



Nathalia Christina de Souza Tavares Passos

**Modelagem numérica de escoamento
bifásico em meios porosos fraturados com
acoplamento fluidomecânico**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil.

Orientadores: Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.
Dr. Alonso Joaquin Juvinao Carbono

Rio de Janeiro
Junho de 2018



Nathalia Christina de Souza Tavares Passos

**Modelagem numérica de escoamento bifásico
em meios porosos fraturados com
acoplamento fluidomecânico**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Júnior

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Dr. Alonso Joaquin Juvinao Carbonó

Co-Orientador

EDCTC – PUC-Rio

Prof^a. Raquel Quadros Velloso

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Dr. Anderson Moraes

CENPES/PETROBRAS

Dr. André Luis Müller

Instituto TECGRAF – PUC-Rio

Dr. Antonio Cláudio Soares

CENPES/PETROBRAS

Dr^a. Flávia de Oliveira Lima Falcão

CENPES/PETROBRAS

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Coordenador Setorial do

Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 04 de junho de 2018.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Nathalia Christina de Souza Tavares Passos

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Paraná (UFPR), em Curitiba - Paraná - Brasil, em 2011. Obteve o título de Mestre em Engenharia Civil – Geotecnia, pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, em 2013. Durante o período de doutorado, trabalhou como pesquisadora visitante junto ao *Carbonate Reservoir Group, do International Centre of Carbonate Reservoirs (ICCR), da Heriot-Watt University*, em Edimburgo, no Reino Unido. Principais áreas de interesse e linhas de pesquisas: Geomecânica Computacional, Mecânica de Rochas, Geomecânica de Petróleo, Engenharia de Reservatórios e Geotecnia Ambiental.

Ficha Catalográfica

Passos, Nathalia Christina de Souza Tavares

Modelagem numérica de escoamento bifásico em meios porosos fraturados com acoplamento fluidomecânico / Nathalia Christina de Souza Tavares Passos; orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Júnior ; co-orientador: Alonso Joaquin Juvinao Carbone. – 2018.

198 f. : il. color. ; 30 cm

Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2018.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Escoamento bifásico. 3. Acoplamento fluidomecânico. 4. Meios porosos fraturados. 5. Método dos elementos finitos. I. Vargas Júnior, Eurípedes A. II. Juvinao Carbone, Alonso Joaquin. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

Agradecimentos

Muita coisa mudou desde que eu embarquei em uma viagem “só de ida” para o Rio de Janeiro rumo ao Mestrado, rumo a alcançar meus sonhos, e uma nova vida em 2011. Nesse novo caminho, não posso deixar de agradecer a Deus pela vida, saúde e proteção. E por ser tão generoso nas oportunidades e nas pessoas maravilhosas que colocou em meu caminho.

O doutorado, em especial, pode ser comparado a uma maratona: uma corrida longa, intensa de aprendizado, marcada por desafios técnico e pessoais, e que demanda constância e resiliência para superar os obstáculos que a produção científica demanda. Foi uma longa estrada, cheia de alegrias e saudades, desafios e coragem para me tornar um pouco da pessoa que eu gostaria de ser.

Nesse caminho, a disciplina é a parte mais importante do processo. Mas só é possível se existe confiança entre os envolvidos, por isso agradeço a meus orientadores Professor Vargas e Alonso pelo voto de confiança a mim concedido. Obrigada pela orientação, ensinamentos e suporte em todas as minhas dificuldades, desde o Mestrado. Vocês são pessoas generosas e professores fantásticos!

Agradeço ao Professor Dr. Sebastian Geiger por me receber no seu grupo de pesquisa (*Carbonate Reservoir Group*), do *International Centre of Carbonate Reservoirs* (ICCR), da *Heriot-Watt University*, no Reino Unido. Esse tempo com sua equipe e com Dr. Florian Doster foi extremamente enriquecedor e uma grande oportunidade de aprendizado técnico e multicultural.

Além disso, para conseguir seguir nessa maratona é necessário ter o coração acalentado e tranquilo, por isso, agradeço a toda minha família, que mesmo longe se mostrou sempre presente. A meus pais, Regina Helena e Jair Antonio, minhas irmãs, Thereza Raquel e Martha Beatriz, e a meu cunhado Michel, pelo imenso carinho e por acreditarem em minha capacidade. Também, agradeço a minha avó Erany, pela doçura e pelas orações. Tenho certeza que apesar dos nossos poucos encontros, eles foram suficientes para recarregar meu coração de amor e energias. Obrigada por me darem forças para continuar. Amo vocês!

Agradeço ao meu querido marido Aharón, que sem dúvida foi o melhor presente que o doutorado pode me proporcionar em termos pessoais. Obrigada pelo amor, doçura, carinho e paciência em suportar minha ausência nesses últimos quase dois anos que estivemos separados. Obrigada por acreditar que o amor vence a distância. Obrigada por aprender a ter paciência e por compreender os momentos mais difíceis dessa tese. ¡Te amo!

Agradeço a minha madrinha, Maria de Fátima, por sua grande generosidade, paciência, carinho e cuidado. E, por encher meu coração de amor sempre com seu abraço carinhoso. Essa corrida não teria sido possível sem você, Dindinha! Agradeço ao meu tio Miguez pela paciência e conversas.

Agradeço a meus tios pelas muitas orações. A Carlos Eduardo pelos conselhos. E a Josefina pelo seu carinho e ternura.

Agradeço também a minha segunda família, Sánchez Lázaro, pelo apoio e carinho.

Agradeço com saudades à minha querida Professora Dra. Andrea Sell Dyminski (*in memoriam*), responsável por despertar minha paixão pela Geotecnia, e família pela generosidade e por apoiarem meus sonhos, principalmente nos primeiros passos no Rio de Janeiro. A senhora foi um anjo em minha vida, eu serei eternamente grata por tudo que me ensinou e ajudou!

Nesse caminho, também tive a oportunidade de conhecer pessoas que contribuíram com o desenvolvimento desse trabalho. Assim, agradeço a generosidade do Dr. André Müller. Aos colegas Cesar Paitan e Isabelle Telles. E aos companheiros da “salinha”, por compartilharem o dia-a-dia e seus conhecimentos comigo: Luis, Flávia, Raquel e Alexandr.

Também ganhei alguns presentes que a PUC-Rio me concedeu: grandes amizades. Alguns foram especiais desde o primeiro dia, como minha querida dupla Bianca. Outros foram conquistados no decorrer do caminho, em especial agradeço a Mariana, Ingrid Magalhães, Manuella, Ivânia, Perlita, Paula Ceccon, Thiago Carnavalle, Ingrid Milena, Mairon, Nathalia Louzada, Mario Bonilla, Mario Pareto, Pedro, Bruno, Lívia, Felipe, Guilherme Bessa, Guilherme Riguetto e Carlos Emmanuel.

Agradeço também aos amigos de Edimburgo que levarei para toda a vida: Rafael March, Samantha, Geraldo, Murilo, Hannah, Juliana, Saeeda, Alessandro, Zhao, Adnan e David.

Agradeço também as minhas grandes amigas Elda, Mariluz, Ana Paula e Andressa por todo o carinho de sempre. Agradeço também a Rosangela pelos “cafezinhos” com pão, café e sabedoria.

Nessa corrida também precisamos de suporte no decorrer do caminho, por isso agradeço a secretária Rita de Cássia N. Leite por exercer seu trabalho com tanto amor e paciência. Muito obrigada pela dedicação e amor aos alunos!

Agradeço também ao Eduardo Salvino, por estar sempre disposto a salvar meu computador, em especial nos momentos mais decisivos.

Também é necessária uma torcida para nos manter motivados. Assim, agradeço aos amigos que rezam por mim e torcem pelo bom desempenho acadêmico, sempre dispostos a ajudar: Erica, Vilmar, Elma, James, Marizete, Rogério, Marcia e Reinaldo, Luciano e Maria Helena.

Agradeço aos professores do Departamento de Engenharia Civil e do Departamento de Engenharia Mecânica por todo conhecimento transmitido e por me mostrarem um novo mundo.

Agradeço aos meus colegas de trabalho do INPI, pelos incentivos e apoio para terminar essa tese em tempo parcial. Em especial, a meu querido amigo Manoel Moraes por sua paciência, longas discussões técnicas, conselhos e equilíbrio nos momentos mais críticos desse trabalho. Agradeço o apoio da minha chefe Debora Shimba Carneiro. E a amizade e enriquecedoras discussões com Flávia Braggio, Rafael Brandão, Álvaro Vieira.

Ao CNPq pelo apoio financeiro para realização desta pesquisa. Agradeço pelas bolsas de estudos concedidas, no Brasil e no exterior, e pelas grandes oportunidades de aprendizado proporcionadas.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Agradeço a PETROBRAS e as redes SIGER, CARMOD e GEOMECC pela oportunidade de troca de aprendizados, investimentos e pelo fornecimento de dados.

Agradeço também aos professores que participaram da comissão examinadora.

Ao final dessa maratona, agradeço a todos vocês, por terem sido o ingrediente necessário para que eu pudesse realizar este sonho. Sem vocês nada teria sido possível.

Resumo

Passos, Nathalia Christina de Souza Tavares; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral; Carbone, Alonso Joaquin Juvinao. **Modelagem numérica de escoamento bifásico em meios porosos fraturados com acoplamento fluidomecânico**. Rio de Janeiro, 2018. 198p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esse trabalho apresenta um modelo numérico para a análise de processos acoplados de efeitos mecânicos e escoamento bifásico em meios porosos fraturados, com a utilização de diferentes métodos numéricos combinados (Elementos finitos contínuos e descontínuos), e utilizando uma mesma malha de elementos finitos para representar uma célula de modelo de simulação de reservatório. As descontinuidades são inseridas na malha como elementos de nós duplicados colapsados. Empregam-se procedimentos numéricos desenvolvidos em dois grupos distintos. Um primeiro grupo de simulações trata de um procedimento numérico de escoamento bifásico, com ênfase à obtenção de um balanço de volumes verdadeiramente conservativo. Nesta fase, avalia-se uma formulação numérica que emprega um processo em três etapas: o método dos elementos finitos (EF), para a aproximação da equação da pressão; intermediariamente, utiliza-se o método de Raviart-Thomas de mais baixa ordem para aproximação da velocidade; e a aproximação da equação da saturação pelo método dos elementos finitos descontínuos (MEFD), que utiliza um limitador de inclinação multidimensional de modo a evitar oscilações na reconstrução dos dados de saturação. Para fins de validação da formulação desenvolvida, comparam-se os resultados obtidos com simulações utilizando o Método dos Volumes Finitos (VF). O segundo grupo de simulações trata de acoplar o módulo mecânico (em EF) ao simulador de escoamento bifásico, de modo que a variação do estado de tensões, decorrente da exploração, seja considerada nas simulações. Essa análise permite uma melhor representação do fenômeno estudado além de proporcionar melhores resultados quanto à chegada da água nos poços produtores, afetando a produtividade do modelo.

Palavras chave

Escoamento bifásico; Acoplamento fluidomecânico; Meios porosos fraturados; Método dos elementos finitos.

Abstract

Passos, Nathalia Christina de Souza Tavares; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral (Advisor); Carbono, Alonso Joaquin Juvinao (Co-Advisor). **Numerical modelling of two-phase flow in fractured porous media with fluidmechanical coupling**. Rio de Janeiro, 2018. 198p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work presents a numerical model for the analysis of coupled processes of mechanical effects and two-phase flow in fractured porous media using different numerical methods (continuous and discontinuous finite elements), and using the same finite element mesh to represent a cell of reservoir simulation model. The discontinuities are inserted into the mesh as elements of collapsed duplicate nodes. Numerical procedures developed in two distinct groups are used. A first group of simulations deals with a numerical two-phase flow procedure, with special emphasis on obtaining a truly conservative volume balance. At this stage, a numerical formulation using a three-step process is evaluated: The Finite Element Method (EF), for the approximation of the pressure equation; the lower order of Raviart-Thomas method is used to velocity approximation; and the approximation of the saturation equation by the discontinuous finite element method (MEFD), using a multidimensional slope limiter in order to avoid oscillations in the reconstruction of the saturation data. For the validation of the developed formulation, the results obtained are compared with simulations using the Finite Volume Method (VF), with focus on the analysis of the conservation of volumes. The second group of simulations couple the mechanical module (in EF) to two-phase flow computer program, so the variation of the stress state, due to exploitation, is considered in the simulations. This analysis allows a better representation of the phenomenon. In addition to providing better results regarding the arrival of water in the producing wells, affecting the productivity of the model.

Keywords

Two-phase flow; Fluidmechanical coupling; Fractured porous media; Finite element method.

Sumário

1 Introdução	24
1.1. Relevância e motivação	24
1.2. Objetivos	26
1.3. Organização da tese	28
2 Reservatórios naturalmente fraturados	31
2.1. Reservatórios naturalmente fraturados	31
2.2. Rochas e reservatórios carbonáticos	32
2.3. Fraturas	33
2.4. Fraturas naturais	33
2.5. Fatores geológicos relacionados ao desenvolvimento de reservatórios naturalmente fraturados	34
2.6. Fatores que afetam o comportamento de reservatórios naturalmente fraturados	34
2.7. Recuperação de reservatórios naturalmente fraturados	36
2.8. Injeção de água	37
2.9. Efeito da variação das tensões na variação da permeabilidade da fratura	38
2.10. Compactação de reservatórios	41
3 Simulação de escoamento bifásico em meios porosos fraturados	43
3.1. Simulação de escoamento bifásico	43
3.2. Escoamento bifásico	45
3.2.1. Equações governantes do escoamento bifásico	45
3.2.2. Metodologia FE-RT-DG	48
3.2.3. Limitador de inclinação multidimensional	52
3.3. Implementação do modelo computacional de escoamento bifásico	54
3.4. <i>Matlab Reservoir Simulation Toolbox</i> (MRST)	55
4 Comportamento mecânico de meios porosos sujeitos a escoamento	

bifásico	57
4.1. Introdução	57
4.2. Modelo físico	60
4.3. Permeabilidade relativa e porosidade	64
4.4. Equação de equilíbrio	66
4.5. Equação da continuidade para escoamento bifásico	68
4.6. Solução do problema de valor de contorno	72
4.7. Modelos constitutivos	73
4.7.1. Modelos constitutivos elásticos	74
4.7.2. Modelo constitutivo elástico-linear	75
4.8. Variação de permeabilidade	75
4.9. Variação de porosidade	77
4.10. Procedimentos de acoplamento fluidomecânico	77
4.11. Procedimento de solução <i>staggered</i> para o problema de acoplamento fluidomecânico com fluxo bifásico	78
5 Discretização do domínio	80
5.1. Introdução	80
5.2. Discretização do domínio	81
5.3. Geração da malha para simulação com propósitos mecânicos – 2D	82
5.4. Malhas para a análise estatística	86
5.5. Análise estatística	86
5.6. Biblioteca TopS - Modelagem da fratura	87
6 Exemplos propostos	90
6.1. Simulador de escoamento bifásico FE-RT-DG	90
6.1.1. Exemplo 1 – Modelo de Buckley-Leverett semi-1D	90
6.1.2. Exemplo 2 – Modelo em 2D	91
6.1.3. Exemplo 3 – Modelo em 2D de seção horizontal retangular com uma fratura.	94
6.1.4. Exemplo 4 – Modelo em 2D de seção horizontal quadrada com fraturas	95
6.1.5. Exemplo 5 e 6 – malhas com geometrias complexas	96

6.2. Acoplamento do módulo mecânico ao simulador de escoamento bifásico	98
6.2.1. Exemplos propostos	98
7 Resultados da simulação de escoamento bifásico	100
7.1. Exemplo 1: Simulação de escoamento bifásico em Semi-1D	100
7.1.1. Caso 1: Razão de viscosidades=1, m=1	102
7.1.2. Caso 2: Variação da saturação residual não-molhante	104
7.1.3. Caso 3: M=variável, m=2	105
7.1.4. Caso 4: Distintos valores de tamanho de célula (dx)	106
7.2. Exemplo 2 – Caso 1: Simulação de escoamento bifásico em 2D – Injeção no contorno esquerdo – Matriz rochosa homogênea	110
7.2.1. Efeito da orientação dos elementos e dos tamanhos dos elementos	111
7.2.2. Comparação com o MRST	115
7.2.3. Evolução das pressões no tempo	117
7.3. Exemplo 2 – Caso 2: Simulação de escoamento bifásico em 2D – $\frac{1}{4}$ of five-spot – Matriz rochosa homogênea	121
7.3.1. Comparação com o MRST	124
7.4. Exemplo 2 – Caso 3: Simulação de escoamento bifásico em 2D – $\frac{1}{4}$ of five-spot – Matriz rochosa heterogênea	125
7.5. Exemplo 2 – Caso 4: Simulação de escoamento bifásico em 2D – $\frac{1}{4}$ of five-spot – Matriz homogênea com presença de duas fraturas	130
7.6. Exemplo 2 – Caso 5: Simulação de escoamento bifásico em 2D – Injeção no contorno esquerdo – Matriz homogênea com presença de duas fraturas	134
7.7. Exemplo 3: Simulação de escoamento bifásico em 2D – Injeção no contorno esquerdo – Matriz homogênea com uma fratura	137
7.7.1. Comparação com o MRST	142
7.7.2. Resultados estatísticos das análises	144
7.8. Exemplo 4: Simulação de escoamento bifásico em 2D – $\frac{1}{4}$ of five-spot – Modelo de seção quadrada com fraturas	145
7.9. Exemplo 5: Simulação de escoamento bifásico em 2D – Injeção	

no contorno – Cenário 1	148
7.10. Exemplo 6: Simulação de escoamento bifásico em 2D – Injeção no contorno – Cenário 2	152
8 Resultados da simulação fluidomecânica	157
8.1. Considerações iniciais	157
8.2. Exemplo 1 – Simulação de escoamento bifásico sem acoplamento - meio com uma fratura	157
8.3. Exemplo 2 – Simulação acoplada - meio com uma fratura	159
8.4. Exemplo 3 – Simulação acoplada - meio com uma fratura no meio do domínio	163
9 Conclusões e Sugestões	169
9.1. Considerações finais	169
9.2. Sugestões	170
Referências Bibliográficas	172
Apêndice A - Condução de calor 1D	180
Apêndice B - Desenvolvimento de um procedimento para geração de malhas de simulação para discretização de reservatório fraturado	186
Apêndice C - Ferramentas adicionais utilizadas na discretização	198

Lista de figuras

Figura 1 – Modelo de simulação de reservatório com a inclusão das fraturas em uma determinada região (à esquerda); e indicação da célula a ser estudada de cor preta (à direita). (Fonte: Rodrigo Corrêa).	27
Figura 2 – Célula de um modelo de reservatório em 3D. (Fonte: Rodrigo Corrêa).	27
Figura 3 – Compressibilidade versus tensão efetiva em diferentes porosidades. (Navarro, 2012)	40
Figura 4 – Elemento quadrilateral e as funções que geram o espaço de Raviart-Thomas nesse elemento (à esquerda); e elemento triangular e respectivas funções de RT0 (à direita).	50
Figura 5 – Fluxograma do algoritmo do Método FE-RT-DG. (Passos, 2013).	55
Figura 6 – Curvas de permeabilidades relativas para um meio poroso saturado com um fluido molhante e um não-molhante, considerando para permeabilidades relativas lineares.	65
Figura 7 – Curvas de permeabilidades relativas para um meio poroso saturado com um fluido molhante e um não-molhante, considerando para permeabilidades relativas quadráticas.	65
Figura 8 – Volume de controle para balanço de massa do fluido. (Müller, 2007).	69
Figura 9 – Desenho da geometria sobre a imagem do reservatório em 2D, utilizando o programa Rhyno3D.	83
Figura 10 – Desenho da geometria importada para o ICEM 3D.	83
Figura 11 – Visualização dos diferentes ‘clusters’ formados, no ICEM 3D.	84
Figura 12 – Visualização da malha criada no ICEM 3D.	85
Figura 13 – Visualização do detalhe da malha criada no ICEM 3D.	85
Figura 14 – Modelagem da fratura.	88
Figura 15 – À esquerda, malha original com a definição de duas fraturas que se interceptam em um ponto na área central. À direita, detalhe do efeito da duplicação dos nós de fratura, feito pelo TopS, antes de tais nós serem colapsados.	89
Figura 16 – Esquema do modelo Buckley-Leverett semi-1D.	91

Figura 17 – Malhas para fins estatísticos do Exemplo 2.	92
Figura 18 – Esquema em 3D do modelo conhecido na literatura como “¼ of five-spot”.	93
Figura 19 – Esquema do modelo de escoamento bifásico 2D, com injeção constante na lateral esquerda do domínio.	93
Figura 20 – Esquema do modelo de escoamento bifásico 2D, em matriz rochosa homogênea com a presença de duas fraturas, com injeção constante na lateral esquerda do domínio.	94
Figura 21 – Modelo 2D de uma seção horizontal retangular com uma fratura.	95
Figura 22 – Célula de um modelo de reservatório em 2D em que é feito um processo de upscale (25 m x 25 m). (Jiang e Younis (2015)).	95
Figura 23 – Malha em EF a ser simulada, não-estruturada, com dimensões de domínio de 25 m por 25 m.	96
Figura 24 – Célula de um modelo de reservatório em 3D. O corte perpendicular à seção horizontal corresponde ao Cenário 1. A superfície superior horizontal corresponde ao Cenário 2. (Fonte: Rodrigo Corrêa).	97
Figura 25 – Cenário 1, Seção da célula do modelo de reservatório fraturado estudada indicando as aberturas das fraturas (Fonte: Rodrigo Corrêa).	97
Figura 26 – Cenário 2, Campo de permeabilidade da célula do modelo de reservatório fraturado. (Fonte: Rodrigo Corrêa).	98
Figura 27 – Modelo esquemático utilizado nos Exemplos 6 e 7.	99
Figura 28 – Modelo esquemático utilizado no Exemplo 8.	99
Figura 29 – Esquema do modelo Buckley-Leverett semi-1D.	100
Figura 30 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica e a solução obtida por FE-RT-DG.	102
Figura 31 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica, a solução obtida por FE-RT-DG e a solução obtida pelo MRST.	103
Figura 32 – Comparativo da variação das pressões em três pontos do domínio (injeção, meio do domínio, produção) entre a solução obtida por FE-RT-DG e a solução obtida pelo MRST.	104

Figura 33 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica, a solução obtida por FE-RT-DG e a solução obtida pelo MRST, para distintos valores de saturação residual não-molhante.	105
Figura 34 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica, a solução obtida por FE-RT-DG e a solução obtida pelo MRST, para relações de viscosidade nas proporções 1/10 e 1.	106
Figura 35 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica e a solução obtida por FE-RT-DG.	107
Figura 36 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica e a solução obtida pelo MRST.	108
Figura 37 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica, a solução obtida por FE-RT-DG e a solução obtida pelo MRST.	108
Figura 38 – Comparativo de erros médios de balanço de volumes em relação ao tamanho do lado do elemento (dx) entre a solução obtida por FE-RT-DG e a solução obtida pelo MRST.	109
Figura 39 – Comparativo de norma quadrada de FE-RT-DG e MRST.	109
Figura 40 – Comparativo de norma quadrada de FE-RT-DG e MRST.	110
Figura 41 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de água, via FE-RT-DG, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, em malha estruturada, com 8, 84, 800 e 8.192 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo).	112
Figura 42 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de água, via FE-RT-DG, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, em malha não-estruturada, com 30, 327, 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo).	113
Figura 43 – Comparativo dos balanços de volumes via FE-RT-DG entre a malha estruturada com 8.192 elementos (esquerda) e a malha não-estruturada com 3.141 elementos (direita).	114

- Figura 44 – Comparativo entre a porcentagem de ocupação de cada volume (água ou óleo) dentro do REV entre a malha estruturada com 8.192 elementos (esquerda) e a malha não-estruturada 3.141 elementos (direita). 114
- Figura 45 – Comparativo entre os erros locais máximo, médio e mínimo entre a malha estruturada com 8192 elementos (esquerda) e a malha não-estruturada 3141 elementos (direita). 115
- Figura 46 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de água, via MRST, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 30, 300, 3.000 e 30.000 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo) 116
- Figura 47 – Comparativo dos erros volumétricos obtidos via MRST para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 30, 300, 3.000 e 30.000 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo). 117
- Figura 48 – Pontos do domínio avaliados na análise da evolução da pressão no decorrer do tempo. 118
- Figura 49 – Comparativo da evolução das pressões (Pa) em diferentes pontos do domínio no decorrer do tempo, via FE-RT-DG para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais em malhas estruturadas, com 8, 84, 800 e 8.192 elementos. 119
- Figura 50 – Comparativo da evolução das pressões (Pa) em diferentes pontos do domínio no decorrer do tempo, via FE-RT-DG para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais em malhas não-estruturadas, com 30, 327, 3.141 e 31.330. 119
- Figura 51 – Comparativo da evolução das pressões (MPa) em diferentes pontos do domínio no decorrer do tempo, via MRST, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 30, 300, 3.000 e 30.000 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo). 120
- Figura 52 – Esquema de do problema estudado, com poços injetor e produtor. 121
- Figura 53 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de água, via FE-RT-DG, para quatro ordens de grandeza de discretizações

- espaciais, malha não-estruturada, com 30, 327, 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo). 122
- Figura 54 – Comparativo dos balanços de volume de entrada/saída via FE-RT-DG para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 30, 327, 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo). 123
- Figura 55 – Comparativo entre os erros locais máximo, médio e mínimo, via FE-RT-DG, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 30, 327, 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo). 124
- Figura 56 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de água, via MRST, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 25, 625, 2.500 e 250.000 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo). 125
- Figura 57 – Distribuição randômica de permeabilidades em duas malhas não-estruturadas, com 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, acima e abaixo). 126
- Figura 58 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de FE-RT-DG para duas ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, da esquerda para direita). 127
- Figura 59 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de FE-RT-DG para uma matriz de permeabilidades homogênea (acima) e uma matriz de permeabilidades heterogênea (abaixo), ambas com 31.330 elementos. 129
- Figura 60 – Comparativo dos balanços de volume de entrada/saída via FE-RT-DG para duas ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, esquerda e direita). 130
- Figura 61 – Comparativo entre os erros locais máximo, médio e mínimo, via FE-RT-DG, para duas ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente,

esquerda e direita).	130
Figura 62 – Discretização do domínio com duas fraturas utilizando malhas não-estruturadas (acima) e malha estruturada (abaixo).	131
Figura 63 – Frente de saturação de água após 20 dias, com 327 elementos (esquerda) e com 3.141 elementos (direita).	133
Figura 64 – Frente de saturação de água após 20 dias, com 31.330 elementos (malha de EF não é exibida).	133
Figura 65 – Frente de saturação de água em malha não-estruturada com 31.330 elementos, após 10 dias (esquerda) e após 10 dias (direita).	134
Figura 66 – Frente de saturação de água após 20 dias, com 327 elementos (esquerda) e com 3.141 elementos (direita).	135
Figura 67 – Frente de saturação de água após 20 dias, com 31.330 elementos.	136
Figura 68 – Frente de saturação de água após 20 dias, com 31.330 elementos.	136
Figura 69 – Domínio 200m x 10m, com uma fratura que corta todo o domínio.	137
Figura 70 – Comparativo da evolução das frentes de saturação de água, via FE-RT-DG para três ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 64, 622 e 6314 elementos (respectivamente, da cima para baixo).	139
Figura 71 – Evolução do balanço de volumes de entrada e saída (esquerda); e evolução do balanço de volumes globais (direita), via FE-RT-DG para três ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 64, 622 e 6314 elementos (respectivamente, de cima para baixo).	140
Figura 72 – Comparativo entre os erros locais máximo, médio e mínimo, via FE-RT-DG, para três ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 64, 622 e 6314 elementos (respectivamente, de cima para baixo).	141
Figura 73 – Avanço da frente de saturação de água após 1 dia, via MRST.	142
Figura 74 – Comparativo dos balanços de volume de entrada/saída via MRST.	143
Figura 75 – Comparativo da evolução das pressões via MRST e FE-RT-DG.	143
Figura 76 – Estudo do tamanho elementar versus L2-norm.	144
Figura 77 – Estudo do passo de tempo versus L2-norm.	145
Figura 78 – Estudo do tempo computacional versus L2-norm.	145
Figura 79 – Modelo esquemático do Exemplo 4.	146

Figura 80 – Evolução da frente de saturação de água no modelo do exemplo no decorrer de 59, 64, 70, 75, 86, 107, 128 e 150 dias, respectivamente de cima para baixo da esquerda para direita.	147
Figura 81 – Seção “Cenário 1”.	148
Figura 82 – Numeração utilizada para as fraturas no domínio estudado.	149
Figura 83 – Distribuição dos distintos valores de porosidade no domínio estudado.	150
Figura 84 – Frente de saturação após 5, 20, 40, 60, 80 e 100 dias.	151
Figura 85 – Cenário 2, Campo de permeabilidade da célula do modelo de reservatório fraturado.	153
Figura 86 – Cenário 2, Campo de porosidades da célula do modelo de reservatório fraturado.	153
Figura 87 – Frente de saturação após 5, 10, 20, 30, 50, 60, 80 e 100 dias.	154
Figura 88 – Frente de saturação após 5, 10, 20, 30, 50, 60, 80 e 100 dias.	156
Figura 89 – Modelo esquemático sem acoplamento mecânico.	158
Figura 90 – Avanço de saturação de água.	158
Figura 91 – Modelo esquemático – Caso 1.	160
Figura 92 – Evolução das poropressões (MPa) dentro da geometria do modelo – Caso 1.	160
Figura 93 – Avanço da saturação de água com poropressão de 25MPa – Caso 1.	161
Figura 94 – Vazões de saída na fratura no decorrer do tempo para cada simulação com distintas poropressões.	162
Figura 95 – Abertura da fratura no decorrer do tempo para cada simulação com distintas poropressões.	163
Figura 96 – Modelo esquemático – Caso 2.	164
Figura 97 – Evolução das poropressões (MPa) dentro da geometria do modelo – Caso 2.	164
Figura 98 – Avanço da saturação de água com poropressão de 25MPa – Caso 2.	166
Figura 99 – Avanço da saturação de água com poropressão de 45MPa – Caso 2.	166
Figura 100 – Avanço da saturação de água com poropressão de 55MPa –	

Caso 2.	166
Figura 101 – Avanço da saturação de água com poropressão de 75MPa – Caso 2.	166
Figura 102 – Avanço da saturação de água com poropressão de 85MPa – Caso 2.	167
Figura 103 – Abertura da fratura no decorrer do tempo para cada simulação com distintas poropressões – Caso 2.	167
Figura 104 – Valores no contorno do elemento j. (Passos, 2013)	182
Figura 105 – Solução por MEFD do problema 1D de transferência de calor (equação (A. 1)).	184
Figura 106 – Solução por MEFD do problema 1D de transferência de calor (equação (A. 1)), $Q = 1$, $T_0 = T_1 = 0$, com 10 elementos.	184
Figura 107 – Algumas formas de fraturas. (Telles, 2006).	187
Figura 108 – Fraturas geradas com FracGen 3D. (Paitan, 2013).	190
Figura 109 – Distintas funcionalidades possíveis no FracGen3D.	190
Figura 110 – Exemplo de geometria criada no FracGen3D com a apresentação da seção de corte desejada.	191
Figura 111 – Seção de corte com a presença das fraturas que interceptam esse plano, produzido pelo FracPlane.	191
Figura 112 – Importação das fraturas para o ICEM CFD v.14 a partir do script de Paitan (2013).	193
Figura 113 – Geometria inicial importada do FracGen 3D.	193
Figura 114 – Geometria após realização do “clipping” no ICEM CFD v.14.	194
Figura 115 – Malha gerada automaticamente no ICEM CFD v.14.	195
Figura 116 – Verificação da qualidade da malha utilizando o ICEM CFD v.14. Paitan (2013).	196

Lista de tabelas

Tabela 1 – Algoritmo do procedimento.	79
Tabela 2 – Dados relevantes.	101
Tabela 3 – Dados relevantes.	111
Tabela 4 – Dados relevantes.	132
Tabela 5 – Dados relevantes.	135
Tabela 6 – Dados relevantes.	138
Tabela 7 – Dados relevantes.	146
Tabela 8 – Dados relevantes.	149
Tabela 9 – Abertura e permeabilidade inicial para cada fratura do domínio	149
Tabela 10 – Dados relevantes.	152
Tabela 11 – Dados relevantes.	159
Tabela 12 – Resultados das simulações.	162
Tabela 13 – Dados relevantes.	165
Tabela 14 – Resultados das simulações.	168

“A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original. ”

(Albert Einstein)

“The people who are crazy enough to think they can change the world are the ones who do.”

(Steve Jobs)

1

Introdução

1.1. Relevância e motivação

As maiores reservas de petróleo recentemente descobertas em território nacional estão nos campos do Pré-Sal, em reservatórios complexos compostos por rochas carbonáticas naturalmente fraturadas. A descoberta desses reservatórios criou demanda por modelos de simulação que representem a ocorrência de zonas naturalmente fraturadas, grande variação na distribuição das propriedades petrofísicas e do comportamento geomecânico e de fluxo de reservatórios de tipo carbonático.

Na esfera internacional, segundo o *Carbonate Reservoir Group* (2018), do *International Centre of Carbonate Reservoirs* (ICCR), reservatórios carbonáticos contêm mais de 60% das reservas restantes de petróleo convencional do mundo e representam mais de 30% da produção diária de petróleo do mundo. Volumes semelhantes de óleo pesado e gás também podem ser encontrados em reservatórios carbonáticos. No entanto, a maioria do óleo é deixada no subsolo. Ainda de acordo com o *Carbonate Reservoir Group* (2018), em média, menos de 20% do óleo disponível é recuperado e um pequeno aumento (1-2%) terá um impacto substancial sobre as reservas de hidrocarbonetos globais. Isto é devido à natureza multiporosidade e multi-escala dos carbonatos, que cria desafios significativos para a caracterização de reservatórios, à modelagem e para as tecnologias de simulação.

Devido à importância global dos reservatórios carbonáticos, melhorias na previsão de escoamento e recuperação em reservatórios carbonáticos são susceptíveis a estarem entre alguns dos desenvolvimentos mais significativos para a indústria de petróleo e gás na próxima década.

Nesse contexto, a indústria do petróleo busca aumentar a recuperação de seus reservatórios utilizando técnicas variadas de melhoria de produção. Uma das técnicas de recuperação mais utilizadas em todo o mundo é a injeção de água e tem se demonstrado eficaz em alguns reservatórios fraturados (Lima, 2013). Durante a

fase de injeção, a água é injetada na zona de óleo, mudando drasticamente a distribuição de saturação e o movimento natural dos fluidos dos reservatórios. Este tipo de injeção é utilizado em reservatórios com grandes áreas e pequenas inclinações e espessuras. De acordo com Rosa *et al* (2006), a concepção de injeção de água requer o conhecimento dos valores, pelo menos aproximados, dos padrões de fluxo e a pressão de injeção. Valores muito elevados de pressões de injeção podem resultar em fraturas na formação e prejudicar seriamente o deslocamento de óleo pela água. Por outro lado, é necessária uma boa injetividade para garantir uma boa produtividade.

De modo a prever o comportamento do reservatório, modelos físicos e matemáticos são criados. Tais modelos devem considerar que os reservatórios de petróleo contêm fraturas/falhas, os quais podem ser naturais e/ou induzidos em diferentes escalas. Além disso, os reservatórios naturalmente fraturados, frequentes em formações carbonáticas, são constituídos de meios porosos formados por uma matriz de rocha com a adição de fraturas naturais. Assim, para simular reservatórios naturalmente fraturados, o modelo precisa incorporar os efeitos do sistema de fraturas na modelagem. A descrição explícita das fraturas em uma malha de simulação pode resultar em um aumento excessivo do número de células. Isso porque para representar tais peculiaridades, os simuladores disponíveis no mercado necessitariam incorporar um refinamento excessivo na malha de simulação, além de possuir limitações quanto às aproximações realizadas pelos diferentes métodos utilizados. Assim, ao longo do tempo, metodologias têm sido desenvolvidas para ultrapassar esses desafios.

Adicionalmente ao problema da discretização do domínio, e de acordo com Pereira (2007), as soluções dos simuladores de reservatórios convencionais não são suficientes para explicar alguns fenômenos originados pela produção de hidrocarbonetos, como: compactação, subsidência, instabilidade de poços, produção de areia, reativação de falhas, fraturamento hidráulico, entre outros. Isto porque os simuladores consideram apenas a compressibilidade da rocha, como parâmetro geotécnico. Os simuladores não incorporam variações do estado de tensões da rocha e deformações em função da variação do campo de pressões.

De modo a obter previsões de comportamento mais realistas, atualmente, a indústria do petróleo está interessada em estudar o acoplamento entre o escoamento multifásico e os efeitos geomecânicos nos reservatórios de hidrocarbonetos e rochas

circundantes, considerando as características do meio poroso e das discontinuidades. Visto que a injeção e extração de fluidos dos reservatórios são causas de alterações dos campos de pressões, temperaturas e saturações, que poderiam afetar o estado de tensões e poderiam causar deformações na rocha reservatório e modificar a porosidade e permeabilidade da mesma (Gomes, 2009).

Dessa forma, trata-se de um problema acoplado onde o fluxo de fluidos no reservatório e o comportamento geomecânico da rocha se influenciam mutuamente. A solução acoplada para escoamento em rochas reservatórios, eventualmente suscetíveis aos efeitos de mudança de tensões, pode permitir uma melhor previsão das mudanças de tensões efetivas, e consequentes deformações e alterações na permeabilidade das rochas. Além, de considerar a possível abertura e fechamento das fraturas em reservatórios naturalmente fraturados, em decorrência da variação da pressão de poros.

Assim, a compreensão do problema é fundamental para criar modelos de fluxo realistas, que podem ser sensíveis ao comportamento tensão-deformação da rocha. Além disso, esses simuladores poderiam permitir a compreensão da variação da permeabilidade/porosidade do reservatório em função das cargas impostas, auxiliando no cálculo de reservas, na previsão e gerenciamento do reservatório, e previsão da chegada de água nos poços produtores.

1.2. Objetivos

A presente pesquisa aborda os desafios anteriormente mencionados e visa melhorar a capacidade de discretizar e simular o reservatório sujeito à injeção de água, de forma a prever e gerenciar a recuperação de hidrocarbonetos em formações fraturadas. Nesse contexto, essa pesquisa fornece uma metodologia para a simulação de reservatórios estruturalmente complexos, de forma a obter soluções mais realistas do comportamento hidromecânico de meios porosos deformáveis, devido a mudanças nos campos de tensão/deformação.

Para isso, inicialmente é proposto um procedimento desenvolvido para discretizar explicitamente a presença das fraturas existentes na matriz da rocha reservatório, sem um aumento excessivo no número de células.

Além disso, para quantificar os efeitos das mudanças no campo de tensões, inicialmente, é necessário o desenvolvimento um simulador de escoamento bifásico verdadeiramente conservativo de massa, que seja adequado a simular geometrias complexas de domínio, tais como células de modelos de reservatórios naturalmente fraturados. Para tanto, optou-se por desenvolver essa tese, em 2D e em mesoescala, considerando para as análises apenas uma célula de um modelo de simulação de reservatório. Por exemplo: a Figura 1 (lado esquerdo) apresenta o modelo de simulação de um reservatório com a inclusão das fraturas em uma determinada região. À direita da Figura 1 mostra-se, em preto, a célula de interesse do modelo de simulação de reservatório a ser analisado. A Figura 2 apresenta o detalhe da célula de interesse (definida em preto na Figura 1) 3D a ser estudada (mesoescala).

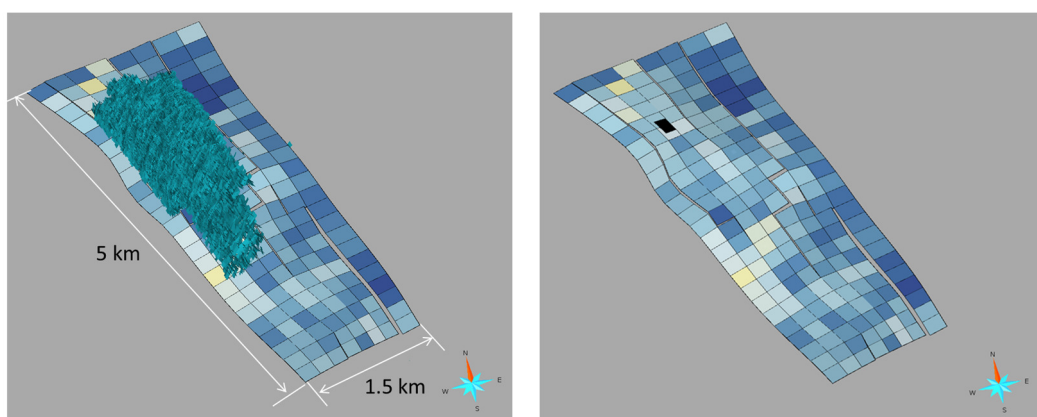


Figura 1 – Modelo de simulação de reservatório com a inclusão das fraturas em uma determinada região (à esquerda); e indicação da célula a ser estudada de cor preta (à direita). (Fonte: Rodrigo Corrêa)

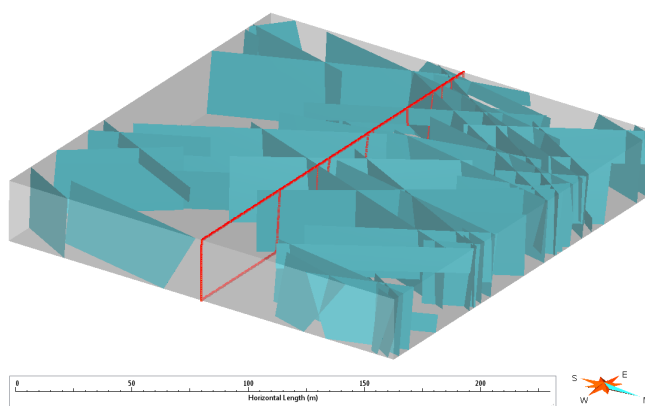


Figura 2 – Célula de um modelo de reservatório em 3D. (Fonte: Rodrigo Corrêa)

A partir de um simulador de escoamento confiável, fundamental para o desenvolvimento das análises mecânicas, é possível acoplar um módulo mecânico às simulações e obter um resultado mais realista da situação. De maneira a proporcionar resultados mais rápidos, tal metodologia é escrita em linguagem C.

O grande diferencial dessa Tese é propor uma metodologia de discretização do domínio com geometria complexa, em que a inclusão explícita das fraturas e/ou heterogeneidades não acarrete um número excessivo de células, além de proporcionar um método de simulação de escoamento bifásico verdadeiramente conservativo, e prover o acoplamento do módulo geomecânico a esse novo simulador de reservatórios que considere as variações de permeabilidade e porosidade. De modo a permitir o entendimento da trajetória e chegada da água a região produtora, além da evolução da porosidade, permeabilidade, tensões, deformações e propriedades de fluxo bifásico em uma célula de um modelo de reservatório. As informações obtidas em escala de célula de simulação de um modelo poderiam ser utilizadas para abastecer tabelas de pseudoacoplamento em simulações de reservatório em escala de reservatório, como uma forma de melhorar as resposta dos simuladores comerciais em escala de reservatório.

Cabe aqui ressaltar que essa tese não tem intenção de simular um reservatório completo, mas apenas uma célula de um modelo de simulação de reservatório em detalhe. Também não se atenta a modelar o problema a nível microscópico e não incorpora temas relacionados a propagação de fratura. Além disso, essa tese não contempla estudos de variação de temperatura nem transferência de massa entre os fluidos.

1.3. Organização da tese

A presente tese de Doutorado está organizada em nove capítulos e um apêndice, cuja estrutura e conteúdo podem ser brevemente apreciados nos itens elencados abaixo.

Capítulo 1 – Introdução: esse capítulo apresenta a relevância e a motivação da tese, bem como os objetivos.

Capítulo 2 – Reservatórios naturalmente fraturados: esse capítulo apresenta uma breve revisão da literatura acerca dos tópicos principais relacionados aos

reservatórios naturalmente fraturados. Trata-se das particularidades desse tipo de reservatório, com atenção especial, aos do tipo carbonáticos. A seguir, trata-se das fraturas e dos fatores que afetam o comportamento dos reservatórios fraturados. Também trata da recuperação de reservatórios naturalmente fraturados, injeção de água em reservatórios desse tipo, além de breves comentários acerca das variações de tensões e seus efeitos em reservatórios.

Capítulo 3 – Simulação do escoamento bifásico em meios porosos fraturados: esse capítulo apresenta uma breve revisão da literatura acerca dos tópicos principais relacionados a simulação de escoamento bifásico em meios porosos, de maneira a situar o leitor onde essa tese se enquadra. Descreve, em linhas gerais, as formulações de representação do escoamento bifásico em meios porosos. Esse capítulo também tem por objetivo apresentar a implementação do algoritmo limitador de inclinação recentemente implementado e que permitiu que a conservação de massa/volumes na simulação de fluxo fosse obtida.

Capítulo 4 – Simulação do comportamento mecânico de meios porosos sujeitos a escoamento bifásico: esse capítulo apresenta uma breve revisão da literatura acerca dos tópicos principais relacionados a simulação de escoamento bifásico acoplada em meios porosos, de maneira a situar o leitor acerca do estado da arte. Apresenta uma comparação sucinta entre os simuladores convencionais e os simuladores acoplados, com a função de posicionar o módulo mecânico dentro do contexto fluidomecânico. Além disso, descreve as formulações utilizadas no módulo mecânico utilizado, bem como os modelos constitutivos utilizados para a matriz rochosa e para as fraturas.

Capítulo 5 – Discretização do domínio: esse capítulo apresenta uma breve revisão da literatura acerca dos tópicos principais relacionados a a discretização do domínio. Apresenta a metodologia utilizada para a criação de malhas em que a discretização explícita das fraturas não acarrete no aumento excessivo do número de elementos a malha, objetivando assim a melhoria do desempenho computacional.

Capítulo 6 – Exemplos propostos: apresenta os exemplos propostos a serem estudados nessa tese, cujos resultados são apresentados nos Capítulos 7 e 8, respectivamente, simulação de escoamento bifásico e simulação de escoamento bifásico com acoplamento mecânico.

Capítulo 7 – Resultados da simulação de escoamento bifásico: esse capítulo se propõe a analisar os resultados obtidos nas simulações de escoamento. Preocupa-se em apresentar a validação do simulador de fluxo analisando os resultados acerca da conservação de volume, erros locais e globais, bem como a similaridade de comportamento quando comparado com outro tipo de simulador em volumes finitos de código aberto, o “*Matlab Reservoir Simulation Toolbox*” (MRST).

Capítulo 8 – Resultados da simulação fluidomecânica: apresenta-se os resultados encontrados com a aplicação da simulação de escoamento com acoplamento mecânico do tipo *staggered*.

Capítulo 9 – Conclusões e sugestões: este capítulo apresenta as principais conclusões obtidas nessa tese, de acordo com os objetivos estabelecidos, sendo enfatizado o potencial de aplicação da metodologia FE-RT-DG em geometrias complexas, bem como o potencial de aplicação do esquema de acoplamento fluidomecânico desenvolvido. Além disso, são apresentadas sugestões para prosseguimento da linha de pesquisa.

Apêndice A - Condução de calor 1D: mostra a explanação de como o modelo de Galerkin descontínuo funciona.

Apêndice B - Desenvolvimento de um procedimento para geração de malhas de simulação para discretização de reservatório fraturado.

Apêndice C - Ferramentas adicionais utilizadas na discretização.

2

Reservatórios naturalmente fraturados

O objetivo dessa revisão bibliográfica é fornecer ao leitor uma visão global do universo em que esta tese está inserida. Nesse capítulo apresenta-se uma revisão bibliográfica e uma descrição dos aspectos teóricos básicos sobre a modelagem de reservatórios naturalmente fraturados. Vale ressaltar que essa tese objetiva propor um procedimento de modelagem e simulação fluidomecânica de uma célula de modelo de simulação de reservatórios.

2.1.

Reservatórios naturalmente fraturados

Reservatórios naturalmente fraturados possuem fraturas naturais resultantes das interações das tensões das rochas. Nelson (2001) define um reservatório naturalmente fraturado como sendo “um reservatório no qual as fraturas que nele ocorrem naturalmente têm um efeito significativo no escoamento de fluidos, tanto na forma de aumento de permeabilidade e/ou porosidade, ou aumento de anisotropia da permeabilidade”. Assim, o que diferencia esse tipo de reservatório de um reservatório convencional é o impacto que a rede de fraturas tem sobre o reservatório. Para estudar a influência das fraturas em um reservatório, é necessário definir fratura. Tal definição é encontrada no próximo subitem desse capítulo.

Segundo Navarro (2012), reservatórios naturalmente fraturados podem se comportar como sistemas de dupla porosidade/permeabilidade, a matriz de rocha e da rede de fraturas naturais contribuem para o transporte de hidrocarbonetos, embora a produção substancialmente se deva a rede de fraturas naturais. Nesses sistemas, tanto a matriz rochosa quanto a fratura são meios porosos diferentes e separados. A matriz de rocha apresenta uma alta capacidade de armazenamento de fluidos e uma baixa permeabilidade; a fratura, pelo contrário, apresenta uma capacidade de fluxo alta e uma baixa porosidade com relação à matriz. Assim esses contrastes entre as propriedades das fraturas e da matriz criam grandes heterogeneidades e distribuições de saturação complexas. De modo que, exigem

processos mais cuidadosos para a garantir uma simulação de reservatórios que garanta melhores resultados preditivos.

A produção de óleo em reservatórios naturalmente fraturados ocorre em diversas partes do mundo, por exemplo: os campos gigantes do Oriente Médio, os *chalks* fraturados do Mar do Norte e as formações dos campos do Pré-Sal brasileiro. No entanto, esse tipo de reservatório não é, em geral, depletado de forma eficiente devido à complexidade da modelagem e à necessidade de detalhamento da caracterização.

2.2.

Rochas e reservatórios carbonáticos

No contexto dessa tese, as definições de rochas e reservatórios carbonáticos foram apresentados apenas para proporcionar uma visão global do problema estudado.

Segundo Domingues (2011), rocha carbonática é um tipo de rocha sedimentar de origem química e/ou bioquímica composta essencialmente por minerais carbonáticos. Os principais minerais carbonáticos são a calcita (CaCO_3), a dolomita ($\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$) e a aragonita (CaCO_3). A siderita (FeCO_3), a magnesita (MgCO_3) e a ankerita ($\text{Ca}(\text{Mg,Fe})(\text{CO}_3)_2$) também são minerais do grupo carbonatos, embora com menor participação na composição das rochas. Além dos minerais do grupo dos carbonatos, as rochas carbonáticas também podem apresentar argilominerais, quartzo, minerais fosfáticos, óxidos e sulfetos.

Ahr (2008) define reservatórios carbonáticos como rochas porosas e permeáveis que contém hidrocarbonetos. Estes reservatórios apresentam características petrofísicas e geológicas complexas e heterogêneas. De acordo com Mangione *et al* (2013), reservatórios carbonáticos têm distribuição de propriedades petrofísicas amplamente controladas pela combinação de deposição, processos diagenéticos e história estrutural do reservatório e do que ele contém. Muitas vezes, são naturalmente fraturados e exibem complexos sistemas de poros, geometrias e características de molhabilidade, que influenciam drasticamente as propriedades de fluxo multifásico.

2.3. Fraturas

As fraturas podem ser definidas como descontinuidades do maciço rochoso que sofreram a perda de coesão, ou seja, são o resultado da ruptura do material que sofreu um processo de perda de coesão. De acordo com Paitan (2013) uma fratura pode ser considerada um plano de ruptura da rocha. Segundo Lima (2013) após a ruptura, as fraturas podem sofrer alterações diagenéticas, cimentação, permanecerem abertas ou fechadas, o que pode causar um efeito positivo ou negativo ao fluxo dentro do maciço. Paitan (2013) ainda menciona que hidraulicamente, cada fratura se comporta como um canal no qual o fluxo passa, e frequentemente, estão conectadas a outras, e assim, estas formam um sistema de condutividade preferencial dentro do meio.

2.4. Fraturas naturais

De acordo com Muñoz Mazo (2005), as fraturas naturais são fissuras que podem se cruzar e que têm como características: direção preferencial e permeabilidade muito maior que a rocha que as contêm. Além disso, o autor explica que as fraturas podem ser classificadas segundo o ângulo de inclinação como sub-verticais quando o ângulo é maior de 65° e sub-horizontais quando o ângulo é menor de 25°.

Ainda segundo Muñoz Mazo (2004), as fraturas naturais geralmente apresentam certas características constantes:

- São aproximadamente perpendiculares ao ângulo de inclinação da camada; porém esse fato não exclui a possível existência de fraturas horizontais, embora sejam muito menos frequentes e de menor tamanho que as subverticais.
- Estão orientadas de acordo com uma ou várias direções prevalecentes, já que pelo geral é o resultado de tensões tectônicas e frequentemente a direção é coincidente com a orientação das falhas presentes na região.
- Ocorrem em rochas compactas nas quais o poço seria cilíndrico em condições normais, e somente as fraturas que estão pelo menos parcialmente abertas são úteis para a produção de fluidos.

Segundo Muñoz Mazo (2005), a detecção de fraturas é o primeiro e mais importante passo para a avaliação de reservatórios naturalmente fraturados. Esse processo de detecção pode estar baseado em estudos de laboratório a partir da análise de testemunhos, assim como em resultados da interpretação de perfis de poço e em casos mais avançados de testes de pressão. Além disso, estudos sísmicos também são de fundamental importância. A analogia com campos ou afloramento análogos também podem contribuir com o melhor entendimento do reservatório.

Além da detecção, é importante fazer uma avaliação das propriedades das fraturas no processo de caracterização do reservatório para que se possa planejar a estratégia de produção e desenvolvimento, que é a integração dos aspectos geológicos, produtivos, de modelagem e econômicos.

2.5. Fatores geológicos relacionados ao desenvolvimento de reservatórios naturalmente fraturados

Alguns dos principais fatores geológicos que podem resultar em reservatórios naturalmente fraturados são aqui elencados.

Segundo Lima (2013), inicialmente, há a questão da configuração tectônica. Pois quando situados em regiões estruturalmente complexas, os reservatórios são mais propícios a sofrerem com falhas, dobramentos e fraturamento difuso (em pequena escala).

Em relação à litologia, reservatórios fraturados podem ser encontrados em várias estruturas sedimentares, contudo, formações carbonáticas, em média, possuem maior frequência de fraturamento que formações areníticas. Isso ocorre por várias razões, incluindo as diferentes propriedades mecânicas das rochas, e também diferentes susceptibilidades da evolução pós-deposição da sedimentação.

Além disso, a idade geológica e o histórico deposicional são fatores a serem considerados. Quanto mais antiga e profunda for a formação, a tendência é que esta seja menos porosa e menos permeável, e, assim, mais suscetível ao fraturamento.

2.6. Fatores que afetam o comportamento de reservatórios naturalmente fraturados

Segundo Muñoz Mazo (2005), muitos fatores podem afetar o comportamento desse tipo de reservatório. Os mais comuns são associados a parâmetros de

reservatório (propriedades petrofísicas e mecânicas da matriz e das fraturas) e os relacionados aos parâmetros de produção (tipo, espaçamento, completação e arranjo dos poços). Esse trabalho não abordará os parâmetros relacionados à produção. São reapresentados abaixo, pela relevância à presente tese, os parâmetros de reservatórios explanados por Muñoz Mazo (2005).

Dentro dos fatores associados às propriedades petrofísicas do reservatório avaliados dentro desse trabalho, têm-se:

- Permeabilidade

Munõz Mazo (2005) ressalta que sistemas naturalmente fraturados são interpretados como a interação de dois sistemas independentes (matriz e fratura), e é necessário discutir a incidência tanto da permeabilidade da matriz quanto das fraturas dentro do comportamento geral do reservatório.

Segundo Passos (2013), o sistema de fraturas é responsável pelo transporte de fluidos através do reservatório, sendo a rocha-matriz uma fonte alimentadora de fluidos para as fraturas. Segundo Rosa *et al* (2006), em geral, as fraturas possuem alta condutividade (alta permeabilidade) e pouca capacidade de armazenar fluidos (a relação entre o volume das fraturas e o volume total da rocha é da ordem de 1%). A matriz possui baixa permeabilidade (0,01 a 1md) e alta capacidade de armazenar fluidos (a relação entre o volume total da matriz e o volume total da rocha é de aproximadamente um). As permeabilidades da matriz e da fratura atuam de forma inversa. Enquanto a alta permeabilidade da matriz atua de forma a melhorar a varredura da matriz, a alta permeabilidade da fratura gera um rápido fluxo da água injetada em direção ao poço produtor. Ao mesmo passo que o aumento no contraste de permeabilidade para esses dois meios atua contrariamente à boa produtividade do campo. Cabe ressaltar que essa característica influi de maneira significativa em indicadores de produção como o Fator de Recuperação (FR), motivo pelo qual essa propriedade deve ser observada com muita atenção nas etapas de modelagem e de realização de ajustes.

- Porosidade

As variações da porosidade tanto na matriz quanto na fratura fazem com que o volume poroso do reservatório e o volume de hidrocarbonetos (óleo e gás) presentes no meio poroso apresentem fortes mudanças quando se varia a porosidade

da matriz, e pequenas mudanças quando se varia a porosidade do sistema de fraturas. Essa característica influi de maneira significativa no volume de óleo *in place*.

- Espaçamento das fraturas

Muñoz Mazo (2005) menciona que quanto mais próximas estiverem as fraturas, maior será a quantidade de rocha matriz em capacidade de interagir com as fraturas e maior a quantidade de fluido entregue ao sistema de fraturas para a sua condução ao poço produtor. Assim, a diminuição do espaçamento das fraturas implica em um aumento no incremento da produção de óleo.

- Orientação das fraturas

Sabe-se que a locação dos poços, de modo a otimizar a produção, é dependente da orientação das fraturas. Isso porque, em um processo de injeção de água busca-se maximizar a produção atrasando a chegada de água ao poço produtor. Assim, segundo Muñoz Mazo (2005), a orientação das fraturas não só influi no comportamento do reservatório, mas também na definição da estratégia que permita obter a máxima produção de hidrocarbonetos do reservatório.

2.7.

Recuperação de reservatórios naturalmente fraturados

Dentre os diferentes parâmetros que influenciam a recuperação em reservatórios fraturados, pode-se destacar: a magnitude e a heterogeneidade da permeabilidade da fratura, e a comunicação entre matriz e fratura.

