

## **4**

### **Fundamentos da Metrologia**

#### **4.1**

##### **Introdução**

A ciência avança a todo momento, nos exigindo sempre mais qualidade em tudo que estamos fazendo ou desenvolvendo no nosso dia-a-dia. E, para nos auxiliar nessa busca, contamos com uma ferramenta muito importante: a Metrologia, que é definida como a ciência da medição.

Todas as medições estão afetadas por erros que podem ser provenientes de várias fontes, como por exemplo, o mensurando, o instrumento de medição e também das grandezas de influência externa. Considerando que, os erros não podem ser perfeitamente conhecidos, podemos afirmar que o resultado da medição está afetado por uma incerteza. Apesar disto, mesmo sabendo que o resultado da medição não é perfeito, é possível obter informações confiáveis, desde que o resultado da medição venha acompanhado da respectiva incerteza.

O resultado de uma medição traduz, de forma completa, a faixa de valores dentro da qual estará um valor verdadeiro da grandeza medida. Ele é composto de duas parcelas, sendo que a primeira corresponde a um valor mais provável da grandeza e, a segunda parcela é a sua incerteza, isto é, um parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser razoavelmente atribuídos a um mensurando, ou seja, uma faixa dentro da qual se encontra o valor verdadeiro da grandeza com uma certa probabilidade de enquadramento.

Quando se declara o resultado de uma medição de uma grandeza física, é obrigatório que alguma indicação sobre a qualidade do resultado seja dada para que aqueles que a usam possam avaliar sua confiabilidade. Sem tal indicação, os resultados de medição não podem ser comparados, entre eles mesmos, que seja com valores de referência fornecidos em uma especificação ou padrão. É então necessário que haja um procedimento, rapidamente

implementável, fácil de entender e amplamente aceito para caracterizar um resultado de uma medição, com o objetivo de calcular e expressar sua incerteza.

A determinação da incerteza pode ser efetuada segundo procedimentos baseados em recomendações internacionais, como por exemplo :

- EAL-R2-1996 [11].
- ISO GUM 95 [12].
- The Expression of Uncertainty and Confidence in Measurement M3003, publicação NAMAS/UKAS (1997) [13].
- Guia para Expressão da Incerteza de Medição , publicação INMETRO e ABNT (1998) [14].

Além do procedimento escolhido, é indispensável o conhecimento metrológico na área específica, para se determinar a incerteza de forma confiável.

## **4.2**

### **Terminologia Geral**

As definições dos termos metrológicos gerais e relevantes para esta dissertação, que serão a seguir apresentados, foram extraídos do “ Vocabulário Internacional de Termos Fundamentais e Gerais de Metrologia” [15] , doravante abreviado por VIM, e do Vocabulário de Metrologia Legal [16], ambos publicados no Brasil pelo INMETRO.

#### **4.2.1**

##### **Classe de exatidão**

Uma designação de classe de um peso ou de uma coleção de pesos, que atende a certos requisitos metrológicos destinados a manter os erros dentro de limites especificados.

### 4.2.2 Balança

Um instrumento que indica a massa aparente que é sensível às seguintes forças:

$$F_g = m \times g \quad g = \text{gravidade} \quad (4)$$

Se os efeitos magnéticos são desprezíveis, por exemplo, a magnetização permanente  $\mu_0 M$  do peso ou a susceptibilidade magnética  $\chi$  são muito pequena e, a balança é calibrada com pesos de massa bem conhecida, a balança pode ser usada para indicar a massa convencional  $m_c$  de um corpo nas condições escolhidas convencionalmente.

### 4.2.3 Calibração

Um conjunto de operações que estabelecem, em condições específicas, a relação entre valores de grandezas indicadas por um instrumento de medição ou sistema de medição, ou valores representados por um medida materializada ou um material de referência, e os valores correspondentes realizados por padrões.

NOTAS:

1. O resultado de uma calibração permite a atribuição de valores de mensurandos às indicações ou a determinação de correções com relação às indicações.

2. Uma calibração também pode determinar outras propriedades metrológicas, tais como o efeito das grandezas de influência.

