajustada ao risco
k_{tr}	Taxa de reinvestimento
$l(\alpha)$	Reta da esquerda de um número fuzzy triangular
<i>MIL</i>	Função financeira implementada em VBA para o cálculo do Índice de Lucratividade Modificado
<i>MILFuzzy</i>	Função financeira implementada em VBA para o cálculo do Índice de Lucratividade Modificado Fuzzy
<i>MM US\$</i>	Milhões de dólares americanos
<i>MMbbl</i>	Um milhão de barris (unidade de medida de petróleo líquido)
<i>MTIR</i>	Função do MS-Excel utilizada para o cálculo da taxa interna de retorno modificada
<i>MTIRFuzzy</i>	Função financeira implementada em VBA para o cálculo da taxa interna de retorno modificada fuzzy

<i>MTRI</i>	Função financeira implementada em VBA para o cálculo do tempo de retorno de investimento modificado
<i>MTRIFuzzy</i>	Função financeira implementada em VBA para o cálculo do tempo de retorno de investimento modificado fuzzy
<i>MVPL</i>	Função financeira implementada em VBA para o cálculo do VPLM
<i>MVPLFuzzy</i>	Função financeira implementada em VBA para o cálculo do Valor Presente Líquido Modificado Fuzzy
<i>n</i>	O número de períodos ou de variáveis em uma série ou o último número em uma série
<i>NFT</i>	Número fuzzy triangular
<i>NFTr</i>	Número fuzzy trapezoidal
<i>PAYBACK</i>	Período de retorno (simples ou descontado)
<i>PRD</i>	Período de retorno descontado
<i>PRS</i>	Período de retorno simples
<i>r(α)</i>	Reta da direita de um número fuzzy triangular
<i>TDAR</i>	Taxa de desconto ajustada ao risco
<i>TIR</i>	Taxa interna de retorno
<i>TIRM</i>	Taxa interna de retorno modificada
<i>TIRM Fuzzy</i>	Taxa interna de retorno modificado fuzzy
<i>TMA</i>	Taxa mínima de atratividade
<i>TRID</i>	Tempo de retorno de investimento descontado
<i>TRIM</i>	Tempo de retorno de investimento modificado
<i>TRIM Fuzzy</i>	Tempo de retorno de investimento modificado fuzzy
<i>TRIS</i>	Tempo de retorno de investimento simples
<i>TRIT</i>	Tempo de retorno de investimento total
<i>t</i>	Período de tempo
<i>VBA</i>	Visual basic for application
<i>VP</i>	Valor presente
<i>VPL</i>	Valor presente líquido
<i>VPL Fuzzy</i>	Valor presente líquido fuzzy
<i>VPLM</i>	Valor presente líquido modificado
<i>VPLM Fuzzy</i>	Valor presente líquido modificado fuzzy
<i>VT</i>	Valor terminal
<i>WACC</i>	Weighted average cost of capital

1

Introdução

1.1

Motivação

Amplamente utilizados pelas empresas para avaliação de projetos de investimento, os métodos tradicionais do valor presente líquido (*VPL*) e da taxa interna de retorno (*TIR*), da abordagem do fluxo de caixa descontado (*FCD*), utilizam modelos determinísticos, em que todas as propostas de projetos são estabelecidas a partir de valores de fluxos de caixa e de taxas conhecidos e exatos. No entanto, informações precisas referentes a resultados futuros são raras e de difícil obtenção.

Ao longo das últimas décadas, diversos estudos foram realizados para considerar os problemas de avaliação de projetos em condições de risco, em que todas as informações são conhecidas como uma distribuição de probabilidade. Nesses casos, a análise probabilística é o método mais utilizado para caracterizar a incerteza.

Entretanto, essa visão probabilística da avaliação de projetos não oferece soluções de fácil implementação e manuseio para muitos problemas em um mundo em condições de incerteza. A incerteza está intrinsecamente relacionada aos processos de avaliação de projetos em que informações imprecisas ou incompletas estão disponíveis e nenhuma distribuição de probabilidade pode ser associada às informações.

Introduzida por Zadeh (1965), a teoria dos conjuntos fuzzy facilita a análise onde a incerteza é devido à indefinição ou imprecisão e não devido apenas à aleatoriedade e pode ser aplicada na análise da incerteza com valores de observação imprecisos, com dados linguísticos ou com descrições verbais das relações. Nesses casos, números fuzzy podem ser utilizados para quantificar informações inexatas e incertas, em muitas aplicações técnicas e econômicas em que o conhecimento impreciso e relativamente vago de especialistas precisa ser contabilizado de forma quantitativa.

No entanto, de acordo com Sengupta e Pal (2009), a função de pertinência, o núcleo da teoria dos conjuntos fuzzy, é considerada, ao mesmo tempo, como um ponto forte e um ponto fraco da teoria. O ponto forte da função de pertinência é o fato dela definir um limite suave, em contraste com a função característica da teoria de conjuntos clássica, que define um limite rígido. Já o ponto fraco deve-se ao fato da função de pertinência ser considerada muito subjetiva em relação à sua construção.

Além da análise probabilística e da teoria fuzzy, os métodos existentes para a caracterização da imprecisão e incerteza incluem uma outra ferramenta: a aritmética intervalar. Um número intervalar é a forma mais simples de representação da imprecisão e da incerteza, onde não são feitas suposições quanto à forma da incerteza entre os seus limites inferior e superior e todos os tipos de incertezas podem ser transformados em um intervalo, tendo apenas os limites do parâmetro em questão. Além disso, um número intervalar pode ser pensado como um α -cut de um conjunto fuzzy convexo (KAUFMANN e GUPTA, 1985).

A utilização da teoria fuzzy associada à aritmética intervalar nas avaliações de projetos de investimentos em condições de incerteza tem sido amplamente investigada e diversos modelos e métodos têm sido propostos. Os trabalhos de Ward (1985), Kaufmann (1985), Kaufmann e Gil-Aluja (1986 e 1987), Buckley (1987) e Gutiérrez (1989) foram, provavelmente, as primeiras aplicações dessas teorias em orçamento de capital.

Após esses trabalhos pioneiros, diversos autores contribuíram para o refinamento da teoria de orçamento de capital fuzzy [BUCKLEY (1992), CHIU e PARK (1994 e 1998), GUPTA (1996), BOJADZIEV e BOJADZIEV (1997), CARLSOON e FULLÉR (1999), BOUSSABAIN e ELHAG (1999), ÇETIN e KAHRAMAN (1999), KUTCHA (2000), MOHAMED e McCOWAN (2001), KAHRAMAN *et al.* (2002), TERCEÑO *et al.* (2003), SERGUIIEVA e HUNTER (2004), LAZO (2004), SANCHES (2004), BANHOLZER (2005), GIL-LAFUENTE (2005), LIOU e CHEN (2006), KAHRAMAN *et al.* (2006), SEVASTJANOV (2006), HUANG (2007 e 2008) e KAHRAMAN (2008 e 2009), apenas para citar alguns].

Em função da diversidade de trabalhos, é uma crença comum que quase todos os problemas da avaliação fuzzy dos parâmetros financeiros em orçamento de capital estão equacionados (DYMOWA, 2011). Entretanto, uma avaliação

minuciosa da literatura mostra que a atual teoria de orçamento de capital fuzzy está exclusivamente fundamentada nos métodos tradicionais do fluxo de caixa descontado, e apresenta falhas que podem induzir a erros de interpretação nas decisões de investimento de capital das empresas.

Essas falhas estão relacionadas a, pelo menos, três deficiências básicas¹ dos métodos tradicionais do *VPL* e da *TIR* de orçamento de capital:

- **Múltiplas Taxas de Retorno.** A *TIR* é resultante da solução de uma equação polinomial de grau n e, de acordo com o Teorema de Descartes, equações desse tipo podem admitir até n raízes reais positivas. A existência de múltiplas taxas, apesar de matematicamente corretas, não têm significado financeiro relevante para o processo de tomada de decisão de investimento de capital (Ross *et al.*, 2002).
- **Comportamento Anômalo.** Principalmente nos casos de existência de múltiplas taxas de retorno, o *VPL* pode apresentar comportamentos anômalos. Diferente do que ocorre com os fluxos de caixa convencionais, onde o *VPL* diminui quando a taxa de desconto aumenta, e vice-versa, é possível que o *VPL* aumente quando a taxa de desconto aumenta ou que o *VPL* diminua quando a taxa de desconto diminui. Esse comportamento pode tornar o *VPL* inadequado para as decisões de investimento (OEHMKE, 2000).
- **Pressupostos implícitos da taxa de reinvestimento.** As indicações conflitantes de projetos obtidas pela utilização dos métodos do *VPL* e da *TIR* têm sua origem, principalmente, nos diferentes pressupostos implícitos de reinvestimento dos fluxos de caixa intermediários adotados nesses métodos. Esses pressupostos são: O *VPL* assume implicitamente que o reinvestimento dos fluxos de caixa intermediários é realizado à taxa de desconto utilizada para calcular o *VPL*; e a *TIR* assume implicitamente o reinvestimento à mesma *TIR*,

¹ As deficiências e contradições entre os métodos do fluxo de caixa descontado têm sido bem discutidas na literatura financeira. Magni (2010) apresenta uma ampla relação de contribuições para o aprofundamento do estudo desses problemas.

o que geralmente é irrealizável por estar acima dos valores de mercado [SOLOMON (1956) e RENSHAW (1957)].

Os esforços de muitos pesquisadores têm gerado, ao longo das últimas seis décadas, uma quantidade imensa de contribuições destinadas a resolver essas deficiências.² Ajustes e modificações foram introduzidos nos métodos tradicionais do fluxo de caixa descontado, gerando novos modelos e procedimentos referenciados como “métodos modificados” ou “métodos ajustados” de avaliação de projetos de investimento.

Atualmente, é crescente a referência na literatura financeira aos métodos da Taxa Interna de Retorno Modificada [PETERSON e FABOZZI (2002), VISHWANATH (2007), CRUNDWELL (2008), VERNIMMEN (2009), FABOZZI e DRAKE (2009) e GAPENSKI (2011)] e do Valor Presente Líquido Modificado [BEAVES (1988 e 1993), McCLURE e GIRMA (2004), KASSAI *et al.* (2007), CHANDRA (2009) e CASAROTTO e KOPITTKE (2010)].

Esses métodos corrigem as principais deficiências dos métodos tradicionais e permitem uma decisão de investimento de capital mais precisa. Além disso, os métodos da taxa interna de retorno modificada (*TIRM*) e do valor presente líquido modificado (*VPLM*) são modelados usando os mesmos pressupostos da taxa de reinvestimento e permitem a utilização de taxas de desconto diferenciadas, sendo, portanto, medidas mais realistas e adaptadas às condições de mercado que as anteriores.

Desse modo, a constatação de que, até o presente momento, nenhuma referência quanto à aplicação da teoria dos conjuntos fuzzy associada aos métodos modificados foi identificada pelo autor na literatura de orçamento de capital fuzzy³, constituiu-se na principal motivação para a elaboração de uma abordagem

² Para uma análise mais profunda do assunto, sugere-se a leitura dos seguintes artigos: Lorie e Savage (1955), Bierman e Smidt (1957), Baldwin (1959), Teichrow *et al.* (1965a e 1965b), Mao (1966), Pegels (1968), Adler (1970), Lin (1976), Negrete (1978), Athanasopoulos (1978b e 1980), Bernhard (1979a, 1979b e 1989), Beaves (1988, 1993, 1994 e 2005), McDaniel *et al.* (1988), Shull (1992, 1993 e 1994), Anderson e Barber (1994), Lee e Kim (1994), Plath e Kennedy (1994a e 1994b), Hajdasinski (1993, 1995, 1996, 1997 e 2004), Lefley (1997, 1998, 2003), Keef e Olowo-Okere (1998), Chang e Swales (1999), Vélez-Pareja (2000), Srinivasa (2005), Crean (2005) e Biondi (2006).

³ Recentemente, foram apresentados dois trabalhos na *14th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU 2012)* que podem ser considerados exceções a essa tendência: Sampaio Filho *et al.* (2012) e Guerra *et al.* (2012).

alternativa para orçamento de capital que contemplasse as vantagens da aplicação da aritmética intervalar associada à teoria dos conjuntos fuzzy no tratamento das incertezas e, ao mesmo tempo, eliminasse as deficiências dos métodos tradicionais de orçamento de capital.

1.2

Objetivos

Os principais objetivos da presente tese são:

- (a) Investigar a evolução dos métodos de orçamento de capital em condições de certeza nas últimas seis décadas, principalmente no que se refere aos métodos da taxa interna de retorno modificada (*TIRM*) e do valor presente líquido modificado (*VPLM*);
- (b) Propor os métodos do índice de lucratividade modificado (*ILM*) e do tempo de retorno do investimento modificado (*TRIM*), compatíveis com os métodos da taxa interna de retorno modificada (*TIRM*) e do valor presente líquido modificado (*VPLM*), para avaliação de projetos de investimentos em condições de certeza;
- (c) Investigar a evolução dos métodos de orçamento de capital fuzzy até a presente data;
- (d) Propor uma abordagem unificada mais eficiente para avaliação de projetos de investimentos em condições de incerteza, fundamentada nos métodos modificados da *TIRM*, do *VPLM*, do *ILM* e da *TRIM* e baseada em números fuzzy e aritmética intervalar.

Como objetivo subjacente, é proposto o desenvolvimento de funções financeiras MS-Excel que permitam o cálculo dos indicadores associados aos métodos propostos.

1.3

Contribuições

As principais contribuições dessa tese são:

- Desenvolvimento de uma abordagem unificada de orçamento de capital para avaliação de investimentos em condições de certeza, a partir das

estruturas fundamentais e dos pressupostos explícitos dos métodos da taxa interna de retorno modificada e do valor presente líquido modificado, visando uma alternativa mais eficiente aos métodos tradicionais de fluxo de caixa descontado em condições de certeza. A abordagem enfatiza os pontos fortes dos métodos modificados de orçamento de capital, enquanto contorna conflitos e desvantagens dos métodos tradicionais.

- Desenvolvimento de métodos de orçamento de capital para avaliação de investimento em condições de incerteza, fundamentada nos métodos modificados propostos nessa tese e na teoria dos conjuntos fuzzy.
- Desenvolvimento e disponibilização de funções financeiras MS-Excel associadas aos métodos de orçamento de capital determinísticos e fuzzy propostos nessa tese.

1.4

Descrição da Tese

A tese está estruturada em seis etapas, descritas a seguir:

1. **Estudo sobre a teoria de orçamento de capital.** Essa etapa envolveu a pesquisa bibliográfica sobre os métodos da abordagem do fluxo de caixa descontado, a análise de incoerências e de interpretações conflitantes dos princípios fundamentais e a avaliação das alternativas para modificação desses métodos. Especificamente, foram considerados os métodos da taxa interna de retorno modificada e do valor presente líquido modificado.
2. **Generalização do modelo básico em condições de certeza.** Essa etapa envolveu o estudo para a inclusão dos pressupostos explícitos de reinvestimento dos métodos da *TIRM* e do *VPLM* nos métodos do Índice de Lucratividade (*IL*) e do Tempo de Retorno de Investimento Total (*TRIT*). Os indicadores propostos foram o Índice de Lucratividade Modificado (*ILM*) e o Tempo de Retorno de Investimento Modificado (*TRIM*), para avaliação de investimentos em condições de certeza.

3. **Estudo sobre a teoria de orçamento de capital fuzzy.** Essa etapa envolveu o estudo da Teoria dos Conjuntos Fuzzy, descrevendo seus conceitos básicos (além de uma introdução aos conceitos de Números Fuzzy e de Aritmética Intervalar) e a pesquisa bibliográfica sobre a utilização dessa teoria associada aos métodos da abordagem do fluxo de caixa descontado.
4. **Estruturação de novos métodos de avaliação de investimento em condições de incerteza.** Essa etapa envolveu o desenvolvimento de métodos alternativos aos métodos da recente teoria de orçamento de capital fuzzy. Especificamente foram propostos quatro métodos alternativos: Valor Presente Líquido Modificado Fuzzy (*VPLM Fuzzy*); Taxa Interna de Retorno Modificada Fuzzy (*TIRM Fuzzy*); Índice de Lucratividade Modificado Fuzzy (*ILM Fuzzy*); Tempo de Retorno de Investimento Modificado Fuzzy (*TRIM Fuzzy*), para avaliação de investimentos em condições de incerteza.
5. **Desenvolvimento das novas funções financeiras MS-Excel.** Nessa etapa, para facilitar os cálculos dos indicadores e a utilização dos métodos alternativos de orçamento de capital fuzzy, foram desenvolvidas e disponibilizadas, em *Visual Basic for Applications*, funções financeiras MS-Excel associadas a esses métodos.
6. **Aplicação dos métodos e das funções financeiras.** Nessa etapa, para ilustrar o uso dos modelos e das funções financeiras, exemplos numéricos foram fornecidos e um estudo de caso na área de exploração e produção de petróleo foi analisado.

1.5

Organização da Tese

Essa tese está dividida em mais cinco capítulos e quatro apêndices, descritos a seguir.

No capítulo 2 apresenta-se um resumo dos fundamentos teóricos necessários para uma melhor compreensão do trabalho. São introduzidos os conceitos fundamentais de orçamento de capital, dos métodos tradicionais da

abordagem do fluxo de caixa descontado e dos métodos modificados da *TIR* e do *VPL* em condições de certeza.

No capítulo 3, apresenta-se a abordagem proposta para inclusão dos pressupostos explícitos da taxa interna de retorno modificada (*TIRM*) e do valor presente líquido modificado (*VPLM*) nos métodos do índice de lucratividade e do tempo de retorno de investimento. São desenvolvidos os métodos do índice de lucratividade modificado (*ILM*) e do tempo de retorno de investimento modificado (*TRIM*).

No capítulo 4 são apresentados os métodos fuzzy propostos do valor presente líquido modificado, da taxa interna de retorno modificada, do índice de lucratividade modificada e do tempo de retorno do investimento modificado, juntamente com o seu desenvolvimento.

No capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos com a aplicação da abordagem proposta em um problema de exploração e produção de petróleo.

No capítulo 6 são apresentadas as principais contribuições, limitações e conclusões da Tese, bem como propostas para extensão da mesma.

Nos apêndices são apresentados os fundamentos básicos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy e da Aritmética Intervalar; as demonstrações matemáticas da consistência entre os métodos do *VPLM*, da *TIRM* e do *ILM* nas indicações para tomadas de decisão de projetos de investimentos; as sintaxes das funções financeiras desenvolvidas e os códigos *VBA* dessas funções.

2

Fundamentos

Esse capítulo tem por objetivo apresentar a fundamentação do tema “Orçamento de Capital”. Pretende-se estabelecer uma base teórica e conceitual para o desenvolvimento dos capítulos posteriores.

2.1

Conceitos Básicos

2.1.1

Análise Empresarial de Projetos de Investimento

A análise empresarial de projetos de investimento é um processo de obtenção e organização de informações (técnicas, econômicas, financeiras etc.) que auxilia a alta administração da empresa na tomada de decisão a respeito de novos empreendimentos. De forma mais ampla, um projeto de investimento pode ser definido como qualquer aplicação de recursos destinada a criar valor futuro para os acionistas ou proprietários da empresa.

2.1.2

Metodologia de Análise Empresarial de Projetos de Investimento

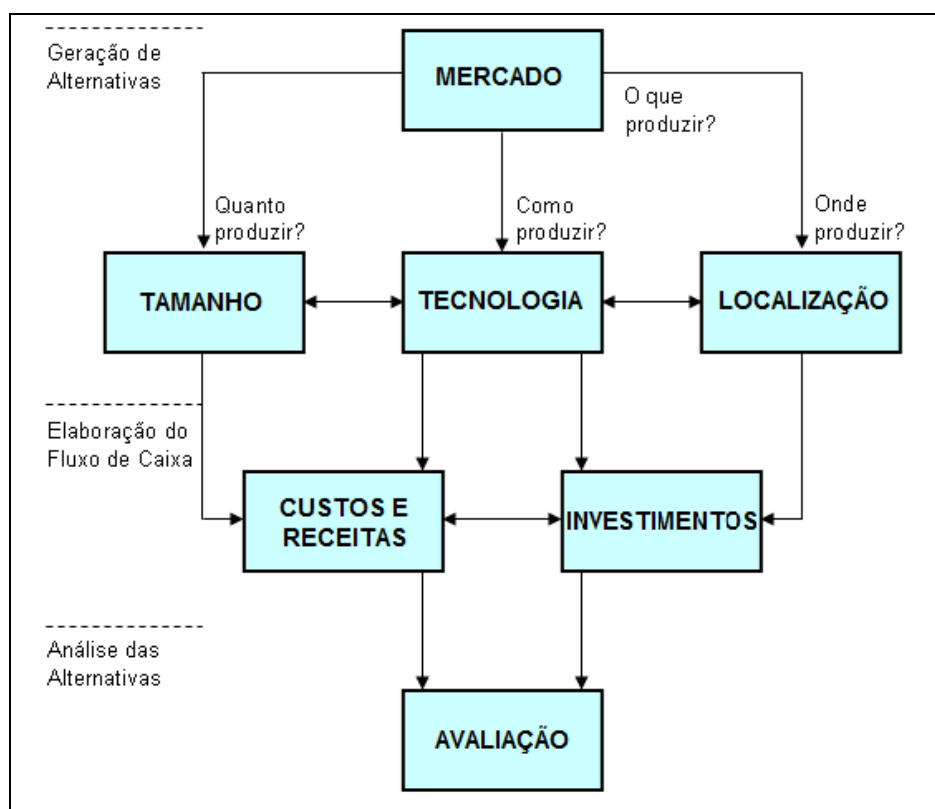
A análise empresarial de projetos de investimentos passa obrigatoriamente pela estruturação de uma metodologia que auxilie na elaboração e apresentação de propostas de investimento à alta administração da empresa. Segundo Neves (1981), essa metodologia pode ser dividida nas seguintes fases:

a) Identificação das alternativas

A identificação das diferentes alternativas ocorre quando o grupo responsável pela elaboração do projeto de investimento se submete ao seguinte processo indagativo: o que, quanto, como e onde produzir?

A primeira pergunta: “o que produzir?” refere-se aos vários tipos de bens ou serviços que podem ser avaliados como alternativas para a aplicação de determinado capital. A segunda: “quanto produzir?” diz respeito à capacidade a ser adotada na fabricação de certo bem ou serviço. A terceira: “como produzir?” está relacionada com a tecnologia do projeto. A quarta pergunta: “onde produzir?” considera que o projeto pode ser localizado em diversos lugares. Nesse caso é analisada, principalmente, a demanda sobre os fatores de produção (mão-de-obra, matérias-primas, energia etc.) relacionados com o projeto.

Na Figura 2.1, estão representados os diversos componentes de um projeto empresarial e a função de avaliação como um instrumento de análise das alternativas consideradas.



Fonte: Adaptado de Neves (1981).

Figura 2.1: Componentes de um projeto empresarial.

b) Estudo de pré-viabilidade

Uma vez definidas as alternativas, é necessário realizar estudos preliminares a respeito das suas implicações, com o objetivo de eliminar aquelas que são dominadas por outras ou que são impossíveis de serem realizadas, uma vez que violam certas restrições já conhecidas *a priori*.

c) Estudo de viabilidade econômica

O estudo de viabilidade econômica envolve as estimativas dos desembolsos e receitas, com seus respectivos cronogramas. Esses valores levarão à formação dos fluxos de caixa de cada estimativa, os quais serão analisados segundo critérios já estabelecidos.

Em geral, as empresas utilizam como critérios os métodos do valor presente líquido, da taxa interna de retorno, do índice de lucratividade e do tempo de retorno do investimento. Esses métodos são apresentados nos próximos itens.

d) Análise de risco e incerteza

No sentido de complementar os critérios quantitativos, em geral as empresas realizam uma análise de risco e incerteza⁴ buscando identificar parâmetros que podem inviabilizar o projeto e que necessitarão de controles especiais para redução do seu grau de risco.

Essa análise procura ainda determinar o comportamento estatístico dos indicadores (valor presente líquido, taxa interna de retorno etc.) utilizados na avaliação das alternativas de investimento.

⁴ Nessa tese, “certeza” é definida como aquelas situações com um só futuro possível e conhecido. A “incerteza” é definida como aquelas situações em que não se tem conhecimento objetivo das distribuições de probabilidades associadas a um evento futuro. E “risco” é definido como a medida da incerteza, ou seja, quando se conhece a distribuição de probabilidades de cada um dos eventos possíveis relacionados à tomada de decisão (SÁ, 1999).

2.1.3

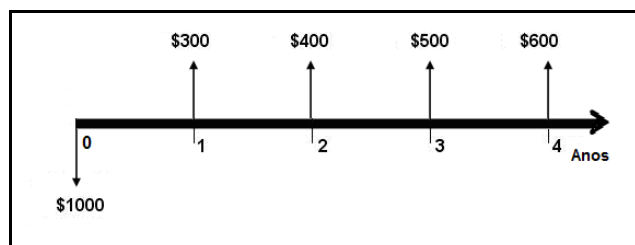
Diagrama de Fluxo de Caixa

Como os problemas de orçamento de capital envolvem receitas e despesas que ocorrem em intervalos de tempo diferentes, adota-se na maioria das vezes uma representação na forma de um diagrama ou de uma tabela (ou planilha), que permite visualizar o fluxo de caixa do projeto.

Na elaboração do diagrama de fluxo de caixa são estabelecidas as seguintes convenções:

- a) A linha reta horizontal representa períodos de tempo (meses, anos etc.) e os pontos na reta indicam o fim de um período ou o início do período seguinte;
- b) As receitas e as despesas são consideradas como ocorrendo no fim de um período, mesmo que na prática elas estejam distribuídas ao longo do período. Na maioria das vezes, essa simplificação afeta pouco as comparações das alternativas.
- c) As receitas e as despesas são representadas por flechas. As flechas para cima representam as receitas ou os fluxos de caixa de entrada (valores positivos). Já as flechas para baixo representam as despesas ou fluxos de caixa de saída (valores negativos).

No exemplo da Figura 2.2, o diagrama de fluxo de caixa representa um projeto com um investimento inicial (desembolso) de \$1.000 no ano zero, que produz receitas de \$300, \$400, \$500 e \$600 nos anos 1, 2, 3 e 4, respectivamente.



Fonte: Damodaran (2004).

Figura 2.2: Exemplo de diagrama de fluxo de caixa.

O fluxo de caixa do exemplo acima é representado na Tabela 2.1, que relaciona os fluxos de caixa de cada período.

Tabela 2.1: Exemplo de tabela de fluxo de caixa.

Ano	Valor
0	-1.000
1	300
2	400
3	500
4	600

Fonte: Elaboração própria.

2.1.4

Classificações de Projetos de Investimento

2.1.4.1

Projetos Independentes vs. Mutuamente Exclusivos

Um projeto de investimento é denominado independente⁵ quando a sua aceitação ou rejeição não elimina outros projetos em consideração, ou afeta a probabilidade de seleção de outros projetos de investimento. O projeto pode ser avaliado de forma independente e a decisão de aceitação ou rejeição do projeto depende basicamente de três fatores: se o projeto agrega valor à empresa, se existem recursos suficientes e se ele preenche os critérios de investimento estabelecidos pela empresa.

Por outro lado, dois ou mais projetos que não podem ser executados simultaneamente são chamados de projetos mutuamente exclusivos - a aceitação de um projeto impede a aceitação de uma proposta alternativa. Projetos mutuamente exclusivos envolvem decisões do tipo “um ou outro” e não podem ser executados simultaneamente.

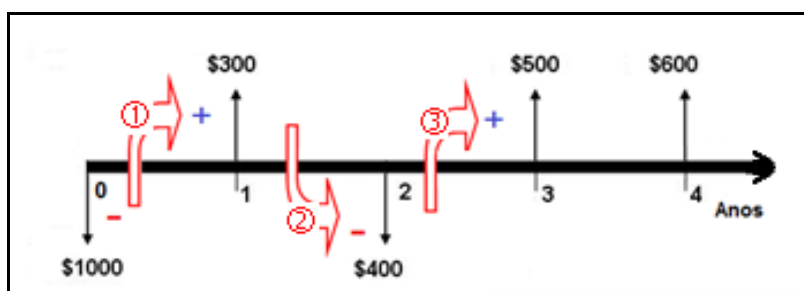
⁵ Dois ou mais projetos são denominados dependentes quando a aceitação de um depende da aceitação de outros projetos. Por exemplo, projetos de construção de hidrelétricas e de linhas de transmissão.

2.1.4.2

Projetos de Investimento Convencionais vs. Não-convencionais

Na literatura financeira, em geral, denomina-se projeto de investimento convencional aquele cujo fluxo de caixa tem inicialmente somente valores negativos (investimentos) e os demais são todos positivos ou nulos, de modo que ocorre apenas uma variação de sinal. Em muitos casos, apenas o primeiro valor do fluxo de caixa é negativo. Nesse caso, denomina-se projeto de investimento simples. Projeto de investimento não-convencional é aquele cujo fluxo de caixa apresenta mais de uma variação de sinal.

O fluxo de caixa do projeto de investimento da Figura 2.2, que apresenta apenas uma variação de sinal e somente o primeiro valor é negativo, é convencional simples. Por outro lado, o fluxo de caixa do projeto da Figura 2.3, que apresenta três variações de sinal, é não-convencional.



Fonte: Adaptado de Damodaran (2004).

Figura 2.3: Exemplo de projeto de investimento não-convencional.

2.1.5

Taxa Mínima de Atratividade

As empresas devem definir qual a taxa de retorno mínima aceitável em suas decisões de investimento, levando-se em conta o valor do dinheiro no tempo, o risco e o retorno mínimo relativos ao segmento de negócio; essa taxa mínima é denominada taxa mínima de atratividade (*TMA*).

A TMA é entendida como o custo de oportunidade da empresa, o grau de sacrifício feito ao se optar por uma alternativa de investimento em detrimento de outra. Em geral, essa taxa é o custo de capital da empresa ou ainda, o retorno médio obtido pela empresa em suas atividades.

Mas, o que é necessário para estabelecer essa taxa? De acordo com Motta *et al.* (2009), é bastante comum as empresas trabalharem com dois conceitos: o custo médio ponderado de capital (*CMPC*)⁶ e o custo marginal de capital (*CMgC*).

O *CMPC* é obtido através da média ponderada dos custos das fontes de financiamento que a empresa utiliza, levando-se em consideração as taxas de captação e os montantes captados. As principais fontes de captação de recursos para financiamento da empresa são:

- reinvestimento dos lucros retidos (capital próprio interno);
- emissão de ações ordinárias (capital próprio externo);
- emissão de ações preferenciais;
- capital de terceiros (dívidas de longo prazo).

Por outro lado, o *CMgC* está relacionado com o custo do capital captado especificamente para uma determinada oportunidade de investimento. Desse modo, é essencial que o retorno obtido por uma oportunidade de investimento seja sempre superior ao seu custo marginal de capital para essa oportunidade.⁷

2.1.6

Taxa de Desconto Ajustada ao Risco

De acordo com essa o método da taxa de desconto ajustada ao risco (*TDAR*), o risco associado a um projeto é indexado à taxa de desconto utilizada na aplicação dos métodos de análise de investimentos.

Geralmente, a *TDAR* é calculada de acordo com o custo médio ponderado de capital. Os projetos considerados de médio risco são descontados ao *CMPC*. Por outro lado, os projetos de baixo risco são descontados a uma taxa menor do que o *CMPC* e os de alto risco, a uma taxa maior.

Segundo Weston e Brigham (2004), não existe uma maneira ótima para o estabelecimento de quanto exatamente mais altas ou mais baixas essas taxas de desconto devem ser. Ainda de acordo com esses autores, no estágio atual, os ajustes para a consideração do risco são necessariamente dependentes do

⁶ O custo médio ponderado de capital também é conhecido como *WACC* (sigla em inglês para *Weighted Average Cost of Capital*).

⁷ Para uma visão mais abrangente sobre custo de capital, ver Pratt (2002) e Ross *et al.* (2011).

discernimento dos tomadores de decisão e definidas de uma forma um tanto quanto arbitrária.

2.2

Métodos Tradicionais de Orçamento de Capital

Os métodos tradicionais de orçamento de capital podem ser divididos em duas categorias: métodos de fluxo de caixa descontado (*FCD*) e os métodos de fluxo de caixa não-descontado (*não-FCD*)⁸. Os métodos de *FCD* são aqueles que reconhecem o valor temporal do dinheiro. Seu conceito fundamental estabelece que um real hoje vale mais do que um real amanhã. Os métodos de *não-FCD* são aqueles que não consideram o valor temporal do dinheiro.

2.2.1

Métodos de Fluxo de Caixa Não-Descontado

Na vida real, os métodos de fluxo de caixa não-descontados ainda são amplamente utilizados [MEIER e TARHAN (2007), BROUNEN *et al.* (2004) e ARBELÁEZ (2004), GRAHAM e HARVEY (2001 e 2002)]⁹, em particular no continente europeu, pela sua simplicidade e facilidade de compreensão. Entretanto, são critérios empíricos, pois não levam em consideração a atualização dos valores nem os benefícios que os projetos podem produzir após a recuperação do capital investido. Entre eles, destaca-se o método do tempo de retorno do investimento simples, amplamente utilizado pelas empresas.

Esses métodos são utilizados como métodos suplementares em combinação com os métodos de fluxo de caixa descontado.

⁸ A teoria das opções reais, aplicada a projetos com flexibilidade futura, não é objeto de estudo nessa Tese.

⁹ Graham e Harvey (2001) realizaram um amplo estudo sobre a utilização das diferentes técnicas de avaliação de investimentos e suas principais conclusões são: as grandes empresas confiam largamente nas técnicas do valor presente líquido e da taxa interna de retorno enquanto que as empresas de pequeno porte continuam utilizando o critério do tempo de retorno de um investimento. Os autores foram premiados com o *Jensen Price* pelo melhor artigo publicado no *Journal of Financial Economics* em 2001.

2.2.1.1

Método do Tempo de Retorno do Investimento Simples

a) Definições e conceitos

O indicador de tempo de retorno de investimento simples de um projeto (*TRIS*) é uma medida de rapidez com que as entradas de caixa recuperam o investimento inicial efetuado na implantação de um projeto. Em termos práticos, trata-se do tempo calculado para que o capital investido no projeto retorne ao bolso do investidor. O tempo de retorno de investimento simples (*TRIS*) também é conhecido por *payback* simples, *payback* tradicional ou simplesmente *payback*.

Segundo Brigham (2001), apesar das restrições à sua utilização, o tempo de retorno do investimento é usado especialmente em situações em que o risco é elevado e os investidores estão interessados em recuperar rapidamente o capital investido. Na visão desses investidores, a regra básica é a seguinte: quanto maior o tempo necessário para a empresa recuperar o investimento, maior a possibilidade de perda; em contrapartida, quanto menor for o tempo de retorno do investimento, menor será a exposição da empresa aos riscos.

Para Damodaran (2004), projetos que recuperam o capital investido mais cedo podem ser considerados mais atraentes, visto que todas as receitas obtidas além desse período no tempo podem ser consideradas como lucro.

Caso as empresas tenham estabelecido um prazo máximo para reposição do capital investido, o tempo de retorno do investimento pode ser o primeiro indicador dos riscos do negócio, sendo que a aceitação do investimento estará condicionada ao tempo de retorno do investimento ser menor ou igual ao prazo estabelecido.

Na sua essência, o tempo de retorno simples do investimento é uma medida de liquidez do projeto, e não da sua rentabilidade. Ele pode ser aplicado, sem restrições, a projetos que apresentem fluxos de caixa com as seguintes características:

$$FC_0 < 0 \text{ e } FC_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

onde FC_0 e FC_j são os fluxos de caixa líquidos nos períodos 0 e j .

O tempo de retorno simples de um projeto (*TRIS*), que não leva em consideração a dimensão tempo, é obtido de acordo com a equação (2.2):

$$TRIS = t, \text{ tal que : } \sum_{j=0}^{t-1} FC_j < 0 \text{ e } \sum_{j=0}^t FC_j \geq 0 \quad (2.2)$$

onde FC_j são os fluxos de caixa líquidos no período j ; e t é o período considerado: 0, 1, 2, ... n .

À primeira vista, a equação (2.2), que permite o cálculo do tempo de retorno do investimento, pode causar uma ideia de complexidade de cálculo. Na prática, são utilizados procedimentos bastante simples para se calcular o indicador de tempo de retorno do investimento. O primeiro, quando os fluxos de caixa decorrentes do investimento apresentam um valor constante durante todo o horizonte de vida do projeto. Nesse caso, basta dividir o investimento inicial pelo valor do fluxo de caixa, conforme é mostrado na equação (2.3):

$$TRIS = \frac{\text{Investimento Inicial}}{\text{Valor do Fluxo de Caixa}} \quad (2.3)$$

Já o segundo procedimento exige um pouco mais de trabalho. Ele é utilizado quando os fluxos de caixa do projeto variam de período para período. Nesse caso, o indicador de tempo de retorno do investimento é calculado pelo processo de acumulação dos fluxos de caixa até que o valor acumulado se torne igual ou superior ao investimento inicial.

b) Critério de decisão

O critério de decisão do método do tempo de retorno do investimento baseia-se no horizonte de vida do projeto. Um projeto é considerado aceitável quando o seu tempo de retorno do investimento é inferior ao seu horizonte de vida.

Na prática, as empresas costumam estabelecer um prazo máximo para recuperação do capital investido, independente do horizonte de vida do projeto. Nesse caso, o critério de decisão passa a utilizar como parâmetro de comparação o tempo máximo de retorno de capital admitido pelas empresas em substituição ao horizonte de vida do projeto.

De acordo com essa visão, o método recomenda aceitar todos os projetos com tempo de retorno do investimento iguais ou inferiores ao tempo máximo

admitido pelos investidores (t_{max}) e rejeitar todos os projetos em que o tempo de retorno é superior. Obviamente, quanto menor o tempo de retorno do investimento, melhor é a viabilidade econômica do projeto.

O Quadro 2.1 mostra as condições de aceitação de um projeto, de acordo com o método do *TRIS*.

Quadro 2.1: Condições de aceitação pelo método do tempo de retorno de investimento simples (*TRIS*).

$TRIS \leq t_{max}$	Aceitar o projeto
$TRIS > t_{max}$	Rejeitar o projeto

Fonte: Elaboração própria.

c) Vantagens e desvantagens

Segundo Brigham e Houston (1999), uma deficiência importante do método do tempo de retorno do investimento é que ele não considera os fluxos de caixa a partir do momento em que ocorre a recuperação do capital investido no projeto. Se um determinado investimento apresenta fluxos de caixa maiores no início implicará em um período mais curto de recuperação do capital, mas pode ser apenas um tempo de retorno do investimento ilusório, caso após este período o projeto apresente fluxos de caixa negativos.

Para Ross *et al.* (2000), o método do tempo de retorno do investimento não leva em consideração o valor do dinheiro no tempo, o que pode ser considerado uma grave limitação. Fluxos de caixa recebidos em diferentes períodos são simplesmente somados para avaliar o prazo de recuperação do investimento realizado. Outras desvantagens do método do *TRIS* são:

- O método do *TRIS* não pode ser utilizado em análises de projetos onde os sinais do fluxo de caixa se alternam mais de uma vez;
- Não estabelece o valor máximo de tempo de retorno do investimento exigido para a aceitação dos projetos;
- Não é uma medida da lucratividade do investimento.

Em contrapartida, como vantagens do método do tempo de retorno do investimento, podem-se destacar a extrema simplicidade de cálculo e a facilidade de interpretação do resultado. Além disso, de acordo com Brigham *et al.* (2001) o

método do tempo de retorno de investimento é um indicador que contempla o aspecto de liquidez na tomada de decisão de investimento. Quanto menor o período de *TRIS*, outros fatores mantidos constantes, maior a liquidez do projeto.

Em suma, o projeto de menor tempo de retorno do investimento não quer dizer, necessariamente, que seja a melhor alternativa do ponto de vista econômico. É apenas um subsídio a mais para auxiliar a tomada de decisão, principalmente quando a variável risco no tempo é importante.

O Quadro 2.2 sumariza as principais vantagens e desvantagens de uso do método do tempo de retorno do investimento simples (*TRIS*).

Quadro 2.2: Principais vantagens e desvantagens de uso do método do tempo de retorno de investimentos simples (*TRIS*).

VANTAGENS	DESVANTAGENS
<ol style="list-style-type: none"> 1. Extrema simplicidade de cálculo e de interpretação do resultado. 2. Contempla o aspecto de liquidez. 3. Fornece uma medida bruta sobre o risco do investimento. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Não leva em consideração o valor temporal do dinheiro. 2. Não considera fluxos de caixa futuros a partir do momento em que ocorre a recuperação do capital investido. 3. Não pode ser utilizado em análises de projetos onde os sinais do fluxo de caixa se alternam mais de uma vez. 4. Não estabelece o valor máximo de tempo de retorno do investimento exigido para a aceitação dos projetos. 5. Não é uma medida da lucratividade do investimento. 6. Não indica se um investimento aumenta o valor da empresa.

Fonte: Elaboração própria.

2.2.2

Métodos do Fluxo de Caixa Descontado

Os métodos de fluxo de caixa descontado (*FCD*) encontrados com maior frequência na literatura financeira e, ao mesmo tempo, os mais utilizados pelas empresas nas decisões de investimento de capital são: valor presente líquido (*VPL*), taxa interna de retorno (*TIR*), índice de lucratividade (*IL*) e tempo de

retorno de investimento descontado (*TRID*).¹⁰ O método do *VPL* é recomendado pela maioria dos autores dos livros-textos de finanças [BRIGHAM *et al.* (2001), GITMAN e MADURA (2005), LEMES JUNIOR *et al.* (2005) e ROSS *et al.* (2000)] como sendo o método mais adequado à seleção de projetos de investimento.

Considerados como critérios científicos, o princípio básico que sustenta os métodos do fluxo de caixa descontado é o conceito de valor do dinheiro no tempo. Segundo Ross *et al.* (2000), este é um dos conceitos mais importantes em finanças empresariais.

2.2.2.1

Método do Valor Presente Líquido

a) Definições e conceitos

O método do valor presente líquido (*VPL*) fundamenta-se no conceito da equivalência monetária do valor atual do fluxo de caixa. De acordo com Assaf Neto (2006), o valor presente líquido é a diferença entre o valor presente das receitas líquidas (valores positivos) e o valor presente dos investimentos (valores negativos), trazidos à data zero do fluxo de caixa, utilizando-se para isso a taxa de desconto apropriada: a taxa mínima de atratividade (*TMA*) do segmento de negócio.

O valor presente líquido de um projeto de investimento pode ser expresso pela equação (2.4).

$$VPL = \sum_{j=0}^n \frac{FC_j}{(1+k)^j} \quad (2.4)$$

onde FC_j são os fluxos de caixa líquidos no período j ; k é o custo de capital do projeto; e j é o período considerado 0, 1, 2, ... n .

¹⁰ Para uma análise mais abrangente dos métodos de fluxo de caixa descontado, sugere-se a leitura de Remer e Nieto (1995a e b). Nesses artigos, os autores apresentam uma análise comparativa de 25 técnicas de avaliação de projetos de investimentos.

O *VPL* positivo significa que a atualização dos benefícios supera os investimentos, e seu valor representa o quanto a empresa deverá ganhar se realizar o projeto, em comparação à sua não realização, ou seja, é o ganho esperado adicional à remuneração obtida pela aplicação do valor investido ao custo de capital (criação de valor). Quanto maior o *VPL* de um projeto, maior sua rentabilidade.

b) Critério de decisão

De acordo com Lemes Júnior *et al.* (2005), o critério de aceitação-rejeição do método recomenda aceitar todos os projetos cujo *VPL* é maior do que zero (positivo) e rejeitar os projetos em que o *VPL* é menor que zero (negativo). Quando o *VPL* for igual a zero, a aceitação do projeto torna-se indiferente, isto é, terá o mesmo significado que investir o capital à taxa mínima de atratividade.

O Quadro 2.3 apresenta as condições de aceitação de um projeto, de acordo com o método do *VPL*.

Quadro 2.3: Condições de aceitação pelo método do valor presente líquido (*VPL*).

$VPL > 0$	Aceitar o projeto
$VPL = 0$	Indiferente
$VPL < 0$	Rejeitar o projeto

Fonte: Elaboração própria.

c) Vantagens e desvantagens

O método do *VPL* tem a vantagem de poder ser aplicado a todos os tipos de fluxo de caixa, até mesmo para os fluxos com valores monetários todos positivos ou todos negativos. O *VPL* é também compatível com situações de risco, onde a probabilidade pode ser associada adequadamente aos fluxos de caixa dos projetos.

Restrições também são feitas a este índice. Uma delas é o fato do método não levar em consideração a grandeza do investimento. Isto significa que vários projetos com diferentes valores de investimento podem apresentar o mesmo resultado. É o caso de obter-se um *VPL* de 100 para um investimento inicial de 1000, e o mesmo *VPL* de 100 para um pequeno investimento de 200.

Outro inconveniente citado pelos autores é o fato de ser necessário o conhecimento prévio de uma taxa de desconto para o cálculo do valor presente líquido.

As principais vantagens e desvantagens do uso do método do valor presente líquido estão sumarizadas no Quadro 2.4.

Quadro 2.4: Principais vantagens e desvantagens de uso do método do valor presente líquido (VPL).

VANTAGENS	DESVANTAGENS
<ol style="list-style-type: none"> 1. Considera o valor do dinheiro no tempo e o risco associado. 2. Informa se o projeto aumentará o valor da empresa. 3. Pode ser utilizado em todos os tipos de fluxo de caixa. 4. Todos os fluxos de caixa são incluídos na avaliação. 5. Valores presentes líquidos podem ser somados. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. É preciso conhecer a taxa de desconto. 2. Não leva em consideração a grandeza do investimento. 3. Supõe mercado de capitais eficiente.

Fonte: Elaboração própria

2.2.2.2

Método da Taxa Interna de Retorno

a) Definições e conceitos

Considerada por Ross *et al.* (2000) a alternativa mais importante ao VPL, a taxa interna de retorno (TIR) de um investimento é a taxa que, quando utilizada como taxa de desconto, resulta em um VPL igual a zero. A TIR é conhecida também como taxa interna de juros, taxa de rentabilidade ou retorno do fluxo de caixa descontado.

O termo “*interna*” indica que a taxa de desconto não utiliza nenhum fator externo, mas somente valores “internos” limitados ao fluxo de caixa do projeto [REMER e NIETO (1995) e ROSS *et al.* (2000)].

Para obter-se a taxa interna de retorno de um projeto de investimento, é necessário calcular a taxa de desconto que faz com que o valor presente das

entradas de caixa se iguale ao valor presente dos investimentos, o que significa achar as raízes da equação (2.5).

$$0 = \sum_{j=0}^n \frac{FC_j}{(1 + TIR)^j} \quad (2.5)$$

onde FC_j são os fluxos de caixa líquidos no período j ; TIR é a taxa interna de retorno; e j é o período considerado 0, 1, 2, ... n .

A complexidade na determinação da TIR pode ser evidenciada observando-se a equação (2.5) que envolve o seu cálculo. Segundo Faro (1979), a determinação da TIR é muito trabalhosa, uma vez que consiste na resolução de um polinômio de grau " n " (número de períodos no fluxo de caixa), por interpolação linear ou por processos matemáticos iterativos. Se os coeficientes desse polinômio de grau n só têm uma variação de sinal, então a regra de sinal de Descartes garante que esse polinômio só tem uma raiz real positiva, que é a única raiz que tem significado econômico. Com o advento das calculadoras financeiras, dos microcomputadores e das planilhas eletrônicas, esse cálculo foi bastante facilitado.

b) Critério de decisão

Ross *et al.* (2000) recomendam aceitar todos os projetos com taxa interna de retorno superior à TMA e rejeitar todos os projetos em que a TIR é inferior. Quando a TIR é igual à taxa mínima de atratividade, a aceitação do projeto torna-se indiferente.

No Quadro 2.5 são apresentadas as condições de aceitação ou rejeição de um projeto, de acordo com o método da TIR .

Quadro 2.5: Condições de aceitação pelo método da taxa interna de retorno (TIR).

$TIR > TMA$	Aceitar o projeto
$TIR = TMA$	Indiferente
$TIR < TMA$	Rejeitar o projeto

Fonte: Elaboração própria.

Segundo Ross *et al.* (2000), as regras de decisão da *TIR* e do *VPL* sempre conduzem a decisões idênticas, desde que duas condições muito importantes sejam satisfeitas:

- O fluxo de caixa do projeto precisa ser convencional, isto é, o primeiro fluxo de caixa é negativo e os demais são positivos;
- Os projetos precisam ser independentes entre si. A decisão de aceitar ou rejeitar um projeto não afeta a decisão com relação a qualquer outro projeto.

c) Vantagens e desvantagens

De acordo com Kassai *et al.* (2007), o método original de cálculo da *TIR* apresenta algumas falhas que podem induzir a erros de interpretação na decisão de investimento. Essas falhas estão relacionadas a pelo menos duas questões, a saber:

- **Múltiplas (ou nenhuma) Taxas de Retorno.** O método de cálculo da *TIR* leva a funções polinomiais e, portanto, as equações podem apresentar mais de uma (ou nenhuma) solução, inclusive soluções que não têm significado algum na análise empresarial. Segundo Ross *et al.* (2000), a existência de múltiplas taxas, embora matematicamente corretas, não tem significado financeiro relevante para o processo de decisão de investimento.
- **Pressuposto da Taxa de Reinvestimento.** O método da *TIR* tem como premissa que todos os valores de um fluxo de caixa, sejam eles positivos ou negativos, são descontados ou capitalizados no tempo à própria taxa interna de retorno. Isso não corresponde à realidade quando as taxas de financiamento e de reinvestimento são diferentes. O cálculo da taxa interna de retorno tradicional pode estar superestimado ou subestimado.

De acordo com Faro, C. e Faro, P. (1999), “*A possibilidade de colapso da taxa interna de retorno provocou uma intensa busca de condições de suficiência para sua aplicabilidade*”. Ao longo das últimas décadas, diversos estudos sobre o assunto têm sido publicados na literatura. Podem ser destacadas as contribuições de Soper (1959), Arrow e Levhari (1969), Norström (1972), Doenges (1972), Dudley, Jr. (1972), Rooney (1973), Aucamp e Eckardt, Jr. (1976), Longbottom e Wiper (1978), Meyer (1979), Keane (1979), Bernhard (1979a e b, 1980 e 1989),

Grimlund e Capettini (1983), Sisson e Nielsen (1993), Martin (1995), Keef e Roush (2001), Hazen (2003), Tang e Tang (2003), Hartman e Schafrick (2004), Osborne (2010), Zhang (2005), Brown (2006) e Johnstone (2008). No Brasil, Faro, C. (1973, 1975 a e b, 1976 a e b, 1978, 1983 a e b, 1987, 1988 e 1999), Faro e Soares (1976), Mattos (1978), Oliveira (1979), Faro (1998), Faro e Faro (1999), Balarine (2003), Resende e Siqueira (2005), entre outros, realizaram um extenso estudo sobre o tema.

De acordo com Ross *et al.* (2000), os problemas com o método da *TIR* surgem quando os fluxos de caixa do projeto são não-convencionais ou quando se compara dois ou mais projetos mutuamente excludentes. No caso de projetos não-convencionais, a obtenção da *TIR* pode se tornar muito difícil de resolver. No caso dos projetos mutuamente excludentes, o método da *TIR* pode levar a decisões de investimento erradas.

Ainda que as regras da taxa interna de retorno imponham alguns inconvenientes, representados pela possibilidade de geração de inúmeras taxas e pelo pressuposto da taxa de reinvestimento, o método é largamente utilizado para avaliação de alternativas de investimento.

O Quadro 2.6 sumariza as principais vantagens e desvantagens do uso do método da *TIR*.

Quadro 2.6: Principais vantagens e desvantagens de uso do método da taxa interna de retorno (*TIR*).

VANTAGENS	DESvantagens
<ol style="list-style-type: none"> 1. A <i>TIR</i> é intimamente relacionada com o <i>VPL</i>, geralmente levando à mesma decisão. 2. O cálculo da <i>TIR</i> considera o valor do dinheiro no tempo. 3. Por ser expressa em percentuais, a <i>TIR</i> é de fácil visualização e entendimento. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. A <i>TIR</i> é obtida por iteratividade, o que torna muito difícil ser obtida manualmente. 2. Para tomada de decisão, é necessário o conhecimento da <i>TMA</i>. 3. Pode apresentar múltiplas respostas, se os fluxos de caixa não forem convencionais. 4. Os fluxos de caixa intermediários são reaplicados à taxa do projeto (<i>TIR</i>), o que na prática nem sempre ocorre. 5. Pode levar a decisões erradas na comparação de projetos mutuamente excludentes.

Fonte: Elaboração própria.

2.2.2.3

Método do Índice de Lucratividade (*IL*)

a) Definições e conceitos

O índice de lucratividade (*IL*), também conhecido como “índice de rentabilidade” ou “relação custo-benefício”, é a relação entre o valor presente dos fluxos de caixa positivos (receitas) e o valor presente dos fluxos de caixa negativos (despesas), descontados à taxa mínima de atratividade do projeto (*TMA*). Em outras palavras, mostra o número de vezes que as receitas cobrem os desembolsos no projeto, em valores atuais. É um método auxiliar que pode ajudar os tomadores de decisão na escolha da melhor entre várias alternativas de projeto de investimento.

Matematicamente, o índice de lucratividade (*IL*) de um projeto de investimento pode ser expresso pela equação (2.6):

$$IL = \frac{\sum_{t=0}^n FCE_t (1+k)^{-t}}{\sum_{t=0}^n FCS_t (1+k)^{-t}} \quad (2.6)$$

onde FCE_t e FCS_t são os fluxos de caixa líquidos positivos e negativos, respectivamente, no final do período t ; n é o horizonte de vida do projeto; e k é o custo de capital do projeto.

c) Critério de Decisão

Com esse critério, um projeto de investimento será rentável sempre que o valor presente das entradas líquidas de caixa for superior ao valor presente das saídas líquidas de caixa, o que por sua vez indica que o valor presente líquido do projeto é maior do que zero. De acordo com Kassai *et al.* (2007), um projeto pode ser aceito se o índice de lucratividade é maior que 1. O Quadro 2.7 apresenta as condições de aceitação de um projeto, de acordo com a regra de decisão do *IL*.

Quadro 2.7: Condições de aceitação pelo método do índice de lucratividade (IL).

$IL > 1$	Aceitar o projeto
$IL = 1$	Indiferente
$IL < 1$	Rejeitar o projeto

Fonte: Elaboração própria

c) Vantagens e desvantagens

O índice de rentabilidade tem sido visto como um método complementar nos processos de orçamentos de capital, pois todos os fluxos de caixa são considerados na análise do projeto. Ele também fornece uma medida comparativa do valor presente por cada unidade de investimento. Este método considera os valores presentes de um projeto em relação ao custo de capital.

Entretanto, o método pode proporcionar resultados inconsistentes quando projetos mutuamente exclusivos, com diferentes escalas e horizontes de vida, estão sendo analisados.

O Quadro 2.8 sumariza as principais vantagens e desvantagens de uso do Índice de Lucratividade.

Quadro 2.8: Principais vantagens e desvantagens de uso do método do índice de lucratividade (IL).

VANTAGENS	DESVANTAGENS
<ol style="list-style-type: none"> 1. Considera o valor do dinheiro no tempo. 2. Informa se o projeto aumentará o valor da empresa. 3. Pode ser utilizado em todos os tipos de fluxo de caixa. 4. Todos os fluxos de caixa são incluídos na avaliação. 5. Considera o risco já embutido na taxa mínima de atratividade. 6. É de fácil entendimento. 7. Útil nos casos de racionamento de capital. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. É preciso conhecer a taxa de desconto. 2. É uma medida relativa na forma de índice. 3. Não leva em consideração a grandeza do investimento. 4. Supõe mercado de capitais eficiente.

Fonte: Elaboração própria.