Segundo Lima (2013), a permeabilidade da fratura irá controlar o fornecimento de fluido enquanto que a heterogeneidade irá controlar a extensão do influxo de água ou gás. Já a boa comunicação entre matriz e fratura é essencial para a produtividade em longo prazo ou para altos fatores de recuperação.

Essa comunicação entre os meios é dependente tanto do espaçamento das fraturas quanto da permeabilidade da matriz. Estes dois parâmetros, além da disposição dos poços em relação a direção das fraturas, definem a força do mecanismo de recuperação atuante. Se o espaçamento das fraturas for pequeno e/ou a permeabilidade da matriz for alta, então poderá se obter uma boa eficiência de varrido pela injeção de água. O contrário ocorre, se o espaçamento das fraturas for

amplo e/ou a permeabilidade da matriz for baixa, pois o fluido injetado ou influxo de um aquífero atuante, frequentemente, tendem a passar diretamente pelas fraturas, não varrendo adequadamente a matriz e, assim, resultando em baixos fatores de recuperação (Baker e Kuppe, 2000).

2.8. Injeção de água

Essa tese tem por propósito desenvolver uma metodologia de simulação para aplicação em uma célula de um modelo de reservatórios complexos. Aqui é tratada apenas a injeção de água como processo de recuperação de óleo em reservatórios naturalmente fraturados, no entanto, poderia trata-se de injetar outro tipo de fluido.

Tratando da injeção de água em reservatórios naturalmente fraturados, Muñoz Mazo (2005) menciona que, diferentemente dos reservatórios homogêneos, aqueles apresentam uma série de restrições que fazem com que a sua aplicação seja bastante complexa.

Segundo Muñoz Mazo (2005) deve-se minimizar o efeito de canalização da água através da rede de fraturas, impedindo assim a chegada prematura de água aos poços produtores, mediante a localização adequada dos poços produtores e injetores, fazendo com que a orientação dos poços injetores (no caso horizontal) seja paralela à direção de maior permeabilidade das fraturas, e os poços produtores localizados de preferência perpendiculares a ela.

Além disso, o autor cita que a taxa de injeção deve ser cuidadosamente observada, pois essa é dependente da taxa de embebição para o interior da matriz e a posterior transferência de óleo desta para as fraturas. Segundo Righetto (2012) a injeção de água requer o deslocamento ou compressão do fluido existente na formação, assim, a pressão de injeção no fundo do poço deve ser maior do que a pressão do fluido da formação. O aumento da pressão da formação, devido à injeção de água para aumento da produção de hidrocarbonetos, pode abrir ou propagar fraturas e acarretar em reativação de falhas presentes no reservatório. Assim, Putra *et al.* (1999) *apud* Muñoz Mazo (2005), menciona que existe uma taxa de injeção crítica, que uma vez superada, fará com que não ocorra o fenômeno da embebição capilar na matriz e, dessa forma, a água injetada circulará pela rede de fraturas sem entrar na matriz para deslocar o óleo. Em um trabalho posterior, Putra e Schechter

(1999) *apud* Muñoz Mazo (2005) mostraram que variações nos valores de permeabilidade relativa e viscosidade da água não afetam a taxa de embebição espontânea do meio poroso.

Segundo Lima (2013) a atenção na injeção de água está voltada para a molhabilidade do meio fraturado em questão. Para meios molháveis preferencialmente à água e com blocos de matriz pequenos, ou seja, com uma alta intensidade de fraturas, devido à força capilar, a água invadirá o bloco de matriz em um processo de embebição espontânea e promoverá o deslocamento do óleo que estava estocado, e por consequência, a eficiência de varrido será maior e apresentará uma melhor recuperação de óleo. Para meios de molhabilidade intermediária a molháveis à óleo, a eficiência na recuperação não dependerá da embebição espontânea do bloco de matriz, mais sim do efeito de outros mecanismos como a embebição forçada, o deslocamento viscoso e também o efeito gravitacional.

2.9.

Efeito da variação das tensões na variação da permeabilidade da fratura

Como explanado nos itens anteriores, o transporte de hidrocarbonetos em reservatórios naturalmente fraturados é fortemente influenciado pela rocha matriz e, principalmente, pela rede de fraturas naturais. Segundo Putra *et al* (1999) *apud* Navarro (2012), as fraturas são os principais caminhos de escoamento de fluidos em reservatórios naturalmente fraturados. Portanto, a produtividade desse tipo de reservatório depende da magnitude da permeabilidade da fratura.

A permeabilidade de reservatórios fraturados é considerada por Navarro (2012) como muito sensível à mudança de tensões efetivas. Navarro (2012), a partir do estudo de caso do reservatório Robore III, do campo de Bulo Bulo, na Bolívia, constata que um aumento da tensão efetiva sobre a formação, como resultado da depleção do reservatório (taxas excessivas de produção de petróleo/gás), causa a compactação da rocha que leva à redução de permeabilidade e diminuição do fator de recuperação. O autor menciona ainda que esse efeito deve ser considerado nesse tipo de reservatório para a estimativa de reservas e decisão de investimentos.

Isso é explicado pelo conceito de tensão efetiva, estudado por Biot (1941), que indica que a pressão de poros neutraliza o esforço mecânico causado pela sobrecarga de tensão como se mostra na seguinte equação:

$$\sigma' = \sigma - \alpha_{Biot} p \quad (1)$$

Nessa equação σ' é a tensão efetiva, σ é a tensão total e p é a pressão de poros. A constante poroelástica, fator α_{Biot} , indica a capacidade da pressão de poros suportar as tensões e é calculada a partir a equação:

$$\alpha_{Biot} = 1 - \frac{c_{matriz}}{c_b}, 0 \leq \alpha_{Biot} \leq 1 \quad (2)$$

Onde a compressibilidade volumétrica (*bulk compressibility*), c_b é dada por:

$$c_b = 1 - \frac{1(1 - 2\nu)}{E} \quad (3)$$

O coeficiente de pororelasticidade de Biot, α_{Biot} , pode ser obtido em laboratório. Considera-se que quando igual a um se trata de um material incompressível.

Putra *et al* (1999) *apud* Navarro (2012) explicam que em reservatórios mais sensíveis às variações de tensão, o declínio de poropressão, devido às altas vazões iniciais de produção do reservatório, pode ocasionar o fechamento das fraturas, em função do aumento da tensão confinante efetiva, promovendo assim uma redução significativa da permeabilidade das fraturas e da matriz. A interação entre o fluxo de fluidos e a deformação volumétrica da rocha provoca redução significativa da permeabilidade da fratura. Desse modo, o declínio de pressão acarreta um impacto sobre a produtividade do reservatório.

Navarro (2012) estudou o comportamento do campo de Bulo Bulo, no Bolívia, em que ocorreu a uma redução repentina das reservas de gás e das taxas de produção oriundas de efeitos geomecânicos de colapso/fechamento das fraturas existentes no reservatório, devido ao aumento das tensões efetivas. Nesse estudo, considerou a rocha como incompressível, α_{Biot} igual a 1. Como resultado observou-se que, com aumento da tensão confinante efetiva, primeiramente, ocorre a compactação das fraturas (zona de compressibilidade das fraturas), em seguida é atingida uma zona de transição onde a partir de então se inicia a compactação dos poros da matriz rochosa. A Figura 3 apresenta o resultado obtido em tal estudo,

demonstrando o efeito das tensões efetivas no fechamento das fraturas. Nessa figura é possível observar três zonas distintas de tensão efetiva: a primeira corresponde à compressibilidade natural das fraturas entre aproximadamente 1500 e 4000 *psi*; a segunda correspondente à transição com valores entre aproximadamente 4000 e 5000 *psi*; e a terceira zona em que a compressibilidade da matriz em relação à tensão é superior a aproximadamente 5000 *psi*. Assim, dependendo de qual zona de tensão efetiva o poço é posicionado, ele produziria principalmente de fraturas naturais ou apenas da permeabilidade da matriz.

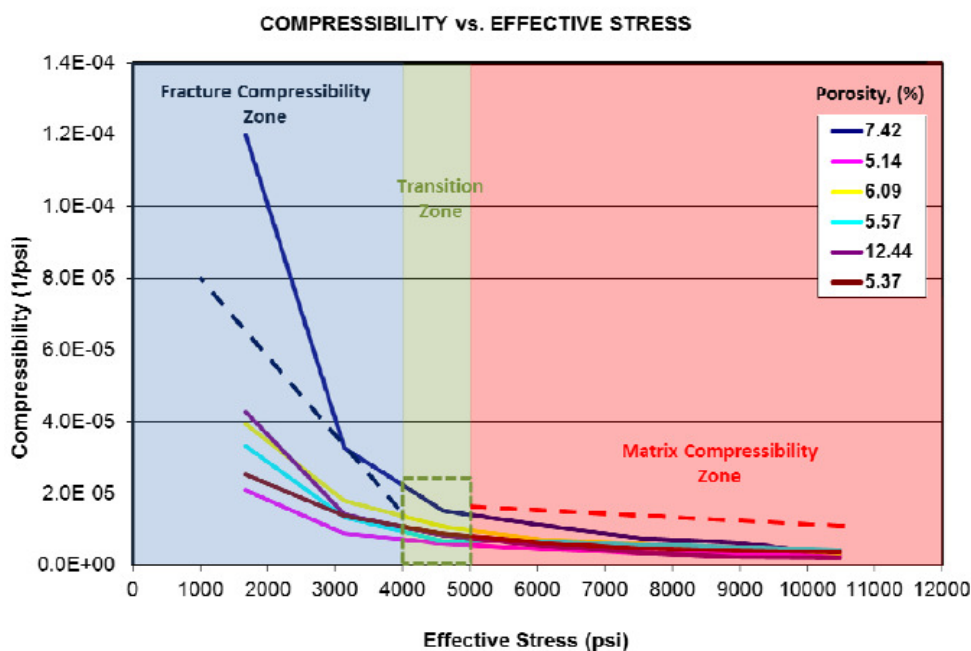


Figura 3 – Compressibilidade versus tensão efetiva em diferentes porosidades. (Navarro, 2012).

Segundo Lima (2013), nesse tipo de reservatório, a compressibilidade (o quociente entre a variação de volume e a variação de pressão) da fratura é maior do que a compressibilidade da matriz. O contraste entre estes valores depende de muitos fatores, como: o grau de cimentação das fraturas, a orientação das fraturas, as tensões *in situ* e a condição de pressão do reservatório.

Se o reservatório está inicialmente subpressurizado, o fechamento das fraturas é insignificante, isso porque, a maioria das fraturas já se encontra fechada. Já quando o reservatório está inicialmente sobrepressurizado, o declínio da pressão

pode provocar um fechamento significativo das fraturas. Nesse caso, provocando baixos fatores de recuperação em comparação com os subpressurizados.

Sendo assim, a compreensão das características hidráulicas da matriz e da rede de fraturas em função da tensão efetiva confinante (efeitos geomecânicos de colapso/fechamento das fraturas existentes no reservatório) é vital para prever o desempenho do reservatório.

2.10. Compactação de reservatórios

O reservatório é considerado como um meio poroso deformável, onde grande parte dos seus poros é interligada (onde ocorre o fluxo de fluidos) e existem ainda poros isolados, também preenchidos por fluidos (fluido aprisionado). Como explicado nos itens anteriores, quando há variação da pressão destes fluidos, decorrente da produção de hidrocarbonetos (depleção do reservatório ou a injeção de água), há uma redistribuição das tensões no reservatório e o meio rochoso passa a ser sobrecarregado e, conseqüentemente, sofre deformações.

Conforme enunciado por Terzaghi (1943) no princípio das tensões efetivas, o aumento da pressão de poros resulta em um decréscimo das tensões efetivas, como se houvesse um descarregamento. No caso de maciços rochosos, o aumento da pressão de poros reduz a sua resistência podendo induzir uma ruptura frágil (Handin *et al.*). Além disso, a variação das tensões devido à depleção da pressão de poros, em reservatórios de hidrocarbonetos, pode resultar tanto em compactação poroelástica da rocha, na qual a compactação do volume poroso é reversível, quanto no colapso dos poros, que representa uma deformação permanente (Johnson *et al.*, 1989).

Segundo Gomes (2009), o fenômeno de compactação corresponde à redução de volume da rocha-reservatório decorrente da sua compressão, o que leva a diminuição da espessura do reservatório, principalmente na zona onde os poços produtores se localizam. A sua ocorrência provoca uma perda de suporte que pode levar ao movimento das camadas acima do reservatório, onde este fenômeno é definido como subsidência, que ocorre em áreas maiores que a região no entorno do reservatório afetada pela compactação. Grande parte dos reservatórios de óleo e

gás sofre compactação, porém em um nível bastante pequeno, e a correspondente subsidência da superfície é desprezível.

Vale lembrar que a compactação pode gerar resultados positivos e negativos. Segundo Falcão (2002), o mecanismo de compactação pode aumentar a produção de hidrocarbonetos devido à pressurização dos fluidos contidos nos poros. Assim é importante ponderar o grau em que a redução da porosidade afeta a permeabilidade do reservatório. Segundo Fjaer *et al*, 2008 esse mecanismo geralmente ocorre em reservatórios brandos, principalmente quando as variações de permeabilidade não são tão acentuadas. No entanto, o mecanismo de compactação pode reduzir a permeabilidade, o que pode acarretar na redução da recuperação.

3

Simulação de escoamento bifásico em meios porosos fraturados

Nesse capítulo é apresentada uma breve revisão dos fundamentos utilizados para o desenvolvimento do simulador de escoamento bifásico, denominado aqui como FE-RT-DG, bem como a apresentação da formulação do Limitador de inclinação multidimensional incluído ao simulador para prover um código de simulação de escoamento bifásico verdadeiramente conservativo de massa/volume. Ao final do capítulo é apresentado o modelo computacional implementado.

Maiores detalhes sobre o simulador podem ser encontrados em Passos (2013) e acerca do Limitador de inclinação multidimensional em Chavent e Jaffré (1986).

3.1.

Simulação de escoamento bifásico

Nos simuladores comerciais de escoamento multifásico, os métodos de diferenças finitas (FD) e de volume finito (FV) são geralmente utilizados na simulação numérica para estudar o fluxo de fluido em problemas com geometrias de grande extensão. No entanto, o método convencional de FD é fortemente afetado pela qualidade e orientação da malha, o que torna o processo menos atraente para malha não estruturada, que atende a geometrias complexas.

Os métodos baseados em elementos finitos de Galerkin podem não ser suficientemente robustos em meios heterogêneos. De acordo com Helmig *et al* (1997), o modo de discretização de Galerkin (*'standard'* ou Petrov-Galerkin) pode produzir soluções não físicas em meios heterogêneos e restrições severas à malha são necessárias à estabilidade do método Galerkin *'fully upwind'* no espaço multidimensional. Esses mesmos autores destacam que o método de elementos finitos clássico (FE) tem dificuldade em capturar ondas de choque e não é localmente conservativo, e o FV, apesar de ser localmente conservativo, exige sistemas adequados de interpolação *'upwind'* para a captura de ondas de choque.

Outro procedimento usado na solução de problemas de escoamento bifásico é o método de elementos finitos descontínuos (DFEM) ou também conhecido como ou método de Galerkin descontínuo (DG). DG tem a vantagem de utilizar a mesma malha dos FE, sem a necessidade de passos de construção de FV, ou utilizar os esquemas de interpolação para captura da frente de saturação utilizada no FV, de modo a manter o balanço de massa, a nível elementar.

Para os tipos de problemas de escoamento considerados nessa pesquisa, o método de Galerkin descontínuo (DG) é atraente devido à sua flexibilidade na descrição de domínios não estruturados (geometrias complexas), utilizando a função de alta ordem de aproximação. Tal implementação está em linha com a descontinuidade da saturação. Também conserva a massa localmente a nível elementar.

Segundo Ribeiro (2011), a representação do escoamento bifásico pode ser equiparada à forma hiperbólica, cujas equações são colocadas em sequência com a definição da uma equação de pressão, de um pós-processamento das velocidades e da solução da equação da saturação. Vale ressaltar que, quanto melhor for avaliada a velocidade do fluxo na etapa intermediária, melhores resultados quanto à avaliação da equação de saturação são obtidos e, conseqüentemente, melhores os resultados obtidos em todo o sistema. Alcoforado (2007) propõe um pós-processamento da velocidade, colocado como um problema de ponderação da lei de Darcy com o balanço de massa, usando para isso os elementos finitos de Raviart-Thomas de baixa ordem, RT_0 .

De acordo com Chavent *et al* (1986), existem duas razões básicas para o método de elementos finitos tradicional não ser adequado para simulação de reservatórios. Em primeiro lugar, porque os elementos finitos são mais adequados para resolução de processos do tipo difusos, enquanto que em simulações de reservatório a solução pode apresentar frentes íngremes, quando as equações são dominadas por efeitos convectivos. A segunda razão é que a velocidade do fluido, um importante fator de acoplamento, é pobremente aproximada por uma função linear por partes, normalmente usados na formulação padrão dos elementos finitos aplicados em problemas elípticos e parabólicos suaves. De acordo com Hoteit e Firoozabadi (2007), a aproximação precisa das linhas de fluxo e do fluxo, e a baixa dependência da malha são características desejáveis para o sucesso dos esquemas de modelagem numérica de escoamento bifásico em meios heterogêneos.

Passos (2013) analisou a implementação de uma formulação numérica de escoamento bifásico em meios porosos heterogêneos em um modelo bidimensional, em que empregou uma formulação numérica que consiste de um processo em três passos: o método dos elementos finitos (FE), para a solução da equação da pressão, intermediariamente, utiliza-se o método de Raviart-Thomas de mais baixa ordem, RT_0 , para melhor aproximação da velocidade, e a resolução da equação da saturação pelo método dos elementos finitos descontínuos, DG. No entanto, apesar dos resultados apresentarem erros de balanço de massa/volume, baixos, mas ainda altos para os padrões esperados. Assim, que a presente tese utiliza a mesma formulação e trata da continuação de tal linha de pesquisa.

3.2. Escoamento bifásico

Inicialmente apresenta-se a formulação matemática considerada e em seguida os detalhes do Limitador de inclinação multidimensional utilizado.

3.2.1. Equações governantes do escoamento bifásico

O simulador FE-RT-DG trata o escoamento bifásico considerando que a velocidade total v_t é o somatório das velocidades molhante v_w e não molhante v_{nw} . Assim tem-se:

$$v_t = v_{nw} + v_w \quad (4)$$

E considerando o balanço volumétrico tem-se que:

$$\nabla(v_t) = F_t \quad (5)$$

Onde F_t é o termo “fonte”. Então:

$$\nabla(v_{nw} + v_w) = F_t \quad (6)$$

Mas, a partir da Lei de Darcy, tem-se que o potencial de uma fase é dado por:

$$\Phi_\alpha = p_\alpha - \rho_\alpha gZ \quad (7)$$

Onde Φ_α é o potencial da fase α , p_α pressão da fase α , ρ_α é a densidade do fluido α , Z é a profundidade e \mathbf{g} é o vetor gravidade definido como:

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (8)$$

Assim para a fase molhante e não molhante tem-se, respectivamente:

$$\Phi_w = p_w - \rho_w \mathbf{g}Z \quad (9)$$

$$\Phi_{nw} = p_{nw} - \rho_{nw} \mathbf{g}Z \quad (10)$$

Os potenciais se relacionam pelo potencial capilar, dado por:

$$\Phi_c = \Phi_{nw} - \Phi_w \quad (11)$$

Relacionando os potenciais com a velocidade dada pela lei de Darcy, tem-se, respectivamente, para as fases molhante e não-molhante:

$$v_w = -\mathbf{K} \frac{k_{rw}}{\mu_w} \nabla \Phi_w = -\mathbf{K} \frac{k_{rw}}{\mu_w} \nabla (p_w - \rho_w \mathbf{g}Z) \quad (12)$$

$$v_{nw} = -\mathbf{K} \frac{k_{rnw}}{\mu_{nw}} \nabla \Phi_{nw} = -\mathbf{K} \frac{k_{rnw}}{\mu_{nw}} \nabla (p_{nw} - \rho_{nw} \mathbf{g}Z) \quad (13)$$

Onde k_{rw} é a permeabilidade da fase molhante, μ_w é a viscosidade dinâmica do fluido molhante, k_{rnw} é a permeabilidade da fase não-molhante, μ_{nw} é a viscosidade dinâmica do fluido não-molhante e \mathbf{K} é o tensor de permeabilidade.

Tomando como variável principal o potencial molhante, Φ_w :

$$\Phi_{nw} = \Phi_c + \Phi_w \quad (14)$$

Assim a velocidade não molhante pode ser reescrita como:

$$v_{nw} = -\mathbf{K} \frac{k_{rnw}}{\mu_{nw}} \nabla(\Phi_c + \Phi_w) \quad (15)$$

Substituindo (15) e (12) em (6) tem-se:

$$\nabla \left(-\mathbf{K} \frac{k_{rnw}}{\mu_{nw}} \nabla \Phi_c - \mathbf{K} \frac{k_{rnw}}{\mu_{nw}} \nabla \Phi_w - \mathbf{K} \frac{k_{rw}}{\mu_w} \nabla \Phi_w \right) = F_t \quad (16)$$

Reescrevendo:

$$\nabla \left(-\mathbf{K} \frac{k_{rnw}}{\mu_{nw}} \nabla \Phi_c - \mathbf{K} \left(\frac{k_{rnw}}{\mu_{nw}} + \frac{k_{rw}}{\mu_w} \right) \nabla \Phi_w \right) = F_t \quad (17)$$

Considerando que a molhabilidade da fase α é dada por:

$$\lambda_\alpha = k_{r\alpha} / \mu_\alpha \quad (18)$$

E que a molhabilidade total é dada por:

$$\lambda_t = \lambda_w + \lambda_{nw} \quad (19)$$

E substituindo (18) e (19) em (17), tem-se a equação governante de fluxo em função do potencial molhante:

$$\nabla(-\mathbf{K} \lambda_{nw} \nabla \Phi_c - \mathbf{K} \lambda_t \nabla \Phi_w) = F_t \quad (20)$$

Onde:

$$\mathbf{v}_a = -\mathbf{K} \lambda_t \nabla \Phi_w \quad (21)$$

$$\mathbf{v}_c = -\mathbf{K} \lambda_{nw} \nabla \Phi_c \quad (22)$$

A equação da saturação, baseada no balanço de massa, é dada por:

$$\emptyset \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot (f_w \mathbf{v}_a) = F_w \quad (23)$$

Onde \emptyset (adimensional) é a porosidade, S_w é a saturação da fase molhante. E que a função fracionária da fase molhante, f_w , é dada por:

$$f_w = \lambda_w / \lambda_t \quad (24)$$

Vale lembrar que o modelo adotado assume que todos os poros estão preenchidos por fluidos, de modo que:

$$S_w = 1 - S_{nw} \quad (25)$$

As equações governantes são, portanto, a equação de balanço volumétrico total (20), e a equação da saturação da fase molhante (23), estão expressas em termos de \mathbf{v}_a e f_w . O sistema de equações (20) e (23) é sujeito às condições iniciais e de contorno, de modo que devem ser estabelecidas saturações iniciais e condições de fluxos externos.

Por questões de simplificação numérica e avanço atual da pesquisa negligenciou-se o potencial capilar e os efeitos gravitacionais. No entanto, conforme observado nas equações acima, são grandezas que podem ser incluídas nas formulações.

3.2.2. Metodologia FE-RT-DG

Sucintamente, o simulador de escoamento bifásico em meios porosos, denominado FE-RT-DG, é resolvido em três etapas, que buscam resolver o sistema de equações (20) e (23) sequencialmente. No primeiro passo, o método convencional de elementos finitos (FE) é utilizado para a solução da equação de pressão, com cálculo das pressões nos nós da malha. No segundo passo, utiliza-se os elementos de baixa ordem de Raviart-Thomas (RT_0) para uma melhor aproximação das velocidades no centro dos elementos. Na terceira etapa, a equação de saturação é resolvida usando elementos finitos descontínuos (DG). Nessa última etapa faz-se necessário a implementação de um limitador de inclinação multidimensional para evitar oscilações na reconstrução dos dados de saturação.

O problema de fluxo bifásico imiscível e incompressível em meios porosos é resolvido usando o algoritmo IMPES (*implicit pressure–explicit saturation*), no qual a pressão é calculada implicitamente, enquanto a saturação é explícita. Para melhorar a eficiência do método IMPES, métodos adaptativos são utilizados. Nesse trabalho utilizou-se um critério de estabilidade numérica para a integração de equações diferenciais parciais definidas por Courant, Friedrichs e Lewy (CFL), de modo a determinar o tamanho dos passos de tempo tratados explicitamente.

Nos métodos convencionais, como no método FE, o fluxo através das interfaces das células do *grid* é calculado em um passo de pós-processamento. A ideia básica das formulações do pós-processamento é usar as propriedades de ótima estabilidade e convergência da aproximação clássica de Galerkin para obter o campo de potenciais e derivar aproximações de velocidades mais precisas do que as obtidas pela aplicação direta da lei de Darcy (Correa e Loula, 2006).

Vale ressaltar que no processo de pós-processamento, considera-se um fluxo auxiliar entre os elementos adjacentes. Esse fluxo permite uma redistribuição contínua das pressões nodais dos elementos o que conserva as quantidades (Hughes *et al.*, 2000).

As aproximações de Raviart-Thomas para o campo de velocidades existem em um espaço $H(\text{div}(\Omega))$ que é definido como um espaço de funções vetoriais cujo divergente é de quadrado integrável:

$$H(\text{div}(\Omega)) = \{v \in \{L^2(\Omega)\}^3, \text{div } v \in L^2(\Omega)\} \quad (26)$$

Com o produto interno dado por:

$$(u, v)_{H(\text{div}(\Omega))} = (u, v) + (\text{div } u, \text{div } v) \quad (27)$$

A seguir, são apresentadas as funções base para os elementos quadrilaterais e triangulares, respectivamente:

$$w = \begin{bmatrix} \frac{\epsilon+1}{4} & \frac{\epsilon-1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\eta+1}{4} & \frac{\eta-1}{4} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$(29)$$

$$w = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \cdot \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon - 1 \\ \sqrt{2} \cdot \eta & \eta - 1 & \eta \end{bmatrix}$$

Tais funções base para os elementos quadrilaterais e triangulares, podem ser vistas na Figura 4, em que ε e η são coordenadas locais.

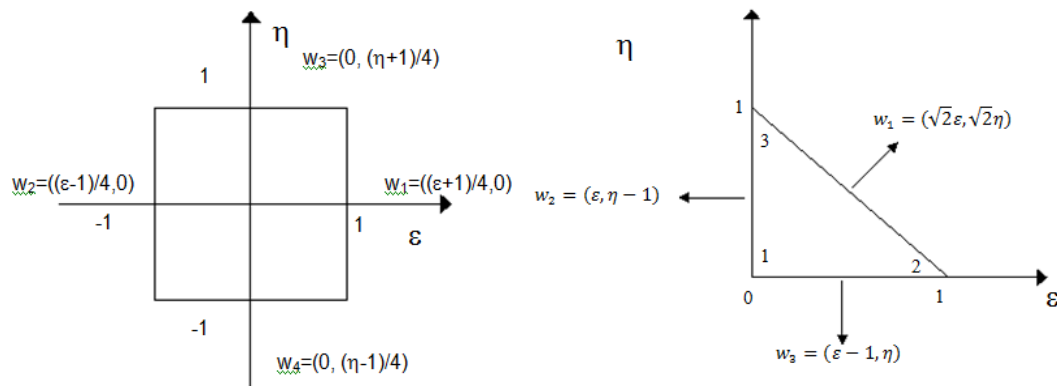


Figura 4 – Elemento quadrilateral e as funções que geram o espaço de Raviart-Thomas nesse elemento (à esquerda); e elemento triangular e respectivas funções de RT_0 (à direita).

As funções de aproximação de RT_0 para outros elementos podem ser encontradas em Hoteit & Firoozabadi (2007). Vale ressaltar que o trabalho de Chavent *et al* (1991), Galdino (2009) e Passos (2013) podem fornecer boa base para a compreensão dos elementos de RT_0 .

O método DG possui importantes características como: a conservação a nível elementar, flexibilidade para geometrias complexas com aproximações de alta ordem, além de apresentar menor dispersão numérica e ser livre de oscilações espúrias quando um adequado limitador de inclinação é utilizado. Outra vantagem é que o DG possibilita a utilização da mesma divisão do domínio por FE clássico, empregado para resolver a equação da pressão, permitindo serem utilizadas as mesmas funções de interpolação, incorporando formulações do método dos volumes finitos nas arestas do elemento.

Em relação à conservação de massa, sendo u o vetor velocidade, se a densidade é constante ou a derivada do material é zero ($D\rho/Dt = 0$), então o fluxo é incompressível e a equação da continuidade é simplificada para $\nabla \cdot u = 0$.

Matematicamente isso significa que o campo de velocidades para um fluxo incompressível é de divergência livre.

Um exemplo de como o método DG funciona é explanado em detalhes no Apêndice A - Condução de calor 1D e é baseado em Li (2006).

A aproximação somente da equação da saturação utilizou o método DG e uma discretização temporal explícita de Runge-Kutta de segunda ordem. O método é explicado abaixo.

A saturação da fase molhante $S_{w,K}$ em cada célula K é procurada em um espaço de elemento finito descontínuo com polinômios de aproximação de primeira ordem. Então, $S_{w,K}$ é expressa sobre K como segue:

$$S_{w,K}(x, t) = \sum_{j=1}^{n_v} S_{w,K,j}(t) \varphi_{K,j}(x) \quad (30)$$

Onde, $\varphi_{K,j}$ é a função de forma de primeira ordem, e $S_{w,K,j}$ é a saturação no nó j.

Na formulação DG, multiplica-se a equação (23) pelas funções de forma e integra-se por partes, assim:

$$\sum_{j=1}^{n_v} \frac{dS_{w,K,j}}{dt} \iiint_K \Phi \varphi_{K,i} \varphi_{K,j} = \sum_{j=1}^{n_v} \left(f_{w,K,j} \iiint_K \varphi_{K,j} v_a \cdot \nabla \varphi_{K,i} - \tilde{f}_{w,\partial K,j} \iint_{\partial K} \varphi_{K,i} \varphi_{K,j} v_a \cdot n \right) + \iiint_K \varphi_{K,i} F_{w,K} \quad (31)$$

Onde $f_{w,K,j}$ é a função de fluxo fracionário da fase molhante do nó j e $\tilde{f}_{w,\partial K,j}$ é o valor *upstream* da função de fluxo fracionário em j definido a partir da direção da velocidade de campo v_a .

A formulação da equação (31) conduz a um sistema de equações diferenciais ordinárias de ordem n_v sobre cada elemento K. Após inverter a matriz de massa local, o que corresponde às integrais do lado esquerdo da equação (31), obtém-se um sistema no seguinte formato compacto:

$$\frac{dS_{w,K}}{dt} = \mathcal{A}(f_K, f_{\partial K}), \quad (32)$$

Onde $S_{w,K}$ é um vetor de dimensão n_v contendo as incógnitas nodais $S_{w,K,j}$, e \mathcal{A} representa os componentes do lado direito da equação (31) multiplicados pela inversa da matriz de massa.

Um esquema explícito de segunda ordem Runge-Kutta é usado para aproximar o operador do tempo na equação (32). O procedimento computacional é ilustrado pelos seguintes passos:

- 1- Calcular a saturação intermediária $\tilde{S}_{w,K}^{n+1/2}$ para o conhecido $\tilde{S}_{w,K}^n$,

$$\tilde{S}_{w,K}^{n+1/2} = \tilde{S}_{w,K}^n + \frac{\Delta t}{2} \mathcal{A} \left(f_K(S_{w,K}^n), f_{\partial K}(S_{w,\partial K}^n) \right), \quad (33)$$

Nesse passo, as funções de fluxo fracionário são calculadas localmente em K .

- 2- Calcular $\tilde{S}_{w,K}^{n+1}$ para o conhecido $\tilde{S}_{w,K}^n$ e $\tilde{S}_{w,K}^{n+1/2}$,

$$\tilde{S}_{w,K}^{n+1} = \tilde{S}_{w,K}^n + \Delta t \mathcal{A} \left(f_K(S_{w,K}^{n+1/2}), f_{\partial K}(S_{w,\partial K}^{n+1/2}) \right). \quad (34)$$

- 3- Reconstruir as saturações atualizadas pela aplicação do operador limitador de inclinação L , descrito a seguir.

$$S_{w,K}^{n+1} = L(\tilde{S}_{w,K}^{n+1}). \quad (35)$$

3.2.3. Limitador de inclinação multidimensional

O limitador de inclinação multidimensional foi introduzido por Chavent e Jaffré (1986) e foi formulado de tal forma a evitar mínimos ou máximos locais para os nós da malha, quando do uso do método de DG. Assim, para a reconstrução das saturações atualizadas com valores ótimos de saturação para cada nó, mencionada acima, faz-se necessária a utilização do Limitador de inclinação multidimensional.

No trabalho anterior a essa tese, em Passos *et al* (2013), utilizou-se uma simplificação que não contemplou o desenvolvimento de um limitador de

inclinação multidimensional, o que causou aumento dos erros de balanço de massa/volumes.

Assim, para prover um código verdadeiramente conservativo de massas/volumes, nessa tese implementou-se um procedimento de limitação de inclinação completo, que é sugerido por Chavent e Jaffré (1986) e também utilizado por Hoteit e Firoozabadi (2008) para resolver a mesma classe de problemas de escoamento bifásico em meios heterogêneos e fraturados. Esses últimos autores utilizam método dos elementos finitos mistos híbridos conjugados com o método de Galerkin descontínuo. Conforme é apresentado no Capítulo 7 - Resultados, essa implementação reduziu significativamente os erros de balanço de massas/volumes encontrados, quando comparados com os modelos sem implementação do limitador.

A ideia básica do Limitador de inclinação multidimensional baseia-se no fato de que, em cada célula K , a variável da saturação de cada vértice i deve estar dentro do mínimo e do máximo da média das saturações das células de todos os elementos vizinhos. Seja T_i o conjunto de todas as células que têm i como vértice, define-se a notação:

$$\begin{aligned}\bar{S}_{w,K} &= \frac{1}{|K|} \iiint_K S_{w,K}, \{\bar{S}_{w,K}\}, \quad \bar{S}_{w,min_i} = \min_{K \in T_i} \bar{S}_{w,max_i}, \\ \bar{S}_{w,K} &= \max_{K \in T_i} \{\bar{S}_{w,K}\}\end{aligned}\quad (36)$$

Então, $S_{w,K} = L(\tilde{S}_{w,K})$ é a solução do seguinte problema dos mínimos quadrados:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{W \in \mathbb{R}^{n_v}} \|W - \tilde{S}_{w,K}\|, \\ \text{sujeito a:} \\ \bar{W} = \frac{1}{n_v} \sum_{i=1}^{n_v} W_i = \bar{S}_{w,K}, \\ \bar{S}_{w,min_i} \leq W_i \leq \bar{S}_{w,max_i}, i = 1, \dots, n_v. \end{array} \right. \quad (37)$$

Definindo-se as seguintes variáveis:

$$\bar{S}_{w,e} = \frac{1}{|e|} \int_e S_{w,e} \quad (38)$$

$$\bar{S}_{w,min} = \min_{e \in T_i} \{\bar{S}_{w,e}\} \quad (39)$$

$$\bar{S}_{w,max} = \max_{e \in T_i} \{\bar{S}_{w,e}\} \quad (40)$$

E ainda: n_v é o número de nós por elemento, T_i é o conjunto de elementos que compartilham o nó i do elemento e .

No problema de minimização (37), procura-se a solução mais próxima, $S_{w,K} = W$, para a distribuição inicial de saturação, $\tilde{S}_{w,K}$, em que K mantém o mesmo material total e está livre de máximos e mínimos locais nos nós. O problema pode ser resolvido de forma eficiente por meio de um procedimento iterativo, que requer no máximo $2n_v$ iterações para convergir.

Nota-se que a inclinação limitadora de Chavent e Jaffré (1986) tem um parâmetro de ajuste $\alpha \in [0,1]$ que controla o grau de restrição da inclinação. O parâmetro α não aparece na presente definição na equação (37), pois é definido como igual a um.

A fim de sumarizar os passos propostos nessa metodologia é apresentado o modelo computacional a seguir.

3.3. Implementação do modelo computacional de escoamento bifásico

A fim de esclarecer a sequência de procedimentos utilizados no método FE-RT-DG, apresenta-se o fluxograma do algoritmo utilizado na Figura 5. Vale ressaltar que essa metodologia é a mesma que foi apresentada em Passos (2013), exceto pela ausência da utilização do limitador de inclinação utilizado no passo de reconstrução nodal das saturações.

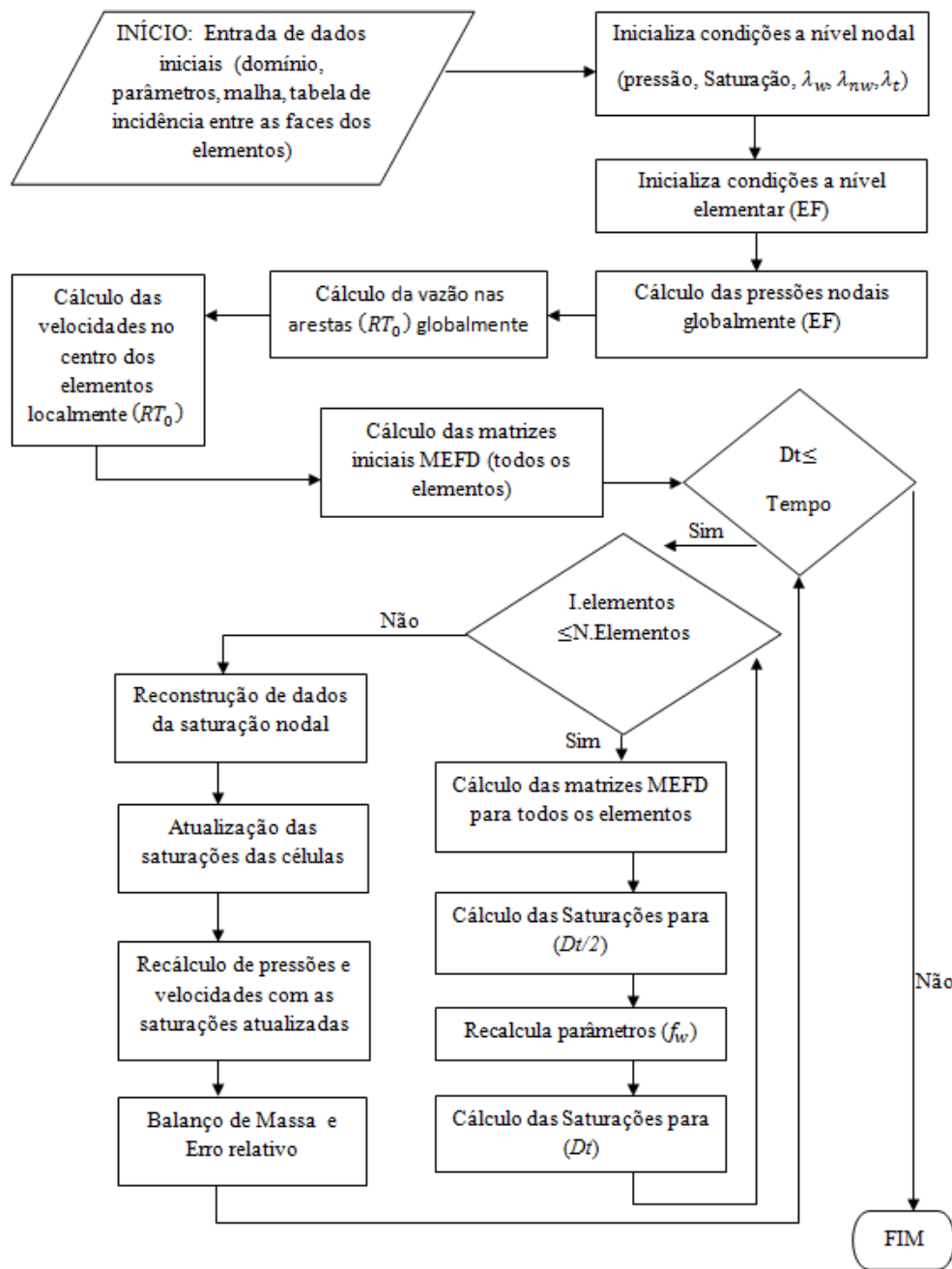


Figura 5 – Fluxograma do algoritmo do Método FE-RT-DG. (Passos, 2013).

3.4. *Matlab Reservoir Simulation Toolbox (MRST)*

Fez-se necessário comparar o código de computador desenvolvido FE-RT-DG com outro simulador verdadeiramente conservativo de massa/volume. Optou-se por utilizar para tal comparação o *software* livre para modelagem e simulação de reservatórios *Matlab Reservoir Simulation Toolbox (MRST)*, que utiliza Método

dos Volumes Finitos (FV) em suas análises. Como o FV é, por natureza, conservativo em relação aos volumes, pode ser considerada uma ferramenta adequada para a comparação.

O MRST é desenvolvido principalmente pelo grupo de Geociências Computacionais, do Departamento de Matemática e Cibernética, no SINTEF Digital. No entanto, existem vários módulos de terceiros desenvolvidos pela Universidade Heriot-Watt, etc. Isso porque o MRST possui uma estrutura básica e módulos complementares que podem ser combinados e customizados entre si. Além disso, tecnicamente, é uma ferramenta bem estabelecida, com ampla utilização em artigos técnicos.

4

Comportamento mecânico de meios porosos sujeitos a escoamento bifásico

Esse capítulo objetiva apresentar os conceitos relacionados ao comportamento mecânico de meios porosos quando sujeitos a injeção de água no reservatório e que são considerados no módulo mecânico desenvolvido por Müller (2007), e utilizado nessa tese. É apresentada a formulação em elementos finitos das equações governantes utilizadas por Müller (2007), que por sua vez segue a formulação de Lewis e Schrefler (1987) e Peaceman (1977). Além disso, esse capítulo apresenta uma breve revisão dos conceitos sobre as relações constitutivas utilizados em tal módulo.

4.1. Introdução

O fluxo de fluidos em um meio poroso, como um reservatório de petróleo, envolve não só parâmetros de fluxo, mas também aqueles relacionados ao comportamento mecânico da rocha. Por simplificação, essa tese não aborda os efeitos térmicos, químico e/ou de transferência de massa. Ao variar a pressão de poros há uma variação inversamente proporcional das tensões efetivas, explicada pelo Princípio das Tensões Efetivas de Terzaghi. Essa variação provoca deformações na rocha que, por sua vez, podem alterar a porosidade e, conseqüentemente, sua permeabilidade. A alteração da permeabilidade tem um impacto direto na exploração do campo, i.e. na pressão de poros do reservatório. A deformação da rocha também pode influenciar a pressão de poros, aumentando-a ao reduzir o espaço poroso.

Diante da complexidade da previsão da resposta mecânica do reservatório decorrente do processo produtivo de hidrocarbonetos, e do seu efeito sobre o reservatório e a produtividade do mesmo, é interessante utilizar uma formulação que permita descrever o fenômeno com maior aproximação. No acoplamento hidromecânico as equações de fluxo são modificadas através da incorporação do

termo de deformação da rocha, enquanto que a equação mecânica passa a incluir um termo de pressão e saturação, provenientes das equações de fluxo.

Nos últimos anos, tem-se verificado maiores desenvolvimentos tecnológicos e com isso a possibilidade de incorporar os efeitos geomecânicos nos simuladores de reservatório. Essa consideração é feita através do acoplamento hidromecânico. Nos softwares comerciais, o módulo geomecânico, desenvolvido em elementos finitos, é acoplado ao simulador de escoamento, em diferenças finitas, de forma explícita, como o STARS. Nesses simuladores é realizada a solução do problema hidráulico, sendo a variação do volume poroso determinada apenas em função da variação de pressão de poros decorrente da atividade de produção e/ou injeção e de um valor pré-definido de compressibilidade do meio rochoso. Segundo Inoue e Fontoura (2009), nesse tipo de simulação, as tensões totais são consideradas constantes, além de não haver qualquer compatibilização de deslocamentos entre as fronteiras do reservatório e as feições adjacentes. No entanto, esses simuladores esbarram nas dificuldades de modelar meios de geometrias complexas como os reservatórios fraturados.

Gomes (2009) explica que a injeção e extração de fluidos de um reservatório de petróleo causam variações de pressões, temperatura e saturações, que podem afetar o estado de tensões, levando a deformações na rocha reservatório e modificando sua porosidade e permeabilidade, bem como afeta as rochas vizinhas. Este processo de interação entre os fenômenos é o que caracteriza a natureza acoplada do problema de produção em engenharia de reservatórios.

Segundo Falcão (2013) a preocupação com o comportamento mecânico da rocha durante a exploração de um campo é relativamente recente na engenharia de reservatórios. No Brasil o primeiro estudo geomecânico foi feito na Petrobras na década de 80 para avaliar o risco de subsidência das bacias produtoras. Ainda de acordo com Falcão (2013), o interesse em acoplar os estudos geomecânicos à simulação de reservatórios foi iniciado apenas nos anos 2000.

A respeito da parte mecânica do problema estudado, Pereira (2007) apresenta resultados da influência da consideração da geomecânica na simulação de reservatórios comparando a simulação dita convencional e a simulação acoplada. Na abordagem convencional, o único parâmetro mecânico envolvido na simulação é a compressibilidade da rocha. Esse parâmetro não é suficiente para representar comportamentos da rocha decorrentes da variação das tensões.

Müller (2007) explica que a resposta mecânica do meio poroso pode ser alterada devido à presença de fluido e inversamente, a resposta do fluxo de fluido pode ser alterada devido às modificações no comportamento mecânico do meio poroso. E que estes fenômenos acoplados, no comportamento do meio poroso, têm um caráter transiente.

De acordo com Navarro (2012), a partir do estudo de caso do reservatório, naturalmente fraturado, Robore III, do campo de Buló Buló, na Bolívia, constata que um aumento da tensão efetiva sobre a formação, como resultado da depleção do reservatório (taxas excessivas de produção de petróleo/gás), causa a compactação da rocha que leva à redução de permeabilidade e diminuição do fator de recuperação. O autor menciona ainda que esse efeito deve ser considerado nesse tipo de reservatório para a estimativa de reservas e decisão de investimentos.

Müller (2007), em sua tese a respeito da análise numérica da estabilidade de poços de petróleo, propõe o desenvolvimento de procedimentos de análise numérica, utilizando elementos finitos (FE), de processos fluido-mecânicos acoplados, monofásicos e bifásicos, que levem em conta a variabilidade espacial de propriedades hidráulicas e mecânicas e a variabilidade das condições iniciais de tensões e poropressões.

Gomes (2009) em seu estudo do problema acoplado hidromecânico, explica que esse problema pode ser representado por um sistema não-linear de equações diferenciais parciais a ser resolvido por esquemas de solução numérica considerando diferentes níveis de acoplamento. Na tese do referido autor, é proposta uma solução, na qual a formulação de fluxo bifásico (água-óleo) do tipo pressão-saturação, cujas variáveis primárias, a saturação de água e a pressão de óleo, são resolvidas usando a estrutura do programa em elementos finitos acoplada ao problema geomecânico. Esse programa adota o Método dos Elementos Finitos com Volume de Controle (CVFEM) e foi concebido para simular fluxo de fluidos em reservatórios de petróleo sensíveis ao estado de tensões.

Riguetto (2012) menciona que a simulação de fluxo em meios que apresentam estruturas geológicas complexas deve levar em consideração que estas estruturas podem impactar na produção do campo ao longo do tempo.

Nessa tese, utiliza-se um procedimento baseado em elementos finitos considerando o acoplamento fluidomecânico para meios fraturados de Müller *et al* (2011).

4.2. Modelo físico

Segundo Lewis e Schrefler (1987), a fase sólida é um esqueleto poroso envolto por um ou mais fluidos, as tensões cisalhantes nas fases fluidas são muito pequenas e a pressão é exercida ao redor de toda a fase sólida. Considera-se ainda a aplicação da teoria das pequenas deformações em todo o desenvolvimento das equações governantes, de modo que a Lei de Darcy é válida em termos de velocidade absoluta do fluido.

Inicialmente o comportamento do fluxo em um meio poroso deformável é tratado sob uma abordagem contínua e a nível macroscópico, pois uma descrição geral dos processos a nível microscópico é inviável na prática, devido à complexidade do domínio e à impossibilidade de medições de grandezas físicas.

Na abordagem contínua, considera-se que cada fase do sistema preenche todo o domínio do meio poroso, formando uma sobreposição do contínuo (“*overlapping continuum*”). Em cada ponto do domínio e para todas as fases, incluindo a fase sólida, as variáveis são, portanto, definíveis. As variáveis são valores médios de um volume elementar representativo (REV) em torno de qualquer ponto considerado no domínio do meio poroso, de modo a independer do tempo e da localização no meio poroso.

Sendo o volume do REV composto pela soma do volume V_π das fases únicas π :

$$V = \sum_{\pi} V_{\pi} \quad (41)$$

A média volumétrica de uma grandeza ζ para uma fase π é dada por

$$\langle \zeta_{\pi} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \zeta_{\pi} dV \quad (42)$$

Onde ζ_{π} é o valor de ζ dentro da fase π e é assumido igual a zero em todas as outras fases.

A sub-região do REV ocupado pela componente sólida é tratada como uma fase com volume V_s e a subregião ocupada por fluidos é definida como V_f .

Se o volume da equação (42) é substituído pelo volume da fase π , obtém-se a média volumétrica intrínseca

$$\langle \zeta_\pi \rangle^\pi = \frac{1}{V_\pi} \int_{V_\pi} \zeta_\pi dV \quad (43)$$

Desde que ζ_π seja zero em todas as fases $\pi' \neq \pi$,

$$\langle \zeta_\pi \rangle^\pi = \frac{1}{V_\pi} \int_V \zeta_\pi dV = \frac{V}{V_\pi} \langle \zeta_\pi \rangle \quad (44)$$

De acordo com Whitaker (1968) *apud* Lewis e Schrefler (1987), os resultados obtidos com o processo da média volumétrica apresentam-se válidos quando a relação (45) é satisfeita

$$d \ll l \ll L \quad (45)$$

Onde d é o comprimento característico microscópico sobre o qual variações significantes de quantidades dependentes no espaço ocorrem, l é o comprimento característico do volume médio e L é o comprimento característico macroscópico do domínio do meio poroso, sobre o qual ocorrem mudanças significativas. O requisito garante que o tamanho selecionado para o REV remova o efeito da heterogeneidade microscópica sem eliminar o efeito da heterogeneidade macroscópica. Vale ressaltar que as equações médias obtidas independem da geometria do REV.

A porosidade ϕ é definida como a razão entre o volume total de poros de um REV (V_f) e o volume total do REV, e constitui-se importante informação a respeito do meio poroso estudado.

$$\phi = \frac{V_f}{V} \quad (46)$$

A fração do volume do espaço do poro ocupado por algum fluido π , (V_π), é definido como saturação da fase e é denotado S_π para a fase π :

$$S_\pi = \frac{V_\pi}{V_f} \quad (47)$$

Considerando-se a hipótese de o meio poroso estar totalmente preenchido por duas fases de fluido (uma fase molhante (w) e uma fase não molhante (nw)):

$$V_f = V_{nw} + V_w \quad (48)$$

Assim:

$$S_w + S_{nw} = 1 \quad (49)$$

Onde S_w é o grau de saturação da fase molhante e S_{nw} é o grau de saturação da fase.

Considerando dois fluidos e convencionando-se que a tensão na fase sólida σ_s é considerada positiva quando esta for de tração e que a tensão na fase líquida σ_f é positiva em caso de compressão (poropressão), o vetor das tensões totais médias a nível macroscópico é dividido em duas componentes: uma que representa o efeito das poropressões e outra que deforma o esqueleto sólido, tensões efetivas σ' . Pode-se expressar o vetor das tensões totais médias em termos da média volumétrica intrínseca como:

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle &= \frac{1}{V} \int_V \sigma dV = \frac{1}{V} \left[\int_{V_s} \sigma dV + \int_{V_f} \sigma dV \right] \\ \langle \sigma \rangle &= \frac{V_s}{V} \langle \sigma_s \rangle^s + \frac{V_f}{V} \left[\frac{V_{nw}}{V_f} \langle \sigma_{nw} \rangle^{nw} + \frac{V_w}{V_f} \langle \sigma_w \rangle^w \right] \\ \langle \sigma \rangle &= (1 - \phi) \langle \sigma_s \rangle^s + \phi [S_{nw} \langle \sigma_{nw} \rangle^{nw} + S_w \langle \sigma_w \rangle^w] \end{aligned} \quad (50)$$

Para cada fase de fluido π , o tensor de tensões σ_π é dado por:

$$\sigma_\pi = \tau_\pi - m p_\pi \quad (51)$$

onde τ_π é o vetor de tensão cisalhante, p_π é a pressão (positiva quando de compressão) e m é igual à unidade para as componentes da tensão normal e zero para as componentes da tensão cisalhante, de modo que $m = [1, 1, 1, 0, 0, 0]^T$.

Assumindo-se que τ_π é negligenciada na fase fluida, a tensão total é expressa por:

$$\langle \sigma \rangle = (1 - \phi) \langle \sigma_s \rangle^s - \phi m [S_{nw} \langle \sigma_{nw} \rangle^{nw} + S_w \langle \sigma_w \rangle^w] \quad (52)$$

Para uma única fase fluida preenchendo o espaço poroso, no princípio das tensões efetivas, formulado primeiramente por Terzaghi (1943), a deformação do esqueleto poroso é governada pelas tensões efetivas σ' , causadas por uma pressão de um único fluido p , considerando a convenção já referida anteriormente:

$$\sigma = \sigma' - mp \quad (53)$$

onde σ é a tensão total, σ' é a tensão efetiva e p a pressão de fluido.

Cada partícula sólida é assumida como circundada por um ambiente fluido, a pressão de fluido (no caso comum, pressão macroscópica) age na interface sólido-fluido para cada grão e causa somente uma deformação volumétrica no grão.

Para o fluxo de somente uma fase π , deriva-se a equação (53) em termos da média intrínseca:

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle &= (1 - \phi) \langle \sigma_s \rangle^s - \phi m \langle p_\pi \rangle^\pi \\ \langle \sigma \rangle &= (1 - \phi) (\langle \sigma_s \rangle^s + m \langle p_\pi \rangle^\pi) - (1 - \phi) m \langle p_\pi \rangle^\pi - \phi m \langle p_\pi \rangle^\pi \\ \langle \sigma \rangle &= \sigma' - m \langle p_\pi \rangle^\pi \end{aligned} \quad (54)$$

Onde:

$$\langle \sigma' \rangle = (1 - \phi) (\langle \sigma_s \rangle^s + m \langle p_\pi \rangle^\pi) \quad (55)$$

Assim, tal qual a definição de Terzaghi (1943), a tensão efetiva é a soma das pressões e da tensão média na fase sólida.

O mesmo conceito pode ser estendido ao caso onde mais de uma fase fluida ocupa o espaço poroso. Substituindo $\langle p_\pi \rangle^\pi$ da equação (55) pela pressão média dos fluidos:

$$\langle p_f \rangle^f = S_{nw} \langle p_{nw} \rangle^{nw} + S_w \langle p_w \rangle^w \quad (56)$$

Ou, omitindo o símbolo da média, a nível macroscópico

$$\bar{p} = S_{nw} p_{nw} + S_w p_w \quad (57)$$

Considerando-se a hipótese de o meio poroso estar preenchido por duas fases de fluido, as pressões das fases molhante e não molhante relacionam-se através da pressão capilar dada por:

$$p_c = p_{nw} - p_w \quad (58)$$

Em um meio isotérmico, a pressão capilar é função do grau de saturação da fase molhante.

4.3. Permeabilidade relativa e porosidade

Em reservatórios fraturados, onde há a configuração de dois meios, é fundamental que seja avaliada a permeabilidade de ambos os meios, além da magnitude do contraste entre esses dois parâmetros. A permeabilidade relativa é representada através de curvas obtidas em laboratório através de ensaios realizados sobre amostras do meio poroso, sendo expressas por funções não-lineares da saturação da fase molhante S_w .

Na ausência de ensaios de laboratório, de acordo Hoteit *et al* (2008), costuma-se usar um modelo comum em engenharia de petróleo para representar as permeabilidades relativas das fases molhantes e não molhantes, respectivamente, dado por:

$$k_{rw} = S_e^m \quad (59)$$

$$k_{rnw} = (1 - S_e)^m \quad (60)$$

Onde S_e é a saturação efetiva, $m = 1$ para permeabilidades relativas lineares (ver Figura 6) e $m = 2$ para permeabilidades relativas quadráticas (ver Figura 7).

Tal modelo pode ser considerado uma simplificação do modelo de Brooks e Corey (1964), por negligenciar a pressão capilar.

A saturação efetiva é definida como:

$$S_e = \frac{S_w - S_{rw}}{1 - S_{rw} - S_{rnw}} \quad (61)$$

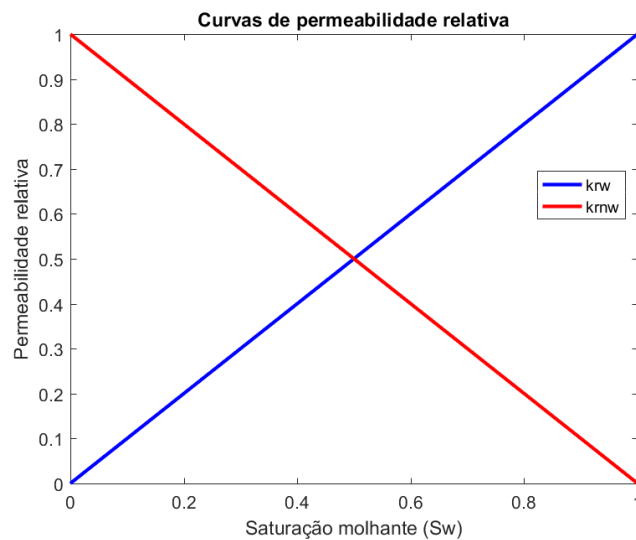


Figura 6 – Curvas de permeabilidades relativas para um meio poroso saturado com um fluido molhante e um não-molhante, considerando para permeabilidades relativas lineares.