#### **4.2.4**

##### **Certificado de calibração**

Um certificado emitido somente por laboratórios autorizados ou credenciados que registram os resultados de uma calibração. Também pode ser chamado de um relatório de calibração.

#### **4.2.5**

##### **Padrão de verificação**

Um padrão que é usado como parte de um processo de controle estatístico para prover uma “verificação” no processo e padrões para garantir que os padrões, resultados de medição e processos de medição estão dentro de limites estatísticos aceitáveis.

#### **4.2.6**

##### **Comparação**

Um método de medição baseado na comparação do valor de uma grandeza a ser medida com um valor conhecido da mesma grandeza.

#### **4.2.7**

##### **Massa convencional**

Valor convencional do resultado da pesagem no ar, de acordo com a Recomendação Internacional OIML R 33 (a ser revisada e publicada novamente como uma publicação D como sendo desta impressão). Para um peso tomado a 20°C, a massa convencional é a massa de um peso de referência com uma densidade de 8 000 kg/m<sup>3</sup>, que está em equilíbrio no ar com uma densidade de 1,2 kg/m<sup>3</sup>. Também chamada o valor convencional da massa.

#### 4.2.8

#### Densidade de um corpo

O quociente entre a massa dividida pelo volume e é dada pela fórmula:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (5)$$

#### 4.2.9

#### Certificado de Conformidade

Um documento fornecido pelo órgão nacional responsável indicando a confiança que um peso identificado ou uma coleção identificada, ou amostras do mesmo, está em conformidade com os requisitos relevantes desta Recomendação.

#### 4.2.10

#### Modelo

Um modelo definido de pesos ou de coleção de pesos com os quais ou a qual ele está em conformidade. (Adaptado da avaliação técnica de modelo ou aprovação de modelo de D 19)

Apreciação técnica de modelo: o exame sistemático e o ensaio de desempenho de um modelo de pesos ou coleção de pesos contra requisitos documentados desta Recomendação, cujos resultados estão contidos em relatório de ensaios. (Adaptado da apreciação técnica de modelo ou aprovação de modelo da D 19)

Aprovação de modelo: o processo de tomar uma decisão por um órgão responsável, baseado em uma análise de um relatório de ensaios de uma apreciação técnica de modelo de pesos ou coleção de pesos e julgamento profissional, que o modelo está em conformidade com os requisitos obrigatórios desta Recomendação para aplicação legal. (Adaptado da apreciação técnica de modelo ou aprovação de modelo da D 19)

#### **4.2.11**

##### **Erro máximo permitido (emp)**

Diferença máxima positiva ou negativa, permitida através de regulamento, entre a indicação de um instrumento e o valor verdadeiro correspondente, quando determinado por meio de massas padrão de referência.

[Adaptado do VIM 5.21 e R 76-1, T.5.5.4]

#### **4.2.12**

##### **Parâmetro de rugosidade ou parâmetro R ( $R_a$ ou $R_z$ )**

Um parâmetro bidimensional que descreve o perfil de rugosidade avaliado de uma amostra. A letra R é indicativa do tipo de perfil avaliado, neste caso R para perfil de rugosidade. O perfil avaliado de uma amostra pode ser em termos de diferentes tipos de perfis: um perfil de rugosidade ou parâmetro R, perfil primário ou parâmetro P, perfil da ondulação ou parâmetro W. [ISO 4287:1997 Especificações de produtos geométricos (GPS) – Textura de superfície: Método do perfil – Termos, definições e parâmetros de textura de superfície]

#### **4.2.13**

##### **Fator de escala**

A razão entre a massa de peso de sensibilidade  $m_s$  e a diferença de indicação correspondente  $\Delta I_s$ , obtida durante o carregamento do instrumento de pesagem com o peso de sensibilidade.

#### **4.2.14**

##### **Peso de sensibilidade**

Um peso que é usado para determinar a sensibilidade de um instrumento de pesagem.