2.2.2.4

Método do Tempo de Retorno do Investimento Descontado

a) Definições e conceitos

Algumas empresas utilizam uma variante do método do tempo de retorno simples, denominado tempo de retorno descontado (*TRID*), também conhecido como *payback* econômico, *payback* ajustado, *payback* a valor presente, ou *payback* descontado. O método do tempo de retorno descontado busca contornar a deficiência do método do tempo de retorno tradicional de não considerar o valor do dinheiro no tempo (BRIGHAM *et al.*, 2001). Segundo Brigham e Ehrhardt (2006), “o período de *payback* descontado é definido como o número de períodos necessários para recuperar o investimento dos fluxos de caixa líquidos descontados”.

Assim como o *TRIS*, o tempo de retorno descontado (*TRID*) é uma medida de liquidez do projeto de investimento, e não da sua rentabilidade. É aplicável, sem restrições, a projetos de investimentos que apresentem fluxos de caixa com as seguintes características:

$$FC_0 < 0 \text{ e } FC_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.7)$$

onde FC_0 e FC_j são os fluxos de caixa líquidos nos períodos 0 e j , respectivamente.

O tempo de retorno descontado (*TRID*), que leva em consideração a dimensão tempo do dinheiro, é obtido pela equação (2.9).

$$TRID = t, \text{ tal que : } \sum_{j=0}^{t-1} \frac{FC_j}{(1+k)^j} < 0 \text{ e } \sum_{j=0}^t \frac{FC_j}{(1+k)^j} \geq 0 \quad (2.8)$$

onde FC_j são os fluxos de caixa líquidos no período j ; k é o custo de capital do projeto; e t é o período considerado: 0, 1, 2, ... n .

Para a obtenção do indicador de tempo de retorno descontado, adota-se a mesma metodologia utilizada anteriormente no tempo de retorno tradicional, porém atualizando-se todos os valores do fluxo de caixa para a data focal zero, descontados a uma taxa de juros representativa do custo do capital.

b) Critério de decisão

O critério de decisão do método do tempo de retorno descontado é idêntico ao do período de desconto tradicional e encontra-se resumido no Quadro 2.9.

Quadro 2.9: Condições de aceitação pelo método do tempo de retorno de investimento descontado (*TRID*).

$TRID \leq t_{\max}$	Aceitar o projeto
$TRID > t_{\max}$	Rejeitar o projeto

Fonte: Elaboração própria.

c) Vantagens e desvantagens

As principais vantagens e desvantagens do método do tempo de retorno descontado são as mesmas do tempo de retorno simples, com exceção para o fato do método do tempo de retorno descontado considerar o valor do dinheiro no tempo, sendo necessário conhecer a taxa de desconto.

2.2.2.5

Método do Tempo de Retorno do Investimento Total

a) Definições e conceitos

Kassai *et al.* (2007) propõem uma variante do *TRID* que, além de trabalhar com os fluxos de caixa descontados a uma taxa representativa do custo do capital, considera todos os fluxos de caixa do projeto, inclusive aqueles existentes após o prazo apurado pelo método do *TRID*: o tempo de retorno de investimento total (também denominado, *payback* total ou *duration* do projeto).

Para a obtenção do indicador de tempo de retorno total (*TRIT*), é necessário calcular a razão entre o valor presente dos investimentos (fluxos de caixa negativos) e o valor presente das receitas (fluxos de caixa positivos) e multiplicar o valor encontrado pelo horizonte de vida do projeto.

Matematicamente, o tempo de retorno de investimento total pode ser expresso pela equação (2.10):

$$TRIT = \frac{\sum_{t=0}^n FCS_t (1+k)^{-t}}{\sum_{t=0}^n FCE_t (1+k)^{-t}} \times n \quad (2.9)$$

onde FCE_t e FCS_t são os fluxos de caixa líquidos positivos e negativos, respectivamente, no final do período t ; n é o horizonte de vida do projeto; e k é custo de capital do projeto.

O tempo de retorno de investimento total também pode ser obtido por meio do cálculo do inverso do índice de lucratividade, multiplicado pelo horizonte de vida do projeto:

$$TRIT = \frac{1}{IL} \times n \quad (2.10)$$

Um projeto com $TRIT$ menor pode significar maior flexibilização frente ao risco do projeto de investimento.

b) Critério de decisão

O critério de decisão do método do tempo de retorno total é idêntico ao $TRID$ e encontra-se resumido no Quadro 2.10.

Quadro 2.10: Condições de aceitação pelo método do Tempo de Retorno de Investimento Total ($TRIT$).

$TRIT \leq t_{\max}$	Aceitar o projeto
$TRIT > t_{\max}$	Rejeitar o projeto

Fonte: Elaboração própria

c) Vantagens e desvantagens

As principais vantagens e desvantagens do método do tempo de retorno total são as mesmas do $TRID$, com exceção para o fato do método do tempo de retorno total considerar todos os fluxos de caixa do projeto.

2.3

Métodos Modificados de Orçamento de Capital

Na teoria de orçamento de capital existem duas correntes com pontos de vista extremamente conflitantes (TORRES, 2006). A primeira, denominada corrente clássica ou corrente da atualização, considera que a diferença entre valores atuais e valores futuros deve ser calculada pelo modelo matemático da atualização abordado na apresentação dos métodos tradicionais de avaliação de investimentos. De acordo com essa corrente, o método do valor presente líquido (VPL) é o mais importante e a taxa interna de retorno (TIR) é um método problemático que deve ser abandonado ou utilizado apenas em situações específicas e sob diversas restrições.

A segunda corrente, denominada corrente do investimento, considera a possibilidade de reinvestimento dos fluxos de caixa intermediários de um projeto e a utilização de taxas de desconto diferenciadas nos processos de orçamento de capital. Para essa corrente, métodos mais recentes, como o da taxa interna de retorno modificada (TIRM) e o do valor presente líquido modificado (VPLM), apresentados a seguir, têm grande importância, pois incorporam esses conceitos nos seus procedimentos e eliminam algumas deficiências e inconsistências das abordagens tradicionais do fluxo de caixa descontado.

2.3.1

Método da Taxa Interna de Retorno Modificada

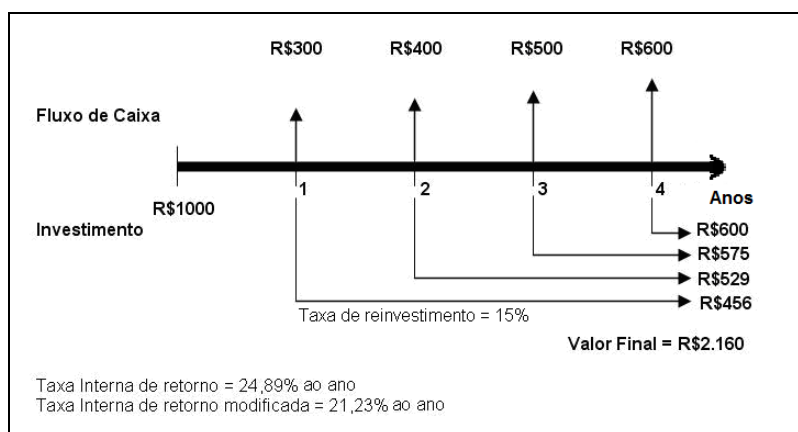
Uma das limitações do método da taxa interna de retorno é que todos os fluxos de caixa positivos são reinvestidos à taxa de retorno do projeto. Além disso, o mecanismo de cálculo da TIR pode levar a múltiplas taxas internas para um mesmo projeto, caso haja mais de uma inversão de sinal no fluxo de caixa do projeto.

De acordo com Assaf Neto (2006), geralmente adota-se, para contornar as deficiências da TIR, o método da Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM), que utiliza em seus cálculos taxas de reinvestimento e de financiamento mais compatíveis com o mercado.

Segundo Kassai *et al.* (2007), o método da *TIRM* é uma versão melhorada do método da *TIR*, que elimina os problemas matemáticos decorrentes da possibilidade de existência de raízes múltiplas nos fluxos de caixa não-convencionais e do pressuposto da *TIR* da taxa de reinvestimento divergente do mercado. Ainda de acordo com esses autores, o método da *TIRM* resgata a vantagem da facilidade de interpretação dos resultados na forma de taxa; possibilita a comparação entre as diversas taxas de mercado; e obtém uma taxa de retorno do investimento mais apropriada.

Para a obtenção da *TIRM*, os fluxos de caixa intermediários negativos são trazidos a valor presente, com uma taxa de financiamento compatível com as do mercado, enquanto que os fluxos intermediários positivos são levados a valor futuro no último período do fluxo de caixa, a partir de uma taxa de reinvestimento adequada com as praticadas no mercado. Com todos os valores do fluxo de caixa concentrados no instante zero e no período final, o cálculo da taxa interna de retorno se torna fácil e direto a partir da aplicação da fórmula de juros compostos.

Exemplo 2.1. Para demonstrar a sistemática de obtenção da *TIRM*, considere um projeto de investimento com o fluxo de caixa ilustrado na Figura 2.4.



Fonte: Damodaran (2004).

Figura 2.4: Exemplo de projeto de investimento convencional.

Calculando a taxa interna de retorno pelo método tradicional, obtemos uma *TIR* igual a 24,89% ao ano. Admitindo-se que os fluxos de caixa intermediários sejam reinvestidos ao custo de capital próprio de 15% ao ano, é obtido para cada um dos fluxos de caixa intermediários o seguinte valor futuro:

$$VF_1 = 300 \times (1,15)^3 = \$456$$

$$VF_2 = 400 \times (1,15)^2 = \$529$$

$$VF_3 = 500 \times (1,15)^1 = \$575$$

Adicionando-se a esses valores o fluxo de caixa do ano 4, obtemos:

$$\text{Valor Terminal} = VF_1 + VF_2 + VF_3 + FC_4$$

$$\text{Valor Terminal} = 456 + 529 + 575 + 600 = R\$2.160$$

Esse valor terminal nos permite calcular a taxa interna de retorno modificada, a partir da fórmula dos juros compostos:

$$TIRM = (2.160/1000)^{1/4} - 1 = 21,23\% \text{ ao ano}$$

A *TIRM* é mais baixa do que a *TIR*, porque os fluxos de caixa intermediários foram reinvestidos ao custo de capital próprio de 15% ao ano, em vez da *TIR* de 24,89% ao ano.

Para Damodaran (2004), muitos acreditam que a *TIRM* é uma taxa híbrida, visto que é uma mistura do método do *VPL*, que capitaliza os fluxos de caixa intermediário ao custo de capital, e do método da *TIR*.

2.3.1.1

Evolução do Método da Taxa Interna de Retorno Modificada

A *TIRM* foi formalmente apresentada por Baldwin (1959). Três anos antes, Ezra Solomon (SOLOMON, 1956) sugeriu um procedimento para lidar com projetos de investimento onde a metodologia de cálculo da *TIR* produzia mais de um taxa de desconto. Esse procedimento foi utilizado como o núcleo da proposta de Baldwin.

Posteriormente, outros autores da área financeira – como Lin (1976), Peter Athanasopoulos (1978a e b), Beaves (1988, 1989, 1993 e 1994), Shull (1992, 1993 e 1994), Plath e Kennedy (1994a e 1994b) e Vélez-Pareja (2000)¹¹ – trataram desse assunto e sugeriram abordagens similares para resolver os problemas decorrentes das deficiências do método da *TIR* tradicional.

¹¹ Para uma leitura mais abrangente das propostas de métodos de *TIR* “melhorados”, ver Biondi (2006). Nesse artigo, o autor discute a contribuição de Duvillard (1755-1832), especialmente no trabalho “*Recherches sur les rentes* (Paris and Geneva 1787)”. De acordo com o autor, há mais de dois séculos, Duvillard desenvolveu um indicador financeiro semelhante à *TIRM*.

Provavelmente, Lin (1976) foi o primeiro a utilizar o termo “Taxa Interna de Retorno Modificada”.

A proposta de Solomon

Em artigo publicado na revista *The Engineering Economist*, Solomon (1956) propõe um procedimento para lidar com situações onde o método da *TIR* produz mais que uma solução. O autor inicia a descrição do seu procedimento através de um exemplo extraído de Lorie e Savage (1955):

“A proposta que está sendo considerada é a instalação de uma bomba de petróleo maior, que extrairia do subsolo uma quantidade fixa de petróleo mais rapidamente do que a bomba que está em uso. Vamos assumir que, operando-se a bomba existente, o investidor possa esperar \$10.000 ao fim de um ano e \$10.000 ao fim do segundo ano. Vamos assumir que, instalando a bomba maior a um custo líquido de \$1.600 agora, ele possa esperar \$20.000 no fim de um ano e nada no fim do segundo ano.” (SOLOMON, 1956)

Após efetuar o cálculo para a determinação da taxa de desconto e encontrar dois valores, 25% e 400%, o autor propõe um novo procedimento para obtenção da *TIR*. Ele sugere que os valores do fluxo de caixa intermediário positivo (\$10.000) sejam aplicados à taxa de mercado, 23%, até o período t_2 . O montante obtido (\$12.300), subtraído dos \$10.000 correspondentes ao período t_2 , resulta em \$2.300. Para que o investimento inicial de \$1.600 possa, ao final de dois anos, corresponder ao valor terminal de \$2.300, a taxa de retorno deverá ser de aproximadamente 20%.

De acordo com o autor, usando essa abordagem, uma única e significativa *TIR* é obtida para qualquer conjunto de fluxos de caixa de entrada e de saída. Resumindo, o autor sugere que as saídas de caixa sejam levadas a valor **futuro a uma taxa igual à do mercado, de modo a eliminar as inversões de sinais** intermediários do fluxo de caixa. O novo fluxo de caixa apresentaria, desse modo, uma única taxa interna de retorno.

A proposta de Baldwin

Três anos após a proposta de Solomon (1956), Baldwin (1959) propõe formalmente o método da taxa interna de retorno modificada, sob o nome de Baldwin Rate (CASAROTTO FILHO, 1995).

Na apresentação do método, o autor sugere um caso hipotético para ilustrar como uma taxa de retorno realística pode ser calculada: *“um investimento de \$450.000 é proposto para a expansão da produção de um determinado produto. Dos \$450.000, \$300.000 serão utilizados em equipamentos, \$50.000, em despesas associadas, e \$100.000, em capital de giro. O custo de capital da empresa foi estimado em 10% ao ano.”* O fluxo de caixa do projeto de investimento é apresentado na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Fluxo de caixa do projeto de investimento.

Ano	Total de Investimentos	Entradas de Caixa
1	\$200.000	
2	250.000	\$125.000
3		200.000
4		250.000
5	(100.000)	200.000

Fonte: Baldwin (1959).

De acordo com o autor, os valores dos investimentos devem ser descontados para a data base, e os fluxos de caixa intermediários positivos capitalizados até o fim do horizonte de vida do projeto. Nesse exemplo, os investimentos e os fluxos de caixa positivos estão programados para ocorrer no final do sexto mês de cada ano.

As Tabelas 2.3 e 2.4 apresentadas a seguir mostram o valor presente dos investimentos e o valor futuro dos fluxos de caixa positivos obtidos por Baldwin (1959).

Tabela 2.3: Valor presente dos investimentos.

Ano	Investimentos	Valor Presente dos Investimentos
1	\$200.000	\$190.000
2	250.000	215.000
3		
4		
5	(100.000)	(61.000)
	Σ	\$344.000

Fonte: Baldwin (1959).

Tabela 2.4: Valor futuro das entradas de caixa.

Ano	Entradas de Caixa	Valor Futuro das Entradas de Caixa
1	0	0
2	\$125.000	\$177.000
3	200.000	257.000
4	250.000	290.000
5	200.000	158.000
	Σ	\$882.000

Fonte: Baldwin (1959).

A partir das Tabelas 2.3 e 2.4, observa-se que foi realizado um investimento equivalente a \$344.000 na data base e, no quinto ano, tem-se como resultado \$882.000. Usando tabelas de juros e interpolação, o autor estabelece a taxa de juros compostos necessária para que o investimento inicial de \$344.000 possa, no quinto ano, corresponder ao valor de \$ 882.000, ou seja, \$1 corresponder a \$2,56 ($\$882.000 \div \$344.000 = 2,56$). A taxa de retorno obtida por esse investimento é 18,9%.

De acordo com o autor, se calculado pelo método da *TIR* convencional, a taxa de retorno seria significativamente diferente: 29,3%. A taxa de 29,3% é obtida assumindo o reinvestimento dos fluxos de caixa intermediários positivos aos mesmos 29,3%, e não ao custo do capital de 10%.

Resumindo, o que o autor sugere é que os fluxos de caixa intermediários positivos sejam levados a valor futuro e os fluxos de caixa intermediários negativos a valor presente, a partir de uma taxa de juros igual à do mercado, de modo a eliminar as inversões de sinais intermediárias do fluxo de caixa. Desse modo, o novo fluxo de caixa apresentaria uma única taxa interna de retorno.

A proposta de Lin

O artigo de Lin (1976) difere dos anteriores por demonstrar matematicamente os procedimentos de cálculo do método sugerido anteriormente por Baldwin através de um exemplo hipotético. Além disso, é utilizado pela primeira vez o termo “Taxa Interna de Retorno Modificada – *TIRM*”.

De acordo com o autor, a *TIR* de um investimento é a taxa de juros compostos que satisfaz a equação (2.12).

$$\sum_{j=0}^n [FC_j / (1+r)^j] = 0 \quad (2.12)$$

onde FC_j são os fluxos de caixa líquidos no período j ; e r é a *TIR*.

A equação (2.12) pode ser reformulada de acordo com a equação (2.13).

$$\sum_{j=0}^n [FCS_j / (1+r)^j] = \sum_{j=0}^n [FCE_j / (1+r)^j] \quad (2.13)$$

O lado esquerdo da equação (2.13) é o valor presente dos fluxos de caixa negativos (custos líquidos) e o lado direito é o valor presente dos fluxos de caixa positivos (rendimentos líquidos). A *TIR* é a taxa de juros compostos (r) que é obtida fazendo o valor presente dos fluxos de caixa negativos igual ao valor presente dos fluxos de caixa positivos. Essa taxa também faz o valor presente líquido igual a zero, como na equação (2.12).

De acordo com Lin (1976), é bem estabelecido, a partir de regra de Descartes, que várias taxas internas de retorno são possíveis a partir da equação (2.12), quando os fluxos de caixa positivos e os fluxos de caixa negativos se alternam mais de uma vez durante o horizonte de vida de um projeto de investimento. Essa situação produz certas restrições ao uso da *TIR* como um critério de decisão na análise de projetos de investimento.

O cálculo da *TIR*, a partir da equação (2.5), também impõe uma suposição implícita sobre os fluxos de caixa intermediários. Esses fluxos são assumidos serem reinvestidos à *TIR*, e presume-se que os recursos necessários para os investimentos intermediários são deslocados de outros investimentos que recebem

a mesma *TIR*. Esta hipótese não admite possíveis diferenças entre as taxas de reinvestimento e as taxas de financiamento.

Ainda de acordo com Lin (1976), sem levar explicitamente em consideração a forma como os rendimentos intermediários de um projeto serão utilizados, as múltiplas taxas internas obtidas a partir da equação (2.5) não conseguem medir o valor do projeto. A suposição implícita no cálculo da *TIR* é que os rendimentos intermediários serão reinvestidos à própria *TIR*. Esta é apenas uma de muitas hipóteses possíveis que podem ser feitas sobre o reinvestimento dos fluxos de caixa intermediários. Muitas vezes será mais adequado estimar antecipadamente a taxa de reinvestimento a partir do custo de capital do projeto.

Fazendo explícitas as taxas de reinvestimento dos fluxos de caixa intermediários positivos e negativos, qualquer sequência de fluxos de caixa pode ser reduzida a um fluxo de caixa equivalente contendo apenas um investimento inicial e um fluxo de caixa positivo, no final do horizonte de vida do projeto. Assim, uma única taxa pode ser calculada.

Lin (1976) denomina essa taxa de taxa interna de retorno modificada, que é definida como mostrado na equação (2.14).

$$\frac{\sum_{j=0}^n [FCE_j (1+i)^{n-j}]}{\sum_{j=0}^n \left[\frac{FCS_j}{(1+i)^j} \right]} = (1 + TIRM)^n \quad (2.14)$$

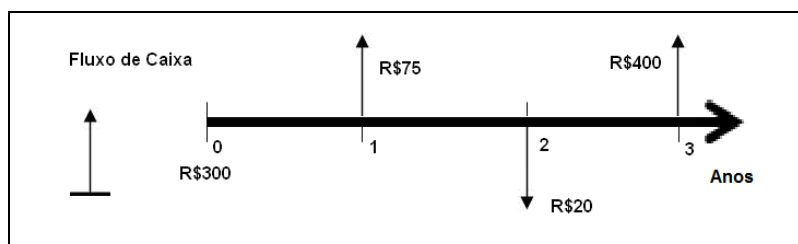
onde FCE_j são os fluxos de caixa positivos (rendimentos líquidos) no período j ; FCS_j são os fluxos de caixa negativos (custos líquidos) no período j ; e i é a taxa de juros de um investimento alternativo.

A equação (2.14) corresponde ao valor futuro de todos os fluxos de caixa positivos dividido pelo valor presente de todos os fluxos de caixa negativos. A *TIRM* é calculada capitalizando todos os fluxos de caixa intermediários positivos para o último período e descontando todos os fluxos de caixa intermediários negativos ao período inicial.¹²

¹² A taxa interna de retorno modificada, formulada através da equação (2.14), pode ser “ajustada” de forma que os fluxos de caixa intermediários negativos possam ser financiados pelos fluxos de caixa intermediários positivos anteriores. Para uma leitura mais abrangente dos procedimentos e pressupostos adotados no desenvolvimento da fórmula decorrente dessa proposta de modificação, ver Lin (1976).

A seguir é apresentado um exemplo de cálculo da taxa interna de retorno modificada.

Exemplo 2.2. Considere um projeto de investimento com o fluxo de caixa da Figura 2.5, a um custo de capital de 10%.



Fonte: Assaf Neto (2006)

Figura 2.5: Exemplo de projeto de investimento.

No Quadro 2.11, é apresentado o procedimento de cálculo da *TIRM*.

Quadro 2.11: Cálculo da *TIRM* de Lin (1976).

Taxa de desconto (ao ano)	10%			
Anos	0	1	2	3
Fluxo de caixa	-300	75	-20	400
Reinvestimento do fluxo do ano 1 à 10% a.a.		↪ ↪ ↪ ↪ ↪ ↪ ↪		90,75
Financiamento do fluxo do ano 2 à 10% a.a.	-16,53	↩ ↩ ↩ ↩ ↩ ↩ ↩		
Fluxo Final	-316,53	0	0	490,75
$TIRM = (490,75/316,53)^{1/3} - 1 = 15,7\%$				

Fonte: Elaboração própria.

Observa-se no Quadro 2.11 que o fluxo de caixa positivo no ano 1 é reinvestido à taxa de desconto até o período final e o fluxo de caixa negativo é descontado a essa mesma taxa até o período inicial, de maneira que o fluxo de caixa resultante é: [-316,53, 0, 0 e 490,75]. Assim, esse procedimento faz com que o projeto original seja convertido em um projeto simples com apenas um investimento inicial de \$316,53, no ano zero, e um fluxo de caixa positivo, no valor de \$490,75, no ano três, sem que existam valores nos anos intermediários.

De acordo com Lin (1976), as taxas de financiamento e de reinvestimento também podem ser modificadas durante o período de investimento. Entretanto,

essas modificações podem complicar o cálculo da *TIRM*, mas não invalidam os argumentos apresentados.

As principais vantagens do método da taxa interna de retorno modificada, formalizado por Baldwin e expressado através de fórmula por Lin, são:

- O método da *TIRM* elimina o pressuposto da taxa de reinvestimento do método tradicional da *TIR*;
- A *TIRM* não fornece, em qualquer circunstância, múltiplas taxas de retorno;
- Em todos os aspectos, o método combina toda a segurança do método do *VPL* com a facilidade de entendimento da análise percentual da *TIR* tradicional;
- Os resultados obtidos são uma função de parâmetros controlados pela empresa: a taxa de reinvestimento e de desconto dos fluxos de caixa intermediários.

Outras Propostas

Diversos outros autores têm sugerido diferentes métodos da *TIR* "melhorados" e esses estudos podem complementar e/ou fornecer informações adicionais sobre como resolver os problemas decorrentes das deficiências do método da *TIR* convencional.

Para uma análise mais profunda sobre o assunto, sugere-se a leitura dos seguintes artigos, além dos examinados nesse trabalho: Lorie e Savage (1955), Bierman e Smith (1957), Teichroew *et al.* (1965a e 1965b), Mao (1966), Pegels (1968), Adler (1970), Negrete (1978), Athanasopoulos (1978b e 1980), Bernhard (1979^a, 1979b e 1989), Beaves (1988, 1993, 1994 e 2005), McDaniel *et al.* (1988), Shull (1992, 1993 e 1994), Anderson e Barber (1994), Lee e Kim (1994), Hajdasinski (1993, 1995, 1996, 1997 e 2004), Lefley (1997, 1998, 2003), Keef e Olowo-Okere (1998), Chang e Swales (1999), Vélez-Pareja (2000), Srinivasa (2005), Crean (2005), Biondi (2006) e Kieruff (2008).

Enquanto muitos profissionais estão familiarizados com os procedimentos da *TIR* tradicional, o método da *TIRM* é menos intensamente conhecido. Na verdade, existe uma série de variações da *TIRM*, e diferentes versões são conhecidas por diferentes nomes e siglas. A seguir, é apresentada a forma geral da *TIRM* utilizada nessa tese.

2.3.1.2

A Forma Geral da Taxa Interna de Retorno Modificada

a) Definições e conceitos

Em termos gerais, cada variação do método da *TIRM* produz uma taxa de retorno específica que iguala o valor presente dos fluxos de caixa negativos com o valor terminal, que representa o valor futuro de todos os fluxos de caixa positivos no período final do horizonte de vida de um projeto de investimento.

De acordo com a maioria dos autores [BRIGHAM e EHRHARDT (2006), BRIGHAM *et al.* (2001), BRIGHAM e HOUSTON (1999) e WESTON e BRIGHAM (2004)], a forma geral da *TIRM* pode ser estabelecida como:

$$\sum_{j=0}^n \frac{FCS_j}{(1+k)^j} = \frac{\sum_{j=1}^n FCE_j (1+k)^{n-j}}{(1+TIRM)^n} \quad (2.15)$$

onde *FCE* são os fluxos de caixa líquidos positivos; *FCS* são os fluxos de caixa líquidos negativos; e *k* é o custo de capital do projeto.

Outra fórmula geral da *TIRM* é encontrada, com alguma frequência, na literatura financeira. Em dois artigos publicados em 1994, os autores D. Anthony Plath e Willian Kennedy (PLATH e KENNEDY, 1994a e 1994b) propõem uma fórmula geral mais ampla, semelhante à da função financeira *MTIR* existente na planilha eletrônica MS-Excel:

$$\sum_{j=0}^n \frac{FCS_j}{(1+k_d)^j} = \frac{\sum_{j=1}^n FCE_j (1+k_c)^{n-j}}{(1+TIRM)^n} \quad (2.16)$$

onde *FCS_j* representa o valor absoluto dos fluxos de caixa líquidos de saída do projeto no período *j*; *FCE_j* representa o valor dos fluxos de caixa líquidos de entrada no período *j*; *k_d* representa a taxa ajustada ao risco usada para descontar os fluxos de caixa líquidos de saída de volta no tempo; e *k_c* representa a taxa ajustada ao risco usada para capitalizar os fluxos de caixa líquidos de entrada para frente no tempo.

O termo à esquerda da equação (2.16) é denominado de valor presente (*VP*) e o numerador do termo à direita, de valor terminal (*VT*). Adotando-se essas denominações, obtém-se a equação (2.17).

$$TIRM = \left[\frac{VT}{VP} \right]^{1/n} - 1 \quad (2.17)$$

A diferença básica entre as equações (2.15) e (2.16) está relacionada com as taxas utilizadas. Enquanto na equação (2.15) é utilizada apenas uma taxa para a capitalização e para o desconto dos fluxos de caixa positivos e negativos (no caso o custo de capital), na equação (2.16) é utilizada uma taxa de reinvestimento para a capitalização dos fluxos de caixa positivos e uma taxa de financiamento para o desconto dos fluxos de caixa negativos.

Segundo Plath e Kennedy (1994a e 1994b), o método da taxa interna de retorno modificada é um sistema de medição baseado no fluxo de caixa descontado que:

- (1) supera o problema das múltiplas taxas internas de retorno, quando os projetos apresentam mais de uma mudança de sinal; e
- (2) substitui o pressuposto da taxa de reinvestimento da taxa interna de retorno convencional por taxas estabelecidas pela empresa.

b) Critérios de decisão

De acordo com Lemos Júnior *et al.* (2005), um projeto de investimento é aceitável se a *TIRM* obtida for igual ou superior à taxa mínima de atratividade (custo de capital).

No Quadro 2.12 são apresentadas as condições de aceitação ou rejeição de um projeto, de acordo com o método da taxa interna de retorno modificada.

Quadro 2.12: Condições de aceitação pelo método da Taxa Interna de Retorno Modificada (*TIRM*).

<i>TIRM</i> > <i>TMA</i>	Aceitar o projeto
<i>TIRM</i> = <i>TMA</i>	Indiferente
<i>TIRM</i> < <i>TMA</i>	Rejeitar o projeto

Fonte: Elaboração própria.

c) Vantagens e desvantagens

O Quadro 2.13 sumariza as principais vantagens e desvantagens do uso do método da taxa interna de retorno modificada.

Quadro 2.13: Principais vantagens e desvantagens do método da taxa interna de retorno modificada (*TIRM*).

VANTAGENS	DESVANTAGENS
<ol style="list-style-type: none"> 1. Relacionado ao VPL, geralmente levando às mesmas decisões. 2. Fácil de entender e transmitir. 3. Supera o problema das múltiplas taxas internas de retorno. 4. Resolve o problema do pressuposto da taxa de reinvestimento. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pode levar a decisões erradas na seleção de projetos mutuamente exclusivos.

Fonte: Elaboração própria.

2.3.2

Método do Valor Presente Líquido Modificado

a) Definições e conceitos

O método do *VPL* convencional apresenta deficiências que podem levar a erros de interpretação nas decisões de investimento das empresas. De acordo com McClure e Girma (2004), essas deficiências estão relacionadas, principalmente, ao fato de que o método do *VPL* convencional baseia-se nos seguintes pressupostos:

- fluxos de caixa intermediários positivos são reinvestidos a uma taxa de retorno igual à taxa de desconto ajustada ao risco do projeto (*TDAR*), em vez da taxa de oportunidade de reinvestimento da empresa;
- fluxos de caixa negativos, posteriores ao investimento inicial, são descontados à *TDAR*, em vez da taxa de oportunidade de financiamento da empresa (custo médio ponderado de capital, *CMPC*).

Estes problemas têm sido investigados e alguns autores propuseram modelos alternativos para o método *VPL* convencional, conhecido como métodos modificados do *VPL*. Na prática, estes métodos são versões melhoradas do

método do *VPL* convencional, que eliminam os problemas em relação ao pressuposto do reinvestimento dos fluxos de caixas intermediários, e diferentes versões são conhecidas por diferentes nomes e siglas [McCLURE e GIRMA (2004), KASSAI *et al.* (2007), CHANDRA (2009) e CASAROTTO e KOPITTKKE (2010)].

Apesar de mais recentes, os modelos propostos por Kassai *et al.* (2007), Chandra (2009) e Casarotto e Kopittke (2010) são simplificações daquele apresentado em McClure e Girma (2004). Portanto, este último é usado nessa tese, uma vez que é uma proposta mais abrangente e totalmente compatível com o método da *TIRM* proposto em Plath e Kennedy (1994).

2.3.2.1

A Proposta de McClure e Girma

De acordo com o McClure e Girma (2004), a equação geral do valor presente líquido modificado (*VPLM*) é:

$$VPLM = \frac{\sum_{t=0}^n FCE_t (1 + k_{tr})^{n-t}}{(1 + k_{tdar})^n} - \sum_{t=0}^n \frac{FCS_t}{(1 + k_{cmpc})^t} \quad (2.18)$$

onde FCE_t são os fluxos de caixa líquidos positivos no final do período t ; n é o horizonte de vida do projeto; k_{tr} é a taxa de reinvestimento; k_{tdar} é a taxa de desconto ajustada ao risco; FCS_t são os fluxos de caixa líquidos negativos ao final do período t ; e k_{cmpc} é a taxa de financiamento.

O numerador do primeiro termo à direita da equação (2.18) é a soma de todos os fluxos de caixa positivos capitalizados à taxa de reinvestimento até o último período do projeto (n). Esse montante, chamado de valor terminal (*VT*), é descontado à taxa de desconto ajustada ao risco até o período zero do projeto. O segundo termo à direita é a soma de todos os fluxos de caixa negativos descontados à taxa de financiamento até o período zero do projeto. Esta soma é chamada de valor presente (*VP*). Assim, *VT* e *VP* podem ser escritos como:

$$VT = \sum_{t=0}^n FCE_t (1 + k_{tr})^{n-t} \quad (2.19)$$

$$VP = \sum_{t=0}^n \frac{FCS_t}{(1 + k_{cmpc})^t} \quad (2.20)$$

Com os fluxos de caixa negativos (FCS) e os fluxos de caixa positivos (FCE) concentrados nos períodos zero (VP) e no período n (VT), respectivamente, o $VPLM$ torna-se:

$$VPLM = \frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \quad (2.21)$$

A equação (2.18) torna explícito o reinvestimento dos fluxos de caixa intermediários positivos à taxa de reinvestimento da empresa para determinar o valor terminal (VT); o desconto desse valor terminal ao período zero, utilizando a taxa desconto ajustada ao risco ($TDAR$); e o desconto dos fluxos de caixa intermediários negativos ao $CMPC$, para calcular o valor presente (VP).

b) Critérios de decisão

O critério de decisão associado com o método do $VPLM$ é idêntico ao do VPL convencional, isto é, aceitar os projetos se o $VPLM$ for positivo e rejeitá-los caso o $VPLM$ seja negativo. Um $VPLM$ igual a zero indica indiferença.

Exemplo 2.3. Considere o problema de finanças descrito em Solomon (1956) referente aos fluxos de caixa líquidos associados a um projeto de investimento de extração de petróleo. O projeto pode ser definido como uma saída de caixa no valor de \$1.600 no ano zero, para a instalação de uma bomba maior em um poço de petróleo em operação. A nova bomba permite a extração adicional de \$10.000 em petróleo no ano um. No entanto, como consequência desta instalação, a capacidade do poço é parcialmente esgotada dentro deste ano. Como resultado, a produção diminui em \$10.000 em petróleo no ano dois. Os fluxos de caixa líquidos do projeto são -\$1.600, \$10.000 e -\$10.000 nos anos 0, 1 e 2, respectivamente. Admitindo-se que o projeto é de médio risco e que a taxa de reinvestimento (k_{tr}), a taxa de financiamento (k_{cmpc}) e a taxa de desconto ajustada ao risco (k_{tdar}) são de 25%, 23% e 23% ao ano, respectivamente, o $VPLM$ é de \$52,46.

O cálculo do $VPLM$ é apresentado no Quadro 2.14.

Quadro 2.14: Cálculo do *VPLM* para o problema da bomba de petróleo.

	Anos		
	0-----	1-----	2-----
Fluxos de Caixa Líquidos	- 1.600,00	10.000,00	- 10.000,00
Fluxos de Caixa Negativos a 23%	- 6.609,82	↔↔↔ ↓ ↔↔↔↔↔↔↔↔↔	
Fluxos de Caixa Positivos a 25%		↗↔↔↔↔	12.500,00
	Valor Presente	- 8.209,82	Valor Terminal 12.500,00
Taxa de desconto ajustada ao risco: 23% a.a.			
<i>VPLM</i> = 12.500/(1+0,23)² - 8.209,82 = 52,46			

Fonte: Elaboração própria.

Observa-se no quadro 2.14 que os fluxos de caixa negativos são trazidos ao período zero, a uma taxa de financiamento de 23% ao ano, totalizando um valor presente (*VP*) de -\$8.209,82. Por outro lado, os fluxos de caixa positivos são levados a valor futuro, no último período do fluxo, a partir de uma taxa de reinvestimento de 25% ao ano, totalizando um valor terminal (*VT*) de \$12.500,00.

Com esses valores concentrados nos períodos zero e dois, o cálculo do valor presente líquido modificado se torna fácil e direto a partir da equação (2.21), repetida abaixo:

$$\begin{aligned}
 VPLM &= \frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \\
 &= \frac{12.500}{(1 + 0,23)^2} - 8.209,82 = \\
 &= \$52,46
 \end{aligned}$$

Como este valor é positivo, o projeto deve ser aprovado. Por outro lado, o uso da equação (2.4) do valor presente líquido convencional, à taxa de desconto de 23% ao ano, resultaria em um valor igual a -\$79,74, o que levaria à rejeição do projeto.

3

Proposta de Modelo Generalizado

Esse capítulo tem por objetivo apresentar proposta de modelos generalizados de métodos modificados de avaliação de investimentos em condições de certeza. Os modelos são estabelecidos a partir da conciliação dos critérios, procedimentos e terminologia estabelecidos por Plath e Kennedy (1994) e McClure e Girma (2004) para os pressupostos explícitos da taxa de reinvestimento e de financiamento dos métodos da *TIRM* e do *VPLM*, respectivamente, e pela inclusão desses pressupostos nos métodos do índice de lucratividade e do tempo de retorno de investimento total. Os indicadores resultantes são o índice de lucratividade modificado (*ILM*) e o tempo de retorno de investimento modificado (*TRIM*).

3.1

Métodos Modificados Determinísticos Propostos na Tese

Em geral, na literatura financeira as discussões sobre os métodos modificados de avaliação de investimentos em condições de certeza são realizadas a partir dos modelos da *TIRM*, propostos por Baldwin (1959) e Lin (1976), e do *VPLM*, proposto por Beaves (1993). Nos modelos propostos por esses autores, o custo de capital é utilizado como taxa específica para capitalização e desconto dos fluxos de caixa intermediários positivos e negativos, respectivamente.

A fim de construir procedimentos consistentes para o processo de orçamento de capital, nessa tese decidiu-se pelo desenvolvimento de métodos baseados nos critérios estabelecidos por Plath e Kennedy (1994) e McClure e Girma (2004), que estabelecem critérios mais abrangentes para os pressupostos explícitos da taxa de reinvestimento e de financiamento dos métodos da *TIRM* e do *VPLM*, respectivamente.¹³

¹³ Nos modelos propostos por Plath e Kennedy (1994) e McClure e Girma (2004), os procedimentos de cálculo dos indicadores da *TIRM* e do *VPLM* preveem a possibilidade de utilização de diferentes taxas de reinvestimento e de financiamento para os fluxos de caixa intermediários. A análise quanto à adequação do método da taxa de desconto ajustada ao risco e do uso do custo de capital como taxa específica para capitalização e desconto dos fluxos de caixa intermediários do projeto não é objeto de discussão nesse trabalho.

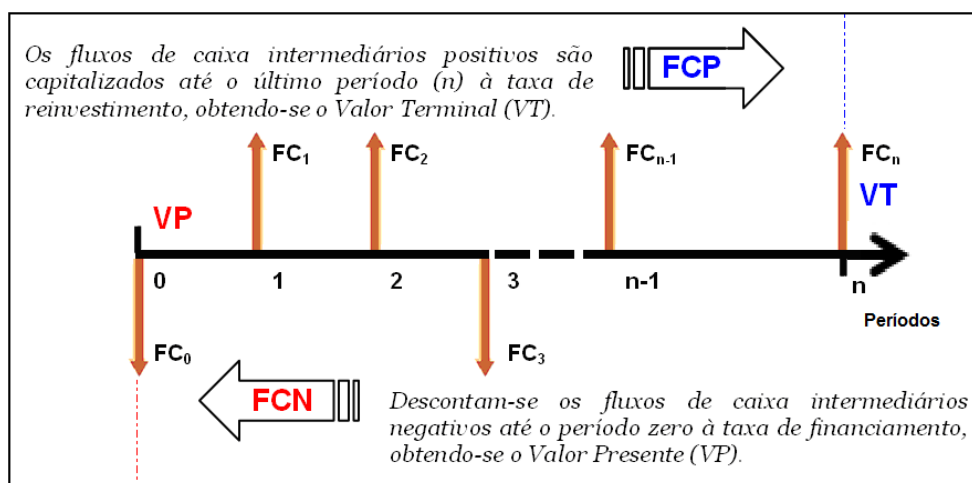
Os critérios para os pressupostos explícitos propostos por esses autores são compatibilizados e incluídos em dois métodos complementares de avaliação de investimentos muito populares: o índice de lucratividade e o tempo de retorno de investimento. Os indicadores adicionais resultantes desses procedimentos são: o índice de lucratividade modificado (*ILM*) e o tempo de retorno de investimento modificado (*TRIM*).

Essa abordagem unificada tem a propriedade de coincidir as decisões de aceitação / rejeição de projetos de investimentos de mesmos horizontes de vida e escalas com as do valor presente líquido modificado e, portanto, maximizam a riqueza do acionista.

3.1.1

O Modelo Generalizado Proposto na Tese

Baseado nas propostas de Plath e Kennedy (1994) e McClure e Girma (2004), o modelo generalizado proposto na presente tese pode ser estabelecido pelo diagrama representado na Figura 3.1.



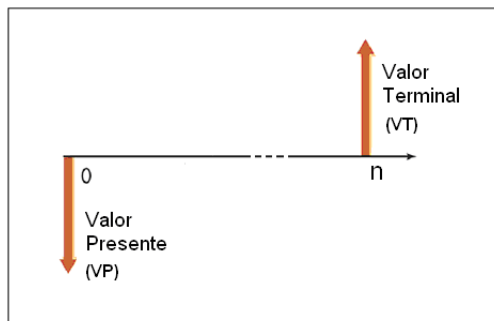
Fonte: Elaboração própria.

Figura 3.1: Modelo generalizado proposto.

De acordo com o modelo, os fluxos de caixa intermediários negativos são descontados até o período zero à taxa de financiamento, obtendo-se um Valor Presente (*VP*), enquanto que os fluxos de caixa intermediários positivos são

capitalizados até o período n à taxa de reinvestimento, obtendo-se um Valor Terminal (VT).

O fluxo de caixa resultante é representado na Figura 3.2.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 3.2: Fluxo de caixa do modelo generalizado.

O valor terminal (VT), o valor presente (VP) e o valor presente líquido modificado (*VPLM*) são obtidos através das equações (2.18) a (2.21), demonstradas no capítulo anterior, e reproduzidas a seguir:

$$VPLM = \frac{\sum_{t=1}^n FCE_t (1 + k_{tr})^{n-t}}{(1 + k_{tdar})^n} - \sum_{t=0}^n \frac{FCS_t}{(1 + k_{cmpc})^t} \quad (2.18)$$

$$VT = \sum_{t=1}^n FCE_t (1 + k_{tr})^{n-t} \quad (2.19)$$

$$VP = \sum_{t=0}^n \frac{FCS_t}{(1 + k_{cmpc})^t} \quad (2.20)$$

$$VPLM = \frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \quad (2.21)$$

onde FCE_t são os fluxos de caixa líquidos positivos no final do período t ; n é o horizonte de vida do projeto; FCS_t são os fluxos de caixa líquidos negativos ao final do período t ; k_{tr} é a taxa de reinvestimento; k_{tdar} é a taxa de desconto ajustada ao risco; e k_{cmpc} é a taxa de financiamento.

3.1.2

A Proposta de Conciliação dos Métodos da TIRM e do VPLM

Conceitualmente, os pressupostos explícitos do método da *TIRM*, proposta Plath e Kennedy (1994), e do *VPLM*, proposto por McClure e Girma (2004), são

os mesmos. Em ambos os casos, determinam-se o valor terminal e o valor presente adotando-se uma taxa de reinvestimento e uma taxa de financiamento. A diferença básica entre os modelos está relacionada com as definições dessas taxas.

Plath e Kennedy (1994) estabelecem, de forma genérica, que as taxas de reinvestimento e de financiamento, utilizadas para capitalização dos fluxos de caixa positivos e desconto dos fluxos de caixa negativos, respectivamente, são taxas de descontos ajustadas ao risco (*TDAR*).

Entretanto, de acordo com McClure e Girma (2004), a utilização do método da taxa desconto ajustada ao risco (*TDAR*) conduz a resultados incorretos, o que levou os autores à proposição de uma nova metodologia para o cálculo do valor presente líquido (isto é, o método do valor presente líquido modificado).

De acordo com os referidos autores, o método da *TDAR* assume que as taxas de desconto ajustada ao risco, de financiamento e de reinvestimento são as mesmas e, portanto, tende a superestimar (subestimar) o retorno do projeto acima (abaixo) do retorno dos projetos de risco médio. Ainda de acordo com esses autores, a razão principal para esse problema é o pressuposto de que os fluxos de caixa de projetos de alto (baixo) risco serão reinvestidos a uma *TDAR* mais alta (baixa), conduzindo, portanto, à superestimação (subestimação) acima (abaixo) do retorno do projeto de risco médio.

Ainda de acordo com esses autores, o método da *TDAR* é inclinado a favor de (contra) projetos de alto risco e contra (a favor de) projetos de baixo risco quando a *TDAR* é maior (menor) do que o custo médio ponderado de capital da empresa por dois motivos:

- o método assume incorretamente que a taxa de reinvestimento é a taxa de desconto ajustada ao risco do projeto ao invés da taxa de oportunidade de reinvestimento da empresa;
- o método assume incorretamente que os fluxos de caixa negativos são também descontados à taxa de desconto ajustada ao risco.

A partir dessas premissas, são estabelecidas nesse trabalho as seguintes hipóteses para conciliação do método da *TIRM* e do *VPLM*:

1. O dispêndio inicial total do projeto é o valor presente de todos os fluxos de caixa líquidos negativos descontados à taxa de financiamento da empresa (*CMPC*).
2. A taxa de desconto ajustada ao risco para projetos de alto (baixo) risco é $CMPC \pm y\%$, onde $y = 1\%, 2\%, \dots$, etc.

Através da proposição dessas premissas, são estabelecidos pressupostos para a taxa de reinvestimento e de financiamento do método da *TIRM* idênticas às do método do *VPLM* proposto por McClure e Girma (2004), eliminando dessa forma os problemas do método da *TDAR* presente no método da *TIRM*.

Desse modo, a adequação da equação (2.16) para conciliação dos pressupostos dos métodos da *TIRM* e do *VPLM*, conduz à equação (3.1):

$$\sum_{t=0}^n \frac{FCS_t}{(1 + k_{cmpc})^t} = \frac{\sum_{t=1}^n FCE_t (1 + k_{tr})^{n-t}}{(1 + TIRM)^n} \quad (3.1)$$

onde k_{tr} é a taxa de reinvestimento, FCE_t é o fluxo de caixa líquido positivo no período t , FCS_t é o fluxo de caixa líquido negativo no período t e k_{cmpc} é a taxa de financiamento.

O termo à esquerda da equação 3.1 é o valor presente (*VP*) dos fluxos de caixa líquidos negativos descontados à taxa de financiamento (custo médio ponderado de capital); e o numerador do termo à direita é o valor terminal (*VT*) dos fluxos de caixa líquidos positivos, capitalizados à taxa de reinvestimento.

3.1.3

O Índice de Lucratividade Modificado (ILM)

Como mencionado no capítulo anterior, os procedimentos de cálculo do índice de lucratividade consideram o valor presente dos fluxos de caixa positivos dividido pelo valor presente dos fluxos de caixa negativos, assumindo implicitamente o custo de capital como taxa de desconto dos fluxos de caixa.

Para o cálculo do ILM a partir do fluxo de caixa reduzido, que contempla apenas um fluxo de caixa positivo (*VT*) e outro negativo (*VP*), o único ajuste a

fazer é descontar esse fluxo de caixa positivo à taxa de desconto ajustada ao risco (k_{tdar}), como adotado nos procedimentos de cálculo do *VPLM*.

Dada esta definição, o cálculo do índice de lucratividade modificado proposto nesse trabalho pode ser expresso pela equação (3.2):

$$ILM = \frac{VT(1 + k_{tdar})^{-n}}{VP} \quad (3.2)$$

onde VT é o valor terminal dos fluxos de caixa líquidos positivos; VP é o valor presente dos fluxos de caixa líquidos negativos; n é o horizonte de vida do projeto; e k_{tdar} é a taxa de desconto ajustada ao risco.

3.1.4

O Tempo de Retorno de Investimento Modificado (TRIM)

Muitas empresas utilizam o método do período de retorno de investimento (simples, descontado ou total) por causa da necessidade de liquidez, pela facilidade de comunicação dos resultados ou porque as técnicas mais sofisticadas não são garantidas. Além disso, outras empresas usam o método com o objetivo de complementar as técnicas de fluxo de caixa descontado (Lefley, 1996).

Por definição, o tempo de retorno de investimento total é a razão entre o valor presente de todos os fluxos de caixa negativos e o valor presente de todos os fluxos de caixa positivos, multiplicada pelo número total de períodos do projeto. Pode-se obter também esse indicador pela multiplicação do inverso do índice de lucratividade pelo número total de períodos do projeto.

Dada esta definição, o cálculo do tempo de retorno de investimento modificado (*TRIM*) proposto nesse trabalho pode ser estabelecido pela equação (3.3):

$$TRIM = \frac{VP}{VT(1 + k_{tdar})^{-n}} \times n \quad (3.3)$$

onde VT é o valor terminal dos fluxos de caixa líquidos positivos; VP é o valor presente dos fluxos de caixa líquidos negativos; n é o horizonte de vida do projeto; e k_{tdar} é a taxa de desconto ajustada ao risco.

Para ilustrar, os procedimentos de cálculo do *VPLM*, da *TIRM*, do *ILM* e do *TRIM* foram aplicados no exemplo 2.3 do capítulo anterior e os resultados são apresentados na Tabela 3.1 a seguir:

Tabela 3.1: Cálculo do *VPLM*, da *TIRM*, do *ILM* e do *TRIM* para o problema da bomba de petróleo.

	Anos		
	0-----	1-----	2-----
Fluxos de Caixa Líquidos	- 1.600,00	10.000,00	- 10.000,00
Fluxos de Caixa Negativos a 23% a.a.	- 6.609,82	↔↔↔ ↓ ↔↔↔↔↔↔↔↔↔	
Fluxos de Caixa Positivos a 25% a.a.		↘↘↘↘↘↘↘↘↘	12.500,00
Valor Presente	- 8.209,82	Valor Terminal	12.500,00
Taxa de desconto ajustada ao risco: 23%			
$VPLM = 12.500/(1+0,23)^2 - 8.209,82 = \$52,46$ $TIRM = (12.500/8.209,82)^{1/2} - 1 = 23,39\% \text{ ao ano}$ $ILM = 12.500/(1 + 0,23)^2 / 8.209,82 = 1,01$ $TRIM = 8.209,82 / [12.500/(1 + 0,23)^2] \times 2 = 1,99 \text{ anos}$			

Fonte: Elaboração própria.

Com os valores dos fluxos de caixa líquidos negativos e positivos concentrados nos períodos zero e dois, respectivamente, o cálculo dos indicadores modificados da *TIRM*, do *ILM* e do *TRIM* se torna fácil e direto a partir das equações 3.1, 3.2 e 3.3.

Observa-se na Tabela 3.1 que todos os indicadores modificados levam à mesma indicação de aceitação do projeto ($VPLM > 0$; $TIRM > k_{tdar}$; $ILM > 1$ e $TRIM < \text{vida útil do projeto}$).

Exemplo 3.1 Considere os três projetos de investimentos X, Y e Z apresentados na Tabela 3.2. Observa-se que os projetos X, Y e Z requerem um investimento inicial de \$100.000 cada, sendo que o projeto Z requer um investimento adicional no quinto período no valor de \$30.000. Os projetos X e Y são convencionais, apresentando apenas uma variação de sinal. O projeto Z apresenta um fluxo de caixa não-convencional, um fluxo de caixa negativo no período zero seguido por quatro fluxos de caixa positivos e um fluxo de caixa negativo no último ano do projeto, que tem um horizonte de vida de cinco anos.

Tabela 3.2: Fluxos de caixa dos projetos X, Y e Z.

t	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
0	(\$ 100.000)	(\$ 100.000)	(\$ 100.000)
1	\$ 50.000	\$ 0	\$ 50.000
2	\$ 45.000	\$ 0	\$ 45.000
3	\$ 40.000	\$ 0	\$ 40.000
4	\$ 30.000	\$ 197.500	\$ 30.000
5	--	--	(\$30.000)

Fonte: Adaptado de McClure e Girma (2004).

A Tabela 3.3 apresenta os indicadores dos métodos convencionais do *VPL*, da *TIR*, do *IL* e do *TRIT* dos três projetos de investimento, calculados para taxas de desconto de 13%, 10% e 7% ao período.

A Tabela 3.4 apresenta os indicadores dos métodos modificados (*TIRM*, *VPLM*, *ILM* e *TRIM*), quando os projetos são considerados de alto risco, para taxas de reinvestimentos variando de 10% até 15% ao período.

A Tabela 3.5 apresenta esses mesmos indicadores, quando os projetos são considerados de baixo risco, para taxas de reinvestimentos variando de 7% até 12% ao período.

Análise dos resultados

A análise comparativa dos indicadores dos métodos tradicionais (*VPL*, *TIR*, *IL* e *TRIT*) e dos métodos modificados (*VPLM*, *TIRM*, *ILM* e *TRIM*), apresentados na Tabela 3.3 e nas Tabelas 3.4 e 3.5, respectivamente, conduz às seguintes conclusões:

- 1) Todos os indicadores dos métodos tradicionais (*VPL*, *TIR* e *IL*) e todos os indicadores dos métodos modificados (*VPLM*, *TIRM* e *ILM*) conduzem à aceitação dos projetos X e Y, quando esses projetos são considerados de alto, médio ou baixo risco. As Tabelas 3.6, 3.7 e 3.8 resumizam as análises de aceitação / rejeição de projetos.
- 2) Entretanto, da observação das Tabelas 3.6, 3.7 e 3.8 verifica-se que os métodos tradicionais e os métodos convencionais não conduzem às mesmas condições de aceitação quando analisamos o projeto Z. Por exemplo, o método do *VPL* resultou em um valor positivo de +9.328, o que resultaria na aceitação do projeto; enquanto que o *VPLM* conduz ao

valor de $-\$2.206$, quando o projeto é de alto risco, o que resultaria na rejeição do projeto. De acordo com McClure e Girma (2004), a utilização da metodologia da *TDAR* de cálculo do *VPL* ocasionou a superestimação do *VPL* sobre o *VPLM* em 522,8% ($9.328/(-\$2.206) - 1$) por dois motivos: primeiro, o método da *TDAR* utiliza incorretamente a taxa de *TDAR* como taxa de reinvestimento ao invés da taxa de oportunidade de reinvestimento da empresa, e segundo, os fluxos de caixa negativos são descontados à taxa de *TDAR* ao invés da taxa de financiamento da empresa (*CMPC*). Observa-se ainda que, quando o projeto Z é considerado de risco baixo os critérios conduzem à mesma decisão de aceitação do projeto. No entanto, a utilização da abordagem da *TDAR* ocasionou a superestimação do *VPL* sobre o *VPLM* em 58,8% ($20.183/34.308 - 1$).

- 3) Como mencionado anteriormente, a metodologia da *TDAR* de cálculo do *VPL* assume que a taxa de desconto ajustada ao risco, a taxa de financiamento e a taxa de reinvestimento são as mesmas, dessa forma, observa-se que os retornos dos projetos acima (abaixo) do retorno dos projetos de risco médio estão superestimados (subestimados). Por exemplo, observando-se a Tabela 3.3, conclui-se que a metodologia do *VPL* superestimou em 30,7% ($\$25.611/\$19.597 - 1$) quando comparada ao valor do *VPLM* (Tabela 3.4) se o projeto é considerado de alto risco e a taxa de reinvestimento é o *CMPC* da empresa. Em contrapartida, observando-se a Tabela 3.5, conclui-se que a metodologia subestimou o *VPLM* do projeto X em 14,8% ($\$41.572/\$48.765 - 1$) quando o projeto é considerado de baixo risco e a taxa de reinvestimento é o *CMPC* da empresa.
- 4) Como o projeto Y não apresenta fluxos de caixa intermediários, observa-se nas Tabelas 3.4 e 3.5 que os indicadores do *VPLM*, da *TIRM*, do *ILM* e do *TRIM* são iguais, independente da taxa de reinvestimento, da taxa de financiamento utilizadas. Por exemplo, todos os *VPLM* do projeto Y da Tabela 3.4 são iguais a \$21.130, para projetos de alto risco, e iguais a \$50.672, para projetos de baixo risco. Além disso, observa-se que a *TIR* e a *TIRM* são iguais a 18,55% a.a. e, nesse caso, as taxas são irrelevantes.