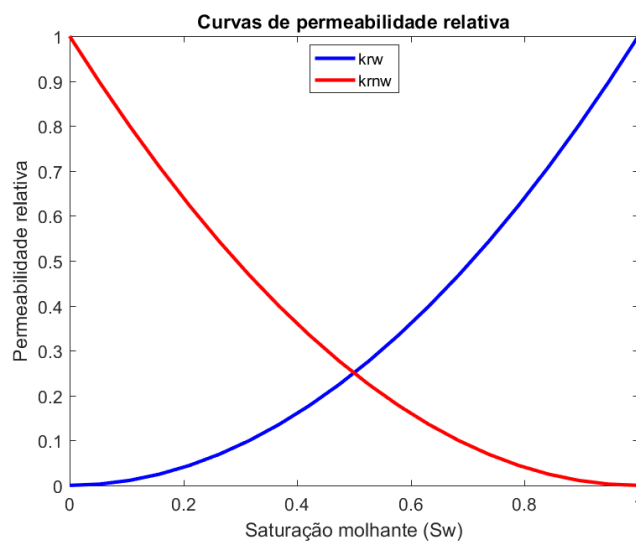


Figura 7 – Curvas de permeabilidades relativas para um meio poroso saturado com um fluido molhante e um não-molhante, considerando para permeabilidades relativas quadráticas.

Onde S_w é a saturação da fase molhante, S_{rw} é a saturação residual da fase molhante e S_{rnw} é a saturação residual da fase não molhante. A saturação residual de uma fase é caracterizada como o menor valor de saturação possível que uma fase possa atingir. Assim:

$$S_{rw} \leq S_w \leq 1 - S_{rnw} \quad (62)$$

4.4. Equação de equilíbrio

Este item visa apresentar as equações governantes do comportamento mecânico dos meios porosos deformáveis.

Segundo Müller (2007), se obtém a equação de equilíbrio geral baseado no princípio dos trabalhos virtuais para problemas quase estáticos. A equação de equilíbrio geral relaciona as velocidades das grandezas estáticas reais, como a tensão total $\dot{\sigma}$, as forças de corpo \dot{b} e as forças de superfície (\dot{t} especificadas no contorno Γ do domínio Ω , com as grandezas cinemáticas virtuais, como as deformações virtuais $\delta\epsilon$ e os deslocamentos virtuais δu :

$$\int_{\Omega} \delta \epsilon^T \cdot \dot{\sigma} \cdot d\Omega - \int_{\Omega} \delta u^T \cdot \dot{b} \cdot d\Omega - \int_{\Gamma} \delta u^T \cdot \dot{t} \cdot d\Gamma = 0 \quad (63)$$

Ainda segundo Müller (2007), as velocidades das tensões totais $\dot{\sigma}$ podem ser expressas em termos das velocidades das tensões efetivas $\dot{\sigma}'$ e das velocidades das poropressões \dot{p} . Essa relação é demonstrada na equação (64):

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}' - m\dot{p} \quad (64)$$

A equação (65) descreve a relação constitutiva em termos de velocidade. Considera-se que essa equação constitutiva é relativa à tensão efetiva e que a deformação do esqueleto independe da poropressão p , e que para um material genérico não-linear a equação constitutiva pode ser escrita da forma tangencial, de modo a incluir a plasticidade.

$$\dot{\sigma} = D_T(\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_c - \dot{\epsilon}_p - \dot{\epsilon}_o) + \dot{\sigma}_0 \quad (65)$$

Onde:

D_T é a matriz tangente, dependente do nível e da trajetória de tensões efetivas, vários modelos constitutivos podem ser utilizados para defini-la;

$\dot{\epsilon}$ representa a velocidade de deformação total do esqueleto;

$\dot{\epsilon}_c$ representa a velocidade das deformações devido à fluência (expressa por uma função de fluência c , dependente do nível e da trajetória de tensões);

$\dot{\epsilon}_p$ é a velocidade das deformações volumétricas globais causadas pela compressão uniforme das partículas pela pressão de fluidos nos poros (deformabilidade dos grãos),

$\dot{\epsilon}_o$ representa as velocidades de deformações autógenas, que são as outras deformações não associadas diretamente às mudanças de tensões (expansão, térmica, química, etc); e

$\dot{\sigma}_0$ representa a velocidade da tensão efetiva inicial.

$$\dot{\epsilon}_c = c(\sigma') \cdot dt \quad (66)$$

$$\dot{\epsilon}_p = -m \left(\frac{\dot{p}}{3.K_s} \right) \quad (67)$$

Onde: K_s representa o módulo volumétrico da fase sólida.

Em mecânica das rochas a compressibilidade da fase sólida é comparável à do esqueleto, de modo que $\dot{\epsilon}_p$ não pode ser negligenciada. Por simplificação, omitindo-se as parcelas $\dot{\epsilon}_c$ e $\dot{\epsilon}_o$ da equação (65), tem-se:

$$\dot{\sigma} = D_T \dot{\epsilon} + D_T m \left(\frac{\dot{p}}{3.K_s} \right) + \dot{\sigma}_0 \quad (68)$$

E a equação (64) pode ser reescrita como:

$$\dot{\sigma} = D_T \dot{\epsilon} + D_T m \left(\frac{\dot{p}}{3.K_s} \right) + \dot{\sigma}_0 - m \dot{p} \quad (69)$$

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}'' + D_T m \left(\frac{\dot{p}}{3.K_s} \right) - m \dot{p} \quad (70)$$

Onde: $\dot{\boldsymbol{\sigma}}'' = \mathbf{D}_T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_0$ representa a velocidade da tensão responsável por toda a deformação da fase sólida.

Considerando-se a hipótese de linearidade geométrica pode-se descrever a relação entre velocidades de deslocamentos e velocidades de deformações infinitesimais como a equação (71):

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) \quad (71)$$

Assim, pode-se reescrever a equação (63):

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot \mathbf{D}_T \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot d\Omega + \int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot \mathbf{D}_T \cdot \mathbf{m} \cdot \dot{p} \cdot \frac{1}{3K_s} \cdot d\Omega + \int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot \dot{\boldsymbol{\sigma}}_0 \cdot d\Omega \\ - \int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{m} \dot{p} \cdot d\Omega - \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^T \cdot \dot{\mathbf{b}} \cdot d\Omega - \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^T \cdot \dot{\mathbf{t}} \cdot d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (72)$$

No caso multifásico, a pressão é um valor médio conhecido. De modo que, utilizando a equação (72), pode-se obter os deslocamentos e tensões do sistema. No entanto, em geral, o campo de pressão é acoplado às deformações.

4.5.

Equação da continuidade para escoamento bifásico

Esse item visa apresentar o modo como Müller (2007), que por sua vez segue a formulação de Lewis e Schrefler (1987) e Peaceman (1977), desenvolveu a formulação da equação da continuidade de fluxo com acoplamento fluidomecânico.

Considerando que em um meio poroso o fluxo de fluido deve satisfazer a conservação de massa de fluido. Para efetuar o balanço de massa de fluido, toma-se como volume de controle um cubo elementar constituído de material poroso, Figura 8.

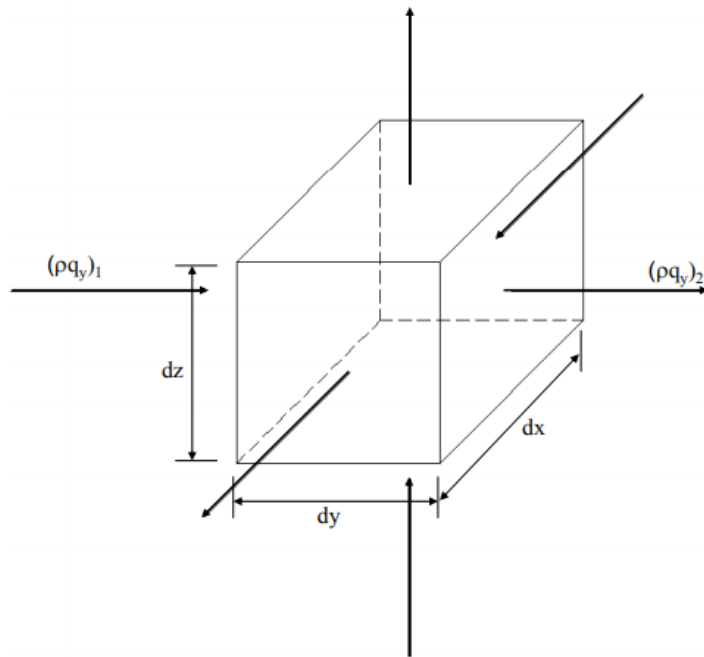


Figura 8 – Volume de controle para balanço de massa do fluido. (Müller, 2007).

Considerando-se que o fluxo de massa de fluido, $(\rho q_y)_1 dx dz$ e $(\rho q_y)_2 dx dz$, na direção dy através da face $dx dz$ seja uma função contínua e diferenciável e sendo ρ e q , respectivamente, densidade do fluido e vazão, pode-se dizer que o fluxo na direção y gera uma diminuição na massa de fluido igual a:

$$(\rho q_y)_2 - (\rho q_y)_1 = \frac{\delta(\rho q_y)}{\delta y} dy \quad (73)$$

Adotando procedimento análogo para as demais direções e somando-se as três parcelas, obtém-se o balanço de massa de fluido devido ao fluxo.

$$\left(\frac{\delta(\rho q_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\rho q_y)}{\delta y} + \frac{\delta(\rho q_z)}{\delta z} \right) dx dy dz = \nabla^T(\rho q) dx dy dz \quad (74)$$

Pela equação da continuidade é possível representar o balanço de massa de fluido no meio poroso.

$$\begin{aligned}\nabla^T(\rho q)dx dy dz + \frac{d}{dt}(m_\pi dx dy dz) &= 0 \\ \nabla^T(\rho q) + \dot{m}_\pi &= 0\end{aligned}\quad (75)$$

Onde \dot{m}_π é o incremento de massa de fluido numa parcela infinitesimal do meio poroso por unidade de tempo.

Devido à complexidade geométrica do meio poroso, a velocidade do fluido no espaço poroso não pode ser tratada de modo analítico rigoroso, de modo que se utiliza a equação de Darcy para representar o fluxo de fluido. Assim, segundo Müller (2007), para um escoamento bifásico em um meio poroso deformável, considerando o fluxo de óleo (fluido não molhante) e água (fluido molhante), a equação da continuidade pode ser expressa por:

$$\begin{aligned}-\nabla^T[T_{m\pi}\nabla(p_\pi + \rho_\pi gh)] + \frac{\phi}{B_\pi}\frac{\partial S_\pi}{\partial t} + \phi S_\pi\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{B_\pi}\right) \\ + \alpha_f \cdot \left[\left(\mathbf{m}^T - \frac{1}{3K_s}\mathbf{m}^T \mathbf{D}_T \right) \dot{\epsilon} \right. \\ \left. + \left(\frac{(1-\phi)}{K_s} - \frac{1}{9K_s^2}\mathbf{m}^T \mathbf{D}_T \mathbf{m} \right) \dot{p} \right] = 0\end{aligned}\quad (76)$$

Onde:

$$T_{m\pi} = \mathbf{k} \left(\frac{k_{r\pi}}{\mu_\pi B_\pi} \right) \quad (77)$$

$$\alpha_f = \frac{S_\pi}{B_\pi} \quad (78)$$

Sendo \mathbf{k} a matriz de permeabilidade intrínseca do meio poroso, ϕ a porosidade do meio poroso, $k_{r\pi}$ a permeabilidade relativa da fase, S_π o grau de saturação, p a poropressão como descrito em (56), μ a viscosidade dinâmica do fluido, g a aceleração da gravidade, h a carga de elevação acima de um nível de referência, B o fator de variação de volume, todos referentes à fase π e ∇ o operador de derivação, $\nabla = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right\}^T$.

O fator de variação de volume B é definido como a razão entre o volume da fase π medido nas condições de pressão em questão p_π e o volume padrão, que é

medido nas sob condições padrões de pressão atmosférica “*stock tank conditions*” (15,56°C ou 60°F):

$$B_{\pi} = \frac{V_{\pi}}{V_{\pi STC}} \quad (79)$$

Valores típicos do fator de formação de volume podem ser encontrados em Lewis e Schrefler (1978).

A permeabilidade relativa $k_{r\pi}$ é uma função da saturação da π -fase e precisa ser introduzida para modificar a matriz de permeabilidade \mathbf{k} , pois em um fluxo multifásico o comportamento do fluido particular é modificado devido à interferência do outro fluido no espaço. Além disso, quando hidrocarbonetos líquidos e água estão fluindo juntos, as fases óleo e água podem ser consideradas imiscíveis.

Os fatores enumerados abaixo contribuem com a taxa de acumulação do fluido e estão contemplados na equação da continuidade apresentada acima.

(a) Velocidade de variação da saturação da fase π , representada por:

$$\left(\frac{\phi}{B_{\pi}} \frac{\partial S_{\pi}}{\partial t} \right) \quad (80)$$

(b) Velocidade de variação da densidade de fluido da fase π :

$$\left(\phi S_{\pi} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{B_{\pi}} \right) \right) \quad (81)$$

(c) Velocidade de variação volumétrica do esqueleto sólido:

$$(m^T \dot{\varepsilon}) \quad (82)$$

(d) Velocidade de variação do volume de grãos devido às tensões efetivas:

$$\left(\frac{1}{3K_s} \mathbf{m}^T \mathbf{D}_T \dot{\varepsilon} + \frac{1}{9K_s^2} \mathbf{m}^T \mathbf{D}_T \mathbf{m} \dot{p} - \frac{(1 - \phi)}{K_s} \dot{p} \right) \quad (83)$$

A equação da continuidade apresentada está submetida a condição estabelecida pela equação (76) e necessita ser resolvida simultaneamente à equação de equilíbrio (72) e à expressão (57) que envolve \bar{p} .

Para controle da estabilidade e acurácia da solução faz-se a checagem do balanço de massa, pois o modelo deve conservar a massa para manter a estabilidade.

4.6. Solução do problema de valor de contorno

Um problema de valor de contorno requer que suas equações sejam satisfeitas em todos os pontos do domínio (Ω) e que suas condições de contorno sejam satisfeitas no contorno do domínio (Γ). Na equação (72) as condições de contorno são atendidas naturalmente. Entretanto, na equação da continuidade, as condições de contorno devem satisfazer as seguintes condições:

- (a) A continuidade do fluxo através do contorno;

$$-n^T T_m - q = 0 \quad (84)$$

Onde n é um vetor unitário na direção da normal à superfície de contorno e q é o fluxo por unidade de área da superfície de contorno.

- (b) As poropressões prescritas p^b ;

$$p = p^b \quad (85)$$

Designando a equação da continuidade de \bar{A} e a condição de contorno (84) de \bar{B} , é requerida, para o problema de valor de contorno, que se atenda a seguinte condição:

$$\int_{\Omega} a^T \bar{A} d\Omega + \int_{\Gamma} b^T \bar{B} d\Gamma = 0 \quad (86)$$

Onde, a e b representam funções arbitrárias.

Os detalhes da formulação em elementos finitos do módulo mecânico podem ser encontrados em Müller (2011).

4.7. Modelos constitutivos

De acordo com Settari e Mourits (1999), os simuladores de escoamento em reservatório tradicionais geralmente representam a variação da porosidade como o único parâmetro que reflete o comportamento mecânico da rocha-reservatório. A variação da porosidade nesse caso é dada em função da pressão e da temperatura. Utiliza-se um coeficiente relacionado a compressibilidade da formação, definido como sendo função da pressão, e um coeficiente térmico de compressibilidade da rocha.

Falcão (2013) explica que a compressibilidade da formação é o único parâmetro geomecânico utilizado na simulação tradicional de reservatórios. Além disso, não há variação da permeabilidade apesar da deformação do meio poroso. Segundo Falcão (2013), em simulações convencionais é comum adotar um único e constante valor de compressibilidade para o modelo inteiro, o que pode ser uma hipótese incoerente, pois não consegue modelar os regimes elástico e plástico adequadamente. Segundo Sen e Settari (2005) essa hipótese é um bom parâmetro de ajuste da variação de porosidade quando a rocha ainda se encontra no regime elástico, no entanto são inadequadas ao regime plástico que apresenta deformações mais acentuadas.

Com o objetivo de representar de forma ideal o comportamento tensão-deformação dos materiais, são utilizados modelos constitutivos. Para selecionar o modelo constitutivo adequado é necessário entender o comportamento de cada material frente às variações de tensões.

A depender da tensão de confinamento, a rocha pode apresentar um comportamento frágil ou dúctil. Goodman (1989) explica que nesse último caso, mesmo com o aumento da tensão desviadora, a rocha continua se deformando sem apresentar uma tensão de pico. A tensão de confinamento que define a transição entre esses dois comportamentos varia para cada tipo de rocha. Segundo Goodman (1989), os valores de transição entre o comportamento frágil e o dúctil em rochas carbonáticas varia entre 20 e 100 MPa e para *chalk* esse valor pode ser inferior a 10 MPa. Assim, conhecer o estado de tensões inicial da rocha a ser estudada e a trajetória de tensões é importante para entender seu comportamento.

Segundo Falcão (2013), no caso da rocha-reservatório, há uma alta tensão confinante, levando a um comportamento dúctil que pode culminar com o colapso de poros.

No regime elástico, o modelo mais comumente utilizado é o linear, segundo a Lei de Hooke, até atingir a envoltória de escoamento ou seu fechamento. De acordo com Desai e Siriwardane (1984), as deformações elásticas não dependem da trajetória de tensões, mas apenas do seu estado final. Já no caso das deformações plásticas, estas dependem da trajetória de tensões e, normalmente, apresentam uma relação não linear entre tensão e deformação.

A inclusão de não-linearidades aumentaria a complexidade do problema testado no contexto dessa tese, de modo que se optou por utilizar um modelo constitutivo elástico para as fraturas e matriz rochosa. No entanto, é sabido que os modelos elásticos não são os mais adequados a representação do comportamento desse tipo de rocha-reservatório. Cabe ressaltar que modelos constitutivos mais sofisticados podem ser incluídos à formulação futuramente. Sugere-se a implementação do modelo constitutivo de Barton-Bandis para a fratura.

4.7.1. Modelos constitutivos elásticos

A abordagem mais tradicional para a representação do comportamento tensão deformação de materiais sólidos, faz o uso de teoria da elasticidade clássica, em que os gradientes de deslocamento são considerados infinitesimais, o que resulta em deformações e rotações também infinitesimais.

Timoshenko (1970) apresenta a definição mais usual, na qual se considera que um material elástico é aquele que recupera seu estado inicial depois de submetido a um ciclo completo de carregamento e descarregamento sem sofrer deformações permanentes. Ibañez (2003) menciona a definição clássica de Cauchy que considera que em um material elástico o estado de tensão é função apenas do estado de deformação, ou vice-versa, ou seja, que as trajetórias de carregamento, descarregamento ou recarregamento são todas coincidentes nesse tipo de material.

Assim pode-se dizer que a teoria da elasticidade é utilizada em problemas relacionados com a determinação de tensões e deformações quando não existe ruptura envolvida.

4.7.2. Modelo constitutivo elástico-linear

O comportamento tensão x deformação de materiais isotrópicos, elásticos e lineares é regido pela Lei de Hooke. A Lei assume que o comportamento do material pode ser definido por três constantes elásticas: módulo de elasticidade ou módulo de Young E , módulo cisalhante G e coeficiente de Poisson ν . O módulo cisalhante G , entretanto, é função de E e ν , indiretamente calculado por:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (87)$$

Para condições bidimensionais, as deformações podem ser calculadas a partir de:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x)] \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy} \end{aligned} \quad (88)$$

Onde ε_x é a deformação no eixo x , ε_y é a deformação no eixo y , σ_y é a tensão em y , σ_x é a tensão em x , τ_{xy} é a tensão cisalhante em xy e γ_{xy} é a distorção no plano xy .

4.8. Variação de permeabilidade

O tensor de permeabilidade absoluta K_0 mede a habilidade do meio em permitir o escoamento de fluidos através de seus poros. Portanto, o tensor de permeabilidade absoluta é uma característica intrínseca do meio. K_0 pode ser tomado em termos de eixos de permeabilidades principais, como por exemplo em duas dimensões para um meio isotrópico:

$$K_0 = \begin{bmatrix} k_{x0} & 0 \\ 0 & k_{y0} \end{bmatrix} \quad (89)$$

Com k_{x0} e k_{y0} sendo as permeabilidades intrínsecas iniciais na direção x e y, que coincidem com os eixos coordenados x e y, respectivamente.

Nas simulações acopladas adotou-se para a matriz rochosa uma lei quadrática de permeabilidade isotrópica, aqui denominada como “Falcão”, conforme a equação (90):

$$k = k_0 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^A \quad (90)$$

Onde k_0 é a permeabilidade inicial da matriz rochosa, ϕ_0 é a porosidade inicial e ϕ é a porosidade calculada após as perturbações induzidas pela deformação da rocha. O expoente A foi determinado experimentalmente e é aqui adotado como igual a 60, Falcão (2013).

Cabe ressaltar que outros modelos de variação de permeabilidade poderiam ter sido utilizados, como determinado experimentalmente para carbonatos em Kiewiet (2015).

Para as fraturas foi adotada uma lei de permeabilidade dependente da abertura da fratura:

$$k = \frac{d^2}{12} \quad (91)$$

Considerando que:

$$d = d_0 + \|u_n\| \quad (92)$$

Onde d é a abertura atualizada da fratura, d_0 é a abertura inicial da fratura, u_n é a componente normal do deslocamento. Adotou-se uma variação linear entre a tensão normal e a abertura da fratura. Além disso, incluiu-se um limitador de modo a evitar que as durante as simulações de fechamento da fratura existam aberturas negativas.

Cabe ressaltar aqui que modelos como o de Barton-Bandis poderia ser aqui incluso para representar melhor o comportamento de abertura/fechamento da fratura, uma vez que relaciona o parâmetro de rigidez normal e o máximo fechamento da fratura com as tensões normais. Assim, proporcionaria melhores resultados em relação ao comportamento da fratura.

4.9. Variação de porosidade

Nesta tese adotou-se o critério de variação da porosidade com o tempo de Lewis e Schrefler (1998), apresentado na equação (93):

$$\dot{\phi} = \left[\mathbf{m}^T - \frac{1}{3K_s} \mathbf{m}^T \mathbf{D} \right] \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \left[\frac{(1 - \phi)}{K_s} - \frac{1}{9K_s^2} \mathbf{m}^T \mathbf{D} \mathbf{m} + \frac{\phi}{K_f} \right] \dot{p}_f \quad (93)$$

Onde os parâmetros utilizados foram definidos anteriormente.

4.10. Procedimentos de acoplamento fluidomecânico

Considerando os conceitos abordados nos itens anteriores, pode-se proceder ao acoplamento fluidomecânico. De acordo com Lewis e Schrefler (1998), o problema de acoplamento fluidomecânico pode ser resolvido através de estratégias acopladas ou desacopladas, sendo que as estratégias acopladas se dividem em soluções totalmente acopladas e soluções particionadas. As soluções desacopladas não são tratadas nessa tese, informações podem ser encontradas em Corapcioglu (1984).

Righetto (2012) resumizou os três principais esquemas empregados: acoplamento total, acoplamento parcial iterativo e acoplamento parcial explícito.

- Acoplamento total: As equações que governam o comportamento hidromecânico são resolvidas simultaneamente por um único simulador.

- Acoplamento parcial iterativo (ou acoplamento em duas vias): As equações de fluxo e tensão são resolvidas separadamente e sequencialmente para cada passo de tempo. As informações são trocadas no mesmo passo de tempo entre simuladores de fluxo e geomecânico até alcançar a convergência de uma variável desconhecida, por exemplo: a pressão.

- Acoplamento parcial explícito (ou acoplamento em uma via): Apenas o simulador de fluxo envia informações (pressão de poros) para o simulador geomecânico. Como nenhuma informação geomecânica é enviada ao simulador de fluxo, o problema do escoamento não é afetado pela modificação do estado de tensão do reservatório e rochas adjacente.

As formas particionadas de solução podem ser alternativas interessantes para problemas acoplados, em especial o procedimento *staggered*. Tal procedimento é descrito por Lewis e Schrefler (1998), e Turska e Schrefler, (1993). De acordo com os estudos realizados por Müller (2007), tal procedimento apresenta resultados equivalentes aos obtidos com o procedimento totalmente acoplado. Além disso, Müller (2007) explica que ao utilizar-se o procedimento *staggered* é possível resolver problemas que isoladamente, o que proporciona melhor compreensão do problema. Por conseguinte, é possível encontrar soluções mais simples do que as soluções obtidas com o procedimento totalmente acoplado.

Na presente tese optou-se por adotar, para a solução do problema de acoplamento fluidomecânico, o método particionado (*staggered*), que é descrito por Lewis e Schrefler (1998), e Turska e Schrefler, (1993). De acordo com Müller (2007) e Müller et al (2007), esse procedimento é escolhido porque requer menos esforço computacional quando comparado com soluções totalmente acopladas para o problema tratado.

4.11.

Procedimento de solução *staggered* para o problema de acoplamento fluidomecânico com fluxo bifásico

O procedimento de solução *staggered*, ou seja, de forma particionada, é uma alternativa à solução de problemas acoplados, de acordo com Lewis e Schrefler (1998) e Müller (2011).

Na solução do problema de fluxo bifásico com acoplamento fluidomecânico, particionou-se o problema em duas partes: o problema mecânico e o problema de pressão-saturação.

O algoritmo do procedimento é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Algoritmo do procedimento.

<p>Instante $t + \Delta t$</p> <p>Estimativa inicial:</p> ${}^{t+\Delta t}p_{nw} = {}^t p_{nw} \text{ e } {}^{t+\Delta t}S_w = {}^t S_w$	Etapa 1
Procedimento <i>staggered</i> iteração: $j+1$	Etapa 2
<p>Avalia-se u^{j+1} (módulo mecânico) e verifica-se a convergência dos deslocamentos com:</p> $\left \frac{ {}^{t+\Delta t}u^{j+1} - {}^{t+\Delta t}u^j }{ {}^{t+\Delta t}u^{j+1} } \right \leq \textit{tolerancia}$	Etapa 3
<p>Com o vetor u obtido na etapa 3, avalia-se p_{nw}^{j+1} e S_w^{j+1} (FE-RT-DG) e verifica-se a convergência das saturações da fase molhante com:</p> $\left \frac{ {}^{t+\Delta t}S_w^{j+1} - {}^{t+\Delta t}S_w^j }{ {}^{t+\Delta t}S_w^{j+1} } \right \leq \textit{tolerancia}$	Etapa 4
Se as desigualdades das etapas 3 e 4 não forem atendidas, retorna-se a etapa 2 com os valores de p_{nw} e S_w . Caso contrário, faz-se $j = 0$ e um novo passo se inicia na Etapa 1.	Etapa 5

5

Discretização do domínio

Esse capítulo visa apresentar como os domínios são discretizados em malhas de elementos finitos.

5.1. Introdução

Antes de iniciar as simulações anteriormente propostas é necessário modelar espacialmente as fraturas dentro de um volume estabelecido como domínio físico do problema. O domínio do modelo a ser estudado deve ser discretizado com uma malha de elementos finitos. Esta etapa do trabalho de modelagem é crucial para obtenção de melhores resultados, pois permite uma melhor aproximação do fenômeno físico, através da resolução numérica das equações governantes.

A modelagem de reservatórios naturalmente fraturados para estudos de escoamento necessita incorporar os efeitos do sistema de fraturas à modelagem. Segundo Muñoz Mazo (2005), em formações fraturadas, os contrastes entre as propriedades, em especial as permeabilidades, das fraturas e da matriz criam grandes heterogeneidades e distribuição de saturações complexas. Assim, a modelagem desse tipo de reservatório requer um tratamento que respeite essas heterogeneidades e da geometria das redes de fraturas para obter uma análise mais criteriosa.

Essa tese utiliza malhas não-estruturadas e estruturadas nas análises. Em linhas gerais, na malha estruturada cada elemento possui o mesmo número de elementos vizinhos, sendo interessante para domínios de geometria simples. Já as malhas não estruturadas, cada elemento não necessariamente deve possuir o mesmo número de elementos vizinhos, de modo a flexibilizar sua utilização em contornos irregulares de geometrias complexas. No entanto, requer um gasto computacional superior ao da malha estruturada.

5.2. Discretização do domínio

O modelo discreto de fraturas é um método referido na literatura para a simulação do escoamento em meios porosos fraturados. Em que

O método dos elementos finitos é um dos métodos que podem ser aplicados para tal modelo. Nesse caso, as fraturas podem ser representadas de forma espacialmente explícita por meio do método de elementos finitos.

A formulação de elementos finitos é suportada pela geometria complexa do sistema de fraturas, em que as fraturas são geometricamente simplificadas utilizando um elemento de rede ' $(n-1)$ ', enquanto que o domínio tem dimensões ' n '. Em outras palavras, em um espaço 3D as fraturas são representadas pelas interfaces dos elementos da matriz, ou seja, em 2D. Assim, segundo Telles (2006), essa discretização gera uma malha compatível, de modo que os nós, apesar de pertencerem a elementos diferentes, compartilham as mesmas coordenadas e numeração, garantindo a continuidade da carga hidráulica na interface entre os dois meios. De acordo com Hoteit e Firoozabadi (2008), esta simplificação elimina o contraste de escala de comprimento, causada pela representação explícita da abertura da fratura. Como resultado, a eficiência computacional é melhorada consideravelmente.

No entanto, o modelo de fraturas discretas pode conter apenas um número limitado de fraturas por razões relacionadas com os recursos computacionais. Uma abordagem para superar essa limitação é modelar explicitamente apenas as grandes fraturas e usar a técnica de '*upscale*' para representar fraturas de ordem mais baixa.

Agar *et al* (2010) estudaram o impacto das redes de fraturas no escoamento em um reservatório carbonático, no qual se desenvolveram simulações com injeção de água para a recuperação de óleo entre um poço injetor e um produtor. As simulações consideraram as fraturas como planos e a rocha matriz como volumes. Os resultados ressaltam a importância do contraste entre a permeabilidade da matriz e das fraturas para a recuperação global do reservatório e o grande impacto que as fraturas podem ter sobre a recuperação através da criação de zonas não varridas e proporcionando ligações críticas entre camadas permeáveis.

A simplificação mencionada acima foi considerada inadequada nos casos em que nos interessamos (simulações fluidomecânicas), em que é interessante observar

o comportamento das tensões, da abertura e do fechamento das fraturas. Para representar adequadamente o comportamento mecânico é necessário utilizar elementos quadrilaterais colapsados (Goodman, 1989). Também utilizados na literatura acerca de outros problemas envolvendo a análise de tensões, como em fraturas em metais, por exemplo. A utilização desses elementos não cria um aumento excessivo no número de nós. Mais detalhes a respeito dessa abordagem é fornecido nesse capítulo. Alguns autores já utilizaram essa abordagem em outros problemas envolvendo fraturas com sucesso, tais como: Mejía Camones (2015), Espinha (2009), Paulino (2008), etc.

5.3.

Geração da malha para simulação com propósitos mecânicos – 2D

A inclusão da abertura da fratura na discretização da domínio acarretaria um número excessivo de elementos para representar as fraturas. Desse modo, optou-se por representar as fraturas geometricamente, em 2D, como linhas e tratá-las dentro da malha de EF como elementos quadrilaterais colapsados. Essa abordagem, reduz consideravelmente o número de elementos de malha. Cabe ressaltar que modelos em 3D com essa metodologia são desenvolvidos, mas não são aqui apresentados por não serem contemplados no escopo dessa tese.

Essa fase dos trabalhos contou com estreita colaboração das ferramentas proporcionadas pelo *Carbonate Reservoir Group*, do *International Centre of Carbonate Reservoirs* (ICCR), da *Heriot-Watt University*, no Reino Unido.

O procedimento de geração de malha para simulação fluidomecânica em 2D consiste em:

1. Importar a figura da geometria, obtida a partir de uma seção em 2D fornecida, para o *software* Rhinoceros 3D;
2. No Rhinoceros 3D, desenhar sobre a figura a geometria, definindo as áreas e interseções (ver resultado obtido na Figura 9);

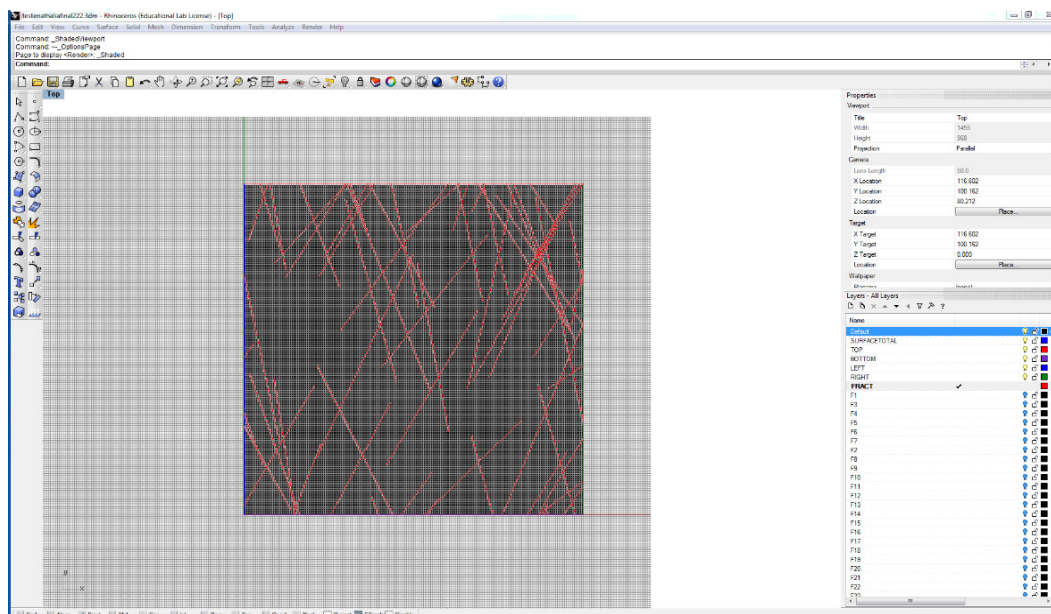


Figura 9 – Desenho da geometria sobre a imagem do reservatório em 2D, utilizando o programa Rhyno3D.

3. Importar a geometria feita no Rhinoceros 3D para o ICEM CFD 3D v.14 usando um *script* (o resultado da importação é apresentado na Figura 10);
4. Dentro do ICEM CFD 3D, definir as diferentes áreas dentro do volume elementar representativo (ver resultados obtidos na Figura 11);

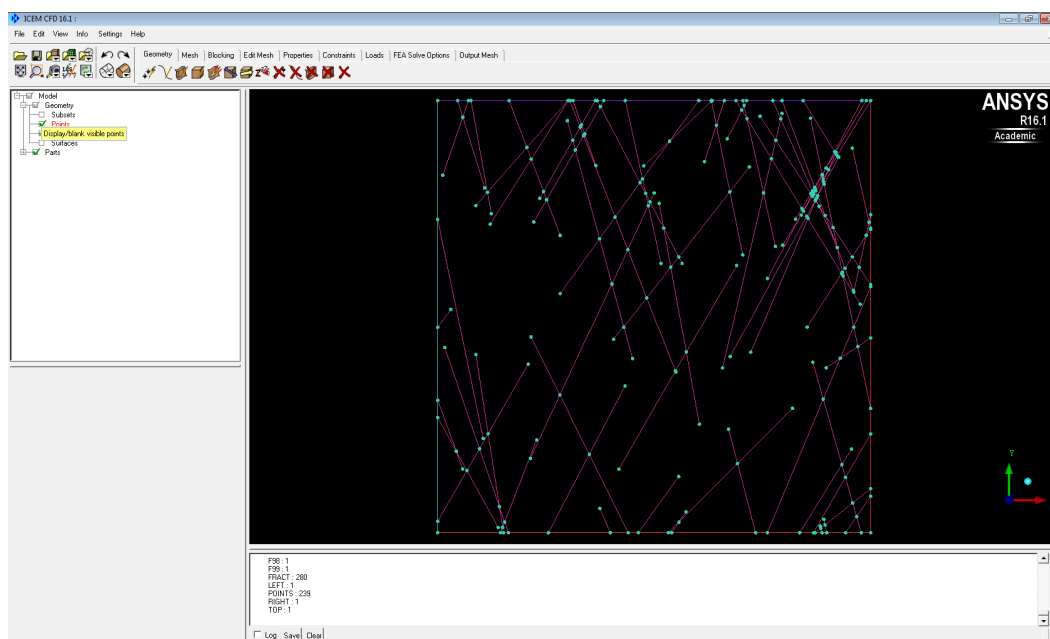


Figura 10 – Desenho da geometria importada para o ICEM 3D.

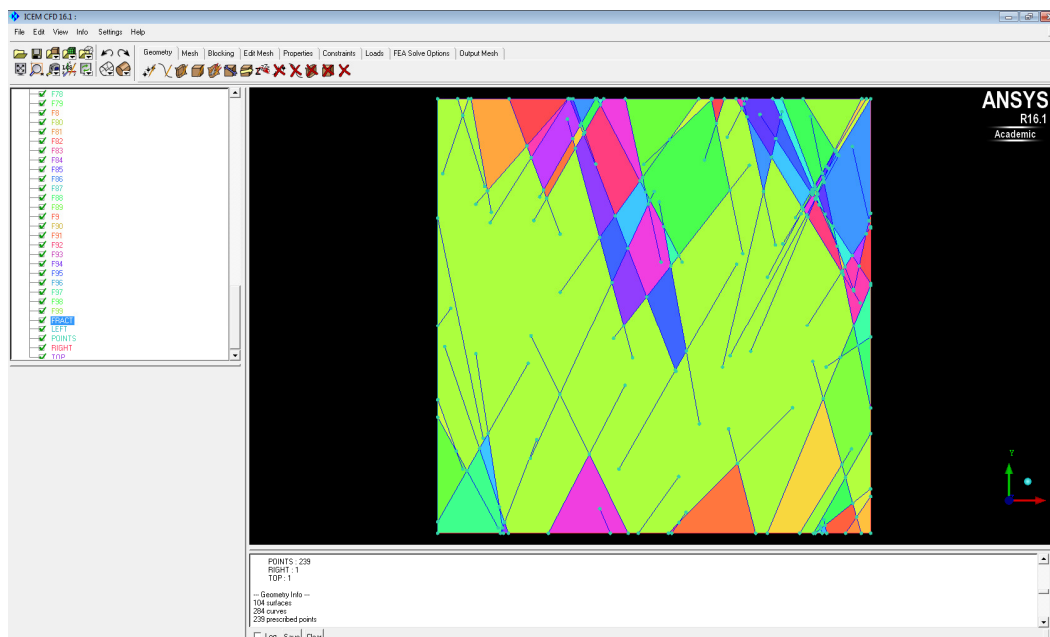


Figura 11 – Visualização dos diferentes ‘clusters’ formados, no ICEM 3D.

5. Gerar a malha para simulação no ICEM CFD 3D, atendendo aos critérios de qualidade. Os resultados obtidos podem ser visto na Figura 12. A Figura 13 mostra um detalhe da Figura 12, em que é possível observar que o gerador de malha respeita a presença de todas as fraturas.
6. Exportar a malha criada para Matlab.
7. Usando uma rotina computacional, adapta-se o arquivo de saída para ser enviado ao *software* TopS para ter os nós de fratura duplicados. Mais detalhes acerca desse passo são apresentados a seguir.

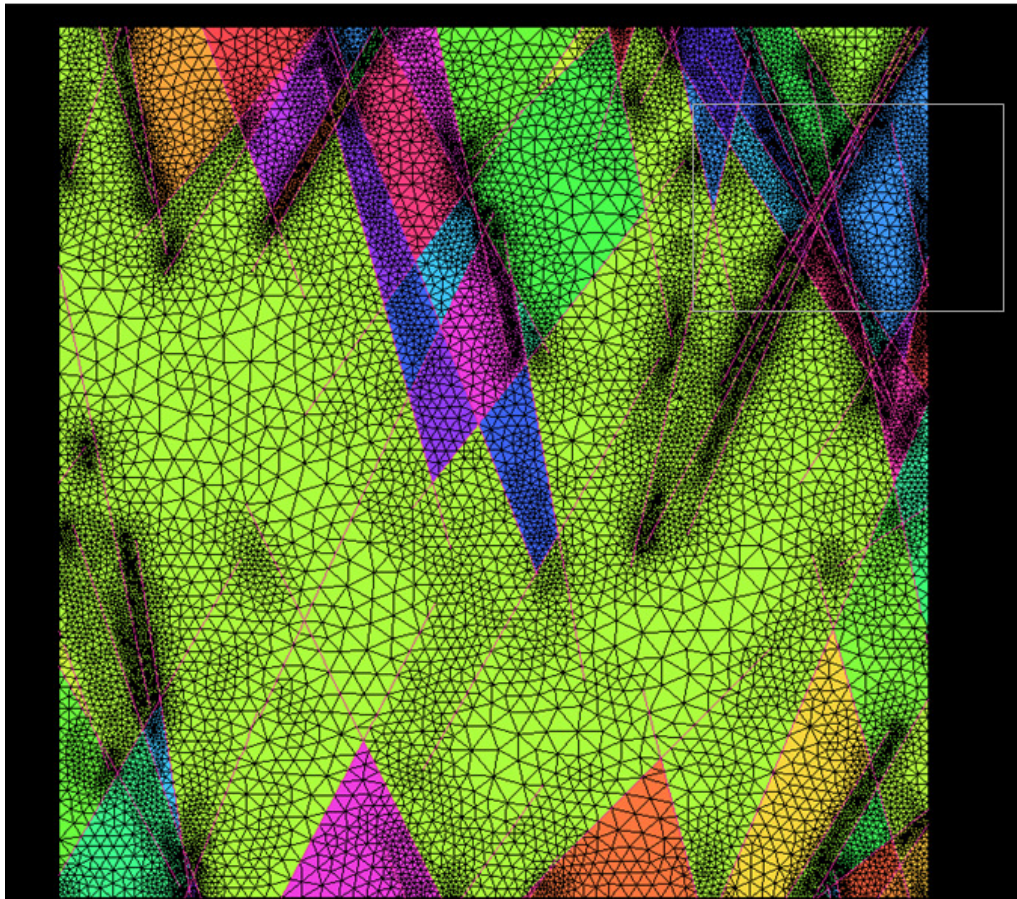


Figura 12 – Visualização da malha criada no ICEM 3D.

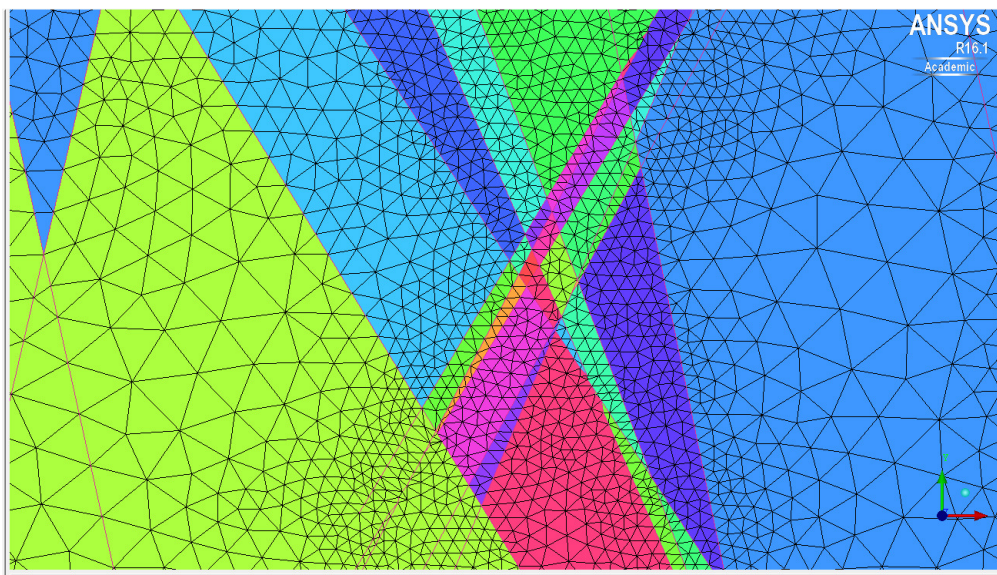


Figura 13 – Visualização do detalhe da malha criada no ICEM 3D.

A partir desse resultado, e apesar da complexidade de detalhes nos cruzamentos entre as fraturas, essa abordagem mostrou-se adequada.

Tal procedimento é aplicado ao caso de já existir uma seção, cuja geometria e distribuição das fraturas já são definidas dentro de um volume estabelecido como domínio físico do problema. Na ausência dessa geometria é possível gerar fraturas tridimensionais nos modos determinísticos e probabilísticos, usando o FracGen 3D (Telles 2006). A geração de fraturas de modo determinístico implica ter as características das fraturas que são determinadas *in-situ*, e a geração do modelo probabilístico, em que a distribuição das fraturas seguem distribuições probabilísticas. No Apêndice B - Desenvolvimento de um procedimento para geração de malhas de simulação para discretização de reservatório fraturado, é apresentada uma metodologia que permite conectar o FracGen3D, de Telles (2006), ao procedimento aqui proposto.

5.4. Malhas para a análise estatística

Paralelamente ao apresentado até aqui nesse capítulo, e como busca-se avaliar a eficiência e adequação do simulador FE-RT-DG, inicialmente, testa-se modelos muito simples em termos de complexidade geométrica. Considera-se um modelo de pequenas dimensões e com uma ou duas fraturas.

Para a avaliação estatística do efeito do refinamento da malha no simulador, é necessário considerar os mesmos pontos de análise, característica não disponível no ICEM CFD 3D. Assim, ao executar o refinamento, faz-se necessário que sejam mantidos os nós de origem da malha mais grosseira. O *Triangle* fornece um arquivo de saída que, a seguir, é editado para ser enviado ao programa TopS para a duplicação dos nós, da mesma maneira como é feito com o arquivo de saída gerado pelo ICEM CFD 3D. Mais detalhes acerca do Triangle podem ser encontrados no Apêndice C - Ferramentas adicionais utilizadas na discretização.

As malhas obtidas para fins estatísticos foram refinadas em 10 e 100 vezes e são apresentadas na Figura 17.

5.5. Análise estatística

Para fins de validação dos procedimentos de simulação, os exemplos estudados nessa tese também foram avaliados estatisticamente, com o objetivo de

comparar a escala dos erros de balanço de massa/volume obtidos nos dois diferentes códigos, MRST e FE-RT-DG. Para tanto, procederam-se estudos da norma quadrada dos erros (L_2 -norm).

Exceto no caso 1D, que apresenta solução analítica, foram feitas diversas simulações com diferentes discretizações espaciais, e a discretização espacial mais refinada foi considerada a solução mais próxima do que se consideraria uma solução analítica.

A fórmula utilizada para os cálculos é a apresentada abaixo:

$$L_2norm = \sqrt[2]{\left(\frac{\sum_{i=1}^{nelem}(S_{ana} - S_{num})^2}{\sum_{i=1}^{nelem}(S_{ana})^2}\right)} \quad (94)$$

Onde S_{ana} é a saturação analítica; S_{num} a saturação numérica e $nelem$ é a quantidade de elementos avaliados.

Também se pode avaliar o erro em relação ao tamanho do elemento (L_2 -normdx) e em relação ao passo de tempo (L_2 -normdt), respectivamente dados por:

$$L_2normdx = \sqrt[2]{\left(\frac{\sum_{i=1}^{nelem}(S_{ana} - S_{num})^2}{\sum_{i=1}^{nelem}(S_{ana})^2}\right)} dx \quad (95)$$

$$L_2normdt = \sqrt[2]{\left(\frac{\sum_{i=1}^{nelem}(S_{ana} - S_{num})^2}{\sum_{i=1}^{nelem}(S_{ana})^2}\right)} dt \quad (96)$$

5.6.

Biblioteca TopS - Modelagem da fratura

Em continuação ao procedimento de gerar uma malha adequada aos propósitos mecânicos, procedeu-se ao uso da biblioteca TopS, desenvolvido pelo Tecgraf/PUC-Rio, para o tratamento da malha obtida anteriormente. O Tops gera a inclusão da definição dos elementos de fratura como elementos de interface, aqui tratados como elementos com nós duplicados e colapsados, de modo que sua abertura discretizada seja nula. Tal ideia pode ser ilustrada na Figura 14.

Tal biblioteca é capaz de gerenciar a malha de elementos finitos existente e proporcionar as mudanças na matriz de conectividade devido à duplicação dos nós

que representam a fratura. Cabe ressaltar aqui que o TopS está preparado para tratar domínios em 2D ou em 3D. Nesse subitem, por conveniência didática, mostra-se o executado pelo TopS nas malhas em 2D, que são o objeto de estudo dessa tese.

Além disso, ressalta-se que esse processo de duplicação de nós é utilizado para outras abordagens de tratamento da fratura, como o modelo de fratura coesiva, por exemplo, em Mejía Camones (2015).

Apesar de inúmeras tentativas de desenvolver um *script* que duplicasse os nós de fratura dentro do próprio ICEM CFD 3D, tal *software* comercial não permite a inclusão dessa funcionalidade com o nível de detalhe exigido pelo procedimento aqui desenvolvido.

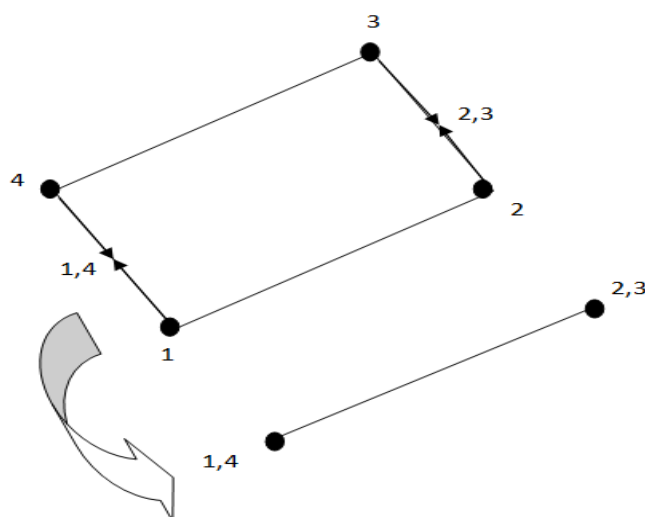


Figura 14 – Modelagem da fratura.

Na modelagem em 2D, a matriz rochosa é representada por elementos triangulares e as fraturas são construídas como as arestas dos elementos triangulares. A função do TopS é identificar essas faces e criar um elemento de interface, duplicando os nós que compõem essas arestas e os colapsando de modo a ter abertura nula no desenho. Em caráter ilustrativo, a Figura 15 mostra o efeito do TopS em uma malha de um domínio simples com duas fraturas. À esquerda, apresenta-se uma malha de elementos triangulares com duas fraturas que se interceptam imersas dentro desse domínio, em que as fraturas são consideradas arestas dos elementos triangulares. E à direita observa-se o detalhe do processo de duplicação dos nós de fratura, feito pelo TopS, antes dos mesmos serem colapsados.

Os nós de cor verde são os nós adicionais criados a partir dos nós pretos (da malha original). Vale ressaltar que o nó de intersecção entre duas fraturas não é apenas duplicado, uma vez que isso não atenderia as condições de criação de elementos quadriláteros para as duas fraturas. Assim, o nó de intersecção entre as duas fraturas foi quadruplicado, de maneira permitir a criação de quadriláteros para ambas as fraturas relacionadas a esse nó. É importante destacar que nenhum novo elemento foi criado com os nós quatro centrais.

Esse tipo de abordagem evita gastos computacionais excessivos de armazenagem e alocação de elementos que ocorrem em uma discretização explícita das fraturas por necessitarem de refinamento excessivo na região das fraturas.

Após esse passo de duplicação e colapso dos nós, os elementos de fratura são considerados adequados aos propósitos mecânicos. Assim, o arquivo de saída do TopS é editado para ser lido pelos simuladores de escoamento e geomecânico.

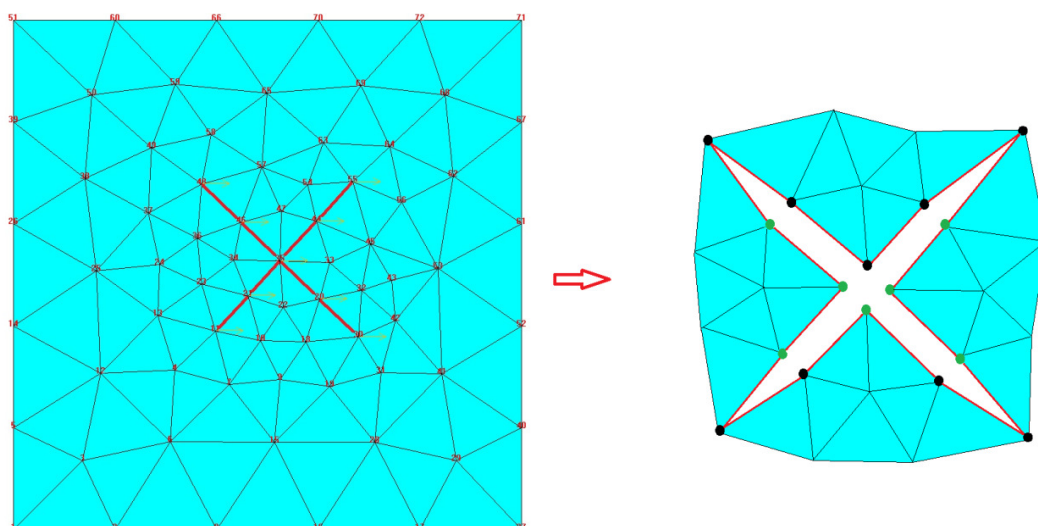


Figura 15 – À esquerda, malha original com a definição de duas fraturas que se interceptam em um ponto na área central. À direita, detalhe do efeito da duplicação dos nós de fratura, feito pelo TopS, antes de tais nós serem colapsados.

6

Exemplos propostos

Esse capítulo objetiva apresentar os exemplos propostos para validação do método de simulação do escoamento bifásico FE-RT-DG e o método bifásico com acoplamento fluidomecânico.

6.1.

Simulador de escoamento bifásico FE-RT-DG

Nesse item são apresentados os exemplos estudados e os detalhes da proposta de análise estatística para validação do simulador FE-RT-DG.

Os exemplos propostos estudados nessa tese são os abaixo relacionados.

- Exemplo 1 – Modelo de Buckley-Leverett semi-1D;
- Exemplo 2 – Modelo em 2D de seção quadrada com e sem fraturas ou heterogeneidades de permeabilidade;
- Exemplo 3 – Modelo em 2D de seção retangular com uma fratura;
- Exemplo 4 – Modelo em 2D de seção retangular com fraturas;
- Exemplo 5 – Modelo em 2D, de uma seção real – Cenário 1;
- Exemplo 6 – Modelo em 2D, de uma seção real – Cenário 2.

Cabe ressaltar, assim como foi mencionado anteriormente, que tratam-se de modelos em escala de uma célula de modelo de simulação de reservatório. A seguir são explanados alguns detalhes de tais exemplos estudados.

6.1.1.Exemplo 1 – Modelo de Buckley-Leverett semi-1D

De acordo com Rosa *et al* (2006), o modelo de Buckley-Leverett se baseia no fato de que o fluido injetado, ao penetrar no meio poroso, age como se fosse um pistão com vazamento. Esse pistão vai empurrando o fluido a ser deslocado para fora dos poros. Porém, em decorrência do vazamento, certa quantidade de fluido a ser deslocado vai ficando para trás. Isso significa que na região que já foi invadida pelo fluido injetado ocorre fluxo simultâneo dos dois fluidos. Como a teoria foi

desenvolvida considerando-se que os fluidos são incompressíveis, ela é bastante adequada para descrever o deslocamento de óleo por água. Esse modelo é amplamente conhecido na literatura e possui uma solução conhecida.

Por tratar de geometrias muito simples, as malhas desse modelo clássico da literatura foram geradas no programa Mtool. Mais detalhes sobre esse software podem ser encontrados no Apêndice C - Ferramentas adicionais utilizadas na discretização. Esse modelo de escoamento é comparado com uma solução analítica e com os resultados obtidos pelo MRST.



Figura 16 – Esquema do modelo Buckley-Leverett semi-1D.

6.1.2.Exemplo 2 – Modelo em 2D

O modelo em 2D trata de uma seção horizontal quadrada de uma célula de um modelo de simulação de reservatório, que apresenta três ordens de refinamento, gerados pelo *Triangle*, conforme mostrado na Figura 17. Além disso, há a presença de duas fraturas que se cruzam, para os modelos apresentados do lado direito da Figura 17.

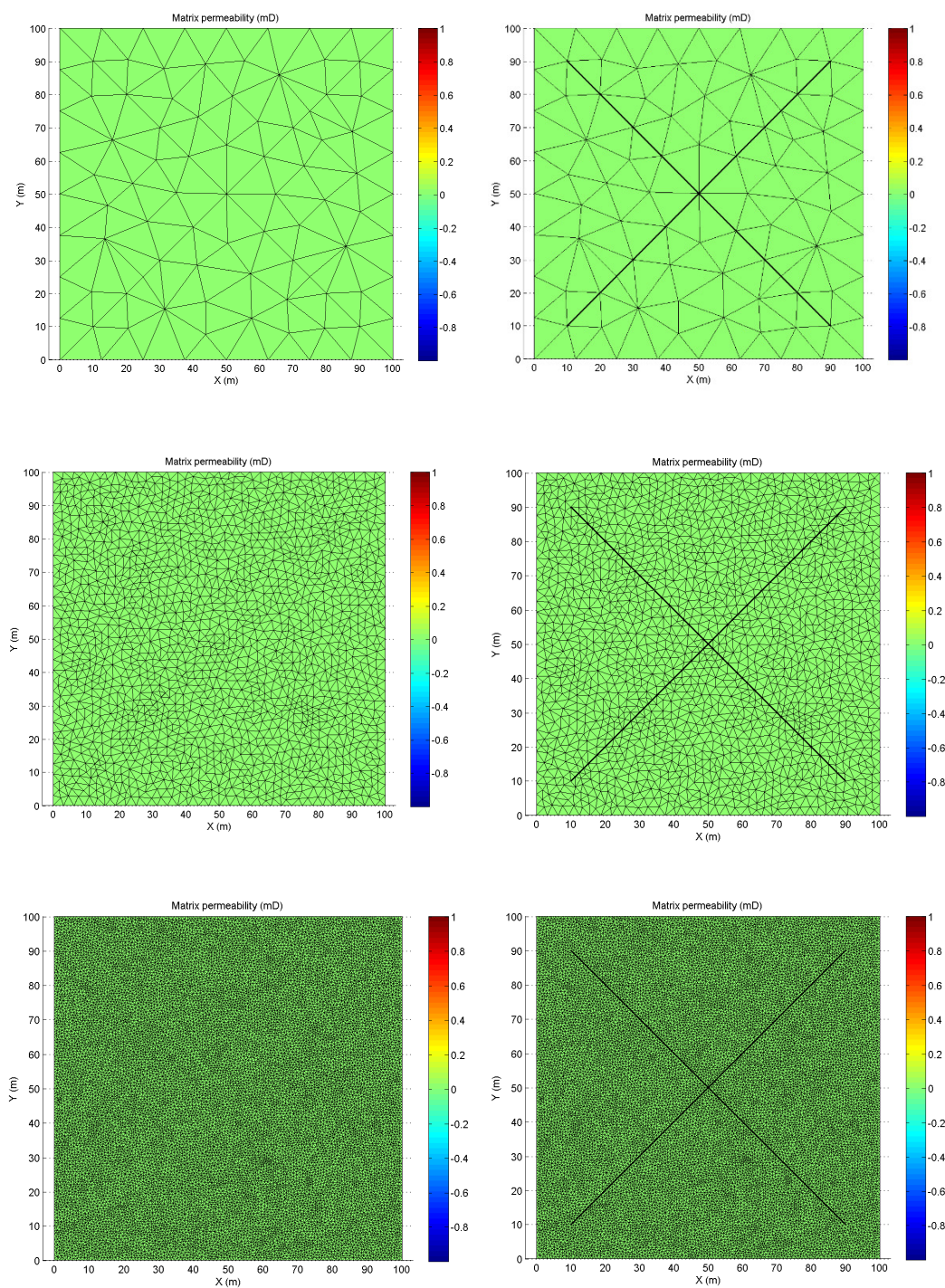


Figura 17 – Malhas para fins estatísticos do Exemplo 2.