#### **4.2.15**

##### **Coleção de pesos**

Uma série ou grupo de pesos, usualmente apresentada em uma caixa de modo a possibilitar qualquer pesagem de todas as cargas compreendidas entre a massa do peso com o menor valor nominal e a soma das massas de todos os pesos da série, com uma progressão na qual a massa do peso de menor valor nominal constitui o menor incremento da série. Tendo características metrológicas similares, fabricados a partir do mesmo material, e com as capacidades nominais iguais ou diferentes, conforme a definição em 4.3 desta Recomendação e pertencente à mesma classe de exatidão.

#### **4.2.16**

##### **Ensaio**

Uma operação técnica que consiste na determinação de uma ou mais características ou desempenho de um determinado produto, material, equipamento, organismo, fenômeno físico, processo ou serviço de acordo com um procedimento especificado (ISO Guide 25, seção 3.5).

#### **4.2.17**

##### **Peso de prova ( $m_i$ )**

O peso que deve ser ensaiado de acordo com esta recomendação.

#### **4.2.18**

##### **Verificação**

Todas as operações executadas por um órgão do serviço nacional de metrologia legal (ou outra organização legalmente autorizada) tendo o objetivo de avaliar e confirmar se o instrumento satisfaz totalmente os requisitos dos regulamentos para verificação. A verificação inclui tanto o exame quanto a selagem (VML 2.4).

Verificação inicial: uma série de ensaios e exames visuais realizados para determinar se um peso ou uma coleção de pesos foi fabricada para replicar um

determinado modelo e estar em conformidade com o modelo e regulamentos, e que suas características metrológicas situam-se dentro dos limites exigidos para a verificação inicial de cópias daquele modelo. Se os pesos ou a coleção de pesos passam em todos os ensaios e exames, é dado um caráter legal pela sua aceitação que é evidenciada pela selagem e/ou emissão de um certificado de verificação. [Adaptado da OIML D 20]

Verificação subsequente ou inspeção em serviço: uma série de ensaios e exames visuais, usualmente realizados no local de uso por meio de funcionário do serviço de metrologia legal (fiscal), para avaliar se os pesos ou coleção de pesos, tendo estado em uso durante algum tempo, desde a verificação anterior, continua em conformidade ou está em conformidade com os regulamentos, e mantém suas características metrológicas dentro dos limites exigidos. Se os pesos ou coleção de pesos passa em todos os ensaios e exames, seu caráter legal é confirmado, ou então é restabelecido pela sua aceitação quando evidenciada pela selagem e/ou a emissão de um certificado de verificação.

Quando a amostragem de uma população de instrumentos for usada, todos os elementos na população devem ser considerados como tendo sido verificados. [Adaptado da OIML D 20]

#### **4.2.19**

##### **Temperatura (t)**

Em graus Celsius, está relacionada à escala de temperatura termodinâmica absoluta, chamada escala Kelvin, por meio de  $t = T - 273,15 \text{ K}$ .

#### **4.2.20**

##### **Peso**

Uma medida materializada de massa, regulamentada em relação às suas características físicas e metrológicas: formato, dimensões e material, qualidade da superfície, valor nominal, e erro máximo permitido.

#### **4.2.21**

#### **Peso de um corpo ( $F_g$ )**

Uma força gravitacional com a qual o corpo é atraído pela Terra. A palavra peso representa uma grandeza da mesma natureza que a força: o peso de um corpo é o produto de sua massa pela aceleração devido à gravidade. (3ª CGPM, 1901, CR p.70)

### **4.3**

### **Terminologia para os Ensaios**

#### **4.3.1**

#### **Medição**

Objetiva determinar o valor do mensurando, que deve estar definido e a medição executada segundo um procedimento adequado.

#### **4.3.2**

#### **Erros de Medição**

Os erros surgem devido a imperfeições nos meios de medição (exemplos: instrumento de medição, padrões, medida materializada); devido à imperfeições na caracterização do mensurando; devido à grandezas de influência externa e ainda devido à problemas de retroação.