- 5) A utilização dos métodos convencionais na seleção de projetos X e Y, de mesmo porte e mesma duração, conduz a indicações conflitantes para as taxas de desconto de 10% e 7%. Observa-se na Tabela 3.9 que a utilização dos métodos do *VPL*, do *IL* e do *TRIT* conduz à seleção do projeto Y, enquanto que a *TIR* conduz à seleção do projeto X ($TIR_{Projeto X} = 25,95\% \text{ a.a.} > TIR_{Projeto Y} = 18,55\% \text{ a.a.}$). Por outro lado, observa-se nas Tabelas 3.10 e 3.11 que as abordagens do *VPLM*, da *TIRM*, do *ILM* e do *TRIM* conduzem sempre à mesma indicação de seleção de projeto.
- 6) Finalmente, pode-se inferir das análises acima que os métodos modificados (*VPLM*, *TIRM*, *ILM* e *TRIM*) conduzem sempre a decisões de investimento consistentes¹⁴.

Tabela 3.3: Aplicação dos métodos convencionais nos projetos X, Y e Z.

Taxa de desconto (k) = 13% a.a.			
Método	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
VPL	\$ 25.611	\$ 21.130	\$ 9.328
TIR	25,95%	18,55%	18,94%
IL	1,26	1,21	1,08
TRIT	3,18	3,30	4,63
Taxa de desconto (k) = 10% a.a.			
Método	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
VPL	\$ 33.188	\$ 34.895	\$ 14.560
TIR	25,95%	18,55%	18,94%
IL	1,33	1,35	1,12
TRIT	3,00	2,97	4,45
Taxa de desconto (k) = 7% a.a.			
Método	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
VPL	\$ 41.572	\$ 50.672	\$ 20.183
TIR	25,95%	18,55%	18,94%
IL	1,42	1,51	1,17
TRIT	2,83	2,65	4,29

Fonte: Adaptado de McClure e Girma (2004).

¹⁴ As demonstrações da consistência entre os métodos do *VPLM*, da *TIRM* e do *TRIM* nas indicações para tomadas de decisão de investimento encontram-se disponíveis no Apêndice B.

Tabela 3.4: Aplicação dos métodos modificados nos projetos X, Y e Z.
Projetos de alto risco.

(Taxa de desconto = 13% a.a. e Taxa de financiamento = CMPC = 10% a.a.)			
Valor Presente Líquido Modificado (VPLM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
15.0%	\$ 29.751	\$ 21.130	\$ 13.420
14.0%	\$ 27.668	\$ 21.130	\$ 10.170
13.0%	\$ 25.611	\$ 21.130	\$ 6.983
12.0%	\$ 23.580	\$ 21.130	\$ 3.859
11.0%	\$ 21.576	\$ 21.130	\$ 796
10.0%	\$ 19.597	\$ 21.130	\$ (2.206)
Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
15.0%	20,60%	18,55%	15,45%
14.0%	20,12%	18,55%	14,87%
13.0%	19,63%	18,55%	14,30%
12.0%	19,14%	18,55%	13,73%
11.0%	18,66%	18,55%	13,15%
10.0%	18,17%	18,55%	12,58
Índice de Lucratividade Modificado (ILM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
15.0%	1,30	1,21	1,11
14.0%	1,28	1,21	1,09
13.0%	1,26	1,21	1,06
12.0%	1,24	1,21	1,03
11.0%	1,22	1,21	1,01
10.0%	1,20	1,21	0,98
Tempo de Retorno de Investimento Modificado (TRIM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
15.0%	3,08	3,30	4,49
14.0%	3,13	3,30	4,61
13.0%	3,18	3,30	4,72
12.0%	3,24	3,30	4,84
11.0%	3,29	3,30	4,97
10.0%	3,34	3,30	5,09
Taxa de desconto de alto risco		13% a.a.	
Custo médio ponderado de capital (CMPC)		10% a.a.	
Taxa de desconto de baixo risco		7% a.a.	

Fonte: Adaptado de McClure e Girma (2004).

Tabela 3.5: Aplicação dos métodos modificados nos projetos X, Y e Z.
Projetos de baixo risco.

(Taxa de desconto = 7% a.a., Taxa de financiamento = CMPC = 10% a.a.)			
Valor Presente Líquido Modificado (VPLM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
12.0%	\$ 53.719	\$ 50.672	\$ 42.275
11.0%	\$ 51.226	\$ 50.672	\$ 38.251
10.0%	\$ 48.765	\$ 50.672	\$ 34.308
9.0%	\$ 46.335	\$ 50.672	\$ 30.443
8.0%	\$ 43.938	\$ 50.672	\$ 26.656
7.0%	\$ 41.572	\$ 50.672	\$ 22.945
Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
12.0%	19,14%	18,55%	13,73%
11.0%	18,66%	18,55%	13,15%
10.0%	18,17%	18,55%	12,58%
9.0%	17,69%	18,55%	12,00%
8.0%	17,20%	18,55%	11,43%
7.0%	16,72%	18,55%	10,85%
Índice de Lucratividade Modificado (ILM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
12.0%	1,54	1,51	1,36
11.0%	1,51	1,51	1,32
10.0%	1,49	1,51	1,29
9.0%	1,46	1,51	1,26
8.0%	1,44	1,51	1,22
7.0%	1,42	1,51	1,19
Tempo de Retorno de Investimento Modificado (TRIM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
12.0%	2,60	2,65	3,69
11.0%	2,65	2,65	3,78
10.0%	2,69	2,65	3,88
9.0%	2,73	2,65	3,98
8.0%	2,78	2,65	4,08
7.0%	2,83	2,65	4,19
Taxa de desconto de alto risco		13% a.a.	
Custo médio ponderado de capital (CMPC)		10% a.a.	
Taxa de desconto de baixo risco		7% a.a.	

Fonte: Adaptado de McClure e Girma (2004).

Tabela 3.6: Avaliação dos projetos X, Y e Z de acordo com os métodos tradicionais.

Taxa de desconto (k) = 13% a.a.			
Método	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
VPL	Aceito	Aceito	Aceito
TIR	Aceito	Aceito	Aceito
IL	Aceito	Aceito	Aceito
Taxa de desconto (k) = 10% a.a.			
Método	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
VPL	Aceito	Aceito	Aceito
TIR	Aceito	Aceito	Aceito
IL	Aceito	Aceito	Aceito
Taxa de desconto (k) = 7% a.a.			
Método	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
VPL	Aceito	Aceito	Aceito
TIR	Aceito	Aceito	Aceito
IL	Aceito	Aceito	Aceito

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 3.7: Avaliação dos projetos X, Y e Z (alto risco) de acordo com os métodos modificados.

(Taxa de desconto = 13% a.a. e Taxa de financiamento = CMPC = 10% a.a.)			
Valor Presente Líquido Modificado (VPLM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
15.0%	Aceito	Aceito	Aceito
14.0%	Aceito	Aceito	Aceito
13.0%	Aceito	Aceito	Aceito
12.0%	Aceito	Aceito	Aceito
11.0%	Aceito	Aceito	Aceito
10.0%	Aceito	Aceito	Rejeitado
Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
15.0%	Aceito	Aceito	Aceito
14.0%	Aceito	Aceito	Aceito
13.0%	Aceito	Aceito	Aceito
12.0%	Aceito	Aceito	Aceito
11.0%	Aceito	Aceito	Aceito
10.0%	Aceito	Aceito	Rejeitado
Índice de Lucratividade Modificado (ILM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
15.0%	Aceito	Aceito	Aceito
14.0%	Aceito	Aceito	Aceito
13.0%	Aceito	Aceito	Aceito
12.0%	Aceito	Aceito	Aceito
11.0%	Aceito	Aceito	Aceito
10.0%	Aceito	Aceito	Rejeitado

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 3.8: Avaliação dos projetos X, Y e Z (baixo risco) de acordo com os métodos modificados.

(Taxa de desconto = 7% a.a., Taxa de financiamento = CMPC = 10% a.a.)			
Valor Presente Líquido Modificado (VPLM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
12.0%	Aceito	Aceito	Aceito
11.0%	Aceito	Aceito	Aceito
10.0%	Aceito	Aceito	Aceito
9.0%	Aceito	Aceito	Aceito
8.0%	Aceito	Aceito	Aceito
7.0%	Aceito	Aceito	Aceito
Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
12.0%	Aceito	Aceito	Aceito
11.0%	Aceito	Aceito	Aceito
10.0%	Aceito	Aceito	Aceito
9.0%	Aceito	Aceito	Aceito
8.0%	Aceito	Aceito	Aceito
7.0%	Aceito	Aceito	Aceito
Índice de Lucratividade Modificado (ILM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto Z
12.0%	Aceito	Aceito	Aceito
11.0%	Aceito	Aceito	Aceito
10.0%	Aceito	Aceito	Aceito
9.0%	Aceito	Aceito	Aceito
8.0%	Aceito	Aceito	Aceito
7.0%	Aceito	Aceito	Aceito

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 3.9: Seleção entre os projetos X e Y pelos Métodos Convencionais.

Taxa de desconto (k) = 13% a.a.			
Método	Projeto X	Projeto Y	Projeto selecionado
VPL	\$ 25.611	\$ 21.130	X
TIR	25,95%	18,55%	X
IL	1,26	1,21	X
TRIT	3,18	3,30	X
Taxa de desconto (k) = 10%			
Método	Projeto X	Projeto Y	Projeto selecionado
VPL	\$ 33.188	\$ 34.895	Y
TIR	25,95%	18,55%	X
IL	1,33	1,35	Y
TRIT	3,00	2,97	Y
Taxa de desconto (k) = 7%			
Método	Projeto X	Projeto Y	Projeto selecionado
VPL	\$ 41.572	\$ 50.672	Y
TIR	25,95%	18,55%	X
IL	1,42	1,51	Y
TRIT	2,83	2,65	Y

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 3.10: Seleção entre os projetos X e Y (alto risco) pelos Métodos Modificados.

(Taxa de desconto = 13% a.a. e Taxa de financiamento = CMPC = 10% a.a.)			
Valor Presente Líquido Modificado (VPLM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto selecionado
15.0%	\$ 29.751	\$ 21.130	X
14.0%	\$ 27.668	\$ 21.130	X
13.0%	\$ 25.611	\$ 21.130	X
12.0%	\$ 23.580	\$ 21.130	X
11.0%	\$ 21.576	\$ 21.130	X
10.0%	\$ 19.597	\$ 21.130	Y
Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto selecionado
15.0%	20,60%	18,55%	X
14.0%	20,12%	18,55%	X
13.0%	19,63%	18,55%	X
12.0%	19,14%	18,55%	X
11.0%	18,66%	18,55%	X
10.0%	18,17%	18,55%	Y
Índice de Lucratividade Modificado (ILM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto selecionado
15.0%	1,30	1,21	X
14.0%	1,28	1,21	X
13.0%	1,26	1,21	X
12.0%	1,24	1,21	X
11.0%	1,22	1,21	X
10.0%	1,20	1,21	Y
Tempo de Retorno de Investimento Modificado (TRIM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto selecionado
15.0%	3,08	3,30	X
14.0%	3,13	3,30	X
13.0%	3,18	3,30	X
12.0%	3,24	3,30	X
11.0%	3,29	3,30	X
10.0%	3,34	3,30	Y

Fonte: Adaptado de McClure e Girma (2004).

Tabela 3.11: Seleção entre os projetos X e Y (baixo risco) pelos Métodos Modificados.

(Taxa de desconto = 7% a.a., Taxa de financiamento = CMPC = 10% a.a.)			
Valor Presente Líquido Modificado (VPLM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto selecionado
12.0%	\$ 53.719	\$ 50.672	X
11.0%	\$ 51.226	\$ 50.672	X
10.0%	\$ 48.765	\$ 50.672	Y
9.0%	\$ 46.335	\$ 50.672	Y
8.0%	\$ 43.938	\$ 50.672	Y
7.0%	\$ 41.572	\$ 50.672	Y
Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto selecionado
12.0%	19,14%	18,55%	X
11.0%	18,66%	18,55%	X
10.0%	18,17%	18,55%	Y
9.0%	17,69%	18,55%	Y
8.0%	17,20%	18,55%	Y
7.0%	16,72%	18,55%	Y
Índice de Lucratividade Modificado (ILM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto selecionado
12.0%	1,54	1,51	X
11.0%	1,52	1,51	X
10.0%	1,49	1,51	Y
9.0%	1,46	1,51	Y
8.0%	1,44	1,51	Y
7.0%	1,42	1,51	Y
Tempo de Retorno de Investimento Modificado (TRIM)			
Taxa de Reinvestimento	Projeto X	Projeto Y	Projeto selecionado
12.0%	2,60	2,65	X
11.0%	2,66	2,65	X
10.0%	2,69	2,65	Y
9.0%	2,73	2,65	Y
8.0%	2,78	2,65	Y
7.0%	2,83	2,65	Y

Fonte: Adaptado de McClure e Girma (2004).

3.2

Problemas na Aplicação dos Métodos Modificados

Apesar das vantagens dos métodos modificados em relação aos métodos tradicionais, uma atenção especial deve ser observada em sua utilização, pois o desconhecimento de suas restrições pode induzir ao erro. Tais restrições são

evidentes na seleção entre alternativas de projetos de investimentos mutuamente excludentes, com diferentes escalas ou horizontes de vida.¹⁵

3.2.1

Investimentos com Escalas Diferentes

Considere as duas alternativas de projeto de investimento mostradas no Quadro 3.1.

Quadro 3.1: Projetos com escalas de investimentos diferentes.

Projetos	Anos			
	0	1	2	3
A	-1.000	500	-500	2.500
B	-10.000	5.000	-5.000	15.000

Fonte: Elaboração própria.

O Quadro 3.2 mostra duas possibilidades de tomada de decisão, admitindo-se que as taxas de reinvestimento, de financiamento e de desconto ajustada ao risco são todas iguais ao *CMPC* de 10% ao ano:

- Aceitação das duas alternativas, se os projetos são considerados como independentes (a decisão com relação a um projeto não afeta a decisão com relação ao outro). Os quatro métodos convergem para a atratividade dos dois projetos de investimento ($VPL > 0$, $TIRM < TDAR$, $ILM > 1$ e $TRIM < \text{horizonte de vida do projeto}$). Caso não exista restrição orçamentária, os dois projetos podem ser aceitos e executados simultaneamente.
- Se os projetos são considerados mutuamente exclusivos, a decisão baseada nos métodos apresenta conflitos. O método do *VPLM* aponta para o projeto B por gerar a maior riqueza; e os métodos da *TIRM*,

¹⁵ Shull (1992), Cary *et al.* (1997) e Beaves (2005) propuseram metodologias que podem ser utilizadas para ajustar a fórmula de cálculo da *TIRM* simplificada, para projetos com diferentes escalas e horizontes de vida, de forma que eles sejam diretamente comparáveis.

do *ILM* e do *TRIM* apontam para o projeto A como o mais atraente por ter a *TIRM* e o *ILM* mais elevados e um *TRIM* menor.

Quadro 3.2: Indicadores modificados dos projetos com escalas de investimentos diferentes.

Projetos	Indicadores Modificados			
	<i>VPLM</i>	<i>TIRM</i>	<i>ILM</i>	<i>TRIM</i>
A	\$916,61	30,0%	1,7	1,8
B	\$1.682,95	14,2%	1,5	2,0

Fonte: Elaboração própria.

Há uma razão para esse conflito: o *VPLM* é uma medida absoluta e a *TIRM*, o *ILM* e o *TRIM* são medidas relativas. Como o *VPLM* é um valor absoluto, a comparação dos *VPLM*'s favorece a alternativa de maior investimento, o projeto B. Por outro lado, a *TIRM*, o *ILM* e o *TRIM* são medidas relativas e mostram que A tem maior retorno (e mais liquidez) do que B, por unidade de capital investido.

Para resolver esse conflito recorre-se à denominada análise incremental dos fluxos de caixa dos projetos, à semelhança do que é feito habitualmente com os métodos tradicionais. O método do fluxo de caixa incremental permite avaliar se o investimento adicional da alternativa de maior investimento (no caso, B) é conveniente.

Dados dois projetos, A e B, de mesmo horizonte de vida, pode-se escrever $B = A + (B - A)$, ou seja, B pode ser considerado a soma dos fluxos de caixa de A mais o fluxo incremental $(B - A)$. O projeto B será preferível ao A somente se $(B - A)$ for viável.

O Quadro 3.3 mostra o fluxo de caixa incremental $(B - A)$ e o Quadro 3.4, os indicadores modificados correspondentes a esse fluxo.

Quadro 3.3: Análise incremental dos projetos com escalas de investimentos diferentes.

Projetos	Anos			
	0	1	2	3
A	-1.000	500	-500	2.500
B	-10.000	5.000	-5.000	15.000
$\Delta = B - A$	-9.000	4.500	-4.500	12.500

Fonte: Elaboração própria.

Quadro 3.4: Indicadores modificados do fluxo de caixa incremental.

Projeto	Indicadores Modificados			
	<i>VPLM</i>	<i>TIRM</i>	<i>ILM</i>	<i>TRIM</i>
$\Delta = B - A$	\$763,34	10,2%	1,3	2,2

Fonte: Elaboração própria.

Observe que todos os indicadores modificados mostram a conveniência do investimento adicional ($VPLM > 0$, $TIRM > TDAR$, $ILM > 1$ e $TRIM < \text{horizonte de vida}$, o que indica que o projeto B é preferível ao projeto A.

3.2.2

Investimentos com Horizontes de Vida Diferentes

É comum as empresas se depararem com alternativas de projetos de investimento que apresentam horizontes de vida diferentes. Para garantir que as análises sejam realizadas de modo coerente, isto é, que os métodos modificados levem à mesma classificação hierárquica, é necessário que todas as alternativas de projeto tenham o mesmo horizonte.

Considere, por exemplo, as duas alternativas de projeto de investimento mostradas no Quadro 3.5.

Quadro 3.5: Projetos com horizontes de vida diferentes.

Projetos	Anos			
	0	1	2	3
A	-1.000	900	900	--
B	-1.000	700	700	700

Fonte: Elaboração própria.

O Quadro 3.6 mostra duas possibilidades de tomada de decisão, admitindo-se que as taxas de reinvestimento, de financiamento e de desconto ajustada ao risco são todas iguais ao *CMPC* de 15% ao ano:

- Aceitação das duas alternativas, se os projetos são considerados independentes. Os quatro métodos convergem para a atratividade dos dois projetos ($VPL > 0$, $TIRM < TDAR$, $ILM > 1$ e $TRIM < \text{horizonte de vida do projeto}$). Caso não exista restrição orçamentária, os dois projetos podem ser aceitos e executados simultaneamente.

- Se os projetos são mutuamente exclusivos, a decisão apresenta conflitos. Os métodos do *VPLM*, do *ILM* e do *TRIM* apontam para o projeto B por gerar a maior riqueza e liquidez; e o método da *TIRM*, aponta para o projeto A, por ter a *TIRM* mais elevada.

Quadro 3.6: Indicadores modificados dos projetos com horizontes de vida diferentes.

Projetos	Indicadores Modificados			
	<i>VPLM</i>	<i>TIRM</i>	<i>ILM</i>	<i>TRIM</i>
A*	\$463,14	39,1%	1,5	1,4
B*	\$598,26	34,5%	1,6	1,9

Fonte: Elaboração própria.

Para resolver esse conflito pode-se recorrer ao método da equiparação dos horizontes de vida dos projetos¹⁶, à semelhança do que é feito com os métodos tradicionais. Para equiparar os horizontes, consideram-se reinvestimentos até que se atinja o mínimo múltiplo comum dos horizontes. Desse modo, o projeto A seria repetido três vezes, enquanto o projeto B, apenas duas, como mostrado no Quadro 3.7.

Quadro 3.7: Projetos com horizontes de vida ajustados.

Projetos	Anos						
	0	1	2	3	4	5	6
A*	-1.000	900	-100	900	-100	900	900
B*	-1.000	700	700	-300	700	700	700

Fonte: Elaboração própria.

Os resultados mostrados no Quadro 3.8 indicam que a ordem de preferência é a mesma para qualquer um dos quatro critérios, A*e B*.

¹⁶ De acordo com Torres (2006), pode-se resolver o conflito de duas maneiras: aumentando o horizonte de vida das alternativas mais curtas ou diminuindo-se o horizonte das mais longas, mediante hipóteses sobre os fluxos de caixa. Em cada caso, são considerados três modelos: o modelo de atividade permanente, o da atividade cessante e o do prazo final.

Quadro 3.8: Indicadores modificados dos projetos com horizontes de vida ajustados.

Projetos	Indicadores Modificados			
	VPLM	TIRM	ILM	TRIM
A	\$1.078,14	28,6%	2,0	3,1
B	\$991,62	27,2%	1,8	3,3

Fonte: Elaboração própria.

3.3

As Funções Financeiras Determinísticas

Como o cálculo do *VPLM*, do *ILM* e do *TRIM* sob condições de certeza é bastante difícil e complexo, novas funções financeiras, denominadas *MVPL*, *MIL* e *MTRI*, respectivamente, foram desenvolvidas em *Visual Basic for Applications* do MS-Excel.¹⁷

Essas funções consideram o custo dos investimentos e os juros recebidos nos reinvestimentos do capital, e têm as suas sintaxes¹⁸ e os respectivos códigos *VBA* apresentados nos Apêndices C e D. Um exemplo de utilização dessas funções é apresentado a seguir.

Exemplo 3.2. Admita que os valores dos fluxos de caixa do projeto do Exemplo 2.3 estão inseridos nas células A1:A3 de uma planilha MS-Excel e que as taxas de reinvestimento, de financiamento e de desconto ajustada ao risco estão inseridas nas células C1:E1.

A Figura 3.3 mostra os assistentes de função utilizados no cálculo do *VPLM*, da *TIRM*, do *ILM* e do *TRIM* e os respectivos resultados e a Tabela 3.12 sumariza os resultados obtidos pelo uso dessas funções, iguais aos valores obtidos manualmente.

¹⁷ No MS-Excel encontra-se disponível a função financeira *MTIR* para o cálculo da taxa interna de retorno modificada.

¹⁸ As sintaxes das funções *MVPL*, *MIL* e *MTRI* são totalmente compatíveis com a sintaxe da função *MTIR* do MS-Excel. Desse modo, o valor do fluxo de caixa no período zero (FC_0) deve ser inserido como parâmetro interno dessas funções.

Tabela 3.12: Resultados obtidos pelo uso das funções MVPL, ILM e MTRI.

<i>VPLM</i>	<i>ILM</i>	<i>TRIM</i>
\$52,46	1,01	1,99 anos

Fonte: Elaboração própria.

Função MPVL

Argumentos da função

MPVL

Valores A1:A3 = {-1600;10000;-10000}

Taxa_financ C1 = 0,23

Taxa_reinvest D1 = 0,25

Taxa_desconto E1 = 0,23

= 52,45554895

Retorna o valor presente líquido modificado para uma série de fluxos de caixa periódicos, considerando o custo do investimento e os juros de reinvestimento de caixa.

Valores

Resultado da fórmula = 52,46

[Ajuda sobre esta função](#)

OK Cancelar

Função MIL

Argumentos da função

MIL

Valores A1:A3 = {-1600;10000;-10000}

Taxa_financ C1 = 0,23

Taxa_reinvest D1 = 0,25

Taxa_desconto E1 = 0,23

= 1,006389365

Retorna o índice de lucratividade modificado para uma série de fluxos de caixa periódicos, considerando o custo do investimento e os juros de reinvestimento de caixa.

Valores

Resultado da fórmula = 1,01

[Ajuda sobre esta função](#)

OK Cancelar

Função MTRI

Argumentos da função

MTRI

Valores A1:A3 = {-1600;10000;-10000}

Taxa_financ C1 = 0,23

Taxa_reinvest D1 = 0,25

Taxa_desconto E1 = 0,23

= 1,9873024

Retorna o tempo de retorno do investimento modificado para uma série de fluxos de caixa periódicos, considerando o custo do investimento e os juros de reinvestimento de caixa.

Valores

Resultado da fórmula = 1,99

[Ajuda sobre esta função](#)

OK Cancelar

Fonte: Elaboração própria.

Figura 3.3: Assistentes das funções MVPL, MIL e MTRI.

3.4

Resumo

Nesse capítulo, verificou-se através de exemplos numéricos que, quando a taxa de reinvestimento da empresa é diferente da taxa de financiamento, a metodologia da *TDAR* de cálculo do *VPL* pode levar a resultados enviesados e conflitantes.

Foram propostas metodologias consistentes para a eliminação do viés da metodologia da *RADR* de cálculo do *VPL* e dos problemas dos pressupostos implícitos da taxa de reinvestimento e de financiamento.

Demonstrou-se, também (ver Apêndice B), a consistência entre os métodos modificados propostos nesse trabalho quando utilizados simultaneamente para a aceitação / rejeição de projetos de investimento de mesma escala e mesmo horizonte de vida.

4

Métodos Modificados de Orçamento de Capital em Ambiente Fuzzy

Esse capítulo tem por objetivo apresentar a abordagem alternativa de orçamento de capital proposta nessa tese, denominada métodos modificados de orçamento de capital em ambiente fuzzy, para avaliação de investimentos em condições de incerteza. São introduzidos os métodos fuzzy do valor presente líquido modificado (*VPLM fuzzy*), da taxa interna de retorno modificada (*TIRM fuzzy*), do índice de lucratividade modificado (*ILM fuzzy*) e do tempo de retorno de investimento modificado (*TRIM fuzzy*).

4.1

A Abordagem Fuzzy

Nas equações de cálculo dos indicadores dos métodos de orçamento de capital (tradicionais e modificados) é assumido que os valores dos fluxos de caixa e das taxas de descontos são estabelecidos com precisão. No entanto, não é fácil determinar o valor exato desses parâmetros e variações imprevistas podem até mesmo inviabilizar um projeto considerado inicialmente como de elevado retorno.

Na modelagem tradicional de problemas de orçamento de capital, os parâmetros incertos são geralmente representados por distribuições de probabilidade. Esta abordagem é adequada para representar a natureza estatística das incertezas e o método de Monte Carlo é frequentemente utilizado para os cálculos práticos.

No entanto, existem muitas situações onde os dados estatísticos não podem ser estabelecidos e os parâmetros são determinados subjetivamente. Além disso, a incerteza não vem sempre do caráter aleatório dos parâmetros envolvidos. Por exemplo, na frase “este projeto proporcionará um alto retorno nos próximos 10 ou 15 anos”, diferentes interpretações do termo “alto” e a incerteza sobre o horizonte de vida do projeto podem ser uma fonte de ambiguidade e imprecisão.

Em tais situações, a modelagem de problemas de orçamento de capital pode ser melhorada pelo uso de uma abordagem alternativa¹⁹. Os conceitos de conjuntos fuzzy²⁰ são muito úteis para lidar com parâmetros incertos ou imprecisos na forma de variáveis linguísticas.

De acordo com Pedrycz (1998), números fuzzy são especialmente úteis para a quantificação de informações imprecisas ou ambíguas. Vários autores têm investigado o uso de conjuntos fuzzy na tomada de decisão sob incerteza [LAZO *et al.* (2007)] e uma ampla revisão da literatura pode ser encontrada em Kahraman (2008) e Ulukan (2010).

4.1.1

Números Fuzzy Triangulares

Dentre os possíveis formatos de números fuzzy, destaca-se, por sua facilidade de utilização, o número fuzzy triangular (*NFT*) cuja singularidade consiste em que ele é determinado por três grandezas: um valor abaixo do qual não será reduzido; um valor acima do qual não será possível chegar; e, finalmente, um valor que representa o mais alto nível de presunção (KAUFMANN e GIL-ALUJA, 1986). A representação gráfica de um número fuzzy triangular é refletida, num sistema de coordenadas, por um triângulo.

Ainda de acordo com os autores acima, o número fuzzy triangular permite formalizar de maneira muito precisa condições econômicas em que os valores estimados estão localizados no futuro. Assim, na estimativa do custo de um produto que será produzido, muitas vezes estima-se que o seu preço não será inferior a \$100 nem superior a \$150, e que o preço com maior possibilidade é de \$160, definindo-se, assim, no campo da incerteza, um número fuzzy triangular.

No mundo das empresas, frequentemente são estudados problemas cujos valores são projetados para o futuro, e que não exigem extrema precisão, mas a maior adaptação possível da realidade. Por exemplo, na elaboração de um orçamento plurianual não se pode exigir precisão de cem por cento, mas que seja refletido o que vai acontecer no futuro com uma “melhor estimativa”. Além disso,

¹⁹ Análises comparativas entre o método de Monte Carlo e a abordagem fuzzy em orçamento de capital podem ser obtidas em Lazo (2004), Sanches (2004), Banholzer (2005) e Oliveira (2008).

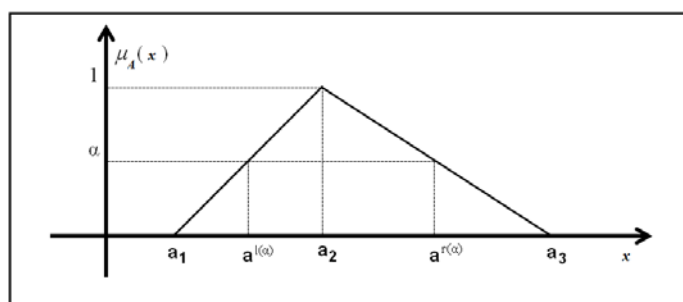
²⁰ Conceitos fundamentais sobre a Teoria dos Conjuntos Fuzzy estão disponíveis no Apêndice A.

uma estimativa de produção para um período não pode ser realizada de maneira completamente rígida, pois existem muitos elementos que a influenciam. Em atividades repetitivas, a teoria da probabilidade é muito bem sucedida, mas nas empresas, no entanto, a repetibilidade é a exceção. A isto se deve o amplo interesse no uso dos números fuzzy em geral e, em particular, na aplicação dos números fuzzy triangulares.

4.1.2

Fluxos de Caixa e Taxas Fuzzy

Admita que os fluxos de caixa, a taxa de financiamento, a taxa de reinvestimento e a taxa de desconto ajustada ao risco associados a um projeto de investimento podem ser representados por números fuzzy triangulares (NFT)²¹. Tais números fuzzy assumem a forma apresentada na Figura 4.1, onde um hipotético α -cut também é indicado [CALDEIRA *et al* (2007) e KLIR (1995)].



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.1: Número fuzzy triangular.

Um número fuzzy L-R pode ser expresso como:

$$A^\alpha = [a^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)}] \quad (4.1)$$

onde, $l(\alpha)$ representa a reta da esquerda do número fuzzy e $r(\alpha)$, a reta da direita.

A notação α -cut também é usada com muita frequência. Neste caso:

²¹ Uma outra opção seria a utilização de números fuzzy trapezoidais (NFTr), um caso particular de número fuzzy triangular onde o máximo de pertinência é um intervalo de confiança e não um número (FERRER *et al*, 2009). Procedimentos para obtenção dos indicadores modificados fuzzy utilizando números fuzzy trapezoidais estão disponíveis no Apêndice E.

$$\frac{a^{l(\alpha)} - a_1}{a_2 - a_1} = \alpha, \quad \frac{a_3 - a^{r(\alpha)}}{a_3 - a_2} = \alpha \quad (4.2)$$

Tal que:

$$a^{l(\alpha)} = a_1 + (a_2 - a_1)\alpha, \quad a^{r(\alpha)} = a_3 + (a_2 - a_3)\alpha \quad (4.3)$$

Assim,

$$A^\alpha = [a^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)}] = [a_1 + (a_2 - a_1)\alpha, a_3 + (a_2 - a_3)\alpha] \quad (4.4)$$

A partir da equação (4.4), as notações matemáticas para os números fuzzy triangulares correspondentes aos fluxos de caixa (FC_t), às taxas de reinvestimento (k_{tr}) e de financiamento (k_{cmpc}) e à taxa de desconto ajustada ao risco (k_{tdar}) podem ser estabelecidas, de acordo com as equações (4.5) a (4.8).

$$FCt^\alpha = [FCt_{a1} + (FCt_{a2} - FCt_{a1})\alpha, FCt_{a3} + (FCt_{a2} - FCt_{a3})\alpha] \quad \alpha \in [0,1] \quad (4.5)$$

$$k_{tr}^\alpha = [k_{tra1} + (k_{tra2} - k_{tra1})\alpha, k_{tra3} + (k_{tra2} - k_{tra3})\alpha] \quad \alpha \in [0,1] \quad (4.6)$$

$$k_{cmpc}^\alpha = [k_{cmpca1} + (k_{cmpca2} - k_{cmpca1})\alpha, k_{cmpca3} + (k_{cmpca2} - k_{cmpca3})\alpha] \quad \alpha \in [0,1] \quad (4.7)$$

$$k_{tdar}^\alpha = [k_{tdara1} + (k_{tdara2} - k_{tdara1})\alpha, k_{tdara3} + (k_{tdara2} - k_{tdara3})\alpha] \quad \alpha \in [0,1] \quad (4.8)$$

4.2

Métodos Modificados Fuzzy

Como demonstrado nos capítulos anteriores, os métodos modificados da taxa interna de retorno ($TIRM$), do valor presente líquido ($VPLM$), do índice de lucratividade (ILM) e do tempo de retorno do investimento ($TRIM$) são obtidos através das equações (2.17), (2.21), (3.2) e (3.3), reproduzidas a seguir:

$$TIRM = \left[\frac{VT}{VP} \right]^{1/n} - 1 \quad (2.17)$$

$$VPLM = \frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \quad (2.21)$$

$$ILM = \frac{VT(1 + k_{tdar})^{-n}}{VP} \quad (3.2)$$

$$TRIM = \frac{VP}{VT(1 + k_{idar})^{-n}} \times n \quad (3.3)$$

O valor terminal (VT) e o valor presente (VP), bases de cálculo de todos os indicadores modificados, são obtidos através das equações (2.19) e (2.20), também reproduzidas a seguir:

$$VT = \sum_{t=1}^n FCE_t (1 + k_{tr})^{n-t} \quad (2.19)$$

$$VP = \sum_{t=0}^n \frac{FCS_t}{(1 + k_{cmpc})^t} \quad (2.20)$$

onde FCE_t são os fluxos de caixa líquidos positivos no final do período t ; n é o horizonte de vida do projeto; k_{tr} é a taxa de reinvestimento; FCS_t são os fluxos de caixa líquidos negativos ao final do período t ; e k_{cmpc} é a taxa de financiamento.

Para demonstrar o desenvolvimento das equações de cálculo do *VPLM* fuzzy, da *TIRM* Fuzzy, do *ILM* Fuzzy e do *TRIM* fuzzy admita que os fluxos de caixa e as taxas referenciados nessas equações podem ser representados pelos números fuzzy estabelecidos pelas equações (4.5) a (4.8).

Para simplificar o desenvolvimento das equações para o cálculo dos indicadores fuzzy, inicialmente são obtidos os equivalentes fuzzy do valor terminal e do valor presente.

Valor terminal fuzzy (VT^α)

Desenvolvido a partir das equações (2.19) e (4.5) a (4.8), o valor terminal fuzzy (VT^α) é a soma de todos os fluxos de caixa líquidos positivos fuzzy (FCE^α) capitalizados à taxa de reinvestimento fuzzy (k_{tr}^α):

$$VT^\alpha = FCE_1^\alpha (1 + k_{tr}^\alpha)^{n-1} + FCE_2^\alpha (1 + k_{tr}^\alpha)^{n-2} + \dots + FCE_n^\alpha (1 + k_{tr}^\alpha)^0 \quad (4.9)$$

$FCE_t^\alpha > 0$

De acordo com Oliveira *et al* (1997), cada intervalo que define um número fuzzy satisfaz as condições a seguir:

$$\begin{aligned}
[a^l, a^r] + [b^l, b^r] &= [a^l + b^l, a^r + b^r] \\
-[a^l, a^r] &= [-a^r, -a^l] \\
[a^l, a^r] - [b^l, b^r] &= [a^l - b^r, a^r - b^l] \\
[a^l, a^r]^{-1} &= 1/[a^l, a^r] = [1/a^r, 1/a^l] \\
[a^l, a^r] \times [b^l, b^r] &= [a^l x b^l, a^r x b^r] \quad a^l \geq 0 \text{ e } b^l \geq 0 \\
[a^l, a^r] \div [b^l, b^r] &= [a^l / b^r, a^r / b^l] \quad a^l > 0 \text{ e } b^l > 0 \\
[a^l, a^r] \div [b^l, b^r] &= [a^l / b^l, a^r / b^r] \quad a^r < 0 \text{ e } b^l > 0 \\
[a^l, a^r] \div [b^l, b^r] &= [a^r / b^r, a^l / b^l] \quad a^l > 0 \text{ e } b^r < 0 \\
[1, 1] \div [b^l, b^r] &= [1/b^r, 1/b^l] \\
\sqrt{[a^l, a^r]} &= [\sqrt{a^l}, \sqrt{a^r}] \\
[a^l, a^r]^n &= [a^{ln}, a^{rn}] \quad a^l \geq 0 \\
[a^l, a^r]^0 &= [1, 1]
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Aplicando as condições estabelecidas em (4.10) na equação (4.9):

$$\begin{aligned}
VT^\alpha &= [FCE_1^{l(\alpha)} x(1 + k_{tr}^{l(\alpha)})^{n-1}, FCE_1^{r(\alpha)} x(1 + k_{tr}^{r(\alpha)})^{n-1}] \\
&+ [FCE_2^{l(\alpha)} x(1 + k_{tr}^{l(\alpha)})^{n-2}, FCE_2^{r(\alpha)} x(1 + k_{tr}^{r(\alpha)})^{n-2}] + \dots \\
&+ [FCE_n^{l(\alpha)}, FCE_n^{r(\alpha)}] \quad FCE_t^\alpha > 0
\end{aligned} \tag{4.11}$$

onde:

$$VT^{l(\alpha)} = FCE_1^{l(\alpha)} x(1 + k_{tr}^{l(\alpha)})^{n-1} + FCE_2^{l(\alpha)} x(1 + k_{tr}^{l(\alpha)})^{n-2} + \dots + FCE_n^{l(\alpha)} \tag{4.12}$$

$$VT^{r(\alpha)} = FCE_1^{r(\alpha)} x(1 + k_{tr}^{r(\alpha)})^{n-1} + FCE_2^{r(\alpha)} x(1 + k_{tr}^{r(\alpha)})^{n-2} + \dots + FCE_n^{r(\alpha)} \tag{4.13}$$

Valor presente fuzzy (VP^α)

Desenvolvido a partir das equações (2.20) e (4.5) a (4.8), o valor presente fuzzy (VP^α) é a soma de todos os fluxos de caixa líquidos negativos fuzzy (FCS^α) descontados à taxa de financiamento fuzzy (k_{cmpc}^α):

$$VP^\alpha = FCS_0^\alpha + \frac{FCS_1^\alpha}{(1 + k_{cmpc}^\alpha)^1} + \frac{FCS_2^\alpha}{(1 + k_{cmpc}^\alpha)^2} + \dots + \frac{FCS_n^\alpha}{(1 + k_{cmpc}^\alpha)^n} \quad FCS_t^\alpha < 0 \tag{4.14}$$

Aplicando as condições estabelecidas em (4.10) na expressão (4.14):

$$VP^\alpha = [FCS_0^{l(\alpha)}, FCS_0^{r(\alpha)}] + \left[\frac{FCS_1^{l(\alpha)}}{1 + k_{cmpc}^{l(\alpha)}}, \frac{FCS_1^{r(\alpha)}}{1 + k_{cmpc}^{r(\alpha)}} \right] +$$

$$\left[\frac{FCS_1^{l(\alpha)}}{1 + k_{cmpc}^{l(\alpha)}}, \frac{FCS_1^{r(\alpha)}}{1 + k_{cmpc}^{r(\alpha)}} \right] + \dots + \left[\frac{FCS_n^{l(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha)})^n}, \frac{FCS_n^{r(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha)})^n} \right] \quad (4.15)$$

onde:

$$VP^{l(\alpha)} = FCS_0^{l(\alpha)} + \frac{FCS_1^{l(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha)})^1} + \frac{FCS_2^{l(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha)})^2} + \dots + \frac{FCS_n^{l(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha)})^n} \quad (4.16)$$

$$VP^{r(\alpha)} = FCS_0^{r(\alpha)} + \frac{FCS_1^{r(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha)})^1} + \frac{FCS_2^{r(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha)})^2} + \dots + \frac{FCS_n^{r(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha)})^n} \quad (4.17)$$

Observe que os fluxos de caixa de saída (FCS) são valores negativos e, portanto, nesse caso, deve-se utilizar a segunda condição para divisões estabelecida em (4.10).

4.2.1

Valor Presente Líquido Modificado Fuzzy ($VPLM^\alpha$)

Da equação (2.21), o $VPLM^\alpha$ pode ser representado como:

$$VPLM^\alpha = \frac{VT^\alpha}{(1 + k_{tdar}^\alpha)^n} + VP^\alpha \quad VT^\alpha > 0 \text{ e } VP^\alpha < 0 \quad (4.18)$$

Aplicando as condições estabelecidas em (4.10) na equação (4.18):

$$VPLM^\alpha = \left[\frac{VT^{l(\alpha)}}{(1 + k_{tdar}^{r(\alpha)})^n}, \frac{VT^{r(\alpha)}}{(1 + k_{tdar}^{l(\alpha)})^n} \right] + [VP^{l(\alpha)}, VP^{r(\alpha)}] \quad (4.19)$$

onde:

$$VPLM^{l(\alpha)} = \frac{VT^{l(\alpha)}}{(1 + k_{tdar}^{r(\alpha)})^n} + VP^{l(\alpha)} \quad (4.20)$$

$$VPLM^{r(\alpha)} = \frac{VT^{r(\alpha)}}{(1 + k_{tdar}^{l(\alpha)})^n} + VP^{r(\alpha)} \quad (4.21)$$

4.2.2

Taxa Interna de Retorno Modificada Fuzzy ($TIRM^\alpha$)

Da equação (2.17), a $TIRM^\alpha$ pode ser representada como:

$$TIRM^\alpha = \left[-\frac{VT^\alpha}{VP^\alpha} \right]^{1/n} - 1 \quad VT^\alpha > 0 \text{ e } VP^\alpha < 0 \quad (4.22)$$

Aplicando as condições estabelecidas em (4.10) na expressão (4.22):

$$TIRM^\alpha = \left[-\frac{VT^{l(\alpha)}}{VP^{l(\alpha)}}, -\frac{VT^{r(\alpha)}}{VP^{r(\alpha)}} \right]^{1/n} - 1 \quad (4.23)$$

onde:

$$TIRM^{l(\alpha)} = \left[-\frac{VT^{l(\alpha)}}{VP^{l(\alpha)}} \right]^{1/n} - 1 \quad (4.24)$$

$$TIRM^{r(\alpha)} = \left[-\frac{VT^{r(\alpha)}}{VP^{r(\alpha)}} \right]^{1/n} - 1 \quad (4.25)$$

4.2.3

Índice de Lucratividade Modificado Fuzzy (ILM^α)

Da equação (3.2), o ILM^α pode ser representado como:

$$ILM^\alpha = -\frac{VT^\alpha}{(1 + k_{tdar}^\alpha)^n} / VP^\alpha \quad VT^\alpha > 0 \text{ e } VP^\alpha < 0 \quad (4.26)$$

Aplicando as condições estabelecidas em (4.10) na expressão (4.26):

$$ILM^\alpha = \left[-\frac{VT^{l(\alpha)}}{(1 + k_{tdar}^{r(\alpha)})^n}, -\frac{VT^{r(\alpha)}}{(1 + k_{tdar}^{l(\alpha)})^n} \right] / [VP^{l(\alpha)}, VP^{r(\alpha)}] \quad (4.27)$$

onde:

$$ILM^{l(\alpha)} = \left[-\frac{VT^{l(\alpha)}}{(1 + k_{tdar}^{r(\alpha)})^n} \right] / [VP^{l(\alpha)}] \quad (4.28)$$

$$ILM^{r(\alpha)} = \left[-\frac{VT^{r(\alpha)}}{(1 + k_{tdar}^{l(\alpha)})^n} \right] / [VP^{r(\alpha)}] \quad (4.29)$$

4.2.4

Tempo de Retorno de Investimento Modificado Fuzzy ($TRIM^\alpha$)

Aplicando as condições estabelecidas em (4.10) na equação (3.3), a $TRIM^\alpha$ é obtida pela resolução da seguinte equação:

$$TRIM^\alpha = -VP^\alpha / \frac{VT^\alpha}{(1 + k_{idar}^\alpha)^n} \times n \quad VT^\alpha > 0 \text{ e } VP^\alpha < 0 \quad (4.30)$$

onde:

$$TRIM^{l(\alpha)} = -VP^{r(\alpha)} / \frac{VT^{r(\alpha)}}{(1 + k_{radr}^{l(\alpha)})^n} \times n \quad (4.31)$$

$$TRIM^{r(\alpha)} = -VP^{l(\alpha)} / \frac{VT^{l(\alpha)}}{(1 + k_{radr}^{r(\alpha)})^n} \times n \quad (4.32)$$

Exemplo 4.1. Assuma que, no Exemplo 2.3, os fluxos de caixa, as taxas de reinvestimento, de financiamento e de desconto ajustada ao risco são estabelecidos por um especialista²² como os seguintes números fuzzy triangulares²³:

$$FC_0^\alpha = (-1.600, -1.600, -1.600)$$

$$k_{tr}^\alpha = (23\%, 25\%, 27\%)$$

$$FC_1^\alpha = (9.000, 10.000, 11.000)$$

$$k_{cmpc}^\alpha = (21\%, 23\%, 25\%)$$

$$FC_2^\alpha = (-11.000, -10.000, -9.000)$$

$$k_{idar}^\alpha = (21\%, 23\%, 25\%)$$

Os indicadores fuzzy do $VPLM$, da $TIRM$, do ILM e do $TRIM$ são obtidos através das seguintes etapas:

- 1) Cálculo dos valores dos fluxos de caixa fuzzy (FC_n^α);
- 2) Cálculo dos valores das taxas fuzzy (k_{tr}^α , k_{cmpc}^α e k_{idar}^α);
- 3) Cálculo dos valores terminais fuzzy (VT^α);
- 4) Cálculo dos valores presentes fuzzy (VP^α);
- 5) Cálculo dos indicadores modificados fuzzy.

²² Para um primeiro contato com as técnicas para estabelecimento de estimativas a partir da opinião de especialistas, sugere-se a leitura de Gil-Lafuente (2001 e 1990), Gil-Aluja (1997), Kaufmann e Gil-Aluja (1992 e 1988) e Kaufmann e Gil-Aluja (1993 *apud* GIL-ALUJA (1997, p. 313).

²³ O FC_0 é admitido como conhecido com certeza no momento zero e, por isso, é definido como um número *crisp*.

Etapa 1: Cálculo dos valores dos fluxos de caixa fuzzy (FC_n^α)

A partir da equação (4.4), os fluxos de caixa fuzzy são expressos como:

$$\begin{aligned} FC_0^\alpha &= [-1600 + (-1600 - (-1600))\alpha, -1600 + (-1600 - (-1600))\alpha] \\ &= [-1600, -1600] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FC_1^\alpha &= [9000 + (10000 - 9000)\alpha, 11000 + (10000 - 11000)\alpha] \\ &= [9000 + 1000\alpha, 11000 - 1000\alpha] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FC_2^\alpha &= [-11000 + (-10000 - (-11000))\alpha, -9000 + (-10000 - (-9000))\alpha] \\ &= [-11000 + 1000\alpha, -9000 - 1000\alpha] \end{aligned}$$

Para $\alpha = 0$:

$$FC_0^{\alpha=0} = [-1600, -1600]$$

$$\begin{aligned} FC_1^{\alpha=0} &= [9000 + 1000 \times 0, 11000 - 1000 \times 0] \\ &= [9000, 11000] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FC_2^{\alpha=0} &= [-11000 + 1000 \times 0, -9000 - 1000 \times 0] \\ &= [-11000, -9000] \end{aligned}$$

Os valores de FC_0^α , FC_1^α e FC_2^α são mostrados na Tabela 4.1 para diferentes valores de α .

Tabela 4.1: Valores de FC_0^α , FC_1^α e FC_2^α (Exemplo 4.1).

α	FC_0^α		FC_1^α		FC_2^α	
	$FC_0^{l(\alpha)}$	$FC_0^{r(\alpha)}$	$FC_1^{l(\alpha)}$	$FC_1^{r(\alpha)}$	$FC_2^{l(\alpha)}$	$FC_2^{r(\alpha)}$
0	-1.600	-1.600	9.000	11.000	-11.000	-9.000
0,1	-1.600	-1.600	9.100	10.900	-10.900	-9.100
0,2	-1.600	-1.600	9.200	10.800	-10.800	-9.200
0,3	-1.600	-1.600	9.300	10.700	-10.700	-9.300
0,4	-1.600	-1.600	9.400	10.600	-10.600	-9.400
0,5	-1.600	-1.600	9.500	10.500	-10.500	-9.500
0,6	-1.600	-1.600	9.600	10.400	-10.400	-9.600
0,7	-1.600	-1.600	9.700	10.300	-10.300	-9.700
0,8	-1.600	-1.600	9.800	10.200	-10.200	-9.800
0,9	-1.600	-1.600	9.900	10.100	-10.100	-9.900
1,0	-1.600	-1.600	10.000	10.000	-10.000	-10.000

Fonte: Elaboração própria.

Etapa 2: Cálculo dos valores das taxas fuzzy (k_{tr}^α , k_{cmpc}^α e k_{tdar}^α)

Utilizando os mesmos procedimentos acima, os diferentes valores de k_{tr}^α , k_{cmpc}^α e k_{tdar}^α são calculados e mostrados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Valores de k_{tr}^α , k_{cmpc}^α e k_{tdar}^α (Exemplo 4.1).

α	$k_{tr}^\alpha (\%)$		$k_{cmpc}^\alpha (\%)$		$k_{tdar}^\alpha (\%)$	
	$k_{tr}^{l(\alpha)}$	$k_{tr}^{r(\alpha)}$	$k_{cmpc}^{l(\alpha)}$	$k_{cmpc}^{r(\alpha)}$	$k_{tdar}^{l(\alpha)}$	$k_{tdar}^{r(\alpha)}$
0	23,0	27,0	21,0	25,0	21,0	25,0
0,1	23,2	26,8	21,2	24,8	21,2	24,8
0,2	23,4	26,6	21,4	24,6	21,4	24,6
0,3	23,6	26,4	21,6	24,4	21,6	24,4
0,4	23,8	26,2	21,8	24,2	21,8	24,2
0,5	24,0	26,0	22,0	24,0	22,0	24,0
0,6	24,2	25,8	22,2	23,8	22,2	23,8
0,7	24,4	25,6	22,4	23,6	22,4	23,6
0,8	24,6	25,4	22,6	23,4	22,6	23,4
0,9	24,8	25,2	22,8	23,2	22,8	23,2
1,0	25,0	25,0	23,0	23,0	23,0	23,0

Fonte: Elaboração própria.

Etapa 3: Cálculo dos valores terminais fuzzy (VT^α)

Das equações (4.12) e (4.13), o VT^α para $\alpha = 0$ é expresso como:

$$\begin{aligned} VT^{l(\alpha=0)} &= FC_1^{l(\alpha=0)} x(1 + k_{tr}^{l(\alpha=0)})^1 = 9.000x(1 + 0,23) \\ &= 11.070,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VT^{r(\alpha=0)} &= FC_1^{r(\alpha=0)} x(1 + k_{tr}^{r(\alpha=0)})^1 = 11.000x(1 + 0,27) \\ &= 13.970,00 \end{aligned}$$

Etapa 4: Cálculo dos Valores Presentes Fuzzy (VP^α)

Das equações (4.16) e (4.17), o VP^α para $\alpha = 0$ é expresso como:

$$\begin{aligned} VP^{l(\alpha=0)} &= FC_0^{l(\alpha=0)} + \frac{FC_2^{l(\alpha=0)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha=0)})^2} = -1.600 - \frac{11.000}{(1 + 0,21)^2} \\ &= -9.113,15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VP^{r(\alpha=0)} &= FC_0^{r(\alpha=0)} + \frac{FC_2^{r(\alpha=0)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha=0)})^2} = -1.600 - \frac{9.000}{(1 + 0,25)^2} \\ &= -7.360,00 \end{aligned}$$

Os valores de VT^α e VP^α são mostrados na Tabela 4.3, para diferentes valores de α .

Tabela 4.3: Valores de VT^α e VP^α (Exemplo 4.1).

α	VT^α		VP^α	
	$VT^{l(\alpha)}$	$VT^{r(\alpha)}$	$VP^{l(\alpha)}$	$VP^{r(\alpha)}$
0	11.070,00	13.970,00	(9.113,15)	(7.360,00)
0,1	11.211,20	13.821,20	(9.020,30)	(7.442,68)
0,2	11.352,80	13.672,80	(8.928,02)	(7.525,86)
0,3	11.494,80	13.524,80	(8.836,30)	(7.609,55)
0,4	11.637,20	13.377,20	(8.745,15)	(7.693,75)
0,5	11.780,00	13.230,00	(8.654,56)	(7.778,46)
0,6	11.923,20	13.083,20	(8.564,52)	(7.863,69)
0,7	12.066,80	12.936,80	(8.475,03)	(7.949,43)
0,8	12.210,80	12.790,80	(8.386,08)	(8.035,70)
0,9	12.355,20	12.645,20	(8.297,68)	(8.122,50)
1,0	12.500,00	12.500,00	(8.209,82)	(8.209,82)

Fonte: Elaboração própria.

Etapla 5: Cálculo dos indicadores modificados fuzzy

A partir dos valores de VT^α e VP^α , são obtidos os indicadores fuzzy do $VPLM$, da $TIRM$, do ILM e do $TRIM$.

Etapla 5.1: Cálculo do valor presente líquido modificado fuzzy ($VPLM^\alpha$)

Das equações (4.20) e (4.21), o $VPLM^\alpha$ para $\alpha = 0$ é:

$$VPLM^{l(\alpha=0)} = \frac{VT^{l(\alpha=0)}}{(1 + k_{tdar}^{r(\alpha=0)})^n} + VP^{l(\alpha=0)} = \frac{11.070,00}{(1 + 0,25)^2} - 9.113,15 =$$

$$= -2.028,35$$

$$VPLM^{r(\alpha=0)} = \frac{VT^{r(\alpha=0)}}{(1 + k_{tdar}^{l(\alpha=0)})^n} + VP^{r(\alpha=0)} = \frac{13.970,00}{(1 + 0,21)^2} - 7.360,00$$

$$= 2.181,70$$

Os valores de $VPLM^\alpha$ são mostrados na Tabela 4.4, para diferentes valores de α . Uma representação gráfica do $VPLM^\alpha$ é mostrada na Figura 4.2.²⁴

Tabela 4.4: Valores de $VPLM^\alpha$ (Exemplo 4.1).

