

1 Introdução

O Método dos Elementos de Contorno (BEM) é conhecido pela sua facilidade no que diz respeito a modelagem, porém este tem suas restrições para problemas de larga escala, sendo limitado a problemas com alguns milhares graus de liberdade (Liu, 2009). Esta limitação decorre do fato das matrizes do método serem, embora menores quando comparadas com as geradas pelos métodos de domínio, assimétricas e cheias, o que resulta em operações custosas computacionalmente. Diante disto, tem-se métodos que aproximam estas matrizes no intuito de reduzir o esforço computacional e consumo de memória. Dentre estes, tem-se o método ‘fast multipole’ FMM, no qual as soluções fundamentais do problema são aproximadas através de uma soma finita de funções separáveis. Outro método comumente empregado é o ‘Adaptative Cross-Aproximation’ (ACA), no qual as matrizes do BEM são aproximadas sem que haja uma explícita expansão das soluções fundamentais (Kurtz, et al., 2003), o que garante uma maior generalidade do algoritmo quando comparado ao FMM tal como apresentado por Liu (2009).

O FMM, desenvolvido por Greengard e Rokhlin (1987), foi eleito um dos 10 melhores algoritmos do século XX (Dongarra e Sullivan, 2000). Embora tenha sido inicialmente desenvolvido para problemas de simulação de partícula envolvendo campos gravitacionais e coulombicos, este se provou eficiente para solução de equações de integral de contorno (Nishimura, 2002). O FMM combinado a um método iterativo, como o GMRES, pode acelerar o tempo necessário para a solução de um problema com N graus de liberdade da ordem de $O(N^2)$ para $O(N \log N)$ – ou até mesmo $O(N)$ (Liu, 2009) – necessitando armazenar uma pequena fração de memória do que seria necessário para outro método numérico.

Liu (2009) apresenta uma cuidadosa descrição do FMM aplicado uma série de problemas do método dos elementos de contorno (BEM). Uma breve ideia do

método é dada por Liu et al (2011), uma análise abrangente é dada por Nishimura (2002) e um tutorial é apresentado por Liu e Nishimura (2006).

O principal objetivo deste trabalho é a aplicação do FMM a problemas com elementos curvos, em um contexto praticamente independente da solução fundamental, conforme a formulação generalizada proposta por Dumont e Peixoto (2014).

1.1. Objetivos

O presente trabalho dá prosseguimento à tese de mestrado desenvolvida por Peixoto (2014), fazendo parte de um projeto que tem como objetivo principal a implementação de um programa que possa simular problemas com milhões de graus de liberdade em um computador pessoal. No intuito de atingir este objetivo combina-se o método dos elementos de contorno com uma técnica genérica de multipolos proposta por Dumont e Peixoto (2014) utilizando-se de elementos lineares, quadráticos e cúbicos na discretização do contorno.

1.2. Estrutura

Este trabalho é dividido em 7 capítulos e 2 apêndices . O Capítulo 2 apresenta duas formulações do BEM: o método convencional consistente dos elementos de contorno (CCBEM) e o método expedito dos elementos de contorno (EBEM).

O Capítulo 3 apresenta o método ‘fast multipole’ (FMM), com as suas considerações teóricas e a sua aplicação no BEM para um problema 2D de potencial. E por fim apresenta-se o resumo de um pseudo-algoritmo típico baseado no desenvolvimento apresentado por Liu (2009).

O Capítulo 4 apresenta uma formulação genérica do método ‘fast multipole’ (GFMM), tal como proposta por Dumont e Peixoto (2014).

O Capítulo 5 apresenta uma implementação do GFMM no método dos elementos de contorno (GFMBEM) que utiliza uma estratégia de discretização hierárquica e distâncias topológicas, caracterizadas pela adjacência entre elementos.

O Capítulo 6 apresenta exemplos numéricos para validação do algoritmo proposto.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões obtidas neste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

O Apêndice 1 apresenta o algoritmo para um refinamento hierárquico e o Apêndice 2 apresenta os algoritmos da implementação exposta no Capítulo 5.