#### **4.3.3**

#### **Incerteza de Medição**

O conceito de incerteza como atributo que pode ser quantificado é relativamente novo na história da medição, embora erro e análise de erro tenham sido há muito tempo parte da prática da metrologia. Agora é amplamente reconhecido que, quando todos os componentes conhecidos ou suspeitos de erro são calculados, e a correção apropriada aplicadas, ainda existe uma incerteza sobre a correção do resultado declarado, isto é, uma dúvida sobre o quão bem o resultado da medição representa o valor do mensurando.

O resultado da medição após a correção dos efeitos sistemáticos é tido como uma boa estimativa do valor do mensurando, porque existe associada a uma faixa de incerteza proveniente dos efeitos aleatórios e da correção imperfeita dos efeitos sistemáticos. Em termos práticos, a muitas fontes possíveis de incerteza em uma medição, incluindo:

- definição incompleta do mensurando;
- realização imperfeita do mensurando;
- amostras não representativas do mensurando;
- condições ambientais não compensadas ou compensadas inadequadamente;
- erros de leitura cometidos pelo operador (por exemplo: o erro devido à paralaxe);
- erros devido a resolução inadequada do instrumento de medição (por exemplo: resolução com um valor muito grande);
- incertezas do instrumento de medição, medidas materializadas e dos padrões;
- valores inexatos de constantes e parâmetros utilizados na obtenção de resultados;
- aproximações e simplificações adotadas nos procedimentos de medição/calibração e ou ensaio;
- variações registradas em repetições do mensurando, sob mesmas condições.

#### **4.3.4**

##### **Outros conceitos**

ISO/OIML/BIPM(1993) [17]

- Grandeza (mensurável): atributo de um fenômeno, corpo ou substância que pode ser qualitativamente distinguido e quantitativamente determinado.
- Valor (de uma grandeza): expressão quantitativa de uma grandeza específica, geralmente sob a forma de uma unidade multiplicada por um número.

- Valor Verdadeiro (de uma grandeza): valor consistente com a definição de uma dada grandeza específica;
- Valor Verdadeiro Convencional (de uma grandeza): valor atribuído a uma grandeza específica (mensurando) e aceito, às vezes por convenção, como tendo uma incerteza apropriada para uma dada finalidade.
- Princípio de medição: base científica de uma medição.
- Método de medição: seqüência lógica de operações, descritas genericamente, usadas na execução das medições.
- Procedimento de medição: Conjunto de operações, descritas especificamente, usadas na execução de medições particulares de acordo com um dado método.
- Mensurando: Grandeza específica submetida à medição.
- Grandeza de influência: Grandeza que não é o mensurando, mas que afeta o resultado da sua medição.
- Resultado de uma medição: valor atribuído a um mensurando obtido por medição;
- Resultado corrigido: resultado de uma medição, após a correção, devida aos erros sistemáticos;
- Exatidão de medição: grau de concordância entre o resultado de uma medição e um valor verdadeiro do mensurando (e não o , porque não é conhecido o Valor Verdadeiro do mensurando).
- Repetitividade (de resultados de medições): grau de concordância entre os resultados de medições sucessivas de um mesmo mensurando, efetuadas sob as mesmas condições de medição;
- Reprodutibilidade (de resultados de medições): grau de concordância entre os resultados das medições de um mesmo mensurando, efetuadas sob condições variadas de medição.
- Desvio padrão experimental: para uma série de “n” medições de um mesmo mensurando, a grandeza “s”, que caracteriza a dispersão dos resultados é dada pela fórmula:

$$s(q_k) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2}{n-1}} \quad (6)$$

onde  $q_k$  representa o resultado da k-ésima medição e  $\bar{q}$  representa a média aritmética dos “n” resultados considerados.

Notas:

1. Considerando as séries de n valores como uma amostra de uma distribuição,  $\bar{q}$  é uma estimativa não tendenciosa da média  $\mu_q$ , e  $s^2(q_k)$  é uma estimativa não tendenciosa da variância  $\sigma^2$  desta distribuição;
  2. A expressão  $s(q_k)/\sqrt{n}$  é uma estimativa do desvio padrão da distribuição de  $\bar{q}$  e é denominada desvio padrão experimental da média;
- Incerteza (de medição): parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser fundamentalmente atribuídos a um mensurando.
  - Erro (de medição): resultado de uma medição menos o valor verdadeiro do mensurando.
  - Erro relativo: erro de medição dividido por um valor verdadeiro do objeto da medição.
  - Erro aleatório: resultado de uma medição menos a média que resultaria de um infinito número de medições do mesmo mensurando efetuada sob condições de repetitividade.
  - Erro sistemático: média que resultaria de um infinito número de medições do mesmo mensurando, efetuadas sob condições de repetitividade, menos o valor verdadeiro do mensurando.
  - Correção: valor adicionado algebricamente ao resultado não corrigido de uma medição, para compensar um erro sistemático.