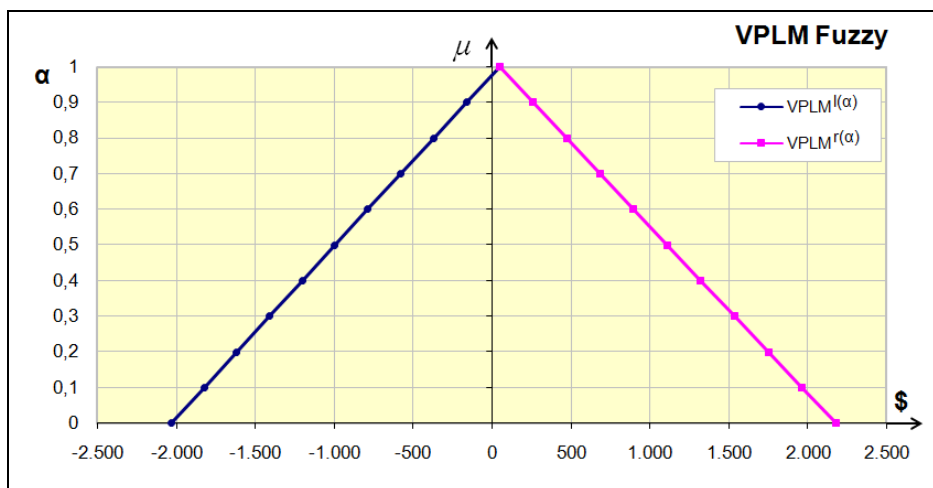
α	$VPLM^\alpha$	
	$VPLM^{f(\alpha)}$	$VPLM^{r(\alpha)}$
0	(2.028,35)	2.181,70
0,1	(1.822,11)	1.966,25
0,2	(1.615,50)	1.751,40
0,3	(1.408,49)	1.537,13
0,4	(1.201,09)	1.323,43
0,5	(993,26)	1.110,28
0,6	(785,02)	897,68
0,7	(576,33)	685,60
0,8	(367,20)	474,05
0,9	(157,61)	263,00
1,0	52,46	52,46

Fonte: Elaboração própria.

A forma do número fuzzy resultante do cálculo do $VPLM$ fuzzy não é exatamente triangular, embora seja bastante semelhante. As divergências entre as formas exata e aproximada das operações com números fuzzy foram estudadas por Kaufmann e Gupta (1988) e por Chiu e Park (1994 e 1998), que verificaram os desvios existentes e concluíram que não existe erro significativo entre as duas formas.

Ainda de acordo com Chiu e Park (1994 e 1998), a adoção da forma simplificada, obviamente, tem a vantagem de poupar um grande esforço matemático na elaboração dos métodos de orçamento de capital fuzzy.

²⁴ Observe que os valores de VP^α foram introduzidos como números negativos na fórmula de cálculo do $VPLM^\alpha$.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.2: *VPLM* fuzzy (Exemplo 4.1).

Interpretação do VPLM fuzzy

A Tabela 4.4 e a Figura 4.2 proporcionam uma ampla visão da economicidade ou não do projeto de investimento. Análises realizadas para diferentes graus de pertinência conduzem, algumas vezes, a decisões inequívocas de aceitação do projeto de investimento ($VPLM > 0$), indicando o aumento da riqueza dos acionistas. Entretanto, é possível verificar também a existência de circunstâncias totalmente desfavoráveis aos acionistas ($VPLM < 0$), que resultam em redução da riqueza.

Quando ocorrem situações como as mencionadas acima, Gil-Aluja (1997) e Chiu e Park (1994 e 1998) sugerem a utilização de procedimentos complementares para ajudar na interpretação dos resultados. Esses procedimentos são apresentados a seguir:

i) Critério da possibilidade de Gil-Aluja

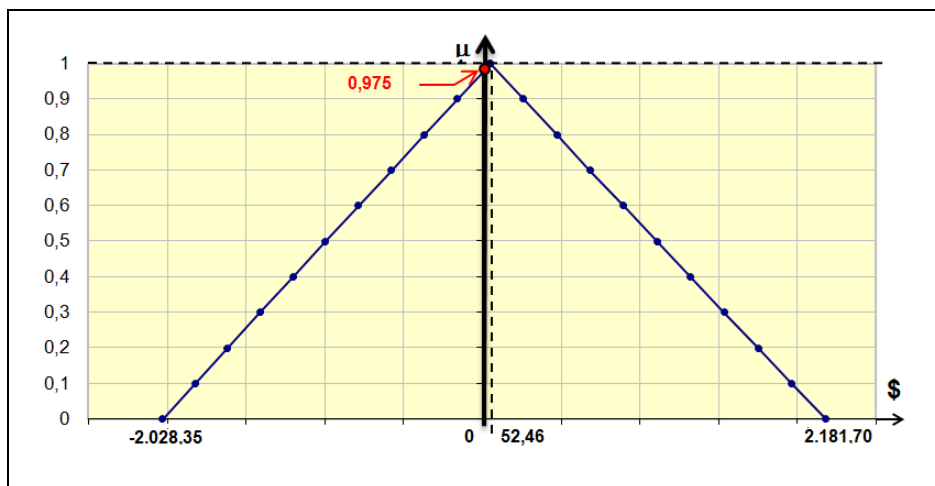
Com o objetivo de simplificar os cálculos envolvidos, admita como representativa a aproximação triangular do número fuzzy $VPLM^\alpha = (-2.028,35; 52,46; 2.181,70)$, cuja representação gráfica é mostrada na Figura 4.3.

Segundo Gil-Aluja (1997), a possibilidade de se obter prejuízo com o projeto é dada pela intersecção do lado esquerdo do número fuzzy triangular com o eixo das ordenadas, que neste caso é a seguinte:

$$-2.028,35 + (52,46 + 2.028,35)\alpha = 0$$

$$\alpha = 2.028,35 / 2.080,81 = 0,975$$

De acordo com esse critério, e dado que um índice de 0,975 (Figura 4.3) é muito elevado, poder-se-ia admitir que o projeto de investimento não é conveniente.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.3: Índice de possibilidade do VPLM fuzzy (Exemplo 4.1).

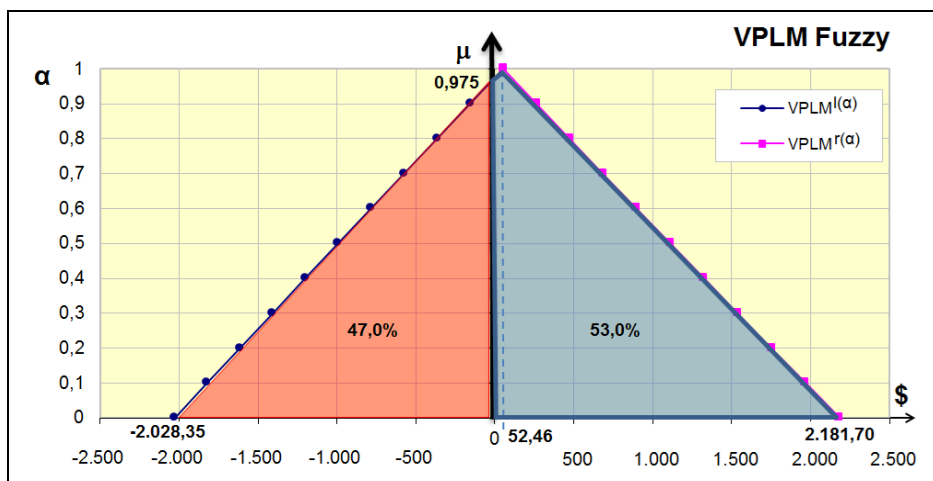
ii) Índice de sucesso de Gil-Aluja

Segundo Gil-Aluja (1997), o índice de sucesso é obtido dividindo-se a área do número fuzzy triangular que se encontra na área positiva (em destaque em azul na Figura 4.4) pela sua área total. Nesse caso:

- Área negativa: $0,975 \times 2.028,35 / 2 = 988,82$
 - Área do NFT: $(2.028,35 + 2.181,70) \times 1 / 2 = 2.105,03$
 - Área positiva: $2.105,03 - 988,82 = 1.116,21$
- Índice de Sucesso = $1.116,21 / 2.105,03 = 0,530$ ou 53,0%

iii) Índice de fracasso de Chiu e Park

A área do número fuzzy que se encontra na área negativa (em destaque em vermelho na Figura 4.4) indica que o projeto pode não ser considerado como aceitável. De acordo com Chiu e Park (1994), o índice de fracasso pode ser calculado dividindo-se a área negativa pela área total do NFT, que neste caso resultaria em aproximadamente 47,0% (Figura 4.4).



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.4: Índices de sucesso/ fracasso do VPLM fuzzy (Exemplo 4.1).

A utilização desses procedimentos complementares produz, em cada caso, um indicador que pode conduzir a uma leitura diferenciada do resultado do projeto de investimento, dependendo dos interlocutores. A utilização de um ou outro procedimento dependerá das circunstâncias relativas a cada projeto e dos perfis dos tomadores de decisão da empresa (propensos ou não ao risco).

Etapa 5.2: Cálculo da Taxa Interna de Retorno Modificada Fuzzy ($TIRM^{\alpha}$)

Das equações (4.24) e (4.25), a $TIRM^{\alpha}$ para $\alpha = 0$ é:

$$TIRM^{l(\alpha=0)} = \left[-\frac{VT^{l(\alpha=0)}}{VP^{l(\alpha=0)}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1 = \left[\frac{11.070,00}{9.113,15} \right]^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$= 0,102 \text{ ou } 10,2\%$$

$$TIRM^{r(\alpha=0)} = \left[-\frac{VT^{r(\alpha=0)}}{VP^{r(\alpha=0)}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1 = \left[\frac{13.970,00}{7.360,00} \right]^{\frac{1}{2}} - 1$$

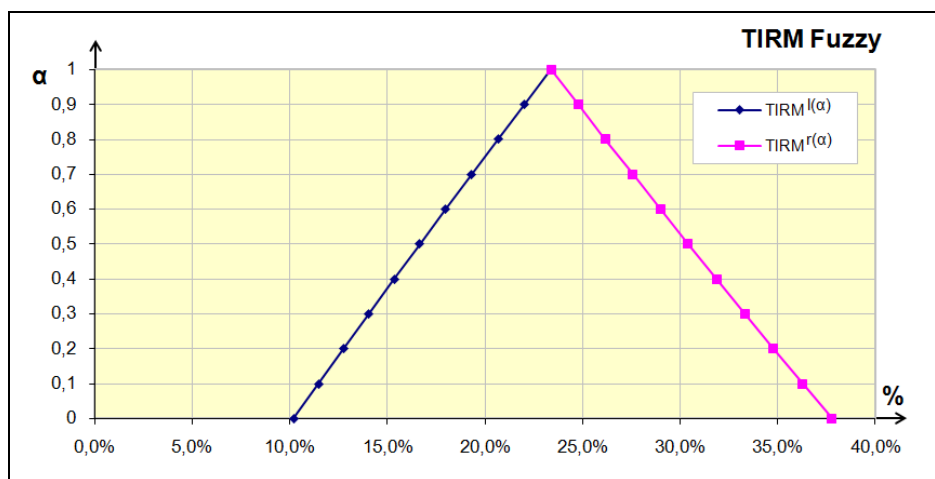
$$= 0,378 \text{ ou } 37,8\%$$

Os valores da $TIRM^{\alpha}$ são mostrados na Tabela 4.5, para diferentes valores de α . Uma representação gráfica do $TIRM^{\alpha}$ é mostrada na Figura 4.5.

Tabela 4.5: Valores de $TIRM^{\alpha}$ (Exemplo 4.1).

α	$TIRM^{\alpha}$	
	$TIRM^{l(\alpha)}$	$TIRM^{r(\alpha)}$
0	10,2%	37,8%
0,1	11,5%	36,3%
0,2	12,8%	34,8%
0,3	14,1%	33,3%
0,4	15,4%	31,9%
0,5	16,7%	30,4%
0,6	18,0%	29,0%
0,7	19,3%	27,6%
0,8	20,7%	26,2%
0,9	22,0%	24,8%
1,0	23,4%	23,4%

Fonte: Elaboração própria.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.5: $TIRM$ fuzzy (Exemplo 4.1).

Interpretação da $TIRM$ fuzzy

Admita como representativa a aproximação triangular do número fuzzy $TIRM^{\alpha} = (10,2\%; 23,4\%; 37,8\%)$, cuja representação gráfica é apresentada na Figura 4.6.

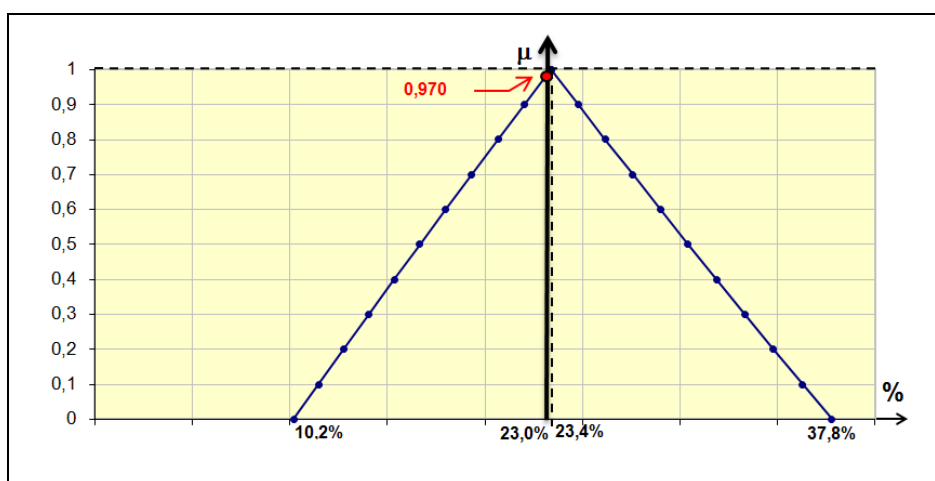
i) Critério da possibilidade de Gil-Aluja

A possibilidade de se obter prejuízo com o projeto é dada pela intersecção do lado esquerdo do número fuzzy triangular com o eixo correspondente à taxa de desconto ajustada ao risco (23% ao ano), que neste caso é a seguinte:

$$(23,4 - 10,2)\alpha = 23,04 - 10,2$$

$$\alpha = 12,8 / 13,2 = 0,970$$

De acordo com esse critério, e dado que o grau de possibilidade de 0,970 (Figura 4.6) é muito elevado, poder-se-ia admitir que o projeto de investimento não é conveniente do ponto de vista econômico.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.6: Índice de possibilidade da *TIRM* fuzzy (Exemplo 4.1).

ii) Índice de sucesso de Gil-Aluja

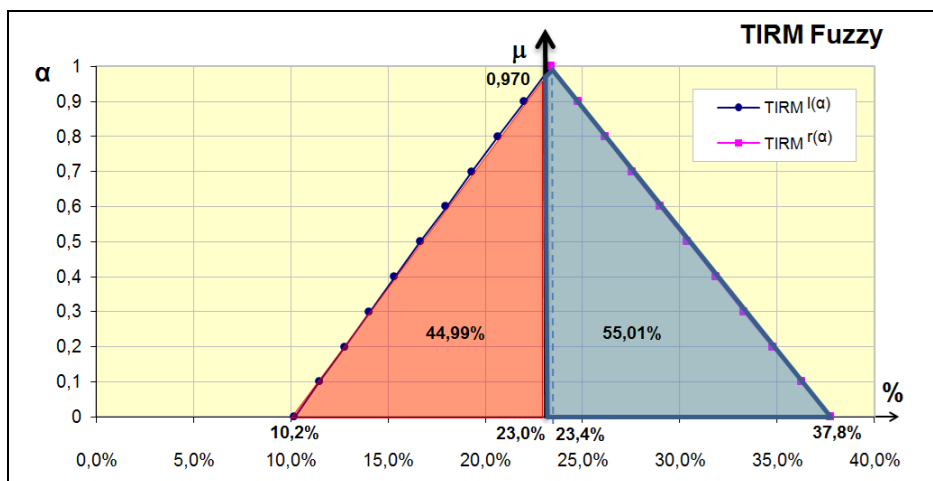
O índice de sucesso é obtido dividindo-se a área do número fuzzy triangular com *TDAR* superior a 23,0% (em destaque em azul na Figura 4.7) pela sua área total. Nesse caso:

- Área negativa: $0,970 \times (23,0 - 10,2) / 2 = 6,208$

- Área do *NFT*: $(37,8 - 10,2) \times 1 / 2 = 13,8$

- Área positiva: $13,8 - 6,208 = 7,592$

$$\text{Índice de Sucesso} = 7,592 / 13,8 = 0,5501 \text{ ou } 55,01\%$$



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.7: Índices de sucesso/ fracasso da *TIRM* fuzzy (Exemplo 4.1).

iii) Índice de fracasso de Chiu e Park

A área do número fuzzy com *TIRM* inferior à *TDAR* de 23% ao ano (em destaque em vermelho na Figura 4.7) conduz a um Índice de fracasso de Chiu e Park de 44,99%, indicando que o projeto pode não ser considerado como aceitável.

Etapa 5.3: Cálculo do Índice de Lucratividade Modificado Fuzzy (ILM^{α})

Das equações (4.28) e (4.29), o ILM^{α} para $\alpha = 0$ é:

$$ILM^{l(\alpha=0)} = \left[-\frac{VT^{l(\alpha=0)}}{(1 + k_{idar}^{l(\alpha=0)})^n} \right] / [VP^{l(\alpha=0)}] = \left[\frac{11.070,00}{(1 + 0,25)^2} \right] / [9.113,15] = 0,78$$

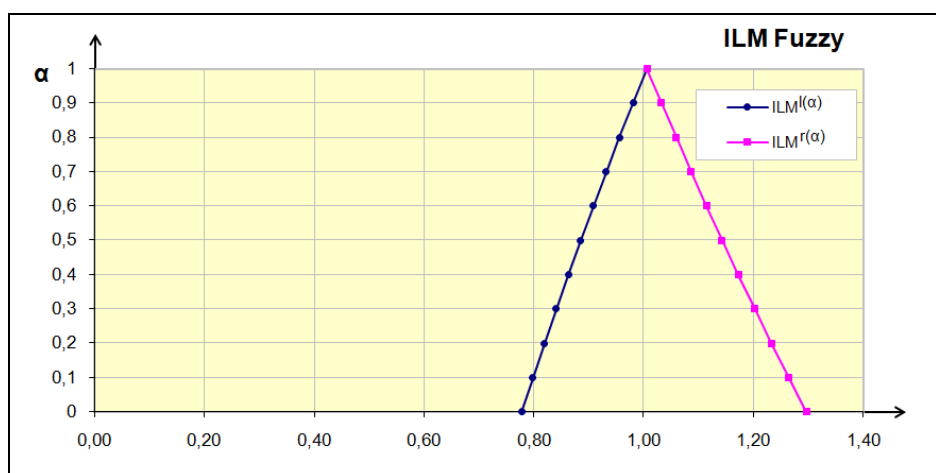
$$ILM^{r(\alpha=0)} = \left[-\frac{VT^{r(\alpha=0)}}{(1 + k_{idar}^{r(\alpha=0)})^n} \right] / [VP^{r(\alpha=0)}] = \left[\frac{13.970,00}{(1 + 0,21)^2} \right] / [7.360,00] = 1,30$$

Os valores de ILM^{α} são mostrados na Tabela 4.6, para diferentes valores de α . Uma representação gráfica do ILM^{α} é mostrada na Figura 4.8.

Tabela 4.6: Valores de ILM^α (Exemplo 4.1).

α	ILM^α	
	$ILM^l(\alpha)$	$ILM^r(\alpha)$
0	0,78	1,30
0,1	0,80	1,26
0,2	0,82	1,23
0,3	0,84	1,20
0,4	0,86	1,17
0,5	0,89	1,14
0,6	0,91	1,11
0,7	0,93	1,09
0,8	0,96	1,06
0,9	0,98	1,03
1,0	1,01	1,01

Fonte: Elaboração própria.



Fonte: Elaboração própria

Figura 4.8: ILM fuzzy (Exemplo 4.1).

Interpretação do ILM fuzzy

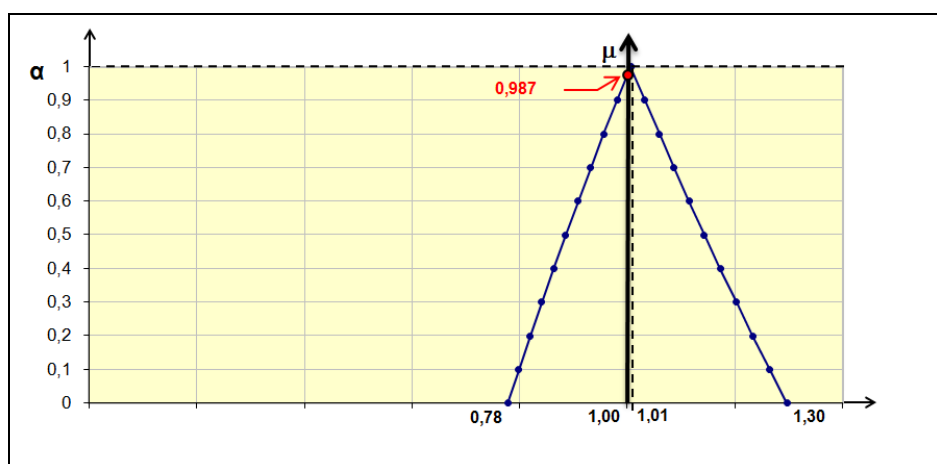
Admita como representativa a aproximação triangular do número fuzzy $ILM^\alpha = (0,78; 1,01; 1,30)$, cuja representação gráfica é mostrada na Figura 4.9:

i) *Critério da possibilidade de Gil-Aluja*

A possibilidade de se obter prejuízo com o projeto é dada pela intersecção do lado esquerdo do número fuzzy triangular com o eixo das ordenadas correspondente ao índice de lucratividade modificado igual a 1, que neste caso é:

$$\alpha = 0,78 / 0,79 = 0,987$$

De acordo com esse critério, e dado que o grau de possibilidade de 0,987 (Figura 4.9) é muito elevado, poder-se-ia admitir que o projeto de investimento não é conveniente do ponto de vista econômico.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.9: Índice de possibilidade do *ILM* fuzzy (Exemplo 4.1).

ii) *Índice de sucesso de Gil-Aluja*

Dividindo-se a área do número fuzzy triangular que se encontra na área positiva (em destaque em azul na Figura 4.10) pela sua área total:

– Área negativa: $0,987 \times (1 - 0,78) / 2 = 0,1087$

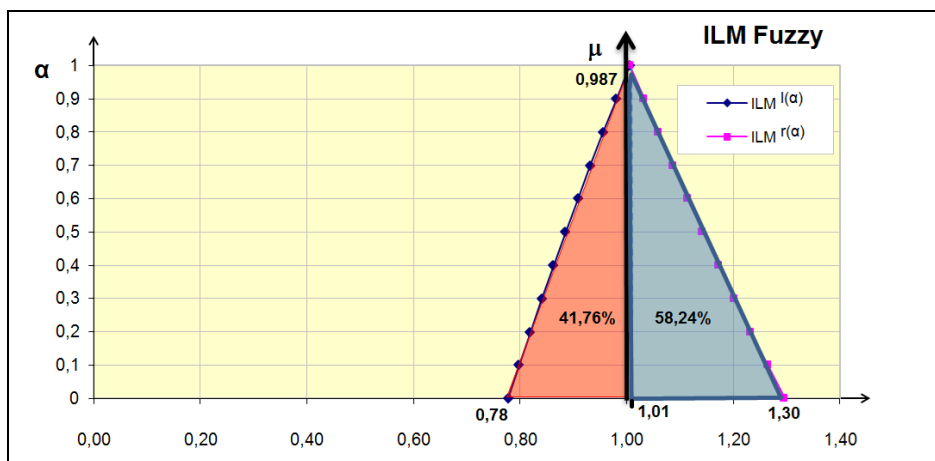
– Área do *NFT*: $(1,30 - 0,78) \times 1 / 2 = 0,26$

– Área positiva: $0,26 - 0,1087 = 0,1514$

Índice de Sucesso = $0,1514 / 0,26 = 0,5824$ ou 58,24%

iii) *Índice de fracasso de Chiu e Park*

A área do número fuzzy com *ILM* inferior a um (em destaque em vermelho na Figura 4.10) conduz a um índice de fracasso de 41,76%, indicando que o projeto pode não ser considerado como aceitável.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.10: Índices de sucesso/ fracasso do *ILM* fuzzy (Exemplo 4.1).

Etapa 5.4: *Cálculo do Tempo de Retorno Modificado Fuzzy ($TRIM^\alpha$)*

Das equações (4.31) e (4.32), o $TRIM^\alpha$ para $\alpha = 0$ é:

$$TRIM^{l(\alpha=0)} = -VP^{r(\alpha=0)} / \left[\frac{VT^{r(\alpha=0)}}{(1 + k_{radr}^{l(\alpha=0)})^n} \right] \times n = 7.360,00 / \left[\frac{13.970,00}{(1 + 0,21)^2} \right] \times 2$$

$$= 1,54$$

$$TRIM^{r(\alpha=0)} = -VP^{l(\alpha=0)} / \left[\frac{VT^{l(\alpha=0)}}{(1 + k_{radr}^{r(\alpha)})^n} \right] \times n = 9.113,15 / \left[\frac{11.070,00}{(1 + 0,25)^2} \right] \times 2$$

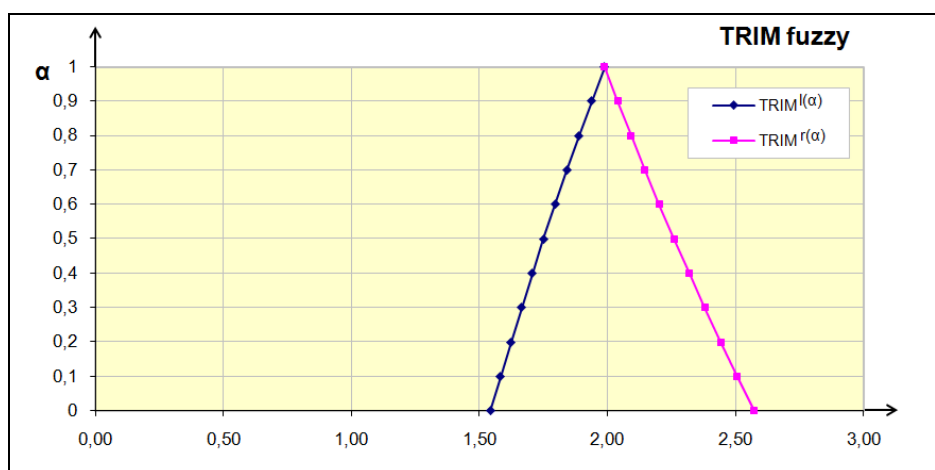
$$= 2,57$$

Os valores de $TRIM^\alpha$ são mostrados na Tabela 4.7, para diferentes valores de α . Uma representação gráfica do $TRIM^\alpha$ é mostrada na Figura 4.11.

Tabela 4.7: Valores de $TRIM^\alpha$ (Exemplo 4.1).

α	$TRIM^\alpha$	
	$TRIM^{l(\alpha)}$	$TRIM^{r(\alpha)}$
0	1,54	2,57
0,1	1,58	2,51
0,2	1,62	2,44
0,3	1,66	2,38
0,4	1,71	2,32
0,5	1,75	2,26
0,6	1,80	2,20
0,7	1,84	2,15
0,8	1,89	2,09
0,9	1,94	2,04
1,0	1,99	1,99

Fonte: Elaboração própria.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.11: $TRIM$ Fuzzy (Exemplo 4.1).

Interpretação do $TRIM$ fuzzy

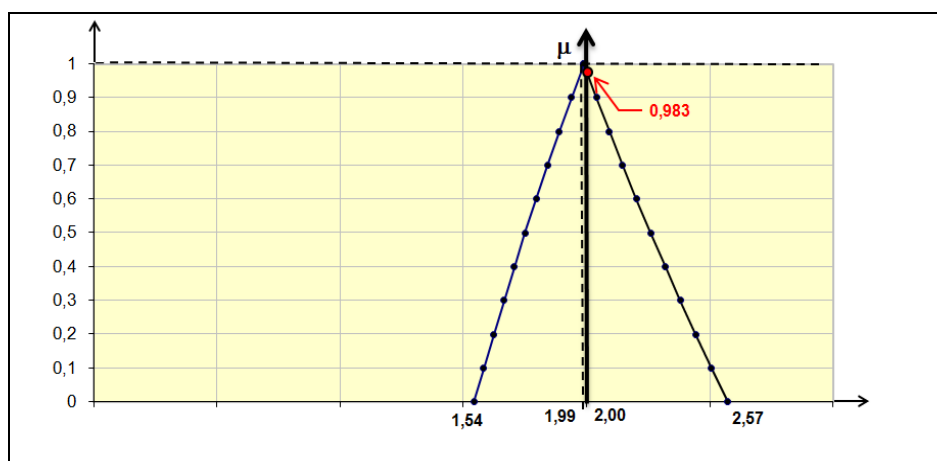
Admita como representativa a aproximação triangular do número fuzzy $ILM^\alpha = (1,54; 1,99; 2,57)$, cuja representação gráfica é mostrada na Figura 4.12.

i) Critério da possibilidade de Gil-Aluja

Para a utilização do critério de decisão do *TRIM* fuzzy é necessário que a empresa estabeleça um tempo máximo admissível para o retorno do investimento. Admita, por exemplo, que a empresa tenha estabelecido o horizonte de vida do projeto (dois anos) como o tempo máximo admissível para retorno do investimento. Desse modo, a possibilidade de se obter prejuízo é dada pela intersecção do lado direito do número fuzzy triangular com o eixo do *TRIM* igual a dois anos, que nesse caso é:

$$\alpha = 0,57 / 0,58 = 0,983$$

Dado que o grau de possibilidade de 0,983 (Figura 4.12) é muito elevado, poder-se-ia admitir que o projeto de investimento não é conveniente.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.12: Índice de Possibilidade do *TRIM* Fuzzy (Exemplo 4.1).

ii) Índice de sucesso de Gil-Aluja

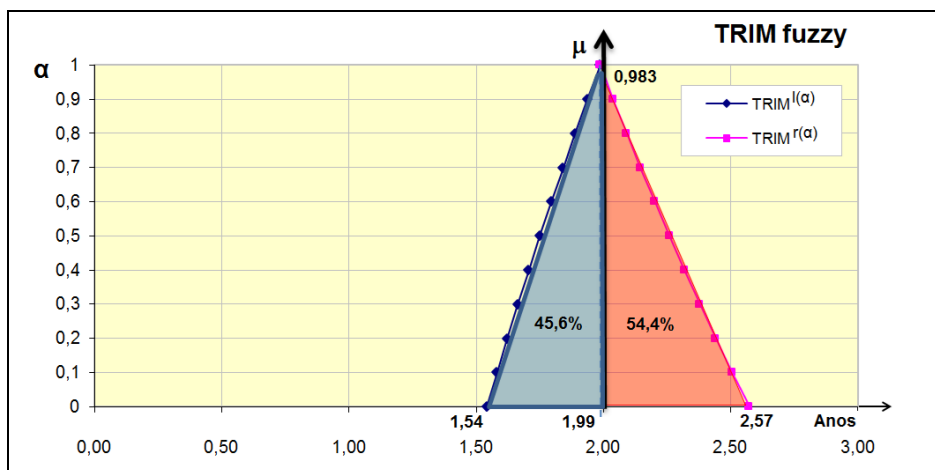
Dividindo-se a área do número fuzzy triangular que se encontra na área positiva (em destaque em azul na Figura 4.10) pela sua área total:

- Área negativa: $0,983 \times (2,57 - 2) / 2 = 0,2802$
- Área do NFT: $(2,57 - 1,54) \times 1 / 2 = 0,5150$
- Área positiva: $0,5150 - 0,2802 = 0,2348$

$$\text{Índice de Sucesso} = 0,2348 / 0,5150 = 0,4560 \text{ ou } 45,60\%$$

iii) Índice de fracasso de Chiu e Park

A área do número fuzzy com *TRIM* superior a dois anos (em destaque em vermelho na Figura 4.13) conduz a um índice de fracasso de 54,4%, indicando que o projeto pode não ser considerado como aceitável.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.13: Índices de sucesso/ fracasso do *TRIM* Fuzzy (Exemplo 4.1).

O método do *TRIM* fuzzy constitui-se uma excelente medida de liquidez nos casos em que existe uma elevada incerteza e se tem como objetivo minimizar a exposição ao risco do projeto de investimento.

Nesses casos, o método permite identificar os projetos em que os recursos investidos são recuperados em um período de tempo menor.

4.3

A Defuzzificação dos Indicadores Fuzzy

Para representar as variáveis do *VPLM* fuzzy, da *TIRM* fuzzy, do *ILM* fuzzy e do *TRIM* fuzzy em variáveis reais passíveis de interpretação, é necessário realizar um processo de defuzzificação, que consiste em transformar um conjunto fuzzy em um elemento do universo de discurso.

Existem vários métodos diferentes de defuzzificação, entre eles: bissetor, centro de gravidade (centróide), média dos máximos, menor dos máximos e maior dos máximos. Nessa tese, será aplicado o método de defuzzificação do centro de

gravidade (COG, sigla em inglês para *Center of Gravity*), o mais usual entre os métodos de defuzzificação (Caldeira *et al*, 2007).

De acordo com esses autores, o método do centro de gravidade utiliza a soma dos valores de pertinência multiplicados pelos valores das variáveis, dividindo-se esse valor final pela área total do número fuzzy a ser defuzzificado.

De acordo com Oliveira Jr. (1999), além da simplicidade de cálculo, esse método possui duas outras características que o tornam bastante “desejável”: pode ser aplicado a conjuntos discretos ou contínuos e possui continuidade em relação à topologia da função de pertinência.

Para um conjunto discreto $A = \{A(i) / x(i)\}$, define-se:

$$VC_{COG} = \frac{\sum x(i).A(i)}{\sum A(i)} \quad (4.36)$$

como o valor defuzzificado associado a A.

4.3.1

Valores Mais Possíveis dos Indicadores Modificados Fuzzy

Por meio da aplicação do método do Centro de Gravidade, é possível obter os valores do *VPLM*, da *TIRM*, do *ILM* e do *TRIM* de maior possibilidade no domínio real, através das seguintes equações:

$$VPLM_{MP} = \frac{\sum_{j=1}^N VPLM_{fuzzy} \times \mu(VPLM_{fuzzy})}{\sum_{j=1}^N \mu(VPLM_{fuzzy})} \quad (4.37)$$

$$TIRM_{MP} = \frac{\sum_{j=1}^N TIRM_{fuzzy} \times \mu(TIRM_{fuzzy})}{\sum_{j=1}^N \mu(TIRM_{fuzzy})} \quad (4.38)$$

$$ILM_{MP} = \frac{\sum_{j=1}^N ILM_{fuzzy} \times \mu(ILM_{fuzzy})}{\sum_{j=1}^N \mu(ILM_{fuzzy})} \quad (4.39)$$

$$TRIM_{MP} = \frac{\sum_{j=1}^N TRIM_{fuzzy} \times \mu(TRIM_{fuzzy})}{\sum_{j=1}^N \mu(TRIM_{fuzzy})} \quad (4.40)$$

onde:

$VPLM_{fuzzy}$ = Valor presente líquido modificado fuzzy

$\mu(VPLM_{fuzzy})$ = Função que descreve a pertinência do $VPLM_{fuzzy}$

$TRIM_{fuzzy}$ = Taxa interna de retorno modificada fuzzy

$\mu(TRIM_{fuzzy})$ = Função que descreve a pertinência da $TRIM_{fuzzy}$

ILM_{fuzzy} = Índice de lucratividade modificado fuzzy

$\mu(ILM_{fuzzy})$ = Função que descreve a pertinência do ILM_{fuzzy}

$TRIM_{fuzzy}$ = Tempo de retorno de investimento modificado fuzzy

$\mu(TRIM_{fuzzy})$ = Função que descreve a pertinência do $TRIM_{fuzzy}$

N = Número de iterações a serem realizadas

As Tabelas 4.8 a 4.11 mostram os cálculos parciais referentes à aplicação dos métodos modificados fuzzy no Exemplo 4.1 e o valor mais possível dos respectivos indicadores.

Tabela 4.8: Valor mais possível do $VPLM_{fuzzy}$ (Exemplo 4.1).

Defuzzificação pelo Centro da Área				
α	$VPLM^{l(\alpha)}$	$VPLM^{r(\alpha)}$	$VPLM^{l(\alpha)} \times \mu$	$VPLM^{r(\alpha)} \times \mu$
0	(2.028,35)	2.181,70	0,00	0,00
0,1	(1.822,11)	1.966,25	(182,21)	196,63
0,2	(1.615,50)	1.751,40	(323,10)	350,28
0,3	(1.408,49)	1.537,13	(422,55)	461,14
0,4	(1.201,09)	1.323,43	(480,43)	529,37
0,5	(993,26)	1.110,28	(496,63)	555,14
0,6	(785,02)	897,68	(471,01)	538,61
0,7	(576,33)	685,60	(403,43)	479,92
0,8	(367,20)	474,05	(293,76)	379,24
0,9	(157,61)	263,00	(141,85)	236,70
1	52,46	52,46	52,46	52,46
		Σ	(3.162,53)	3.779,48
Valor mais possível				56,09

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 4.9: Valor mais possível da *TIRM* fuzzy (Exemplo 4.1).

Defuzzificação pelo Centro da Área				
α	$TIRM^{l(\alpha)}$	$TIRM^{r(\alpha)}$	$TIRM^{l(\alpha)} \times \mu$	$TIRM^{r(\alpha)} \times \mu$
0	10,2%	37,8%	0,0%	0,0%
0,1	11,5%	36,3%	3,6%	1,1%
0,2	12,8%	34,8%	7,0%	2,6%
0,3	14,1%	33,3%	10,0%	4,2%
0,4	15,4%	31,9%	12,7%	6,1%
0,5	16,7%	30,4%	15,2%	8,3%
0,6	18,0%	29,0%	17,4%	10,8%
0,7	19,3%	27,6%	19,3%	13,5%
0,8	20,7%	26,2%	20,9%	16,5%
0,9	22,0%	24,8%	22,3%	19,8%
1	23,4%	23,4%	23,4%	23,4%
		Σ	151,8%	106,5%
Valor mais possível				23,5%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 4.10: Valor mais possível do *ILM* fuzzy (Exemplo 4.1).

Defuzzificação pelo Centro da Área				
α	$ILM^{l(\alpha)}$	$ILM^{r(\alpha)}$	$ILM^{l(\alpha)} \times \mu$	$ILM^{r(\alpha)} \times \mu$
0	0,78	1,30	0,00	0,00
0,1	0,80	1,26	0,08	0,13
0,2	0,82	1,23	0,16	0,25
0,3	0,84	1,20	0,25	0,36
0,4	0,86	1,17	0,35	0,47
0,5	0,89	1,14	0,44	0,57
0,6	0,91	1,11	0,55	0,67
0,7	0,93	1,09	0,65	0,76
0,8	0,96	1,06	0,76	0,85
0,9	0,98	1,03	0,88	0,93
1	1,01	1,01	1,01	1,01
		Σ	5,14	5,99
Valor mais possível				1,01

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 4.11: Valor mais possível do *TRIM* fuzzy (Exemplo 4.1).

Defuzzificação pelo Centro da Área				
α	$TRIM^{l(\alpha)}$	$TRIM^{r(\alpha)}$	$TRIM^{l(\alpha)} \times \mu$	$TRIM^{r(\alpha)} \times \mu$
0	1,54	2,57	0,00	0,00
0,1	1,58	2,51	0,16	0,25
0,2	1,62	2,44	0,32	0,49
0,3	1,66	2,38	0,50	0,71
0,4	1,71	2,32	0,68	0,93
0,5	1,75	2,26	0,88	1,13
0,6	1,80	2,20	1,08	1,32
0,7	1,84	2,15	1,29	1,50
0,8	1,89	2,09	1,51	1,67
0,9	1,94	2,04	1,74	1,83
1	1,99	1,99	1,99	1,99
		Σ	10,15	11,83
Valor mais possível				2,00

Fonte: Elaboração própria.

4.3.2

Piores e Melhores Resultados Possíveis dos Indicadores Modificados Fuzzy

Os valores que representam os piores e os melhores resultados do *VPLM* fuzzy, da *TIRM* fuzzy, do *ILM* fuzzy e do *TRIM* fuzzy do projeto de investimento, obtidos diretamente das tabelas 4.4 a 4.7, para o grau de pertinência $\alpha = 0$, estão sumarizados na Tabela 4.12.

Tabela 4.12: Piores e melhores resultados dos indicadores modificados fuzzy (Exemplo 4.1).

	<i>VPLM</i>	<i>TIRM</i>	<i>ILM</i>	<i>TRIM</i>
Pior Resultado	-2.028,35	10,2%	0,78	1,54
Melhor Resultado	2.181,70	37,8%	1,3	2,57

Fonte: Elaboração própria.

4.4

As Funções Financeiras Fuzzy

Como o cálculo do *VPLM*, da *TIRM*, do *ILM* e do *TRIM* sob condições de incerteza, para projetos de investimento com fluxos de caixa e taxas representados por números fuzzy triangulares, é bastante difícil e complexo, novas funções financeiras, denominadas *MVPLfuzzy*, *MTIRfuzzy*, *MILfuzzy* e *MTRIfuzzy*, respectivamente, foram desenvolvida em *Visual Basic for Applications* do MS-Excel.

Essas funções consideram o custo dos investimentos e os juros recebidos nos reinvestimentos do capital, e têm as suas sintaxes²⁵ e os respectivos códigos VBA apresentados nos Apêndices. Um exemplo de utilização dessas funções é apresentado a seguir.

Exemplo 4.2. Admita que os valores fuzzy do investimento inicial e dos fluxos de caixa do Exemplo 4.1 estão inseridos nas células B2:D2, B3:D3 e B4:D4 de uma planilha MS-Excel; que as taxas de reinvestimento, de financiamento e de desconto ajustada ao risco estão inseridas nas células G3:I3, G4:I4 e G5:I5; que o grau de pertinência zero ($\alpha = 0$) está inserido na célula G7; e que o tipo (left = 0 e right = 1) está inserido na célula G8.

A Figura 4.14 mostra os assistentes de função utilizados no cálculo do *VPLM fuzzy*, da *TIRM fuzzy*, do *ILM fuzzy* e do *TRIM fuzzy*, para o grau de pertinência zero e os respectivos resultados.

²⁵ A sintaxe da função *VPLFuzzy* é compatível com a da função *VPL* do MS-Excel. Desse modo, os valores de $FC_0^{l(\alpha)}$ e $FC_0^{r(\alpha)}$ devem ser inseridos no final da fórmula que utiliza a função *VPLFuzzy*. Por outro lado, as sintaxes das funções *MVPLFuzzy*, *MTIRFuzzy*, *MILFuzzy* e *MTRIFuzzy* são totalmente compatíveis com a sintaxe da função *MTIR* do MS-Excel. Assim, os valores dos fluxos de caixa no período zero $FC_0^{l(\alpha)}$ e $FC_0^{r(\alpha)}$ devem ser inseridos como parâmetros internos dessas funções.

MVPLFuzzy

Argumentos da função

MVPLFuzzy

Valores#11: B2:B4 = (-1600;9000;-11000)

Valores#12: C2:C4 = (-1600;10000;-10000)

Valores#13: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Taxa_financ#11: G3 = 0,21

Taxa_financ#12: H3 = 0,23

= -2028,348009

Retorna o valor presente líquido modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números fuzzy triangulares, para um grau de pertinência.

Valores#11

Resultado da fórmula = -2028,348009

[Ajuda sobre esta função](#)

OK Cancelar

Argumentos da função

MVPLFuzzy

Valores#11: B2:B4 = (-1600;9000;-11000)

Valores#12: C2:C4 = (-1600;10000;-10000)

Valores#13: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Taxa_financ#11: G3 = 0,21

Taxa_financ#12: H3 = 0,23

= 2181,697971

Retorna o valor presente líquido modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números fuzzy triangulares, para um grau de pertinência.

Valores#11

Resultado da fórmula = 2181,697971

[Ajuda sobre esta função](#)

OK Cancelar

MTIRFuzzy

Argumentos da função

MTIRFuzzy

Valores#11: C2:C4 = (-1600;10000;-10000)

Valores#12: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Valores#13: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Taxa_financ#11: G3 = 0,21

Taxa_financ#12: H3 = 0,23

= 0,102147

Retorna a taxa interna de retorno modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números fuzzy triangulares, para um grau de pertinência.

Valores#11

Resultado da fórmula = 0,102147

[Ajuda sobre esta função](#)

OK Cancelar

Argumentos da função

MTIRFuzzy

Valores#11: B2:B4 = (-1600;9000;-11000)

Valores#12: C2:C4 = (-1600;10000;-10000)

Valores#13: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Taxa_financ#11: G3 = 0,21

Taxa_financ#12: H3 = 0,23

= 0,377715

Retorna a taxa interna de retorno modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números fuzzy triangulares, para um grau de pertinência.

Valores#11

Resultado da fórmula = 0,377715

[Ajuda sobre esta função](#)

OK Cancelar

MILFuzzy

Argumentos da função

MILFuzzy

Valores#11: C2:C4 = (-1600;10000;-10000)

Valores#12: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Valores#13: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Taxa_financ#11: G3 = 0,21

Taxa_financ#12: H3 = 0,22

= 0,777426

Retorna o índice de lucratividade modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números fuzzy triangulares, para um grau de pertinência.

Valores#11

Resultado da fórmula = 0,777426

[Ajuda sobre esta função](#)

OK Cancelar

Argumentos da função

MILFuzzy

Valores#11: C2:C4 = (-1600;10000;-10000)

Valores#12: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Valores#13: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Taxa_financ#11: G3 = 0,21

Taxa_financ#12: H3 = 0,23

= 1,296426

Retorna o índice de lucratividade modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números fuzzy triangulares, para um grau de pertinência.

Valores#11

Resultado da fórmula = 1,296426

[Ajuda sobre esta função](#)

OK Cancelar

MTRIFuzzy

Argumentos da função

MTRIFuzzy

Valores#11: C2:C4 = (-1600;10000;-10000)

Valores#12: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Valores#13: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Taxa_financ#11: G3 = 0,21

Taxa_financ#12: H3 = 0,23

= 1,542702

Retorna o tempo de retorno do investimento modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números fuzzy triangulares, para um grau de pertinência.

Valores#11

Resultado da fórmula = 1,542702

[Ajuda sobre esta função](#)

OK Cancelar

Argumentos da função

MTRIFuzzy

Valores#11: C2:C4 = (-1600;10000;-10000)

Valores#12: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Valores#13: D2:D4 = (-1600;11000;-9000)

Taxa_financ#11: G3 = 0,21

Taxa_financ#12: H3 = 0,23

= 2,572591

Retorna o tempo de retorno do investimento modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números fuzzy triangulares, para um grau de pertinência.

Valores#11

Resultado da fórmula = 2,572591

[Ajuda sobre esta função](#)

OK Cancelar

Fonte: Elaboração própria.

Figura 4.14: Assistentes das funções MVPLFuzzy, MTIRFuzzy, MILFuzzy e MTRIFuzzy.

A tabela 4.13 sumariza os resultados obtidos pelo uso dessas funções, para o grau de pertinência zero, que são iguais aos valores obtidos manualmente (ver Tabela 4.12).

Tabela 4.13: Resultados obtidos pelo uso das funções MVPLFuzzy, MTIRFuzzy, MILFuzzy e MTRIFuzzy (Exemplo 4.1).

$VPLM^{\alpha}$		$TIRM^{\alpha}$		ILM^{α}		$TRIM^{\alpha}$	
$VPLM^{l(\alpha)}$	$VPLM^{r(\alpha)}$	$TIRM^{l(\alpha)}$	$TIRM^{r(\alpha)}$	$ILM^{l(\alpha)}$	$ILM^{r(\alpha)}$	$TRIM^{l(\alpha)}$	$TRIM^{r(\alpha)}$
-2.028,35	2.181,70	10,2%	37,8%	0,78	1,30	1,54	2,57

Fonte: Elaboração própria.

No próximo capítulo os conceitos discutidos nesse e no capítulo anterior serão aplicados em um estudo de caso adaptado de um projeto de investimento em exploração e produção de campos de petróleo.

5

Estudo de Caso

Esse capítulo tem por objetivo apresentar uma aplicação da abordagem unificada para orçamento de capital proposta nessa tese. São utilizados métodos tradicionais e modificados, determinísticos e fuzzy, na análise de um empreendimento na área de exploração e produção de campos de petróleo. A análise é realizada em duas etapas. Na primeira, utilizando-se fluxos de caixa e taxas de juros determinísticos, a análise é realizada a partir dos métodos tradicionais (*VPL*, *TIR*, *IL* e *TRIT*) e dos modificados (*VPLM*, *TIRM*, *ILM* e *TRIM*). Na segunda, são introduzidas incertezas nas variáveis fluxos de caixa e taxas de juros, representadas através de números fuzzy triangulares, e a análise é realizada a partir do método do *VPL* tradicional fuzzy e dos métodos modificados fuzzy propostos no capítulo anterior (*VPLM* fuzzy, *TIRM* fuzzy, *ILM* fuzzy e *TRIM* fuzzy).

5.1

O Empreendimento

Após a apresentação da fundamentação teórica e dos procedimentos propostos para a estruturação de uma abordagem unificada para orçamento de capital em condições de incerteza, faz-se necessária a análise de uma aplicação prática. A seguir, é apresentado um estudo de caso relacionado a um empreendimento em campos de petróleo.

5.1.1

Descrição do Problema

O problema consiste em aceitar ou rejeitar um empreendimento para exploração e produção de campos de petróleo. Os investimentos envolvem valores de cerca de US\$ 3.800 milhões, uma quantia bastante elevada para qualquer

empresa de grande porte. Como não existem projetos alternativos concorrentes, a decisão a ser tomada é simplesmente aceitar ou rejeitar o projeto.

A simples determinação de um valor presente líquido positivo justificaria o investimento. Porém, em função das características dos empreendimentos na área petrolífera, a utilização exclusiva do método do VPL tradicional não proporcionaria confiabilidade suficiente para a tomada de decisão, sendo necessária a adoção de procedimentos para tratamento das incertezas e o estabelecimento da possibilidade de fracasso do projeto.

As incertezas associadas ao empreendimento, principalmente em relação ao mercado, associadas às situações política e econômica do país, levaram a empresa a buscar métodos alternativos para a avaliação da viabilidade do projeto, sendo sugerida a adoção de metodologias que possam representar mais adequadamente as incertezas das variáveis envolvidas.

A avaliação de empreendimentos no setor de petróleo requer variáveis de entrada tais como: preços futuros de produtos, previsão de produção durante o horizonte de vida do projeto, investimentos iniciais, despesas operacionais, tempo de vida dos equipamentos, custos de abandono e taxas de juros. Muitas incertezas estão presentes nas estimativas dessas variáveis, sendo que algumas são facilmente quantificáveis, e podem ser determinadas por especialistas da empresa.

5.1.2

O Projeto de Investimento

Um projeto para o desenvolvimento de campos de petróleo é proposto para o ano de 2010. Os investimentos totais necessários à exploração dos poços de petróleo são de US\$ 3.766,9 milhões, dos quais US\$ 1.324,8 milhões são para perfuração; US\$ 1.687,6 milhões, para instalações de produção; e US\$ 754,6 milhões, para coleta e escoamento, efetuados entre 2010 e 2017. Esses valores estão sujeitos à depreciação linear com recuperação anual a partir de 2014.

São previstos para o período 2014-2032, custos operacionais fixos anuais de US\$ 150,0 milhões e custos variáveis anuais de 10,0 US\$/m³. Estão previstos, também, custos de abandono a serem desembolsados em 2033, no valor de US\$ 450 milhões. As estimativas da produção anual de óleo, das taxas de

comercialização (US\$/ bbl), dos *royalties*, da inflação anual e da alíquota de imposto de renda estão apresentadas no Quadro 5.1.

Quadro 5.1: Projeto de desenvolvimento de campos de petróleo.

Ano	Produção		Preços do Petróleo		Investimentos (MM US\$)		Custos Operacionais (MM US\$)		Receitas com óleo (MM US\$)	Depreciação (MM US\$)	Royalties (MM US\$)	Imposto de Renda (MM US\$)	Fluxo Caixa depois I.R. (MM US\$)
	Óleo (m³/dia)	Água (m³/dia)	Brent (US\$/bbl)	Óleo (US\$/bbl)	Perfuração e Instalação de Produção	Coleta e Escoamento	Totais	Fixos	Variáveis	Abandono	Totais		
2010	-	-	80,00	75,00	30,5	-	30,5	-	-	-	-	-	(30,5)
2011	-	-	70,81	65,66	10,0	33,3	429,4	-	-	-	-	-	(429,4)
2012	-	-	64,44	59,23	178,4	16,1	958,6	-	-	-	-	-	(958,6)
2013	-	-	59,65	54,45	451,8	151,7	1.051,7	-	-	-	-	-	(1.051,7)
2014	7.722,8	96,9	56,30	51,12	444,3	27,5	338,4	150,0	28,5	-	178,5	906,3	168,8
2015	26.109,3	6.511,2	53,78	48,61	209,8	-	212,8	150,0	119,1	-	289,1	2.913,7	291,4
2016	25.827,1	14.852,5	51,50	46,39	-	53,4	2,3	150,0	147,8	-	297,8	2.750,7	275,1
2017	19.973,0	23.434,4	49,94	44,86	-	8,2	-	150,0	158,4	-	308,4	2.057,1	205,7
2018	15.033,7	29.546,0	48,70	43,66	-	-	-	150,0	162,7	-	312,7	1.506,7	150,7
2019	12.263,0	33.008,9	47,75	42,72	-	-	-	150,0	165,2	-	315,2	1.202,8	121,4
2020	10.436,6	34.872,0	47,34	42,30	-	-	-	150,0	165,4	-	315,4	1.013,5	115,6
2021	9.134,6	36.171,3	46,82	41,79	-	-	-	150,0	165,4	-	315,4	876,4	110,1
2022	8.162,3	37.136,2	46,25	41,24	-	-	-	150,0	165,3	-	315,3	772,9	104,9
2023	7.379,3	37.922,7	46,09	41,08	-	-	-	150,0	165,4	-	315,4	695,9	99,9
2024	6.721,7	38.567,2	45,77	40,77	-	-	-	150,0	165,3	-	315,3	629,1	95,1
2025	6.208,3	39.101,5	45,57	40,57	-	-	-	150,0	165,4	-	315,4	578,3	90,6
2026	5.790,2	39.519,3	45,37	40,38	-	-	-	150,0	165,4	-	315,4	536,8	86,3
2027	5.441,9	39.867,1	45,26	40,27	-	-	-	150,0	165,4	-	315,4	503,1	82,2
2028	5.142,3	40.165,4	45,13	40,15	-	-	-	150,0	165,4	-	315,4	474,0	78,3
2029	4.879,2	40.427,1	44,91	39,94	-	-	-	150,0	165,4	-	315,4	447,4	74,5
2030	4.643,4	40.662,8	44,86	39,90	-	-	-	150,0	165,4	-	315,4	425,3	71,0
2031	4.430,2	40.876,7	44,89	39,92	-	-	-	150,0	165,4	-	315,4	406,0	67,6
2032	4.319,4	41.081,1	45,02	40,03	-	-	-	150,0	165,7	-	315,7	397,0	64,4
2033	-	-	45,02	40,02	-	-	-	-	-	450,0	450,0	-	61,3
2034	-	-	45,02	40,02	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2035	-	-	45,01	40,01	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Fator bbl/m³			6,29	Royalties		10%							
CUP (US\$/m³)			10	Alíquota Imposto de Renda		35%							
Inflação anual			5%				VPL		1.563,9	7%	10%	13%	532,0

Fonte: Adaptado de Hartke (2011).

A análise empresarial do projeto de investimento deve ser fundamentada na avaliação de seu fluxo de caixa líquido (em destaque em vermelho, no Quadro 5.1), cuja estimativa está baseada no conceito de análise incremental, que pressupõe a comparação de duas situações: a análise do fluxo de caixa da empresa, sem e com a realização do projeto de investimento.