Nesse exemplo duas condições de contorno foram testadas:

- Modelo amplamente conhecido na literatura como “*1/4 of five-spot*”, em 2D (ver Figura 18)
- Injeção constante na lateral esquerda (ver Figura 19).

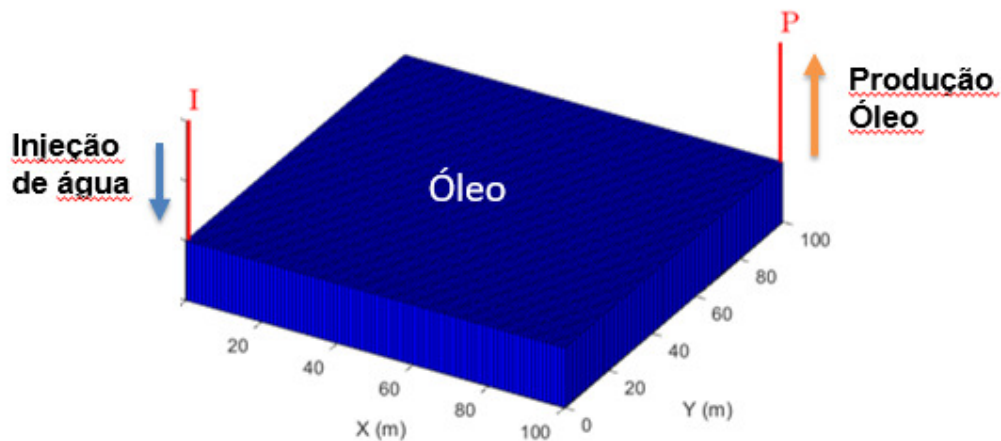


Figura 18 – Esquema em 3D do modelo conhecido na literatura como “*1/4 of five-spot*”.

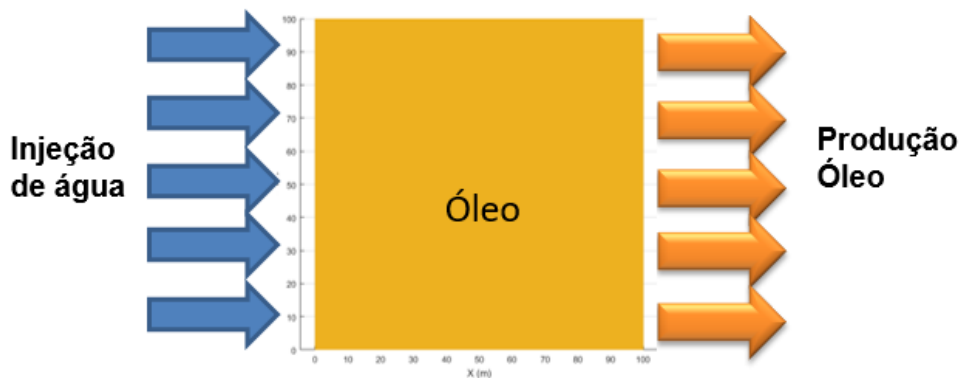


Figura 19 – Esquema do modelo de escoamento bifásico 2D, com injeção constante na lateral esquerda do domínio.

Além disso, o meio poroso pode ser considerado com:

- Matriz rochosa homogênea;
- Matriz rochosa heterogênea;

- Matriz rochosa homogênea com a presença de duas fraturas (ver Figura 20).

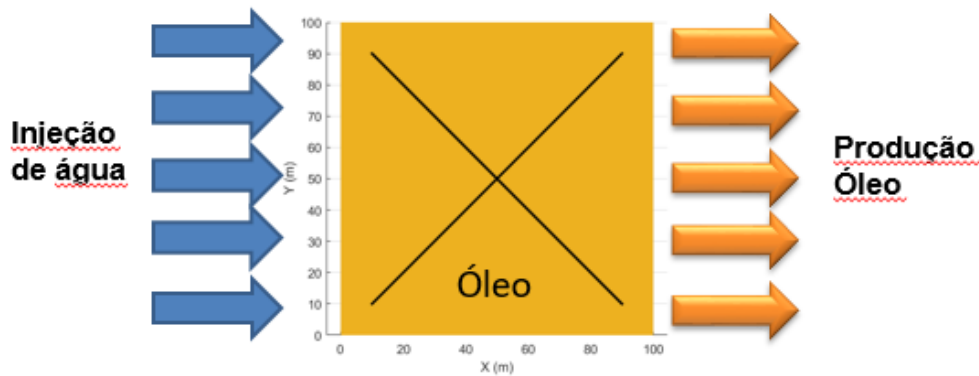


Figura 20 – Esquema do modelo de escoamento bifásico 2D, em matriz rochosa homogênea com a presença de duas fraturas, com injeção constante na lateral esquerda do domínio.

Para a realização das análises estatísticas foram realizadas três simulações de escoamento bifásico de cada tipo listado acima, utilizando as malhas apresentadas na Figura 17. Essas simulações de escoamento também foram comparadas com o MRST.

6.1.3.Exemplo 3 – Modelo em 2D de seção horizontal retangular com uma fratura.

Esse modelo trata de simular o comportamento bifásico em um modelo 2D de seção horizontal retangular, com uma fratura posicionada no meio do domínio, com injeção no bordo esquerdo do domínio. Esse modelo também é utilizado nas simulações fluidomecânicas.

Segue abaixo os tipos estudados:

- Meio homogêneo;
- Meio de matriz homogênea, com uma fratura na horizontal.

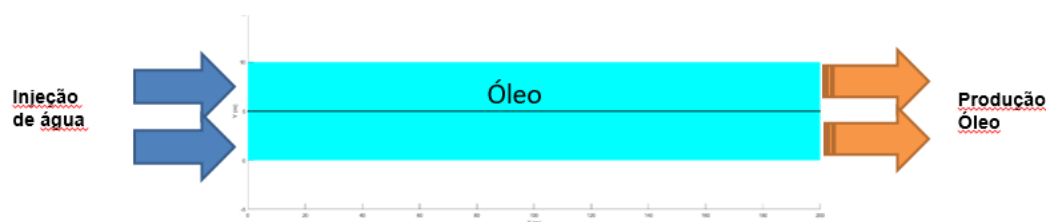


Figura 21 – Modelo 2D de uma seção horizontal retangular com uma fratura.

6.1.4.Exemplo 4 – Modelo em 2D de seção horizontal quadrada com fraturas

Esse modelo trata de simular o comportamento bifásico em um modelo 2D de seção horizontal quadrangular, de 25 metros por 25 metros, originalmente proposto por Jiang e Younis (2015), em que é feito um processo de *upscaling* (Figura 22) para definir a malha de EF a ser simulada Figura 23. Nesse exemplo é aplicada a condição de injeção do tipo *1/4 of five-spot*. Onde a injeção é feita na coordenada [0 m; 0 m] e o poço produtor está localizado na coordenada [25 m; 25 m].

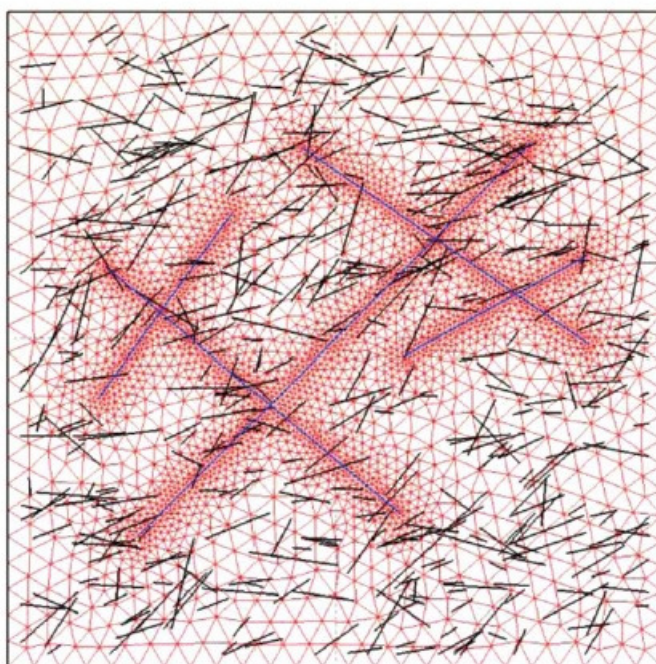


Figura 22 – Célula de um modelo de reservatório em 2D em que é feito um processo de *upscale* (25 m x 25 m). (Jiang e Younis (2015)).

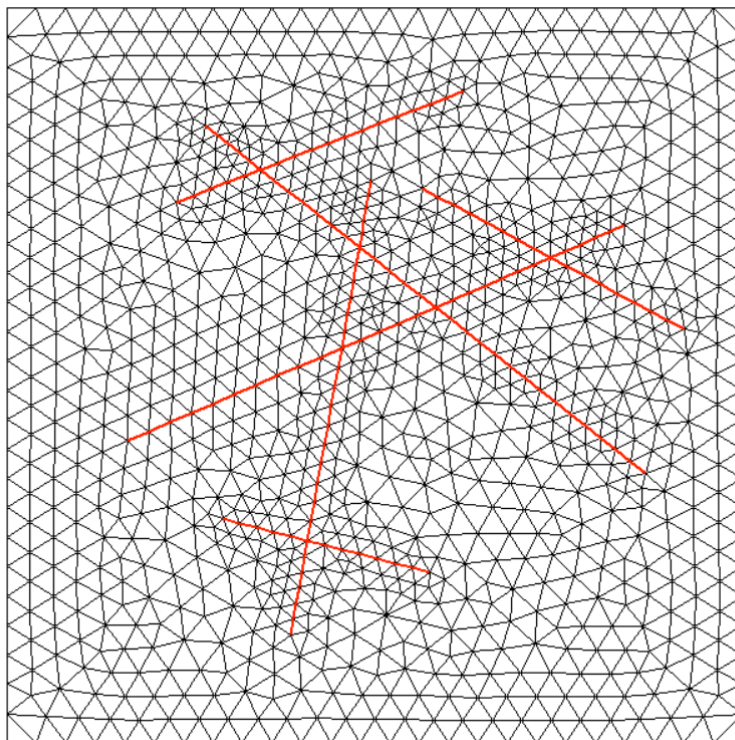


Figura 23 – Malha em EF a ser simulada, não-estruturada, com dimensões de domínio de 25 m por 25 m.

6.1.5. Exemplo 5 e 6 – malhas com geometrias complexas

Para fins de teste de efetividade dos procedimentos propostos para geração de malha, propõe-se estudar duas seções reais de reservatório, criadas a partir dos cenários gerados pelo Geólogo Rodrigo Corrêa, tal qual pode-se observar na Figura 24, na Figura 25 e na Figura 26. A partir desse exemplo 3D, foram feitas nesse modelo duas seções, em 2D. Tais seções serão objetos de estudo dessa tese e são adaptadas à metodologia proposta.

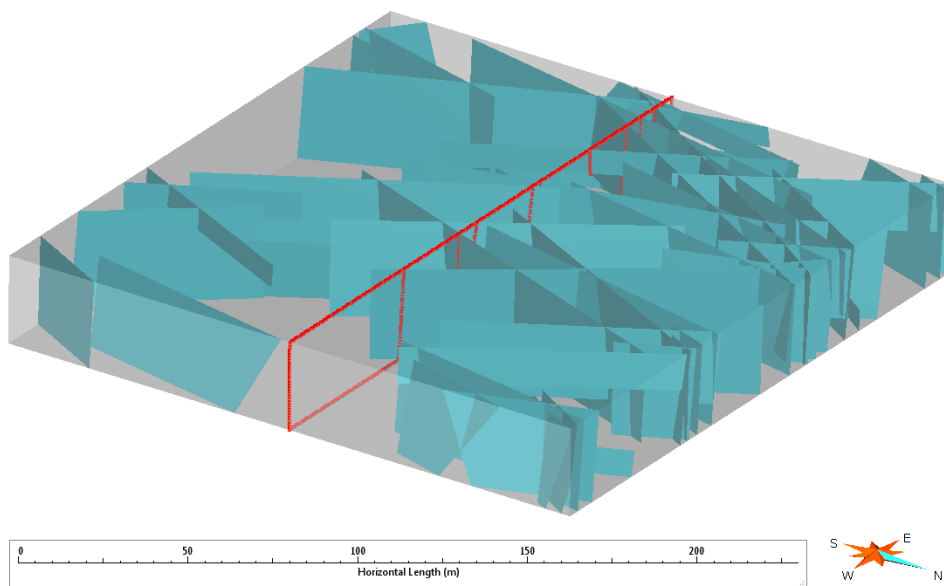


Figura 24 – Célula de um modelo de reservatório em 3D. O corte perpendicular à seção horizontal corresponde ao Cenário 1. A superfície superior horizontal corresponde ao Cenário 2. (Fonte: Rodrigo Corrêa)

Assim, os seguintes exemplos são propostos:

- Exemplo 5 – Modelo em 2D, Cenário 1, seção vertical, em escala de célula de modelo de simulação de reservatório. Ver Figura 25;
- Exemplo 6 – Modelo em 2D, Cenário 2, seção horizontal, em escala de célula de modelo de simulação. Ver Figura 26.

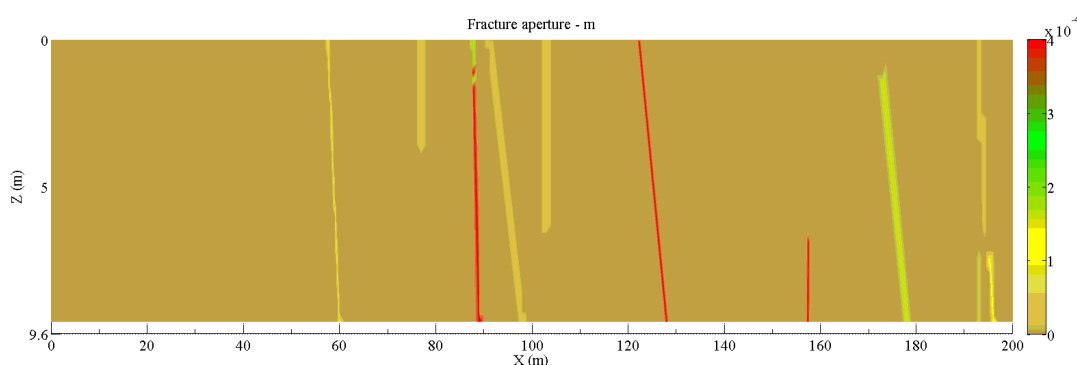


Figura 25 – Cenário 1, Seção da célula do modelo de reservatório fraturado estudada indicando as aberturas das fraturas (Fonte: Rodrigo Corrêa).

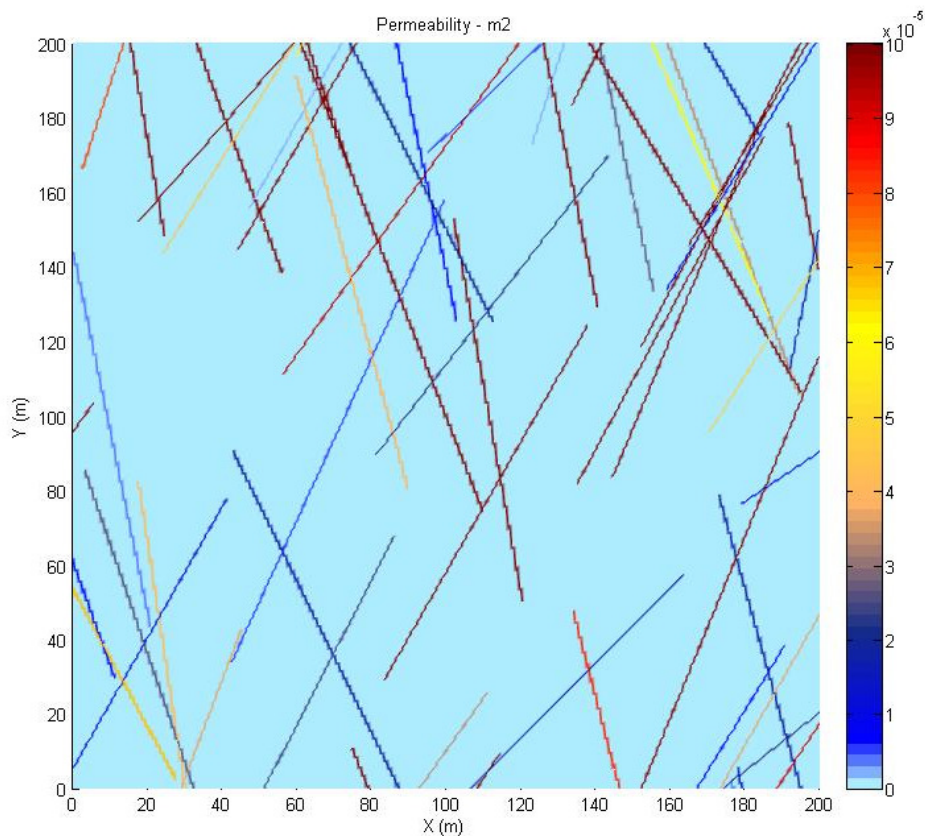


Figura 26 – Cenário 2, Campo de permeabilidade da célula do modelo de reservatório fraturado. (Fonte: Rodrigo Corrêa).

6.2.

Acoplamento do módulo mecânico ao simulador de escoamento bifásico

Considerando os resultados validados do simulador de escoamento bifásico, acopla-se o módulo mecânico. Com os erros de balanço de volumes do simulador de escoamento bifásico é possível mensurar qual a parcela de erros é decorrente do acoplamento do módulo mecânico ao sistema. Para tanto, os dois módulos devem estar em linguagem C.

6.2.1. Exemplos propostos

Os exemplos propostos para propósitos mecânico estudados nessa tese são os abaixo relacionados.

- Exemplo 1 – Modelo em 2D de seção retangular, de escoamento bifásico sem acoplamento mecânico, com injeção de água no bordo esquerdo do domínio. Ver Figura 27;
- Exemplo 2 – Modelo em 2D de seção retangular, de escoamento bifásico com acoplamento mecânico, com uma fratura que cruza todo o domínio e com injeção de água no bordo esquerdo do domínio. Ver Figura 27;

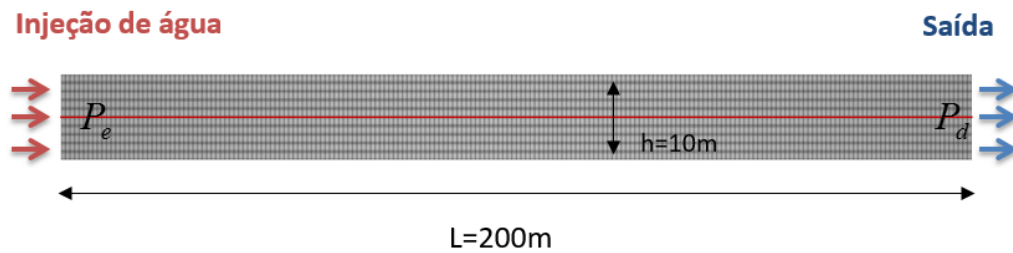


Figura 27 – Modelo esquemático utilizado nos Exemplos 6 e 7.

- Exemplo 3 – Modelo em 2D de seção retangular, de escoamento bifásico com acoplamento mecânico, com uma fratura imersa no domínio e com injeção de água no bordo esquerdo do domínio. Ver Figura 28.

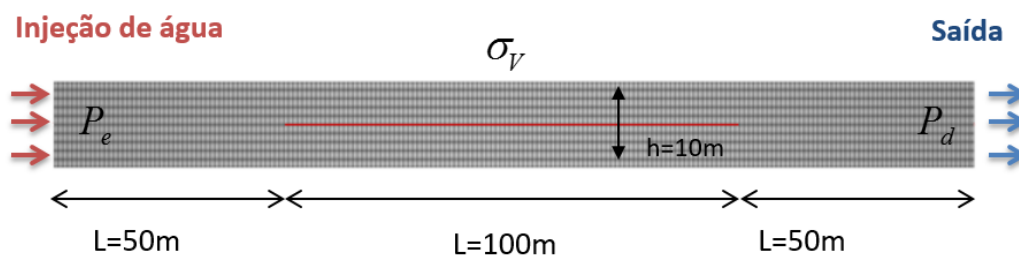


Figura 28 – Modelo esquemático utilizado no Exemplo 8.

7

Resultados da simulação de escoamento bifásico

Esse capítulo objetiva apresentar os resultados obtidos utilizando a metodologia proposta de simulação de fluxo bifásico em meios porosos, FE-RT-DG em alguns estudos de caso. Além de apresentar análises comparativas com o MRST, de modo a validar o código de computador estudado. O MRST é reconhecido internacionalmente por prover resultados totalmente confiáveis com erros apenas na escala de máquina.

7.1.

Exemplo 1: Simulação de escoamento bifásico em Semi-1D

Inicia-se os estudos dos resultados providos pelo código de computador desenvolvido para simulação de fluxo bifásico em meios porosos, FE-RT-DG, avaliando modelos 1D, conhecido na literatura clássica como o problema de Buckley-Leverett (1941).

O problema Buckley-Leverett (1941) analisa um meio homogêneo com diferentes propriedades de fluidos. Trata-se de injetar um fluido (fase molhante) pela lateral esquerda do domínio com o objetivo de deslocar o fluido existente no reservatório (fase não-molhante). Água é injetada com uma taxa de fluxo constante em uma extremidade para deslocar o óleo para a outra extremidade. A pressão é mantida constante na extremidade da produção. Considera-se, há reposição volumétrica, nesse caso de água, para repor o volume do fluido que está sendo extraído. A pressão capilar, bem como os efeitos gravitacionais, são negligenciados. Um esquema é apresentado na Figura 29.

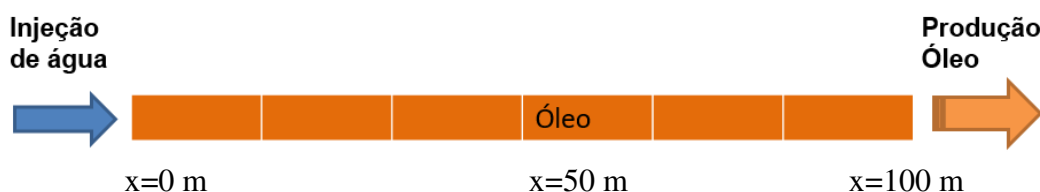


Figura 29 – Esquema do modelo Buckley-Leverett semi-1D.

Considera-se um domínio, semi-1D, homogêneo horizontal com comprimento de 100 m por uma unidade métrica de largura, inicialmente saturado com óleo (fase não molhante). A porosidade do reservatório ϕ^m é igual a 0,20. O reservatório é considerado um meio poroso homogêneo e isotrópico. As permeabilidades relativas são dadas pelas equações, já mencionadas nesse texto e aqui repetidas:

$$k_{rw} = S_e^m \quad (97)$$

$$k_{rnw} = (1 - S_e)^m \quad (98)$$

$$S_e = \frac{S_w - S_{rw}}{1 - S_{rw} - S_{rnw}} \quad (99)$$

Onde S_e é a saturação efetiva, m é o expoente relativo a linearidade das permeabilidades.

Os dados relevantes para este problema são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Dados relevantes.

Dimensões do domínio	100 m × 1 m
Propriedades da rocha	$\phi^m = 0,2$; $k^m = 200$ md
Propriedades do fluido	$\mu_w = \mu_n = 1$ cp $\rho_w = \rho_n = 1000$ kg/m ³
Dados específicos de cada caso estudado (saturações residuais; expoente de linearidade da função de permeabilidade; e razão de viscosidades M)	Caso 1: $S_{rw} = 0$; $S_{rn} = 0,20$; $m=1$ (Linear); $M = 1$ Caso 2: $S_{rw} = 0$; $S_{rn} = 0$; $m=1$ (Linear); $M = 1$ Caso 3: $S_{rw} = 0$; $S_{rn} = 0$; $m=2$ (Quadrático); $M = 1/10$ Caso 4: $S_{rw} = 0$; $S_{rn} = 0$; $m=1$ (Linear); $M = 1$
Taxa de injeção	0,01PV/dia
Tamanho da malha	Caso 1, 2 e 3: 400 elementos quadrilaterais (dx= 0,5 m) Caso 4: 4, 40, 400 e 4000 elementos quadrilaterais (dx=25 m; 2,5 m; 0,25 m; 0,025m)
Tempo de simulação	10 dias

7.1.1. Caso 1: Razão de viscosidades=1, m=1

O primeiro caso considera que a saturação residual da fase não-molhante S_{rnw} é igual a 0,20. Assume-se a mesma viscosidade para as fases de óleo e água ($M=1$) e utiliza-se uma função linear de permeabilidade relativa ($m=1$).

Resultados

Inicialmente comparou-se o resultado da frente de saturação molhante ao final dos dez dias com a solução analítica proposta por Buckley-Leverett (1941). Observa-se boa concordância com a solução analítica, conforme pode ser observado na Figura 30. Em seguida, comparou-se os dois resultados anteriores com a solução obtida pelo MRST para a mesma malha. A solução obtida pelo MRST para o avanço da frente de saturação da água aos 10 dias é coincidente com a solução numérica proposta nessa tese, conforme observa-se na Figura 31.

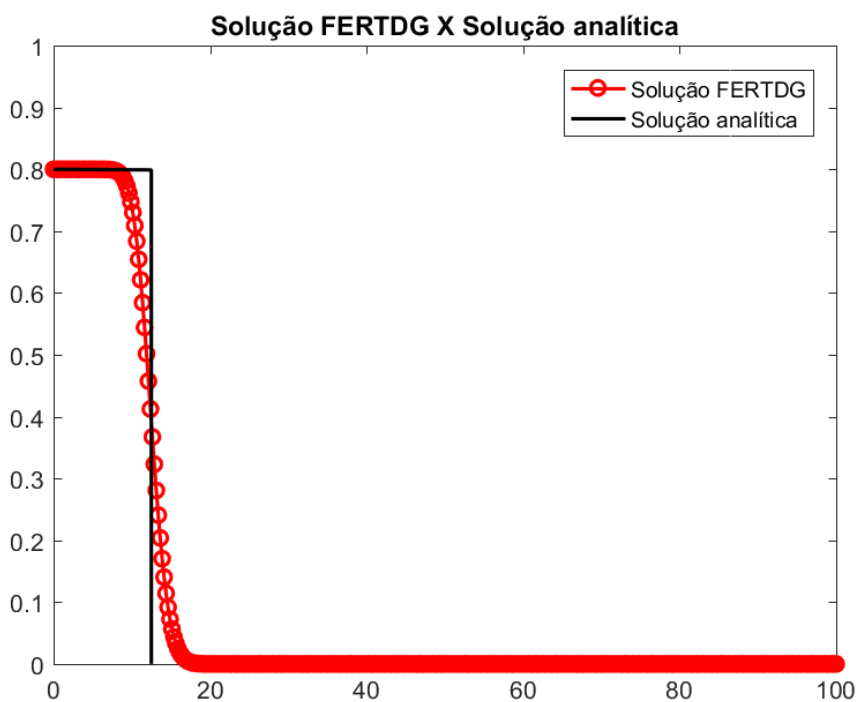


Figura 30 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica e a solução obtida por FE-RT-DG.

Comparou-se também os valores de pressão obtidos em três (3) pontos do domínio estudado (coordenadas de injeção ($x = 0$ m), meio do domínio ($x = 50$ m),

na produção ($x = 100$ m)). Como pode-se observar na Figura 32, os valores de pressões obtidos são muito próximos: o erro médio do balanço de volumes observado pelo programa FE-RT-DG é da ordem de $1,93\text{E-}09$ %, enquanto o MRST apresenta erros médios na ordem de $5,15\text{E-}13$ %.

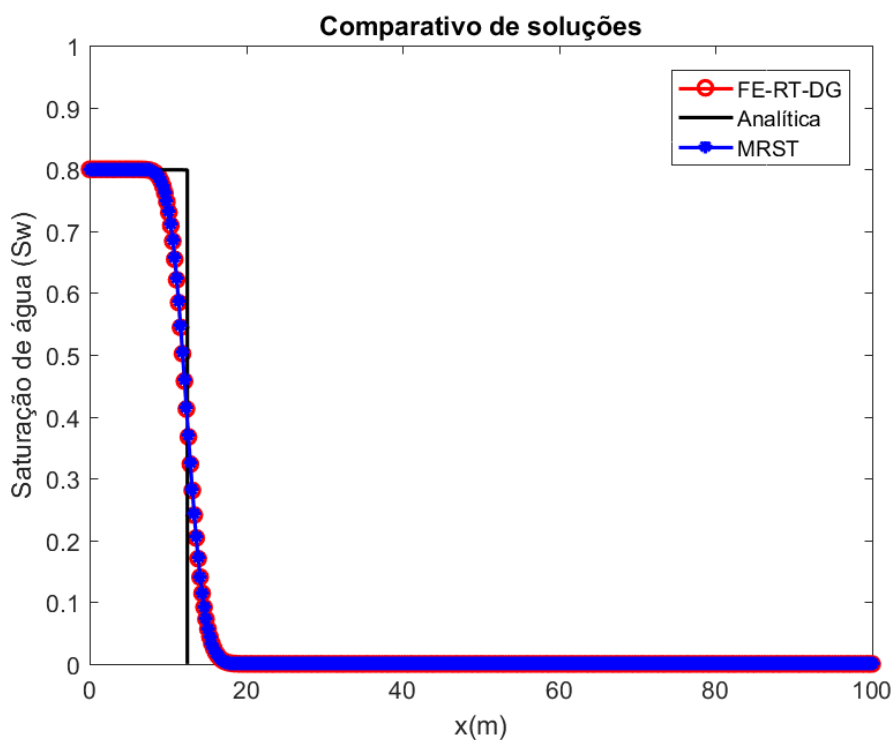


Figura 31 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica, a solução obtida por FE-RT-DG e a solução obtida pelo MRST.

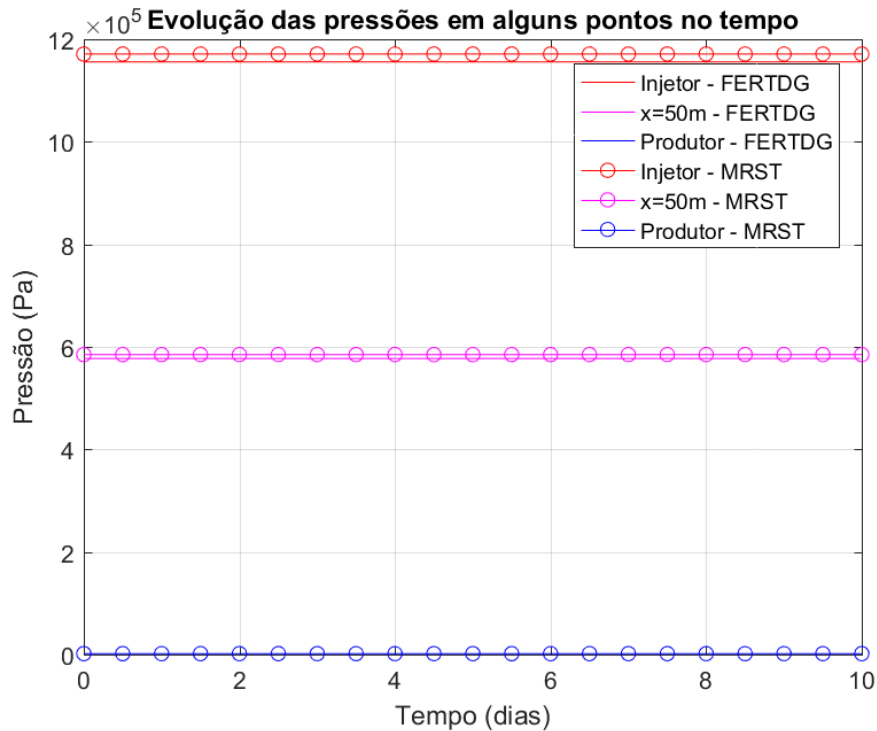


Figura 32 – Comparativo da variação das pressões em três pontos do domínio (injeção, meio do domínio, produção) entre a solução obtida por FE-RT-DG e a solução obtida pelo MRST.

7.1.2. Caso 2: Variação da saturação residual não-molhante

Para mostrar que o código permite utilizar outros valores de saturação residual apresenta-se na Figura 33 um comparativo das soluções analítica e as obtidas via FE-RT-DG e MRST para dois valores de saturação não-molhante residual: $S_{r_{nw}} = 0,0$ ou $S_{r_{nw}} = 0,2$. Ainda considerando: $m=1$ (Linear); $M = 1$.

Resultados

Observa-se boa concordância entre as soluções obtidas nos dois casos. Além disso, observou-se que o erro médio do balanço de volumes observado pelo programa FE-RT-DG é da ordem de $1,93E-09$ %, enquanto o MRST apresenta erros médios na ordem de $5,15E-13$ %, com $S_{r_{nw}} = 0,0$. Com $S_{r_{nw}} = 0,2$, FE-RT-DG apresentou erros médios de $2,21E-09$ % e MRST apresentou $2,38E-13$ %. De modo que, nesses casos, o erro de balanço de volumes pode ser considerado verdadeiramente conservativo.

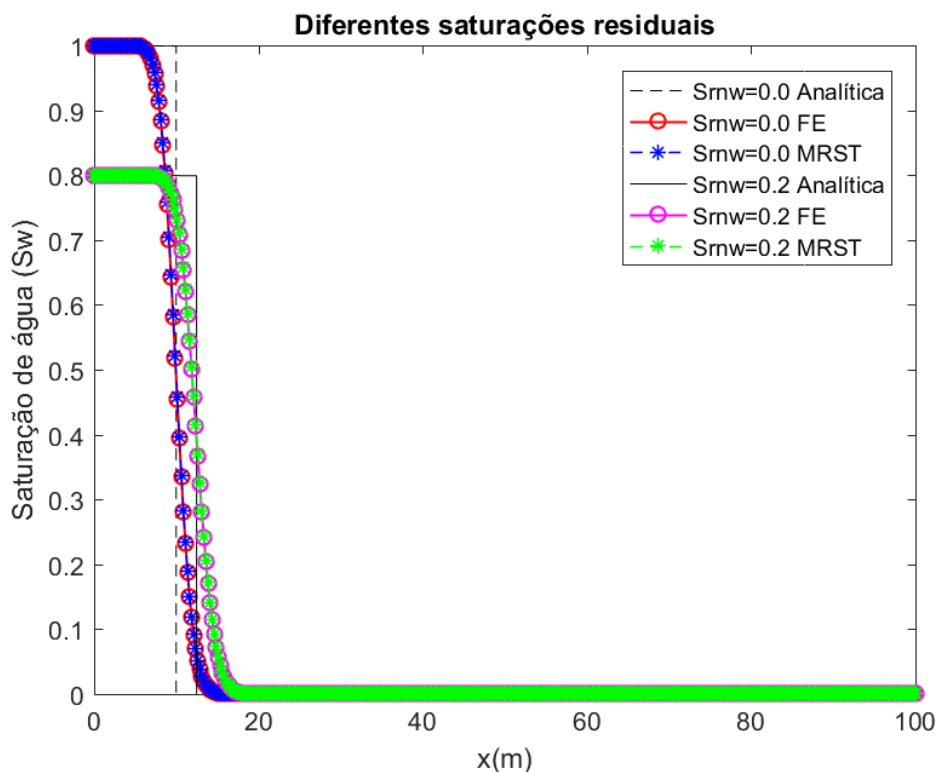


Figura 33 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica, a solução obtida por FE-RT-DG e a solução obtida pelo MRST, para distintos valores de saturação residual não-molhante.

7.1.3. Caso 3: M =variável, $m=2$

Nesse caso, utiliza-se uma função quadrática de permeabilidade relativa ($m=2$). Avalia-se nesse caso o efeito da variação da relação de viscosidade nas proporções $M=1/10$ e $M=1$, respectivamente. Considerou-se $S_{r_{nw}} = 0,0$. Os demais parâmetros são os mesmos do caso anterior.

Resultados

Além disso, avaliou-se que o erro médio do balanço de volumes observado pelo programa FE-RT-DG é da ordem de $5,41E-09$ %, enquanto o MRST apresenta erros médios na ordem de $2,10E-14$ %, com $M=1/10$. Com $M=1$, $2,01E-09$ % e $2,37E-14$ %, respectivamente, erros médios de balanço de volumes de FE-RT-DG e MRST.

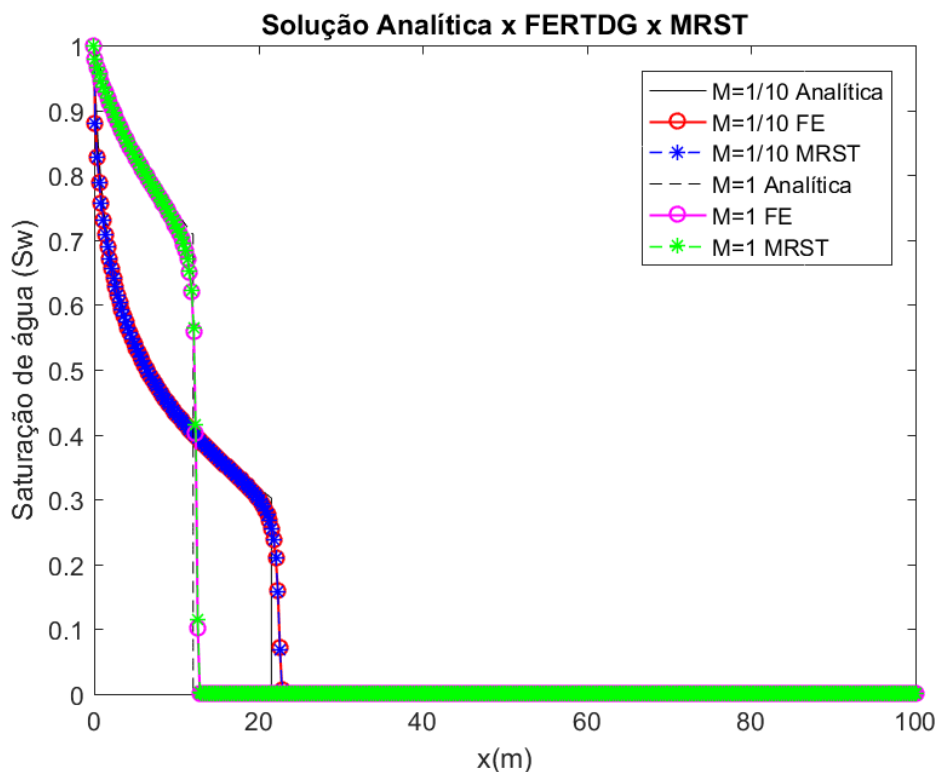


Figura 34 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica, a solução obtida por FE-RT-DG e a solução obtida pelo MRST, para relações de viscosidade nas proporções 1/10 e 1.

7.1.4. Caso 4: Distintos valores de tamanho de célula (dx)

A fim de mostrar o efeito do tamanho elementar nos resultados obtidos, procedeu-se à realização de simulações com distintos tamanhos de elementos, com 4, 40, 400 e 4000 elementos, respectivamente, $dx = 25$ m; 2,5 m; 0,25 m; e 0,025 m. Nesse caso considerou-se relação de permeabilidade relativa linear ($m=1$), relação de viscosidades iguais ($M=1$) e saturação residual não-molhante nula ($S_{r_{nw}}=0$). Cabe ressaltar aqui que os resultados referentes a 400 elementos, são os mesmo apresentados anteriormente no Caso 1.

Resultados

A Figura 35 apresenta a comparação entre as soluções analítica e as soluções obtidas via FE-RT-DG para distintos valores de discretização. Conforme esperado,

quanto menor o tamanho do elemento, mais a solução numérica se aproxima da solução analítica.

A Figura 36 apresenta a comparação entre as soluções analítica e as soluções obtidas via MRST para distintos valores de discretização. Para fins de validação as soluções analítica, FE-RT-DG e MRST são apresentadas juntas na Figura 37. Observa-se que ambos os métodos apresentam dispersões de mesma grandeza quando comparados com a solução analítica.

Com o propósito de avaliar o erro médio do balanço de massa em relação aos distintos tamanhos de elementos utilizados, apresenta-se a Figura 38. Observa-se que o tamanho elementar de $dx = 2,5$ m é o valor que em ambas as formulações numéricas, FE-RT-DG e MRST, apresentam as menores porcentagens de erros médios de balanço de volumes.

Considerando a solução analítica, para o cálculo da norma quadrada em relação ao tamanho dos elementos obtêm-se o apresentado na Figura 39. Observa-se que o valor ótimo de tamanho elementar é de 2,5 m, corroborando com o que já indicava a Figura 38.

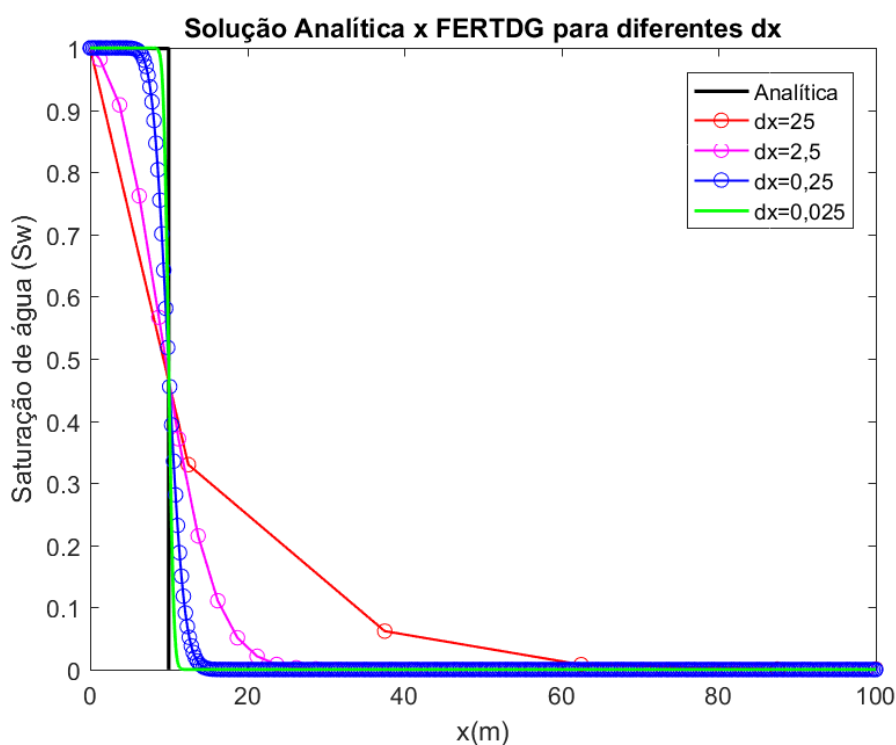


Figura 35 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica e a solução obtida por FE-RT-DG.

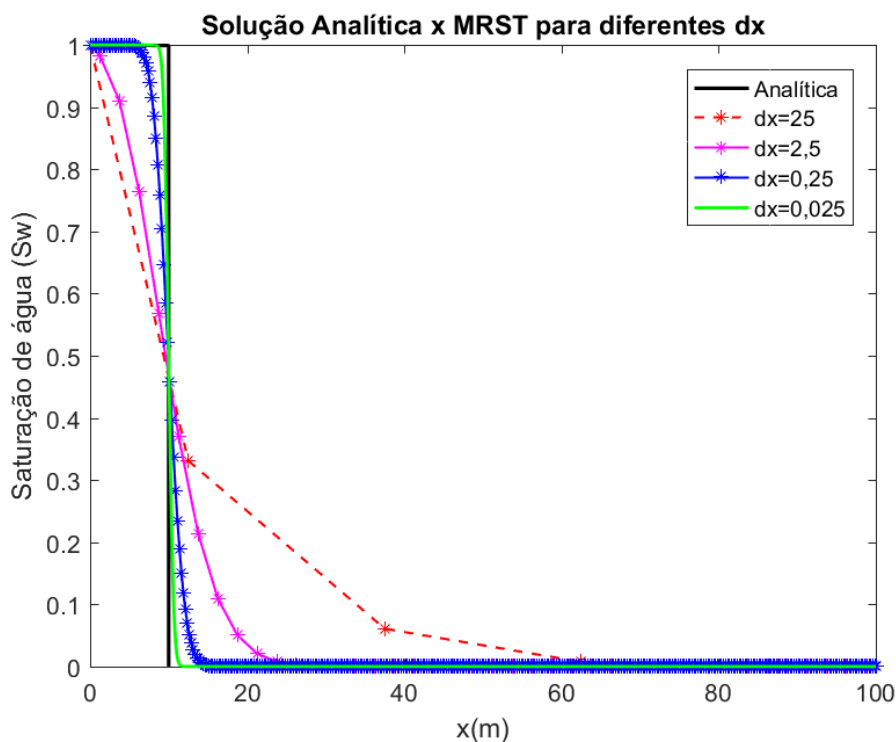


Figura 36– Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica e a solução obtida pelo MRST.

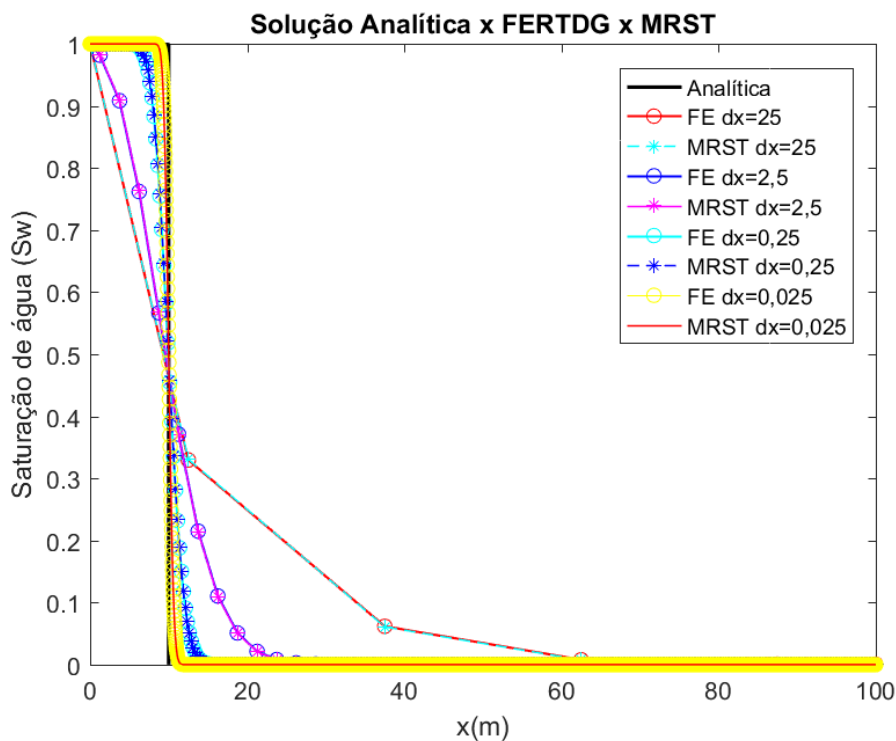


Figura 37 – Comparativo de frentes de avanço de saturação de água entre a solução analítica, a solução obtida por FE-RT-DG e a solução obtida pelo MRST.

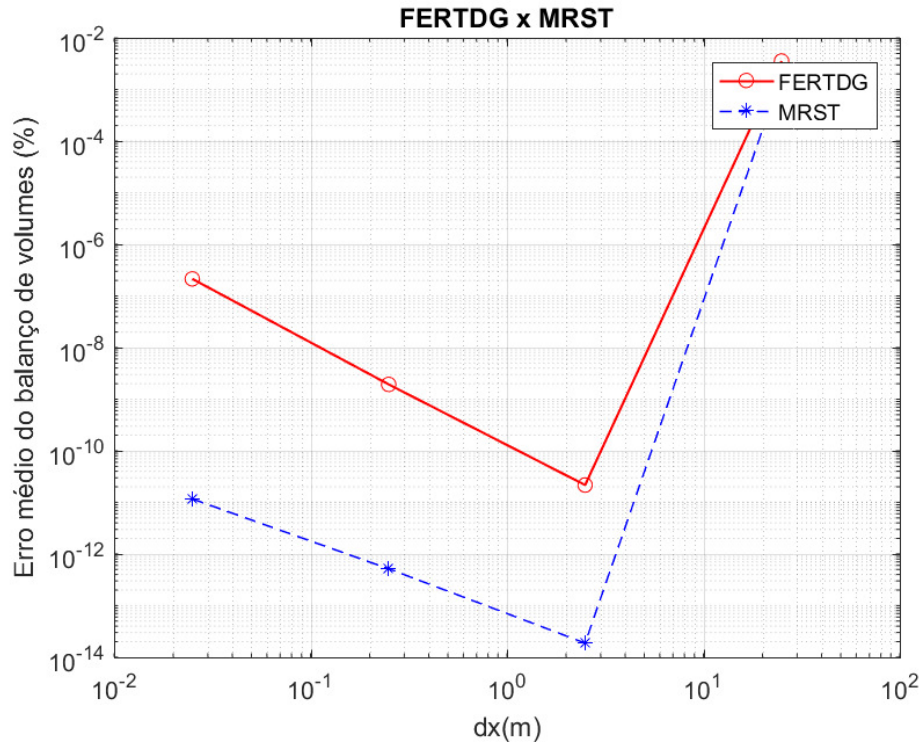


Figura 38 – Comparativo de erros médios de balanço de volumes em relação ao tamanho do lado do elemento (dx) entre a solução obtida por FE-RT-DG e a solução obtida pelo MRST.

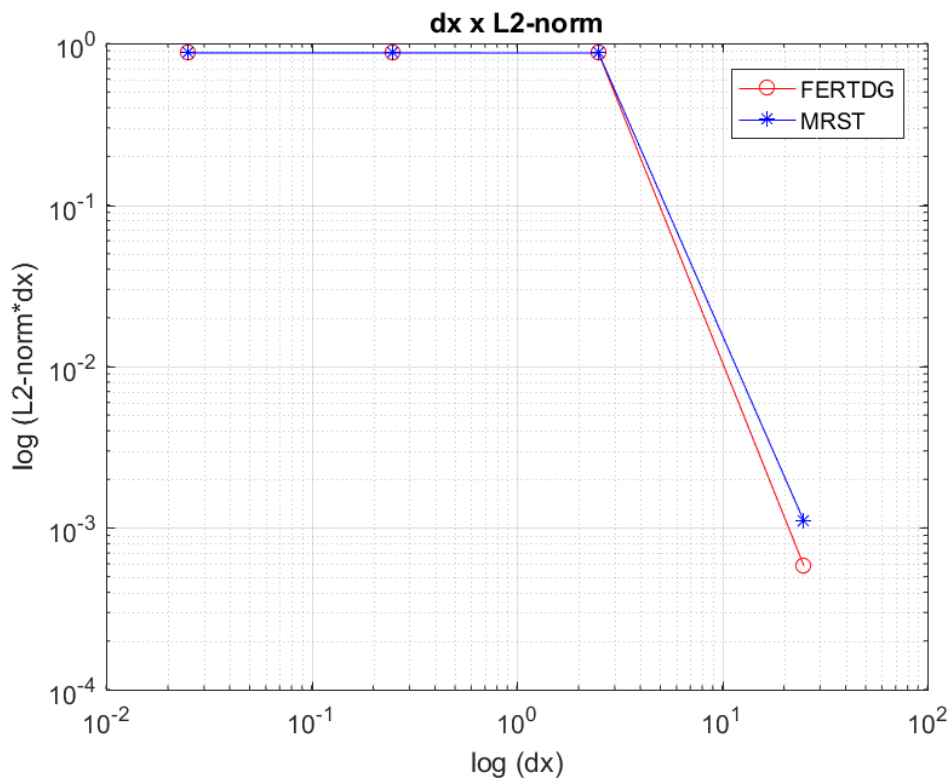


Figura 39 – Comparativo de norma quadrada de FE-RT-DG e MRST.

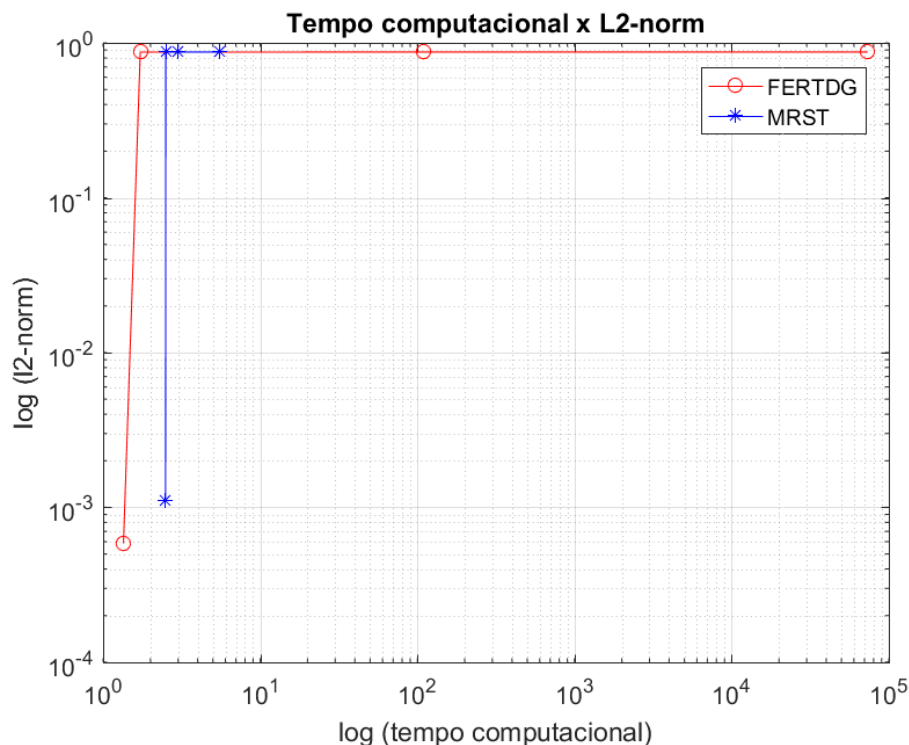


Figura 40 – Comparativo de norma quadrada de FE-RT-DG e MRST.

Para fins de comparação de tempo computacional, ambas as simulações foram feitas em MATLAB. Observa-se que o MRST apresenta maior eficiência, apresentando tempos computacionais muito inferiores, vide Figura 40. Cabe aqui ressaltar que as simulações feitas em linguagem C, apresentam resultados muito mais rápidos que as utilizando FE-RT-DG via MATLAB.

7.2.

Exemplo 2 – Caso 1: Simulação de escoamento bifásico em 2D – Injeção no contorno esquerdo – Matriz rochosa homogênea

Para a avaliação da eficiência do código de computador em 2D, compara-se os resultados obtidos em um volume elementar representativo (REV) de 100 m por 100 m, em uma seção horizontal, com distintas discretizações espaciais e orientações dos elementos estruturadas ou não-estruturadas.

Os dados usados nessas análises são apresentados na Tabela 3 e são os mesmos em todas as simulações, independente das discretizações espaciais.

Nos subitens a seguir são apresentadas as observações referentes ao efeito da orientação dos elementos (malha estruturada ou não-estruturada) e da discretização espacial utilizando FE-RT-DG. Em seguida, compara-se os resultados obtidos em

2D utilizando FE-RT-DG com as soluções encontradas em MRST, para o mesmo modelo simples de matriz homogênea, de maneira a avaliar as respostas obtidas pelo programa de computador desenvolvido.

Tabela 3 – Dados relevantes.

Dimensões do domínio	100 m × 100 m
Propriedades da rocha	$\phi^m = 0,2$; $k^m = 200$ md
Propriedades do fluido	$\mu_w = \mu_n = 1$ cp $\rho_w = \rho_n = 1000$ kg/m ³
Relação de permeabilidade	m=1 (Linear)
Saturação residual	$S_{rw} = 0$, $S_{rn} = 0,0$
Taxa de injeção	0,01PV/dia
Tempo de simulação	10 dias

7.2.1. Efeito da orientação dos elementos e dos tamanhos dos elementos

Para avaliar o efeito da orientação dos elementos nas simulações considerou-se a comparação entre simulações feitas em malhas estruturadas triangulares (orientadas) e malhas não-estruturadas. E, para avaliar o efeito do tamanho dos elementos, realizou-se simulações em quatro tamanhos de elementos de cada tipo de malha.

Considerando a discretização espacial estruturada com elementos triangulares no FE-RT-DG, quatro casos foram avaliados: 8, 84, 800 e 8192 elementos triangulares. Os resultados obtidos podem ser vistos na Figura 41.

Considerando a discretização espacial não-estruturada com elementos triangulares no FE-RT-DG, quatro casos foram avaliados: 30, 327, 3141 e 31330 elementos. Os resultados obtidos podem ser vistos na Figura 42.