## 4.4

### Técnicas estatísticas aplicadas

A Estatística está interessada nos métodos científicos para coleta, organização, resumo, apresentação e análise de dados, bem como na obtenção de conclusões válidas e na tomada de decisões baseadas em tais análises. A ciência Estatística pode ser subdividida em duas partes: a Estatística Descritiva que se preocupa com a organização e descrição dos dados experimentais, e a Estatística Inferencial, que cuida da análise e interpretação dos dados observados. As técnicas estatísticas são aplicáveis a qualquer ramo do conhecimento onde se manipulem dados experimentais, como por exemplo: a Física, a Química, a Engenharia, a Economia, a Medicina, a Biologia, as Ciências Sociais e as Ciências Administrativas.

#### 4.4.1

##### Média Aritmética

É o valor mais provável de uma série de repetições. É representada por

$\bar{X}$  (leia-se “x barra”) e é definida conforme as expressões a seguir:

1. Se  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , são os valores observados,  $\bar{x}$  é dada por:

$$\bar{X} = \left( \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N} \right) = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{N} \quad (7)$$

Quanto à simbologia utilizada em estatística a média aritmética pode ser representada por:

$\bar{X} \rightarrow$  quando se refere à média amostral e

$\mu \rightarrow$  quando se refere à média populacional.

#### 4.4.2

#### Desvio padrão

As avaliações de dispersão que levam em conta estas considerações são, mais freqüentemente utilizadas, a variância ( $\sigma^2$  ou  $s^2$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$  ou  $s$ ).

A escolha da variância como uma medida de dispersão está baseada na sua conveniência matemática e na sua maleabilidade.

Observações:

1. como na maioria das vezes se torna inviável considerar toda a população no cálculo do desvio padrão, estima-se o desvio padrão da população ( $\sigma$ ), através do desvio padrão ( $s$ ) da amostra;
2. o desvio padrão se expressa na mesma unidade da variável, sendo, por isso, de maior interesse que a variância nas aplicações práticas;
3. recomenda-se o uso de apenas dois algarismos significativos para a representação do desvio padrão;

#### 4.4.3

#### Distribuição Normal de Probabilidade

Um dos mais importantes exemplos de uma distribuição contínua de probabilidade é a distribuição ou a curva normal, ou a distribuição de Gauss, definida pela equação:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}\right]$$

(8)

na qual  $\mu$  = média,  $\sigma$  = desvio padrão,  $\pi = 3,14159\dots$

A distribuição normal de probabilidade é importante na inferência estatística por três razões distintas:

- 1ª) As medidas produzidas em diversos processos aleatórios seguem esta distribuição;
- 2ª) Probabilidades normais podem ser usadas freqüentemente como aproximações de outras distribuições de probabilidades, tais como por exemplo às distribuições binomial e de Poisson;
- 3ª) As distribuições de estatísticas da amostra tais como a média e a proporção, freqüentemente seguem a distribuição normal independentemente da distribuição da população.

#### 4.4.4 Distribuição Retangular

Em muitos casos é possível estimar apenas os limites (superior e inferior) para  $X_i$ , para estabelecer que “a probabilidade para que o valor  $X_i$  pertença ao intervalo  $a_i - a_s$ , para efeitos práticos, é um e a probabilidade para que valor  $X_i$  esteja fora desse intervalo é essencialmente zero”. Se não houver conhecimento específico de possíveis valores de  $X_i$  dentro desse intervalo, pode ser assumido que é igualmente provável que  $X_i$  pode estar em qualquer ponto do intervalo (distribuição uniforme ou retangular), conseqüentemente grau de liberdade infinito ( $v = \infty$ ).