Desse modo, para a elaboração do fluxo de caixa livre do projeto de investimento foram utilizadas as seguintes variáveis, e suas respectivas definições (PETROBRAS, 2013):

- **Produção de óleo e água:** As previsões de produção de óleo e água são definidas com base em estudos geológicos, de reservatórios e de plantas de produção.
- **Preços do petróleo:** A estimativa de preços dos petróleos baseia-se em abordagens estruturais e tendências do mercado internacional. Para fins de análise de projetos, os petróleos nacionais são valorados entre o preço CIF de importação de petróleos estrangeiros similares ao nacional e o preço FOB de exportação, utilizando modelos matemáticos que proporcionam a visão integrada da empresa, no que tange a petróleo.
- **Investimentos:** Correspondem à soma dos dispêndios que serão realizados a fim de colocar o projeto em operação e de encerrá-lo, tais como: estudos de viabilidade, projeto de engenharia, equipamentos e materiais, serviços de instalação e montagem, serviços de perfuração e de completação de poços e custos de abandono de campos.
- **Custos operacionais:** São custos inerentes ao processo de produção. Os custos fixos são aqueles que oneram o fluxo de caixa independentemente do nível de produção. Os custos variáveis têm correlação direta com o nível de produção, a exemplo de gastos em energia elétrica, matéria-prima, transporte de óleo cru etc.
- **Royalties:** Constituem compensação financeira devida pelas empresas que exploram e produzem petróleo e gás natural nos regimes de concessão, partilha de produção e cessão onerosa com a

finalidade de compensar, principalmente Estados e Municípios, pelo uso de seus territórios onde são desenvolvidas as atividades de exploração e produção de petróleo e gás natural. O pagamento ocorre a partir do início da produção e as alíquotas incidentes variam de 5% a 10% (concessão), 10% (cessão onerosa) e 15% (partilha de produção).

- **Imposto de Renda:** A apuração do imposto de renda sobre pessoa jurídica pode assumir diversas formas, dependendo da natureza da empresa. No caso, foi adotada a apuração do imposto de renda com base no lucro real, compreendendo o lucro líquido do período de apuração, ajustado pelas adições, exclusões ou compensações (prejuízo fiscal) previstas na legislação.
- **Depreciação:** Representa a perda progressiva do valor, legalmente contabilizável, dos ativos imobilizados. O valor da depreciação é lançado no fluxo de caixa para abater o lucro tributável, e seu cálculo segue legislação específica. No Brasil, a legislação vigente geralmente admite apenas o método de linha reta para o cálculo da depreciação, que consiste em um valor anual constante resultante da divisão do valor do ativo fixo pelo tempo de depreciação (determinado pelas autoridades fiscais, geralmente em função da vida útil média dos diversos tipos de equipamentos).

No estabelecimento das estimativas dos investimentos, dos custos e dos benefícios associados ao projeto de investimento, foi utilizado, como moeda de referência, o dólar americano em valor constante.

Devido às limitações práticas para o estabelecimento preciso dos exatos momentos em que as despesas e as receitas ocorrem, a escala de tempo foi dividida em anos e estabelecida uma mesma posição para os valores monetários anuais, no fim de cada período.

Atualmente, o custo médio ponderado de capital e a taxa de oportunidade de investimento da empresa são de 10% e 13% ao ano e as taxas de juros ajustadas ao risco são de 7%, 10% e 13% a. a, para projetos de investimentos de baixo, médio e altos riscos, respectivamente.

Observa-se ainda no Quadro 5.1 que o projeto de investimento apresenta um fluxo de caixa não-convencional: um fluxo de caixa negativo no período zero (2010), seguido por quatro fluxos de caixa negativos nos anos de 2011 a 2014, dezoito fluxos de caixa positivos nos anos de 2015 a 2032 e um fluxo de caixa negativo, correspondente ao custo de abandono do projeto²⁶, no último ano do projeto (2033), que tem duração de vinte e três anos.

5.2

Análise do Projeto em Condições de Certeza

Na análise do projeto de investimento em condições de certeza, são utilizados os métodos tradicionais (*VPL*, *TIR*, *IL* e *TRIT*) e os modificados (*VPLM*, *TRIM*, *ILM* e *TRIM*).

5.2.1

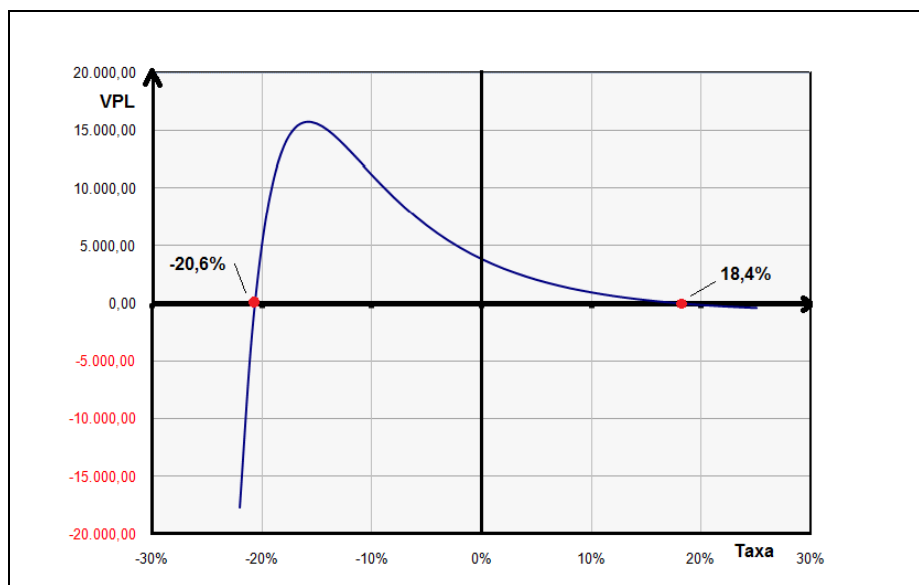
Aplicação dos Métodos Tradicionais

A Tabela 5.1 apresenta os indicadores dos métodos do *VPL*, do *IL* e do *TRIT* tradicionais, calculados para as taxas de descontos ajustadas ao risco de 7%, 10% e 13%, utilizadas pela empresa em projetos de investimento de baixo, médio e alto riscos.

Como mencionado acima, o fluxo de caixa do projeto é não-convencional, apresentando duas variações de sinal e, em consequência, duas taxas internas de retorno, o que torna inadequado o uso da *TIR* na análise desse projeto.

A Figura 5.1 mostra a variação do *VPL* para diversas taxas de desconto, exibindo as duas taxas internas de retorno, 18,4% e -20,6% ao ano.

²⁶ Os custos de abandono são um componente fundamental em qualquer análise de viabilidade econômica de projetos de exploração e produção de campos de petróleo. Os custos de abandono são extremamente elevados e correspondem, principalmente, aos custos inerentes ao desmantelamento, remoção e restauração das áreas envolvidas na produção de óleo e gás. Esses custos chegam a exceder, em alguns casos, aos investimentos em infraestrutura e instalação de máquinas e equipamentos necessários à produção (Santos *et al.* (2006) e Yamamoto (2001)).



Fonte: Elaboração própria.

Figura 5.1: Múltiplas taxas internas de retorno do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo.

De acordo com os valores obtidos pelo método do *VPL* tradicional, o projeto de investimento deve ser aceito, independente do risco associado ao projeto de investimento, uma vez que todos os indicadores do *VPL* são positivos ($VPL_{\text{Baixo Risco}} > VPL_{\text{Médio Risco}} > VPL_{\text{Alto Risco}} > 0$).

Os indicadores do método do índice de lucratividade indicam que o projeto deve ser aceito, uma vez que todos são superiores a um ($IL_{\text{Baixo Risco}} > IL_{\text{Médio Risco}} > IL_{\text{Alto Risco}} > 1$).

Do mesmo modo, admitindo-se que a empresa tenha estabelecido o horizonte de vida do projeto (23 anos) como o tempo máximo admissível para o retorno do investimento, os indicadores do tempo de retorno do investimento total indicam a aceitação do projeto, uma vez que todos são inferiores a 23 anos ($TRIT_{\text{Baixo Risco}} < TRIT_{\text{Médio Risco}} < TRIT_{\text{Alto Risco}} < 23 \text{ anos}$).

Tabela 5.1: Indicadores determinísticos tradicionais do empreendimento em campos de petróleo.

US\$ MM\$

Método Tradicional	Taxa de desconto ajustada ao risco (k_{idar})		
	7%	10%	13%
VPL	\$1.563,95	\$972,95	\$532,05
IL	1,63	1,43	1,25
TRIT	14,11	16,14	18,40

Fonte: Elaboração própria.

A utilização do método do *VPL* pressupõe que os fluxos de caixa e as taxas de juros são conhecidos com certeza e que as incertezas dessas variáveis estão incluídas na escolha da taxa de desconto ajustada ao risco. Entretanto, essas incertezas podem ameaçar a viabilidade do projeto ou a dar a impressão de um *VPL* maior.

Observa-se que, a classificação do risco do projeto é um parâmetro fundamental para a avaliação adequada da viabilidade do empreendimento. Nesse caso, a classificação²⁷ do projeto como de baixo ou de médio risco, e a utilização das respectivas taxas de desconto ajustadas ao risco, resultaria em valores superdimensionados do *VPL* (82,87% e 193,35%, respectivamente) quando comparados com o *VPL* do projeto de alto risco.

5.2.2

Aplicação dos Métodos Modificados

A Tabela 5.2 apresenta os indicadores dos métodos do *VPLM*, da *TIRM*, do *ILM* e do *TRIM*, calculados para taxas de reinvestimento variando de 10% a 15% ao ano e fixando-se a taxa de desconto ajustada ao risco em 13% ao ano, taxa utilizada pela empresa para a avaliação de projetos de investimento de alto risco.

Tabela 5.2: Indicadores determinísticos modificados do empreendimento em campos de petróleo.
Projeto de alto risco.

US\$ MM\$				
Taxa de Reinvestimento	VPLM	TIRM	ILM	TRIM
15.0%	\$1.209,18	15,10%	1,53	15,05
14.0%	\$762,87	14,42%	1,33	17,25
13.0%	\$371,88	13,74%	1,16	19,78
12.0%	\$29,63	13,06%	1,01	22,71
11.0%	– \$269,73	12,39%	0,88	26,08
10,0%	– \$531,36	11,71%	0,77	29,96
Taxa de desconto ajustada ao risco		13%		
Custo médio ponderado de capital (<i>CMPC</i>)		10%		

Fonte: Elaboração própria.

²⁷ Os projetos de investimento em exploração e produção de campos de petróleo são tipicamente de alto risco (Nepomuceno Filho, 1997).

A utilização das taxas de oportunidade de reinvestimento, de financiamento e de desconto ajustada ao risco adotadas pela empresa para projetos de alto risco conduziria a aceitação do projeto ($VPLM = \$371,88 > 0$, $TIRM = 13,74\% > TDAR = 13\%$ ao ano, $ILM = 1,16 > 1$ e $TRIM < 23$ anos²⁸) a partir da adoção de qualquer um dos indicadores modificados.

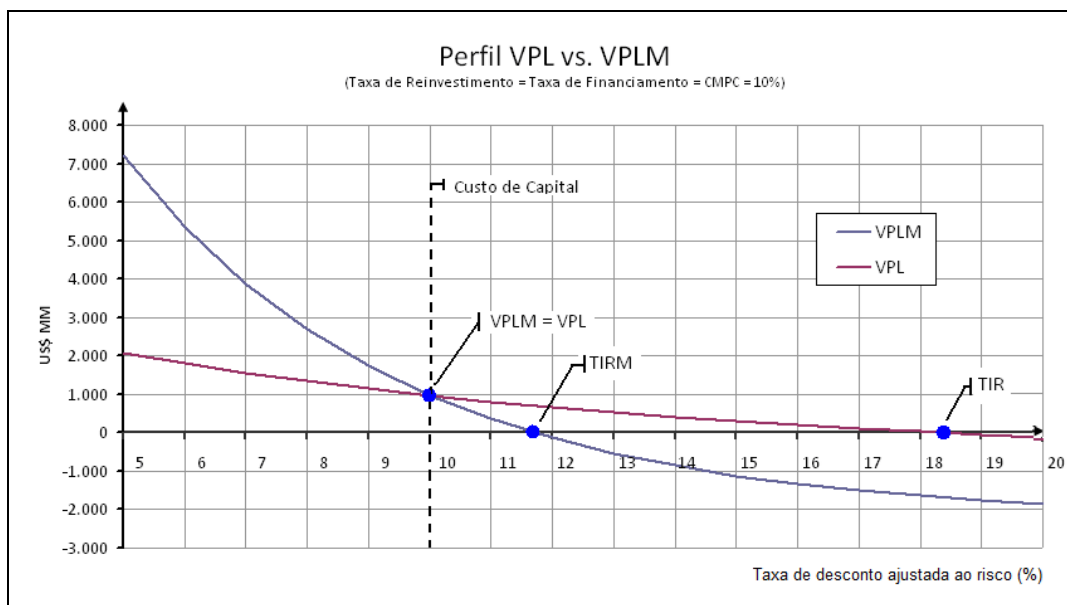
Comparando-se os resultados das Tabelas 5.1 e 5.2, observa-se que o indicador do *VPL* tradicional está 43,1% ($= \$532,05/371,88 - 1$) superestimado em relação ao *VPL* modificado. Do mesmo modo, o indicador do *IL* está 7,8% ($= 1,25/1,16 - 1$) superestimado em relação ao *ILM* e o *TRIT* está 7,0% ($18,40/19,78 - 1$) subestimado em relação ao *TRIM*.

Observa-se na Tabela 5.2 que, quando os fluxos de caixa de entrada intermediários do projeto não podem ser reinvestidos pela empresa a taxas iguais ou superiores a aproximadamente 12% a.a., o *VPLM* é negativo, a *TIRM* é inferior à *TDAR* (13% ao ano), o *ILM* é inferior a um e o *TRIM* é superior ao horizonte de vida do projeto (23 anos); o que resultaria na rejeição conjunta do projeto (ou na possibilidade de seu fracasso futuro).

Perfil *VPL* vs. *VPLM*

A Figura 5.2 mostra graficamente o relacionamento entre o *VPL* e o *VPLM* do projeto de investimento, quando a taxa de desconto varia de 5% a 20%.

²⁸ A utilização do *TRIM* depende da fixação pela empresa do tempo máximo aceitável para retorno do investimento. Entretanto, observa-se que o *TRIM* é inferior ao horizonte de vida do projeto (23 anos).



Fonte: Adaptado de McClure e Girma (2004).

Figura 5.2: Perfil *VPL* vs. *VPLM* do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo

A análise do gráfico do perfil do *VPL* vs. *VPLM* do projeto mostra que o *VPL* é igual a zero quando a taxa de desconto é igual à *TIR* (18,37% a.a.) do projeto. Por outro lado, o *VPLM* é igual a zero quando a taxa de desconto é igual à *TIRM* (11,71% a.a.). O perfil do *VPLM* é estabelecido assumindo a hipótese da taxa de reinvestimento constante e igual ao *CMPC*, e que a taxa de desconto varia como no perfil do *VPL*.

Observa-se que, quando a *TDAR* do projeto é menor que o custo de capital, o cálculo do *VPL* subestima o resultado do empreendimento. A Figura 5.2 mostra que esta diferença aumenta com o aumento da diferença entre a *TDAR* do projeto e o custo de capital. De acordo com McClure e Girma (2004), isso ocorre porque o cálculo do *VPL* assume implicitamente que os fluxos de caixa intermediários do projeto são reinvestidos a uma *TDAR* mais baixa do que o custo de capital. Esta subestimação do *VPL* pode levar a rejeição de projetos de baixo risco que poderiam agregar valor para os acionistas da empresa.

Ainda de acordo com os citados autores, para uma empresa que objetiva a maximização da riqueza dos acionistas, o reinvestimento de fluxos de caixa intermediários positivos a uma taxa abaixo do *CMPC* da empresa é inconsistente com o objetivo de maximização da riqueza dos acionistas. Por outro lado, quando a *TDAR* é maior do que o *CMPC* da empresa, o *VPL* superestima o resultado do projeto. Esta superestimação levará à aceitação de projetos de alto risco que

poderiam diminuir o valor para os acionistas da firma. Novamente, essa superestimação ocorre porque o cálculo do *VPL* assume que os fluxos de caixa intermediários do projeto de alto risco serão reinvestidos em outros projetos semelhantes de alto risco. Além disso, os desvios da estimação não são simétricos e variam de acordo com o padrão dos fluxos de caixa do projeto, o grau de risco do projeto em análise, a taxa de reinvestimento e a taxa de financiamento. Embora os desvios sejam maiores para os projetos de alto risco e menores para os projetos de baixo risco esses desvios ainda levam à aceitação de projetos de alto risco e à rejeição de projetos de baixo risco.

Finalmente, observa-se que o *VPL* e *VPLM* são iguais quando as taxas de desconto, de financiamento e de reinvestimento são iguais. Quando a taxa de desconto é diferente das taxas de reinvestimento, a formulação do *VPLM* fornece uma ferramenta de tomada de decisão mais realista porque considera as taxas de oportunidades de reinvestimento disponíveis para a empresa.

5.3

Análise do Projeto em Condições de Incerteza

Nos itens anteriores, as análises de viabilidade do empreendimento foram realizadas a partir de fluxos de caixa e taxas de descontos determinísticos. No entanto, esse procedimento é apenas uma simplificação, pois eventos futuros tais como receitas, custos e taxas de desconto não são plenamente conhecidos a priori. Nesse sentido, as análises a seguir pressupõem a incerteza.

Para isso, admita que as estimativas dos valores do fluxo de caixa livre e das taxas de oportunidade de reinvestimento e de financiamento da empresa, e de desconto ajustada ao risco para projetos de baixo, médio e alto riscos foram estabelecidos como números fuzzy triangulares, a partir dos valores do Quadro 5.1, com uma margem de $\pm 10\%$ de incerteza (Tabelas 5.3 e 5.4).²⁹

²⁹ Para simplificação dos cálculos, esse percentual foi adotado para representar as incertezas associadas apenas às variáveis fluxos de caixa livre e taxas de juros. Entretanto, para uma análise mais realista, recomenda-se que as incertezas sejam associadas por especialistas diretamente às variáveis independentes utilizadas para a elaboração do fluxo de caixa livre do projeto.

Tabela 5.3: Fluxos de caixa fuzzy do projeto.

MM US\$			
Período	FC _{Mínimo}	FC _{Médio}	FC _{Máximo}
0	(33,5)	(30,5)	(27,4)
1	(472,4)	(429,4)	(386,5)
2	(1.054,5)	(958,6)	(862,8)
3	(1.156,8)	(1.051,7)	(946,5)
4	(376,1)	(341,9)	(307,7)
5	1.042,9	1.158,8	1.274,6
6	1.268,2	1.409,1	1.550,0
7	937,4	1.041,5	1.145,7
8	650,5	722,8	795,1
9	487,1	541,2	595,4
10	385,6	428,4	471,2
11	311,6	346,2	380,9
12	255,5	283,9	312,3
13	213,4	237,1	260,8
14	176,7	196,4	216,0
15	148,5	165,0	181,5
16	125,3	139,3	153,2
17	106,3	118,1	129,9
18	89,7	99,7	109,6
19	74,6	82,8	91,1
20	60,7	67,4	74,1
21	45,0	50,0	55,0
22	37,4	41,6	45,7
23	(495,0)	(450,0)	(405,0)

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 5.4: Taxas de desconto fuzzy do projeto.

Taxa	Mínima	Média	Máxima
k_{rr}	11,7%	13,0%	14,3%
k_{cmpe}	9,0%	10,0%	11,0%
k_{tdar}	11,7%	13,0%	14,3%

Fonte: Elaboração própria.

5.3.1

Aplicação do Método do VPL Fuzzy

A utilização da teoria de conjuntos fuzzy associada ao método tradicional do VPL nas avaliações de projetos de investimentos em condições de incerteza tem sido amplamente investigada. Diversos modelos, denominados VPL's fuzzy, têm sido propostos nas últimas décadas.

Os trabalhos de Ward (1985 e 1989), Kaufmann (1985), Kaufmann e Gil-Aluja (1986 e 1987), Buckley (1987), Kaufmann e Gupta (1988), e Gutiérrez

(1989) foram, provavelmente, as primeiras aplicações da teoria fuzzy associadas a esse método tradicional de avaliação de projetos de investimentos.

Posteriormente, diversos outros autores contribuíram para o refinamento da metodologia do VPL fuzzy [CHIU e PARK (1994 e 1998), GUL-ALUJA (1997), KUTCHA (2000), KAHRAMAN *et al.* (2002), TERCEÑO *et al.* (2003), GIL-LAFUENTE (2005), KAHRAMAN *et al.* (2006), SEVASTJANOV (2006), HUANG (2007), KAHRAMAN (2008 e 2009) e TSAO (2012), apenas para citar alguns].

A aplicação do método do VPL fuzzy na análise do empreendimento em campos de petróleo, apresentada a seguir, é baseada, principalmente, nos trabalhos de Gutiérrez (1989), Chiu e Park (1994 e 1998) e Terceño *et al.* (2003). Para simplificar, o cálculo do VPL fuzzy é dividido em três etapas:

- a) *Cálculo dos fluxos de caixa fuzzy;*
- b) *Cálculo da taxa de desconto ajustada ao risco fuzzy;*
- c) *Cálculo do valor presente líquido fuzzy.*

a) *Cálculo dos Fluxos de Caixa Fuzzy (FC_i^α)*

$$\begin{aligned} FC_0^\alpha &= [-33,5 + (-30,3 + 33,5)\alpha, -27,4 - (27,4 + 30,5)\alpha] \\ &= [-33,5 + 3\alpha, -27,4 - 3,1\alpha] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FC_1^\alpha &= [-472,4 + (-429,4 + 472,4)\alpha, -386,5 - (-386,5 + 429,4)\alpha] \\ &= [-472,4 + 43\alpha, -386,5 - 42,9\alpha] \end{aligned}$$

...

$$\begin{aligned} FC_{23}^\alpha &= [-495 + (-450 + 495)\alpha, -405 - (-405 + 450)\alpha] \\ &= [-495 + 45\alpha, -45 - 45\alpha] \end{aligned}$$

Para $\alpha = 0$:

$$FC_0^\alpha = [-33,5 + 3x0, -27,4 - 3,1x0] = [-33,5, -27,4]$$

$$FC_1^{\alpha=0} = [-472,4 + 43x0, -386,5 - 42,9x0] = [-472,4, -386,5]$$

...

$$FC_{23}^{\alpha=0} = [-495 + 45x0, -405 - 45x0,] = [-495, -405]$$

Os valores dos fluxos de caixa fuzzy de FC_0^α a FC_{23}^α são mostrados na Tabela 5.5 para diferentes valores de α variando de 0 a 1.

Tabela 5.5: Valores de FC_0^α até FC_{23}^α do projeto

Valores de FC_0^α até FC_5^α												
α	FC_0^α		FC_1^α		FC_2^α		FC_3^α		FC_4^α		FC_5^α	
	$FC_0^{l(\alpha)}$	$FC_0^{r(\alpha)}$	$FC_1^{l(\alpha)}$	$FC_1^{r(\alpha)}$	$FC_2^{l(\alpha)}$	$FC_2^{r(\alpha)}$	$FC_3^{l(\alpha)}$	$FC_3^{r(\alpha)}$	$FC_4^{l(\alpha)}$	$FC_4^{r(\alpha)}$	$FC_5^{l(\alpha)}$	$FC_5^{r(\alpha)}$
0	-33,5	-27,4	-472,4	-386,5	-1.054,5	-862,8	-1.156,8	-946,5	-376,1	-307,7	1.042,9	1.274,6
0,1	-33,2	-27,7	-468,1	-390,8	-1.044,9	-872,3	-1.146,3	-957,0	-372,6	-311,1	1.054,5	1.263,0
0,2	-32,9	-28,1	-463,8	-395,1	-1.035,3	-881,9	-1.135,8	-967,5	-369,2	-314,5	1.066,1	1.251,5
0,3	-32,6	-28,4	-459,5	-399,4	-1.025,7	-891,5	-1.125,3	-978,1	-365,8	-317,9	1.077,6	1.239,9
0,4	-32,3	-28,7	-455,2	-403,7	-1.016,1	-901,1	-1.114,8	-988,6	-362,4	-321,4	1.089,2	1.228,3
0,5	-32,0	-29,0	-450,9	-408,0	-1.006,5	-910,7	-1.104,3	-999,1	-359,0	-324,8	1.100,8	1.216,7
0,6	-31,7	-29,3	-446,6	-412,3	-997,0	-920,3	-1.093,7	-1.009,6	-355,5	-328,2	1.112,4	1.205,1
0,7	-31,4	-29,6	-442,3	-416,6	-987,4	-929,9	-1.083,2	-1.020,1	-352,1	-331,6	1.124,0	1.193,5
0,8	-31,1	-29,9	-438,0	-420,8	-977,8	-939,4	-1.072,7	-1.030,6	-348,7	-335,0	1.135,6	1.181,9
0,9	-30,8	-30,2	-433,7	-425,1	-968,2	-949,0	-1.062,2	-1.041,2	-345,3	-338,5	1.147,2	1.170,3
1	-30,5	-30,5	-429,4	-429,4	-958,6	-958,6	-1.051,7	-1.051,7	-341,9	-341,9	1.158,8	1.158,8
Valores de FC_6^α até FC_{11}^α												
α	FC_6^α		FC_7^α		FC_8^α		FC_9^α		FC_{10}^α		FC_{11}^α	
	$FC_6^{l(\alpha)}$	$FC_6^{r(\alpha)}$	$FC_7^{l(\alpha)}$	$FC_7^{r(\alpha)}$	$FC_8^{l(\alpha)}$	$FC_8^{r(\alpha)}$	$FC_9^{l(\alpha)}$	$FC_9^{r(\alpha)}$	$FC_{10}^{l(\alpha)}$	$FC_{10}^{r(\alpha)}$	$FC_{11}^{l(\alpha)}$	$FC_{11}^{r(\alpha)}$
0	1.268,2	1.550,0	937,4	1.145,7	650,5	795,1	487,1	595,4	385,6	471,2	311,6	380,9
0,1	1.282,3	1.535,9	947,8	1.135,3	657,7	787,8	492,5	589,9	389,8	467,0	315,1	377,4
0,2	1.296,3	1.521,8	958,2	1.124,9	665,0	780,6	497,9	584,5	394,1	462,7	318,5	373,9
0,3	1.310,4	1.507,7	968,6	1.114,5	672,2	773,4	503,3	579,1	398,4	458,4	322,0	370,5
0,4	1.324,5	1.493,6	979,1	1.104,0	679,4	766,2	508,8	573,7	402,7	454,1	325,5	367,0
0,5	1.338,6	1.479,5	989,5	1.093,6	686,6	758,9	514,2	568,3	407,0	449,8	328,9	363,5
0,6	1.352,7	1.465,4	999,9	1.083,2	693,9	751,7	519,6	562,9	411,3	445,5	332,4	360,1
0,7	1.366,8	1.451,3	1.010,3	1.072,8	701,1	744,5	525,0	557,5	415,5	441,3	335,8	356,6
0,8	1.380,9	1.437,2	1.020,7	1.062,4	708,3	737,2	530,4	552,1	419,8	437,0	339,3	353,2
0,9	1.395,0	1.423,2	1.031,1	1.052,0	715,6	730,0	535,8	546,6	424,1	432,7	342,8	349,7
1	1.409,1	1.409,1	1.041,5	1.041,5	722,8	722,8	541,2	541,2	428,4	428,4	346,2	346,2
Valores de FC_{12}^α até FC_{17}^α												
α	FC_{12}^α		FC_{13}^α		FC_{14}^α		FC_{15}^α		FC_{16}^α		FC_{17}^α	
	$FC_{12}^{l(\alpha)}$	$FC_{12}^{r(\alpha)}$	$FC_{13}^{l(\alpha)}$	$FC_{13}^{r(\alpha)}$	$FC_{14}^{l(\alpha)}$	$FC_{14}^{r(\alpha)}$	$FC_{15}^{l(\alpha)}$	$FC_{15}^{r(\alpha)}$	$FC_{16}^{l(\alpha)}$	$FC_{16}^{r(\alpha)}$	$FC_{17}^{l(\alpha)}$	$FC_{17}^{r(\alpha)}$
0	255,5	312,3	213,4	260,8	176,7	216,0	148,5	181,5	125,3	153,2	106,3	129,9
0,1	258,3	309,4	215,7	258,4	178,7	214,1	150,2	179,9	126,7	151,8	107,5	128,7
0,2	261,2	306,6	218,1	256,0	180,7	212,1	151,8	178,2	128,1	150,4	108,6	127,5
0,3	264,0	303,7	220,5	253,7	182,6	210,1	153,5	176,6	129,5	149,0	109,8	126,4
0,4	266,8	300,9	222,9	251,3	184,6	208,2	155,1	174,9	130,9	147,6	111,0	125,2
0,5	269,7	298,1	225,2	248,9	186,6	206,2	156,8	173,3	132,3	146,2	112,2	124,0
0,6	272,5	295,2	227,6	246,6	188,5	204,2	158,4	171,6	133,7	144,8	113,4	122,8
0,7	275,4	292,4	230,0	244,2	190,5	202,3	160,1	170,0	135,1	143,4	114,6	121,6
0,8	278,2	289,5	232,3	241,8	192,5	200,3	161,7	168,3	136,5	142,0	115,7	120,5
0,9	281,0	286,7	234,7	239,5	194,4	198,3	163,4	166,7	137,9	140,6	116,9	119,3
1	283,9	283,9	237,1	237,1	196,4	196,4	165,0	165,0	139,3	139,3	118,1	118,1
Valores de FC_{18}^α até FC_{23}^α												
α	FC_{18}^α		FC_{19}^α		FC_{20}^α		FC_{21}^α		FC_{22}^α		FC_{23}^α	
	$FC_{18}^{l(\alpha)}$	$FC_{18}^{r(\alpha)}$	$FC_{19}^{l(\alpha)}$	$FC_{19}^{r(\alpha)}$	$FC_{20}^{l(\alpha)}$	$FC_{20}^{r(\alpha)}$	$FC_{21}^{l(\alpha)}$	$FC_{21}^{r(\alpha)}$	$FC_{22}^{l(\alpha)}$	$FC_{22}^{r(\alpha)}$	$FC_{23}^{l(\alpha)}$	$FC_{23}^{r(\alpha)}$
0	89,7	109,6	74,6	91,1	60,7	74,1	45,0	55,0	37,4	45,7	-495,0	-405,0
0,1	90,7	108,6	75,4	90,3	61,3	73,5	45,5	54,5	37,8	45,3	-490,5	-409,5
0,2	91,7	107,6	76,2	89,5	62,0	72,8	46,0	54,0	38,3	44,9	-486,0	-414,0
0,3	92,7	106,6	77,0	88,6	62,7	72,1	46,5	53,5	38,7	44,5	-481,5	-418,5
0,4	93,7	105,6	77,9	87,8	63,4	71,5	47,0	53,0	39,1	44,1	-477,0	-423,0
0,5	94,7	104,6	78,7	87,0	64,0	70,8	47,5	52,5	39,5	43,7	-472,5	-427,5
0,6	95,7	103,7	79,5	86,1	64,7	70,1	48,0	52,0	39,9	43,2	-468,0	-432,0
0,7	96,7	102,7	80,4	85,3	65,4	69,4	48,5	51,5	40,3	42,8	-463,5	-436,5
0,8	97,7	101,7	81,2	84,5	66,1	68,8	49,0	51,0	40,8	42,4	-459,0	-441,0
0,9	98,7	100,7	82,0	83,7	66,7	68,1	49,5	50,5	41,2	42,0	-454,5	-445,5
1	99,7	99,7	82,8	82,8	67,4	67,4	50,0	50,0	41,6	41,6	-450,0	-450,0

Fonte: Elaboração própria.

b) Cálculo das taxas de desconto ajustadas ao risco fuzzy (k_{tdar}^{α})

Utilizando procedimentos semelhantes aos adotados no item anterior, os diferentes valores de k_{tdar}^{α} são calculados e mostrados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Valores de k_{tdar}^{α} do projeto.

α	k_{tdar}^{α} (%)	
	$k_{tdar}^{l(\alpha)}$	$k_{tdar}^{r(\alpha)}$
0	11,7	14,3
0,1	11,8	14,2
0,2	12,0	14,0
0,3	12,1	13,9
0,4	12,2	13,8
0,5	12,4	13,7
0,6	12,5	13,5
0,7	12,6	13,4
0,8	12,7	13,3
0,9	12,9	13,1
1,0	13,0	13,0

Fonte: Elaboração própria.

c) Cálculo do valor presente líquido Fuzzy (VPL^{α})

A equação (2.4) de cálculo do VPL tradicional para o projeto de investimento em campos de petróleo pode ser expandida e representada como a seguir:

$$VPL = FC_0 + \frac{FC_1}{1 + k_{tdar}} + \frac{FC_2}{(1 + k_{tdar})^2} + \dots + \frac{FC_{23}}{(1 + k_{tdar})^{23}}$$

Deve-se ter muita cautela ao se calcular o VPL fuzzy do empreendimento porque os fluxos de caixa do projeto para $n > 0$ não são todos números fuzzy positivos, como pode ser observado na Tabela 5.5 (FC_1^{α} , FC_2^{α} , FC_3^{α} , FC_4^{α} e $FC_{23}^{\alpha} < 0$). Nesse caso, a aplicação, na expressão acima, das propriedades da aritmética intervalar estabelecidas em (4.10) deve obedecer às seguintes condições:

i) Para os fluxos de caixa positivos:

$$[a^l, a^r] \div [b^l, b^r] = [a^l / b^r, a^r / b^l] \quad a^l > 0 \text{ e } b^l > 0$$

ii) Para os fluxos de caixa negativos:

$$[a^l, a^r] \div [b^l, b^r] = [a^l / b^l, a^r / b^r] \quad a^r < 0 \text{ e } b^l > 0$$

De acordo com essas propriedades, o valor presente líquido fuzzy do projeto de investimento será obtido de acordo com a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} VPL^\alpha = [FC_0^{l(\alpha)}, FC_0^{r(\alpha)}] + & \left[\frac{FC_1^{l(\alpha)}}{1+k_{idar}^{l(\alpha)}}, \frac{FC_1^{r(\alpha)}}{1+k_{idar}^{r(\alpha)}} \right] + \left[\frac{FC_2^{l(\alpha)}}{(1+k_{idar}^{l(\alpha)})^2}, \frac{FC_2^{r(\alpha)}}{(1+k_{idar}^{r(\alpha)})^2} \right] + \dots \\ & + \left[\frac{FC_5^{l(\alpha)}}{1+k_{idar}^{r(\alpha)}}, \frac{FC_5^{r(\alpha)}}{1+k_{idar}^{l(\alpha)}} \right] + \left[\frac{FC_6^{l(\alpha)}}{(1+k_{idar}^{l(\alpha)})^2}, \frac{FC_6^{r(\alpha)}}{(1+k_{idar}^{r(\alpha)})^2} \right] + \dots \\ & + \left[\frac{FC_{22}^{l(\alpha)}}{(1+k_{idar}^{r(\alpha)})^2}, \frac{FC_{22}^{r(\alpha)}}{(1+k_{idar}^{l(\alpha)})^2} \right] + \left[\frac{FC_{23}^{l(\alpha)}}{(1+k_{idar}^{l(\alpha)})^n}, \frac{FC_{23}^{r(\alpha)}}{(1+k_{idar}^{r(\alpha)})^n} \right] \end{aligned}$$

Em síntese, o VPL fuzzy tem a seguinte representação matemática:

$$\text{onde:} \quad VPL^\alpha = [VPL^{l(\alpha)}, VPL^{r(\alpha)}]$$

$$VPL^{l(\alpha)} = FC_0^{l(\alpha)} + \frac{FC_1^{l(\alpha)}}{1+k_{idar}^{l(\alpha)}} + \dots + \frac{FC_{22}^{l(\alpha)}}{(1+k_{idar}^{r(\alpha)})^2} + \frac{FC_{23}^{l(\alpha)}}{(1+k_{idar}^{l(\alpha)})^n}$$

$$VPL^{r(\alpha)} = FC_0^{r(\alpha)} + \frac{FC_1^{r(\alpha)}}{1+k_{idar}^{r(\alpha)}} + \dots + \frac{FC_{22}^{r(\alpha)}}{(1+k_{idar}^{l(\alpha)})^2} + \frac{FC_{23}^{r(\alpha)}}{(1+k_{idar}^{r(\alpha)})^n}$$

Para $\alpha = 0$:

$$\begin{aligned} VPL^{l(\alpha=0)} &= FC_0^{l(\alpha=0)} + \frac{FC_1^{l(\alpha=0)}}{1+k_{TDAR}^{l(\alpha=0)}} + \dots + \frac{FC_{22}^{l(\alpha=0)}}{(1+k_{TDAR}^{r(\alpha=0)})^{22}} + \frac{FC_{23}^{l(\alpha=0)}}{(1+k_{TDAR}^{l(\alpha=0)})^{23}} \\ &= -33,5 + \frac{-472,4}{1+0,117} + \dots + \frac{37,4}{(1+0,143)^{22}} + \frac{-495,0}{(1+0,117)^{23}} \\ &= -33,5 + \dots + 2,0 - 38,8 \\ &= -213,75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
VPL^{r(\alpha=0)} &= FC_0^{r(\alpha=0)} + \frac{FC_1^{r(\alpha=0)}}{1+k_{TDAR}^{r(\alpha=0)}} + \dots + \frac{FC_{22}^{r(\alpha=0)}}{(1+k_{TDAR}^{l(\alpha=0)})^{22}} + \frac{FC_{23}^{r(\alpha=0)}}{(1+k_{TDAR}^{r(\alpha=0)})^{23}} \\
&= -27,4 + \frac{-386,5}{1+0,143} + \dots + \frac{45,7}{(1+0,117)^{22}} + \frac{-405,5}{(1+0,143)^{23}} \\
&= -27,4 - 338,1 + \dots + 4,0 - 18,7 \\
&= +1.331,51
\end{aligned}$$

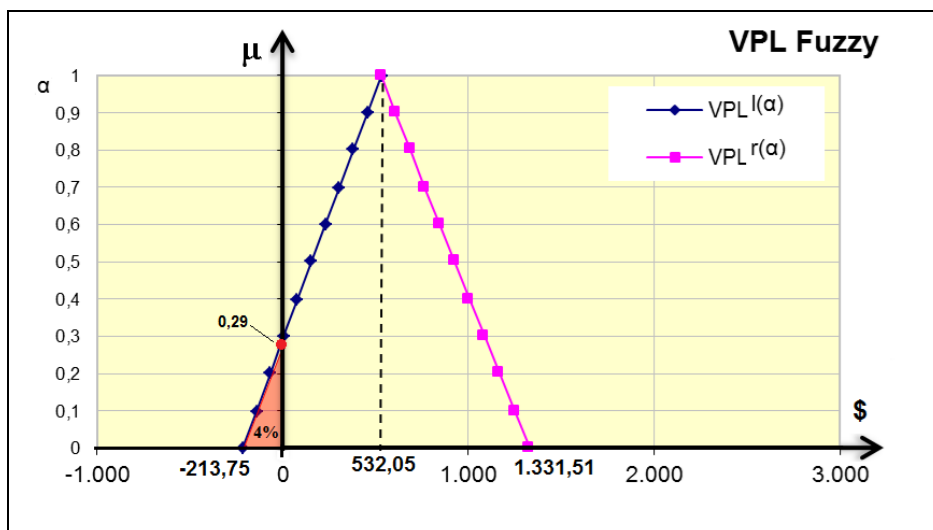
Os valores de VPL^α são mostrados na Tabela 5.7, para valores de α variando de 0 a 1. Uma representação gráfica do VPL^α é mostrada na Figura 5.3.

Tabela 5.7: Valores de VPL^α do projeto.

α	VPL^α	
	$VPL^{l(\alpha)}$	$VPL^{r(\alpha)}$
0	-213,75	1.331,51
0,1	-141,23	1.248,77
0,2	-68,28	1.166,69
0,3	5,11	1.085,25
0,4	78,94	1.004,44
0,5	153,24	924,25
0,6	228,00	844,66
0,7	303,26	765,66
0,8	379,00	687,23
0,9	455,26	609,36
1,0	532,05	532,05

Fonte: Elaboração própria.

O valor presente líquido fuzzy mais promissor é \$532,05. O maior e o menor valores do VPL fuzzy são: é \$1.331,51 e -\$213,75, respectivamente. A área com VPL fuzzy negativo indica que existe uma pequena possibilidade de que o projeto não seja justificado como aceitável. A possibilidade pode ser calculada como aproximadamente 4%, dividindo-se a área negativa pela área total.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 5.3: VPL Fuzzy do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo.

A Tabela 5.8 mostra os cálculos parciais referentes à aplicação do método do Centro de Gravidade para obtenção do valor mais possível do VPL fuzzy.

Tabela 5.8: Valor mais possível do VPL fuzzy do projeto.

Defuzzificação pelo Centro da Área				
α	$VPL^{l(\alpha)}$	$VPL^{r(\alpha)}$	$VPL^{l(\alpha)} \times \mu$	$VPL^{r(\alpha)} \times \mu$
0	-213,75	1.331,51	0,00	0,00
0,1	-141,23	1.248,77	-14,12	124,88
0,2	-68,28	1.166,69	-13,66	233,34
0,3	5,11	1.085,25	1,53	325,57
0,4	78,94	1.004,44	31,58	401,78
0,5	153,24	924,25	76,62	462,12
0,6	228,00	844,66	136,80	506,79
0,7	303,26	765,66	212,28	535,96
0,8	379,00	687,23	303,20	549,78
0,9	455,26	609,36	409,74	548,43
1	532,05	532,05	532,05	532,05
		Σ	1.676,02	4.220,70
Valor mais possível				\$ 536,06

5.3.2

Aplicação dos Métodos Modificados Fuzzy

Os indicadores fuzzy do *VPLM*, da *TIRM*, do *ILM* e do *TRIM* são obtidos através das seguintes etapas:

1. Cálculo dos valores dos fluxos de caixa fuzzy (FC_n^α);
2. Cálculo dos valores das taxas fuzzy (k_{tr}^α , k_{cmpc}^α e k_{tdar}^α);
3. Cálculo dos valores terminais fuzzy (VT^α);
4. Cálculo dos valores presentes fuzzy (VP^α);
5. Cálculo dos indicadores modificados fuzzy.

Etapa 1: Cálculo dos valores dos fluxos de caixa fuzzy (FC_i^α)

Os procedimentos de cálculo dos fluxos de caixa fuzzy para a aplicação dos métodos modificados fuzzy são idênticos aos já utilizados anteriormente para o cálculo dos fluxos de caixa fuzzy para o método *VPL* fuzzy. Os valores de FC_0^α até FC_{23}^α são os mesmos apresentados na Tabela 5.5, para diferentes valores de α variando de 0 a 1.

Etapa 2: Cálculo dos valores das taxas fuzzy (k_{tr}^α , k_{cmpc}^α e k_{tdar}^α)

Utilizando procedimentos semelhantes aos adotados no item anterior para o cálculo da taxa de desconto ajustada ao risco fuzzy, os diferentes valores de k_{tr}^α , k_{cmpc}^α e k_{tdar}^α são calculados e mostrados na Tabela 5.9.

Tabela 5.9: Valores de k_{tr}^α , k_{cmpc}^α e k_{tdar}^α do projeto.

α	$K_{tr}^\alpha (\%)$		$K_{cmpc}^\alpha (\%)$		$K_{tdar}^\alpha (\%)$	
	$K_{tr}^{l(\alpha)}$	$K_{tr}^{r(\alpha)}$	$K_{cmpc}^{l(\alpha)}$	$K_{cmpc}^{r(\alpha)}$	$K_{tdar}^{l(\alpha)}$	$K_{tdar}^{r(\alpha)}$
0	11,7	14,3	9,0	11,0	11,7	14,3
0,1	11,8	14,2	9,1	10,9	11,8	14,2
0,2	12,0	14,0	9,2	10,8	12,0	14,0
0,3	12,1	13,9	9,3	10,7	12,1	13,9
0,4	12,2	13,8	9,4	10,6	12,2	13,8
0,5	12,4	13,7	9,5	10,5	12,4	13,7
0,6	12,5	13,5	9,6	10,4	12,5	13,5
0,7	12,6	13,4	9,7	10,3	12,6	13,4
0,8	12,7	13,3	9,8	10,2	12,7	13,3
0,9	12,9	13,1	9,9	10,1	12,9	13,1
1,0	13,0	13,0	10,0	10,0	13,0	13,0

Fonte: Elaboração própria.

Etapa 3: Cálculo dos Valores Terminais Fuzzy (VT^α)

O valor terminal fuzzy (VT^α) é a soma de todos os fluxos de caixa líquidos positivos (FC_i^α) capitalizados à taxa de reinvestimento fuzzy (k_{tr}^α) até o último período do projeto ($n = 23$):

$$\begin{aligned} VT^\alpha &= [FC_5^{l(\alpha)} x(1+k_{tr}^{l(\alpha)})^{18}, FC_5^{r(\alpha)} x(1+k_{tr}^{r(\alpha)})^{18}] + \dots \\ &+ [FC_6^{l(\alpha)} x(1+k_{tr}^{l(\alpha)})^{17}, FC_6^{r(\alpha)} x(1+k_{tr}^{r(\alpha)})^{17}] + \dots \\ &+ [FC_{22}^{l(\alpha)} x(1+k_{tr}^{l(\alpha)})^1, FC_{22}^{r(\alpha)} x(1+k_{tr}^{r(\alpha)})^1] \end{aligned}$$

onde:

$$\begin{aligned} VT^{l(\alpha)} &= FC_5^{l(\alpha)} x(1+k_{tr}^{l(\alpha)})^{18} + FC_6^{l(\alpha)} x(1+k_{tr}^{l(\alpha)})^{17} + \dots + FC_{22}^{l(\alpha)} x(1+k_{tr}^{l(\alpha)})^1 \\ VT^{r(\alpha)} &= FC_5^{r(\alpha)} x(1+k_{tr}^{r(\alpha)})^{18} + FC_6^{r(\alpha)} x(1+k_{tr}^{r(\alpha)})^{17} + \dots + FC_{22}^{r(\alpha)} x(1+k_{tr}^{r(\alpha)})^1 \end{aligned}$$

Para $\alpha = 0$:

$$\begin{aligned} VT^{l(\alpha=0)} &= FC_5^{l(\alpha=0)} x(1+k_{tr}^{l(\alpha=0)})^{23-5} + FC_6^{l(\alpha=0)} x(1+k_{tr}^{l(\alpha=0)})^{23-6} + \dots \\ &+ FC_{22}^{l(\alpha=0)} x(1+k_{tr}^{l(\alpha=0)})^{23-22} \\ &= 1.042,9x(1+0,117)^{18} + 1.268,2x(1+0,117)^{17} + \dots + 37,4x(1+0,117)^1 \\ &= 7.642,82 + 8319,4 + \dots + 41,78 \\ &= \$32.258,69 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VT^{r(\alpha=0)} &= FC_5^{r(\alpha=0)} x(1+k_{tr}^{r(\alpha=0)})^{23-5} + FC_6^{r(\alpha=0)} x(1+k_{tr}^{r(\alpha=0)})^{23-6} + \dots \\ &+ FC_{22}^{r(\alpha=0)} x(1+k_{tr}^{r(\alpha=0)})^{23-22} \\ &= 1.274,6x(1+0,143)^{18} + 1.550,0x(1+0,143)^{17} + \dots + 45,7x(1+0,143)^1 \\ &= 14.132,08 + 15.035,49 + \dots + 52,24 \\ &= \$58.117,04 \end{aligned}$$

Os valores de VT^α são mostrados na Tabela 5.10, para valores de α variando de 0 a 1.

Etapa 4: Cálculo dos Valores Presentes Fuzzy (VP^α)

O valor presente fuzzy (VP^α) é a soma de todos os fluxos de caixa líquidos negativos descontados à taxa de financiamento fuzzy (k_{cmpc}^α) até o período zero.

$$VP^\alpha = [FC_{o0}^{l(\alpha)}, CF_{o0}^{r(\alpha)}] + \left[\frac{FC_{o1}^{l(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha)})^1}, \frac{FC_{o1}^{r(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha)})^1} \right] + \dots$$

$$+ \left[\frac{FC_{o23}^{l(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha)})^{23}}, \frac{FC_{o23}^{r(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha)})^{23}} \right]$$

onde:

$$VP^{l(\alpha)} = FC_{o0}^{l(\alpha)} + \frac{FC_{o1}^{l(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha)})^1} + \frac{FC_{o2}^{l(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha)})^2} + \dots + \frac{FC_{o23}^{l(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha)})^{23}}$$

$$VP^{r(\alpha)} = FC_{o0}^{r(\alpha)} + \frac{FC_{o1}^{r(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha)})^1} + \frac{FC_{o2}^{r(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha)})^2} + \dots + \frac{FC_{o23}^{r(\alpha)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha)})^{23}}$$

Para $\alpha = 0$:

$$VP^{l(\alpha=0)} = FC_{o0}^{l(\alpha=0)} + \frac{FC_{o1}^{l(\alpha=0)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha=0)})^1} + \frac{FC_{o2}^{l(\alpha=0)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha=0)})^2} + \dots + \frac{FC_{o23}^{l(\alpha=0)}}{(1 + k_{cmpc}^{l(\alpha=0)})^{23}}$$

$$= -33,5 + \frac{-472,4}{(1 + 0,09)^1} + \frac{-1.054,3}{(1 + 0,09)^2} + \dots + \frac{-495,0}{(1 + 0,09)^{23}}$$

$$= -33,5 - 433,40 - 887,39 - \dots - 62,20$$

$$= -2.582,35$$

$$VP^{r(\alpha=0)} = FC_{o0}^{r(\alpha=0)} + \frac{FC_{o1}^{r(\alpha=0)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha=0)})^1} + \frac{FC_{o2}^{r(\alpha=0)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha=0)})^2} + \dots + \frac{FC_{o23}^{r(\alpha=0)}}{(1 + k_{cmpc}^{r(\alpha=0)})^{23}}$$

$$= -27,4 + \frac{-386,5}{(1 + 0,11)^1} + \frac{-862,8}{(1 + 0,11)^2} + \dots + \frac{-405,0}{(1 + 0,11)^{23}}$$

$$= -27,4 - 348,20 - 700,27 - \dots - 36,73$$

$$= -2.007,35$$

Os valores de VP^α são mostrados na Tabela 5.10, para diferentes valores de α variando de 0 a 1.

Tabela 5.10: Valores de VT^α e VP^α do projeto.

α	VT^α		VP^α	
	$VT^{l(\alpha)}$	$VT^{r(\alpha)}$	$VP^{l(\alpha)}$	$VP^{r(\alpha)}$
0	33.258,69	58.117,04	(2.582,35)	(2.007,35)
0,1	34.237,93	56.574,05	(2.552,06)	(2.034,66)
0,2	35.241,41	55.066,81	(2.521,94)	(2.062,11)
0,3	36.269,66	53.594,57	(2.492,00)	(2.089,71)
0,4	37.323,23	52.156,58	(2.462,22)	(2.117,45)
0,5	38.402,69	50.752,13	(2.432,61)	(2.145,34)
0,6	39.508,60	49.380,51	(2.403,17)	(2.173,37)
0,7	40.641,54	48.041,02	(2.373,89)	(2.201,55)
0,8	41.802,11	46.732,97	(2.344,78)	(2.229,89)
0,9	42.990,92	45.455,71	(2.315,82)	(2.258,38)
1,0	44.208,57	44.208,57	(2.287,02)	(2.287,02)

Fonte: Elaboração própria.

Etapla 5: Cálculo dos indicadores modificados fuzzy

A partir dos valores de VT^α e VP^α , são obtidos os indicadores fuzzy do $VPLM$, da $TIRM$, do ILM e do $TRIM$.

Etapla 5.1: Cálculo do valor presente líquido modificado fuzzy ($VPLM^\alpha$)

Das equações (4.20) e (4.21), o $VPLM^\alpha$ para $\alpha = 0$ é igual a:

$$\begin{aligned}
 VPLM^{l(\alpha=0)} &= \frac{VT^{l(\alpha=0)}}{(1 + k_{radr}^{r(\alpha=0)})^{23}} + PV^{l(\alpha=0)} = \frac{33.258,69}{(1 + 0,143)^{23}} - 2.582,35 \\
 &= -1.044,752
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 VPLM^{r(\alpha=0)} &= \frac{VT^{r(\alpha=0)}}{(1 + k_{radr}^{l(\alpha=0)})^{23}} + PV^{r(\alpha=0)} = \frac{58.117,04}{(1 + 0,117)^{23}} - 2.007,35 \\
 &= 2.553,87
 \end{aligned}$$

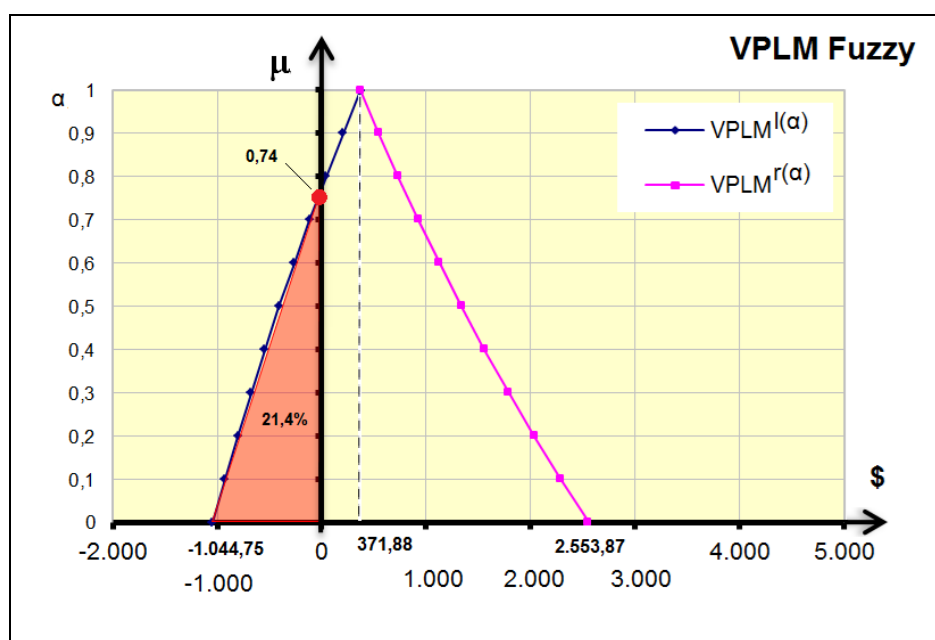
Os valores de $VPLM^\alpha$ são mostrados na Tabela 5.11, para diferentes valores de α variando de 0 a 1. Uma representação gráfica do $VPLM^\alpha$ é mostrada na Figura 5.4.

Tabela 5.11: Valores de $VPLM^{\alpha}$ do projeto.

α	$VPLM^{\alpha}$	
	$VPLM^{l(\alpha)}$	$VPLM^{r(\alpha)}$
0	(1.044,75)	2.553,87
0,1	(927,21)	2.288,25
0,2	(805,07)	2.034,68
0,3	(678,06)	1.792,54
0,4	(545,92)	1.561,24
0,5	(408,36)	1.340,23
0,6	(265,08)	1.128,98
0,7	(115,75)	926,99
0,8	39,94	733,77
0,9	202,37	548,88
1,0	371,88	371,88

Fonte: Elaboração própria.

O valor presente líquido modificado mais promissor é \$371,88. O maior e o menor valores do $VPLM$ fuzzy são: \$2.553,87 e -\$1.044,75, respectivamente. A área com $VPLM$ negativo indica que existe uma possibilidade de aproximadamente 21,4% de que o projeto não seja justificado como aceitável.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 5.4: $VPLM$ Fuzzy do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo.

A Tabela 5.12 mostra os cálculos parciais referentes à aplicação do método do Centro de Gravidade para obtenção do valor mais possível do $VPLM$ fuzzy.

Tabela 5.12: Valor mais possível do *VPLM* fuzzy.