Como se pode observar na Figura 41, a malha orientada proporciona uma frente de saturação de água bem definida, compatível com a resposta obtida nas soluções analíticas. As malhas não-orientadas proporcionam uma frente de saturação mais sinuosa, mas não caracteriza um erro no simulador em relação aos volumes. Nesse ponto, vale ressaltar que a qualidade dos elementos exerce efeito

sobre como o simulador irá responder em termos de homogeneidade da frente de saturação. Pode-se observar que em elementos de baixa qualidade, como alguns elementos próximos ao contorno esquerdo apresentados na imagem com 327 elementos da Figura 42, afetam a homogeneidade da frente de avanço, tornando-a mais sinuosa em termos visuais. No entanto, os volumes obtidos e erros avaliados são da mesma ordem de grandeza, o que demonstra a validade do procedimento, mesmo em malhas compostas por elementos não-estruturados e com a presença de elementos de baixa qualidade.

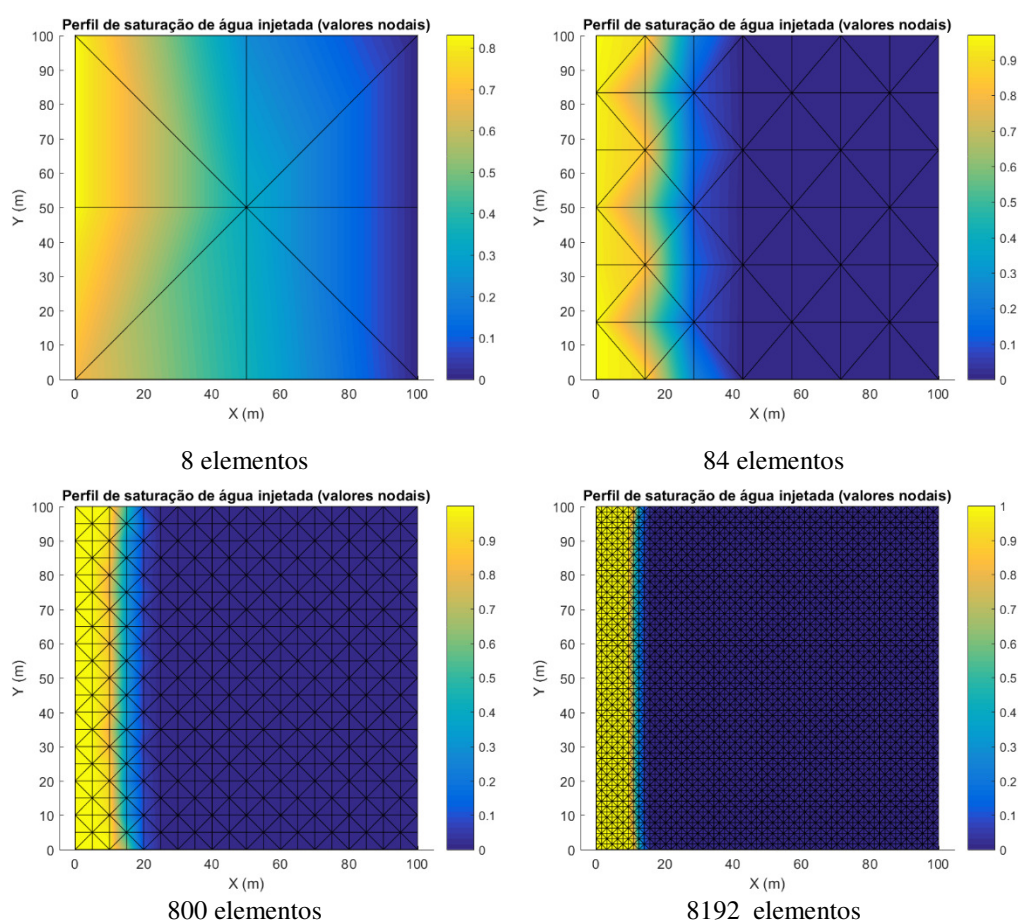


Figura 41 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de água, via FE-RT-DG, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, em malha estruturada, com 8, 84, 800 e 8.192 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo).

Acerca da avaliação dos resultados comparativamente ao tamanho dos elementos, observa-se que as malhas mais refinadas proporcionam resultados

também com melhor resolução em termos de interpolação de cores no avanço da frente de saturação de água, demonstrando, assim, a frente abrupta que se espera encontrar nesse tipo de problema.

Apresenta-se aqui os resultados de apenas duas das malhas para ilustrar as observações feitas acerca do estudos de volumes. Para tanto, mostra-se aqui os resultados apenas da malha estruturada com 8.192 elementos orientados e da malha não-estruturada com 3.141 elementos.

Observa-se que os volumes injetados são iguais aos volume produzidos, com erros de balanço de volumes na ordem de E-12%, vide Figura 43, demonstrando assim que os volumes são conservados.

Como se pode observar na Figura 44, apesar de serem malhas distintas, ambas alcançam a mesma porcentagem de volumes de fluidos no interior do REV.

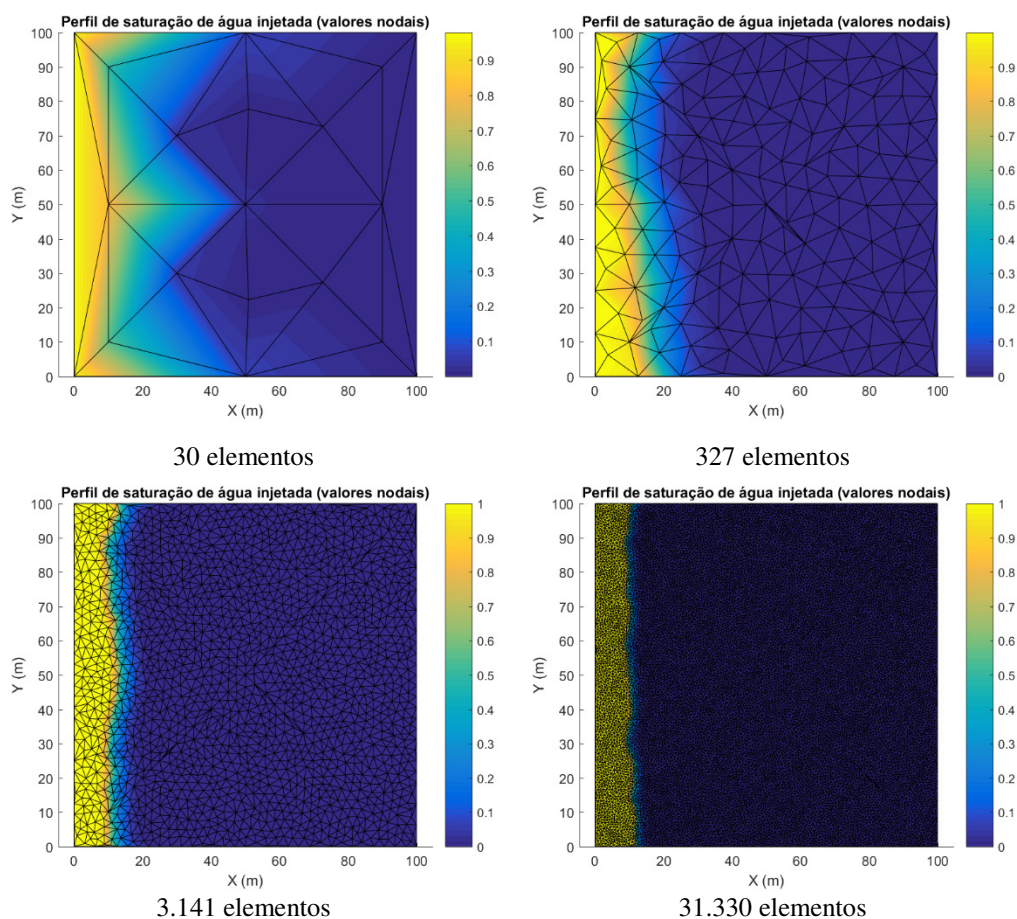


Figura 42 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de água, via FE-RT-DG, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, em malha não-estruturada, com 30, 327, 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo).

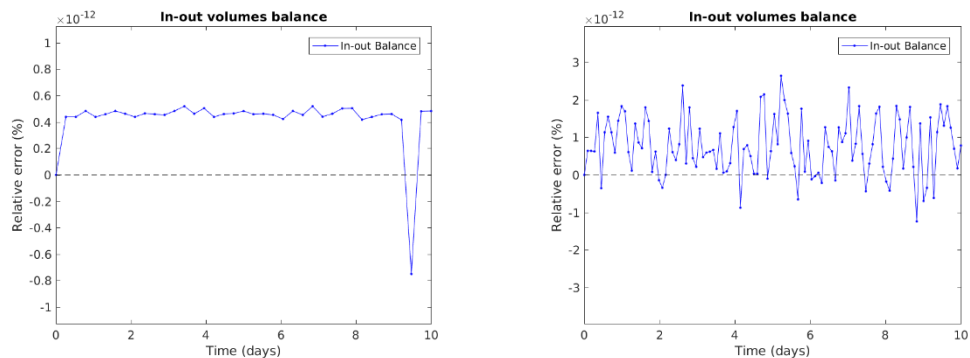


Figura 43 – Comparativo dos balanços de volumes via FE-RT-DG entre a malha estruturada com 8.192 elementos (esquerda) e a malha não-estruturada com 3.141 elementos (direita).

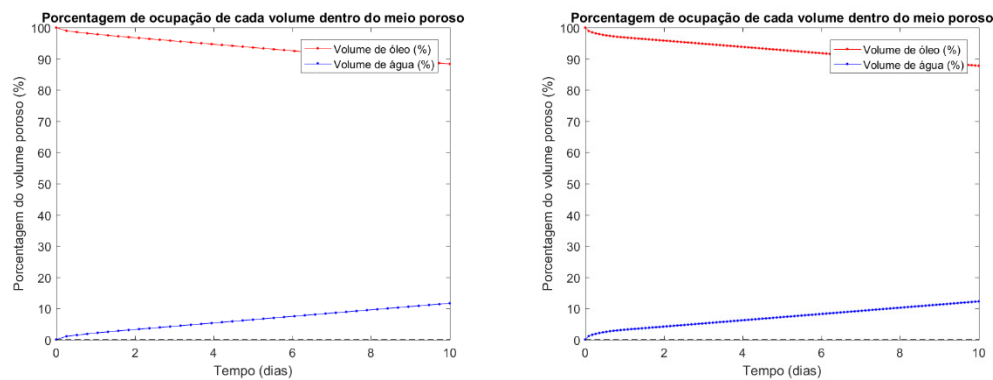


Figura 44 – Comparativo entre a porcentagem de ocupação de cada volume (água ou óleo) dentro do REV entre a malha estruturada com 8.192 elementos (esquerda) e a malha não-estruturada 3.141 elementos (direita).

A Figura 45 apresenta os erros de balanço de erros locais máximos, médios e mínimos a cada passo de tempo. Observa-se que em ambos os tipos de malha os erros locais encontrados são da mesma ordem de grandeza, E-12%.

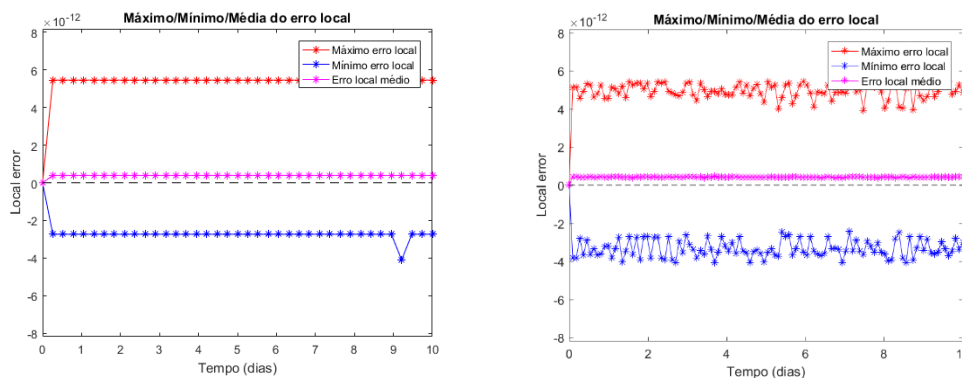


Figura 45 – Comparativo entre os erros locais máximo, médio e mínimo entre a malha estruturada com 8192 elementos (esquerda) e a malha não-estruturada 3141 elementos (direita).

7.2.2. Comparação com o MRST

Para comparar os resultados obtidos anteriormente, apresentados na Figura 42, com os resultados obtidos via Método dos Volumes Finitos, realizou-se quatro simulações com o MRST, com 30, 300, 3.000 e 30.000 elementos quadrilaterais estruturados, vide Figura 46.

Assim como o FE-RT-DG, o tamanho dos elementos afeta a percepção do avanço da frente em termos visuais devido à interpolação de cores. Além disso, cabe ressaltar que os valores fonte das interpolações de cores apresentados nesse subitem referem-se a valores elementares, enquanto no FE-RT-DG, que usa o método dos elementos finitos (MEF), os valores utilizados para a interpolação de cores são valores nodais, devido a peculiaridade de cada método, respectivamente, MVF e MEF.

Além disso, observou-se também os erros de balanço volume de água nas quatro discretizações espaciais, apresentados na Figura 47. Para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 30, 300, 3.000 e 30.000 elementos, respectivamente, observa-se uma diferença entre os valores de vazão de entrada e de saída de água na ordem de E-13; E-13; E-10; E-9. O método dos volumes finitos, utilizado no MRST, é conhecido por conservar os volumes em suas análises. Assim, comparando com os resultados obtidos via FE-RT-DG, vide Figura 43, pode-se observar que os valores (da ordem de E-12) inferiores aos obtidos via MRST para

a quantidade de elementos próximos, e, assim, podem ser considerados verdadeiramente conservativos.

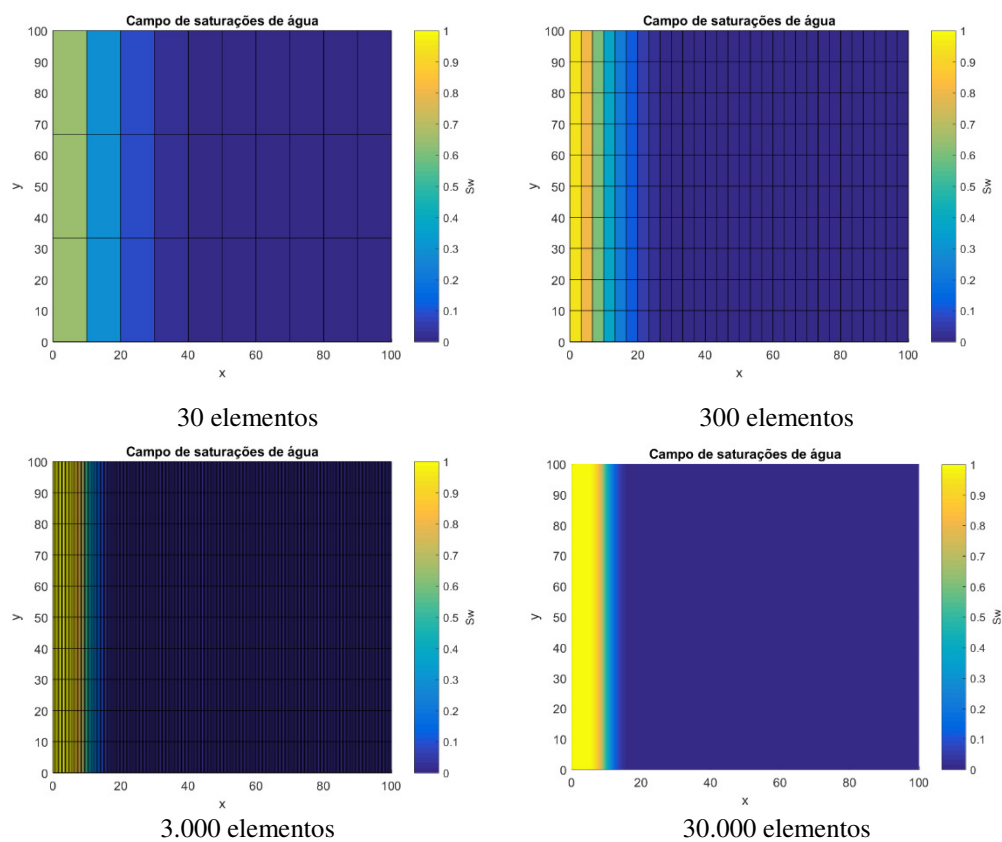


Figura 46 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de água, via MRST, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 30, 300, 3.000 e 30.000 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo).

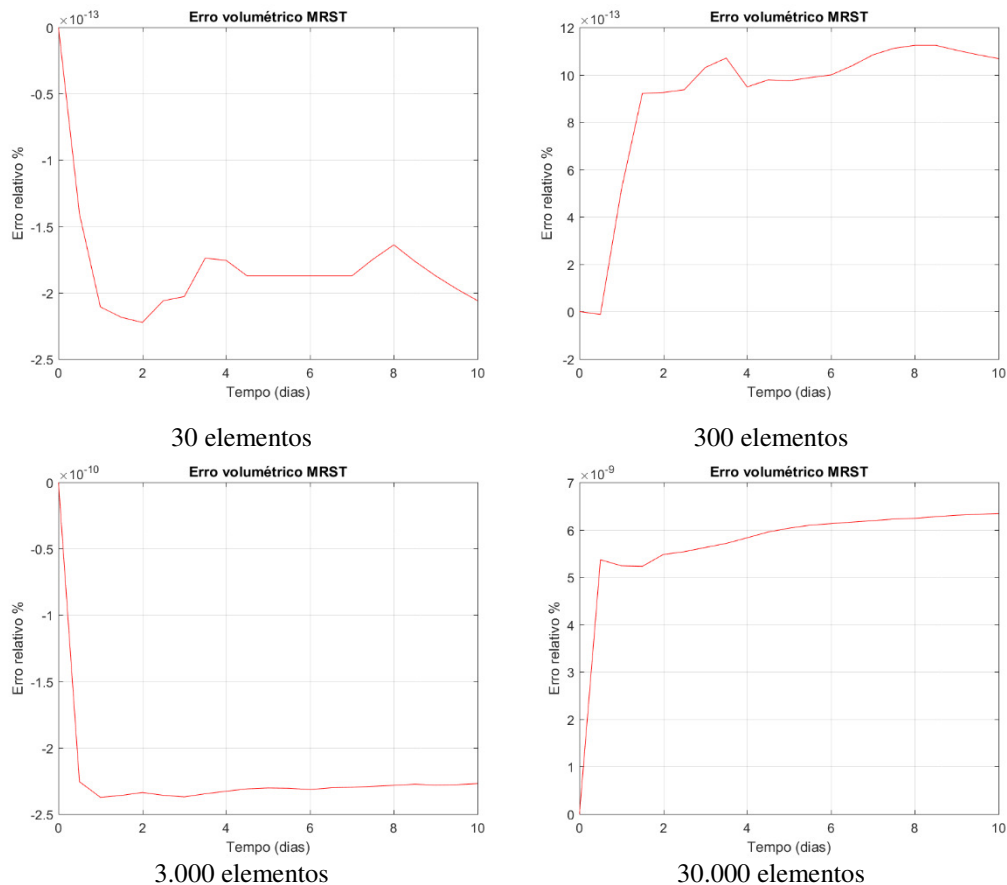


Figura 47 – Comparativo dos erros volumétricos obtidos via MRST para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 30, 300, 3.000 e 30.000 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo).

7.2.3. Evolução das pressões no tempo

A fim de avaliar se o programa de computador desenvolvido nessa tese proporciona resultados coerentes, comparou-se a evolução das pressões obtidas via FE-RT-DG (malha não-estruturada) e MRST (malha estruturada), em diferentes pontos do domínio (ver Figura 48): um ponto de injeção P1 (coordenadas $x=0$ e $y=50$); um ponto no meio do domínio P2 (coordenadas $x=50$ e $y=50$); e um ponto de produção P3 (coordenadas $x=100$ e $y=50$).

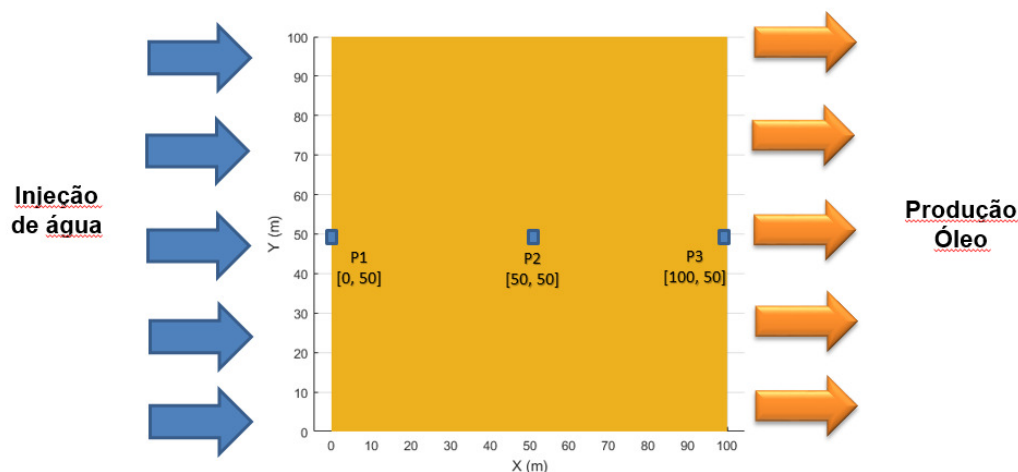


Figura 48 – Pontos do domínio avaliados na análise da evolução da pressão no decorrer do tempo.

Inicialmente é mostrado os resultados de evolução da pressão em alguns pontos do domínio utilizando FE-RT-DG, para: malhas estruturadas e malhas não-estruturadas, respectivamente, Figura 49 e Figura 50. Em seguida, são mostrados os resultados obtidos via MRST com malha quadrilateral estruturada, Figura 51. Os resultados obtidos devem ser próximos, não necessariamente iguais, uma vez que tratam de pontos de análise distintos. Em FE-RT-DG os valores são nodais, em MRST os resultados são obtidos de valores elementares.

FE-RT-DG

A Figura 49 apresenta um comparativo da evolução das pressões (em Pascal) em diferentes pontos do domínio (P1, P2 e P3) no decorrer do tempo, via FE-RT-DG para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, em malhas estruturadas, com 8, 84, 800 e 8.192 elementos.

A Figura 50 apresenta um comparativo da evolução das pressões (em Pascal) nos diferentes pontos do domínio estudados no decorrer do tempo, via FE-RT-DG para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais em malhas não-estruturadas, com 30, 327, 3.141 e 31.330 elementos.

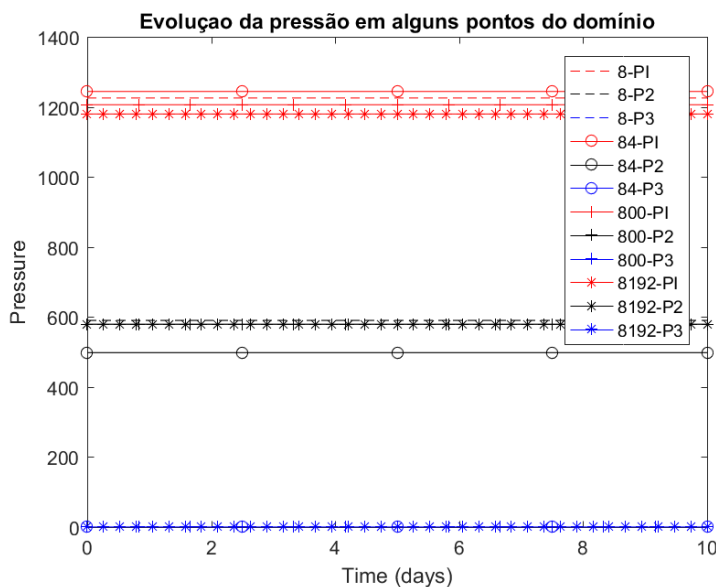


Figura 49 – Comparativo da evolução das pressões (Pa) em diferentes pontos do domínio no decorrer do tempo, via FE-RT-DG para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais em malhas estruturadas, com 8, 84, 800 e 8.192 elementos.

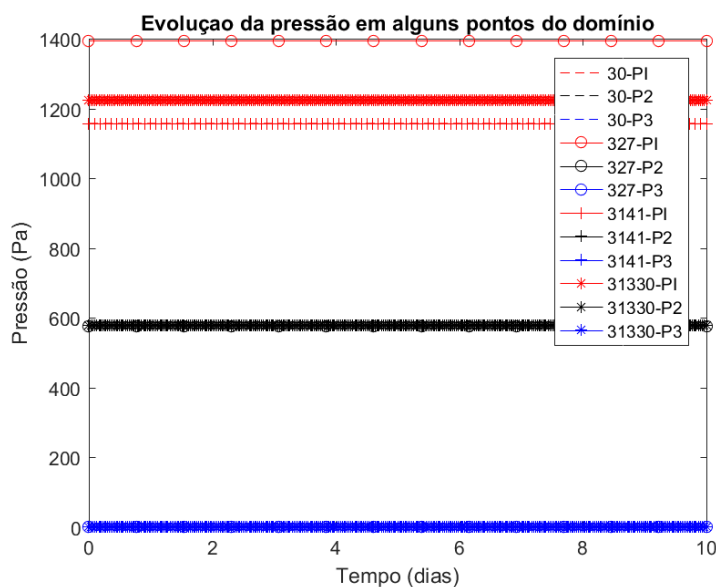


Figura 50 – Comparativo da evolução das pressões (Pa) em diferentes pontos do domínio no decorrer do tempo, via FE-RT-DG para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais em malhas não-estruturadas, com 30, 327, 3.141 e 31.330.

MRST

A Figura 51 apresenta um comparativo da evolução das pressões (MPa) em diferentes pontos do domínio no decorrer do tempo, via MRST, para quatro ordens

de grandeza de discretizações espaciais, em malha estruturada quadrilateral, com 30, 300, 3.000 e 30.000 elementos.

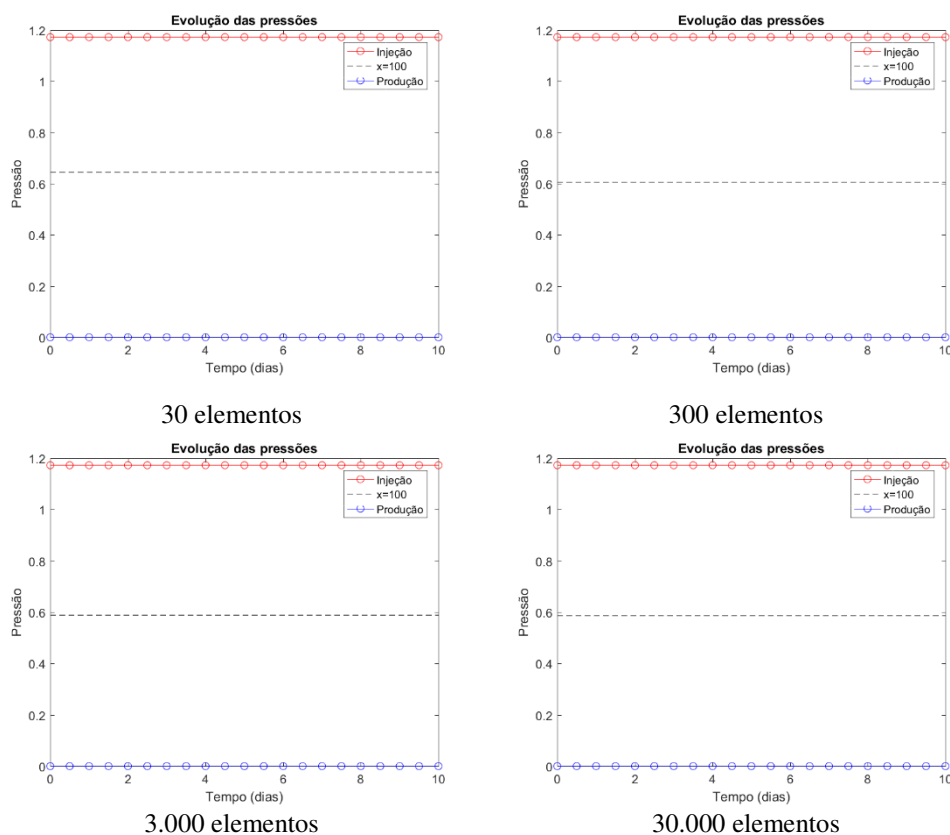


Figura 51 – Comparativo da evolução das pressões (MPa) em diferentes pontos do domínio no decorrer do tempo, via MRST, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 30, 300, 3.000 e 30.000 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo).

Análise comparativa FE-RT-DG x MRST

Comparando a Figura 49, com a Figura 50 e com a Figura 51, observa-se valores muito próximos em todos os pontos do domínio avaliados, demonstrando que apesar de utilizarem métodos distintos, a evolução das pressões são respeitadas, comprovando a eficiência e coerência dos resultados obtidos via FE-RT-DG.

7.3.

Exemplo 2 – Caso 2: Simulação de escoamento bifásico em 2D – *1/4 of five-spot* – Matriz rochosa homogênea

Estudou-se também os resultados de um problema clássico da literatura conhecido como *1/4 do problema de 5 poços* (comumente conhecido em inglês como *1/4 of five-spot*), em que há um poço injetor de água [$x=0$ m; $y=0$ m] em um reservatório de óleo e um poço produtor [$x=100$ m; $y=100$ m], tal como esquema apresentado na Figura 52.

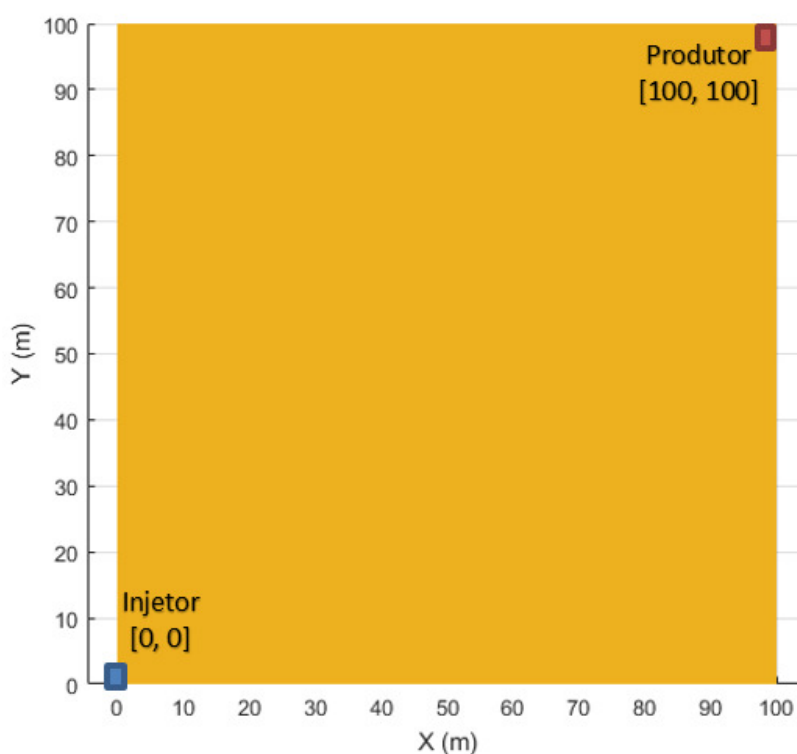


Figura 52 – Esquema de do problema estudado, com poços injetor e produtor.

Os valores relevantes são os mesmos dos exemplos anteriores, e podem ser consultados na Tabela 3. As malhas utilizadas são as mesmas apresentadas no exemplo anterior com discretização espacial não-estruturada com elementos triangulares no FE-RT-DG, quatro casos foram avaliados: com 30, 327, 3141 e 31330 elementos.

Na Figura 53 pode-se observar os resultados alcançados pelas frentes de saturação de água alcançadas após 10 dias de injeção a taxa constante.

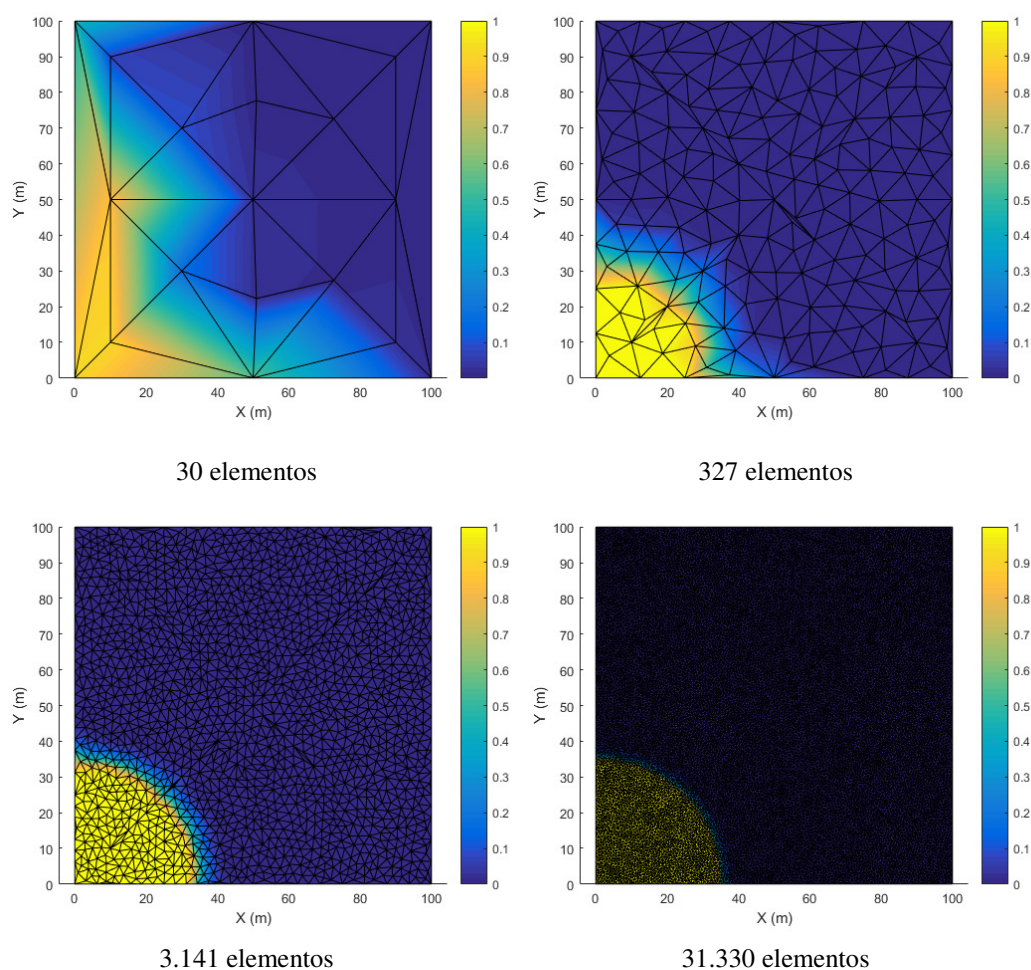
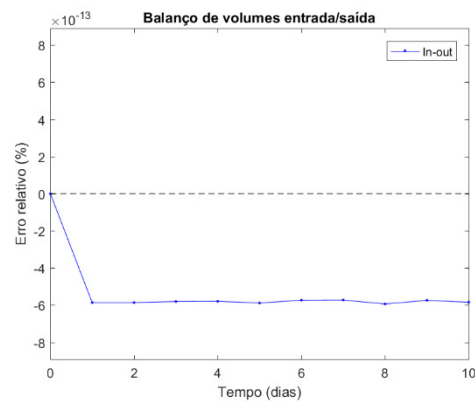


Figura 53 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de água, via FE-RT-DG, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, malha não-estruturada, com 30, 327, 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo).

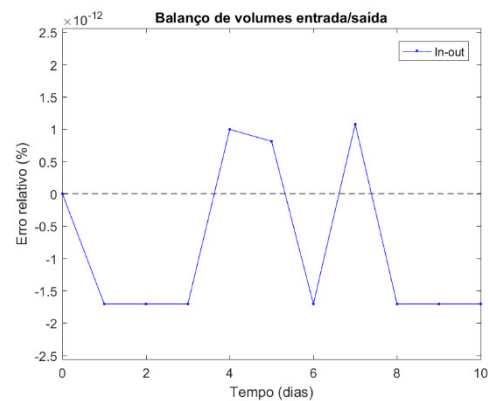
Observa-se na Figura 53 que o refinamento da malha proporciona melhor resolução dos resultados obtidos. Nas malhas mais refinadas, por exemplo com 3.141 ou 31.330 elementos, a frente é circular, bem definida e abrupta como é o esperado. Nas malhas menos refinadas em virtude da resolução, tem-se apenas uma ideia do efeito obtido.

Acerca do balanço de volumes, Figura 54, pode-se observar um erro relativo entre os valores de vazão de entrada e de saída de água na ordem de E-13%; E-12%; E-11%; E-10%, respectivamente para as malhas com 30, 327, 3141 e 31330 elementos. Observa-se que os menores erros relativos são encontrados na malha mais grosseira, o que poderia parecer incoerente. Uma malha mais grosseira fornece

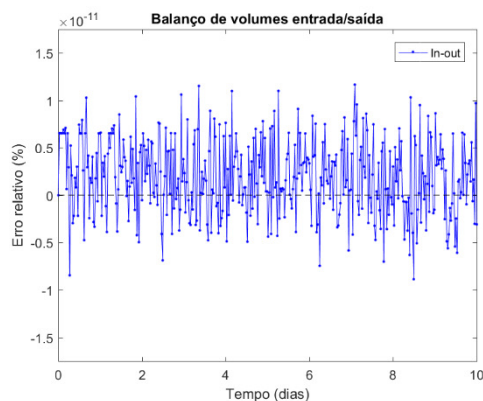
uma definição visual da frente de saturação distorcida, no entanto, permite um passo de tempo maior. Com menores quantidades de “rodadas” de cálculos (inerentemente a cada cálculo acumulam erros computacionais, os ditos “erros de máquina”), menores são os erros acumulados, resultando em contribuir com os menores erros de balanço de volumes calculados.



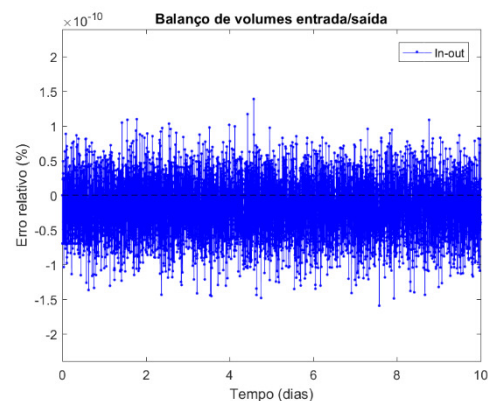
30 elementos



327 elementos



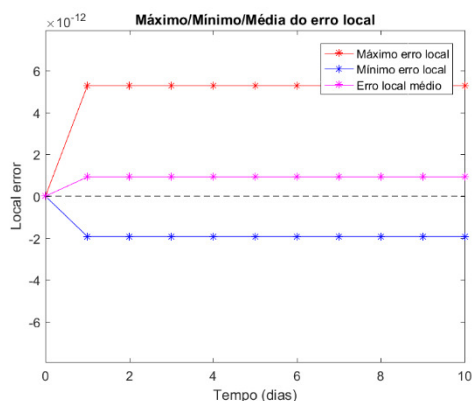
3.141 elementos



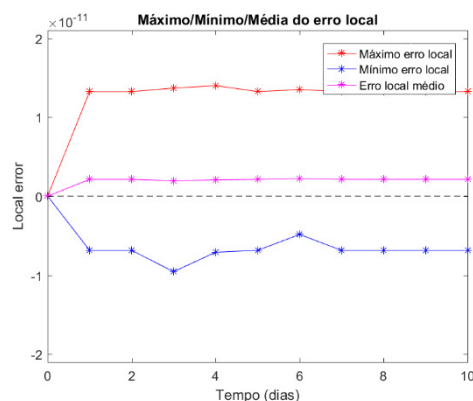
31.330 elementos

Figura 54 – Comparativo dos balanços de volume de entrada/saída via FE-RT-DG para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 30, 327, 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo).

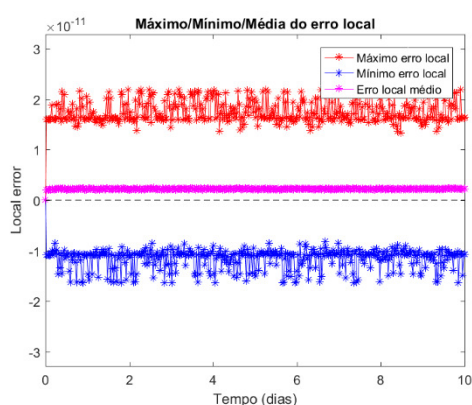
Em termos das análises locais, as simulações desse exemplo alcançaram os erros similares entre si, mostrados na Figura 55, respectivamente, para as malhas com 30, 327, 3141 e 31330 elementos.



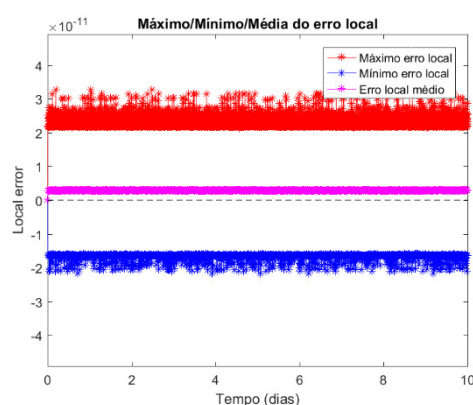
30 elementos



327 elementos



3.141 elementos



31.330 elementos

Figura 55 – Comparativo entre os erros locais máximo, médio e mínimo, via FE-RT-DG, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 30, 327, 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo).

7.3.1. Comparação com o MRST

Para comparar os resultados obtidos anteriormente, apresentados na Figura 53, com os resultados obtidos via MVF, realizou-se quatro simulações com o MRST, com 25, 625, 2.500 e 250.000 elementos quadrilaterais estruturados, apresentados na Figura 56.

A Figura 56 mostra que as malhas menos refinadas em virtude da resolução, tem-se apenas uma ideia do efeito obtido, conforme esperado. Observa-se que o aumento de refinamento da malha via MRST também proporciona uma frente de saturação de água bem definida, em formato de um quarto de círculo, e abrupta como é o encontrado também nas simulações com FE-RT-DG (ver Figura 53).

Além disso, as frentes de saturação de água, para cada refinamento estudado, alcançam, respectivamente, as mesmas distancias de avanço, próximas a 40 m, com ambas as formulações em todos os casos.

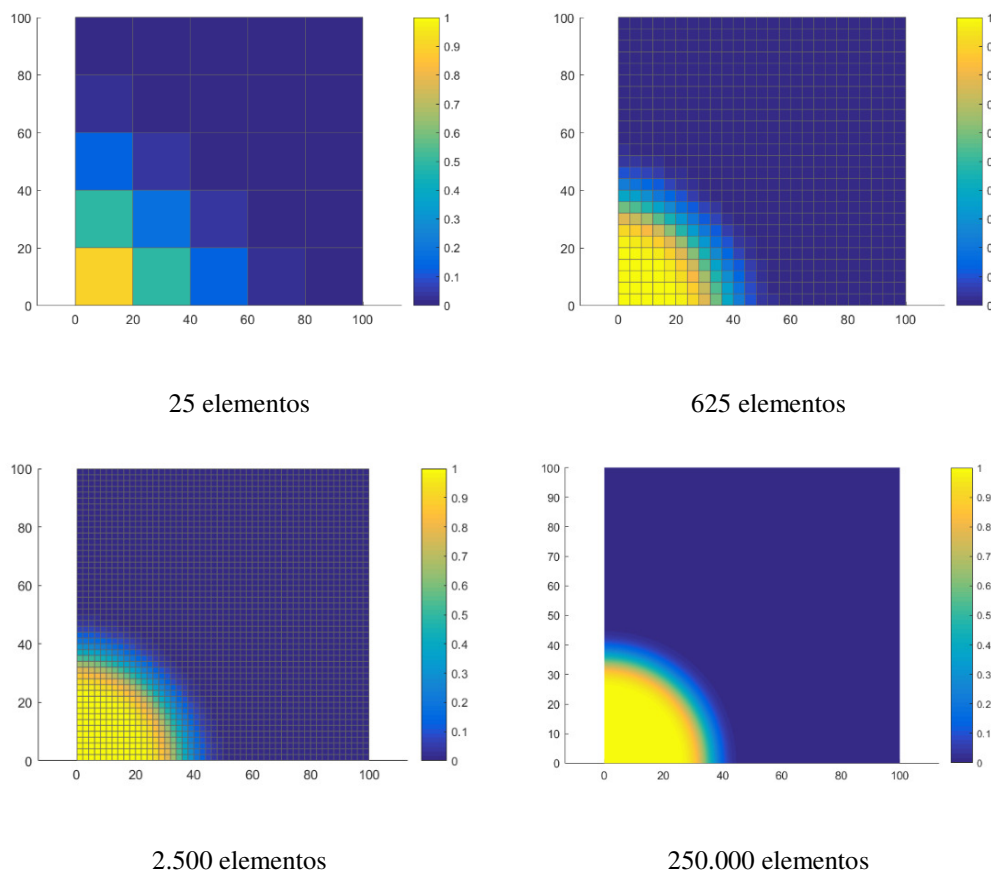


Figura 56 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de água, via MRST, para quatro ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 25, 625, 2.500 e 250.000 elementos (respectivamente, da esquerda para direita, de cima para baixo).

7.4.

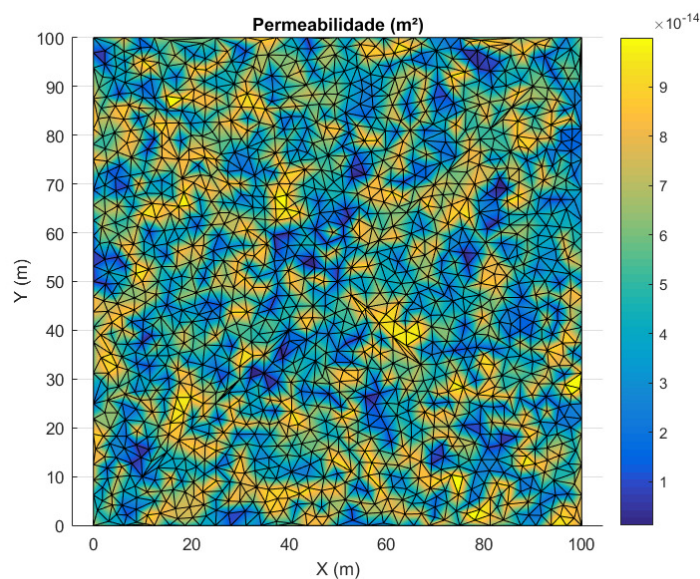
Exemplo 2 – Caso 3: Simulação de escoamento bifásico em 2D – $\frac{1}{4}$ of five-spot – Matriz rochosa heterogênea

Para avaliar o efeito da heterogeneidade de permeabilidades da matriz rochosa nas simulações, estudou-se também o problema clássico “ $\frac{1}{4}$ do problema de 5 poços” (*$\frac{1}{4}$ of five-spot*), considerando a matriz de permeabilidades heterogênea.

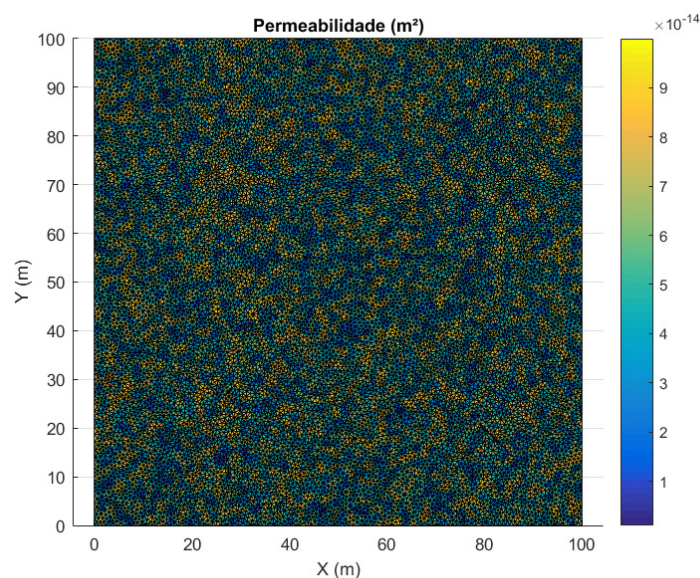
Os valores relevantes são os mesmos dos exemplos anteriores, e podem ser consultados na Tabela 3, exceto pela permeabilidade da matriz que não é homogênea. A heterogeneidade de permeabilidade da matriz rochosa é atribuída

com uma distribuição randômica de valores de permeabilidade com valores entre $1\text{E-}15$ e $1\text{E-}13 \text{ m}^2$ (ou 1 e 100 miliDarcy), vide Figura 57.

As malhas utilizadas são as mesmas apresentadas no exemplo anterior, com discretização espacial não-estruturada com elementos triangulares no FE-RT-DG. Para fins didáticos, apenas dois casos são aqui apresentados: com 3141 e 31330 elementos.



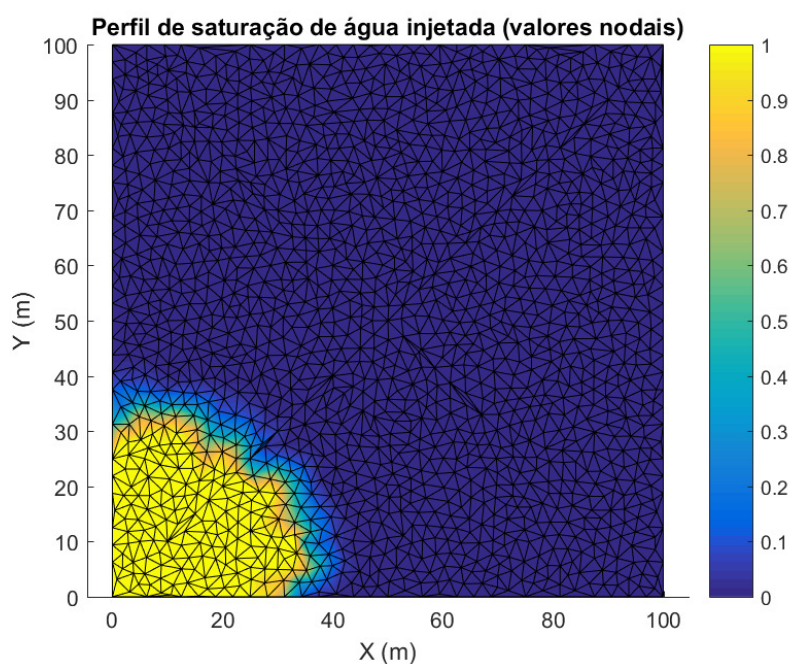
3.141 elementos



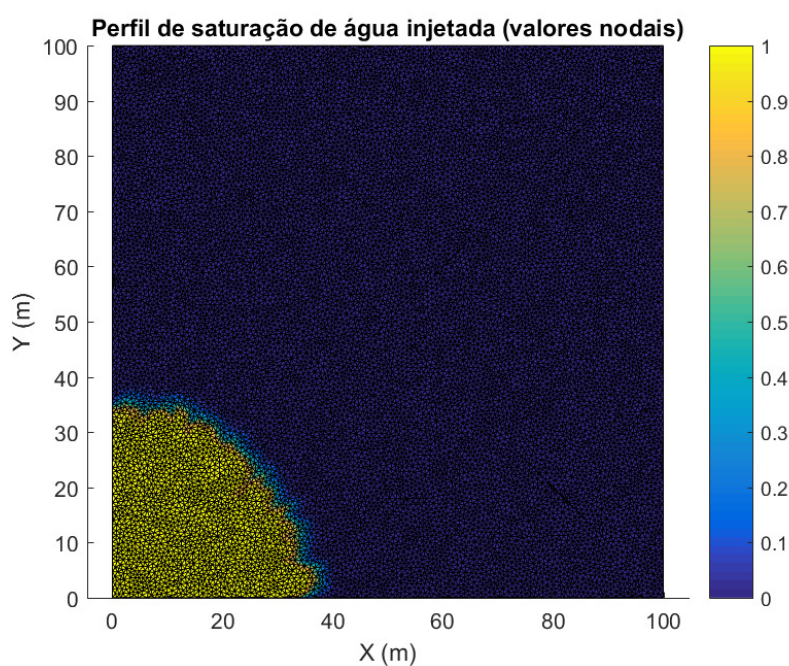
31.330 elementos

Figura 57 – Distribuição randômica de permeabilidades em duas malhas não-estruturadas, com 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, acima e abaixo).

Na Figura 58 observa-se os resultados alcançados pelas frentes de saturação de água alcançadas após 10 dias de injeção a taxa constante.



3.141 elementos

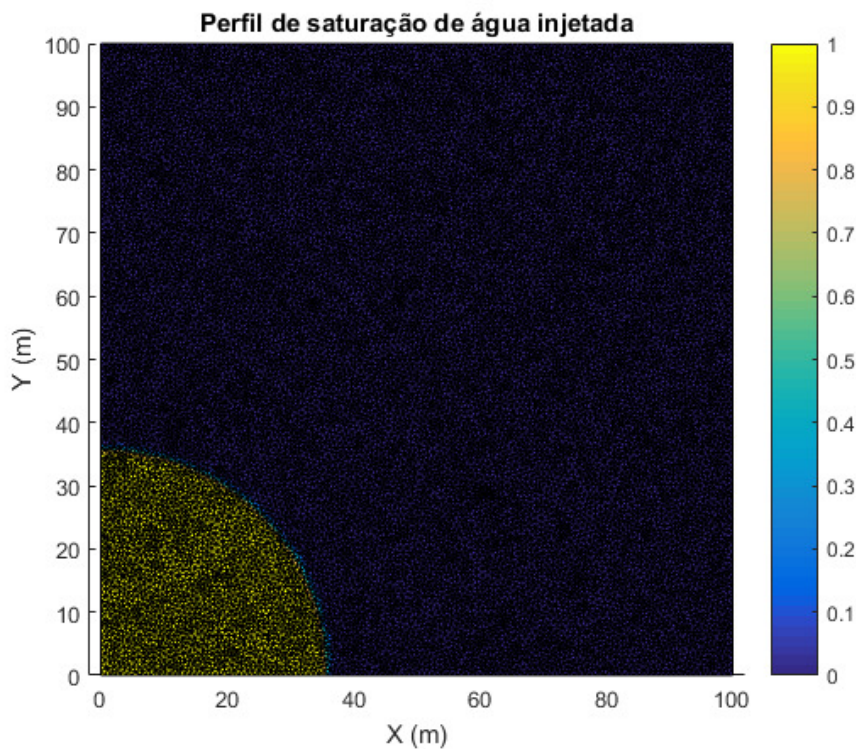


31.330 elementos

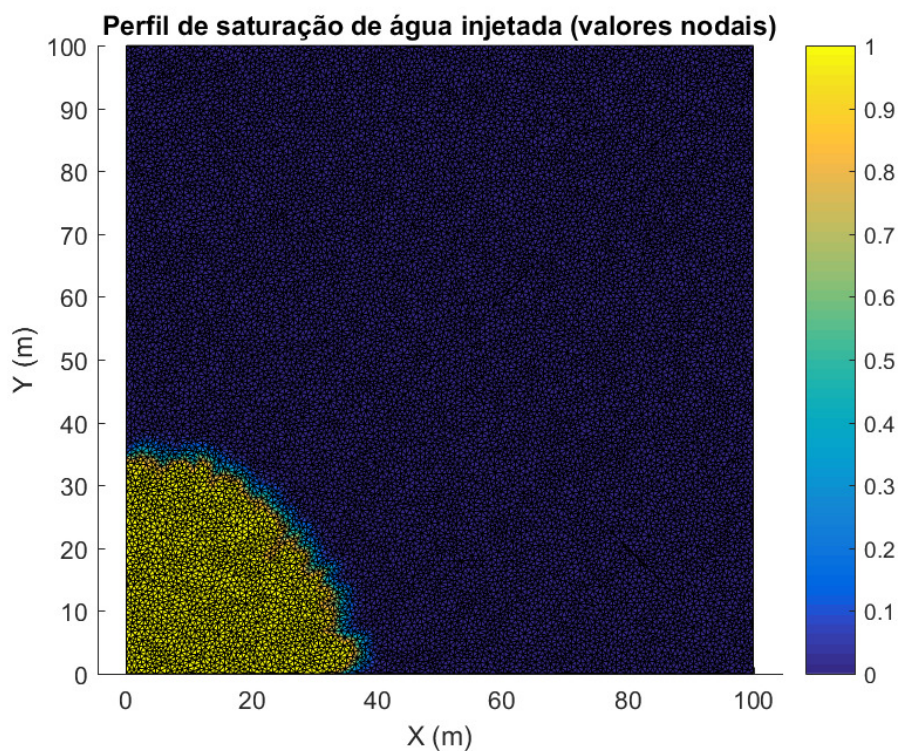
Figura 58 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de FE-RT-DG para duas ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, da esquerda para direita).

Em um problema de $\frac{1}{4}$ of *five-spot*, com injeção de água em um reservatório de óleo, considerando os valores da Tabela 3, e uma matriz rochosa de permeabilidade homogênea, espera-se encontrar uma frente de saturação de água circular bem definida, como as frentes apresentadas na Figura 53. No entanto, a presença das heterogeneidades nas permeabilidades altera o formato circular da frente tornando os bordos menos definidos. Tal comparação pode ser observada comparando-se as frentes de avanço de saturação de água em uma matriz rochosa homogênea e em uma matriz rochosa de permeabilidades heterogêneas, conforme pode-se observar na Figura 59.

Na Figura 60, apresenta-se o erro relativo entre os volumes de entrada e saída obtidos, demonstrando-se, assim, que a formulação proposta conserva os volumes. Na Figura 61, pode-se observar os erros máximos, médios e mínimos locais encontrados a cada passo da simulação.



31.330 elementos – Matriz homogênea



31.330 elementos – Matriz heterogênea

Figura 59 – Comparativo dos avanços da frente de saturação de FE-RT-DG para uma matriz de permeabilidades homogênea (acima) e uma matriz de permeabilidades heterogênea (abaixo), ambas com 31.330 elementos.