A função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{a_+ - a_-} \quad \text{para } a_- \leq x \leq a_+$$

$$f(x) = 0 \quad \text{para qualquer outro valor}$$

A expectância ou valor esperado de  $X$ , é igual ao ponto médio do intervalo, isto é :

$$x = E(X) = \frac{a_- + a_+}{2}$$

(9)

com uma variância associada  $\text{Var}(X) = \sigma^2(X)$

$$\text{Var}(X) = \frac{(a_+ - a_-)^2}{12} = \frac{[a - (-a)]^2}{12} = \frac{(2a)^2}{12} = \frac{a^2}{3}$$

(10)

$$s = \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ que é a incerteza padrão dessa estimativa}$$

#### 4.4.5

#### Distribuição Triangular

No caso anterior, por não ter conhecimento específico de possíveis valores de  $X_i$  no intervalo estimado  $a_i - a_s$ , só pode ser assumido que qualquer valor de  $X_i$  é igualmente provável dentro desse intervalo, com probabilidade de zero de estar fora desse intervalo. Distribuição de probabilidades com funções escalonadas desse tipo às vezes não têm significado físico. Neste caso é mais realista admitir que valores próximos às bordas são menos prováveis que os valores próximos ao centro. É, portanto, razoável substituir a distribuição retangular simétrica por uma distribuição trapezoidal simétrica (trapézio isósceles), com base maior  $a_i - a_s = 2^a$  e a base menor  $2\beta a$ , com  $0 \leq \beta \leq 1$ . Se  $\beta \rightarrow 1$  essa distribuição trapezoidal aproxima-se a uma distribuição retangular, enquanto para que  $\beta = 0$  a distribuição é triangular. Assumindo a distribuição trapezoidal para  $X_i$ , tem-se para a estimativa de  $X_i$  o valor  $x_i = (a_i - a_s)/2$  e a variância associada é:

$$s^2(x_i) = a^2 (1 + \beta^2)/6$$

(11)

No caso de distribuição triangular  $\beta = 0$  e assim tem-se:

$$s^2(x_i) = a^2/6$$

(12)

Se um indicador for digital e estável e tiver resolução  $\delta x$ , isto é, o estímulo necessário para que o valor do dígito mude de uma unidade, então uma dada indicação **X** tem a mesma probabilidade de estar no intervalo  $X + \delta x/2$  e  $X - \delta x/2$ . Neste caso, a incerteza associada é dada por:

$$s(x_i) = a/\sqrt{3}. \text{ Sendo } a = \delta x/2 \text{ e } p = 68\%.$$

$$s(x_i) = \delta x / 2 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow \delta x / \sqrt{12}$$

(13)

Quando um indicador digital apresentar oscilação no último dígito, a incerteza associada deve ser igual à metade da amplitude da oscilação, para  $p = 68\%$ .

A histerese também gera uma certa incerteza nos resultados. A indicação de um instrumento pode variar de uma certa quantidade conhecida entre valores medidos no sentido crescente e no sentido decrescente das indicações. É boa prática metrológica aproximar este efeito. Esta condição, porém, nem sempre está garantida, principalmente na presença de vibrações. Assim, supondo uma diferença de  $\delta x$  entre as indicações, tem-se como incerteza o valor:

$$s(x_i) = (\delta x / 2) \cdot \sqrt{3} \Rightarrow \delta x / \sqrt{12}$$

(14)

Analogamente a incerteza padrão dessa estimativa é  $u(\mu t) = a / \sqrt{6}$

#### 4.4.6 Assimetria e Curtose

A assimetria (Skewness) é o grau de desvio, ou afastamento da simetria, de uma distribuição. Se a curva de frequência de uma distribuição tem uma “cauda” mais longa à direita da ordenada máxima do que à esquerda, diz-se que a distribuição é assimétrica para a direita, ou que ela tem assimetria positiva. Se for o inverso que ocorre, que ela é assimétrica para a esquerda, ou que tem assimetria negativa.