α	$VPLM^{l(\alpha)}$	$VPLM^{r(\alpha)}$	$VPLM^{l(\alpha)} \times \mu$	$VPLM^{r(\alpha)} \times \mu$
0	(1.044,75)	2.553,87	0,00	0,00
0,1	(927,21)	2.288,25	(92,72)	228,82
0,2	(805,07)	2.034,68	(161,01)	406,94
0,3	(678,06)	1.792,54	(203,42)	537,76
0,4	(545,92)	1.561,24	(218,37)	624,50
0,5	(408,36)	1.340,23	(204,18)	670,12
0,6	(265,08)	1.128,98	(159,05)	677,39
0,7	(115,75)	926,99	(81,03)	648,89
0,8	39,94	733,77	31,96	587,02
0,9	202,37	548,88	182,13	493,99
1	371,88	371,88	371,88	371,88
		Σ	(533,81)	5.247,31
Valor mais possível				\$ 428,50

Etapas 5.2: Cálculo da taxa interna de retorno modificada fuzzy ($TIRM^\alpha$)

Das equações (4.24) e (4.25), a $TIRM^\alpha$ para $\alpha = 0$ é:

$$TIRM^{l(\alpha=0)} = \left[-\frac{VT^{l(\alpha=0)}}{VP^{l(\alpha=0)}} \right]^{1/n} - 1 = \left[\frac{33.258,69}{2.582,35} \right]^{1/23} - 1$$

$$= 0,118 \text{ ou } 11,8\%$$

$$TIRM^{r(\alpha=0)} = \left[-\frac{VT^{r(\alpha=0)}}{VP^{r(\alpha=0)}} \right]^{1/n} - 1 = \left[\frac{58.117,04}{2.007,35} \right]^{1/23} - 1$$

$$= 0,158 \text{ ou } 15,8\%$$

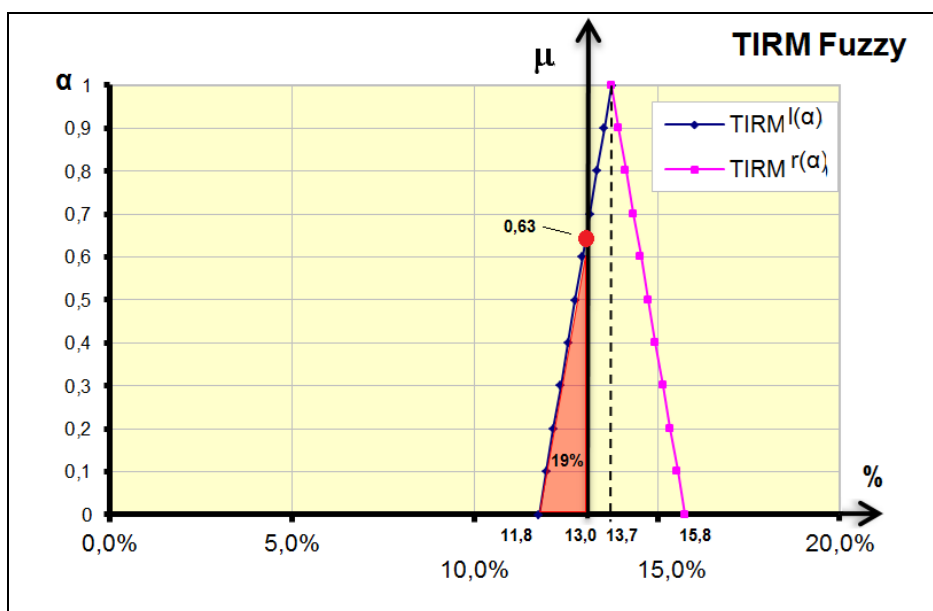
Os valores de $TIRM^\alpha$ são mostrados na Tabela 5.13, para diferentes valores de α variando de 0 a 1. Uma representação gráfica do $TIRM^\alpha$ é mostrada na Figura 5.5.

Tabela 5.13: Valores de $TIRM^\alpha$ do projeto.

α	$TIRM^\alpha$	
	$TIRM^l(\alpha)$	$TIRM^r(\alpha)$
0	11,8%	15,8%
0,1	12,0%	15,6%
0,2	12,1%	15,4%
0,3	12,3%	15,1%
0,4	12,5%	14,9%
0,5	12,7%	14,7%
0,6	12,9%	14,5%
0,7	13,1%	14,3%
0,8	13,3%	14,1%
0,9	13,5%	13,9%
1,0	13,7%	13,7%

Fonte: Elaboração própria.

A taxa interna de retorno modificada mais promissora é 13,7% ao ano. O maior e o menor valores da $TIRM$ são: 15,8% ao ano e 11,8% ao ano, respectivamente. A área com $TIRM$ inferior à $TDAR$ (13% ao ano) indica que existe uma possibilidade de aproximadamente 19,0% de que o projeto não seja justificado como aceitável.



Fonte: Elaboração própria

Figura 5.5: $TIRM$ Fuzzy do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo.

A Tabela 5.14 mostra os cálculos parciais referentes à aplicação do método do Centro de Gravidade para obtenção do valor mais possível da *TIRM* fuzzy.

Tabela 5.14: Valor mais possível da *TIRM* fuzzy.

α	$TIRM^{l(\alpha)}$	$TIRM^{r(\alpha)}$	$TIRM^{l(\alpha)} \times \mu$	$TIRM^{r(\alpha)} \times \mu$
0	11,8%	15,8%	0,0%	0,0%
0,1	12,0%	15,6%	1,2%	1,6%
0,2	12,1%	15,4%	2,4%	3,1%
0,3	12,3%	15,1%	3,7%	4,5%
0,4	12,5%	14,9%	5,0%	6,0%
0,5	12,7%	14,7%	6,4%	7,4%
0,6	12,9%	14,5%	7,8%	8,7%
0,7	13,1%	14,3%	9,2%	10,0%
0,8	13,3%	14,1%	10,7%	11,3%
0,9	13,5%	13,9%	12,2%	12,5%
1	13,7%	13,7%	13,7%	13,7%
		Σ	72,3%	78,9%
Valor mais possível				13,7%

Etapa 5.3: Cálculo do Índice de Lucratividade Modificado Fuzzy (ILM^α)

Das equações (4.30) e (4.31), o ILM^α para $\alpha = 0$ é:

$$\begin{aligned}
 ILM^{l(\alpha=0)} &= \left[-\frac{VT^{l(\alpha=0)}}{(1+k_{tdar}^{r(\alpha=0)})^n} \right] / [VP^{l(\alpha=0)}] = \left[\frac{33.258,69}{(1+0,143)^{23}} \right] / [2.582,35] \\
 &= 0,60
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ILM^{r(\alpha=0)} &= \left[-\frac{VT^{r(\alpha=0)}}{(1+k_{tdar}^{l(\alpha=0)})^n} \right] / [VP^{r(\alpha=0)}] = \left[\frac{58117,04}{(1+0,117)^{23}} \right] / [2.007,35] \\
 &= 2,27
 \end{aligned}$$

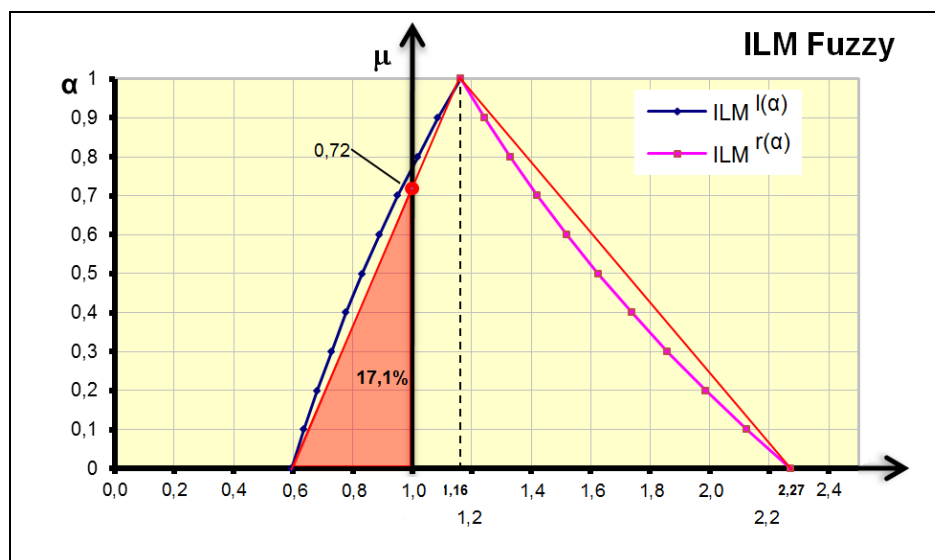
Os valores de ILM^α são mostrados na Tabela 5.15, para diferentes valores de α variando de 0 a 1. Uma representação gráfica do ILM^α é mostrada na Figura 5.6.

Tabela 5.15: Valores de ILM^α do projeto.

α	ILM^α	
	$ILM^l(\alpha)$	$ILM^r(\alpha)$
0	0,60	2,27
0,1	0,64	2,12
0,2	0,68	1,99
0,3	0,73	1,86
0,4	0,78	1,74
0,5	0,83	1,62
0,6	0,89	1,52
0,7	0,95	1,42
0,8	1,02	1,33
0,9	1,09	1,24
1,0	1,16	1,16

Fonte: Elaboração própria.

O índice de lucratividade modificado mais promissor é 1,16. O maior e o menor valores do ILM são: 2,27 e 0,60, respectivamente. A área com ILM inferior a um indica que existe uma possibilidade de aproximadamente 17,1% de que o projeto não seja justificado como aceitável.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 5.6: ILM Fuzzy do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo.

A Tabela 5.16 mostra os cálculos parciais referentes à aplicação do método do Centro de Gravidade para obtenção do valor mais possível do ILM fuzzy.

Tabela 5.16: Valor mais possível do *ILM* fuzzy.

α	$ILM^{l(\alpha)}$	$ILM^{r(\alpha)}$	$ILM^{l(\alpha)} \times \mu$	$ILM^{r(\alpha)} \times \mu$
0	0,60	2,27	0,00	0,00
0,1	0,64	2,12	0,06	0,21
0,2	0,68	1,99	0,14	0,40
0,3	0,73	1,86	0,22	0,56
0,4	0,78	1,74	0,31	0,69
0,5	0,83	1,62	0,42	0,81
0,6	0,89	1,52	0,53	0,91
0,7	0,95	1,42	0,67	0,99
0,8	1,02	1,33	0,81	1,06
0,9	1,09	1,24	0,98	1,12
1	1,16	1,16	1,16	1,16
		Σ	5,30	7,93
Valor mais possível				1,2

Etapas 5.4: Cálculo do tempo de retorno modificado fuzzy ($TRIM^\alpha$)

Das equações (4.34) e (4.35), o $TRIM^\alpha$ para $\alpha = 0$ é:

$$TRIM^{l(\alpha=0)} = -VP^{r(\alpha=0)} / \left[\frac{VT^{r(\alpha=0)}}{(1 + k_{radr}^{l(\alpha=0)})^n} \right] \times n = 2.007,35 / \left[\frac{58.117,04}{(1 + 0,117)^{23}} \right] \times 23$$

$$= 10,12$$

$$TRIM^{r(\alpha=0)} = -VP^{l(\alpha=0)} / \left[\frac{VT^{l(\alpha=0)}}{(1 + k_{radr}^{r(\alpha)})^n} \right] \times n = 2.582,35 / \left[\frac{33.258,69}{(1 + 0,143)^{23}} \right] \times 23$$

$$= 38,63$$

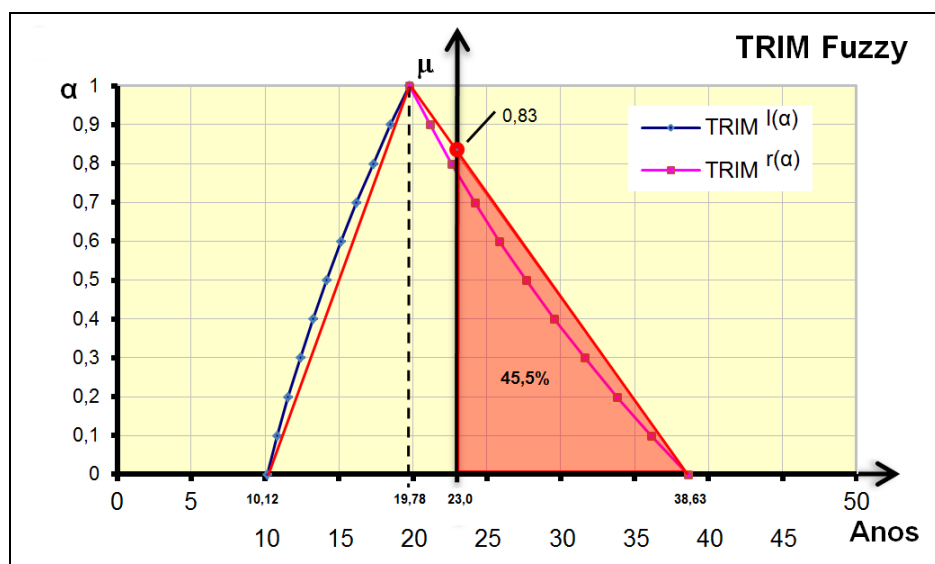
Os valores de $TRIM^\alpha$ são mostrados na Tabela 5.17, para diferentes valores de α variando de 0 a 1. Uma representação gráfica do $TRIM^\alpha$ é mostrada na Figura 5.7.

Tabela 5.17: Valores de $TRIM^\alpha$ do projeto.

α	$TRIM^\alpha$	
	$TRIM^{l(\alpha)}$	$TRIM^{r(\alpha)}$
0	13,02	38,63
0,1	13,58	36,12
0,2	14,16	33,79
0,3	14,76	31,60
0,4	15,39	29,55
0,5	16,05	27,64
0,6	16,74	25,85
0,7	17,45	24,18
0,8	18,20	22,61
0,9	18,97	21,15
1,0	19,78	19,78

Fonte: Elaboração própria.

O tempo de retorno modificado mais promissor é 19,78 anos. O maior e o menor valores do $TRIM$ são: 38,63 e 10,12 anos, respectivamente. Admitindo-se que a empresa tenha estabelecido o horizonte de vida do projeto (23 anos) como o tempo de retorno máximo aceitável, a área com $TRIM$ em destaque indica que existe uma possibilidade de aproximadamente 45,5% de que o projeto não seja justificado como aceitável.



Fonte: Elaboração própria;

Figura 5.7: $TRIM$ Fuzzy do projeto de desenvolvimento de campos de petróleo.

A Tabela 5.18 mostra os cálculos parciais referentes à aplicação do método do Centro de Gravidade para obtenção do valor mais possível do *TRIM* fuzzy.

Tabela 5.18: Valor mais possível do *TRIM* fuzzy.

α	$TRIM^{l(\alpha)}$	$TRIM^{r(\alpha)}$	$TRIM^{l(\alpha)} \times \mu$	$TRIM^{r(\alpha)} \times \mu$
0	10,12	38,63	0,00	0,00
0,1	10,83	36,12	1,08	3,61
0,2	11,58	33,79	2,32	6,76
0,3	12,38	31,60	3,71	9,48
0,4	13,24	29,55	5,30	11,82
0,5	14,16	27,64	7,08	13,82
0,6	15,14	25,85	9,08	15,51
0,7	16,19	24,18	11,33	16,93
0,8	17,31	22,61	13,84	18,09
0,9	18,50	21,15	16,65	19,04
1	19,78	19,78	19,78	19,78
		Σ	90,18	134,84
Valor mais possível				20,46

5.4

Análise dos Resultados

A tabela 5.19 sumariza os resultados obtidos pela aplicação dos métodos tradicionais (*VPL*, *IL* e *TRIT*) e dos métodos modificados (*VPLM*, *TIRM*, *ILM* e *TRIM*), determinísticos e fuzzy, no projeto de desenvolvimento de campos de petróleo.

A análise comparativa dos indicadores sumarizados na tabela 5.19 conduz às seguintes conclusões:

- 1) Todos os indicadores – determinísticos e fuzzy – conduzem à aceitação do empreendimento quando considerado como projeto de alto risco. Entretanto, através dos métodos fuzzy foi possível identificar a existência da possibilidade de fracasso do projeto.
- 2) A utilização dos métodos modificados (*VPLM*, *TIRM*, *ILM* e *TRIM*) em substituição aos métodos tradicionais (*VPL*, *TIR*, *IL* e *TRIT*) permitiu eliminar o viés da metodologia da taxa de desconto

ajustada ao risco, que superestima (subestima) o valor dos indicadores tradicionais acima (abaixo) do resultado do projeto.

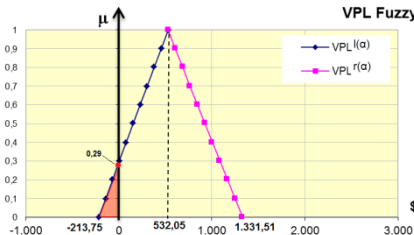
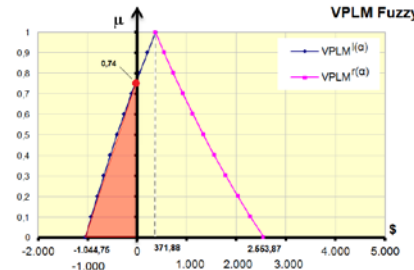
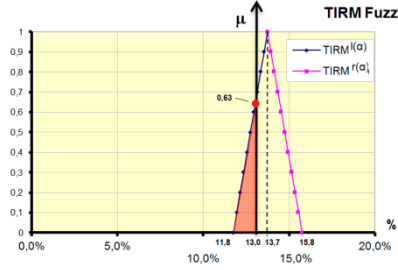
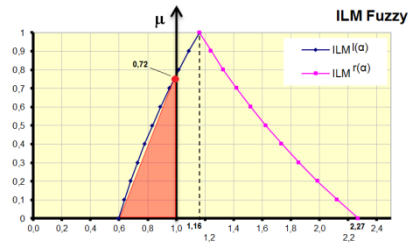
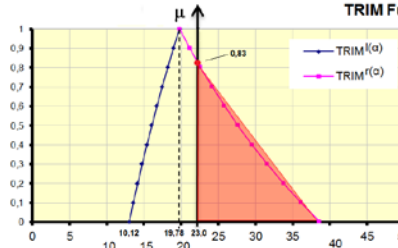
- 3) A utilização de números fuzzy triangulares associados às incertezas das variáveis do projeto permitiu a visualização e o cálculo da possibilidade (aproximadamente 4%, para o *VPL* fuzzy, 21,4%, para o *VPLM* fuzzy, 19,0% para a *TIRM* fuzzy, 17,1% para o *ILM* fuzzy e 45,5% para o *TRIM* fuzzy) de que o projeto não seja justificado como um projeto aceitável, o que não foi possível determinar a partir dos indicadores determinísticos, que indicam a aceitação do projeto.
- 4) Observa-se nas figuras 5.6 e 5.7 uma diferença significativa nas formas dos números fuzzy triangulares exatos e aproximados, correspondentes aos indicadores do *ILM* fuzzy e do *TRIM* fuzzy, respectivamente. Esse desvio é função do grande número de operações aritméticas³⁰ realizadas na obtenção desses indicadores. O uso das formas exatas dos números fuzzy, resultaria em índices de fracasso de 18,0 e 40,3%, em substituição aos valores anteriormente encontrados de 17,1% e 45,5%, respectivamente. Apesar desses novos valores não alterarem o resultado da análise, sugere-se que em análises futuras seja verificada a adequabilidade da utilização das formas aproximadas dos *NFT's*, caso a caso.

Observa-se nas figuras 5.4 a 5.7 um crescimento significativo nos domínios dos *NFT's*, correspondentes aos indicadores modificados fuzzy. Esse crescimento também é função do grande número de operações aritméticas realizadas para obtenção desses indicadores. Apesar de não ser objeto de estudo nessa tese, métodos para cálculo e redução da variância podem ser utilizados para melhorar as estimativas dos indicadores modificados fuzzy.³¹

³⁰ Uma análise da aproximação triangular de várias funções associadas a números fuzzy triangulares (produto, divisão, inverso, exponencial etc.) pode ser obtida em Kaufmann e Gupta (1988).

³¹ Exemplos de métodos podem ser obtidos em Lazo (2004) e Carlsson *et al.* (2012).

Tabela 5.19: Análise comparativa dos indicadores do empreendimento em campos de petróleo.

Valores Determinísticos			
Métodos Tradicionais		Métodos Modificados	
VPL = \$532,05		VPLM = \$371,88	
TIR = 18,4 % e -20,6%		TIRM = 13,7%	
(A existência de duas taxas torna inadequado o uso do método da TIR).		ILM = 1,16	
		TRIM = 19,8	
Valores Fuzzy			
			
Pior valor:		-\$213,75	
Valor mais promissor:		\$532,05	
Melhor valor:		\$1.331,51	
Valor mais possível:		\$536,06	
Índice de fracasso		4%	
			
Pior valor:		11,8%	
Valor mais promissor:		13,7%	
Melhor valor:		15,8%	
Valor mais possível:		13,7%	
Índice de fracasso		19,0%	
			
Pior valor:		38,6	
Valor mais promissor:		19,8	
Melhor valor:		10,1	
Valor mais possível:		20,5	
Índice de fracasso		45,5%	

Fonte: Elaboração própria.

6

Considerações Finais

6.1

Conclusões

O principal objetivo dessa tese foi criar uma abordagem unificada para avaliação de projetos de investimentos em condições de incerteza fundamentadas nos métodos modificados da taxa interna de retorno e do valor presente líquido.

Nesse sentido, efetuou-se um amplo trabalho de pesquisa envolvendo os diferentes métodos de orçamento de capital, tradicionais e modificados, e o estado da arte da teoria de orçamento de capital fuzzy.

Foram definidos e implementados modelos determinísticos alternativos de orçamento de capital – índice de lucratividade modificado (*ILM*) e tempo de retorno de investimento modificado (*TRIM*) –, a partir da conciliação dos métodos modificados da taxa interna de retorno e do valor presente líquido, propostos por Plath e Kennedy (1994) e McClure e Girma (2004), respectivamente. Esses modelos prevêem explicitamente a utilização dos custos de oportunidade de reinvestimento e de financiamento da empresa associados com os fluxos de caixa intermediários de um projeto de investimento.

Foram propostos e implementados, também, os métodos fuzzy do valor presente líquido modificado (*MVPL fuzzy*), da taxa interna de retorno modificada (*TIRM Fuzzy*), do índice de lucratividade modificado (*ILM Fuzzy*) e do tempo de retorno de investimento modificado (*TRIM Fuzzy*) para análise de investimentos em condições de incerteza. Números fuzzy triangulares foram utilizados para representar as variáveis do projeto: os fluxos de caixa, as taxas de financiamento e de reinvestimento e a taxa de desconto ajustada ao risco.

Funções determinísticas (MVPL, MIL e TRIM) e fuzzy (VPLFuzzy, MVPLFuzzy, MTIRFuzzy, MILFuzzy e MTRIFuzzy) foram desenvolvidas em VBA do MS-Excel e utilizadas como ferramenta auxiliar nos cálculos dos exemplos numéricos e mostraram um bom desempenho e grande facilidade de utilização, o que é uma característica essencial para o uso profissional.

Os novos métodos e as respectivas funções financeiras foram testados em um estudo de caso, realizado com dados de uma aplicação real na área petrolífera, confirmando a boa aplicabilidade do modelo proposto.

Em linhas gerais, pode-se concluir em relação ao estudo de caso que:

- 1) A aplicação de custos de oportunidades de reinvestimento e de financiamento e de critérios difusos para a valorização das variáveis incertas permitiu obter resultados mais próximos das condições do mercado.
- 2) A abordagem proposta é simples e faz menos hipóteses do que os modelos tradicionais de tratamento de risco quanto ao comportamento das variáveis relacionadas, o que é muito útil para os tomadores de decisão.
- 3) Todos os indicadores determinísticos conduzem a indicações consistentes de aceitação do empreendimento. Entretanto, através dos métodos fuzzy foi possível identificar a existência da possibilidade de fracasso do projeto (o que não foi possível determinar a partir dos indicadores determinísticos, que indicam a aceitação incondicional do projeto).
- 4) A utilização dos métodos modificados (*VPLM*, *TIRM*, *ILM* e *TRIM*) em substituição aos métodos tradicionais (*VPL*, *TIR*, *IL* e *TRIT*) permitiu eliminar o viés da metodologia da taxa de desconto ajustada ao risco, que superestima (subestima) o valor dos indicadores tradicionais acima (abaixo) do resultado do projeto.
- 5) Alguns autores, como Buckley (1987) e, mais recentemente, Dymowa (2011) e Kahraman *et al.* (2002), argumentam que não é possível definir uma *TIR* fuzzy, pois o cálculo da *TIR* (e da *TIRM*) requer que o *VPL* de um projeto seja igual a zero. De acordo com esses autores, zero é um número *crisp*, enquanto o *VPL* é um número fuzzy, o que torna impossível a igualdade. Nessa tese utilizou-se uma interpretação alternativa para a *TIR* fuzzy (e para a *TIRM* fuzzy), baseada na representação por α -cortes,

proposta por Buckley (1992) e Terceño *et al.* (2003), para contornar esse conflito.

- 6) Outro ponto controvertido, também relacionado com a *TIR* fuzzy, é a possibilidade de existência de múltiplas taxas interna de retorno fuzzy (GONZÁLEZ *et al.*, 2001 e 2005). Esse conflito foi contornado pela utilização do método da *TIRM* fuzzy em substituição ao da *TIR* fuzzy tradicional.
- 7) O emprego da teoria dos conjuntos fuzzy, associada aos métodos modificados, mostrou-se bastante adequada para aqueles problemas de orçamento de capital cujas variáveis - fluxos de caixa líquidos e taxas de desconto - são definidas de forma não determinística. Esta nova abordagem assume poucas hipóteses sobre o comportamento das variáveis relacionadas e implica em menos esforço por parte do tomador de decisão na previsão dos parâmetros. Por outro lado, esta abordagem está mais próxima ao raciocínio humano, porque a ambiguidade é uma característica básica dos tomadores de decisão. Por conseguinte, esta abordagem oferece diferentes intervalos de variação dos indicadores para cada um dos diferentes níveis de confiança, ao invés de um único valor como em outros métodos.

O orçamento de capital é, sem dúvida, uma das funções mais importantes de uma empresa. A seleção de projetos de investimentos que aumentam a riqueza do acionista não é apenas uma das diversas atividades de uma empresa, mas um dos seus principais objetivos.

Como resultado, o processo de identificação e seleção desses projetos é de extrema importância e não pode ser tarefa destinada a apenas um método ou critério. O estabelecimento de um método ideal é demasiado simplista e ignora a natureza multidimensional da rentabilidade.

Cada um dos métodos de orçamento de capital propostos nessa tese atende a esse requisito. Cada um fornece um indicador e cada um tem as suas limitações. Nenhum desses métodos por si só pode discriminar completamente entre as alternativas de projetos que diferem em escalas, horizontes de vida ou padrões de fluxo de caixa.

Assim, uma combinação de métodos que aproveita os pontos fortes de cada um, contorna seus conflitos e desvantagens individuais, bem como proporciona a possibilidade de incorporação de opções e preferências no processo de seleção de alternativas de investimento, é um critério de seleção mais adequado do que aqueles baseados no conceito de método único.

6.2

Limitações da Tese

As principais limitações identificadas nessa tese são:

- **Análise quanto à adequação do uso do custo de capital e da taxa de desconto ajustada ao risco**

Nos modelos propostos por Plath e Kennedy (1994) e McClure e Girma (2004), os procedimentos de cálculo da taxa interna de retorno modificada e do valor presente líquido modificado preveem a possibilidade de utilização de diferentes taxas de reinvestimento e de financiamento para os fluxos de caixa intermediários.

A análise quanto à adequação do método da taxa de desconto ajustada ao risco e do uso do custo de capital como taxa específica para capitalização e desconto dos fluxos de caixa intermediários não foi objeto de discussão nessa tese.

- **Números fuzzy negativos e/ou positivos**

Terceño *et al.* (2003) identificaram a possibilidade de ocorrência de fluxos de caixa de projetos que não são totalmente positivos ou negativos e sugerem tratamentos diferenciados para esses casos.

Devido à natureza dos procedimentos de cálculo dos métodos propostos nessa tese, onde os fluxos de caixa positivos (entradas de caixa) e os negativos (investimentos) são tratados de modo independente (reinvestidos à taxa de reinvestimento ou descontados ao custo de capital), essa possibilidade não foi objeto de análise.

- **Correlação entre os fluxos de caixa e as taxas de juros**

Quando os fluxos de caixa (ou as taxas de juros) de um projeto não são independentes, eles são chamados de correlacionados. De acordo com Scorciapino (2005), quando as variáveis são independentes, a variância é menor do que no caso em que elas são correlacionadas.

Nessa tese não foi avaliada a possibilidade de correlação entre os fluxos de caixa (ou entre as taxas de reinvestimento, de financiamento e de desconto ajustada ao risco), nem os métodos de redução da variância em decorrência de uma possível correlação.

- **Ordenação de projetos mutuamente exclusivos**

A ordenação de números fuzzy é um dos assuntos mais controversos na literatura fuzzy. Chiu e Park (1994) e Terceño *et al.* (2003) relacionam uma série de artigos que descrevem diferentes procedimentos para a ordenação de números fuzzy triangulares e analisam quais são as propriedades desejáveis que um método de classificação deve possuir.

A análise quanto à adequação dos métodos para a ordenação dos indicadores fuzzy de projetos de investimento mutuamente exclusivos não foi objeto de discussão nessa tese.

- **Cálculo e redução da variância**

O crescimento nos domínios dos números fuzzy pode ser significativo em função da quantidade e da natureza das operações realizadas para obtenção dos indicadores modificados fuzzy. Métodos para cálculo e redução da variância podem ser utilizados para melhorar as estimativas desses indicadores e referências podem ser obtidas em Lazo (2004) e Carlsson *et al.* (2012). Entretanto, não foram objeto de discussão nessa tese.

6.3

Sugestões de Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros são sugeridos os seguintes itens:

- Incerteza nas datas de ocorrência dos fluxos de caixa

Números fuzzy triangulares podem ser utilizados para representar a incerteza de outra variável de um projeto de investimento: as datas de ocorrência dos fluxos de caixa.

- Fluxos de caixa não-periódicos

Os métodos determinísticos e fuzzy propostos nessa tese podem ser ampliados para o tratamento de projetos de investimentos não-periódicos.

- Projetos excludentes com diferentes escalas e horizontes de vida

Ajustes nas fórmulas do *VPLM*, da *TIRM*, do *ILM* e do *TRIM* para que seja possível utilizá-las na comparação direta de projetos de investimentos com escalas e horizontes de vida diferentes.

- Múltiplas taxas de reinvestimento e de financiamento

Os métodos determinísticos e fuzzy propostos nessa tese podem ser ajustados para permitir a utilização de múltiplas taxas de reinvestimento e de financiamento (Hartley, 1990) e de taxa mínima de atratividade variando com o tempo (Casarotto Filho e Kopittke, 2010).

- Códigos VBA das funções

As funções financeiras desenvolvidas nessa tese podem ser aprimoradas em muitos aspectos. Profissionais mais experientes poderão realizar modificações no código das funções, tais como: proteção de acesso ao código *VBA*, validação mais apurada dos dados do projeto e a inclusão de mensagens de ajuda e de tratamento de erros mais amigáveis.

6.4

Apresentação e Publicação de Trabalhos

Artigos relacionados à presente tese foram apresentados nos congressos e publicados nos anais científicos abaixo relacionados:

- 14th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU 2012), realizado na Catânia, Itália, no período de 09 a 13 de julho de 2012.

Publicação:

SAMPAIO FILHO, A. C. de; VELLASCO M. e TANSCHKEIT, R. *Modified Net Present Value under Uncertainties: An Approach Based on Fuzzy Numbers and Interval Arithmetic*. In: S. Grego, B. Bouchoon-Meunier, G. Coletti, M. Fedrizzi, B. Matarazzo, R. R. Yager (Eds.). *Advances in Computational Intelligence, Part IV. 14th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty, IPMU 2012, Catania, Italy, July 9–13, 2012. Proceedings. Part IV. Series: Communications in Computer and Information Science, Vol. 300, p. 10-19, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2012.*

- II Congresso Brasileiro de Sistemas Fuzzy (CBSF 2012), realizado em Natal-RN, Brasil, no período de 06 a 09 de novembro de 2012.

Publicação:

SAMPAIO FILHO, A. C. de S.; VELLASCO, M. M. B. R. e TANSCHKEIT, R. *Valor Presente Líquido Modificado: Uma Abordagem Baseada em Números Fuzzy e Aritmética Intervalar*. In: *Recentes Avanços em Sistemas Fuzzy*. Disponível em: www.dimap.ufrn.br/~cbsf/pub/anais/2012/CBSF-Proceedings.pdf.

Referências bibliográficas

- [1] ADLER, M. **The True Rate of Return and the Reinvestment Rate**. The Engineering Economist, v. 15, n. 3, p.185-187, spring 1970.
- [2] ANDERSON, G. A.; BARBER, J. R. **Project Holding-Period Rate of Return and the MIRR**. Journal of Business Finance & Accounting, v. 21, n. 4, p. 613-616, jun. 1994.
- [3] ARBELÁEZ, H. **Capital Budgeting Decisions: A Survey of Latin American Practices**. International Finance Review, v. 5, p. 45-61, 2004.
- [4] ARROW, Kenneth; LEVHARI, David. **Uniqueness of the Internal Rate of Return with Variable Life Investment**. Economic Journal, v. 79, n. 315, p. 560-566, set. 1969.
- [5] ASSAF NETO, A. **Finanças Corporativas e Valor**. 2. Ed. São Paulo: Editora Atlas, 2006.
- [6] ATHANASOPOULOS, P. J.; BACON, P. W. **A Note on the Modified Internal Rate of Return and Investment Criterion**. The Engineering Economist, v. 23, n. 2, p.131-133, winter 1978.
- [7] ATHANASOPOULOS, P. J.; BACON, P. W. **The Effective Rate of Return**. Industrial Management, v. 20, n. 2, p.19-23, mar./abr. 1978.
- [8] ATHANASOPOULOS, P. J.; BACON, P. W. **The Evaluation of Leveraged Leases**. Financial Management, v. 9, n. 1, p.76-80, spring 1980.
- [9] AUCAMP, D. C.; ECKARDT, Jr, W. L. **A Sufficient Condition for a Unique Nonnegative Internal Rate of Return -- Comment**. The Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 11, n. 2, p. 329-332, Jun. 1976.
- [10] BALARINE, O. F. O. **Desvendando o cálculo da TIR**. RAUSP - Revista de Administração da Universidade de São Paulo, v. 38, n. 1, p. 15-24, 2003.
- [11] BALDWIN, R. H. **How to Assess Investment Proposals**. Harvard Business Review, v. 37, n. 3, p. 98-104, 1959.
- [12] BANHOLZER, I. E. G. **Proposta de Interpretação para a Taxa Interna de Retorno Através de Cálculo Fuzzy**. 2005. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Itajubá. Itajubá, MG.
- [13] BEAVES, R. G. **Net Present Value and Rate of Return: Implicit and Explicit Reinvestment Assumptions**. The Engineering Economist, v. 33, n. 4, p. 275-302, Summer 1988.
- [14] BEAVES, R. G. **Addendum. Net Present Value and Rate of Return: Implicit and Explicit Reinvestment Assumptions**. The Engineering Economist, v. 34, n. 3, p. 269-270, Spring 1989.

- [15] BEAVES, R. G. **The Case for a Generalized Net Present Value Formula.** The Engineering Economist, v. 38, n. 2, p. 119-133, Winter 1993.
- [16] BEAVES, R. G. **A Comment on “Interpreting Rates of Return: A Modified Rate-of-Return Approach”.** Financial Practice & Education, v. 4, n. 2, p. 136-137, Fall/Winter 1994.
- [17] BEAVES, R. G. **Technical Note: Defining Project Scale.** The Engineering Economist, v. 50, n. 3, p. 295-303, 2005.
- [18] BEAVES, R. G. **Project Analysis Using Rate-of-Return Criteria.** In: The Engineering Handbook. 2. Ed. CRC Press, 2005.
- [19] BERNHARD, R. H. **A More General Sufficient Condition for a Unique Nonnegative Internal Rate of Return.** The Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 14, n. 2, p. 337-341, Jun. 1979.
- [20] BERNHARD, R. H. **'Modified' Rates of Return for Investment Project Evaluation – A Comparison and Critique.** The Engineering Economist, v. 24, n. 3, p. 161-168, 1979.
- [21] BERNHARD, R. H. **A Simplification and an Extension of the Bernhard-deFARO Sufficient Condition for a Unique Non-Negative Internal Rate of Return.** The Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 15, n. 1, p. 201-209, Mar. 1980.
- [22] BERNHARD, R. H. **Base Selection for Modified Rates of Return and its Irrelevance for Optimal Project Choice.** The Engineering Economist, v. 35, n. 1, p. 55-65, Fall 1989.
- [23] BIACINO, L.; SIMONELLI, M. R. **The Internal Rate of Return of Fuzzy Cash Flows.** Stochastica, v. XIII, n. 1, p-13-22, 1992.
- [24] BIERMAN, H.; SMIDT, S. **Capital Budgeting and the Problem of Reinvesting Cash Proceeds.** The Journal of Business, v. 30, n. 4, p. 276-279, out. 1957.
- [25] BIONDI, Y. **The Double Emergence of the Modified Internal Rate of Return: The Neglected Financial Work of Duvillard (1755-1832) in a Comparative Perspective.** European Journal of the History of Economic Thought, v. 13, n. 3, p. 311-335, 2006.
- [26] BOJADZIEV, G.; BOJADZIEV, M. **Fuzzy Logic for Business, Finance, and Management.** London: World Scientific, 1997.
- [27] BOUSSABAIN, A. H.; ELHAG, T. **Applying Fuzzy Techniques to Cash Flow Analysis.** Construction Management Economics, v. 17, n. 6, p. 745-755, 1999.
- [28] BRIGHAM, E. F.; EHRHARDT, M. C. **Administração Financeira: Teoria e Prática.** São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2006.
- [29] BRIGHAM, E. F.; GAPENSSKI, L. C.; EHRHARDT, M. C. **Administração Financeira: Teoria e Prática.** São Paulo: Editora Atlas, 2001.
- [30] BRIGHAM, E. F.; HOUSTON, J. F. **Fundamentos da Moderna Administração Financeira.** Rio de Janeiro: Editora Campus, 1999.

- [31] BROUNEN, D.; DE JONG, A.; KOEDIJK, K. **Corporate Finance in Europe: Confronting Theory and Practice**. Financial Management: Financial Management Association, v. 33, n. 4, p. 71-101, Winter 2004.
- [32] BROWN, R. J. **Sins of the IRR**. Journal of Real Estate Portfolio Management, v. 12, n. 2, p. 195-199, 2006.
- [33] BUCKLEY, J. J. **The Fuzzy Mathematics of Finance**. Fuzzy Sets and Systems v. 21, n. 3, p. 257-273, 1987.
- [34] BUCKLEY, J. J. **Solving Fuzzy Equations in Economics and Finance**. Fuzzy Sets and Systems v. 48, n. 3, p. 289-296, 1992.
- [35] BURNS, P. J.; BARROWS, A. **Segredos do Excel 97**. São Paulo: Editora Berkeley Brasil, 1998.
- [36] CALDEIRA, A. M.; MACHADO, M. A. S.; SOUZA, R. C.; TANSCHKEIT, R.; OLIVEIRA JUNIOR, H. A. (Coordenador). **Inteligência Computacional Aplicada à Administração, Economia e Engenharia em Matlab**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.
- [37] CARLSSON, C.; FULLÉR, R. **Capital Budgeting With Fuzzy Cash Flows**. Mathware and Soft Computing, v. 6, p. 81-89, 1999.
- [38] CARLSSON, C.; FULLÉR, R.; MEZEI, J. **On Mean Value and variance of Interval-Value Fuzzy Numbers** In: Advances in Computational Intelligence, part III, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2012, p. 19-28 (14th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty, IPMU 2012, Catania, 9-13 July 2012).
- [39] CARY, D.; DUNN, M. **Adjustment of Modified Internal Rate of Return for Scale and Time Span Differences**. Proceedings of the Academy of Accounting and Financial Studies, v. 2, n. 2, p. 57-63, 1997.
- [40] CASAROTTO FILHO, N. **Anteprojeto Industrial: das Estratégias Empresariais à Engenharia**. 1995. Tese de Doutorado. UFSC. Florianópolis, SC.
- [41] CASAROTTO FILHO, N. KOPITKE, B. H. **Análise de Investimentos**. 11. Ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- [42] CHANDRA, P. **Projects: Planning, Analysis, Selection, Financing, Implementation, and Review**, 7th Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill, 2009.
- [43] CHANG, C. E.; SWALES JR, G. S. **A Pedagogical Note on Modified Internal Rate of Return**. Financial Practice and Education, v. 9, n. 2, p.132-137, Fall/Winter 1999.
- [44] CHIU, C.; PARK, C. S. **Fuzzy Cash Flow Analysis Using Present Worth Criterion**. The Engineering Economist, v. 39, n. 2, p. 1113-138, 1994.
- [45] CHIU, C.; PARK, C. S. **Capital Budgeting Decisions with Fuzzy Projects**. The Engineering Economist, v. 43, n. 2, p. 125- 150, Winter 1998.

- [46] CREAN, M. J. **Revealing the True Meaning of the IRR via Profiling the IRR and Defining the ERR.** Journal of Real Estate Portfolio Management, v. 11, n. 3, p. 323-330, 2005.
- [47] CRUNDWELL, F. K. **Finance for Engineers: Evaluation and Funding of Capital Projects.** London: Springer-Verlag, 2008.
- [48] ÇETIN, N.; KAHRAMAN, C. **Fuzzy Future Value and Annual Cash Flow Analyses** In: RSFDGrC '99 Proceedings of the 7th International Workshop on New Directions in Rough Sets, Data Mining, and Granular-Soft Computing. Lecture Notes in Computer Science Volume 1711. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, p. 266-270, 1999.
- [49] DAMODARAN, A. **Finanças Corporativas: Teoria e Prática.** 2. Ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2004.
- [50] DOENGES, R. C. **The 'Reinvestment Problem' in a Practical Perspective.** Financial Management, v. 1, n. 1, p. 85-91, spring 1972.
- [51] DUDLEY, Jr, C. L. **A Note on Reinvestment Assumptions in Choosing between Net Present Value and Internal Rate of Return.** The Journal of Finance, v. 27, n. 4, p. 907-915, 1972.
- [52] DYMOWA, L. **Soft Computing in Economics and Finance.** Berlin: Springer-Verlag, 2011.
- [53] FABOZZI, F. J.; DRAKE, P. P. **Foundations and Applications of the Time Value of Money.** New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009.
- [54] FARO, C. J. D. L. D. de. **A Sufficient Condition for a Unique Nonnegative Internal Rate of Return: a Comment.** Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 8, n. 4, p. 683-684, 1973.
- [55] FARO, C. J. D. L. D. de. **Sobre a Inconsistência do Critério da Taxa de Retorno na Avaliação de Projetos.** Pesquisa e Planejamento Econômico, v. 5, n. 1, p. 273-278, 1975.
- [56] FARO, C. J. D. L. D. de. **On the Internal Rate of Return Criterion: A Reply.** The Engineering Economist, v. 21, n. 2, p. 145-147, 1975.
- [57] FARO, C. J. D. L. D. de.; SOARES, Luiz. **A Aplicabilidade do Critério da Taxa Interna de Retorno.** Pesquisa e Planejamento Econômico, v. 6, n. 3, p. 587-617, Dez. 1976.
- [58] FARO, C. J. D. L. D. de. **O Critério da Taxa Interna de Retorno e o Caso dos Projetos do Tipo Investimento Puro.** Revista de Administração de Empresas, v. 16, n. 5, p. 57-63, 1976.
- [59] FARO, C. J. D. L. D. de. **A Sufficient Condition for a Unique Nonnegative Internal Rate of Return: Further Comments.** Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 13, n. 3, p. 577-584, 1978.
- [60] FARO, C. J. D. L. D. de. **Elementos de Engenharia Econômica.** 3. Ed. São Paulo: Atlas, 1979.
- [61] FARO, C. J. D. L. D. de. **Determinação numérica da taxa interna de retorno: confronto entre os algoritmos de Boulding e de Wild.** Revista Brasileira de Economia, v. 37, n. 3, p. 279-311, jul./set. 1983.

- [62] FARO, C. J. D. L. D. de. **O Teorema de Vicent e o Problema de Multiplicidade de Taxas Internas de Retorno.** Revista Brasileira de Economia, v. 37, n. 1, p. 55-76, 1983.
- [63] FARO, C. J. D. L. D. de. **Taxa de Retorno sobre o Capital Investido e Projetos com Duas Variações de Sinal.** Revista Brasileira de Mercado de Capitais, v. 13, n. 39, p. 71-80, 1987.
- [64] FARO, C. J. D. L. D. de. **Soluções Analíticas Exatas para a Taxa Interna de Retorno.** Revista Brasileira de Economia, v. 42, n. 2, p. 130-149, abr./jun. 1988.
- [65] FARO, C. J. D. L. D. de.; FARO, P. M. L. de. **Projetos com Mais de Duas Variações de Sinal e o Critério da Taxa Interna de Retorno.** Ensaio Econômico nº 342. Escola de Pós-graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, fev. 1999.
- [66] FARO, C. J. D. L. D. de. **Projetos de investimento com mais de duas variações de sinal: sobre a aplicação do teorema de Vincent e suas extensões.** 1998. Dissertação de Mestrado em Economia - Escola de Pós-graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro.
- [67] FERRER, J. B.; LINDAHL, J. M. M.; GONZALÉZ, P. L.-J.; RAMOS, M. C. G. **Guía Práctica de Técnicas Operativas de Gestión: Teoría y Ejercicios.** Barcelona: Universitat de Barcelona, 2009.
- [68] GAPENSKI, L. C. **Healthcare Finance: An Introduction to Accounting and Financial Management.** 5. Ed. Chicago: Aupha, 2011.
- [69] GIL-ALUJA, J. **Invertir en la Incertidumbre.** Madrid: Ediciones Pirámide, 1997.
- [70] GIL-LAFUENTE, A.M. **Fuzzy Logic in Financial Analysis.** Heidelberg: Springer Berlin, 2005.
- [71] GIL-LAFUENTE, A.M. **Nuevas Estrategias para el análisis financiero en la empresa.** Barcelona: Editorial Ariel, 2001.
- [72] GIL-LAFUENTE, A.M. **El Análisis Financiero en la Incertidumbre.** Barcelona: Editorial Ariel, 1990.
- [73] GITMAN, L. J.; MADURA, Jeff. **Administração Financeira: Uma abordagem Gerencial.** São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2005.
- [74] GONZÁLEZ, F. S.; FLORES, R. J.; FLORES, R. B.; MENDOZA, R. J. **Multiple Fuzzy IRR in the Financial Decision Environment** In: International Association for Fuzzy Set Management and Economy International congress. 7th. International Association for Fuzzy Set Management and Economy. River Edge, NJ: World Scientific, p. 223-238, 2001.
- [75] GONZÁLEZ, F. S.; TERCEÑO, A.; FLORES, R. B.; DIAZ, R. **Decisiones Empresariales en la Incertidumbre: Casos de Aplicación.** México: Ed. Universidad Michoacana San Nicolás de Hidalgo, 2005.
- [76] GRAHAM, J. R.; HARVEY, C. R. **The Theory and Practice of Corporate Finance: Evidence from the Field.** Journal of Financial Economics, v. 60, n. 2, p.187-243, 2001.

- [77] GRAHAM, J. R.; HARVEY, C. R. **How do CFOs Make Capital Budgeting and Capital Structure Decisions?** Journal of Applied Corporate Finance, v. 15, n.1, p. 8-23, Spring 2002.
- [78] GRIMLUND, R. A., CAPETTINI, R. **Sign Tests for Actual Investments with Latter Period Net Cash Outflows.** Journal of Business Finance & Accounting, v. 10, n. 1, p. 83-103, Spring 1983.
- [79] GUERRA, M. L.; MAGNI, C. A.; STEFANINI, L. **Average Rate of Return with Uncertainty** In: Advances in Computational Intelligence, part IV, BERLIN HEIDELBERG, Springer-Verlag, 2012, p. 64-73 (14th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty, IPMU 2012, Catania, 9-13 July 2012).
- [80] GUPTA, C. P. **Capital Budgeting Decisions under Fuzzy Environment:** Abstract of Doctoral Dissertation. Finance India, v. X, n. 2, p. 385-388, Jun 1996.
- [81] GUTIÉRREZ, I. **Fuzzy Numbers and Net Present Value.** Scandinavian Journal of Management, v. 5, n. 2, p. 149-159, 1989.
- [82] HAJDASINSKI, M. M. **The Suitability of the Perpetuity Rate of Return as a Project Evaluation Criterion.** The Engineering Economist, v. 38, n.4, p. 309-320, Summer 1993.
- [83] HAJDASINSKI, M. M. **Remarks in the Context of “The Case for a Generalized Net Present Value Formula”.** The Engineering Economist, v. 40, n.2, p. 201-210, 1995.
- [84] HAJDASINSKI, M. M. **Adjusting the Modified Internal Rates of Return.** The Engineering Economist, v. 41, n.2, p.173-186, winter 1996.
- [85] HAJDASINSKI, M. M. **NPV-Compatibility, Project Ranking, and Related Issues.** The Engineering Economist, v. 42, n.4, p.325-339, 1997.
- [86] HAJDASINSKI, M. M. **Technical Note - The Internal Rate of Return (IRR) as a Financial Indicator.** The Engineering Economist, v. 49, n.2, p.185-197, 2004.
- [87] HANSS, M. **Applied Fuzzy Arithmetic: An Introduction with Engineering Applications.** Springer-Verlag: Berlin Heidelberg, 2005.
- [88] HARTLEY, R. V. **Teaching capital budgeting with variable reinvestment rates.** Issues in Accounting Education, v. 6, n.2 p. 268-280, Fall 1990.
- [89] HARTMAN, J. C.; SCHAFRICK, I. C. **The Relevant Internal Rate of Return.** Engineering Economist, v. 49, n. 2, p. 139-158, 2004.
- [90] HARTKE, R. F. **Análise de Risco com simulação de Monte Carlo:** Notas de Aula. Universidade Petrobras. Junho, 2011.
- [91] HAZEN, Gordon B. **A New Perspective on Multiple Internal Rates of Return.** The Engineering Economist, v. 48, n. 1, p. 31- 51, 2003.
- [92] HUANG, X. **Chance-Constrained Programming Models for Capital Budgeting With NPV as Fuzzy Parameters.** Journal of Computational and Applied Mathematics, v. 198, p. 149-159, 2007.

- [93] HUANG, X. **Mean-Variance Model for Fuzzy Capital Budgeting.** Computers and Industrial Engineering, v. 55, n. 1, p. 34-47, 2008.
- [94] JOHNSTONE, D. **What Does an IRR (or Two) Mean?.** Journal of Economic Education, V. 39, N. 1, p. 78-87, winter 2008.
- [95] KAHRAMAN, C.; TOLGA, E. **Fuzzy Decision Making under Uncertainty** In: POBIL, A.P. del; MIRA, J.; MOONIS, A. (Eds.). Methodology and Tools in Knowledge-Based Systems. Lecture Notes in Computer Science, v. 1415: Berlin: Springer Berlin Heidelberg, p. 263-271, 1998.
- [96] KAHRAMAN, C.; RUAN, Da; TOLGA, E. **Capital Budgeting Techniques Using Discounted Fuzzy Versus Probabilistic Cash Flows.** Information Sciences, v. 142, p.57-76, 2002.
- [97] KAHRAMAN, C.; GÜLBAY, M.; ULUKAN, Z. **Applications of Fuzzy Capital Budgeting Techniques** In: Cengiz Kahraman (Ed.). Fuzzy Applications in Industrial Engineering. Springer, 2006, p. 177-203.
- [98] KAHRAMAN, C. (Ed.). **Fuzzy Engineering Economics with Applications.** Heidelberg: Springer Berlin, 2008.
- [99] KAHRAMAN, C.; BAS, E. **Fuzzy Capital Rationing Model.** Journal of Computational and Applied Mathematics, v. 224, p. 628-645, 2009.
- [100] KASSAI, J. R.; CASANOVA, S. P. de C.; SANTOS, A. dos; ASSAF NETO, A. **Retorno de Investimento: Abordagens Matemática e Contábil do Lucro Empresarial.** 3. Ed. São Paulo: Atlas, 2007.
- [101] KAUFMANN, A. **Fuzzy Subsets Applications in O. R. and management.** In: JONES, KAUFMANN e ZIMMERMANN (Eds.). Fuzzy Sets Theory and Applications. Belgium: Reidel Publishing Company, p. 257-300, 1985.
- [102] KAUFMANN, A.; GIL-ALUJA, J. **Introducción de la Teoría de los Subconjuntos Borrosos a la Gestión de las Empresas.** Santiago de Compostela: Editorial Milladoiro, 1986.
- [103] KAUFMANN, A.; GIL-ALUJA, J. **Técnicas Operativas de Gestión para el Tratamiento de la Incertidumbre.** Barcelona: Hispano Europea, 1987.
- [104] KAUFMANN, A.; GIL-ALUJA, J. **Técnicas Especiales para la Gestión de Expertos.** Santiago de Compostela: Milladoiro, 1993.
- [105] KAUFMANN, A.; GUPTA, M. M. **Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science.** The Netherlands: Elsevier Science Publishers B.V., 1988.
- [106] KEANE, S. M. **The Internal Rate of Return and the Reinvestment Fallacy.** Abacus, v. 15. n.1, p. 48-55, 1979.
- [107] KEEF, S.; OLOWO-OKERE, E. **Modified Internal Rate of Return: A Pitfall to Avoid at Any Cost!** Management Accounting, v. 76, n. 1, p. 50-51, 1998.
- [108] KAUFMANN, A.; ROUSH, M. L. **Discounted Cash Flow Methods and the Fallacious Reinvestment Assumption: A Review of Recent Texts.** Accounting Education, v. 10, n. 1, p. 105-116, 2001.

- [109] KIERUFF, H. **MIRR: A Better Measure**. Business Horizons, v. 51, p. 321-329, 2008.
- [110] KNIGHT, F. H. **Risk, Uncertainty and Profit**. Cambridge: Harvard University Press, 1921.
- [111] KLIR, G.; Yuan, B. **Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications**. New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- [112] KUCHTA, D. **Fuzzy Capital Budgeting**. Fuzzy sets and systems, v. 111, p. 367-385, 2000.
- [113] LAZO, J. G. L. **Determinação do Valor de Opções Reais por Simulação Monte Carlo com Aproximação por Números Fuzzy e Algoritmos Genéticos**. 2004. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, RJ.
- [114] LAZO, J. G. L.; VELLASCO, M. M. B. R.; PACHECO, M. A. C., DIAS, M. A. **Determination of Real Options Value by Monte Carlo Simulation and Fuzzy Numbers**. International Journal of Business (IJB), v. 12, n. 2, p. 181-190, Premier Publishing, CA, USA, 2007.
- [115] LEE, B. N.; KIM, J. S. **Capital Budgeting Model with Flexible Budget**. Computers & Industrial Engineering, v. 27, n. 1-4, p. 317-320, set. 1994.
- [116] LEFLEY, F. **The Payback Method of Investment Appraisal: A Review and Synthesis**. International Journal of Production Economics, v. 44, n. 3, p. 207-224, 1996.
- [117] LEFLEY, F. **Modified Internal Rate of Return: Will it Replace IRR?**. Management Accounting: Magazine for Chartered Management Accountants, v. 75, n. 1, p. 64-65, 1997.
- [118] LEFLEY, F. **In Support of the MIRR**. Management Accounting: Magazine for Chartered Management Accountants, v. 76, n. 9, p. 50-51, out. 1998.
- [119] LEFLEY, F. **The Third Way**. Financial Management, p. 18-19, out. 2003.
- [120] LEMES JÚNIOR, A. B.; RIGO, C. M; CHEROBIM, A. P. M. S. **Administração Financeira**. 2. Ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.
- [121] LIN, S. A. Y. **The Modified Internal Rate of Return and Investment Criterion**. The Engineering Economist, v. 21, n. 4, p. 237-247, 1976.
- [122] LIOU, T.; CHEN, C. **Fuzzy Decision Analysis for Alternative Selection Using a Fuzzy Annual Worth Criterion**. The Engineering Economist, v. 51, n.1, p. 19-34, 2006.
- [123] LONGBOTTOM, D.; WIPER, L. **Necessary Conditions for the Existence of Multiple Rates in the Use of Internal Rate of Return**. Journal of Business Finance & Accounting, v. 5, n. 4, p. 295-303, winter 1978.
- [124] LORIE, J. H.; SAVAGE, L. J. **Three Problems in Rationing Capital**. The Journal of Business, v. 28, n. 4, p. 229-239, out. 1955.