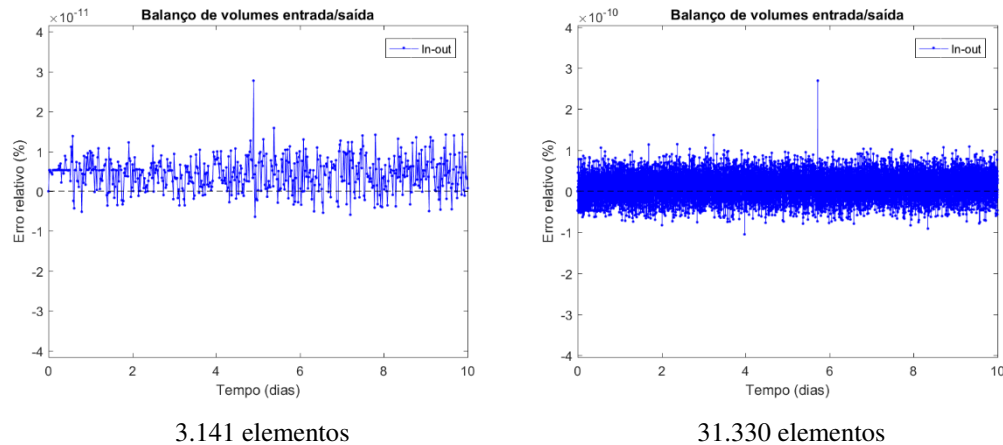


Figura 60 – Comparativo dos balanços de volume de entrada/saída via FE-RT-DG para duas ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, esquerda e direita).

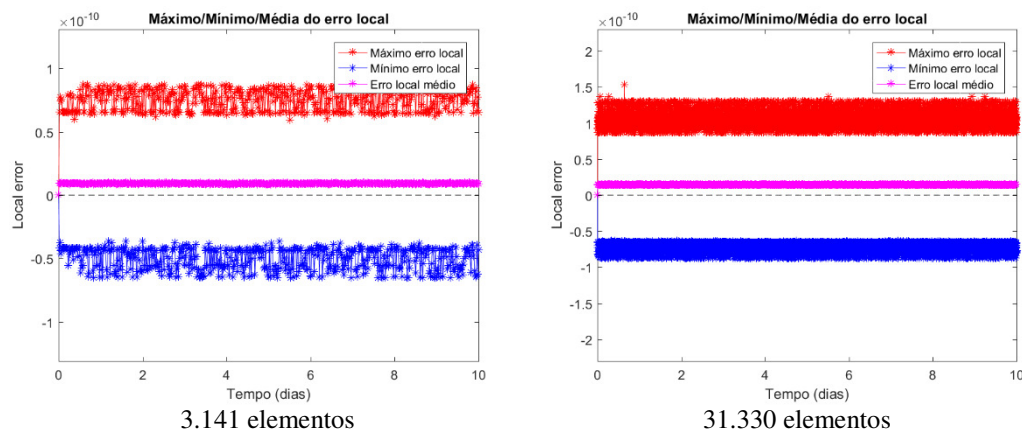


Figura 61 – Comparativo entre os erros locais máximo, médio e mínimo, via FE-RT-DG, para duas ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 3.141 e 31.330 elementos (respectivamente, esquerda e direita).

7.5.

Exemplo 2 – Caso 4: Simulação de escoamento bifásico em 2D – $\frac{1}{4}$ of five-spot – Matriz homogênea com presença de duas fraturas

Para demonstrar que o método proposto é válido para geometrias de fraturas não perpendiculares em relação ao domínio discretizado, apresenta-se um modelo em que há duas fraturas que se cruzam no meio do domínio, formando um “X”, sujeitas à injeção de água ao modelo $\frac{1}{4}$ of five-spot. Tal geometria não é possível ser inserida diretamente no MRST, sem o comprometimento da continuidade entre

as células nos casos de malhas estruturadas, como pode ser visto na Figura 62 (parte inferior). Uma vez que os elementos de fratura no MRST são elementos quadrangulares, quando dispostos em orientações distintas de vertical ou horizontal, ou seja, com angulações, são conectados apenas por um nó de vértice e não por uma face elementar do quadrilátero, prejudicando, assim, a conectividade entre os elementos de fratura e afetando os cálculos de vazão.

Na parte superior da Figura 62 mostra-se as malhas não-estruturadas construídas respeitando a geometria das fraturas, para serem utilizadas com FE-RT-DG, e na parte inferior as malhas estruturadas que tentam preservar a geometria das fraturas, para serem utilizadas com MRST.

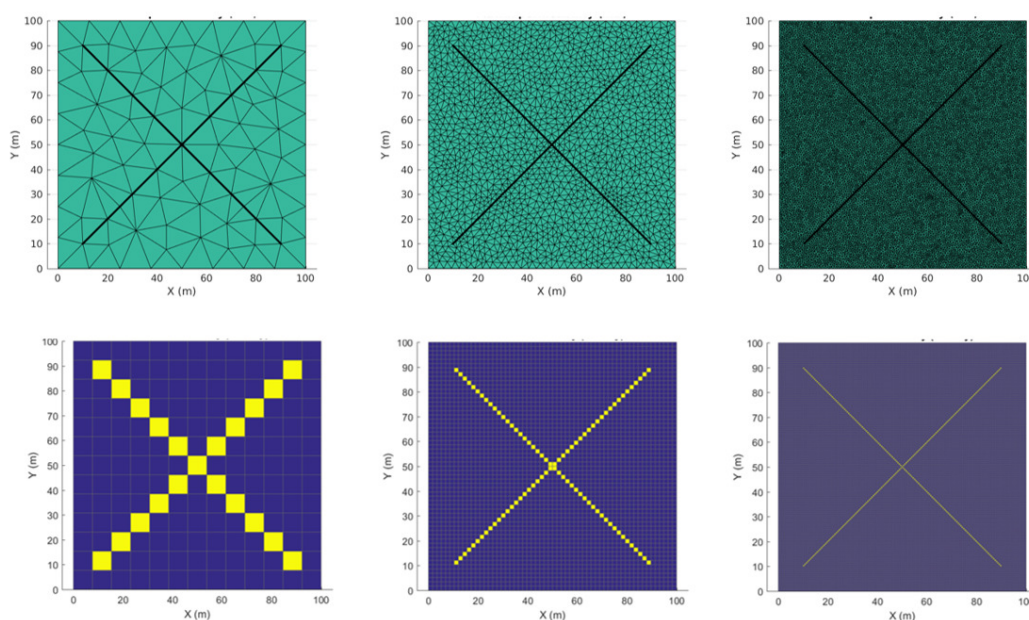


Figura 62 – Discretização do domínio com duas fraturas utilizando malhas não-estruturadas (acima) e malha estruturada (abaixo).

Observa-se na Figura 62 a dificuldade respeitar a continuidade de construção dessa geometria usando malhas estruturadas. Cabe aqui ressaltar que avanços têm sido feitos para tratar essas fraturas baseados em malhas estruturadas, utilizando outros tipos de tratamento, no MRST, mas que ainda estão em fase de desenvolvimento e testes por outros pesquisadores e não são objeto de estudo dessa tese.

Os dados usados nessas análises são apresentados na Tabela 4 e são os mesmos em todas as simulações, independentemente das discretizações espaciais.

Discretizou-se o domínio com elementos triangulares, em malha não-estruturada, em três ordens de grandeza, com 327, 3.141 e 31.330 elementos triangulares. As fraturas são definidas nos bordos dos elementos triangulares e são tratadas numericamente como elementos quadriláteros de abertura nula (quadriláteros colapsados).

Tabela 4 – Dados relevantes.

Dimensões do domínio	100 m × 100 m
Propriedades da rocha	$\phi^m = 0,2$; $k^m = 200 \text{ md}$; $k^f = 20000 \text{ md}$ abertura ^f = 0,05 m
Propriedades do fluido	$\mu_w = \mu_n = 1 \text{ cp}$ $\rho_w = \rho_n = 1000 \text{ kg/m}^3$
Relação de permeabilidade	m=1 (Linear)
Saturação residual	$S_{rw} = 0$, $S_{rn} = 0,0$
Taxa de injeção	0,01PV/dia
Tempo de simulação	10 dias

A Figura 63 mostra o avanço da frente de saturação de água após 10 dias, nos domínios discretizados com 327 e 3.141 elementos. A Figura 64 mostra o avanço da frente de saturação de água, no domínio discretizado com 31.330 elementos, e a rede da malha utilizada nessa simulação é omitida, com o intuito de facilitar a visualização da frente de saturação de água obtida.

Comparando os resultados obtidos nesse exemplo, Figura 63 e Figura 64, com os da Figura 53 (mesmo domínio, e tipo de problema - ¼ of five spot -, mas sem a presença de fraturas no domínio, e com o mesmo tempo simulado de 10 dias) observa-se que a frente deixa de ter um perfil de um quarto de círculo devido a presença da fratura. A Figura 64 e a Figura 65 omitem a malha de EF utilizada para melhor visualização dos resultados. Para fins didáticos, é apresentada a comparação do domínio com fratura e sem fratura na Figura 65. Claramente, a presença da fratura cria um caminho preferencial para o escoamento da água. Observa-se, ainda, que a presença avanço da frente de saturação de água, demonstrando que o meio deixa de ser “varrido” e água escoar preferencialmente pela fratura.

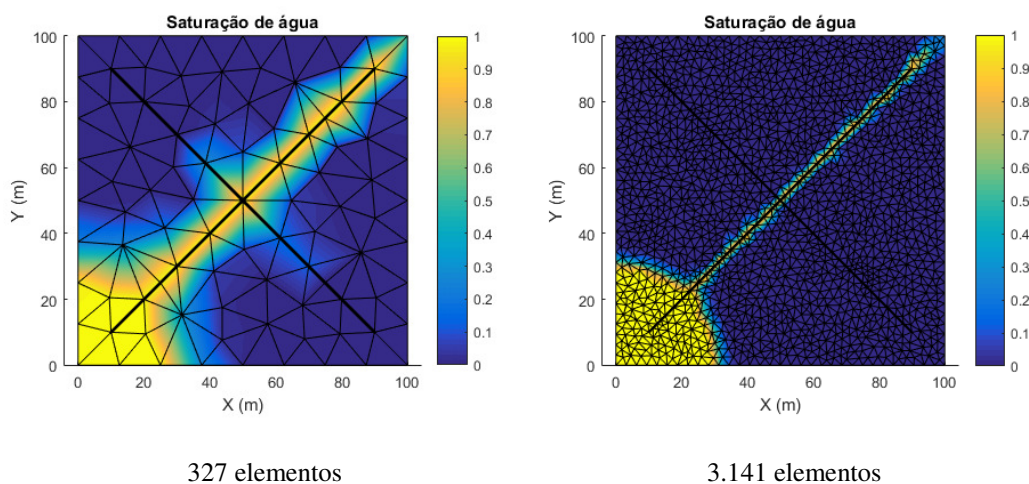


Figura 63 – Frente de saturação de água após 20 dias, com 327 elementos (esquerda) e com 3.141 elementos (direita).

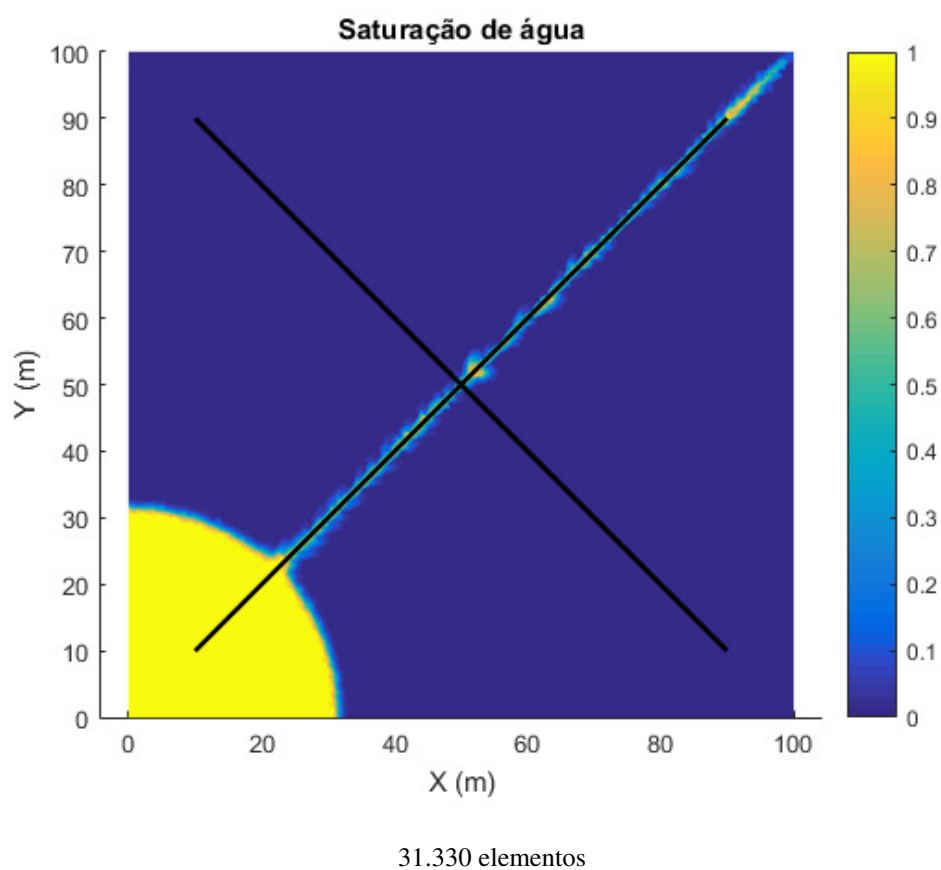


Figura 64 – Frente de saturação de água após 20 dias, com 31.330 elementos (malha de EF não é exibida).

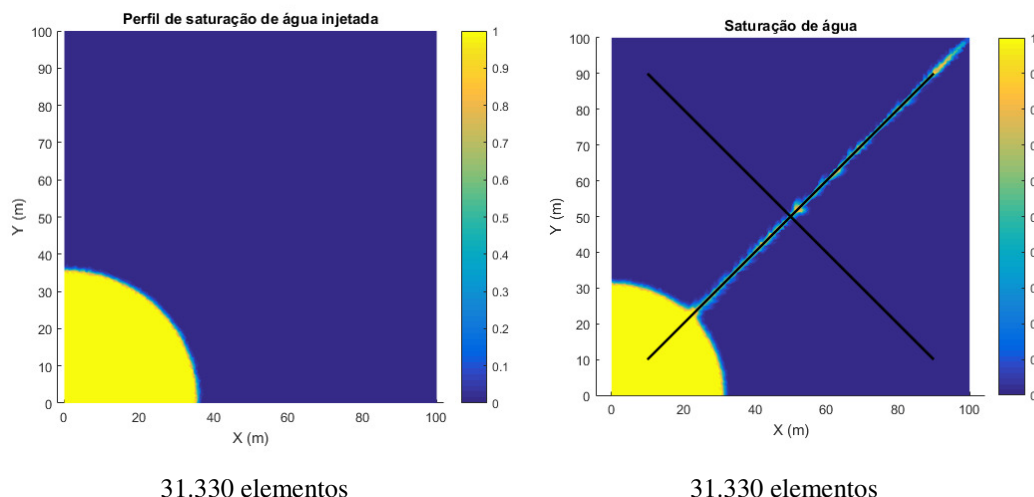


Figura 65 – Frente de saturação de água em malha não-estruturada com 31.330 elementos, após 10 dias (esquerda) e após 10 dias (direita).

7.6.

Exemplo 2 – Caso 5: Simulação de escoamento bifásico em 2D – Injeção no contorno esquerdo – Matriz homogênea com presença de duas fraturas

Ainda com o propósito de demonstrar resultados coerentes proporcionados pela metodologia proposta, apresenta-se, na Figura 66 e na Figura 67, os resultados de avanço da frente de saturação de água, após 20 dias, em um domínio de matriz rochosa homogênea com a presença de duas fraturas que se cruzam, considerando que há injeção a taxa constante no contorno esquerdo, e produção no contorno direito. Foram utilizadas malhas não-estruturadas com 327, 3.141 e 31.330 elementos triangulares.

Comparando os resultados obtidos, nesse exemplo, para malhas discretizadas com 327, 3.141 elementos, podem ser observadas na Figura 66. Na Figura 67 observa-se o avanço da frente de saturação para uma malha discretizada com resultados 31.330 elementos. As duas malhas mais refinadas, com 3.141 e 31.330 elementos, proporcionam resultados mais próximos entre si, demonstrando, assim, a malha menos refinada, com elementos grandes, pode não proporcionar resultados precisos na presença das fraturas.

A presença de fraturas claramente afeta o escoamento criando um fluxo preferencial de água pela fratura. Por fins didáticos, compara-se o resultado da Figura 67 ao resultado do avanço da frente de saturação de água em um domínio sem fraturas e mesmas condições de contorno, como pode ser visto na Figura 68. A

frente de avanço de saturação no perfil sem fraturas, Figura 68, avança com uma frente linear até aproximadamente 20 m, enquanto o modelo com fraturas tem o escoamento de água desviado para a fratura, deixando de “varrer” o meio, e atingindo apenas 15 m de avanço dentro do domínio, reduzindo assim a chegada da água ao poço produtor – condição indesejada.

Tabela 5 – Dados relevantes.

Dimensões do domínio	200 m × 10 m
Propriedades da rocha	$\phi^m = 0,2$; $k^m = 200$ md; $k^f = 20000$ md abertura ^f = 0,05 m
Propriedades do fluido	$\mu_w = \mu_n = 1$ cp $\rho_w = \rho_n = 1000$ kg/m ³
Relação de permeabilidade	m=1 (Linear)
Saturação residual	$S_{rw} = 0$, $S_{rn} = 0,0$
Taxa de injeção	0,01PV/dia
Tempo de simulação	20 dias

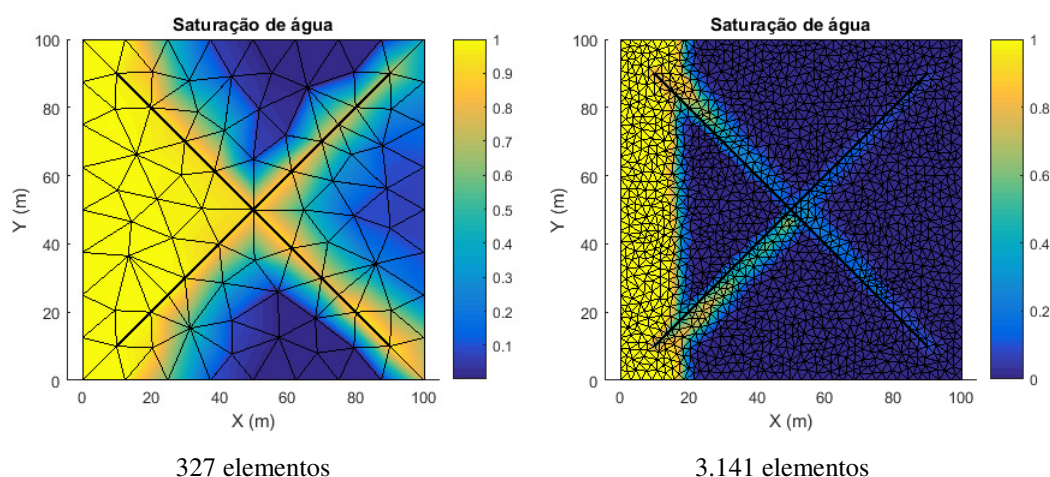
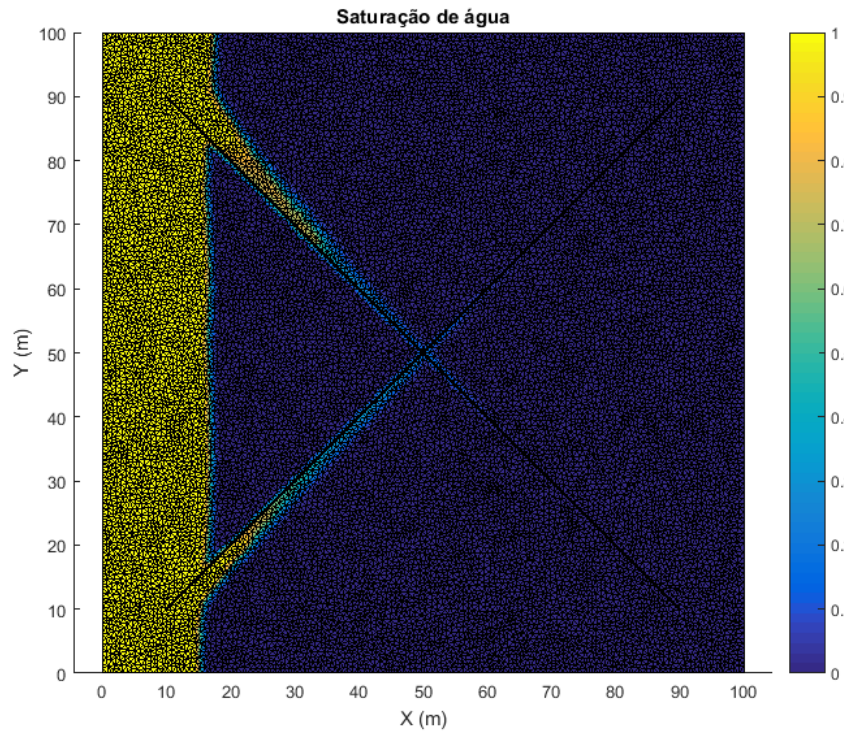


Figura 66 – Frente de saturação de água após 20 dias, com 327 elementos (esquerda) e com 3.141 elementos (direita).



31.330 elementos

Figura 67 – Frente de saturação de água após 20 dias, com 31.330 elementos.

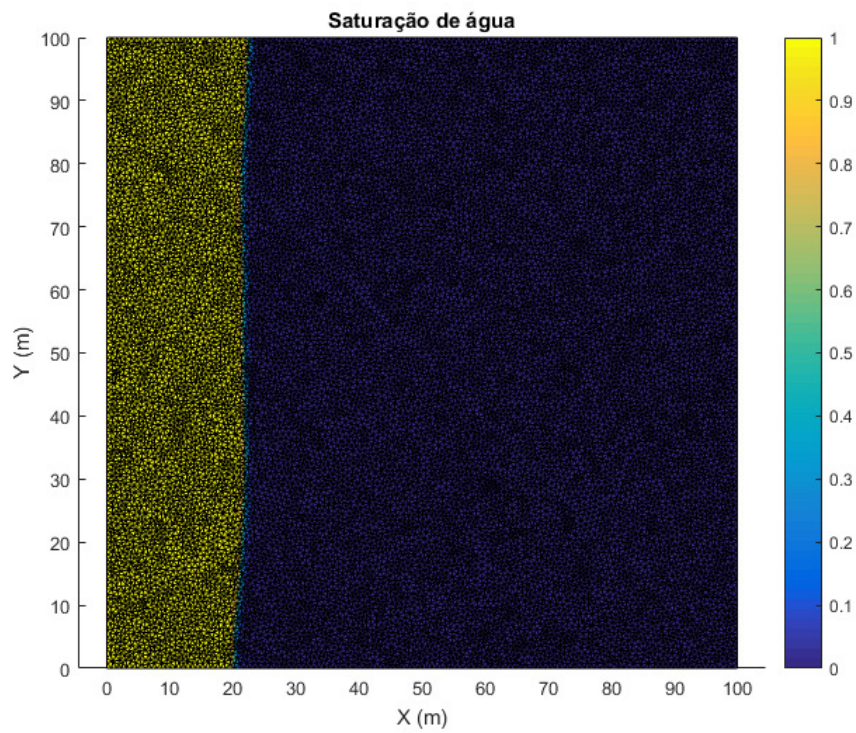


Figura 68 – Frente de saturação de água após 20 dias, com 31.330 elementos.

7.7.

Exemplo 3: Simulação de escoamento bifásico em 2D – Injeção no contorno esquerdo – Matriz homogênea com uma fratura

Por fins didáticos relativos a comparação entre as simulações de escoamento e as com acoplamento geomecânico (Capítulo 8), é proposto um exemplo que visa comparar a diferença de comportamento entre uma seção de reservatório 2D horizontal, permeabilidade homogênea na matriz rochosa, e com a presença de uma fratura retilínea que corta todo o domínio ao meio, vide Figura 69. Nesse exemplo, ocorre a injeção de água com uma taxa constante, feita em toda a borda esquerda do domínio, e produção do volume de óleo deslocado na borda direita do domínio

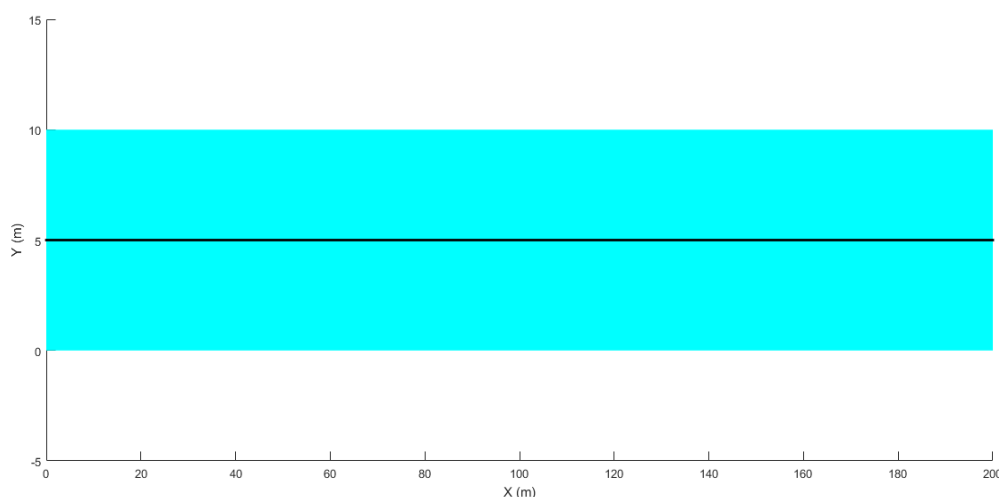


Figura 69 – Domínio 200m x 10m, com uma fratura que corta todo o domínio.

Os dados usados nessas análises são apresentados na Tabela 6 e são os mesmos em todas as simulações, independentemente das discretizações espaciais.

Discretizou-se o domínio com elementos triangulares, com 64, 622 e 6314 elementos, utilizando malhas triangulares não-estruturadas. Essas quantidades de elementos (64, 622 e 6314 elementos) foram definidas considerando três ordens de grandeza de tamanho dos elementos triangulares (dx) igual a: 6,25 m; 0,625 m e 0,0625m, respectivamente. Já as fraturas são tratadas como elementos quadriláteros colapsados.

Pode-se observar os resultados do avanço da frente de saturação de água feita com a presença da fratura na Figura 70, para as três discretizações avaliadas. Cabe ressaltar que, a rede da malha utilizada na simulação é omitida na apresentação da

última discretização (6314 elementos), com o intuito de facilitar a visualização da frente de saturação de água obtida.

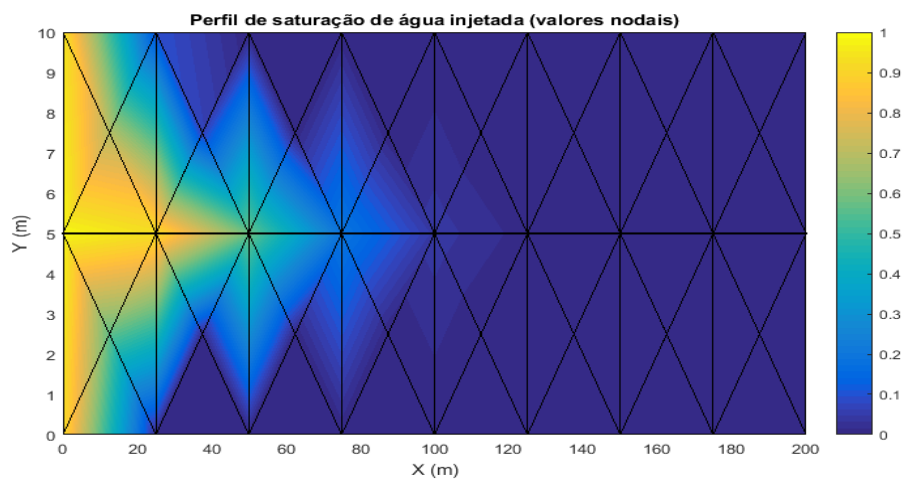
Tabela 6 – Dados relevantes.

Dimensões do domínio	200 m × 10 m
Propriedades da rocha	$\phi^m = 0,2$; $k^m = 200 \text{ md}$; $k^f = 20000 \text{ md}$ abertura ^f = 0,05 m
Propriedades do fluido	$\mu_w = \mu_n = 1 \text{ cp}$ $\rho_w = \rho_n = 1000 \text{ kg/m}^3$
Relação de permeabilidade	m=1 (Linear)
Saturação residual	$S_{rw} = 0$, $S_{rn} = 0,0$
Taxa de injeção	0,01PV/dia
Tempo de simulação	1 dia

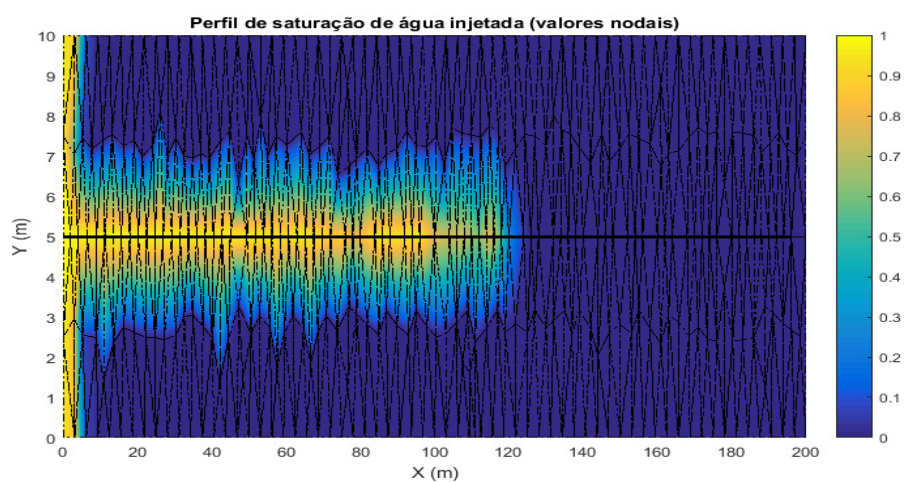
Como pode ser visto em tal figura, a presença da fratura com maior permeabilidade que a matriz rochosa cria um caminho preferencial para o escoamento da água dentro da fratura, o que diminui a varredura do óleo pela água ao redor da fratura, além de diminuir o tempo para a irrupção de água no poço produtor de óleo, ou comumente conhecido pelo termo em inglês *breakthrough*. Além disso, é importante ressaltar que devido a interpolação de cores entre os elementos, nas simulações com menos elementos, o efeito da fratura parece se estender além do domínio da fratura. Conforme é mais refinada, os resultados tendem a concentra-se apenas no elementos cujos bordos compõe a fratura.

A Figura 71 apresenta na coluna da esquerda a evolução no tempo da diferença entre os valores de saída e entrada, e na coluna da direita o estudo de balanço de volumes global, respectivamente, na ordem de E-08% e E-10%.

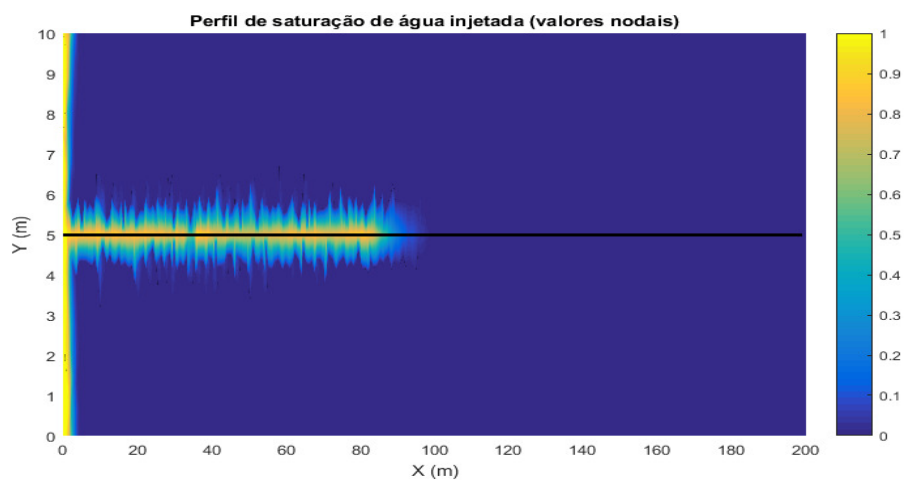
A Figura 72 mostra os erros máximos, médios e mínimos locais obtidos.



64 elementos

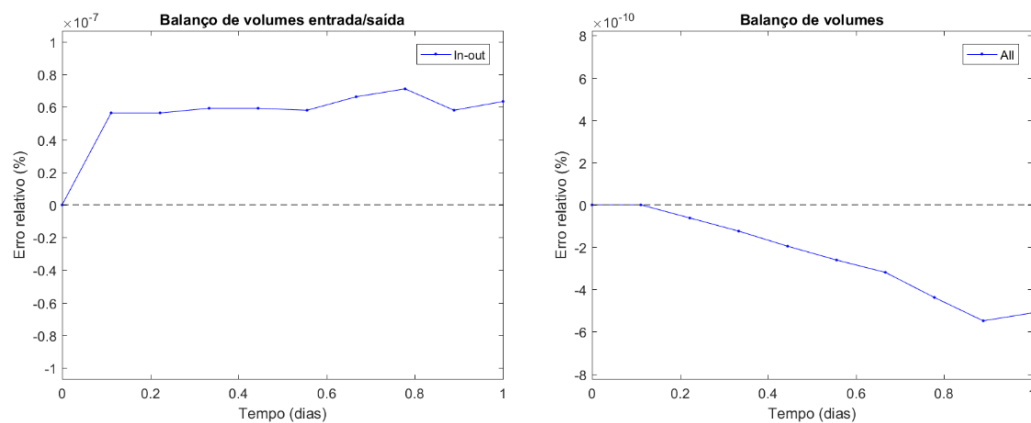


622 elementos

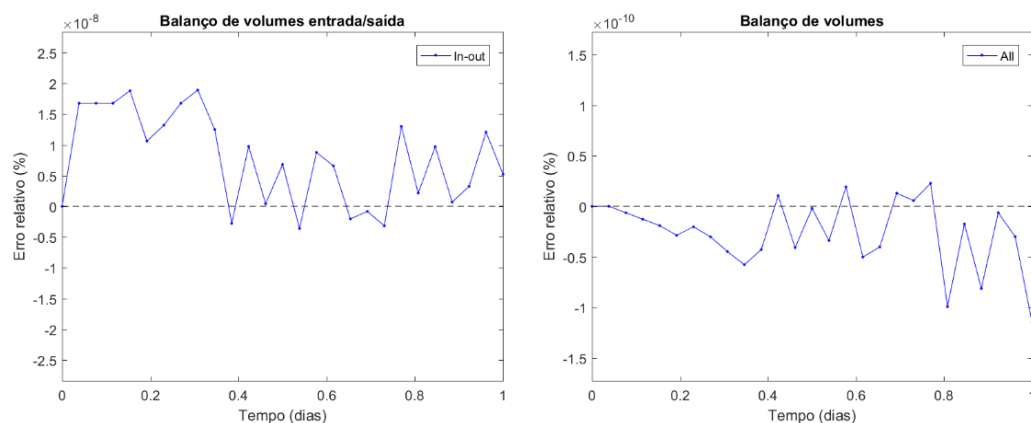


6314 elementos

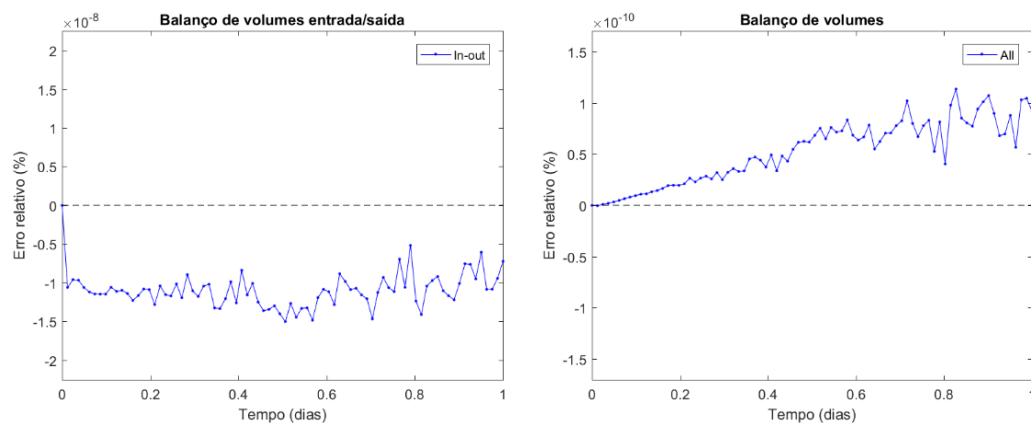
Figura 70 – Comparativo da evolução das frentes de saturação de água, via FE-RT-DG para três ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 64, 622 e 6314 elementos (respectivamente, da cima para baixo).



64 elementos



622 elementos



6314 elementos

Figura 71 – Evolução do balanço de volumes de entrada e saída (esquerda); e evolução do balanço de volumes globais (direita), via FE-RT-DG para três ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 64, 622 e 6314 elementos (respectivamente, de cima para baixo).

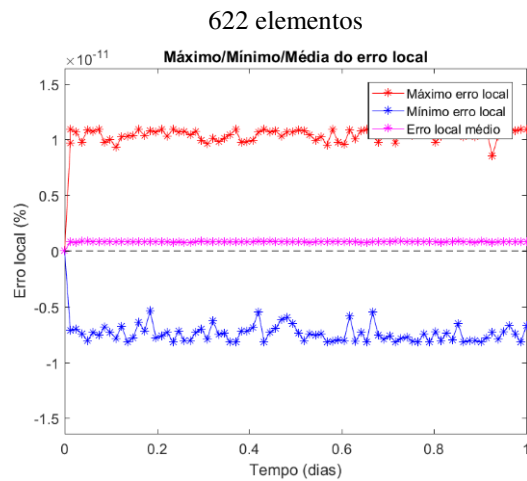
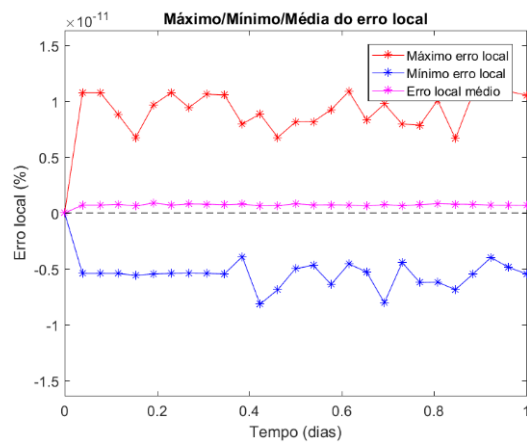
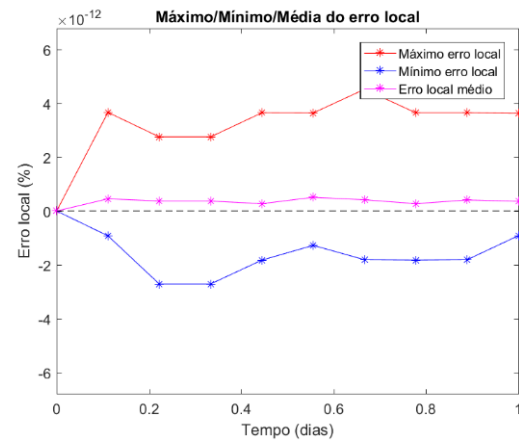


Figura 72 – Comparativo entre os erros locais máximo, médio e mínimo, via FE-RT-DG, para três ordens de grandeza de discretizações espaciais, com 64, 622 e 6314 elementos (respectivamente, de cima para baixo).

7.7.1. Comparação com o MRST

No MRST a inclusão de fraturas não é trivial. Vários grupos que utilizam tal ferramenta vêm trabalhando em meios de incluir essas heterogeneidades nas simulações que utilizam Volumes Finitos, sem necessitar refinamentos excessivos de modo a representar explicitamente a abertura das fraturas, bem como sua geometria.

Nesse exemplo, a título de comparação entre os resultados obtidos, utiliza-se a mesma geometria do domínio com a fratura, discretizado com 800.000 elementos quadrilaterais, cujo lado é do tamanho da abertura da fratura. O valor de abertura da fratura de 0,05 m, também utilizado anteriormente nas simulações FE-RT-DG, foi definido pela limitação do MRST em realizar modelos com pequenas dimensões elementares. Os dados são os mesmos utilizados anteriormente.

A frente de saturação de água obtida via MRST pode ser observada na Figura 73. E comparando com o resultado obtido via FE-RT-DG, Figura 70, observa-se que a frente de saturação de água tem efeitos até 170 m, via MRST, e 120 m, via FERTDG.

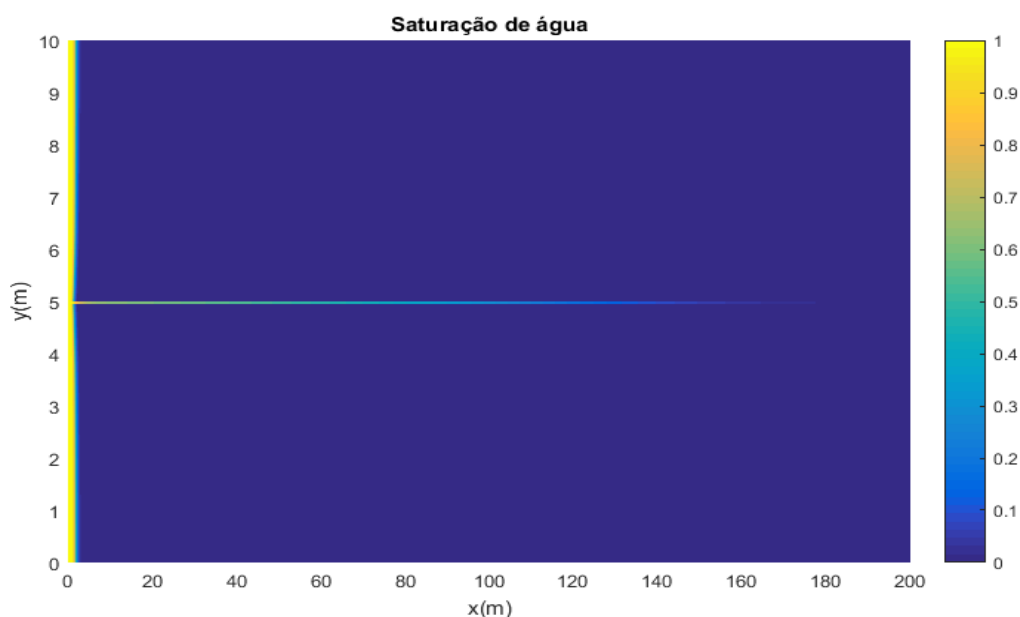


Figura 73 – Avanço da frente de saturação de água após 1 dia, via MRST.

Os erros relativos entre os volumes de saída e entrada a cada passo de tempo é apresentado na Figura 74, e é da ordem de E-10.

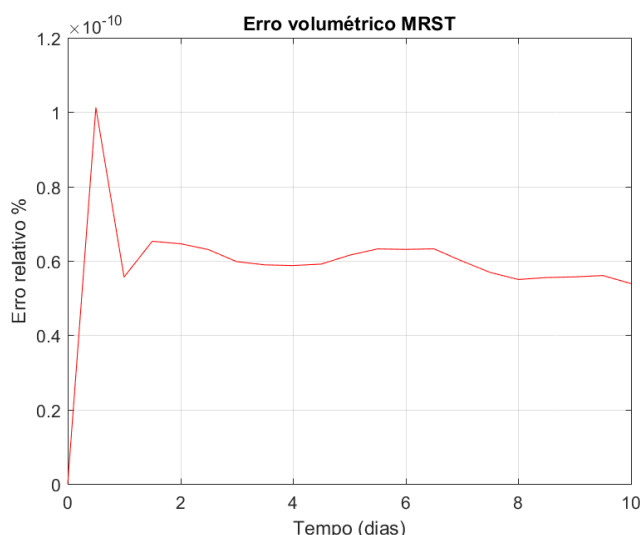


Figura 74 – Comparativo dos balanços de volume de entrada/saída via MRST.

Outro parâmetro a ser avaliado é a evolução das pressões no tempo e em diferentes pontos do domínio estudado, via ambas formulações, Figura 75. Todos os pontos avaliados estão na coordenada $y=5m$. Os valores de pressões devem ser próximos, mas não exatamente iguais, por não tratarem de serem coletados exatamente no mesmo ponto e um método considerar o valor elementar e outro o valor nodal, devido a diferença de natureza das formulações.

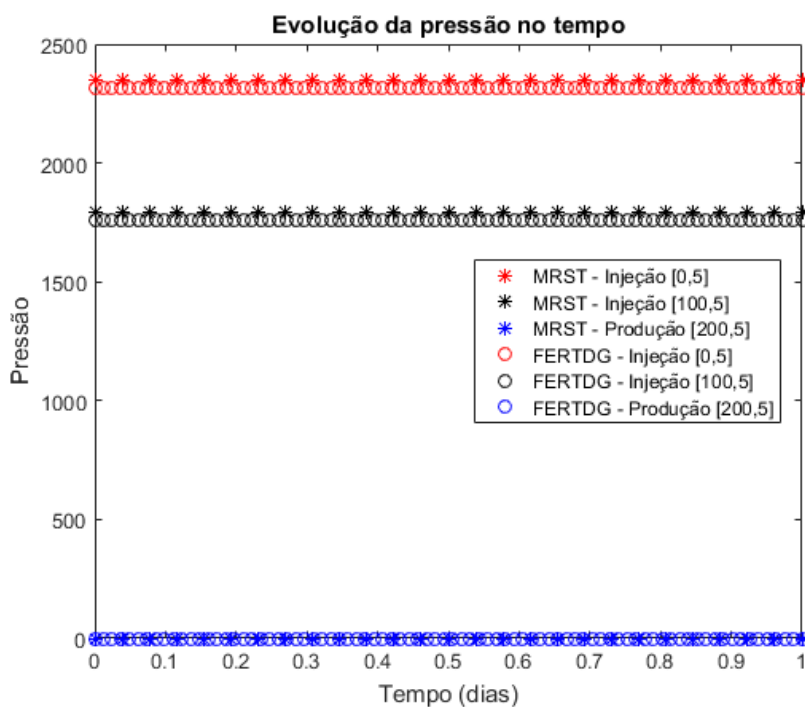


Figura 75 – Comparativo da evolução das pressões via MRST e FE-RT-DG.

7.7.2. Resultados estatísticos das análises

A fim de analisar o comportamento do simulador procedeu-se a algumas análises estatísticas. Como a solução analítica para esse problema não é conhecida, optou-se por utilizar o resultado da malha mais discretizada (6314 elementos) como solução mais próxima a realidade para os cálculos estatísticos.

Nessa tese calculamos a norma quadrada (L_2 -norm), a norma quadrada em relação ao tamanho do elemento (L_2 -normdx), e em relação ao passo de tempo (L_2 -normdt). A Figura 76 apresenta um comparativo em relação às normas quadradas em relação ao tamanho do elemento. Pode-se observar que, quanto maior o tamanho do elemento, maior tende a ser os valores de L_2 -norm, L_2 -normdx e L_2 -normdt. Na Figura 77, observa-se que quanto menor o passo de tempo, mais próxima a solução fica da solução aqui considerada ideal. Já a Figura 78 mostra que o tempo computacional é aumentado para as malhas mais refinadas e com menores erros.

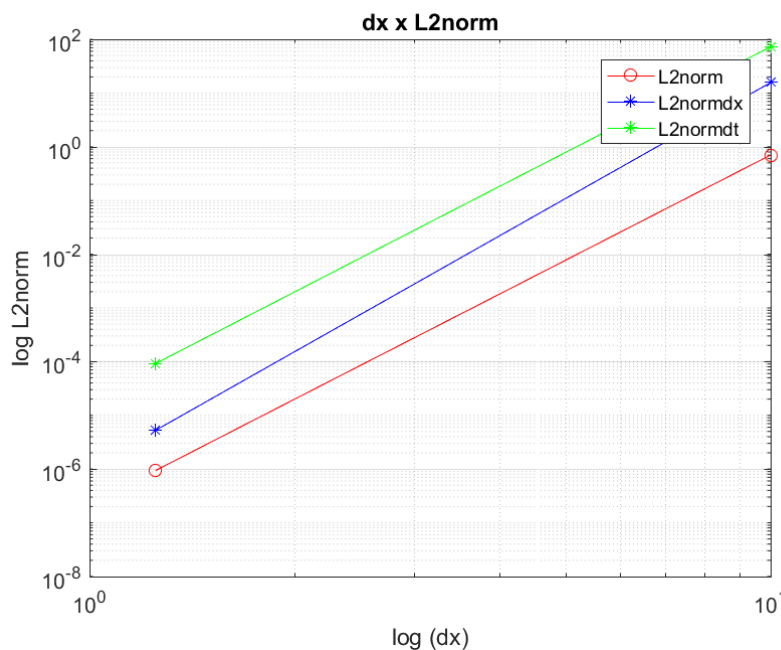


Figura 76 – Estudo do tamanho elementar *versus* L_2 -norm.

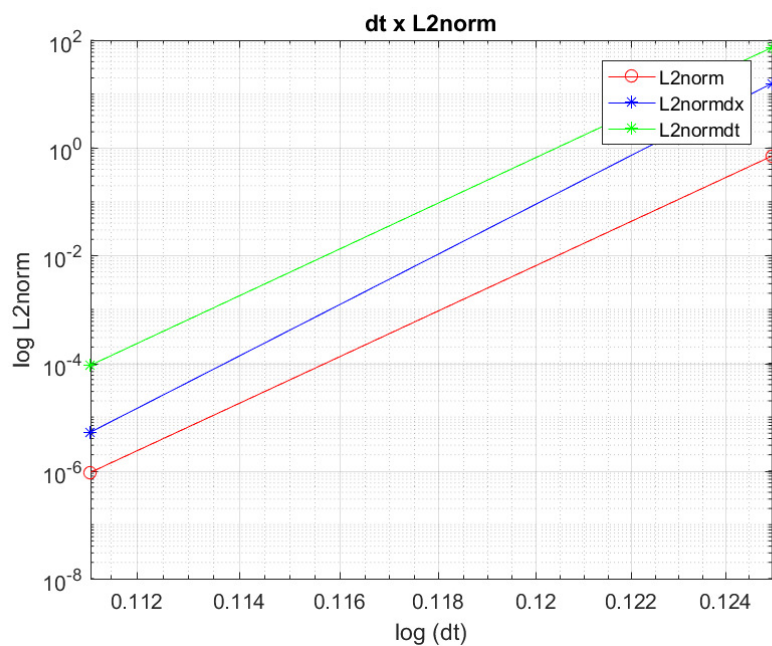


Figura 77 – Estudo do passo de tempo *versus* L_2 -norm

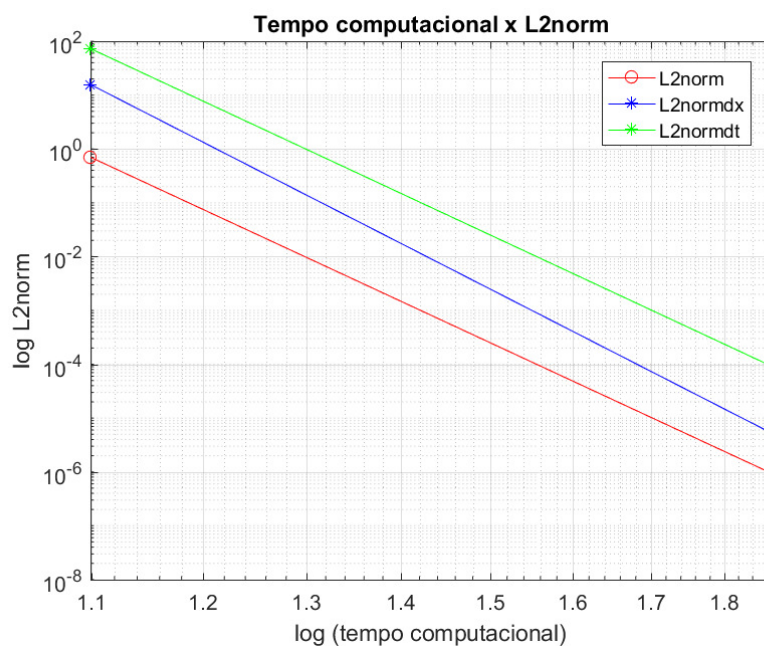


Figura 78 – Estudo do tempo computacional *versus* L_2 -norm.

7.8.

Exemplo 4: Simulação de escoamento bifásico em 2D – $\frac{1}{4}$ of five-spot – Modelo de seção quadrada com fraturas

Esse modelo trata de simular o comportamento bifásico em um modelo 2D de seção horizontal quadrangular, de 25 metros por 25 metros, originalmente

proposto por Jiang e Younis (2015), em que é feito um processo de *upscaling* (Figura 22) para definir a malha de EF a ser simulada. Nesse exemplo é aplicada a condição de injeção do tipo *1/4 of five-spot*. Onde a injeção é feita em P1[0 m; 0 m] e o poço produtor P2 está localizado na coordenada [25 m; 25 m], como pode ser visto no modelo esquemático apresentado na Figura 79. O modelo conta com 2067 elementos de malha triangulares e 135 elementos quadrilaterais colapsados de fraturas. Os dados relevantes são apresentados na Tabela 11.

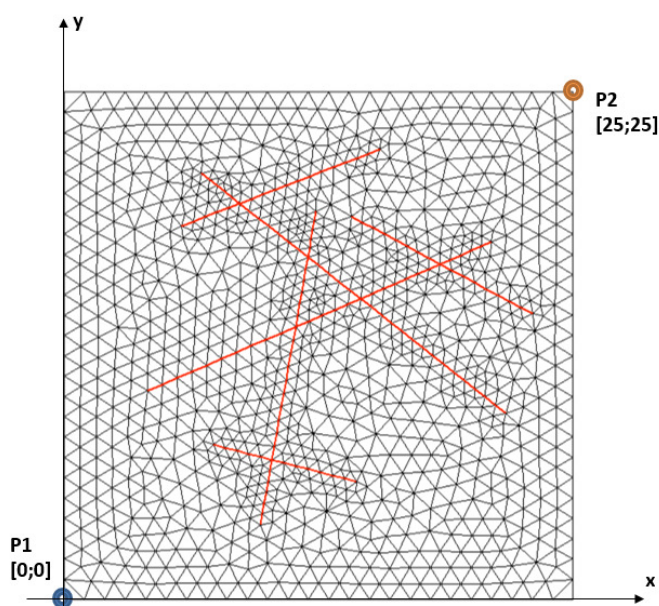


Figura 79 – Modelo esquemático do Exemplo 4.

Na Figura 80 apresentada é possível ver a evolução da frente de saturação de água com o tempo.

Tabela 7 – Dados relevantes.

Dimensões do domínio	25 m × 25 m
Propriedades da rocha	$\phi^m = 0,2$; $k^m = 1\text{md}$
Propriedades da fratura	$\phi^f = 1,0$; $k^f = 8^{-7}\text{md}$; <i>abertura</i> = 1 mm
Propriedades do fluido	$\mu_w = 1\text{cp}$, $\mu_n = 0.45\text{ cp}$ $\rho_w = \rho_n = 1000\text{ kg/m}^3$
Relação de permeabilidade	m=2 (Quadrática)
Saturação residual	$S_{rw} = 0$, $S_{rn} = 0,0$
Taxa de injeção	0,05 PV/dia
Tempo de simulação	150 dias

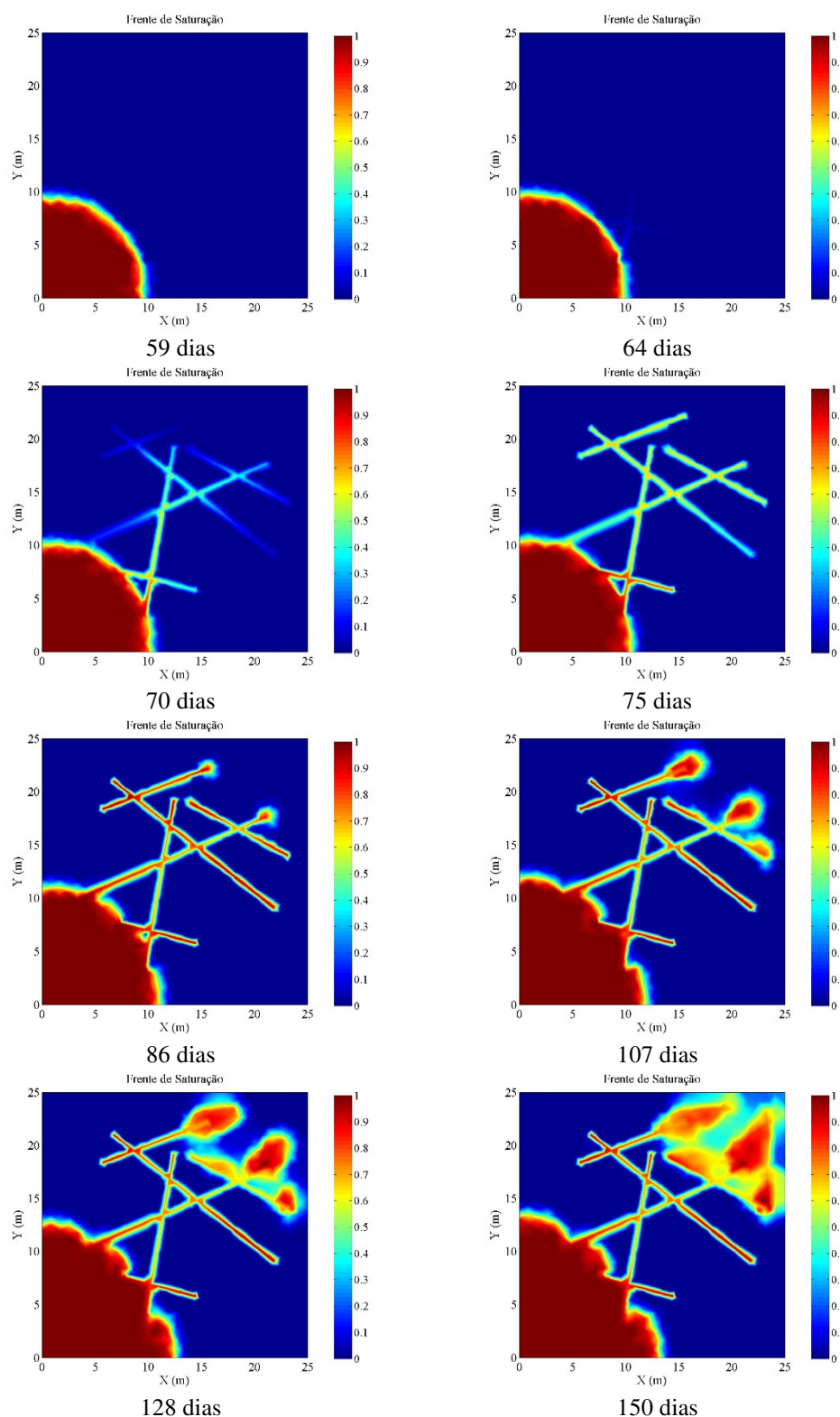


Figura 80 – Evolução da frente de saturação de água no modelo do exemplo no decorrer de 59, 64, 70, 75, 86, 107, 128 e 150 dias, respectivamente de cima para baixo da esquerda para direita.

Como pode ser visto na Figura 80, no início da simulação o comportamento da frente de saturação é o esperado: uma frente circular. Aos 54 dias, pode-se observar que a frente de saturação de água atingiu as fraturas. A partir desse momento, pode-se perceber que o avanço da frente de saturação de água é majoritariamente feito pelas fraturas que se comportam como caminhos preferenciais ao escoamento, deixando de “varrer” o domínio ao redor das fraturas. Aos 86 dias percebe-se que a água já atravessou as fraturas e começa a invadir o domínio da matriz em direção ao poço produtor. E aos 150 dias, pode-se dizer que já há produção de água no poço produtor.

7.9.

Exemplo 5: Simulação de escoamento bifásico em 2D – Injeção no contorno – Cenário 1

Após a validação da metodologia proposta utilizando modelos simples, testou-se o modelo em uma aplicação real. São estudadas duas seções da mesma célula de reservatório 3D, apresentada na Figura 24, denominadas “Cenário 1” e “Cenário 2”.

A seção “Cenário 1”, é vertical de dimensões 200 m x 9,6 m, é exemplificada pelo modelo apresentado na Figura 81, que conta com 14 fraturas. O modelo conta com 14590 elementos triangulares não-estruturados, e 853 elementos de fratura.

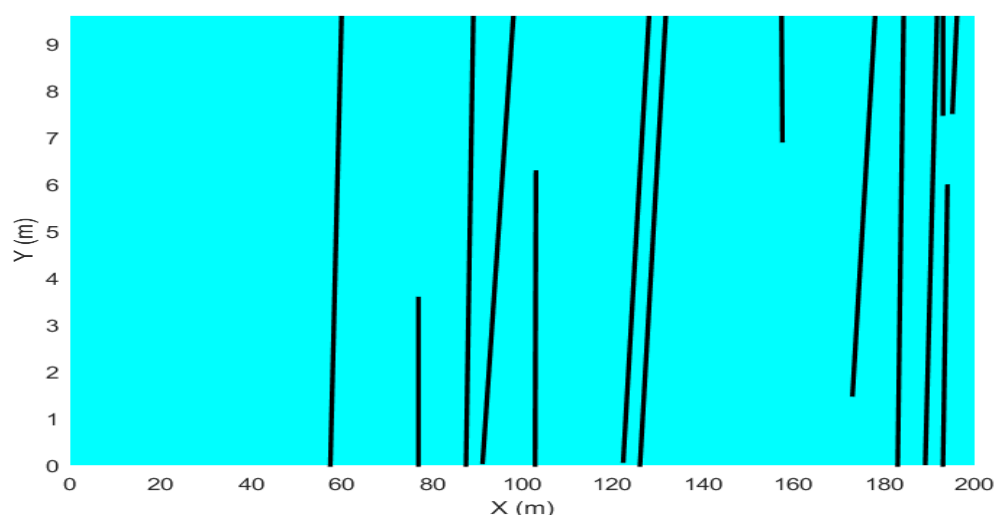


Figura 81 – Seção “Cenário 1”.

Os dados relevantes a essa simulação são apresentados na Tabela 8. Nesse caso as aberturas, permeabilidades e porosidades são consideradas variáveis no

domínio. Nesse caso, cabe ressaltar que os efeitos gravitacionais foram negligenciados. Na Figura 82 pode-se ver a numeração utilizada para nomear as fraturas. Na Tabela 9 apresenta-se os valores de abertura e permeabilidade inicial (m^2) de cada fratura. E a Figura 83 apresenta a distribuição de porosidades no domínio.

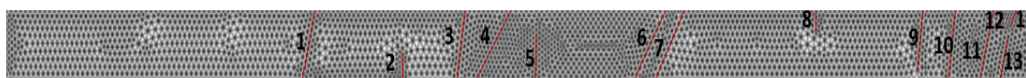


Figura 82 – Numeração utilizada para as fraturas no domínio estudado.

Tabela 8 – Dados relevantes.

Dimensões do domínio	200 m \times 9,6 m
Propriedades da rocha	$\phi^m = 0,2$; $k^m = 200$ md; $k^f =$ variável abertura $^f =$ variável
Propriedades do fluido	$\mu_w = \mu_n = 1$ cp $\rho_w = \rho_n = 1000$ kg/ m^3
Relação de permeabilidade	$m=1$ (Linear)
Saturação residual	$S_{rw} = 0$, $S_{rn} = 0,0$
Taxa de injeção	2PV/dia

Tabela 9 – Abertura e permeabilidade inicial para cada fratura do domínio.

Fratura	Abertura (m)	Permeabilidade inicial (m^2)
1	9,30E-05	7,20E-10
2	2,50E-05	5,20E-11
3	4,09E-04	1,40E-08
4	2,80E-05	6,50E-11
5	4,80E-05	1,90E-10
6	5,14E-04	2,20E-08
7	1,00E-06	1,40E-13
8	3,93E-04	1,30E-08
9	1,51E-04	1,90E-09
10	1,00E-06	5,40E-14
11	1,00E-06	1,00E-13
12	1,70E-05	2,40E-11
13	4,40E-05	1,60E-10
14	1,23E-04	1,20E-09

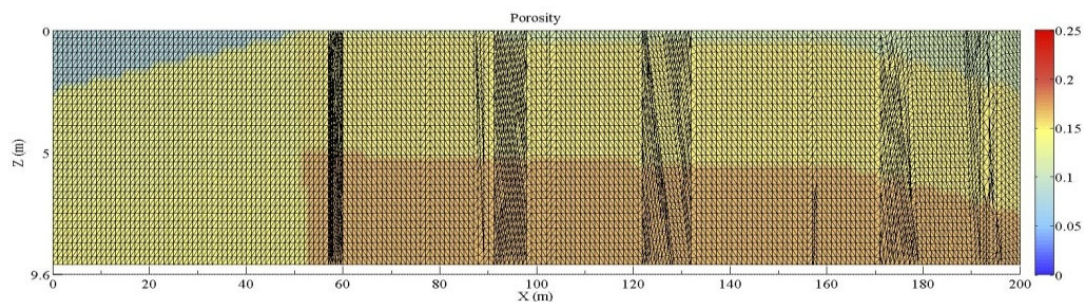


Figura 83 – Distribuição dos distintos valores de porosidade no domínio estudado.

Foi realizada injeção de água no contorno esquerdo a uma taxa de 2PV/dia e o contorno direito é considerado o contorno de produção. Foi simulada uma injeção por 100 dias. A Figura 84 apresenta os resultados do avanço de saturação de água após 5, 20, 40, 60, 80 e 100 dias de injeção. Observa-se que a frente tende a avançar em direção as fraturas, enchê-las e seguir adiante na direção do fluxo imposto. Por exemplo em 40 e 60 dias, pode-se observar que a há saturação no comprimento da fratura. Quanto a análise de balanço volumes, os erros encontrados entre os volumes de entrada e saída são da ordem de $-5E-9$, enquanto os erros locais máximos estão na ordem $1,5E-11\%$. Tais valores são considerados condizentes com os valores encontrados nos modelos mais simples simulados anteriormente.

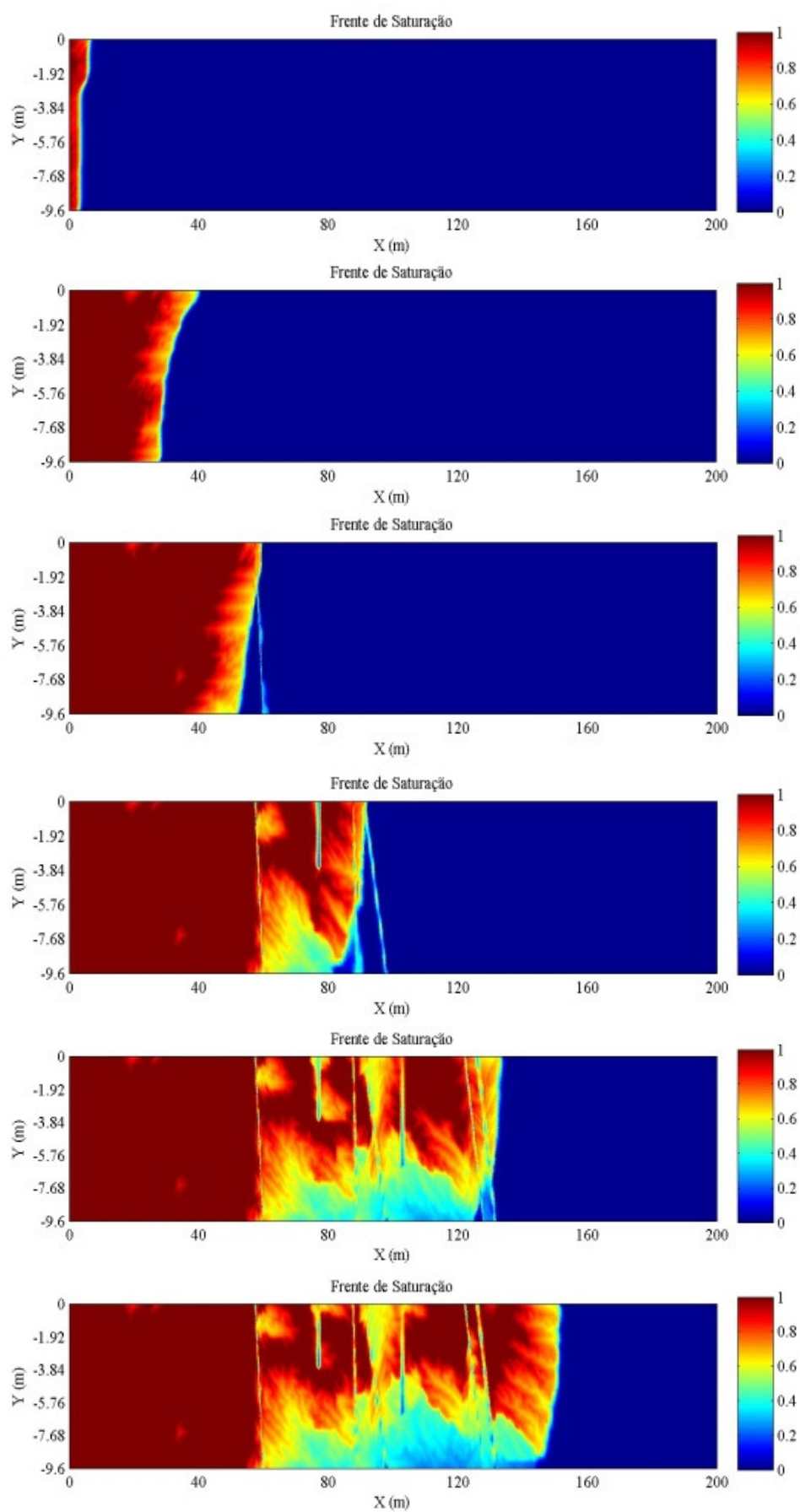


Figura 84 – Frente de saturação após 5, 20, 40, 60, 80 e 100 dias.

7.10.

Exemplo 6: Simulação de escoamento bifásico em 2D – Injeção no contorno – Cenário 2

A segunda seção da célula de reservatório 3D, apresentada na Figura 24, denominada “Cenário 2” é avaliada nesse item. A seção “Cenário 2” é horizontal de dimensões 200 x 200 m. Com o objetivo de mostrar a flexibilidade de condições de contorno, altera-se o contorno de injeção da seção horizontal para injetar no contorno dito “inferior”. Também compara-se os resultados obtidos com a injeção no contorno inferior com os resultados da injeção feita no contorno esquerdo.

O modelo conta com 37.964 elementos triangulares não-estruturados e 3.979 elementos de fratura. Os dados relevantes a essa simulação são mostrados na Tabela 10. A Figura 85 apresenta o campo de permeabilidades e a Figura 86 mostra o campo de porosidades utilizados nas simulações desse exemplo.

Tabela 10 – Dados relevantes.

Dimensões do domínio	200 m × 200 m
Propriedades da rocha	ϕ^m = variável ; k^m = variável; k^f = variável abertura ^f = variável
Propriedades do fluido	$\mu_w = \mu_n = 1\text{cp}$ $\rho_w = \rho_n = 1000\text{ kg/m}^3$
Relação de permeabilidade	m=2 (Quadrática)
Saturação residual	$S_{rw} = 0, S_{rn} = 0,0$
Taxa de injeção	2PV/dia

Os resultados obtidos com a injeção no contorno “inferior” após 5, 10, 20, 30, 50, 60, 80 e 100 dias de simulação podem ser vistos na Figura 87. É considerada uma vazão de entrada no contorno inferior (seção horizontal) e pressão zero na borda oposta à injeção (contorno superior).

Observa-se na Figura 87 que, uma vez que o fluxo está orientado na direção das fraturas, a água tende a escoar preferencialmente pelas fraturas, “enchendo-as” e seguindo na direção do fluxo imposto. Observa-se que há chegada de água perto dos 50 dias de produção.

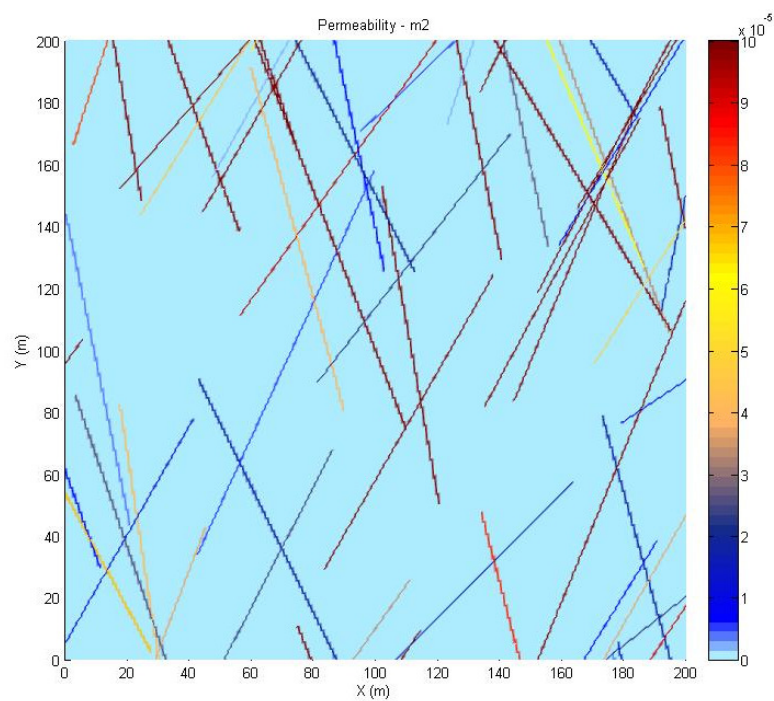


Figura 85 – Cenário 2, Campo de permeabilidade da célula do modelo de reservatório fraturado.

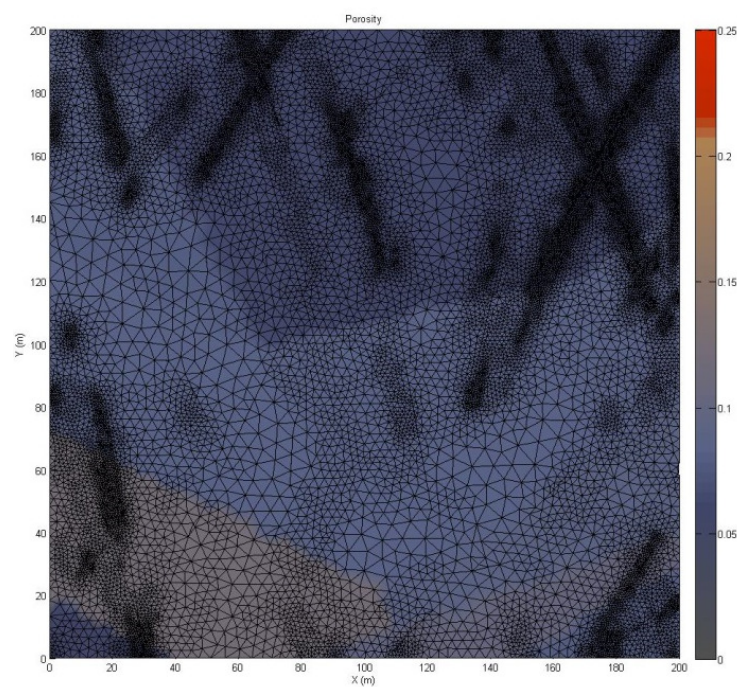


Figura 86 – Cenário 2, Campo de porosidades da célula do modelo de reservatório fraturado.

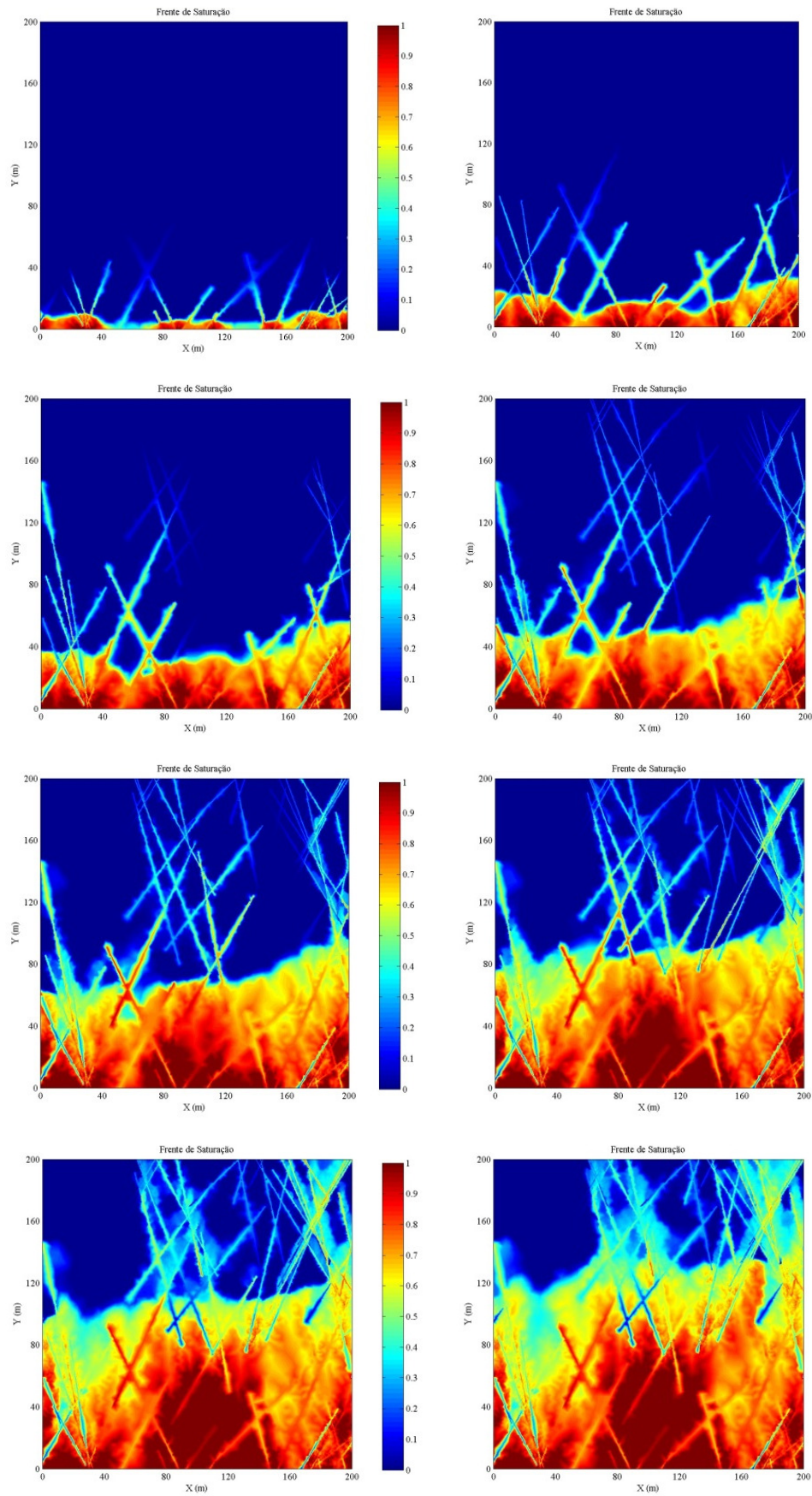


Figura 87 – Frente de saturação após 5, 10, 20, 30, 50, 60, 80 e 100 dias.

Quanto a análise de balanço volumes, os erros encontrados entre os volumes de entrada e saída são da ordem de E-8, enquanto os erros locais máximos estão na ordem E-10%. Tais valores são considerados condizentes com os valores encontrados nos modelos mais simples simulados anteriormente.

Também procedeu-se a análise de injeção no contorno esquerdo. A Figura 88 apresenta os resultados da simulação com a injeção imposta no contorno esquerdo e produção no contorno direito após 5, 10, 20, 30, 50, 60, 80 e 100 dias.

Na Figura 88 observa-se que o fluxo imposto tende a ser quase perpendicular a orientação das fraturas, o que faz com que o avanço da saturação de água seja mais lento, mas, ainda, avançando preferencialmente pelas fraturas, como pode ser visto, por exemplo, na simulação com 10 e 30 dias. Observa-se ainda que o modelo continua “varrendo” óleo e não há produção e água durante o tempo simulado. Assim, pode-se dizer que a injeção “perpendicular” a orientação das fraturas tende a proporcionar melhores resultados de eficiência de injeção na produção de óleo.

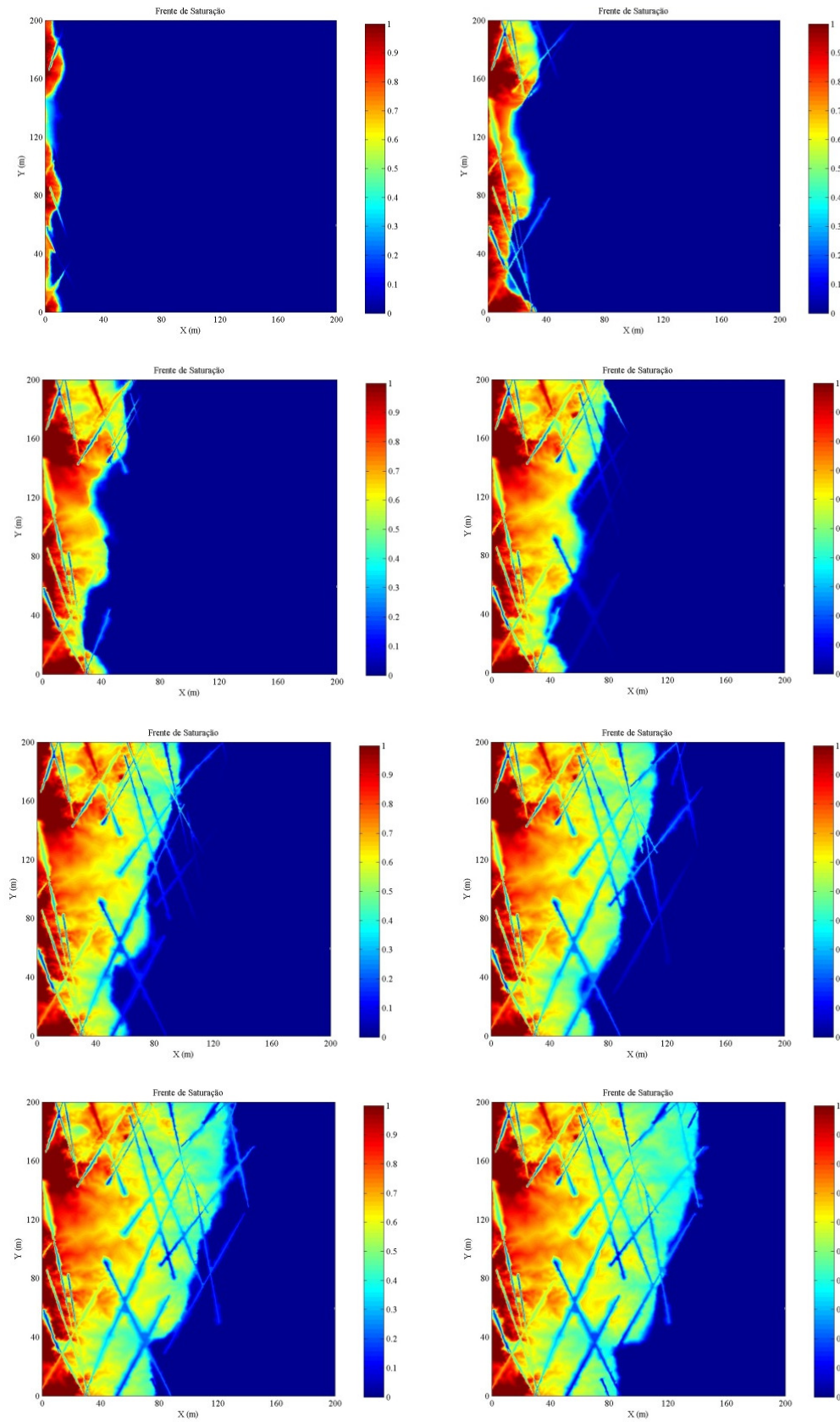


Figura 88 – Frente de saturação após 5, 10, 20, 30, 50, 60, 80 e 100 dias.

8

Resultados da simulação fluidomecânica

Esse capítulo objetiva apresentar os resultados obtidos utilizando a metodologia proposta de simulação de fluxo bifásico em meios porosos, FE-RT-DG, com acoplamento geomecânico, em linguagem C. São apresentados dois modelos básicos, de modo a exemplificar o comportamento do domínio, quando os efeitos mecânicos são considerados.

8.1.

Considerações iniciais

Nas análises mecânicas é necessária a escolha do modelo constitutivo do material que compõe o meio estudado, de forma a representar de forma ideal o comportamento tensão-deformação dos materiais envolvidos.

O comportamento do material depende de uma série de variáveis e fatores, tais como as condições iniciais, densidade, saturação, estrutura etc.

Por conveniência, e por tratar-se dos primeiros testes dos procedimentos propostos nessa tese, adotou-se o modelo de material linear elástico para representar o comportamento da matriz rochosa e das fraturas.

8.2.

Exemplo 1 – Simulação de escoamento bifásico sem acoplamento - meio com uma fratura

Por fins didáticos, apresenta-se, inicialmente, um modelo de escoamento bifásico sem acoplamento mecânico. Esse modelo é comparado com a simulação que inclui o acoplamento mecânico, apresentada no próximo subitem (8.3 Exemplo 2 – Simulação acoplada - meio com uma fratura), de modo a apresentar os principais efeitos que a inclusão do acoplamento mecânico às simulações acarreta aos resultados obtidos.

Nessa simulação considera-se uma seção vertical em que o meio está totalmente saturado por óleo. Um modelo esquemático do problema simulado pode ser visto na Figura 91. No contorno esquerdo do domínio aplica-se uma pressão P_e de água e, no contorno direito, a pressão de saída P_d é menor, permitindo, assim, a produção dos volumes expulsos do domínio decorrentes do gradiente de pressão ΔP constante. A simulação foi realizada em linguagem C. Os dados relevantes para este problema são apresentados na Tabela 11.

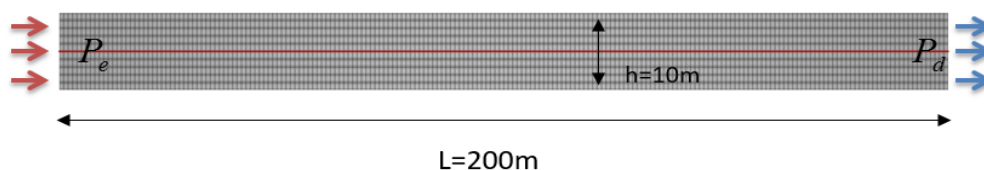


Figura 89 – Modelo esquemático sem acoplamento mecânico.

Considera-se um gradiente de pressões ΔP entre o lado esquerdo e direito de 0,1MPa:

$$\Delta P = P_e - P_d = (55 - 54,9) = 0,1 \text{ MPa} \quad (100)$$

Após 5 dias, o avanço de saturação de água pode ser visto na Figura 90.

A abertura da fratura se mantém constante e igual a 1E-3 m, pois não considerou-se os efeitos mecânicos nessa análise. A vazão de saída na fratura obtida é de 4,2292E-5 m³/s. O tempo de processamento foi de 603 segundos.

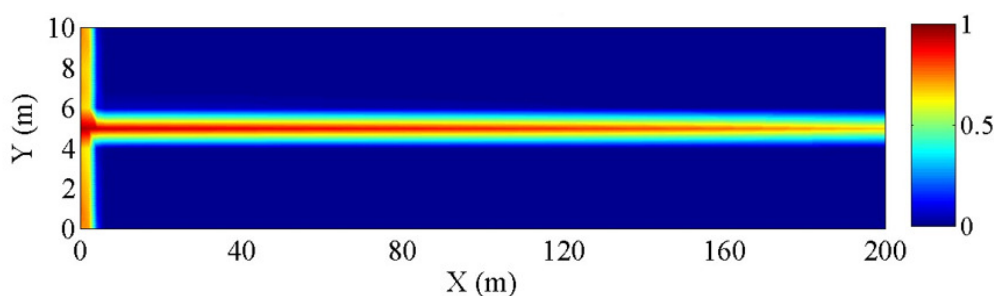


Figura 90 – Avanço de saturação de água.

Tabela 11 – Dados relevantes.

Dimensões do domínio	200 m \times 10 m
Propriedades da rocha	$\phi^m = 0,08$; $k^m = 1$ md E = 16900 MPa; Poisson = 0,3 K normal = 12041,0 MPa/m K tangencial = 5557,0 MPa/m
Propriedades da fratura	$k^f = 1000000$ md ; $\phi = 1$; Abertura = 1 mm
Propriedades do fluido	$\mu_w = 1$ cp ; $\mu_n = 0,45$ cp $\rho_w = 1000$ kg/m ³ ; $\rho_n = 660$ kg/m ³
Relação de permeabilidade	$m = 2$ (Quadrático); Equações (97), (98) e (99)
Saturação residual	$S_{rw} = 0,00$; $S_{rn} = 0,00$
Variação da permeabilidade	Rocha matriz: Equação (91) Fratura: Equação (92)
Variação da porosidade	Equação (93)
Tamanho da malha	2000 triângulos
Tempo de simulação	5 dias

8.3.

Exemplo 2 – Simulação acoplada - meio com uma fratura

Nessa simulação considera-se o mesmo exemplo anterior, mas dessa vez considerando os efeitos geomecânicos nas simulações. O modelo possui a mesma geometria do modelo apresentado no subitem anterior, com condições de contorno edométricas. Considera-se, adicionalmente, uma tensão vertical σ_v de 85MPa, e poropressão inicial P_p^0 de 55MPa. O modelo esquemático do problema simulado pode ser visto na Figura 91. Os dados relevantes para este problema são apresentados na Tabela 11.

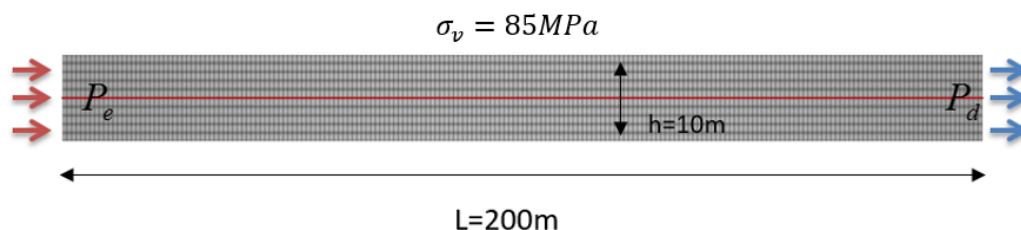


Figura 91 – Modelo esquemático – Caso 1.

Para avaliar os efeitos da variação de tensões efetivas, decorrentes da injeção e depleção no modelo, considera-se sete variações de poropressões: 25, 35, 45, 55, 65, 75 e 85 MPa. Os aumentos de poropressões (65, 75 e 85 MPa) além do valor inicial, 55 MPa, referem-se ao efeito da injeção no modelo. Já as reduções de poropressões (25, 35 e 45 MPa) referem-se ao efeito de depleção no modelo, que acarretam aumento da tensão efetiva σ' .

Considerando a primeira simulação com poropressão no valor de 25 MPa, também se considera um gradiente de pressões entre o lado esquerdo e direito de 0,1MPa, como pode ser visto na Figura 92. Para as demais simulações (35, 45, 55, 65, 75 e 85MPa) os valores de gradiente de pressões se mantêm em 0,1MPa. De modo que, atualiza-se a cada simulação os valores de pressão P_e de água no contorno esquerdo e, no contorno direito, a pressão de saída P_d (com P_d sendo 0,1MPa menor que P_e).

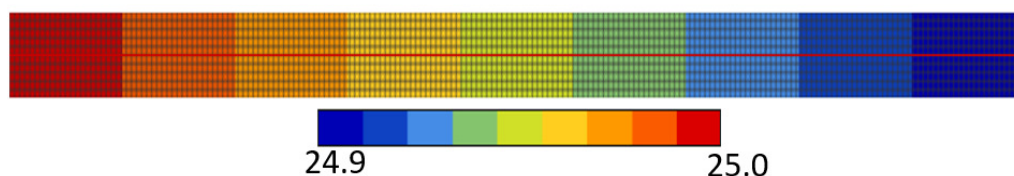


Figura 92 – Evolução das poropressões (MPa) dentro da geometria do modelo – Caso 1.

Nessa primeira simulação com poropressão no valor de 25 MPa, pode-se observar o avanço de saturação de água, apresentado na Figura 93. A abertura da fratura diminuiu para 2,86069E-4 m, equivalente a 28,6% da abertura original. Corroborando assim com a ideia de que o aumento da tensão efetiva, aumenta a deformação do meio. A vazão de saída na fratura foi de 1,4465E-6 m³/s, equivalente

a uma redução de 96,6% da vazão. O tempo de processamento foi de 758 segundos, 25% superior à simulação sem acoplamento mecânico.

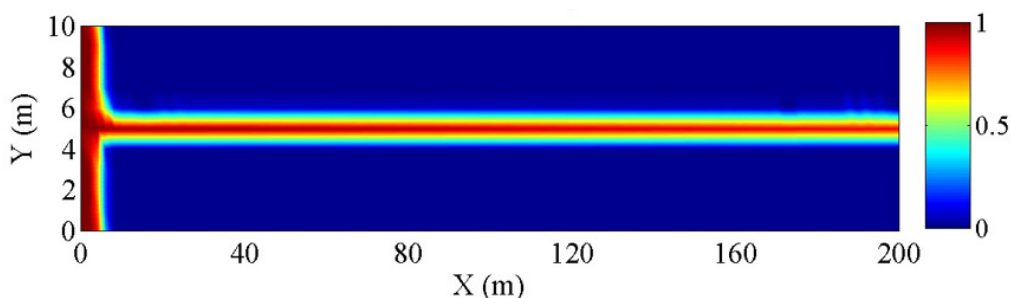


Figura 93 – Avanço da saturação de água com poropressão de 25MPa – Caso 1.

Repetindo essa simulação com variações de poropressões de 35, 45, 55, 65, 75 e 85 MPa, obtêm-se os resultados apresentados na Tabela 12.

Como pode ser observado na Tabela 12, com o valor de 55MPa de poropressão, encontra-se quase os mesmos resultados que na simulação feita sem considerar o efeito mecânico das tensões, pois é equivalente a condição inicial de poropressão. A abertura é 4,14% menor que o tamanho original. E a vazão de saída é de 1,44% menor que a análise sem acoplamento. Além disso, os valores de tempo de processamento são ligeiramente mais altos, 14,9%, em decorrência dos cálculos mecânicos adicionais.

Em resumo, de acordo com os resultados apresentados na Tabela 12, com o aumento da poropressão acima de 55MPa, relacionado ao aumento da pressão de injeção em relação a poropressão inicial, e consequente diminuição da tensão efetiva, a abertura da fratura tende a aumentar, e a vazão de saída fratura consequentemente, também, aumenta. Abaixo de 55MPa de poropressão, efeito relacionado a depleção, há aumento da tensão efetiva, a abertura das fraturas tende a diminuir, e consequentemente, diminuir a vazão de saída da fratura. Baseado em tais análises, comprova-se que os efeitos mecânicos tem relevância nos resultados obtidos nas simulações.

Na Figura 94 apresenta-se um gráfico com a evolução das vazões de saída na fratura, no decorrer do tempo. Na Figura 95 é apresentada a variação da abertura das fraturas com o tempo para as distintas simulações executadas, com os distintos valores de poropressões.

Tabela 12 – Resultados das simulações.

Poropressão (MPa)	Tensão na fratura (MPa)	Abertura (m)	Vazão de saída (m ³ /s)	Tempo de Processamento (s)
25	60	2.86069e-4	-1.4465e-06	758
35	50	4.93100e-4	-8.3359e-06	753
45	40	9.55003e-4	-1.6278e-05	741
55	30	9.95860e-4	-4.1683e-05	693
65	20	1.45248e-3	-1.2843e-04	736
75	10	1.62362e-3	-1.7851e-04	743
85	0	1.82700e-3	-2.3441e-04	769

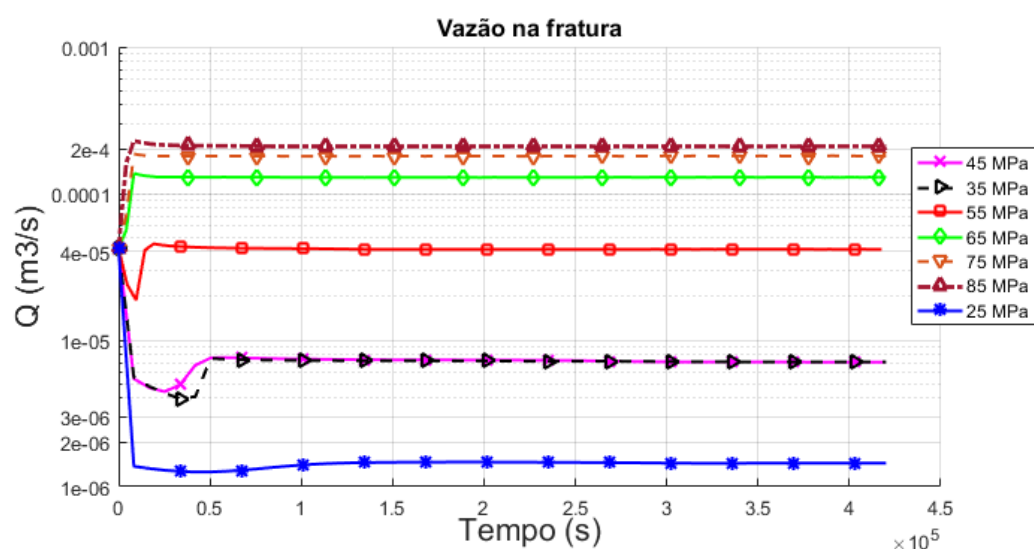


Figura 94 – Vazões de saída na fratura no decorrer do tempo para cada simulação com distintas poropressões.

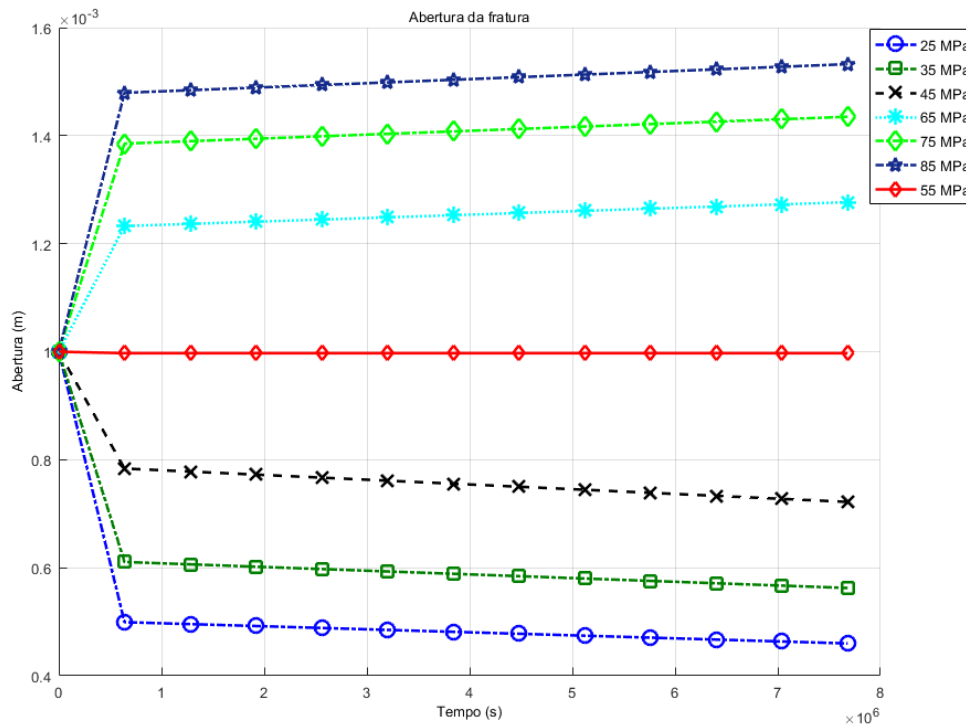


Figura 95 – Abertura da fratura no decorrer do tempo para cada simulação com distintas poropressões.

8.4.

Exemplo 3 – Simulação acoplada - meio com uma fratura no meio do domínio

Para testar a eficiência do código acoplado em modelos com fraturas imersas no domínio, é proposta a análise de mais um modelo. Nesse caso, o modelo simulado possui uma fratura imersa no meio do domínio de seção vertical, conforme pode ser visto no modelo esquemático do problema, na Figura 96. Nesse caso também se considera uma tensão vertical σ_v de 85MPa, poropressão inicial p_p^0 de 55MPa e condições de contorno edométricas.

Para avaliar os efeitos da variação de tensões efetivas, decorrentes da injeção e depleção no modelo, considera-se sete variações de poropressões: 25, 35, 45, 55, 65, 75 e 85 MPa. Os aumentos de poropressões (65, 75 e 85 MPa) além do valor inicial, 55 MPa, referem-se ao efeito da injeção no modelo. Já as reduções de poropressões (25, 35 e 45 MPa) referem-se ao efeito de depleção no modelo, que acarretam aumento da tensão efetiva σ' .

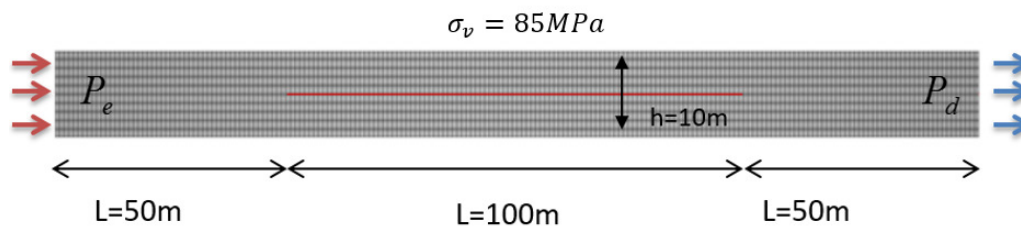


Figura 96 – Modelo esquemático – Caso 2.

Considerando a primeira simulação com poropressão no valor de 25 MPa, também se considera um gradiente de pressões entre o lado esquerdo e direito de 0,1MPa, como pode ser visto na Figura 97.

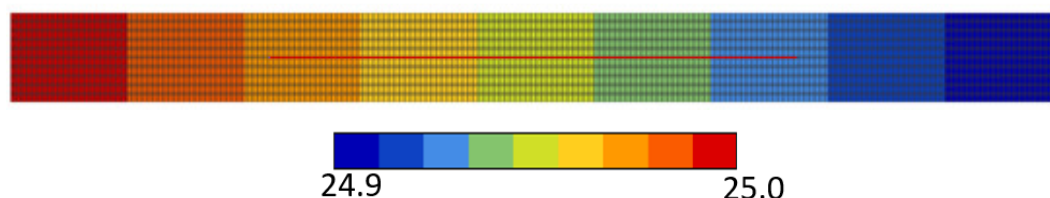


Figura 97 – Evolução das poropressões (MPa) dentro da geometria do modelo – Caso 2.

Para as demais simulações (35, 45, 55, 65, 75 e 85MPa) os valores de gradiente de pressões se mantêm em 0,1MPa. De modo que, atualiza-se a cada simulação os valores de pressão P_e de água no contorno esquerdo e, no contorno direito, a pressão de saída P_d (com P_d sendo 0,1MPa menor que P_e).

O tempo simulado é de 92 dias. Esse tempo é bastante superior ao do exemplo anterior, pois a frente do avanço de saturação de água deve alcançar a fratura varrendo o domínio, o que é mais lento que o caso anterior, em que a água encontrava diretamente um caminho preferencial de escoamento. Os dados relevantes para este problema são apresentados na Tabela 13.

Nessa primeira simulação com poropressão no valor de 25 MPa, pode-se observar o avanço de saturação de água, apresentado na Figura 98. A abertura da fratura diminuiu para 4,56291E-4 m, equivalente a 45,6% da abertura original. Corroborando assim com a ideia de que o aumento da tensão efetiva, aumenta a deformação do meio, tendendo a fechar a fratura.

Tabela 13 – Dados relevantes.

Dimensões do domínio	200 m \times 10 m
Propriedades da rocha	$\phi^m = 0,08$; $k^m = 1$ md E = 16900 MPa; Poisson = 0,3 K normal = 12041,0 MPa/m K tangencial = 5557,0 MPa/m
Propriedades da fratura	$k^f = 1000000$ md ; $\phi = 1$; Abertura = 1 mm
Propriedades do fluido	$\mu_w = 1$ cp ; $\mu_n = 0,45$ cp $\rho_w = 1000$ kg/m ³ ; $\rho_n = 660$ kg/m ³
Relação de permeabilidade	$m = 2$ (Quadrático); Equações (97), (98) e (99)
Saturação residual	$S_{rw} = 0,00$; $S_{rn} = 0,00$
Variação da permeabilidade	Rocha matriz: Equação (91) Fratura: Equação (92)
Variação da porosidade	Equação (93)
Tamanho da malha	2000 triângulos
Tempo de simulação	92 dias

Essa simulação é repetida com variações de poropressões de 35, 45, 55, 65, 75 e 85 MPa. Os resultados do avanço da frente de saturação de água para as variações de poropressões de 25, 45, 55, 75 e 85 MPa são apresentados, respectivamente, na Figura 98, Figura 99, Figura 100, Figura 101 e Figura 102.

Na Figura 103 é apresentado um gráfico com a variação da abertura das fraturas com o tempo para as distintas simulações executadas, com os distintos valores de poropressões. A Tabela 14 apresenta um resumo dos resultados das simulações.

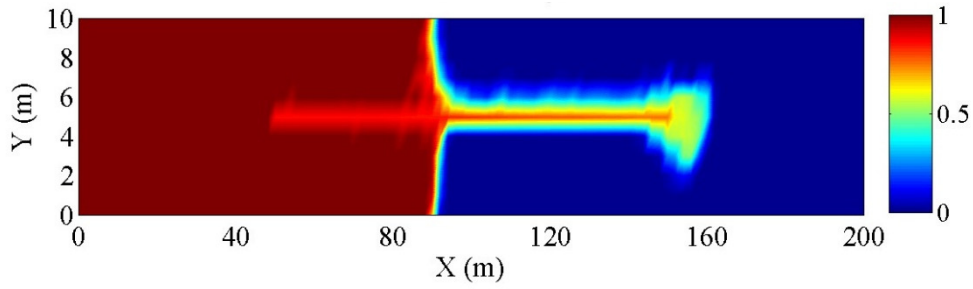


Figura 98 – Avanço da saturação de água com poropressão de 25MPa – Caso 2.

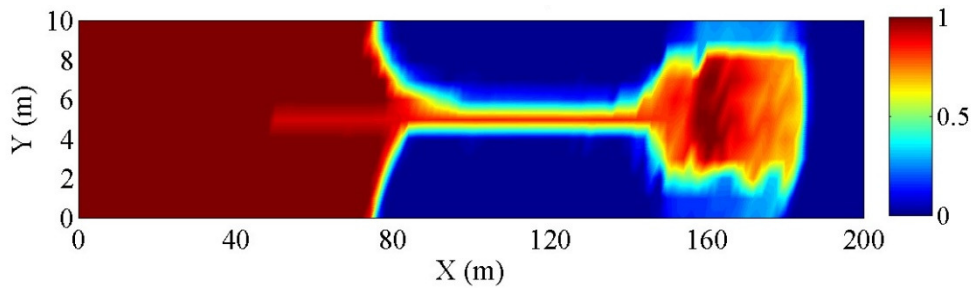


Figura 99 – Avanço da saturação de água com poropressão de 45MPa – Caso 2.

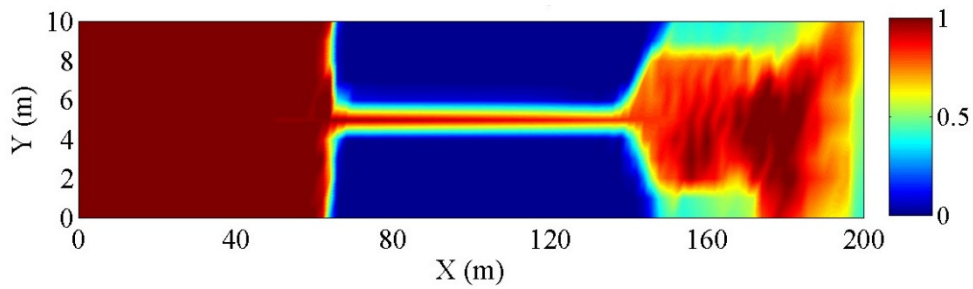


Figura 100 – Avanço da saturação de água com poropressão de 55MPa – Caso 2.

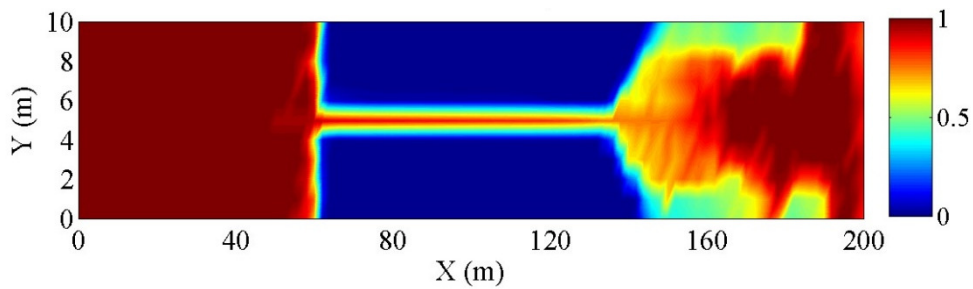


Figura 101 – Avanço da saturação de água com poropressão de 75MPa – Caso 2.

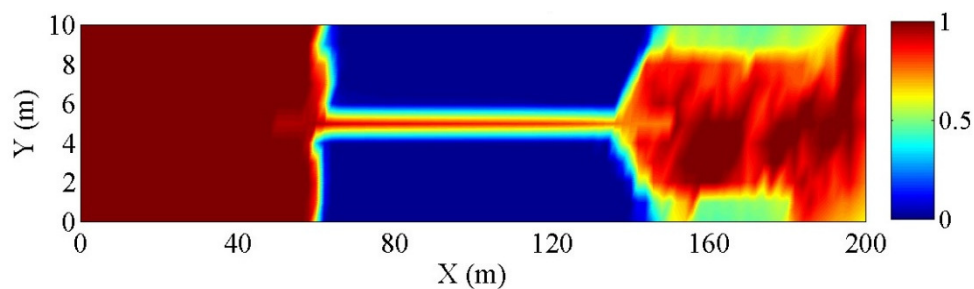


Figura 102 – Avanço da saturação de água com poropressão de 85MPa – Caso 2.

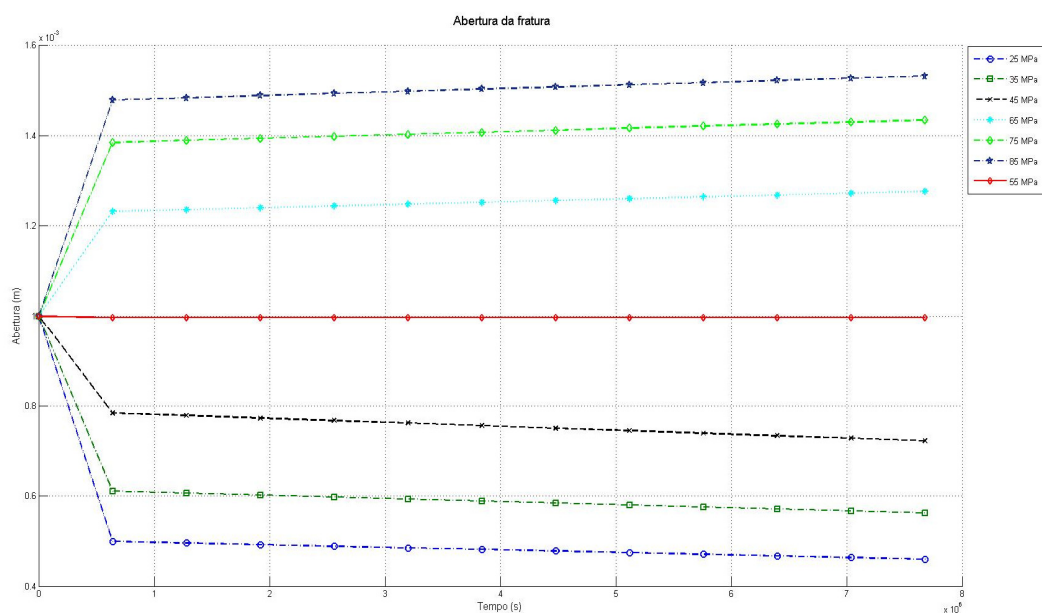


Figura 103 – Abertura da fratura no decorrer do tempo para cada simulação com distintas poropressões – Caso 2.

Como se pode observar na Figura 98, Figura 99, Figura 100, Figura 101 e Figura 102, a frente de saturação de água alcança o contorno de saída (à jusante) mais rapidamente quando as poropressões são mais altas. Isso porque, quando as poropressões são mais altas, há redução da tensão efetiva, permitindo a abertura da fratura, que tende a criar um caminho preferencial para escoamento da água, deixando de “varrer” o domínio.

Por exemplo, para poropressão de 25 MPa, a tensão efetiva é aumentada e a abertura da fratura é diminuída a $4,56 \times 10^{-4}$ m, que é equivalente a 45,6% do tamanho original, o que prejudica o escoamento preferencial de água pela fratura e

permite a água “varrer” o óleo até aproximadamente 80 m no eixo x. Já para poropressão de 85 MPa, a tensão efetiva é nula, e há um aumento da abertura da fratura para 1,54E-03 m, o que é equivalente a 153,7% do tamanho inicial de abertura da fratura, permitindo um escoamento mais fácil de água pela fratura e alcançando o contorno de saída mais rapidamente. Nesse caso, o domínio é efetivamente “varrido” apenas até 60 m.

Pode-se observar na Figura 103 que com o valor de 55MPa de poropressão, condição inicial, praticamente não há alteração da abertura da fratura, apenas 0,19% de redução do tamanho da abertura. Além disso, pelo efeito da depleção, a varredura do óleo é mais eficiente para valores inferiores de poropressão de 55MPa, apresentando maiores valores de tensão efetiva na fratura, o que faz com que a abertura da fratura seja diminuída.

Tabela 14 – Resultados das simulações.

Poropressão (MPa)	Tensão efetiva na fratura (MPa)	Abertura da fratura (m)	Relação entre a abertura da fratura obtida e a inicial (%)
25	60	4,56E-04	45,63
35	50	5,58E-04	55,81
45	40	7,16E-04	71,64
55	30	9,98E-04	99,81
65	20	1,28E-03	128,14
75	10	1,44E-03	143,98
85	0	1,54E-03	153,72

9.1.**Considerações finais**

Essa tese desenvolveu uma metodologia para avaliar o escoamento bifásico considerando os efeitos mecânicos em uma célula de um modelo de simulação de reservatórios fraturados, em que as fraturas são representadas explicitamente de maneira discreta, usando uma metodologia que não cria um aumento excessivo do número de elementos.

A respeito da metodologia de representação das fraturas no modelo, a adoção do modelo de abertura nula, com a utilização de elementos quadrilaterais colapsados (no caso 2D), para discretizar geometrias complexas, nas simulações de escoamento bifásico e escoamento bifásico acoplado mostrou-se eficiente e eficaz, sem aumentar de maneira significativa o número de elementos e, assim, sem aumentar significativamente o esforço computacional.

Além de apresentar um procedimento inovador para geração de malhas complexas geometricamente, essa tese também buscou desenvolver e validar um simulador de escoamento bifásico verdadeiramente conservativo de volumes, em meios porosos meios porosos heterogêneos e meios porosos fraturados.

O método FE-RT-DG, que simulador de escoamento bifásico e é analisado nessa tese, apesar de possuir a natureza dos elementos finitos, amplamente conhecido por não conservar volumes, conseguiu superar essa restrição pela utilização da metodologia proposta nessa tese. A utilização do pós-processamento das velocidades de Raviart-Thomas de baixa ordem, o uso de Galerkin descontínuo para captar mudanças abruptas de saturações e a implementação do algoritmo limitador de inclinação, foram itens decisivos para alcançar resultados de conservação de volume considerados verdadeiramente conservativos.