- [125] MADEIRA, M. G. **Comparação de técnicas de análise de risco aplicadas ao desenvolvimento de campos de petróleo.** 2005. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas. São Paulo.
- [126] MAGNI, C. A. **Average Internal Rate of Return and Investment Decisions: A New Perspective.** *The Engineering Economist*, v. 55, n. 2, p. 150–180, 2010.
- [127] MAO, J. C. T. **The Internal Rate of Return as a Ranking Criterion.** *The Engineering Economist*, v. 11, n. 4, p. 1-13, 1966.
- [128] MARTIN, R. **Internal Rate of Return Revisited.** (October, 1995). Disponível em SSRN: <http://ssrn.com/abstract=39520>. Acesso em: 27/02/2014.
- [129] MATTOS, A. C. M. **A taxa múltipla de retorno de um investimento.** *Revista Administração de Empresas*, v. 18, n. 2, p. 25-29, 1978.
- [130] MCCLURE, K. G.; GIRMA, P. B. **Modified Net Present Value (MNPV): A New Technique for Capital Budgeting.** *Zagreb International Review of Economics and Business*, Conference issue, v. 7, n. 4, p. 67-82, 2004.
- [131] MCDANIEL, W. R.; MCCARTY, D. E.; JESSEL, K. A. **Discounted Cash Flow with Explicit Reinvestment Rates: Tutorial and Extension.** *The Financial Review*, v.23, n. 3, p. 369-385, ago. 1988.
- [132] MEIER, I.; TARHAN, V. **Corporate Investment Decision Practices and the Hurdle Rate Premium Puzzle.** (January 28, 2007). Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=960161>, Acesso em: 27/02/2014.
- [133] MEYER, R. L. **A Note on Capital Budgeting Techniques and the Reinvestment Rate.** *The Journal of Finance*, v. 34, n. 5, p. 1251-1254, 1979.
- [134] MYERS, S. C. **The Capital Structure Puzzle.** *Journal of Finance*, v. 39, n. 3, p. 575-592, Jul. 1984.
- [135] MOHAMED, S.; McCOWAN, A. K. **Modelling Project Investment Decisions under Uncertainty Using Possibility Theory.** *International Journal of Project Management*, v. 19, n. 4, p. 231-241, 2001.
- [136] MOTTA, R. da R.; GONÇALVES, A.; NEVES, C. das; NAKAGAVA, M.; COSTA, R. P da. **Engenharia Econômica e Finanças.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.
- [137] NEGRETE, G. L. **The Modified Rate of Return and Investment Criterion, A Reply.** *The Engineering Economist*, v. 23, n. 2, p. 133-134, winter 1978.
- [138] NEPOMUCENO FILHO, F. **Tomada de decisão em projetos de risco na exploração de petróleo.** 1997. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas. São Paulo.
- [139] NEVES, C. **Análise de Investimentos: Projetos Industriais e Engenharia Econômica.** Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1981.

- [140] NORSTRÖM, C. J. **A Sufficient Condition for a Unique Nonnegative Internal Rate of Return.** The Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 7, n. 3, p. 1835-1839, jun. 1972.
- [141] OEHMKE, J. F. **Anomalies in net present value calculations.** Economics Letters, n. 67, n. 3, p. 349–351, 2000.
- [142] OLIVEIRA, P. W. de; DIVERIO, T. A.; CLAUDIO, D. M. **Fundamentos da Matemática Intervalar.** Porto Alegre: Sagra-Luzzatto Editores, 1997.
- [143] OLIVEIRA, M. H. da F. **A Avaliação Econômico-Financeira de Investimentos sob Condição de Incerteza: Uma Comparação entre o Método de Monte Carlo e o VPL Fuzzy.** 2008. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo. São Carlos, SP.
- [144] OLIVEIRA JR., H. A. e. **Lógica Difusa: Aspectos Práticos e Aplicações.** Rio de Janeiro: Interciência, 1999.
- [145] OSBORNE, M. **A Resolution to the NPV-IRR Debate?.** The Quarterly Review of Economics and Finance, v. 50, n. 2, p. 234–239, May 2010,
- [146] PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. **An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design.** MIT Press, 1998.
- [147] PEGELS, C. C. **A Comparison of Decision Criteria for Capital Investment Decisions.** The Engineering Economist, v. 13, n. 4, p. 211-220, 1968.
- [148] PETERSON, P. P.; FABOZZI, F. J. **Capital Budgeting: Theory and Practice.** New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- [149] PETROBRAS. **Manual de Análise Empresarial de Projetos de Investimento.** Estratégia Corporativa, 2013.
- [150] PLATH, D. A.; KENNEDY, W. F. **A Return-Based Alternative to IRR Evaluations.** Healthcare Financial Management, v. 48, n. 3, p. 38-49, mar. 1994.
- [151] PLATH, D. A.; KENNEDY, W. F. **Teaching Return-Based Measures of Project Evaluation.** Financial Practice & Education, v. 4, n. 1, p. 77-86, Spring/Summer 1994.
- [152] PRATT, S. P. **Cost of Capital: Estimation and Applications.** 2. Ed. New Jersey: John Wiley and Sons, 2002.
- [153] REMER, D. S.; NIETO, A. P. **A Compendium and Comparison of 25 Project Evaluation Techniques. Part 1: Net Present Value and Rate of Return Methods.** International Journal of Production Economics, v. 42, n. 1, p. 79-96, nov. 1995.
- [154] REMER, D. S.; NIETO, A. P. **A Compendium and Comparison of 25 Project Evaluation Techniques. Part 2: Ratio, Payback, and Accounting Methods.** International Journal of Production Economics, v. 42, n. 2, p. 101-129, 1995.
- [155] RENSHAW, E. **A Note on the Arithmetic of Capital Budgeting Decisions.** Journal of Business, v. 30, n. 3, p. 193-201, 1957.

- [156] RESENDE, M. de A.; SIQUEIRA, J. R. M. de. **Orçamento de Capital: Uma Exposição dos Aspectos Relevantes das Técnicas de Análise e dos Cuidados em sua Utilização.** In: Convibra - Congresso Virtual Brasileiro de Administração, 2005, Santa Catarina. Convibra 2004 - Congresso Virtual Brasileiro de Administração, 2005.
- [157] REZENDE, S. O. **Sistemas Inteligentes: Fundamentos e Aplicações.** Burueri, SP: Manole, 2005.
- [158] ROONEY, R. F. **Descartes' Rule and Multiple Internal Rates of Return.** Western Economic Journal, v. 11, n. 2, p.241, 1973.
- [159] ROSS, S. A.; JORDAN, B. D.; WESTERFIELD, R. W. **Princípios de Administração Financeira.** 2. Ed. São Paulo: Atlas, 2000.
- [160] ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. A.; JAFFE, J. F. **Administração Financeira: Corporate Finance.** 2. Ed. São Paulo: Atlas, 2011.
- [161] SÁ, G. T. de. **Administração de Investimentos, Teoria das Carteiras e Gerenciamento de Risco.** Rio de Janeiro: Qualitymark, 1999.
- [162] SAMPAIO FILHO, A. C. de S.; VELLASCO, M. M. B. R.; TANSCHKEIT, R. **Modified Net Present Value under Uncertainties: An Approach Based on Fuzzy Numbers and Interval Arithmetic** In: Advances in Computational Intelligence, part IV, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2012, p. 10-19 (14th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty, IPMU 2012, Catania, 9-13 July 2012).
- [163] SAMPAIO FILHO, A. C. de S.; VELLASCO, M. M. B. R.; TANSCHKEIT, R. **Valor Presente Líquido Modificado: Uma Abordagem Baseada em Números Fuzzy e Aritmética Intervalar.** In: Recentes Avanços em Sistemas Fuzzy (II Congresso Brasileiro de Sistemas Fuzzy - CBSF 2012, Natal-RN, Brasil, 06 a 09 de novembro de 2012). Disponível em: www.dimap.ufrn.br/~cbsf/pub/anais/2012/CBSF-Proceedings.pdf.
- [164] SANCHES, Alexandre Leme. **Avaliação de Projetos de Investimento em Condições de Incerteza Utilizando Números Triangulares Fuzzy.** 2004. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Itajubá. Itajubá.
- [165] SANTOS, O. M. dos; MARQUES, J. A. V. da C.; SILVA, P. D. A. da. **O custo de abandono nas empresas petrolíferas.** Revista Contabilidade Financeira, v. 17, n. 41, p. 56-71, Maio/Ago 2006.
- [166] SCORCIAPINO, A. **Fluxo de Caixa em Condições de Risco.** Revista Integração: ensino, pesquisa e extensão. Universidade São Judas Tadeu: São Paulo, ano XI, nº 42, p.219-224, Jul./Ago./Set. 2005.
- [167] SENGUPTA, A.; PAL, T. K. **Fuzzy Preference Ordering of Interval Numbers in Decision Problems.** Berlin: Springer-Verlag, 2009.
- [168] SERGUIIEVA, A.; HUNTER, J. **Fuzzy Interval methods in Investment Risk Appraisal.** Fuzzy Sets and Systems, v. 142, n. 3, p. 443-466, 2004.
- [169] SEVASTJANOV, P; DIMOVA, L; SEVASTIANOV, D. **Fuzzy Capital Budgeting: Investment Project Evaluation and Optimization** In: Cengiz Kahraman (Ed.). Fuzzy Applications in Industrial Engineering. Springer, 2006, p. 205-228.

- [170] Sisson, J. R.; Nielsen, J. F. **Multiple Internal Rates of Return: A Revisitation**. Review of Financial Economics, v. 2, n. 2, p. 85-97, spring 1993.
- [171] Shaw, I. S.; Simões, M. G. **Controle e Modelagem Fuzzy**. São Paulo: Edgar Blücher, 1999.
- [172] Shull, D. M. **Efficient Capital Project Selection through a Yield-Based Capital Budgeting Technique**. The Engineering Economist, v. 38, n. 1, p.1-18, fall 1992.
- [173] Shull, D. M. **Interpreting Rates of Return: A Modified Rate of Return Approach**. Financial Practice and Education, v. 3, n. 2, p. 67- 71, fall 1993.
- [174] Shull, D. M. **Overall Rates of Return: Investment Bases, Reinvestment Rates and Time Horizons**. The Engineering Economist, v. 39, n. 2, p.139-163, winter 1994.
- [175] Solomon, E. **The Arithmetic of Capital-Budgeting Decisions**. The Journal of Business, v. 29, n. 2, p. 124-129, Apr. 1956.
- [176] Soper, C. S. **The Marginal Efficiency of Capital: A Further Note**. The Economic Journal, v. 69, n. 273, p.174-177, 1959.
- [177] Srinivasa, M. **TrueIRR – IRR and NPV Redefined**. (January 1, 2005). Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=6681221>. Acesso em 28/02/2007.
- [178] Tang, S. L.; Tang, H. J. **The Variable Financial Indicator IRR and the Constant Economic Indicator NPV**. Engineering Economist, v. 48, n. 1, p. 69-78, 2003.
- [179] Teichrow, D.; Robichek, A. A.; Montalbano, M. **An Analysis of Criteria for Investment and Financing Decisions under Certainty**. Management Science, v. 12, n. 3, p. 151-179, Nov. 1965.
- [180] Teichrow, D.; Robichek, A. A.; Montalbano, M. **Mathematical Analysis of Rates of Return under Certainty**. Management Science, v. 11, n. 3, p. 395-403, jan. 1965.
- [181] Terceño, A.; Andrés, J. de; Barberà, G.; Lorenzana, T. **Using Fuzzy Set Theory to Analyse Investments and Select Portfolios of Tangible Investments in Uncertain Environments**. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, v. 11, n. 3, p. 263-281, 2003.
- [182] Torres, O. F. F. **Fundamentos da Engenharia Econômica e da Análise Econômica de Projetos**. São Paulo: Thomson Learning, 2006.
- [183] Tso, C-T. **Fuzzy net present values for capital investments in an uncertain environment**. Computers & Operations Research v. 39, n. 8, p. 1885–1892, 2012.
- [184] Uluhan, Z.; Uuncuoglu, C. **Economic Analyses for the Evaluation of IS Projects**. Journal of Information Systems and Technology Management, v. 7, n. 2, p. 233-260, 2010.

- [185] VÉLEZ-PAREJA, I. **The Weighted Internal Rate of Return (WIRR) and Expanded Benefit-Cost Ratio (EB/CR)**. (September 19, 2000). Universidad Javeriana Working Paper n. 9. Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=242867>, Acesso em 27/02/2014.
- [186] VERNIMMEN, P.; QUIRY, P., LE FUR, Y.; SALVI, A.; DALLOCHIO, M. **Corporate Finance: Theory and Practice**. 2. Ed. West Sussex: John Wiley & Sons, 2009.
- [187] VISHWANATH, S. R. **Corporate finance: Theory and practice**. 2. Ed. New Delhi: Response Books, 2007.
- [188] WARD, T. L. **Discounted Fuzzy Cash Flow Analysis**. Annual International Industrial Engineering Conference Proceedings, p. 476-481, 1985.
- [189] WARD, T. L. **Fuzzy Discounted Cash Flow Analysis**, In EVANS, G. W.; KARWOWSKI, W.; WILHELM, M. R. (Eds.) Applications of Fuzzy Set Methodologies in Industrial Engineering, p. 91-102, 1989.
- [190] WESTON, J. F.; BRIGHAM, E. F. **Fundamentos da Administração Financeira**. 10. Ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2004.
- [191] YAMAMOTO, J. K. (Org.). **Avaliação e Classificação de Reservas Minerais**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2001, v. 1, p. 49-68.
- [192] ZADEH, L. A. **Fuzzy Sets**. Information and Control, v. 8, p. 338-353, 1965.
- [193] ZHANG, D. **A Different Perspective on Using Multiple Internal Rates of Return: The IRR parity technique**. The Engineering Economist, v. 50, n. 4, p. 327-335, dez. 2005.

Apêndice A

Teoria dos Conjuntos Fuzzy

Conceitos Básicos

Em artigo publicado na década de 1960, Zadeh (1965) introduziu uma generalização do conceito de conjunto por meio da definição de conjuntos fuzzy. Zadeh observou que os recursos disponíveis na ocasião eram insuficientes para automatizar as atividades que compreendessem situações ambíguas, não passíveis de processamento através de métodos fundamentados na lógica booleana.

Na teoria fuzzy, em vez de verificar se um determinado elemento pertence ou não a um conjunto, como determina a lógica tradicional, deve-se considerar o seu grau de pertinência em relação ao conjunto. O grau de pertinência assume valores entre zero e um, inclusive, sendo que esses extremos representam a completa exclusão e a total pertinência do elemento em relação ao conjunto fuzzy, respectivamente.

A.1

Conjuntos Fuzzy

Na teoria dos conjuntos fuzzy, cada um dos elementos é mapeado no intervalo $[0,1]$ por sua função de pertinência $\mu_A(x)$.

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0,1] \quad (\text{A.1})$$

Onde o intervalo $[0,1]$ significa os números reais situados entre 0 e 1, inclusive. Normalmente, se os elementos do conjunto são discretos, é possível estabelecer uma função de pertinência como a seguinte:

$$A = \{(1,0/2), (0,5/3)\}$$

ou

$$A = 1,0/2 + 0,5/3.$$

Nesse caso, o símbolo “+” não representa uma adição, mas uma união. Na prática, geralmente é utilizada outra notação:

$$A = \{(\mu_A(x) / x)\}, x \in A. \quad (\text{A.2})$$

O termo $\mu_A(x)$ representa a intensidade com que o elemento x pertence ao conjunto A . Por exemplo, se $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, o conjunto definido por $A = \{1/1, 0,7/2, 0,5/3, 0,3/4, 0/5\}$ estabelece que o elemento 1 pertence plenamente ao subconjunto A ; que 2, 3 e 4 pertencem a A com 70%, 50% e 30% de intensidade, respectivamente; e que 5 não pertence a A .

É importante destacar que o grau de pertinência não representa uma medida probabilística e sim, uma medida da compatibilidade do elemento analisado com o conceito representado pelo conjunto fuzzy. A incerteza de um elemento, isso é, seu grau de pertinência, pode ser estabelecida por uma “medida de possibilidade” de que um elemento seja membro de um conjunto.

De acordo com Shaw e Simões (1999), o conceito de possibilidade não é o mesmo de probabilidade que se refere a “chance” de que um elemento seja membro de um conjunto. Em um exemplo apresentado por esses autores, em um relatório de metrologia a chance de chuva é de 0,8, ou seja, 80% de probabilidade. Esse é um conceito probabilístico, pois o que está sendo considerado é se haverá chuva ou não.

No conceito de possibilidade, a representação do objeto chuva poderia ser definida pelo seguinte conjunto $A = \{(1/\text{Tempestade}), (0,8/\text{Chuva Forte}), (0,6/\text{Chuvas intermitentes}), (0,4/\text{Garoa}), (0,2/\text{Garoa Fina})$. Uma possibilidade de chuva de 0,8 indica que a chuva será forte, o que é diferente de dizer que existe uma probabilidade de 80% de que haja chuva no dia seguinte.

Exemplo de conjunto fuzzy

Considere um conjunto X definido no domínio das temperaturas, cujo universo de discurso é um segmento da escala de temperaturas Celsius, entre 0 e 50 graus.

$$X = \{10, 15, 20, 25, 30, 35, 45, 50\}$$

Pode-se definir conjuntos fuzzy tais como “Muito baixa”, “Baixa”, “Agradável”, “Alta” e “Muito Alta”. As possibilidades de cada elemento de x nesses cinco conjuntos fuzzy estão representadas no Quadro A.1.

Quadro A.1. Exemplo de conjunto fuzzy.

Temperatura	Muito baixa	Baixa	Agradável	Alta	Muito Alta
10	0,5	0,5	0	0	0
15	0,2	1	0	0	0
20	0	0,5	0,5	0	0
25	0	0	1	0	0
30	0	0	0,5	0,5	0
35	0	0	0	1	0,2
40	0	0	0	0,5	0,5
45	0	0	0	0	0,7
50	0	0	0	0	1

Fonte: Adaptado de Rezende (2005).

A.2

Definições

A seguir são introduzidas algumas definições básicas referentes aos conjuntos fuzzy que serão bastante úteis para compreensão dos métodos de orçamento de capital fuzzy propostos nesse trabalho.

a) Suporte

Quando um conjunto é composto de elementos contidos em A , esse conjunto é denominado “suporte” do A . Em outras palavras, o suporte de A é um subconjunto de X cujos elementos pertencem a A com um grau de pertinência diferente de zero:

$$\text{Suporte}(A) = \{x \in X: \mu_A(x) > 0\} \quad (\text{A.3})$$

Por exemplo, o suporte do conjunto “Agradável” é:

$$\text{Suporte}(\text{Agradável}) = \{20, 25, 30\}.$$

b) Altura

A altura de um conjunto fuzzy A é o maior grau de pertinência de qualquer elemento em A :

$$\text{Altura}(A) = \max \{ \mu_A(x) : x \in A \} \quad (\text{A.4})$$

Por exemplo, as alturas dos conjuntos “Muito baixa” e “Muito “Alta” são:

$$\text{Altura}(\text{Muita baixa}) = 0,5$$

$$\text{Altura}(\text{Muito Alta}) = 1$$

c) Cume

Se A é um subconjunto fuzzy de X , o cume de A é o subconjunto composto pelos elementos com grau de pertinência unitário.

$$\text{Cume}(A) = \{x \in X : \mu_A(x) = 1\} \quad (\text{A.5})$$

Por exemplo, o cume do conjunto “Baixa” é:

$$\text{Cume}(\text{Baixa}) = \{15\}$$

d) Conjuntos normalizados

Quando o valor máximo da função de pertinência de qualquer um dos elementos de um conjunto fuzzy é 1, esse conjunto fuzzy é dito “normalizado”. No exemplo, os conjuntos “Baixa”, “Agradável”, “Alta” e “Muito Alta” são normalizados.

Para transformar qualquer conjunto fuzzy em um conjunto fuzzy normalizado, basta dividir todos os graus de pertinência do conjunto fuzzy pelo maior valor deles.

e) Conjuntos α -cortes (ou α -cuts)

Um conjunto α -corte A_α é composto por elementos cujo grau de pertinência não é inferior a α .

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (\text{A.6})$$

O conjunto α -corte derivado do conjunto fuzzy “Muito Alta” do exemplo acima, supondo que $\alpha \geq 0,2$, é:

$$\text{“Muito Alta”}_{0,2} = \{35, 40, 45, 50\}.$$

Para $\alpha \geq 0,8$:

$$“Muito Alta”_{0,8} = \{50\}.$$

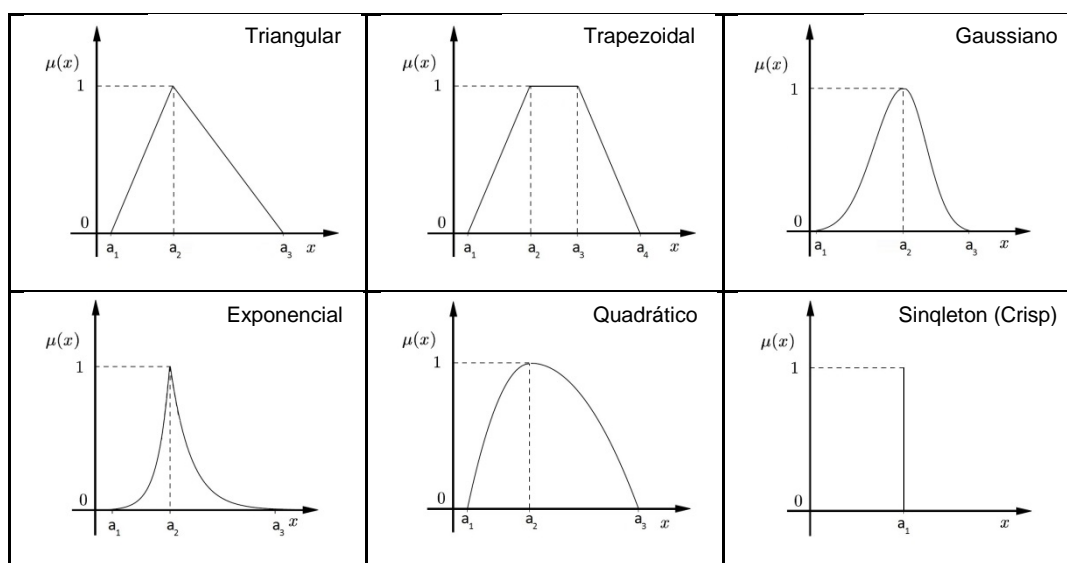
Quando existem dois conjuntos α -cortes A_α e $A_{\alpha'}$ e $\alpha \leq \alpha'$, então $A_\alpha \supseteq A_{\alpha'}$.

No caso, $“Muito Alta”_{0,2} \supseteq “Muito Alta”_{0,8}$.

A.3

Números Fuzzy

Caldeira *et al.* (2007) definem um número fuzzy como sendo “*um conjunto normalizado com função de pertinência convexa e que tem como universo de discurso a reta real*”. Existem diversos tipos de números fuzzy (KAUFMANN e GUPTA, 1988) e sua denominação geralmente está associada ao formato da sua função de pertinência. Na Figura A.1 são apresentados alguns exemplos.



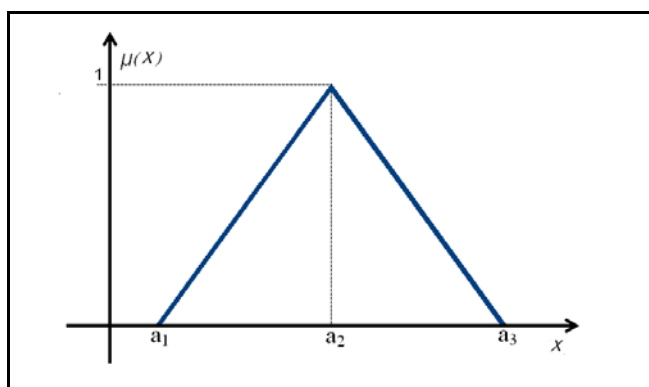
Fonte: Adaptado de Hanss (2005).

Figura A.1. Exemplos de números fuzzy.

Nesse trabalho são destacados os números fuzzy triangulares, o mais popular entre os vários formatos de números fuzzy e o mais utilizado nas aplicações da teoria fuzzy na área financeira.

Números Fuzzy triangulares

Os números fuzzy triangulares ((TFN's – da expressão em inglês, *triangular fuzzy numbers*) são representados por três pontos, $A = (a_1, a_2, a_3)$, onde $a_1 > a_2 > a_3$. Essa representação é interpretada como uma função de pertinência. A Figura A.2 mostra um exemplo de representação gráfica de um número fuzzy triangular.



Fonte: Elaboração própria.

Figura A.2. Número fuzzy triangular $A = (a_1, a_2, a_3)$.

De acordo com Caldeira *et al.* (2007), os números fuzzy triangulares seguem o seguinte modelo matemático:

$$\mu_{(A)}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & x \geq a_3 \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

A base dos números fuzzy triangulares, denominada suporte do conjunto fuzzy ou amplitude, está diretamente associada à confiança que se tem na função de pertinência da variável “x”. Segundo esses autores, quanto menor a amplitude do intervalo, menor a confiança que se deposita nos dados.

Ainda de acordo com esses autores, os valores de a_1 , a_2 e a_3 podem ser interpretados como:

a_1 = valor pessimista;

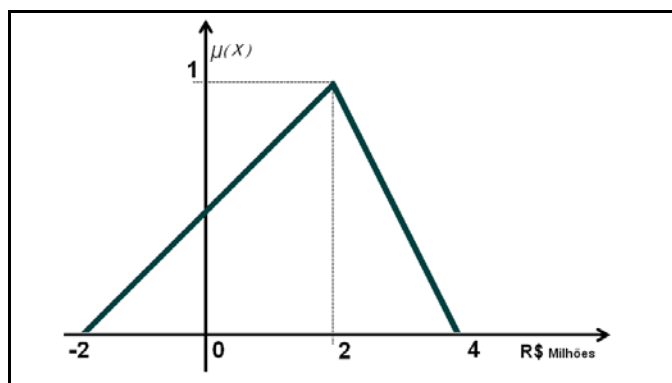
a_2 = valor mais provável;

a_3 = valor otimista

Nos processos de tomada de decisão nas avaliações de projetos de investimentos, essa interpretação é de grande utilidade, podendo ser associada, por exemplo, aos estudos de cenários.

Considere o caso de um número fuzzy triangular definido por $A = (-2, 2, 4)$. A função de pertinência correspondente é apresentada a seguir e a representação gráfica pela Figura A.3.

$$\mu_{(A)}(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ \frac{x+2}{4}, & -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{4-x}{2}, & 2 \leq x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$



Fonte: Elaboração própria.

Figura A.3. Número fuzzy triangular $A = (-2, 2, 4)$.

Nesse caso, os valores de $a_1 = -2$, $a_2 = 2$ e $a_3 = 4$ poderiam estar associados aos lucros esperados (em R\$ milhões) para um determinado projeto de investimento. O valor de $a_1 = -2$ estaria associado a um cenário pessimista, onde o lucro estaria sendo reduzido em R\$ 2 milhões; $a_2 = 2$, a um cenário mais provável, com um crescimento do lucro previsto de R\$ 2 milhões; e $a_3 = 4$, a um

cenário otimista, que corresponderia a um crescimento adicional no lucro no valor de R\$ 4 milhões.

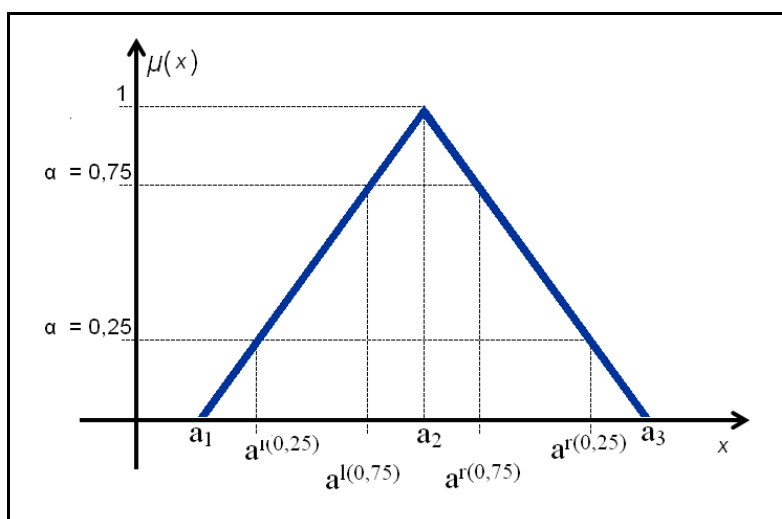
A.4

Representação α -corte

Dado um conjunto fuzzy A definido em X e qualquer número $\alpha \in [0,1]$, o α -corte A_α é o conjunto representado pela equação A.8:

$$A_\alpha = \{x \mid A(x) \geq \alpha\} \quad (\text{A.8})$$

A equação (A.8) denota que o α -corte de um conjunto fuzzy A é o conjunto A_α que contém todos os elementos do conjunto universal X cujos graus de pertinência em A são maiores ou iguais ao valor especificado de α . A notação α -corte é muito utilizada quando se deseja representar um número fuzzy em função de um determinado grau de pertinência. A Figura A.4 mostra essa representação para um número fuzzy triangular e, em seguida, é apresentada a sua notação matemática.



Fonte: Elaboração própria.

Figura A.4. Exemplo de representação α -corte.

$$A_\alpha = [a^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)}] \quad (\text{A.9})$$

onde, $l(\alpha)$ é a função inversa que representa o segmento de reta à esquerda do número fuzzy e $r(\alpha)$, a função inversa do segmento de reta à direita. Desse modo, o α -corte A_α pode ser obtido da seguinte forma:

$$\forall \alpha \in [0,1]$$

$$\frac{a^{l(\alpha)} - a_1}{a_2 - a_1} = \alpha, \frac{a_3 - a^{r(\alpha)}}{a_3 - a_2} = \alpha \quad (\text{A.10})$$

Manuseando-se algebricamente a expressão A.10, obtém-se:

$$a^{l(\alpha)} = a_1 + (a_2 - a_1)\alpha$$

$$a^{r(\alpha)} = a_3 + (a_2 - a_3)\alpha \quad (\text{A.11})$$

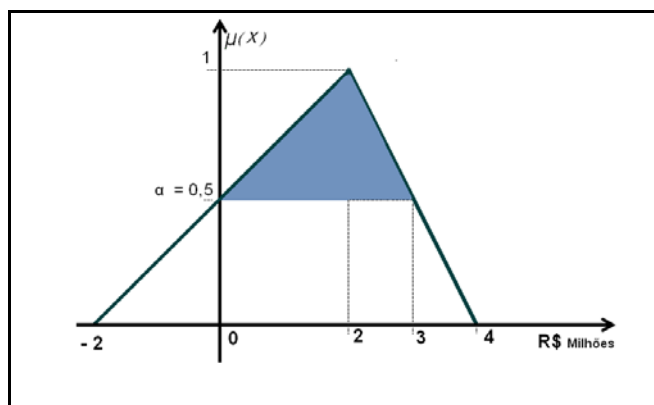
Assim,

$$A_\alpha = [a^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)}] = [a_1 + (a_2 - a_1)\alpha, a_3 + (a_2 - a_3)\alpha] \quad (\text{A.12})$$

Um exemplo pode ajudar na compreensão dos conceitos. Para o número fuzzy triangular $A = (-2, 2, 4)$ do exemplo acima, o intervalo α -corte desse número é:

$$A_\alpha = [a^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)}] = [4\alpha - 2, -2\alpha + 4]$$

Para $\alpha = 0,5$, obtém-se $A_{0,5} = [a^{l(0,5)}, a^{r(0,5)}] = [0, 3]$, representado na Figura A.5.



Fonte: Elaboração própria.

Figura A.5. α -corte = 0,5 de $A = (-2, 2, 4)$.

A.5

Operações com números Fuzzy triangulares

Suponha que dois números fuzzy triangulares A e B são definidos como:

$$A = (a_1, a_2, a_3) \text{ e } B = (b_1, b_2, b_3)$$

a) Adição

$$A(+)B = (a_1, a_2, a_3) (+) (b_1, b_2, b_3)$$

$$= (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) \quad (\text{A.13})$$

b) Subtração

$$\begin{aligned} A(-)B &= (a_1, a_2, a_3) (-) (b_1, b_2, b_3) \\ &= (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

c) Imagem simétrica

$$-(A) = (-a_3, -a_2, -a_1) \quad (\text{A.15})$$

d) Multiplicação por uma constante escalar

$$A \cdot c = (a_1 \cdot c, a_2 \cdot c, a_3 \cdot c) \quad (\text{A.16})$$

e) Divisão por uma constante escalar

$$A / c = (a_1 / c, a_2 / c, a_3 / c) \quad (\text{A.17})$$

Os números fuzzy triangulares possuem algumas propriedades importantes que devem ser sumarizadas (KAUFMANN e GUPTA, 1988):

- Os resultados obtidos da adição ou da subtração entre números fuzzy triangulares são também números fuzzy triangulares;
- Os resultados da multiplicação ou da divisão não são números fuzzy triangulares;
- As operações de máximo e mínimo não resultam em um número fuzzy triangular, mas frequentemente assumem-se os resultados dessas operações como uma aproximação de números fuzzy triangulares.

A.6

Operações com α -cortes

Sejam:

$$A = [a^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)}] = [a_1 + (a_2 - a_1)\alpha, a_3 + (a_2 - a_3)\alpha]$$

$$B = [b^{l(\alpha)}, b^{r(\alpha)}] = [b_1 + (b_2 - b_1)\alpha, b_3 + (b_2 - b_3)\alpha]$$

a) Adição

Para todos os possíveis valores de dois números fuzzy A e B :

$$A(+)B = [a^{l(\alpha)} + b^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)} + b^{r(\alpha)}] \quad (\text{A.18})$$

b) Subtração

Para todos os possíveis valores de dois números fuzzy A e B :

$$A(-)B = [a^{l(\alpha)} - b^{r(\alpha)}, a^{r(\alpha)} - b^{l(\alpha)}] \quad (\text{A.19})$$

c) Multiplicação

Para todos os possíveis valores de dois números fuzzy A e B :

$$A(x)B = [\min(a^{l(\alpha)} \times b^{l(\alpha)}, a^{l(\alpha)} \times b^{r(\alpha)}, a^{r(\alpha)} \times b^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)} \times b^{r(\alpha)}), \quad (\text{A.20}) \\ [\max(a^{l(\alpha)} \times b^{l(\alpha)}, a^{l(\alpha)} \times b^{r(\alpha)}, a^{r(\alpha)} \times b^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)} \times b^{r(\alpha)})]$$

d) Divisão

Para todos os possíveis valores de dois números fuzzy A e B :

$$A(\div)B = [\min(a^{l(\alpha)} / b^{l(\alpha)}, a^{l(\alpha)} / b^{r(\alpha)}, a^{r(\alpha)} / b^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)} / b^{r(\alpha)}), \quad (\text{A.21}) \\ [\max(a^{l(\alpha)} / b^{l(\alpha)}, a^{l(\alpha)} / b^{r(\alpha)}, a^{r(\alpha)} / b^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)} / b^{r(\alpha)})]$$

Para os casos em que $A > 0$ e $B > 0$:

$$A(\div)B = [a^{l(\alpha)} / b^{r(\alpha)}, a^{r(\alpha)} / b^{l(\alpha)}] \quad (\text{A.22})$$

Para os casos em que $A < 0$ e $B > 0$:

$$A(\div)B = [a^{l(\alpha)} / b^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)} / b^{r(\alpha)}] \quad (\text{A.23})$$

Apêndice B

Demonstrações Matemáticas

Nesse apêndice são apresentadas as demonstrações matemáticas citadas no capítulo três dessa Tese.

A.1. Demonstração de que os métodos da taxa interna de retorno modificada (TIRM) e do valor presente líquido modificado (VPLM) fornecem as mesmas decisões de aceitação ou rejeição para projetos de investimento e de financiamento.

A *TIRM* e o *VPLM* são representados pelas Equações (2.17) e (2.21), reproduzidas a seguir:

$$TIRM = \left[\frac{VT}{VP} \right]^{1/n} - 1 \quad (2.17)$$

$$VPLM = \frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \quad (2.21)$$

O valor terminal (*VT*) e o valor presente (*VP*), bases de cálculo da *TIRM* e do *VPLM*, são obtidos através das Equações (2.19) e (2.20), também reproduzidas a seguir:

$$VT = \sum_{t=1}^n CFE_t (1 + k_{tr})^{n-t} \quad (2.19)$$

$$VP = \sum_{t=0}^n \frac{CFS_t}{(1 + k_{cmpc})^t} \quad (2.20)$$

onde:

- FCE_t são os fluxos de caixa líquidos positivos no final do período t ;
- CFS_t são os fluxos de caixa líquidos negativos ao final do período t ;
- n é o horizonte de vida do projeto;
- k_{tr} é a taxa de reinvestimento;
- k_{cmpc} é a taxa de financiamento;
- k_{tdar} é a taxa de desconto ajustada ao risco.

Assuma que o $VPLM$ de um projeto de investimento é maior do que ou igual a zero ($VPLM \geq 0$).

$$\frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \geq 0 \quad (\text{B1.1})$$

Passando-se VP para o outro lado e multiplicando-se ambos os lados da Inequação (B1.1) por $(1 + k_{tdar})^n$, que é positivo, obtém-se:

$$VT \geq VP(1 + k_{tdar})^n \quad (\text{B1.2})$$

Dividindo-se ambos os lados por VP , obtém-se:

$$\left[\frac{VT}{VP} \right] \geq (1 + k_{tdar})^n \quad (\text{B1.3})$$

Extraindo-se a raiz *enésima* de ambos os lados:

$$\left[\frac{VT}{VP} \right]^{1/n} - 1 \geq k_{tdar} \quad (\text{B1.4})$$

Finalmente:

$$TIRM \geq k_{tdar} \quad (\text{B1.5})$$

c.q.d.

A Inequação (B1.5) estabelece que $TIRM \geq k_{tdar}$ para um projeto de investimento que tem $VPLM \geq 0$. Assim, um projeto de investimento que tem um $VPLM \geq 0$ terá uma $TIRM \geq k_{tdar}$ e deverá ser aceito, adotando-se um ou outro critério. Do mesmo modo, uma demonstração semelhante pode estabelecer que um projeto de investimento que tem um $VPLM < 0$ terá uma $TIRM < k_{tdar}$ e deverá ser rejeitado, adotando-se um ou outro critério.³²

³² Uma demonstração semelhante pode ser estabelecida para projetos de financiamento, exceto que VP é positivo, por definição, para projetos dessa natureza.

A.2. Demonstração de que os métodos da taxa interna de retorno modificada (TIRM) e do valor presente líquido modificado (VPLM) fornecem classificações consistentes de projetos de investimento e de financiamento que tenham a mesma escala e o mesmo horizonte de vida.

A TIRM e o VPLM são representados pelas Equações (2.17) e (2.21), reproduzidas a seguir:

$$TIRM = \left[\frac{VT}{VP} \right]^{1/n} - 1 \quad (2.17)$$

$$VPLM = \frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \quad (2.21)$$

O valor terminal (VT) e o valor presente (VP), bases de cálculo da TIRM e do VPLM, são obtidos através das Equações (2.19) e (2.20), também reproduzidas a seguir:

$$VT = \sum_{t=1}^n CFE_t (1 + k_{tr})^{n-t} \quad (2.19)$$

$$VP = \sum_{t=0}^n \frac{CFS_t}{(1 + k_{cmpc})^t} \quad (2.20)$$

onde:

- FCE_t são os fluxos de caixa líquidos positivos no final do período t ;
- FCS_t são os fluxos de caixa líquidos negativos ao final do período t ;
- n é o horizonte de vida do projeto;
- k_{tr} é a taxa de reinvestimento;
- k_{cmpc} é a taxa de financiamento;
- k_{tdar} é a taxa de desconto ajustada ao risco.

Dado dois projetos de investimento, A e B, que têm a mesma escala e mesmo horizonte de vida:

$$VP_A = VP_B = VP_0 \quad (B2.1)$$

$$n_A = n_B = n \quad (B2.2)$$

Assumindo que o VPLM do projeto A é maior do que o do projeto B:

$$VPLM_A > VPLM_B \quad (B2.3)$$

Se $VP_A = VP_B = VP_0$, $n_A = n_B = n$ e $VPLM_A > VPLM_B$, então, de acordo com a Equação (2.21), o valor terminal do projeto A (VT_A) deve ser maior do que o valor terminal do projeto B (VT_B):

$$VT_A > VT_B \quad (\text{B2.4})$$

Dividindo-se ambos os lados da Inequação (B2.3) pelo valor presente comum aos dois projetos VP_0 , obtém-se:

$$\frac{VT_A}{VP_0} > \frac{VT_B}{VP_0} \quad (\text{B2.5})$$

Extraindo-se a raiz *enésima* de ambos os lados e subtraindo-se 1, também de ambos os lados da Inequação (B2.5), obtém-se:

$$\left[\frac{VT_A}{VP_0} \right]^{1/n} - 1 > \left[\frac{VT_B}{VP_0} \right]^{1/n} - 1 \quad (\text{B2.6})$$

Finalmente:

$$TIRM_A > TIRM_B \quad (\text{B2.7})$$

c.q.d.

A equação (B2.6) estabelece que a $TIRM_A$ é maior do que a $TIRM_B$ para projetos de investimentos, de mesma escala e de mesmo horizonte de vida, que têm $VPLM_A > VPLM_B$. Demonstrações similares podem estabelecer que $TIRM_A < TIRM_B$ se $VPLM_A < VPLM_B$ e que $TIRM_A = TIRM_B$ se $VPLM_A = VPLM_B$ para projetos de investimentos, de mesma escala e de mesmo horizonte de vida.³³

A.3. Demonstração de que os métodos do índice de lucratividade modificado (ILM) e do valor presente líquido modificado (VPLM) fornecem as mesmas decisões de aceitação ou rejeição para projetos de investimento e de financiamento.

O ILM e o $VPLM$ são representados pelas Equações (3.2) e (2.21), reproduzidas a seguir:

$$ILM = \frac{VT(1 + k_{tdar})^{-n}}{VP} \quad (\text{3.2})$$

³³ Uma demonstração semelhante pode estabelecer que os métodos da taxa interna de retorno modificada ($TIRM$) e do valor presente líquido modificado ($VPLM$) fornecem classificações consistentes de projetos de financiamento de mesma escala e de mesmo horizonte de vida.

$$VPLM = \frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \quad (2.21)$$

O valor terminal (VT) e o valor presente (VP), bases de cálculo do ILM e do $VPLM$, são obtidos através das Equações (2.19) e (2.20), também reproduzidas a seguir:

$$VT = \sum_{t=1}^n CFE_t (1 + k_{tr})^{n-t} \quad (2.19)$$

$$VP = \sum_{t=0}^n \frac{CFS_t}{(1 + k_{cmpc})^t} \quad (2.20)$$

onde:

- FCE_t são os fluxos de caixa líquidos positivos no final do período t ;
- FCS_t são os fluxos de caixa líquidos negativos ao final do período t ;
- n é o horizonte de vida do projeto;
- k_{tr} é a taxa de reinvestimento;
- k_{cmpc} é a taxa de financiamento;
- k_{tdar} é a taxa de desconto ajustada ao risco.

Assuma que o $VPLM$ de um projeto de investimento é maior do que ou igual a zero ($VPLM \geq 0$).

$$\frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \geq 0 \quad (B3.1)$$

Passando-se VP para o outro lado da Inequação (B3.1), obtém-se:

$$\frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} \geq VP \quad (B3.2)$$

Dividindo-se ambos os lados da Inequação (B3.2) por VP , obtém-se:

$$\frac{\left[\frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} \right]}{VP} \geq 1 \quad (B3.3)$$

Finalmente:

$$ILM \geq 1 \quad (B3.4)$$

c.q.d.

A Inequação (B3.3) estabelece que $ILM \geq 1$ para um projeto de investimento que tem $VPLM \geq 0$. Assim, um projeto de investimento que tem um $VPLM \geq 0$

terá uma $ILM \geq 1$ e deverá ser aceito, adotando-se um ou outro critério. Do mesmo modo, uma demonstração semelhante pode estabelecer que um projeto de investimento que tem um $VPLM < 0$ terá uma $ILM < 1$ e deverá ser rejeitado, adotando-se um ou outro critério.³⁴

A.4. Demonstração de que os métodos do índice de lucratividade modificado (ILM) e do valor presente líquido modificado (VPLM) fornecem classificações consistentes de projetos de investimento e de financiamento que tenham a mesma escala e o mesmo horizonte de vida.

O ILM e o $VPLM$ são representados pelas Equações (3.2) e (2.21), reproduzidas a seguir:

$$ILM = \frac{VT(1 + k_{tdar})^{-n}}{VP} \quad (3.2)$$

$$VPLM = \frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \quad (2.21)$$

O valor terminal (VT) e o valor presente (VP), bases de cálculo da $TIRM$ e do $VPLM$, são obtidos através das Equações (2.19) e (2.20), também reproduzidas a seguir:

$$VT = \sum_{t=1}^n CFE_t (1 + k_{tr})^{n-t} \quad (2.19)$$

$$VP = \sum_{t=0}^n \frac{CFS_t}{(1 + k_{cmpc})^t} \quad (2.20)$$

onde:

- FCE_t são os fluxos de caixa líquidos positivos no final do período t ;
- FCS_t são os fluxos de caixa líquidos negativos ao final do período t ;
- n é o horizonte de vida do projeto;
- k_{tr} é a taxa de reinvestimento;
- k_{cmpc} é a taxa de financiamento;
- k_{tdar} é a taxa de desconto ajustada ao risco.

³⁴ Uma demonstração semelhante pode ser estabelecida para projetos de financiamento, exceto que VP é positivo, por definição, para projetos dessa natureza.

Dado dois projetos de investimento, A e B, que têm a mesma escala e mesmo horizonte de vida:

$$VP_A = VP_B = VP_0 \quad (\text{B4.1})$$

$$n_A = n_B = n \quad (\text{B4.2})$$

Assumindo que o $VPLM$ do projeto A é maior do que o do projeto B:

$$VPLM_A > VPLM_B \quad (\text{B4.3})$$

Se $VP_A = VP_B = VP_0$, $n_A = n_B = n$ e $VPLM_A > VPLM_B$, então, de acordo com a Equação (2.21), o valor terminal do projeto A (VT_A) deve ser maior do que o valor terminal do projeto B (VT_B):

$$VT_A > VT_B \quad (\text{B4.4})$$

Multiplicando-se ambos os lados da Inequação (B4.4) por $(1 + k_{tdar})^{-n}$, que é positivo, obtém-se:

$$VT_A (1 + k_{tdar})^{-n} \geq VT_B (1 + k_{tdar})^{-n} \quad (\text{B4.5})$$

Dividindo-se ambos os lados da Inequação (B2.3) pelo valor presente comum aos dois projetos VP_0 , obtém-se:

$$\frac{VT_A (1 + k_{tdar})^{-n}}{VP_0} \geq \frac{VT_B (1 + k_{tdar})^{-n}}{VP_0} \quad (\text{B4.6})$$

Finalmente:

$$ILM_A > ILM_B \quad (\text{B4.7})$$

c.q.d.

A equação (B4.6) estabelece que a ILM_A é maior do que a ILM_B para projetos de investimentos, de mesma escala e de mesmo horizonte de vida, que têm $VPLM_A > VPLM_B$. Demonstrações similares podem estabelecer que $ILM_A < ILM_B$ se $VPLM_A < VPLM_B$ e que $ILM_A = ILM_B$ se $VPLM_A = VPLM_B$ para projetos de investimentos, de mesma escala e de mesmo horizonte de vida.³⁵

³⁵ Uma demonstração semelhante pode estabelecer que os métodos do índice de lucratividade modificado (ILM) e do valor presente líquido modificado ($VPLM$) fornecem classificações consistentes de projetos de financiamento de mesma escala e de mesmo horizonte de vida.

A.5. Demonstração de que os métodos do tempo de retorno do investimento modificado (TRIM) e do valor presente líquido modificado (VPLM) fornecem as mesmas decisões de aceitação ou rejeição para projetos de investimento e de financiamento.

O *TRIM* e o *VPLM* são representados pelas Equações (3.3) e (2.21), reproduzidas a seguir:

$$TRIM = \frac{VP}{VT(1 + k_{tdar})^{-n}} \times n \quad (3.3)$$

$$VPLM = \frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \quad (2.21)$$

O valor terminal (*VT*) e o valor presente (*VP*), bases de cálculo do *TRIM* e do *VPLM*, são obtidos através das Equações (2.19) e (2.20), também reproduzidas a seguir:

$$VT = \sum_{t=1}^n CFE_t (1 + k_{tr})^{n-t} \quad (2.19)$$

$$VP = \sum_{t=0}^n \frac{CFS_t}{(1 + k_{cmpc})^t} \quad (2.20)$$

onde:

- FCE_t são os fluxos de caixa líquidos positivos no final do período t ;
- FCS_t são os fluxos de caixa líquidos negativos ao final do período t ;
- n é o horizonte de vida do projeto;
- k_{tr} é a taxa de reinvestimento;
- k_{cmpc} é a taxa de financiamento;
- k_{tdar} é a taxa de desconto ajustada ao risco.

Assuma que o *VPLM* de um projeto de investimento é maior do que ou igual a zero ($VPLM \geq 0$).

$$\frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \geq 0 \quad (B5.1)$$

Passando-se *VP* para o outro lado da Inequação (B5.1), obtém-se:

$$\frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} \geq VP \quad (\text{B5.2})$$

Dividindo-se ambos os lados da Inequação (B5.2) por VP , obtém-se:

$$\frac{\left[\frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} \right]}{VP} \geq 1 \quad (\text{B5.3})$$

Elevando-se à potência (-1) ambos os lados da Inequação (B5.3), obtém-se:

$$\frac{VP}{\left[\frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} \right]} \leq 1 \quad (\text{B5.4})$$

Multiplicando-se ambos os lados por n , obtém-se:

$$\frac{VP}{\left[\frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} \right]} \times n \leq n \quad (\text{B5.5})$$

Finalmente:

$$TRIM \leq n \quad (\text{B5.6})$$

c.q.d.

A Inequação (B5.5) estabelece que $TRIM \leq n$ para um projeto de investimento que tem $VPLM \geq 0$. Assim, um projeto de investimento que tem um $VPLM \geq 0$ terá uma $TRIM \leq n$ e deverá ser aceito, adotando-se um ou outro critério. Do mesmo modo, uma demonstração semelhante pode estabelecer que um projeto de investimento que tem um $VPLM < 0$ terá uma $TRIM > n$ e deverá ser rejeitado, adotando-se um ou outro critério.³⁶

A.6. Demonstração de que os métodos do tempo de retorno do investimento modificado ($TRIM$) e do valor presente líquido modificado ($VPLM$) fornecem classificações consistentes de projetos de investimento e de financiamento que tenham a mesma escala e o mesmo horizonte de vida.

O $TRIM$ e o $VPLM$ são representados pelas Equações (3.3) e (2.21), reproduzidas a seguir:

$$TRIM = \frac{VP}{VT(1 + k_{tdar})^{-n}} \times n \quad (\text{3.3})$$

³⁶ Uma demonstração semelhante pode ser estabelecida para projetos de financiamento, exceto que VP é positivo, por definição, para projetos dessa natureza.

$$VPLM = \frac{VT}{(1 + k_{tdar})^n} - VP \quad (2.21)$$

O valor terminal (VT) e o valor presente (VP), bases de cálculo da $TIRM$ e do $VPLM$, são obtidos através das Equações (2.19) e (2.20), também reproduzidas a seguir:

$$VT = \sum_{t=1}^n CFE_t (1 + k_{tr})^{n-t} \quad (2.19)$$

$$VP = \sum_{t=0}^n \frac{CFS_t}{(1 + k_{cmpc})^t} \quad (2.20)$$

onde:

- FCE_t são os fluxos de caixa líquidos positivos no final do período t ;
- FCS_t são os fluxos de caixa líquidos negativos ao final do período t ;
- n é o horizonte de vida do projeto;
- k_{tr} é a taxa de reinvestimento;
- k_{cmpc} é a taxa de financiamento;
- k_{tdar} é a taxa de desconto ajustada ao risco.

Dado dois projetos de investimento, A e B, que têm a mesma escala e mesmo horizonte de vida do projeto:

$$VP_A = VP_B = VP_0 \quad (B6.1)$$

$$n_A = n_B = n \quad (B6.2)$$

Assumindo que o $VPLM$ do projeto A é maior do que o do projeto B:

$$VPLM_A > VPLM_B \quad (B6.3)$$

Se $VP_A = VP_B = VP_0$, $n_A = n_B = n$ e $VPLM_A > VPLM_B$, então, de acordo com a Equação (2.21), o valor terminal do projeto A (VT_A) deve ser maior do que o valor terminal do projeto B (VT_B):

$$VT_A > VT_B \quad (B6.4)$$

Multiplicando-se ambos os lados da Inequação (B6.4) por $(1 + k_{tdar})^{-n}$, que é positivo, obtém-se:

$$VT_A (1 + k_{tdar})^{-n} \geq VT_B (1 + k_{tdar})^{-n} \quad (B6.5)$$

Dividindo-se ambos os lados da Inequação (B6.5) pelo valor presente comum aos dois projetos VP_0 , obtém-se:

$$\frac{VT_A(1+k_{tdar})^{-n}}{VP_0} \geq \frac{VT_B(1+k_{tdar})^{-n}}{VP_0} \quad (\text{B6.6})$$

Elevando-se à potência (-1) ambos os lados da Inequação (B6.6), obtém-se:

$$\frac{VP_0}{VT_A(1+k_{tdar})^{-n}} \leq \frac{VP_0}{VT_B(1+k_{tdar})^{-n}} \quad (\text{B6.7})$$

Multiplicando-se ambos os lados por n , obtém-se:

$$\frac{VP_0}{VT_A(1+k_{tdar})^{-n}} \times n \leq \frac{VP_0}{VT_B(1+k_{tdar})^{-n}} \times n \quad (\text{B6.8})$$

Finalmente:

$$TRIM_A \leq TRIM_B \quad (\text{B6.9})$$

c.q.d.

A equação (B6.8) estabelece que o $TRIM_A$ é menor do que o ILM_B para projetos de investimentos, de mesma escala e de mesmo horizonte de vida, que têm $VPLM_A > VPLM_B$. Demonstrações similares podem estabelecer que $ILM_A > ILM_B$ se $VPLM_A < VPLM_B$ e que $ILM_A = ILM_B$ se $VPLM_A = VPLM_B$ para projetos de investimentos, de mesma escala e de mesmo horizonte de vida.³⁷

³⁷ Uma demonstração semelhante pode estabelecer que os métodos do índice de lucratividade modificado (ILM) e do valor presente líquido modificado ($VPLM$) fornecem classificações consistentes de projetos de financiamento de mesma escala e de mesmo horizonte de vida.

Apêndice C

Funções Financeiras

Sintaxes e Exemplos de Uso

Nesse apêndice são apresentados sintaxes e exemplos de uso das funções financeiras propostas na tese. As funções estão divididas em dois grupos: funções determinísticas e funções fuzzy.

Função	Descrição
Determinísticas	
MVPL	Valor Presente Líquido Modificado
MIL	Índice de Lucratividade Modificado
MTRI	Tempo de Retorno do Investimento Modificado
Fuzzy	
VPLFuzzy	Valor Presente Líquido Fuzzy
MVPLFuzzy	Valor Presente Líquido Modificado Fuzzy
MTIRFuzzy	Taxa Interna de Retorno Modificada Fuzzy
MILFuzzy	Índice de Lucratividade Modificado Fuzzy
MTRIFuzzy	Tempo de Retorno do Investimento Modificado Fuzzy

C.1

Função Financeira MVPL

Retorna o valor presente líquido modificado para uma série de fluxos de caixa periódicos. A função MVPL considera o custo dos investimentos e os juros recebidos no reinvestimento do capital.

Sintaxe:

MVPL(valores;taxa_financ;taxa_reinvest;taxa_desconto)

Valores é uma matriz ou referência a células que contêm números. Estes números representam uma série de pagamentos (valores negativos) e receitas (valores positivos) que ocorrem em períodos regulares, ao final de cada período.

Taxa_financ é a taxa de juros paga sobre o dinheiro usado nos fluxos de caixa.

Taxa_reinvest é a taxa de juros recebida nos fluxos de caixa ao reinvesti-los.

Taxa_desconto é a taxa de desconto aplicada no fluxo de caixa.

Exemplo de uso:

	A	B
1	Valores	Descrição
2	-1.600,00	O investimento do primeiro ano
3	10.000,00	O retorno do primeiro ano
4	-10.000,00	O investimento do segundo ano
5	23,0%	A taxa de financiamento anual
6	25,0%	A taxa de reinvestimento anual
7	23,0%	A taxa de desconto anual
8	VPL Modificado	Fórmula Utilizada
9	R\$ 52,46	=MVPL(A2:A4; A5;A6;A7)

C.2

Função Financeira MIL

Retorna o índice de lucratividade modificado para uma série de fluxos de caixa periódicos. A função MIL considera o custo dos investimentos e os juros recebidos no reinvestimento do capital.

Sintaxe:

MIL(valores;taxa_financ;taxa_reinvest;taxa_desconto)

Valores é uma matriz ou referência a células que contêm números. Estes números representam uma série de pagamentos (valores negativos) e receitas (valores positivos) que ocorrem em períodos regulares, ao final de cada período.

Taxa_financ é a taxa de juros paga sobre o dinheiro usado nos fluxos de caixa.

Taxa_reinvest é a taxa de juros recebida nos fluxos de caixa ao reinvesti-los.

Taxa_desconto é a taxa de desconto a ser aplicada ao fluxo de caixa.

Exemplo de uso:

	A	B
1	Valores	Descrição
2	-1.600,00	O investimento do primeiro ano
3	10.000,00	O retorno do primeiro ano
4	-10.000,00	O investimento do segundo ano
5	23,0%	A taxa de financiamento anual
6	25,0%	A taxa de reinvestimento anual
7	23,0%	A taxa de desconto anual
8	IL Modificado	Fórmula Utilizada
9	1,01	=MIL(A2:A4; A5;A6;A7)

C.3**Função Financeira MTRI**

Retorna o tempo de retorno do investimento modificado para uma série de fluxos de caixa periódicos. A função MTRI considera o custo dos investimentos e os juros recebidos no reinvestimento do capital.

Sintaxe:

MTRI(valores;taxa_financ;taxa_reinvest;taxa_desconto)

Valores é uma matriz ou referência a células que contêm números. Estes números representam uma série de pagamentos (valores negativos) e receitas (valores positivos) que ocorrem em períodos regulares, ao final de cada período.

Taxa_financ é a taxa de juros paga sobre o dinheiro usado nos fluxos de caixa.

Taxa_reinvest é a taxa de juros recebida nos fluxos de caixa ao reinvesti-los.

Taxa_desconto é a taxa de desconto a ser aplicada ao fluxo de caixa.

Exemplo de uso:

	A	B
1	Valores	Descrição
2	-1.600,00	O investimento do primeiro ano
3	10.000,00	O retorno do primeiro ano
4	-10.000,00	O investimento do segundo ano
5	23,0%	A taxa de financiamento anual
6	25,0%	A taxa de reinvestimento anual
7	23,0%	A taxa de desconto anual
8	TRI Modificado	Fórmula utilizada
9	1,99	=MTRI(A2:A4; A5;A6;A7)

C.4**Função Financeira VPLFuzzy**

Retorna o valor presente líquido fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números fuzzy triangulares, para um determinado grau de pertinência.

Sintaxe:

VPLFuzzy(valores(a_1); valores(a_2); valores(a_3); taxa_desconto(a_1);
taxa_desconto(a_2); taxa_desconto(a_3); Grau; Tipo)

Valores(a_1), valores(a_2) e Valores(a_3) são matrizes ou referências a células que contêm números. Estes números representam os valores dos fluxos de caixa fuzzy (a_1), (a_2) e (a_3) que ocorrem em períodos regulares, ao final de cada período.

Taxa_desconto(a_1), taxa de desconto(a_2) e taxa_desconto(a_3) são as taxas de juros fuzzy (a_1), (a_2) e (a_3) pagas e/ou recebidas sobre o dinheiro usado nos fluxos de caixa fuzzy (a_1), (a_2) e (a_3).

Grau é o grau de pertinência correspondente ao VPL fuzzy^(α) que se deseja calcular.

Tipo é um valor lógico: 0, corresponde ao cálculo do VPL fuzzy^{left(α)} e 1, ao VPL fuzzy^{right(α)}.

Exemplo de uso:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Fluxos de caixa Fuzzy					Taxas de desconto		
2	Ano	$FC^l_{(a1)}$	$FC_{(a2)}$	$FC^r_{(a3)}$			$k_{(a1)}$	$k_{(a2)}$	$k_{(a3)}$
3	0	(1.600)				k	21%	23%	25%
4	1	9.000	10.000	11.000			Grau de Pertinência		
5	2	(11.000)	(10.000)	(9.000)		α	0		
6									
7									
8				Fórmulas utilizadas					
9	$VPL^{l(\alpha)}$	(1.440)		=VPLFuzzy(B4:B5;C4:C5;D4:D5;G3;H3;I3;G5;0)+B3					
10	$VPL^{r(\alpha)}$	1.345		=VPLFuzzy(B4:B5;C4:C5;D4:D5;G3;H3;I3;G5;1)+B3					
11									

C.5**Função Financeira MVPLFuzzy**

Retorna o valor presente líquido modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas representados como números fuzzy triangulares, para um determinado grau de pertinência. A função MVPLFuzzy considera o custo dos investimentos e os juros recebidos no reinvestimento do capital.

Sintaxe:

MVPLFuzzy(valores(a_1); valores(a_2); valores(a_3); taxa_financ(a_1);
taxa_financ(a_2); taxa_financ(a_3); taxa_reinvest(a_1);
taxa_reinvest(a_2); taxa_reinvest(a_3); taxa_desconto(a_1);
taxa_desconto(a_2); taxa_desconto(a_3); Grau; Tipo)

Valores(a_1), valores(a_2) e Valores(a_3) são matrizes ou referências a células que contêm números. Estes números representam os valores dos fluxos de caixa fuzzy (a_1), (a_2) e (a_3) que ocorrem em períodos regulares, ao final de cada período.

Taxa_financ(a_1), taxa_financ(a_2), taxa_financ(a_3) são as taxa de juros fuzzy (a_1), (a_2) e (a_3) pagas sobre o dinheiro usado nos fluxos de caixa.

Taxa_reinvest(a_1), taxa_reinvest(a_2), taxa_reinvest(a_3), são as taxas de juros fuzzy recebidas nos fluxos de caixa ao reinvesti-los.

$Taxa_desconto(a_1)$, $taxa_desconto(a_2)$, $taxa_desconto(a_3)$ são as taxas de desconto aplicadas nos fluxos de caixa.

$Grau$ é o grau de pertinência correspondente ao $MVPL$ fuzzy^(α) que se deseja calcular.

$Tipo$ é um valor lógico: 0, corresponde ao cálculo do $MVPL$ fuzzy^{left(α)} e 1, ao $MVPL$ fuzzy^{right(α)}.

Exemplo de uso:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Fluxos de caixa Fuzzy					Taxas de desconto Fuzzy		
2	Ano	$FC^l_{(a_1)}$	$FC_{(a_2)}$	$FC^r_{(a_3)}$			$k_{(a_1)}$	$k_{(a_2)}$	$k_{(a_3)}$
3	0	(1.600)	(1.600)	(1.600)		k_{tr}	23%	25%	27%
4	1	9.000	10.000	11.000		k_{cmpc}	21%	23%	25%
5	2	(11.000)	(10.000)	(9.000)		k_{tdar}	21%	23%	25%
6							Grau de Pertinência		
7						α	0		
8			Fórmulas utilizadas						
9	$MVPL^{l(a)}$	2.028	=MVPLfuzzy(B3:B5;C3:C5;D3:D5;G3:I3;G4:I4;G5:I5;G7;0)						
10	$MVPL^{r(a)}$	2.181	=MVPLfuzzy(B3:B5;C3:C5;D3:D5;G3:I3;G4:I4;G5:I5;G7;1)						
11									

C.6

Função Financeira MTIRFuzzy

Retorna a taxa interna de retorno modificada fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas representados como números fuzzy triangulares, para um determinado grau de pertinência. A função MTIRFuzzy considera o custo dos investimentos e os juros recebidos no reinvestimento do capital.

Sintaxe:

MTIRFuzzy(valores(a_1); valores(a_2); valores(a_3); taxa_financ(a_1);
 taxa_financ(a_2); taxa_financ(a_3); taxa_reinvest(a_1);
 taxa_reinvest(a_2); taxa_reinvest(a_3); Grau;Tipo)

Valores(a_1), valores(a_2) e Valores(a_3) são matrizes ou referências a células que contêm números. Estes números representam os valores dos fluxos de caixa fuzzy (a_1), (a_2) e (a_3) que ocorrem em períodos regulares, ao final de cada período.

$Taxa_financ(a_1)$, $taxa_financ(a_2)$, $taxa_financ(a_3)$ são as taxa de juros fuzzy (a_1), (a_2) e (a_3) pagas sobre o dinheiro usado nos fluxos de caixa.

$Taxa_reinvest(a_1)$, $taxa_reinvest(a_2)$, $taxa_reinvest(a_3)$, são as taxas de juros fuzzy recebidas nos fluxos de caixa ao reinvesti-los.

Grau é o grau de pertinência correspondente ao $MTIR$ fuzzy^(α) que se deseja calcular.

Tipo é um valor lógico: 0, corresponde ao cálculo do $MTIR$ fuzzy^{left(α)} e 1, ao $MTIRL$ fuzzy^{right(α)}.

Exemplo de uso:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Fluxos de caixa Fuzzy					Taxas de desconto Fuzzy		
2	Ano	$FC^l_{(a1)}$	$FC_{(a2)}$	$FC^r_{(a3)}$			$k_{(a1)}$	$k_{(a2)}$	$k_{(a3)}$
3	0	(1.600)	(1.600)	(1.600)		k_{tr}	23%	25%	27%
4	1	9.000	10.000	11.000		k_{cmpc}	21%	23%	25%
5	2	(11.000)	(10.000)	(9.000)		k_{tdar}	21%	23%	25%
6							Grau de Pertinência		
7						α	0		
8			Fórmulas utilizadas						
9	$MTIR^{(a)}$	10,2%	=MTIRFuzzy(B3:B5;C3:C5;D3:D5;G3:I3;G4:I4;G7;0)						
10	$MTIR^{r(a)}$	37,8%	=MTIRFuzzy(B3:B5;C3:C5;D3:D5;G3:I3;G4:I4;G7;1)						
11									

C.7

Função Financeira MILFuzzy

Retorna o índice de lucratividade modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas representados como números fuzzy triangulares, para um determinado grau de pertinência. A função MILFuzzy considera o custo dos investimentos e os juros recebidos no reinvestimento do capital.

Sintaxe:

MILFuzzy(valores(a_1); valores(a_2); valores(a_3); taxa_financ(a_1);
 taxa_financ(a_2); taxa_financ(a_3); taxa_reinvest(a_1);
 taxa_reinvest(a_2); taxa_reinvest(a_3); taxa_desconto(a_1);
 taxa_desconto(a_2); taxa_desconto(a_3); Grau; Tipo)

$Valores(a_1)$, $valores(a_2)$ e $Valores(a_3)$ são matrizes ou referências a células que contêm números. Estes números representam os valores dos fluxos de caixa fuzzy (a_1), (a_2) e (a_3) que ocorrem em períodos regulares, ao final de cada período.

$Taxa_financ(a_1)$, $taxa_financ(a_2)$, $taxa_financ(a_3)$ são as taxa de juros fuzzy (a_1), (a_2) e (a_3) pagas sobre o dinheiro usado nos fluxos de caixa.

$Taxa_reinvest(a_1)$, $taxa_reinvest(a_2)$, $taxa_reinvest(a_3)$, são as taxas de juros fuzzy recebidas nos fluxos de caixa ao reinvesti-los.

$Taxa_desconto(a_1)$, $taxa_desconto(a_2)$, $taxa_desconto(a_3)$ são as taxas de desconto aplicadas nos fluxos de caixa.

$Grau$ é o grau de pertinência correspondente ao MIL fuzzy^(α) que se deseja calcular.

$Tipo$ é um valor lógico: 0, corresponde ao cálculo do MIL fuzzy^{left(α)} e 1, ao MIL fuzzy^{right(α)}.

Exemplo de uso:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Fluxos de caixa Fuzzy					Taxas de desconto Fuzzy		
2	Ano	$FC^l_{(a1)}$	$FC_{(a2)}$	$FC^r_{(a3)}$			$k_{(a1)}$	$k_{(a2)}$	$k_{(a3)}$
3	0	(1.600)	(1.600)	(1.600)		k_{tr}	23%	25%	27%
4	1	9.000	10.000	11.000		k_{cmpc}	21%	23%	25%
5	2	(11.000)	(10.000)	(9.000)		k_{tdar}	21%	23%	25%
6							Grau de Pertinência		
7						α	0		
8			Fórmulas utilizadas						
9	$MIL^{l(\alpha)}$	0,78	=MILFuzzy(B3:B5;C3:C5;D3:D5;G3:I3;G4:I4;G5:I5;G7;0)						
10	$MIL^{r(\alpha)}$	1,30	=MILFuzzy(B3:B5;C3:C5;D3:D5;G3:I3;G4:I4;G5:I5;G7;1)						
11									

C.8

Função Financeira MTRIFuzzy

Retorna o tempo de retorno modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas representados como números fuzzy triangulares, para um determinado grau de pertinência. A função MTRIFuzzy considera o custo dos investimentos e os juros recebidos no reinvestimento do capital.

Sintaxe:

MTRIFuzzy(valores(a_1); valores(a_2); valores(a_3); taxa_financ(a_1);

taxa_financ(a_2); taxa_financ(a_3); taxa_reinvest(a_1);

taxa_reinvest(a_2); taxa_reinvest(a_3); taxa_desconto(a_1);

taxa_desconto(a_2); taxa_desconto(a_3); Grau; Tipo)

Valores(a_1), valores(a_2) e Valores(a_3) são matrizes ou referências a células que contêm números. Estes números representam os valores dos fluxos de caixa fuzzy (a_1), (a_2) e (a_3) que ocorrem em períodos regulares, ao final de cada período.

Taxa_financ(a_1), taxa_financ(a_2), taxa_financ(a_3) são as taxa de juros fuzzy (a_1), (a_2) e (a_3) pagas sobre o dinheiro usado nos fluxos de caixa.

Taxa_reinvest(a_1), taxa_reinvest(a_2), taxa_reinvest(a_3), são as taxas de juros fuzzy recebidas nos fluxos de caixa ao reinvesti-los.

Taxa_desconto(a_1), taxa_desconto(a_2), taxa_desconto(a_3) são as taxas de desconto aplicadas nos fluxos de caixa.

Grau é o grau de pertinência correspondente ao MTRI fuzzy^(α) que se deseja calcular.

Tipo é um valor lógico: 0, corresponde ao cálculo do MTRI fuzzy^{left(α)} e 1, ao MTRI fuzzy^{right(α)}.

Exemplo de uso:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Fluxos de caixa Fuzzy					Taxas de desconto Fuzzy		
2	Ano	FC ^l _(a1)	FC _(a2)	FC ^r _(a3)			k _(a1)	k _(a2)	k _(a3)
3	0	(1.600)	(1.600)	(1.600)		k_{tr}	23%	25%	27%
4	1	9.000	10.000	11.000		k_{cmpc}	21%	23%	25%
5	2	(11.000)	(10.000)	(9.000)		k_{tdar}	21%	23%	25%
6							Grau de Pertinência		
7						α	0		
8			Fórmulas utilizadas						
9	MTRI ^{l(a)}	1,54	=MTRIFuzzy(B3:B5;C3:C5;D3:D5;G3:I3;G4:I4;G5:I5;G7;0)						
10	MTRI ^{r(a)}	2,57	=MTRIFuzzy(B3:B5;C3:C5;D3:D5;G3:I3;G4:I4;G5:I5;G7;1)						
11									

Apêndice D

Funções Financeiras

Códigos VBA

Nesse apêndice são apresentados os códigos VBA e recomendações de uso das funções financeiras propostas nessa Tese. As funções estão divididas em dois grupos: funções determinísticas e funções fuzzy.

Função	Descrição
Determinísticas	
MVPL	Valor Presente Líquido Modificado
MIL	Índice de Lucratividade Modificado
MTRI	Tempo de Retorno do Investimento Modificado
Fuzzy	
VPLFuzzy	Valor Presente Líquido Fuzzy
MVPLFuzzy	Valor Presente Líquido Modificado Fuzzy
MTIRFuzzy	Taxa Interna de Retorno Modificada Fuzzy
MILFuzzy	Índice de Lucratividade Modificado Fuzzy
MTRIFuzzy	Tempo de Retorno do Investimento Modificado Fuzzy

D.1

Função Financeira MVPL

Option Base 1

Public Function MVPL(Valores As Range, Taxa_financ As Double, Taxa_reinvest As Double, Taxa_desconto As Double) As Double

' =====

' Retorna o valor presente líquido modificado (MVPL) para uma série de

' fluxos de caixa periódicos, não necessariamente convencionais.

' Autor: Antonio Carlos de Souza Sampaio Filho

'

=====

' Dimensionar vetores para os fluxos de caixa positivos e negativos.

Dim ValoresPos() As Double

Dim ValoresNeg() As Double

ReDim ValoresPos(Valores.Count)

ReDim ValoresNeg(Valores.Count)

' Impedir a atualização da tela durante a execução da macro.

Application.ScreenUpdating = False

' Tratar erros.

' Através da função VPL, constante da fórmula da função MVPL,

' é verificado se algum argumento não é numérico.

'

' Criar vetores de fluxos de caixa positivos e de negativos.

For I = 1 To Valores.Count

 If Valores(I) >= 0 Then

 ValoresPos(I) = Valores(I)

 ValoresNeg(I) = 0

 Else

 ValoresNeg(I) = Valores(I)

 ValoresPos(I) = 0

 End If

Next

' Calcular o VPL dos fluxos de caixa positivos.

$$\text{VPLpos} = \text{NPV}(\text{Taxa_reinvest}, \text{ValoresPos})$$

' Calcular Valor Terminal dos fluxos de caixa positivos.

$$\text{VT} = \text{VPLpos} * ((1 + \text{Taxa_reinvest}) ^ (\text{Valores.Count}))$$

' Calcular VPL dos fluxos de caixa negativos.

$$\text{VPLneg} = \text{NPV}(\text{Taxa_financ}, \text{ValoresNeg})$$

' Calcular Valor Presente dos fluxos de caixa negativos.

$$\text{VP} = \text{VPLneg} * (1 + \text{Taxa_financ})$$

' Calcular a MVPL.

$$\text{MVPL} = \text{VT} / ((1 + \text{Taxa_desconto}) ^ (\text{Valores.Count} - 1)) + \text{VP}$$

End Function

Sub DetalhesFuncoes()

' Macro complementar para inserir a descrição da função MVPL. Para

' incorporar a descrição, é necessário executar essa macro ao menos

' uma vez, clicando, por exemplo, no botão Executar Sub/UseForm.

,

' Caso você prefira não instalar a função MVPL no grupo de funções

' financeiras do MS-Excel, antes de executar essa sub-rotina,

' remova o argumento Category:=1 no final da próxima

' linha (após as aspas). Removendo esse argumento, a função ficará disponível no

' grupo de funções definidas pelo usuário.

```
Application.MacroOptions "MVPL", "Retorna o valor presente líquido
modificado para uma série de fluxos de caixa periódicos, considerando o custo do
investimento e os juros de reinvestimento de caixa.", _
Category:=1
```

```
End Sub
```

D.2

Função Financeira MIL

Option Base 1

```
Public Function MIL(Valores As Range, Taxa_financ As Double, Taxa_reinvest
As Double, Taxa_desconto As Double) As Double
```

```
' =====
' Retorna o índice de lucratividade modificado (MIL) para uma série de
' fluxos de caixa periódicos, não necessariamente convencionais.
' Autor: Antonio Carlos de Souza Sampaio Filho
'
```

```
' Dimensionar vetores para os fluxos de caixa positivos e negativos.
```

```
Dim ValoresPos() As Double
```

```
Dim ValoresNeg() As Double
```

```
ReDim ValoresPos(Valores.Count)
```

```
ReDim ValoresNeg(Valores.Count)
```

```
' Impedir a atualização da tela durante a execução da macro.
```

```
Application.ScreenUpdating = False
```

' Tratar erros.

' Através da função VPL, constante da fórmula da função MIL,
' é verificado se algum argumento não é numérico.

,

' Criar vetores de fluxos de caixa positivos e de negativos.

For I = 1 To Valores.Count

 If Valores(I) >= 0 Then

 ValoresPos(I) = Valores(I)

 ValoresNeg(I) = 0

 Else

 ValoresNeg(I) = Valores(I)

 ValoresPos(I) = 0

 End If

Next

' Calcular o VPL dos fluxos de caixa positivos.

VPLpos = NPV(Taxa_reinvest, ValoresPos)

' Calcular Valor Terminal dos fluxos de caixa positivos.

VT = VPLpos * ((1 + Taxa_reinvest) ^ (Valores.Count))

' Calcular VPL dos fluxos de caixa negativos.

VPLneg = NPV(Taxa_financ, ValoresNeg)

' Calcular Valor Presente dos fluxos de caixa negativos.

VP = VPLneg * (1 + Taxa_financ)

' Calcular o MVPL.

$$\text{MIL} = -\text{VT} / ((1 + \text{Taxa_desconto}) ^ (\text{Valores.Count} - 1)) / \text{VP}$$

End Function

Sub DetalhesFuncoes()

' Macro complementar para inserir a descrição da função MIL. Para

' incorporar a descrição, é necessário executar essa macro ao menos

' uma vez, clicando, por exemplo, no botão Executar Sub/UseForm.

,

' Caso você prefira não instalar a função MIL no grupo de funções

' financeiras do MS-Excel, antes de executar essa sub-rotina,

' remova o argumento Category:=1 no final da próxima

' linha (após as aspas). Removendo esse argumento, a função ficará disponível no

' grupo de funções definidas pelo usuário.

Application.MacroOptions "MIL", "Retorna o índice de lucratividade modificado
para uma série de fluxos de caixa periódicos, considerando o custo do
investimento e os juros de reinvestimento de caixa.", _

Category:=1

End Sub

D.3

Função Financeira MTRI

Option Base 1

Public Function MTRI(Valores As Range, Taxa_financ As Double, Taxa_reinvest
As Double, Taxa_desconto As Double) As Double

```
' =====
' Retorna o tempo de retorno do investimento modificado (TRIM) para uma
' série de fluxos de caixa periódicos, não necessariamente convencionais.
' Autor: Antonio Carlos de Souza Sampaio Filho
' =====
```

```
' Dimensionar vetores para os fluxos de caixa positivos e negativos.
```

```
Dim ValoresPos() As Double
```

```
Dim ValoresNeg() As Double
```

```
ReDim ValoresPos(Valores.Count)
```

```
ReDim ValoresNeg(Valores.Count)
```

```
' Impedir a atualização da tela durante a execução da macro.
```

```
Application.ScreenUpdating = False
```

```
' Tratar erros.
```

```
' Através da função VPL, constante da fórmula da função MTRI,
```

```
' é verificado se algum argumento não é numérico.
```

```
'
```

```
' Criar vetores de fluxos de caixa positivos e de negativos.
```

```
For I = 1 To Valores.Count
```

```
    If Valores(I) >= 0 Then
```

```
        ValoresPos(I) = Valores(I)
```

```
        ValoresNeg(I) = 0
```

```
    Else
```

```
        ValoresNeg(I) = Valores(I)
```

```
        ValoresPos(I) = 0
```

```
    End If
```

```
Next
```

' Calcular o VPL dos fluxos de caixa positivos.

$$\text{VPLpos} = \text{NPV}(\text{Taxa_reinvest}, \text{ValoresPos})$$

' Calcular Valor Terminal dos fluxos de caixa positivos.

$$\text{VT} = \text{VPLpos} * ((1 + \text{Taxa_reinvest}) ^ (\text{Valores.Count}))$$

' Calcular VPL dos fluxos de caixa negativos.

$$\text{VPLneg} = \text{NPV}(\text{Taxa_financ}, \text{ValoresNeg})$$

' Calcular Valor Presente dos fluxos de caixa negativos.

$$\text{VP} = \text{VPLneg} * (1 + \text{Taxa_financ})$$

' Calcular a MVPL.

$$\text{MTRI} = -1 / (\text{VT} / ((1 + \text{Taxa_desconto}) ^ (\text{Valores.Count} - 1)) / \text{VP}) * (\text{Valores.Count} - 1)$$

End Function

Sub DetalhesFuncoes()

' Macro complementar para inserir a descrição da função MTRI. Para
' incorporar a descrição, é necessário executar essa macro ao menos
' uma vez, clicando, por exemplo, no botão Executar Sub/UseForm.
,

' Caso você prefira não instalar a função MTRI no grupo de funções
' financeiras do MS-Excel, antes de executar essa sub-rotina,
' remova o argumento Category:=1 no final da próxima
' linha (após as aspas). Removendo esse argumento, a função ficará disponível no
' grupo de funções definidas pelo usuário.

Application.MacroOptions "MTRI", "Retorna o tempo de retorno do investimento modificado para uma série de fluxos de caixa periódicos, considerando o custo do investimento e os juros de reinvestimento de caixa.", _
Category:=1

End Sub

D.4

Função Financeira VPLFuzzy

Option Base 1

Public Function VPLFuzzy(ValoresM1 As Range, ValoresM2 As Range, ValoresM3 As Range, TaxaM1 As Double, TaxaM2 As Double, TaxaM3 As Double, Grau As Double, Tipo As Double) As Double

```
'=====
' Essa função retorna o valor presente líquido fuzzy para uma série de fluxos de
' caixa periódicos e taxas de desconto representados como números triangulares
' fuzzy, para um determinado grau de pertinência (alfa).
' Autor: Antonio Carlos de Souza Sampaio Filho
' =====
'
```

Dim FCleft() As Double

Dim FCright() As Double

ReDim FCleft(ValoresM1.Count)

ReDim FCright(ValoresM1.Count)

```

'
' Bloqueio da atualização da tela durante a execução da macro.
'
Application.ScreenUpdating = False

'
' Tratamento de Erros
' Verificação se a quantidade de elementos dos fluxos de caixa fuzzy m1, m2 e
' m3) é igual.
'
If ValoresM1.Count <> ValoresM2.Count Or ValoresM1.Count <>
ValoresM3.Count Then
    VPLFuzzy = CVErr(xlErrNum)
    Exit Function
Else
End If

' Cálculo dos vetores de fluxos de caixa fuzzy (left e right) correspondentes ao
' grau de pertinência informado pelo usuário.
'
For I = 1 To ValoresM1.Count
    FCleft(I) = ValoresM1(I) + (ValoresM2(I) - ValoresM1(I)) * Grau
    FCright(I) = ValoresM3(I) - (ValoresM3(I) - ValoresM2(I)) * Grau
Next

' Cálculo das taxas de desconto fuzzy (left e right) correspondentes ao grau de
' pertinência informado pelo usuário.
'
TXleft = TaxaM1 + (TaxaM2 - TaxaM1) * Grau
TXright = TaxaM3 - (TaxaM3 - TaxaM2) * Grau

' Cálculo do valor do VPLfuzzy(left, alfa) ou do VPLfuzzy(right, alfa) para um
' determinado grau de pertinência informado pelo usuário.
'

```



```

Somatorio = 0
If Tipo = 0 Then
    For I = 1 To ValoresM1.Count
        If FCleft(I) > 0 Then
            Somatorio = Somatorio + FCleft(I) / ((1 + TXright) ^ I)
        Else
            Somatorio = Somatorio + FCleft(I) / ((1 + TXleft) ^ I)
        End If
    Next
Else
    For I = 1 To ValoresM1.Count
        If FCright(I) > 0 Then
            Somatorio = Somatorio + FCright(I) / ((1 + TXleft) ^ I)
        Else
            Somatorio = Somatorio + FCright(I) / ((1 + TXright) ^ I)
        End If
    Next
End If
VPLFuzzy = Somatorio

End Function

```

Sub DetalhesFuncoes()

```

' Macro complementar para inserir a descrição da função VPLFuzzy. Para
' incorporar a descrição, é necessário executar essa macro ao menos uma vez,
' clicando, por exemplo, no botão Executar Sub/UseForm.
'
' Caso você prefira não instalar a função VPLFuzzy no grupo de funções
' financeiras do MS-Excel, antes de executar essa sub-rotina, remova o argumento
' Category:=1 no final da próxima linha (após as aspas). Removendo esse
' argumento, a função ficará disponível no grupo de funções definidas pelo
' usuário.
'

```

Application.MacroOptions "VPLfuzzy", "Retorna o valor presente líquido fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números triangulares fuzzy, para um grau de pertinência.", _
Category:=1

End Sub

D.5

Função Financeira MVPLFuzzy

Option Base 1

Public Function MVPLFuzzy(ValoresM1 As Range, ValoresM2 As Range, ValoresM3 As Range, Taxa_financM1 As Double, Taxa_financM2 As Double, Taxa_financM3 As Double, Taxa_reinvestM1 As Double, Taxa_reinvestM2 As Double, Taxa_reinvestM3 As Double, Taxa_descontoM1 As Double, Taxa_descontoM2 As Double, Taxa_descontoM3 As Double, Grau As Double, Tipo As Double) As Double

'=====

' Objetivo:

' Essa função retorna o valor presente líquido modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representadas como números fuzzy triangulares, para um determinado grau de pertinência (alfa).

'

' Autor:

' Antonio Carlos de Souza Sampaio Filho

'=====

'

' Dimensionamento dos vetores para os fluxos de caixa fuzzy (left e right)

'

Dim FCleft() As Double

Dim FCright() As Double

```

ReDim FCleft(ValoresM1.Count)
ReDim FCright(ValoresM1.Count)

'
' Bloqueio da atualização da tela durante a execução da macro.
'
Application.ScreenUpdating = False
'
' Tratamento de Erros
' Verificação se a quantidade de elementos dos fluxos de caixa fuzzy m1, m2 e
' m3) é igual.
'
If ValoresM1.Count <> ValoresM2.Count Or ValoresM1.Count <>
ValoresM3.Count Then
    MVPLFuzzy = CVErr(xlErrNum)
    Exit Function
Else
End If

' Cálculo dos vetores de fluxos de caixa fuzzy (left e right) correspondentes ao
' grau de pertinência informado pelo usuário.
'
For I = 1 To ValoresM1.Count
    FCleft(I) = ValoresM1(I) + (ValoresM2(I) - ValoresM1(I)) * Grau
    FCright(I) = ValoresM3(I) - (ValoresM3(I) - ValoresM2(I)) * Grau
Next

'
' Cálculo das taxas de desconto fuzzy (left e right) correspondentes ao grau de
' pertinência informado pelo usuário.
'
Taxa_financleft = Taxa_financM1 + (Taxa_financM2 - Taxa_financM1) *
Grau

```

```

Taxa_financright = Taxa_financM3 - (Taxa_financM3 - Taxa_financM2) *
Grau
'
Taxa_reinvestleft = Taxa_reinvestM1 + (Taxa_reinvestM2 - Taxa_reinvestM1)
* Grau
Taxa_reinvestright = Taxa_reinvestM3 - (Taxa_reinvestM3 -
Taxa_reinvestM2) * Grau
'
Taxa_descontoleft = Taxa_descontoM1 + (Taxa_descontoM2 -
Taxa_descontoM1) * Grau
Taxa_descontoright = Taxa_descontoM3 - (Taxa_descontoM3 -
Taxa_descontoM2) * Grau
'
' Cálculo do valor do presente e do valor terminal (left, alfa) ou
' (right, alfa) para um determinado grau de pertinência informado pelo usuário.
'
VT = 0
VP = 0
If Tipo = 0 Then
  For I = 1 To ValoresM1.Count
    If FCleft(I) >= 0 Then
      VT = VT + FCleft(I) * ((1 + Taxa_reinvestleft) ^ (ValoresM1.Count -
I))
    Else
      VP = VP + FCleft(I) / ((1 + Taxa_financleft) ^ (I - 1))
    End If
  Next
Else
  For I = 1 To ValoresM1.Count
    If FCright(I) > 0 Then
      VT = VT + FCright(I) * ((1 + Taxa_reinvestright) ^ (ValoresM1.Count
- I))
    Else

```

```

        VP = VP + FCright(I) / ((1 + Taxa_financright) ^ (I - 1))
    End If
Next
End If
'

If Tipo = 0 Then
    MVPLFuzzy = VT / ((1 + Taxa_descontoright) ^ (ValoresM1.Count - 1)) +
VP
Else
    MVPLFuzzy = VT / ((1 + Taxa_descontoleft) ^ (ValoresM1.Count - 1)) +
VP
End If
'

End Function

```

Sub DetalhesFuncoes()

```

' Macro complementar para inserir a descrição da função MVPLFuzzy. Para
' incorporar a descrição, é necessário executar essa macro ao menos uma vez,
' clicando, por exemplo, no botão Executar Sub/UseForm.
'
' Caso você prefira não instalar a função MVPLFuzzy no grupo de funções
' financeiras do MS-Excel, antes de executar essa sub-rotina, remova o argumento
' Category:=1 no final da próxima linha (após as aspas). Removendo esse
' argumento, a função ficará disponível no grupo de funções definidas pelo
' usuário.
'

```

```

Application.MacroOptions "MVPLFuzzy", "Retorna o valor presente líquido
modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto
representados como números fuzzy triangulares, para um grau de pertinência.", _
Category:=1

```

End Sub

D.6

Função Financeira MTIRFuzzy

Option Base 1

Public Function MTIRFuzzy(ValoresM1 As Range, ValoresM2 As Range, ValoresM3 As Range, Taxa_financM1 As Double, Taxa_financM2 As Double, Taxa_financM3 As Double, Taxa_reinvestM1 As Double, Taxa_reinvestM2 As Double, Taxa_reinvestM3 As Double, Taxa_descontom1 As Double, Taxa_descontoM2 As Double, Taxa_descontoM3 As Double, Grau As Double, Tipo As Double) As Double

```
'
' =====
' Objetivo:
' Essa função retorna a taxa interna de retorno modificada fuzzy para uma série de
' fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números
' fuzzy triangulares, para um determinado grau de pertinência (alfa).'
'
' Autor:
' Antonio Carlos de Souza Sampaio Filho
' =====
'
' Dimensionamento dos vetores para os fluxos de caixa fuzzy (left e right)
'
Dim FCleft() As Double
Dim FCright() As Double

ReDim FCleft(ValoresM1.Count)
ReDim FCright(ValoresM1.Count)

'
' Bloqueio da atualização da tela durante a execução da macro.
'
```

```

Application.ScreenUpdating = False
'
' Tratamento de Erros
' Verificação se a quantidade de elementos dos fluxos de caixa fuzzy m1, m2 e
' m3) é igual.
'
If ValoresM1.Count <> ValoresM2.Count Or ValoresM1.Count <>
ValoresM3.Count Then
    MTIRFuzzy = CErr(xlErrNum)
    Exit Function
Else
End If
'
' Cálculo dos vetores de fluxos de caixa fuzzy (left e right) correspondentes ao
' grau de pertinência informado pelo usuário.
'
For I = 1 To ValoresM1.Count
    FCleft(I) = ValoresM1(I) + (ValoresM2(I) - ValoresM1(I)) * Grau
    FCright(I) = ValoresM3(I) - (ValoresM3(I) - ValoresM2(I)) * Grau
Next
'
' Cálculo das taxas de desconto fuzzy (left e right) correspondentes ao grau de
' pertinência informado pelo usuário.
'
Taxa_financleft = Taxa_financM1 + (Taxa_financM2 - Taxa_financM1) *
Grau
Taxa_financright = Taxa_financM3 - (Taxa_financM3 - Taxa_financM2) *
Grau
'
Taxa_reinvestleft = Taxa_reinvestM1 + (Taxa_reinvestM2 - Taxa_reinvestM1)
* Grau
Taxa_reinvestright = Taxa_reinvestM3 - (Taxa_reinvestM3 -
Taxa_reinvestM2) * Grau

```

```

'
Taxa_descontoleft = Taxa_descontoM1 + (Taxa_descontoM2 -
Taxa_descontoM1) * Grau
Taxa_descontoright = Taxa_descontoM3 - (Taxa_descontoM3 -
Taxa_descontoM2) * Grau
'
' Cálculo dos valores presente e terminal(left, alfa) ou (right, alfa) para um
' determinado grau de pertinência informado pelo usuário.
'
VT = 0
VP = 0
If Tipo = 0 Then
  For I = 1 To ValoresM1.Count
    If FCleft(I) >= 0 Then
      VT = VT + FCleft(I) * ((1 + Taxa_reinvestleft) ^ (ValoresM1.Count -
I))
    Else
      VP = VP + FCleft(I) / ((1 + Taxa_financleft) ^ (I - 1))
    End If
  Next
Else
  For I = 1 To ValoresM1.Count
    If FCright(I) > 0 Then
      VT = VT + FCright(I) * ((1 + Taxa_reinvestright) ^ (ValoresM1.Count
- I))
    Else
      VP = VP + FCright(I) / ((1 + Taxa_financright) ^ (I - 1))
    End If
  Next
End If

MTIRFuzzy = (-VT / VP) ^ (1 / (ValoresM1.Count - 1)) - 1
'

```


End Function

Sub DetalhesFuncoes()

```
' Macro complementar para inserir a descrição da função MTIRFuzzy. Para
' incorporar a descrição, é necessário executar essa macro ao menos uma vez,
' clicando, por exemplo, no botão Executar Sub/UseForm.
'
' Caso você prefira não instalar a função M|TIRFuzzy no grupo de funções
' financeiras do MS-Excel, antes de executar essa sub-rotina, remova o argumento
' Category:=1 no final da próxima linha (após as aspas). Removendo esse
' argumento, a função ficará disponível no grupo de funções definidas pelo
' usuário.
'
```

```
Application.MacroOptions "MTIRFuzzy", "Retorna a taxa interna de retorno
modificada fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto
representados como números fuzzy triangulares, para um grau de pertinência.", _
Category:=1
```

End Sub

D.7

Função Financeira MILFuzzy

Option Base 1

```
Public Function MILFuzzy(ValoresM1 As Range, ValoresM2 As Range,
ValoresM3 As Range, Taxa_financM1 As Double, Taxa_financM2 As Double,
Taxa_financM3 As Double, Taxa_reinvestM1 As Double, Taxa_reinvestM2 As
Double, Taxa_reinvestM3 As Double, Taxa_descontoM1 As Double,
Taxa_descontoM2 As Double, Taxa_descontoM3 As Double, Grau As Double,
Tipo As Double) As Double
```

```

'
=====
' Objetivo:
' Essa função retorna o índice de lucratividade modificado fuzzy para uma série
' de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números
' fuzzy triangulares, para um determinado grau de pertinência (alfa).
'
' Autor:
' Antonio Carlos de Souza Sampaio Filho
'
=====
'
' Dimensionamento dos vetores para os fluxos de caixa fuzzy (left e right)
'
Dim FCleft() As Double
Dim FCright() As Double

ReDim FCleft(ValoresM1.Count)
ReDim FCright(ValoresM1.Count)

'
' Bloqueio da atualização da tela durante a execução da macro.
'
Application.ScreenUpdating = False
'
' Tratamento de Erros
' Verificação se a quantidade de elementos dos fluxos de caixa fuzzy m1, m2 e
' m3) é igual e se eles são totalmente positivos ou totalmente negativos.
'
If ValoresM1.Count <> ValoresM2.Count Or ValoresM1.Count <>
ValoresM3.Count Then
    MILFuzzy = CVErr(xlErrNum)
    Exit Function
Else

```

```

End If
'
' Cálculo dos vetores de fluxos de caixa fuzzy (left e right) correspondentes ao
' grau de pertinência informado pelo usuário.
'
For I = 1 To ValoresM1.Count
    FCleft(I) = ValoresM1(I) + (ValoresM2(I) - ValoresM1(I)) * Grau
    FCright(I) = ValoresM3(I) - (ValoresM3(I) - ValoresM2(I)) * Grau
Next

'
' Cálculo das taxas de desconto fuzzy (left e right) correspondentes ao grau de
' pertinência informado pelo usuário.
'
Taxa_financleft = Taxa_financM1 + (Taxa_financM2 - Taxa_financM1) *
Grau
Taxa_financright = Taxa_financM3 - (Taxa_financM3 - Taxa_financM2) *
Grau
'
Taxa_reinvestleft = Taxa_reinvestM1 + (Taxa_reinvestM2 - Taxa_reinvestM1)
* Grau
Taxa_reinvestright = Taxa_reinvestM3 - (Taxa_reinvestM3 -
Taxa_reinvestM2) * Grau
'
Taxa_descontoleft = Taxa_descontoM1 + (Taxa_descontoM2 -
Taxa_descontoM1) * Grau
Taxa_descontoright = Taxa_descontoM3 - (Taxa_descontoM3 -
Taxa_descontoM2) * Grau
'
' Cálculo dos valores presente e terminal(left, alfa) ou (right, alfa) para um
' determinado grau de pertinência informado pelo usuário.
'
VT = 0

```

```

VP = 0
If Tipo = 0 Then
  For I = 1 To ValoresM1.Count
    If FCleft(I) >= 0 Then
      VT = VT + FCleft(I) * ((1 + Taxa_reinvestleft) ^ (ValoresM1.Count -
I))
    Else
      VP = VP + FCleft(I) / ((1 + Taxa_financleft) ^ (I - 1))
    End If
  Next
Else
  For I = 1 To ValoresM1.Count
    If FCright(I) > 0 Then
      VT = VT + FCright(I) * ((1 + Taxa_reinvestright) ^ (ValoresM1.Count
- I))
    Else
      VP = VP + FCright(I) / ((1 + Taxa_financright) ^ (I - 1))
    End If
  Next
End If
,

If Tipo = 0 Then
  MILFuzzy = -(VT / ((1 + Taxa_descontoright) ^ (ValoresM1.Count - 1))) /
VP
Else
  MILFuzzy = -(VT / ((1 + Taxa_descontoleft) ^ (ValoresM1.Count - 1))) / VP
End If
,

End Function
Sub DetalhesFuncoes()

```

' Macro complementar para inserir a descrição da função MILfuzzy. Para
' incorporar a descrição, é necessário executar essa macro ao menos uma vez,

```
' clicando, por exemplo, no botão Executar Sub/UseForm.
'
' Caso você prefira não instalar a função MILfuzzy no grupo de funções
' financeiras do MS-Excel, antes de executar essa sub-rotina, remova o argumento
' Category:=1 no final da próxima linha (após as aspas). Removendo esse
' argumento, a função ficará disponível no grupo de funções definidas pelo
' usuário.
'
```

Application.MacroOptions "MILfuzzy", "Retorna o índice de lucratividade modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representados como números fuzzy triangulares, para um grau de pertinência.", _
Category:=1

End Sub

D.8

Função Financeira MTRIFuzzy

Option Base 1

```
Public Function MTRIFuzzy(ValoresM1 As Range, ValoresM2 As Range,
ValoresM3 As Range, Taxa_financM1 As Double, Taxa_financM2 As Double,
Taxa_financM3 As Double, Taxa_reinvestM1 As Double, Taxa_reinvestM2 As
Double, Taxa_reinvestM3 As Double, Taxa_descontoM1 As Double,
Taxa_descontoM2 As Double, Taxa_descontoM3 As Double, Grau As Double,
Tipo As Double) As Double
```

```
,
```

```
' =====
```

```
' Objetivo:
```

```
' Essa função retorna o tempo de retorno do investimento modificado fuzzy para
' uma série de fluxos de caixa periódicos e taxas de desconto representadas como
' números fuzzy triangulares, para um determinado grau de pertinência (alfa).
```

```
,
```

```

' Autor:
' Antonio Carlos de Souza Sampaio Filho
' =====
'
' Dimensionamento dos vetores para os fluxos de caixa fuzzy (left e right)
'
' Dim FCleft() As Double
' Dim FCright() As Double
'
' ReDim FCleft(ValoresM1.Count)
' ReDim FCright(ValoresM1.Count)
'
' Bloqueio da atualização da tela durante a execução da macro.
'
' Application.ScreenUpdating = False
'
' Tratamento de Erros
' Verificação se a quantidade de elementos dos fluxos de caixa fuzzy m1, m2 e
' m3) é igual e se eles são totalmente positivos ou totalmente negativos.
'
' If ValoresM1.Count <> ValoresM2.Count Or ValoresM1.Count <>
ValoresM3.Count Then
'   MTRIFuzzy = CVErr(xlErrNum)
'   Exit Function
' Else
' End If
'
' Cálculo dos vetores de fluxos de caixa fuzzy (left e right) correspondentes ao
' grau de pertinência informado pelo usuário.
'
' For I = 1 To ValoresM1.Count
'   FCleft(I) = ValoresM1(I) + (ValoresM2(I) - ValoresM1(I)) * Grau
'   FCright(I) = ValoresM3(I) - (ValoresM3(I) - ValoresM2(I)) * Grau

```

Next

```

'
' Cálculo das taxas de desconto fuzzy (left e right) correspondentes ao grau de
' pertinência informado pelo usuário.
'
    Taxa_financleft = Taxa_financM1 + (Taxa_financM2 - Taxa_financM1) *
Grau
    Taxa_financright = Taxa_financM3 - (Taxa_financM3 - Taxa_financM2) *
Grau
'
    Taxa_reinvestleft = Taxa_reinvestM1 + (Taxa_reinvestM2 - Taxa_reinvestM1)
* Grau
    Taxa_reinvestright = Taxa_reinvestM3 - (Taxa_reinvestM3 -
Taxa_reinvestM2) * Grau
'
    Taxa_descontoleft = Taxa_descontoM1 + (Taxa_descontoM2 -
Taxa_descontoM1) * Grau
    Taxa_descontoright = Taxa_descontoM3 - (Taxa_descontoM3 -
Taxa_descontoM2) * Grau
'
' Cálculo dos valores presente e terminal(left, alfa) ou (right, alfa) para um
' determinado grau de pertinência informado pelo usuário.
'
    VT = 0
    VP = 0
    If Tipo = 0 Then
        For I = 1 To ValoresM1.Count
            If FCleft(I) >= 0 Then
                VT = VT + FCright(I) * ((1 + Taxa_reinvestright) ^ (ValoresM1.Count
- I))
            Else
                VP = VP + FCright(I) / ((1 + Taxa_financright) ^ (I - 1))
            End If
        Next I
    End If

```

```

Next
Else
For I = 1 To ValoresM1.Count
If FCright(I) > 0 Then
VT = VT + FCleft(I) * ((1 + Taxa_reinvestleft) ^ (ValoresM1.Count -
I))
Else
VP = VP + FCleft(I) / ((1 + Taxa_financleft) ^ (I - 1))

End If
Next
End If
'

If Tipo = 0 Then
MTRIFuzzy = (-1 / ((VT / ((1 + Taxa_descontleft) ^ (ValoresM1.Count -
1))) / VP)) * (ValoresM1.Count - 1)
Else
MTRIFuzzy = (-1 / ((VT / ((1 + Taxa_descontoright) ^ (ValoresM1.Count -
1))) / VP)) * (ValoresM1.Count - 1)
End If
'

End Function

```

Sub DetalhesFuncoes()

' Macro complementar para inserir a descrição da função MTRIfuzzy. Para
' incorporar a descrição, é necessário executar essa macro ao menos uma vez,
' clicando, por exemplo, no botão Executar Sub/UseForm.

' Caso você prefira não instalar a função MTRIFuzzy no grupo de funções
' financeiras do MS-Excel, antes de executar essa sub-rotina, remova o argumento
' Category:=1 no final da próxima linha (após as aspas). Removendo esse
' argumento, a função ficará disponível no grupo de funções definidas pelo
' usuário.


```
'  
Application.MacroOptions "MTRIfuzzy", "Retorna o tempo de retorno do  
investimento modificado fuzzy para uma série de fluxos de caixa periódicos e  
taxas de desconto representados como números fuzzy triangulares, para um grau  
de pertinência.", _Category:=1
```

```
'  
End Sub
```

Recomendações Gerais

- 1) Para visualizar os códigos VBA das funções, é necessário pressionar as teclas **[Alt]+[F11]** ou selecionar o menu **Exibição > Macros > Exibir Macros > Editar** na barra de comandos do MS-Excel.
- 2) Caso você prefira não instalar as funções **no grupo de funções financeiras do MS-Excel**, antes de executar a macro **Sub DetalhesFuncoes()**, remova o argumento **Category:=1**, no final do comando **Application.MacroOptions "MVPL"** do código VBA da função. Removendo esse argumento, a função ficará disponível no grupo de funções definidas pelo usuário.
- 3) Apesar do código VBA das funções não ter sido protegido por senhas, sugere-se que essa segurança seja acrescentada. Para isso, deve-se abrir o editor do VB, dar um clique com o botão direito sobre o nome da função (MVPL, MVPLFuzzy etc.) na janela **Projeto - VBAProject** e selecionar a opção **Propriedades do VBAProject...** Na caixa de diálogo **VBA Project - Propriedades do projeto**, seleciona-se a guia **Proteção**, ativa-se a opção **Bloquear projeto para exibição**, atribui-se uma senha de proteção e se salva o arquivo. A senha de proteção será ativada na próxima abertura da planilha Excel.
- 4) Para utilizar a função VPLfuzzy, os suplementos Ferramentas de Análise e Ferramentas de Análise VBA deverão estar selecionados. Se necessário, deve-se selecionar o menu Ferramentas > Suplementos na barra de comandos e ativar esses suplementos. Após selecionar os suplementos Ferramentas de Análise e Ferramentas de análise VBA, deve-se criar a referência no código VBA da função VPLfuzzy. É necessário abrir o editor do Visual Basic, selecionar o menu Ferramentas > Referências na barra de comandos do editor e ativar o item atpvbaen.xls, que corresponde ao suplemento previamente ativado.
- 5) O escopo de uma função definida pelo usuário (FDU) está limitado à pasta de trabalho onde ela foi implementada. De acordo com Burns e Barrows (1998, p. 747), somente as planilhas de uma mesma pasta de trabalho podem chamar uma FDU. Para utilizar uma FDU de uma outra pasta de trabalho é necessário antes referenciar a pasta de trabalho adequada. É possível, também, definir

uma FDU como uma função global, agrupando as funções em uma única pasta de trabalho e criando um suplemento.

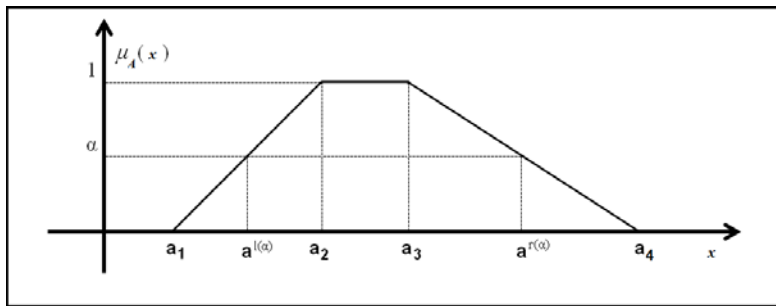
- 6) A função VPLfuzzy utiliza a ordem de ValoresM1, ValoresM2, ValoresM3, TaxaM1, TaxaM2 e TaxaM3 para interpretar a ordem dos fluxos de caixa e das taxas de desconto, respectivamente. Certifique-se de introduzir os valores na ordem correta.
- 7) Argumentos que são números, células vazias, valores lógicos ou representações em forma de texto de números são contados. Os argumentos que são valores de erro ou texto que não podem ser traduzidos em números são ignorados.
- 8) Se um argumento for uma matriz ou referência, apenas os números da matriz ou referência serão contados. Células vazias, valores lógicos, valores de texto ou de erro na matriz ou referência são ignorados.
- 9) Se o primeiro fluxo de caixa do projeto de investimento ocorrer no início do primeiro período, esse valor deverá ser incluído ao resultado da função VPLfuzzy (como ocorre com a função VPL do MS-Excel) e não nos valores de argumentos.

Apêndice E

Métodos Modificados Fuzzy

Procedimentos para Utilização de Números Fuzzy Trapezoidais

Admita que os fluxos de caixa, a taxa de financiamento, a taxa de reinvestimento e a taxa de desconto ajustada ao risco associados a um projeto de investimento podem ser representados por números fuzzy trapezoidais (*NFTr*). Tais números fuzzy assumem a forma apresentada na Figura E.1, onde um hipotético α -cut também é indicado [Caldeira *et al.* (2007) e Klir (1995)].



Fonte: Elaboração própria.

Figura E.1: Número fuzzy trapezoidal.

Um número fuzzy é dito trapezoidal se sua função de pertinência é da forma, para $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3}, & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0, & x \geq a_4 \end{cases} \quad (\text{E.1})$$

Nesse caso, a notação α -cut pode ser expressa como:

$$\frac{a^{l(\alpha)} - a_1}{a_2 - a_1} = \alpha, \quad \frac{a_4 - a^{r(\alpha)}}{a_4 - a_3} = \alpha \quad (\text{E.2})$$

Tal que:

$$a^{l(\alpha)} = a_1 + (a_2 - a_1)\alpha, \quad a^{r(\alpha)} = a_4 - (a_4 - a_3)\alpha \quad (\text{E.3})$$

Assim,

$$A^\alpha = [a^{l(\alpha)}, a^{r(\alpha)}] = [a_1 + (a_2 - a_1)\alpha, a_4 - (a_4 - a_3)\alpha] \quad (\text{E.4})$$

A partir da equação (E.4), as notações matemáticas para os números fuzzy trapezoidais correspondentes aos fluxos de caixa (FC_t), às taxas de reinvestimento (k_{tr}) e de financiamento (k_{cmpc}) e à taxa de desconto ajustada ao risco (k_{tdar}) podem ser estabelecidas, de acordo com as equações (E.5) a (E.8).

$$FCt^\alpha = [FCt_{a1} + (FCt_{a2} - FCt_{a1})\alpha, FCt_{a4} - (FCt_{a4} - FCt_{a3})\alpha] \quad \alpha \in [0,1] \quad (\text{E.5})$$

$$k_{tr}^\alpha = [k_{tra1} + (k_{tra2} - k_{tra1})\alpha, k_{tra4} - (k_{tra4} - k_{tra3})\alpha] \quad \alpha \in [0,1] \quad (\text{E.6})$$

$$k_{cmpc}^\alpha = [k_{cmpca1} + (k_{cmpca2} - k_{cmpca1})\alpha, k_{cmpca4} - (k_{cmpca4} - k_{cmpca3})\alpha] \quad \alpha \in [0,1] \quad (\text{E.7})$$

$$k_{tdar}^\alpha = [k_{tdara1} + (k_{tdara2} - k_{tdara1})\alpha, k_{tdara4} - (k_{tdara4} - k_{tdara3})\alpha] \quad \alpha \in [0,1] \quad (\text{E.8})$$

Os demais procedimentos para construção dos indicadores modificados fuzzy utilizando números fuzzy trapezoidais são idênticos aos desenvolvidos na tese, para os indicadores baseados em números fuzzy triangulares.

“I believe in miracles. I have to”.

Terry Fox (1958-1981)