Cabe aqui ressaltar o efeito significativo do algoritmo limitador de inclinação multidimensional, que foi nessa tese implementado, para tornar o FE-RT-DG um método verdadeiramente conservador de volumes. A partir da implementação

anterior de Passos (2013), foram executadas mudanças e a implementação do algoritmo limitador de inclinação multidimensional. E. comparativamente aos trabalhos anteriores (Passos, 2013), a implementação do limitador de inclinação multidimensional reduziu os erros de balanço de volumes obtidos da ordem de 0,01% para valores de ordem inferior a E-09% em todos os exemplos testados.

Além disso, o método FE-RT-DG foi validado atingindo resultados muito próximos dos valores obtidos por métodos de volumes finitos, via MRST, que conservam volumes. O método FE-RT-DG mostrou-se capaz de simular geometrias complexas com eficiência e conservando volumes. Vale ressaltar que os tempos de simulação foram consideravelmente reduzidos pela troca de linguagem em MATLAB, pela linguagem C, necessária ao acoplamento mecânico.

Acerca da inclusão dos efeitos mecânicos em escoamentos bifásicos, incluiu-se o módulo mecânico de (Müller, 2007) ao código de escoamento bifásico FE-RT-DG, já validado, ambos em linguagem C. Considerou-se um modelo constitutivo elástico para a matriz e para a fratura. Pelos resultados apresentados, pode-se observar que, mesmo com a utilização de um modelo constitutivo elástico, a consideração dos efeitos mecânicos altera o comportamento do escoamento no meio poroso, melhorando ou dificultando a varredura de óleo pela injeção de água. Além disso, a abertura e fechamento das fraturas, também, acarretam efeitos no escoamento bifásico, alterando a permeabilidade e a porosidade equivalente do meio.

Assim, comprova-se que simulações acopladas proporcionam resultados que tendem a ser mais realistas, por considerarem os efeitos mecânicos inerentes, e não apenas o fluxo bifásico. A união de um método de escoamento bifásico verdadeiramente conservativo com um módulo mecânico eficiente, pode ajudar a melhorar as previsões de produção em células de modelos de reservatórios complexos.

9.2. Sugestões

Como sugestões para continuação da pesquisa sugere-se, inicialmente, criar um *plugin* de modo a incluir o TopS diretamente no gerador de malha, diminuindo as etapas de edição de processamento da malha.

Em termos do simulador de escoamento, o próximo passo seria a inclusão de pressão capilar e efeitos de gravidade, e, a seguir, adicionar uma nova dimensão ao simulador tornando-o 3D. Uma vez que tais características influenciam fortemente o escoamento em um meio poroso.

A respeito do módulo mecânico, sugere-se a inclusão do modelo constitutivo de Barton-Bandis para representação do comportamento das fraturas e modelos constitutivos elastoplásticos para representação do comportamento da matriz carbonática.

A respeito do módulo acoplado, é possível realizar o abastecimento de uma tabela de pseudoacoplamento, que relacione a pressão de poros com os respectivos multiplicadores de porosidade e permeabilidades, para realizar simulações acopladas de um reservatório real.

Adicionalmente, podem ser acoplados os módulos que consideram os efeitos da variação de temperatura e de transferência de massa.

Além disso, como o método FE-RT-DG com acoplamento mecânico apresenta grande potencial para simulação de células de modelos de reservatórios de grande complexidade, sugere-se também melhorias na diminuição do tempo de processamento das simulações, com por exemplo, a otimização das rotinas computacionais, paralelização do código e utilização de ferramentas de placa gráfica.

Por fim, sugiro o desenvolvimento de uma janela iterativa de modo a proporcionar respostas mais instantâneas a partir do código em linguagem C.

Referências Bibliográficas

AGAR, S. M., GEIGER, S., MATTHAI, S., ALWAY, R., TOMAS, S., IMMENHAUSER, A., KABIRI, L. The impact of hierarchical fracture networks on flow partitioning in carbonate reservoirs: examples based on a Jurassic carbonate ramp analog from the High Atlas, Morocco. 1-17. **Annual Technical Conference and Exhibition**, Florence, Italy, 2010.

AHR, W. M. **Geology of Carbonate Reservoirs: the identification, description, and characterization of hydrocarbon reservoirs in carbonate rocks**. New Jersey, USA, 2008: John Wiley & Sons. 277p.

ALCOFORADO, M.M. **Modelagem computacional de escoamento Bifásico em meios porosos heterogêneos com acoplamento geomecânico**. Tese de Doutorado, LNCC, Petrópolis, 2007.

BAKER, R.O.; KUPPE, F. Reservoir Characterization for Naturally Fractured Reservoirs. SPE 63286. **SPE Annual Technical Conference and Exhibition**. Dallas, Texas, 2000.

BIOT, M. A. **General theory of three-dimensional consolidation**. Journal of Applied Physics, American Institute of Physics, 12 (2), pp.155-164, 1941.

BROOKS, R.; COREY, A. **Hydraulic properties of porous media**. Hydrol Pap, vol.3. Fort Collins: Colorado State Univ., 1964.

BUCKLEY, S. E.; LEVERETT, M. C. **Mechanism of fluid displacement in sands**. AIME Transactions, 146, pp. 107–116, 1941.

CARBONATE RESERVOIR GROUP. Disponível em: <<https://carbonates.hw.ac.uk/about/>>. Acesso em: 20 abr. 2018.

CHAVENT, G.; JAFFRÉ J. **Mathematical models and finite elements for reservoir simulation. Studies in mathematics and its applications.** North-Holland: Elsevier, 1986.

CHAVENT, G.; ROBERTS, J. E. **A unified physical presentation of mixed, mixed-hybrid finite elements and standard finite difference approximations for the determination of velocities in water flow problems.** Advanced in Water Resources, 14, 6:329-348, 1991.

CORAPCIOGLU, M.Y. **Land subsidence a state of the art review. Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media.** En: Bear and M. Y. Corapcioglu (Ed.), NATO ASI Series E.82, Martinus Nijhott Publishers, 369-444, 1984.

CORREA, M. R.; LOULA, A. F. D. **Stabilized velocity post-processings for Darcy flow in heterogenous porous media.** Communications in Numerical Methods in Engineering, 23:461–489, 2007.

DESAI C.; SIRIWARDANE, H. **Constitutive Laws for Engineering Materials, with Emphasis on Geologic Materials.** New Jersey: Prentice-Hall, 1984.

DOMINGUES, D. L. P. **Caracterização geológica e geomecânica de travertinos.** Rio de Janeiro. 315p. Dissertação de mestrado - Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro, 2011

ESPINHA, R.; CELES, W.; RODRIGUEZ, N.; H. PAULINO, G. **ParTopS: Compact topological framework for parallel fragmentation simulations.** Eng. Comput. (Lond.), 25. 345-365, 2009.

FALCÃO, F.O. L. **Efeitos Geomecânicos na Simulação de Reservatórios de Petróleo.** Rio de Janeiro. 152p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2002.

FALCÃO, F. O. L. **Simulação hidromecânica de reservatório carbonático de petróleo através de pseudoacoplamento**. Rio de Janeiro. 201 p. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2013.

FJAER, E.; HOLT, R.M.; HORSRUD P.; RAAEN A.M.; RISNES R. **Petroleum Related Rock Mechanics**. 2.ed. Amsterdam: Elsevier. 491 p, 2008.

FracGen 3D (Three-dimensional Fracture Generator), Telles, 2006. CD-ROM.

GALDINO, P. H. B. **Análise teórica de uma técnica de aproximação da velocidade de Darcy utilizando o método dos elementos finitos mistos e híbridos**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2009.

GOODMAN, R. **Introduction to Rock Mechanics**. New York: John Wiley & Sons, 1989, 560 p.

GOMES, I. F. **Implementação em elementos finitos das equações de pressão e saturação para simulação de fluxo bifásico em reservatórios de petróleo deformáveis**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, 2009.

HANDIN J.; HAGER Jr. R. V.; FRIEDMAN, M., FEATHER, J. N. **Experimental deformation of sedimentary rocks under confining pressure: pore pressure tests**. Bulletin of American Association of Petroleum Geologists, v. 47, p. 717 – 55, 1963.

HELMIG, R. **Multiphase flow and transport process in the subsurface: a contribution to the modeling of hydrosystems**. 1997. Springer.

HOTEIT, H.; FIROOZABADI, A. **Numerical modeling of two-phase flow in heterogeneous permeable media with different capillarity pressures**. Advances in Water Resources, 31:56-73, 1997.

HOTEIT, H.; FIROOZABADI, A. **An efficient numerical model for incompressible two-phase flow in fractured media.** Advances in Water Resources, 31:891-905, 2008.

HUGHES, T.; MAZZEI, L.; JANSEN, K. **Large eddy simulation and the variational multiscale method.** Comput. Vis. Sci, 2000.

IBAÑEZ, J. P. **Modelagem Constitutiva para Solos com Ênfase em Solos Não Saturados.** Rio de Janeiro. 241p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2003.

ICEM CFD 3D v.14 da ANSYS. CD-ROM.

INOUE, N.; FONTOURA, S.A.B. Answers to some questions about the coupling between fluid flow and rock deformation in oil reservoirs. **SPE/EAGE Reservoir Characterization and Simulation Conference**, 2009.

JIANG, J;; YOUNIS, RAMI. **Numerical Study of Complex Fracture Geometries for Unconventional Gas Reservoirs Using a Discrete Fracture-Matrix Model.** Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2015.

JOHNSON, J. P., RHETT, D. W., SIEMERS, W. T. **Rock mechanics of the Ekofisk reservoir in the evaluation of subsidence.** Journal of Petroleum Technology, July, p. 717–22, 1989.

KIEWIET, M.C.D. **Comportamento hidromecânico de zonas de falha em travertino: Estudo Experimental e Numérico sobre o Impacto da Reativação Estrutural na Produção de Reservatórios.** Tese de Doutorado, Programa de Pós-graduação em Geologia, Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2015.

LEWIS, R.W.; SCHREFLER, B.A. **A fully coupled consolidation model of the subsidence of Venice.** Wat. Res. Research, 14, 223-30, 1978.

LEWIS, R.W.; SCHREFLER, B.A. **The finite element method in the deformation and consolidation of porous media.** AWiley – Intescience publication. New York, 1987.

LEWIS, R.W.; SCHREFLER, B.A. **The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media.** Chichester: Wiley. 2nd ed., 1998.

LI, B. Q. **Discontinuous Finite Elements in Fluid Dynamics and Heat Transfer.** Springer-Verlag. 2006.

LIMA, B.F. **Simulação de Reservatórios Naturalmente Fraturados.** Rio de Janeiro, 120p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2013

MANGIONE A., LEWIS S., GEIGER S., VAN DER LAND C. **Improving the estimation of porosity and permeability distribution by linking basin modelling to diagenetic evolution of carbonate reservoirs.** SPE Paper 166000. 2013.

MEJÍA CAMONES, L. A. **Simulação Numérica do Processo de Propagação de Fraturas em Materiais Rochosos em Condições de Acoplamento Fluidomecânico.** Rio de Janeiro, 2015. 139p. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2015.

MATLAB. Disponível em: < <https://www.mathworks.com/products/matlab.html> >. Acesso em: 10 mar. 2013.

MATLAB RESERVOIR SIMULATION TOOLBOX (MRST). Disponível em: < <https://www.sintef.no/projectweb/mrst/> >. Acesso em: 20 jul. 2015.

MTOOL. Tecgraf PUC-Rio. Mtool (Two-dimensional Mesh Tool). Disponível em: < <http://www.tecgraf.puc-rio.br/~william/mtool/> >. Acesso em: 20 abr. 2018.

MÜLLER, A. L. **Análise numérica da estabilidade de poços de petróleo considerando a variabilidade espacial e acoplamento fluido-mecânico.** Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2007.

MÜLLER A. L., VARGAS, JR E. A., VAZ L. E., GONÇALVES C. J. **Wellbore response analysis considering spatial variability and fluid-mechanical coupling: Proceedings of the fifth international workshop on applied computational mechanics and geotechnical engineering.** London: Taylor and Francis. 2007.

MÜLLER, A. L., E. A. VARGAS JR., C. ZAMBRANO AND C. J. GONÇALVES **Numerical simulation of solids production using standard and Cosserat continua. US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium ARMA, 2011.**

MUÑOZ MAZO, E.O. **Estratégias de Produção em Reservatórios Naturalmente Fraturados.** Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências. Campinas, São Paulo, 2005.

NAVARRO, O.G.V. Closure of natural fractures caused by increased effective stress, a case study: Reservoir Robore III, Bulo Bulo, Bolívia. SPE 153609. **SPE Latin America and Caribbean Petroleum Engineering Conference**, Mexico, 2012.

NELSON, R. **Geological Analysis of Naturally Fractured Reservoirs.** 2. ed. Houston, Texas, EUA: Gulf Publishing Company, 2001.

PAITAN, C. A. T. **Modelagem numérica de fluxo em meios fraturados e meios porosos fraturados.** Rio de Janeiro. 107 p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2013.

PASSOS, N. C. S. T. P (2013). **Análise de procedimentos numéricos para simulação de escoamento bifásico em meios porosos heterogêneos**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

PAULINO, G. H.; CELES, W.; ESPINHA, R.; ZHANG, Z. **A general topology-based framework for adaptive insertion of cohesive elements in finite element meshes**. Eng. Comput. (Lond.). 2008.

PEACEMAN, D. W. **Fundamentals of numerical reservoir simulation**. New York: Elsevier, 1977.

PEREIRA, L. C. **Simulação de Fluxo em Reservatórios sob Efeito da Compactação**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE. Rio de Janeiro, 2007.

RHINOCEROS 3D. Disponível em: < <https://www.rhino3d.com/> >. Acesso em: 20 nov. 2015.

RIBEIRO, W. N. **Avaliação de soluções numéricas para análise de fluxo bifásico com acoplamento geomecânico em meios porosos heterogêneos**. Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2011.

RIGHETTO, G. L. **Simulação Hidromecânica de Reativação de Falhas em Reservatórios de Petróleo: Abordagens por Interações de Contato e Plasticidade**. Rio de Janeiro. 220p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2012.

ROSA, A. J.; CARVALHO, R. S.; XAVIER, J. A. D. **Engenharia de reservatórios de petróleo**. Interciência: PETROBRAS, 832P, Rio de Janeiro, 2006.

SEN V.; SETTARI, T. **Coupled Geomechanical and Flow Modeling of Compacting Reservoirs**. The Leading Edge, dezembro, 2005.

SETTARI, A.; MOURITS, F. M. A. Coupled Reservoir and Geomechanical Simulation System. Society of Petroleum Engineers. Paper SPE 50939 **SPE Reservoir Simulation Symposium**, Houston, 14-17 fev, 1999.

TELLES, I. A. **Desenvolvimento de um Sistema Integrado para Modelagem de Fluxo e Transporte em Meios Porosos e Fraturados**. Dissertação de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 164pp, 2006.

TERZAGHI, K. **Theoretical Soil Mechanics**. Wiley, New York, 1943.

TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N. **Theory of Elasticity**. New York: McGraw-Hill Book Company, 1970.

TRIANGLE. A **Two-Dimensional Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator**. Computer Science Division, University of California, Berkeley, USA. Disponível em: < <https://www.cs.cmu.edu/~quake/triangle.html> >. Acesso em: 02 nov. 2015.

TURSKA E., SCHREFLER B. A. **On convergence conditions of partitioned solution procedures for consolidation problems**. Comp Meth Appl Mech Eng; 106:51–63, 1993.

Apêndice A - Condução de calor 1D

Exemplo 1 - Condução de calor 1D

Para exemplificar, é apresentada a aplicação do método a um caso de transferência de calor 1D, um dos casos mais simples do tipo, mas que permite visualizar a eficiência do método. Esse problema é proposto em Li. B. Q. (2006).

A equação que governa o problema é dada pela equação:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad (\text{A. 1})$$

Com as condições de contorno:

$$\begin{aligned} T(x = 0) &= 0 \\ T(x = 1) &= 1 \end{aligned} \quad (\text{A. 2})$$

Onde T é a temperatura, sendo a solução analítica do problema $T(x) = x$.

A equação (A. 1) pode também ser escrita de uma forma mista, que divide a equação de segunda ordem em duas de primeira ordem, do tipo:

$$\begin{aligned} -\frac{dq}{dx} &= 0 \\ q - \frac{dT}{dx} &= 0 \\ x &\in [0,1] \end{aligned} \quad (\text{A. 3})$$

Na equação (A. 3) q representa o fluxo de calor e é tomado como variável na primeira das equações. Integrando por partes se obtém as equações:

$$\int_{x_j}^{x_{j+1}} q_h \frac{dw}{dx} dx - \hat{q}_{j+1} w_{j=1}^- + \hat{q}_j w_j^+ = 0 \quad (\text{A. 4})$$

$$\int_{x_j}^{x_{j+1}} q_h v dx + \int_{x_j}^{x_{j+1}} T_h \frac{dv}{dx} dx - \hat{T}_{j+1} v_{j=1}^- + \hat{T}_j v_j^+ = 0 \quad (\text{A. 5})$$

Onde w e v são funções de interpolação, e T e q são substituídos pelos fluxos numéricos genéricos \hat{T} e \hat{q} .

O próximo passo é escolher expressões de fluxo apropriadas que permita relacionar as variáveis no contorno dos elementos, Figura 104.

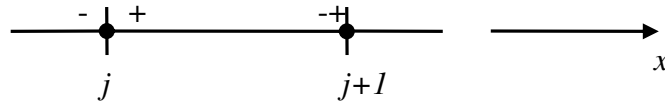


Figura 104 - Valores no contorno do elemento j . (Passos, 2013)

Os fluxos numéricos são escolhidos como:

$$\hat{T}_j = \begin{cases} T_j^-, & j = 1 \\ 0,5(T_j^- + T_j^+) + C_{12}(T_j^- - T_j^+), & j = 2, \dots, N \\ T_j^+, & j = N + 1 \end{cases} \quad (\text{A. 6})$$

$$\hat{q}_j = \begin{cases} q_j^- - C_{11}(T_j^- - T_j^+), & j = 1 \\ 0,5(q_j^- + q_j^+) - C_{11}(T_j^- - T_j^+) - C_{12}(q_j^- - q_j^+), & j = 2, \dots, N \\ q_j^- - C_{11}(T_j^- - T_j^+), & j = N + 1 \end{cases} \quad (\text{A. 7})$$

Onde C_{11} e C_{12} são duas constantes, os valores selecionados são mostrados nos parágrafos subsequentes. N representa o número de elementos.

O domínio do elemento é representado como $\Omega_j = [x_j, x_{j+1}]$ e são escolhidas funções de forma lineares:

$$\phi_j(\xi) = \phi_1(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi) \quad (\text{A. 8})$$

$$\phi_{j+1}(\xi) = \phi_2(\xi) = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (\text{A. 9})$$

Com as funções de forma as variáveis T_h e q_h podem ser interpoladas como:

$$T_h(\xi) = \phi_1(\xi)T_j^+ + \phi_2(\xi)T_{j+1}^- \quad (\text{A. 10})$$

$$q_h(\xi) = \phi_1(\xi)q_j^+ + \phi_2(\xi)q_{j+1}^- \quad (\text{A. 11})$$

As coordenadas dos nós podem ser escritas:

$$x(\xi) = \phi_1(\xi)x_j + \phi_2(\xi)x_{j+1} \quad (\text{A. 12})$$

E o tamanho do elemento:

$$h_{(j)} = x_{j+1} - x_j \quad (\text{A. 13})$$

Aplicando Galerkin, isto é, as funções peso são as mesmas funções de forma:

$$v = \{\phi_1(\xi), \phi_2(\xi)\}^T \quad (\text{A. 14})$$

$$w = \{\phi_1(\xi), \phi_2(\xi)\}^T \quad (\text{A. 15})$$

Fazendo as substituições nas equações (A. 16), (A. 6) e (A. 17) obtém-se as expressões para o elemento j :

$$\begin{aligned} & \int_{x_j}^{x_{j+1}} \begin{pmatrix} d\phi_1/dx \\ d\phi_2/dx \end{pmatrix} (\phi_1, \phi_2) dx \begin{bmatrix} q_j^+ \\ q_{j+1}^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (C_{12} + 0,5)q_j^+ \\ (C_{12} - 0,5)q_{j+1}^- \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} (C_{12} + 0,5)q_j^+ \\ (C_{12} - 0,5)q_{j+1}^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11}T_j^+ \\ C_{11}T_{j+1}^- \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} (C_{12} - 0,5)q_j^- \\ (C_{12} + 0,5)q_{j+1}^+ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11}T_j^- \\ C_{11}T_{j+1}^+ \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A. 16})$$

$$\begin{aligned} & \int_{x_j}^{x_{j+1}} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} (\phi_1, \phi_2) dx \begin{bmatrix} q_j^+ \\ q_{j+1}^- \end{bmatrix} \\ & + \int_{x_j}^{x_{j+1}} \begin{pmatrix} d\phi_1/dx \\ d\phi_2/dx \end{pmatrix} (\phi_1, \phi_2) dx \begin{bmatrix} T_j^+ \\ T_{j+1}^- \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} (0,5 - C_{12})T_j^+ \\ -(C_{12} + 0,5)T_{j+1}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(C_{12} + 0,5)T_j^- \\ (0,5 - C_{12})T_{j+1}^+ \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A. 17})$$

Para a solução das equações (A. 16) e (A. 17) programou-se uma rotina computacional em Matlab 2010® que faz a integração numérica considerando dois pontos de Gauss. Para o cálculo do sistema de equações foi empregado o método de substituição sucessiva, para o qual fui assumido um critério de convergência igual ao empregado no MEF:

$$\left[\frac{\sum_{j=1}^N (T_{j,k+1}^- - T_{j,k}^-)^2 + (T_{j,k+1}^+ - T_{j,k}^+)^2 + (q_{j,k+1}^- - q_{j,k}^-)^2 + (q_{j,k+1}^+ - q_{j,k}^+)^2}{\sum_{j=1}^N (T_{j,k+1}^-)^2 + (T_{j,k+1}^+)^2 + (q_{j,k+1}^-)^2 + (q_{j,k+1}^+)^2} \right] \quad (\text{A. 18})$$

O exemplo foi analisado em duas partes. Na primeira, foram dados valores de $C_{11} = 4$, $C_{12} = 0,5$, $N = 3$, e as condições de contorno foram $T(0) = 0$, $T = 1$. Após 30 iterações o problema convergiu atingindo os valores mostrados na Figura 105.

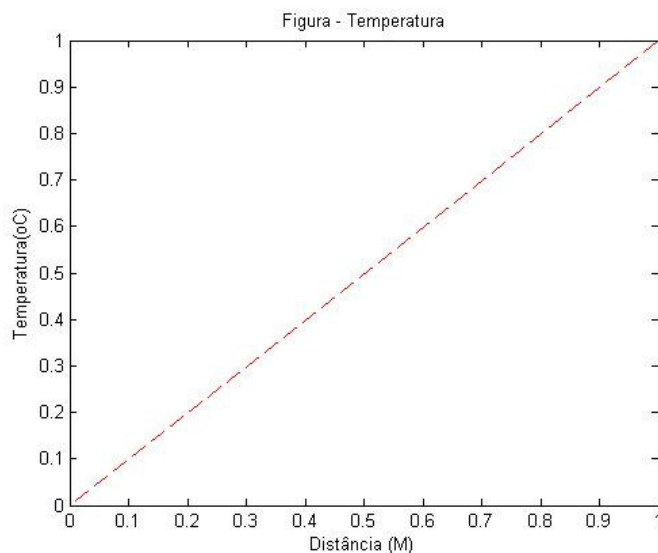


Figura 105 - Solução por MEFD do problema 1D de transferência de calor (equação (A. 1)).

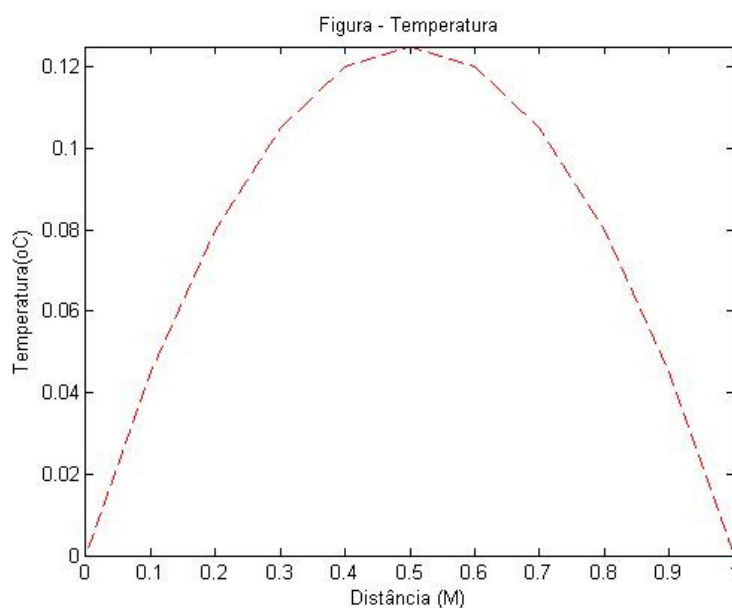


Figura 106 – Solução por MEFD do problema 1D de transferência de calor (equação (A. 1)), $Q = 1$, $T(0) = T(1) = 0$, com 10 elementos.

Como pode ser observado na Figura 105, os valores obtidos correspondem à solução analítica $T = x$.

Na segunda parte do problema foi considerada uma fonte prescrita de calor $Q = 1$, com valores nulos no contorno, isto é, $T(0) = T(1) = 0$. C_{11} e C_{12} assumiram valores de 4 e 0, respectivamente. O número de elementos, N , foi

aumentado para 10. Após 244 iterações obteve-se a solução mostrada na Figura 106, a qual foi muito próxima da solução exata.

Apêndice B - Desenvolvimento de um procedimento para geração de malhas de simulação para discretização de reservatório fraturado

Esse apêndice trata da caracterização das fraturas e dos procedimentos para a modelagem geométrica do meio poroso fraturado, que utiliza o programa FracGen 3D (*Three-dimensional Fracture Generator*), Telles (2006), em linguagem C++. A seguir, explana-se que esse modelo geométrico é exportado para o gerador de malha via *script*, criado por Paitan (2013). E, posteriormente, apresenta-se os procedimentos desenvolvidos para a geração da malha de elementos finitos a partir da modelagem geométrica criada no primeiro passo. Esses últimos utilizam o gerador de malha ICEM CFD 3D v.14 do grupo ANSYS.

Modelagem geométrica do meio fraturado - FracGen 3D

Para a criação do modelo geométrico é necessário definir o domínio e as fraturas presentes nesse modelo. Para isso, a geração do domínio e das fraturas é criada com a utilização do programa FracGen 3D (*Three-dimensional Fracture Generator*), desenvolvido por Telles (2006) em linguagem C++. Esse programa permite gerar fraturas em um meio tridimensional.

A capacidade do programa FracGen 3D de gerar fraturas foi avaliado em Telles (2006), que constatou que o programa não apresenta limitações em relação ao número de fraturas obtidas. O programa foi avaliado nesse item com a geração de 60 famílias de fraturas em uma região com dimensões 500 m X 500 m X 500 m, totalizando 2738 fraturas. Maiores detalhes a respeito do *software* podem ser encontrados em Telles (2006).

Características das fraturas

As características mais importantes de uma família de fraturas são: a orientação espacial, o tamanho, a frequência, a geometria da superfície, a forma e a natureza do preenchimento, a abertura e permeabilidade. Uma revisão detalhada de

cada uma dessas características pode ser encontrada em Telles (2006). Nesse trabalho, serão apresentados apenas algumas definições e pontos relevantes ao entendimento da modelagem realizada.

· Material de preenchimento

Segundo Paitan (2013), quando a fratura apresenta material de preenchimento, a condutividade hidráulica da fratura poderia chegar a ter o valor da condutividade hidráulica deste material. Contudo isso não seria tão real ou padrão devido ao fato que, às vezes, este material de preenchimento atua como um material quase impermeável, tornando a condutividade hidráulica da fratura menor do que seria se considerar a fratura sem preenchimento. Nessa tese as fraturas não possuem preenchimento específico e são consideradas abertas.

· Formato geométrico e dimensão

Com relação à forma e dimensão das fraturas naturais, estas não são bem conhecidas, devido à complexidade que apresentam em três dimensões. Segundo Paitan (2013), esta é uma das maiores incertezas ao se fazerem medições *in-situ* das fraturas no maciço rochoso. Mesmo assim, a geometria é o fator principal para caracterizar e compreender os processos e fenômenos que ocorrem nele. Consequentemente, as medidas destas características devem seguir procedimentos adequados para um maior aprimoramento.

De acordo com Telles (2006), a forma das fraturas é uma característica praticamente desconhecida. Telles (2006) considera que as fraturas podem ser representadas por superfícies planares, cuja forma pode ser circular ou poligonal regular, com número de lados variando de 4 a 16, como apresentado na Figura 107.

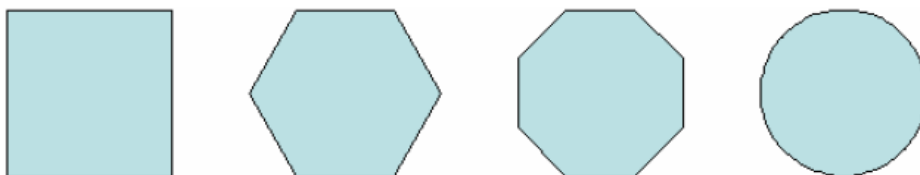


Figura 107 – Algumas formas de fraturas. (Telles, 2006).

Para adicionar uma única fratura ao FracGen 3D utiliza-se o modo denominado *single fracture* (SF) e tal modo requer a entrada de dados iniciais relacionadas à fratura como:

- Coordenadas do centro da fratura
- Direção de mergulho
- Mergulho
- Abertura
- Tamanho
- Número de lados.

Sistemas de fraturas

Segundo Telles (2006) os maciços rochosos são entrecortados por diversas famílias de fraturas, cada uma com suas características (orientação, espaçamento, abertura e outras) que lhes são particulares. Como o fluxo em uma fratura é dependente das demais fraturas, não é possível tratar as fraturas individualmente dentro do maciço. Assim é necessário considerar um sistema integrado de fraturas. De modo a representar esse sistema, no módulo denominado dentro do programa de *multi-fracture* (MF), Telles (2006) menciona que existem dois modos de geração de família de fraturas: determinístico (também chamado de “Metodologia 1”) e probabilístico (também denominado “Metodologia 2”).

O modo de geração de fraturas determinístico trabalha de forma muito simples, pois todos os dados necessários são conhecidos. Para geração dessas fraturas os dados necessários são a orientação (direção de mergulho e mergulho), a forma, o tamanho, a posição geométrica do centro da fratura, e a abertura.

Já no modo de geração de fraturas probabilístico, as fraturas são geradas de forma estocástica. Suas características são estimadas a partir de certas distribuições probabilísticas, em que o número de fraturas geradas na região é definido pela frequência e a localização dos centros, geradas aleatoriamente dentro dos limites da região. Para a geração estocástica das famílias de fraturas, os dados necessários são a posição do centro das fraturas; a orientação média (direção de mergulho e mergulho) e a distribuição de orientação (por exemplo, distribuição de Fisher); a frequência das fraturas, a partir da qual é calculado o espaçamento; a forma das

fraturas; a distribuição probabilística para estimar o tamanho das fraturas; e a distribuição de probabilidade para estimar a abertura das fraturas. (Telles, 2006).

Procedimento de criação do modelo geométrico

A geometria do domínio do problema é gerada no FracGen pela criação de superfícies e contornos. A seguir são geradas as famílias de fraturas de modo determinístico ou probabilístico, conforme o interesse. Em seguida, define-se o volume fechado da área de interesse e gera-se um arquivo de extensão (*.frc) onde se armazena as informações do domínio e da fratura, tais como: nome da família a qual a fratura pertence, numeração da fratura, coordenadas dos vértices das fraturas, etc. Para alimentar o programa gerador de malha necessita-se das coordenadas dos vértices das fraturas e do domínio. A Figura 108 apresenta o modo como o FracGen 3D apresenta as famílias de fraturas criadas de modo probabilístico, por exemplo.

Além disso, a Figura 109 apresenta outras funcionalidades que o programa oferece, como a inclusão de planos e topografias reais.

O FracGen 3D possui um módulo recentemente desenvolvido, denominado FracPlane, que possibilita, após a modelagem em 3D (ver Figura 110), criar uma seção de corte em uma direção definida, assim gerando um modelo em 2D (ver Figura 111). Essa geometria também pode ser enviada ao gerador de malha, assim com o modelo geométrica em 3D.

Para fins didáticos e para demonstrar a potencialidade da metodologia para aplicações em 3D, nos itens a seguir são apresentados os procedimentos para discretização do domínio considerando ilustrativamente modelos em 3D. Os procedimentos para modelos em 2D foram adaptados a partir do desenvolvimento feito no Icem CFD 3D para modelos 3D.

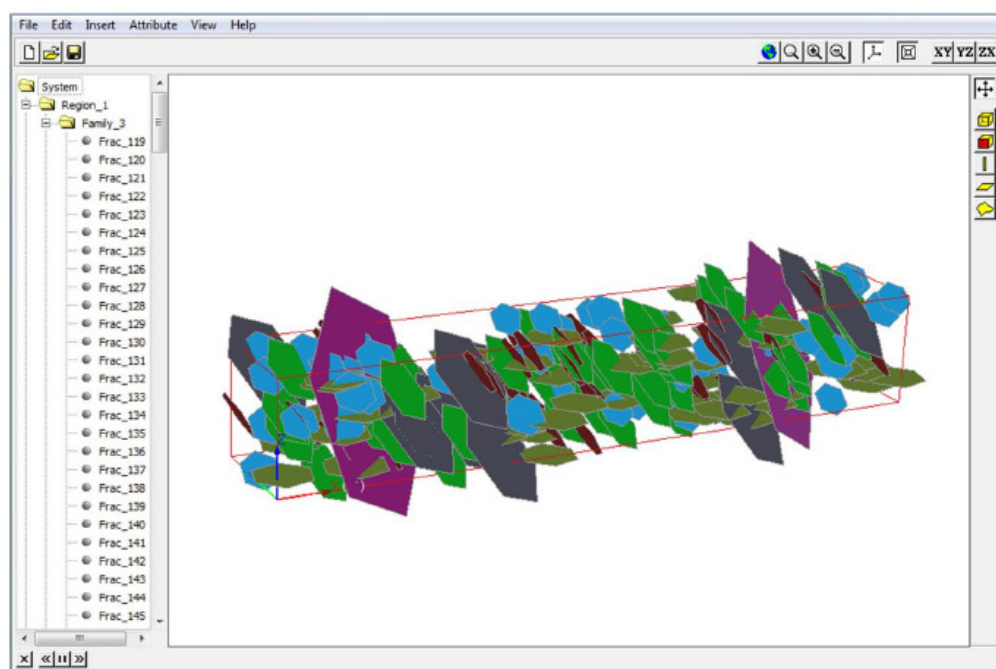


Figura 108 – Fraturas geradas com FracGen 3D. (Paitan, 2013)

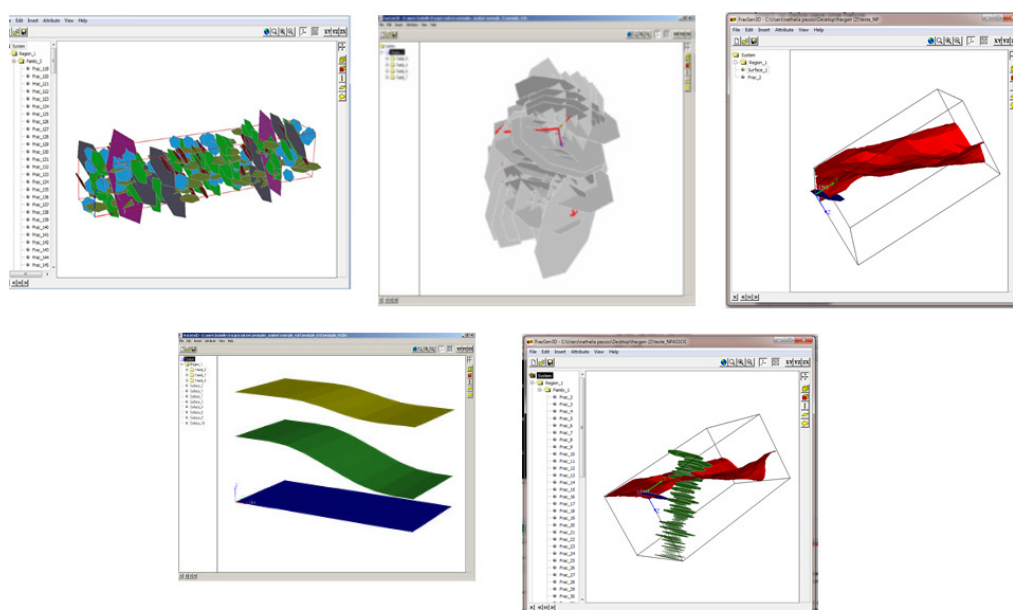


Figura 109 – Distintas funcionalidades possíveis no FracGen3D.

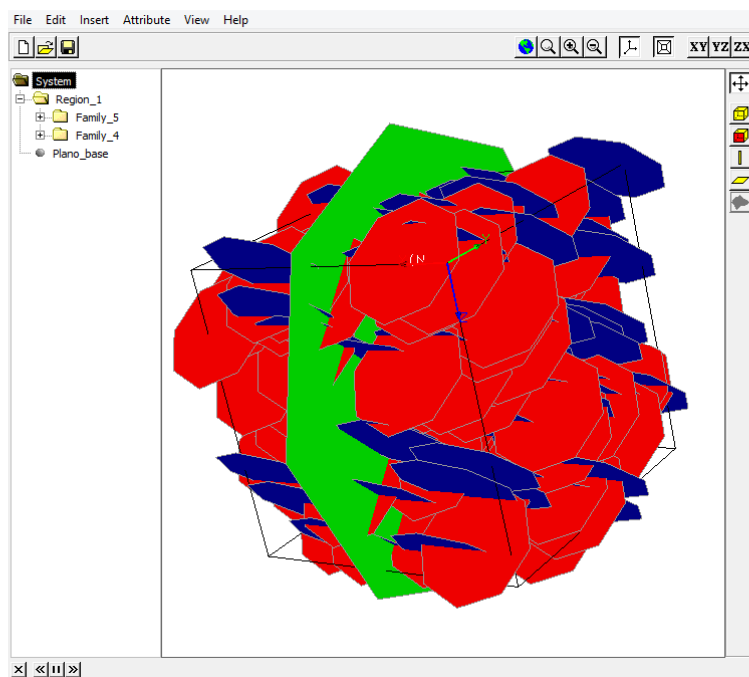


Figura 110 – Exemplo de geometria criada no FracGen3D com a apresentação da seção de corte desejada.

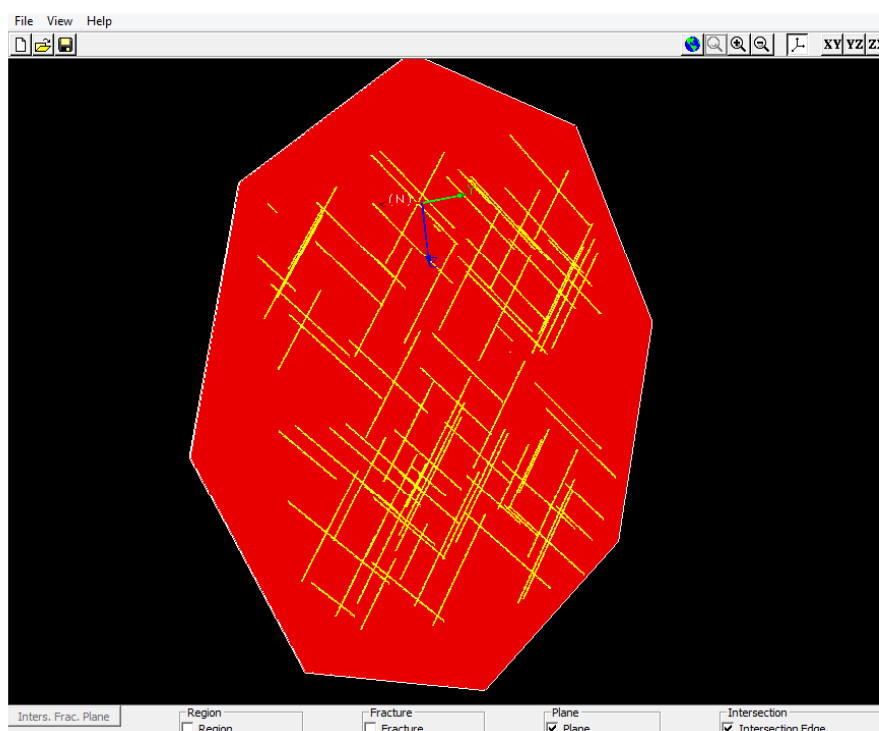


Figura 111 – Seção de corte com a presença das fraturas que interceptam esse plano, produzido pelo FracPlane.

Geração da malha para simulação

Gerador de malha - ICEM CFD v.14

O gerador de malha utilizado nessa tese é o ICEM CFD v.14, da ANSYS. Esse programa possui a capacidade de gerar malhas não-estruturadas 3D de maneira automática e pode ser aplicado em geometrias complexas com eficiência, desde que edições manuais sejam realizadas. Essas edições manuais são requeridas de modo a eliminar erros produzidos na geração automática e assim garantir a aproximação com a geometria do modelo. Vale ressaltar que esse programa ainda permite o controle da qualidade da malha. Maiores informações a respeito do programa são encontradas em ANSYS ICEM CFD 3D.

Com esse gerador é possível criar uma malha não-estruturada composta de elementos volumétricos tetraédricos, que representem o meio poroso, e de superfícies com elementos triangulares, que representem as fraturas.

Nessa tese, todas as simulações apresentadas utilizam um simulador 2D. Assim, as malhas desenvolvidas são em 2D, de modo que os elementos triangulares (área) representam o meio poroso, e as arestas são consideradas as fraturas.

Para abastecer o ICEM CFD v.14 com a geometria desenvolvida pelo FracGen 3D utilizou-se a ferramenta desenvolvida por Paitan (2013), explanada a seguir.

Script de integração entre FracGen 3D e ICEM CFD v.14

Para integrar os dois programas, FracGen 3D e ICEM CFD v.14, é necessário a utilização do código computacional, em linguagem C++, criado por Paitan (2013). Esse *script* permite a importação das geometrias criadas no FracGen 3D para o ICEM CFD v.14. Após essa importação, Figura 112, procedem-se às edições da geometria e posterior criação da malha, explanadas no próximo tópico.

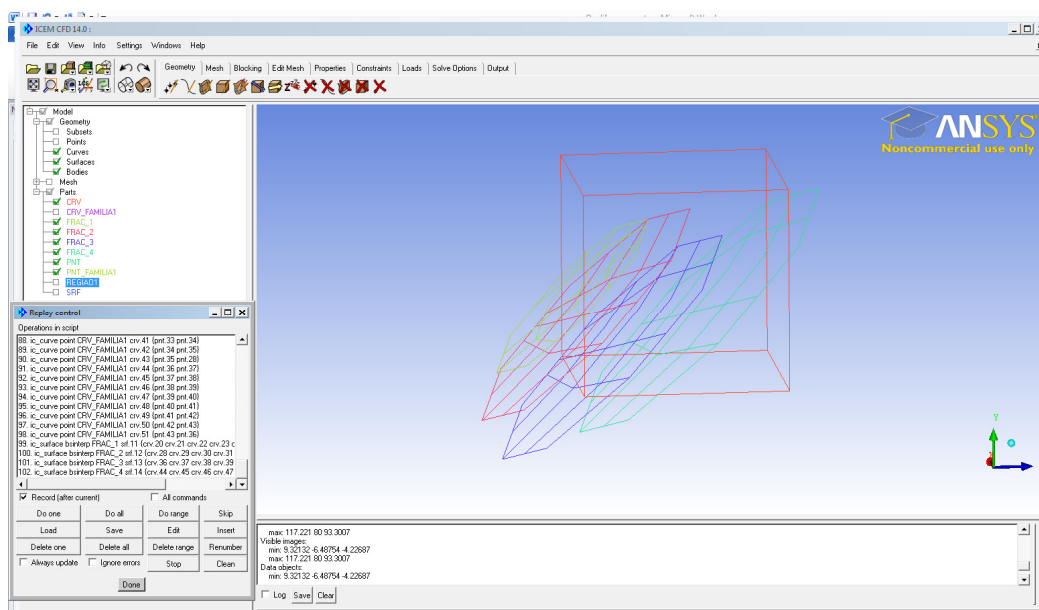


Figura 112 – Importação das fraturas para o ICEM CFD v.14 a partir do script de Paitan (2013).

Procedimento de criação e edição da malha no ICEM CFD v.14

Após a importação da geometria é necessário editá-la dentro do ICEM CFD v.14 (ver Figura 113). É necessário definir o volume desejado, realizando o *clipping* (ver Figura 114), ou seja, o corte das superfícies que ficam fora do volume representativo estudado. O ICEM CFD v.14 dispõe de diversas ferramentas para essa edição.

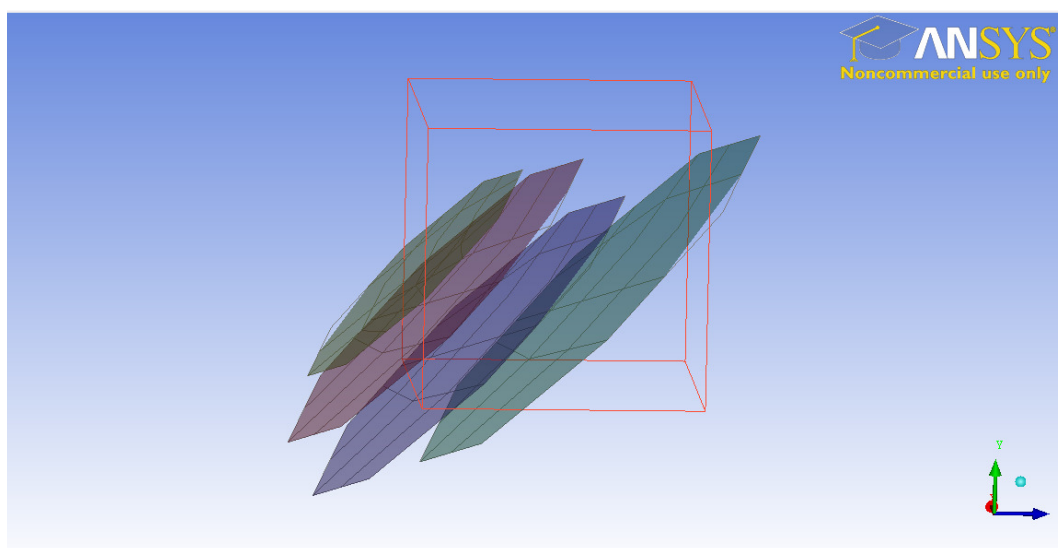


Figura 113 – Geometria inicial importada do FracGen 3D.

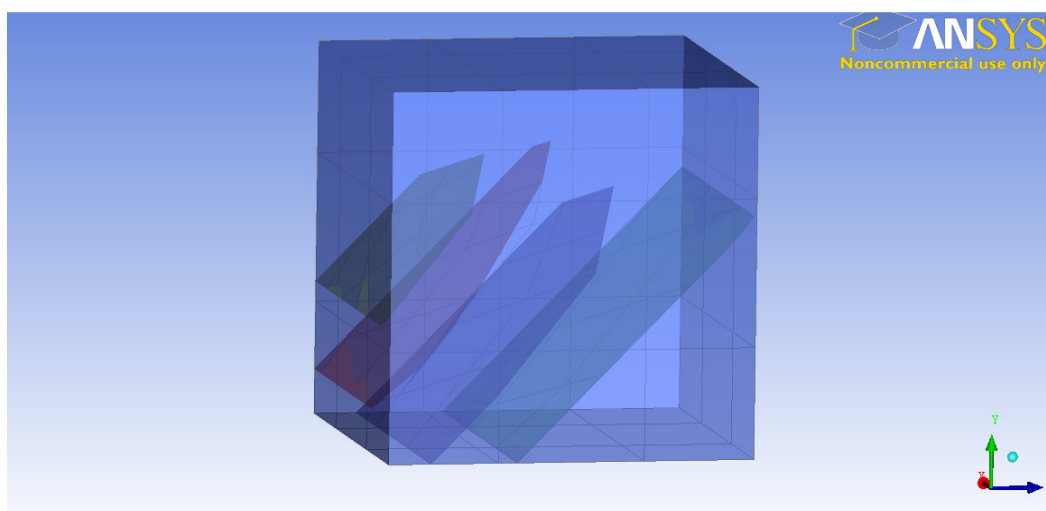


Figura 114 – Geometria após realização do “clipping” no ICEM CFD v.14.

Após a edição da geometria do problema, procede-se a geração automática da malha.

Vale ressaltar aqui que o ICEM CFD v.14 possui critérios hierárquicos que devem ser obedecidos para a correta modelagem. Para a geometria, inicialmente se definem os pontos, depois as curvas (linhas), em seguida as áreas e, finalmente, os volumes. Também é necessário criar um “*material body*”, ou, em tradução livre, corpo material. Essa função define o que é apenas desenho do que será modelado.

Lembra-se também que o programa só consegue gerar malhas para geometrias definidas e volumes fechados, de modo que a conferência da geometria é imprescindível. Além disso, deve-se definir a correta geometria antes de começar o processo de criação da malha e escolha de elementos. A Figura 115 mostra a malha automaticamente gerada no ICEM CFD v.14.

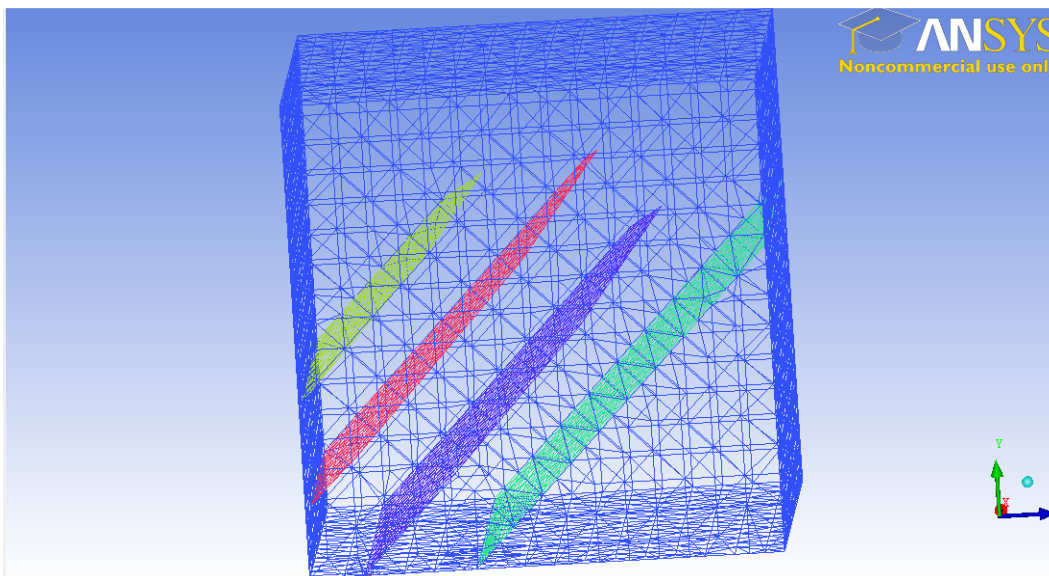


Figura 115 – Malha gerada automaticamente no ICEM CFD v.14.

O tamanho adequado dos elementos só poderá ser definido após a análise dos resultados de qualidade de malha. Assim, inicialmente, é difícil definir se o tamanho utilizado será adequado.

Após a criação da malha, o ICEM disponibiliza ferramentas de edição para se eliminar os erros provocados pela geração automática dos elementos, tais como distorções, etc. Após essa edição procedem-se a verificação da qualidade da malha e a análise da necessidade de utilizar um “suavizador” de elementos, que ajusta os elementos distorcidos. A qualidade da malha tem grande impacto na solução computacional do problema, bem como no tempo requerido para tal.

Segundo Paitan (2013) e ANSYS ICEM CFD v.12, existem vários critérios para avaliar a qualidade da malha de elementos triangulares e tetraédricos, como a proporção e avaliação dos ângulos mínimos e máximos, entre outros (ver Figura 116). A avaliação da proporção é oriunda da divisão de duas razões, o raio inscrito do elemento pelo raio circunscrito do elemento atual e ideal, este quociente é um indicador da qualidade do elemento. O ICEM CFD v.14 normaliza este quociente assim:

$$\frac{(R_{inscrito}/R_{circunscrito})_{atual}}{(R_{inscrito}/R_{circunscrito})_{ideal}} \quad (4.1)$$

Onde o quociente ideal corresponde a um triângulo equilátero.

Apesar de não ser objeto dessa tese, é importante mencionar que o ICEM CFD v.14 faz as mesmas considerações para elementos tetraédricos (3D). No entanto, é a divisão entre as razões entre o volume do elemento e o raio da esfera circunscrita elevada ao cubo, atual pela ideal, tal qual a equação abaixo:

$$\frac{(volume/(raio\ da\ esfera\ circunscrita)^3)_{atual}}{(volume/(raio\ da\ esfera\ circunscrita)^3)_{ideal}} \quad (4.2)$$

Os valores são adimensionais, de modo que uma proporção de 1 corresponde a um elemento perfeitamente regular, enquanto que uma relação de aspecto de 0 indica que o elemento tem volume zero.

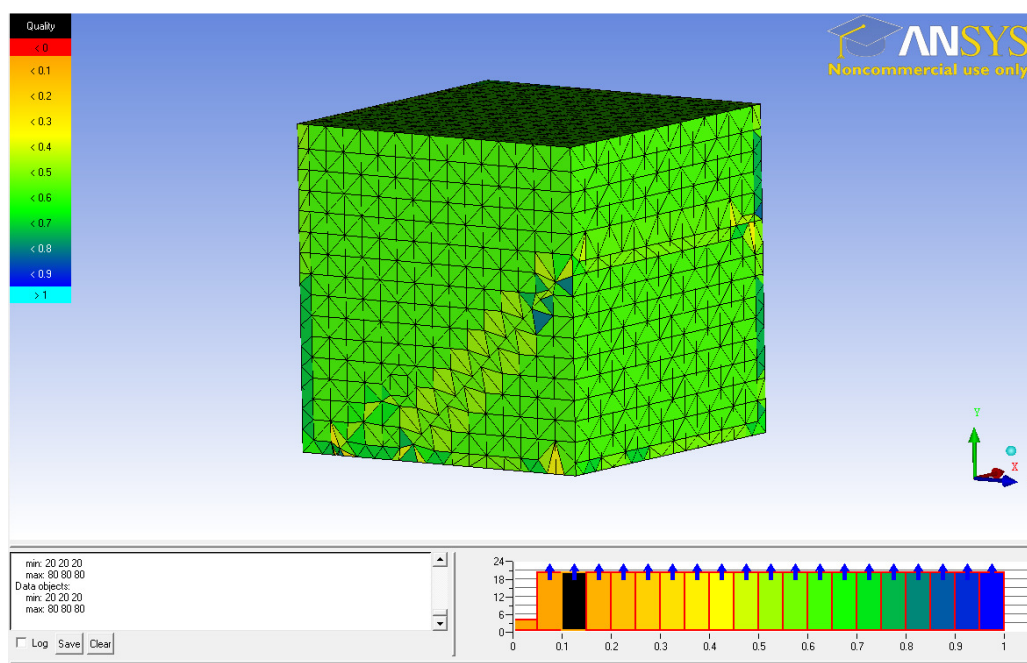


Figura 116 – Verificação da qualidade da malha utilizando o ICEM CFD v.14. Paitan (2013).

Segundo Paitan (2013), idealmente os valores da razão deveriam estar acima de 0,2; mas em geometrias complexas é aceitável uma razão acima de 0,15. Ainda segundo Paitan (2013), com relação à qualidade dos ângulos interiores dos elementos, estes deveriam ficar entre valores de 15° e 165° graus sexagesimais para assumir que os elementos da malha sejam de boa qualidade. Mas, em casos de geometrias complexas, poderiam se considerar a faixa entre 10° e 170° graus sexagesimais.

O ICEM CFD v.14 possui uma ferramenta para otimizar a numeração dos nós da malha, após esta ter sido criada e editada. Essa função é particularmente interessante para a otimização da largura da banda da matriz, de modo a reduzir o esforço computacional.

Após a identificação dos contornos e fraturas, a malha será exportada para um formato compatível para ser lido pelos simuladores. Para tanto, criou-se uma rotina computacional capaz de gerar arquivos adequados a serem lidos por ambas as linguagens: Matlab e em C.

Apêndice C - Ferramentas adicionais utilizadas na discretização

Durante as etapas de desenvolvimento desta tese, algumas adaptações foram necessárias. Abaixo são comentadas as principais ferramentas adicionais ao procedimento utilizadas.

Mtool

No início dos estudos utilizavam-se malhas estruturadas construídas com rotinas implementadas em Matlab. Como esse trabalho tem por objetivo a análise em geometrias complexas, optou-se por, inicialmente, utilizar malhas desestruturadas, 2D, construídas com ajuda do *software* livre Mtool - Tecgraf PUC-Rio. Além disso, na fase em que as rotinas foram implementadas em C, a visualização dos resultados também utilizou o Mtool.

Triangle

Para a validação estatística do procedimento numérico nos modelos propostos nos próximos itens, fez-se necessário produzir malhas para a simulação que, em cada passo de refinamento, se mantivessem os nós de origem. Esse requisito é fundamental para a análise estatística, na qual é necessário considerar os mesmos pontos de análise.

Os avanços obtidos anteriormente com a utilização de um sistema desenvolvido junto ao ICEM CFD 3D da ANSYS, continuam sendo úteis para a simulação de uma célula de um modelo de reservatório, mas o ICEM CFD 3D não possui essa funcionalidade pontual – manter os mesmos nós de origem a cada refinamento da malha. Desse modo, foi necessário utilizar o *software* livre da *University of California at Berkeley*, *Triangle*, que possui a funcionalidade de refinar a malha conservando os nós anteriores ao refinamento. Vale ressaltar que esse programa permite inserir diferentes fraturas, mas apresenta menor controle de edições que o ICEM CFD 3D e por esse motivo não é considerado o *software* mais adequado ao objetivo dessa tese.