A curtose (Kurtosis) é o grau de achatamento de uma distribuição, considerado usualmente em relação a uma distribuição normal. A distribuição que tem um pico relativamente alto, como a da figura 3 (a), é denominada leptocúrtica, enquanto a da curva da figura 3 (b), que tem o topo achatado, é denominada platicúrtica. A distribuição normal, figura 3. (c), que não é muito pontiaguda nem muito achatada, é denominada mesocúrtica - figura (17).

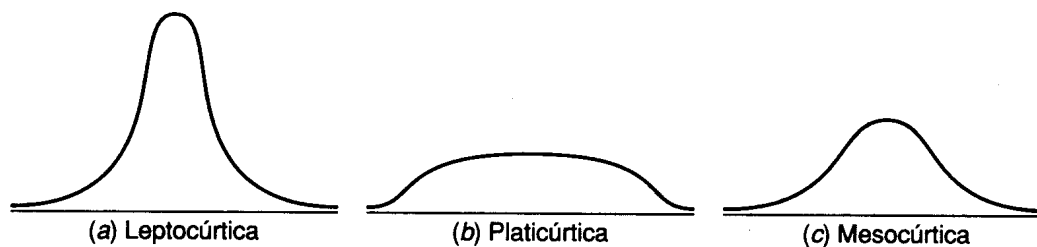


Figura - (17) Aspectos da Curtose

Seja  $X$  uma variável aleatória, então:

$$E(X) = \mu$$

(15)

$$VAR(X) = E(X - \mu)^2$$

(16)

$$m_3 = E(X - \mu)^3 \text{ (assimetria)}$$

(17)

$$m_4 = E(X - \mu)^4 \text{ (curtose)}$$

(18)

$$E(X - \mu)^3 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^3 f(x) dx$$

(19)

Para uma distribuição Normal  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}\right]$  é uma

função par, isto é,  $f(x) = f(-x)$ . Se a densidade é simétrica o 3º momento, isto é,  $E(X - \mu)^3 = 0$  (porque quando se integra uma função ímpar de  $-\infty$  à  $+\infty$  a integral dá zero).

Calculando-se os coeficientes de Assimetria (S) e Curtose (K), vem:

$$S = \frac{E(X - \mu)^3}{\sigma^3} \quad \text{(na população)}$$

(20)

$$\hat{S} = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i - \bar{X}}{S_X} \right)^3 \quad (\text{na amostra})$$

(21)

Quando o coeficiente assumir valor positivo, indica assimetria à esquerda e, quando apresenta valor negativo, assimetria à direita. Numa distribuição normal o coeficiente de assimetria é nulo.

É usual adotar:

- $0,5 < S < + 0,5$ , como distribuição simétrica;
- +  $0,5 < S < + 1$ , como relativamente simétrica e,
- $S > + 1$ , como altamente assimétrica.

Para o cálculo do coeficiente de Curtose, aplicamos as expressões:

$$k = \frac{E(X - \mu)^4}{\sigma^4} \quad (\text{na população})$$

(22)

$$\hat{K} = \left\{ \frac{n(n-1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i - \bar{X}}{S_X} \right)^4 \right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)} \quad (\text{na amostra})$$

(23)

Para o caso de uma distribuição normal:

$$E(X - \mu)^4 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^4 f(x) dx = 3\sigma^4$$

(24)

$$K(\text{Normal}) = 3\sigma^4 / \sigma^4 = 3$$

(25)

#### 4.4.7

#### Critério de CHAUVENET

Não é raro que ao analisar uma série de medições que alguns dados pareçam errados. As causas de ocorrerem tais fatos são avaliação equivocada da indicação, anotação errada, mau posicionamento do mensurando, etc. Como esses valores parecem não pertencer à amostra eles devem ser rechaçados. Porém deve ser feita uma análise criteriosa para ter-se certeza de que não haja explicação plausível para sua permanência na amostra. Uma ferramenta bastante utilizada para decidir o rechaço de dados é o "CRITÉRIO DE CHAUVENET"[18]. Esse critério estabelece que uma medida  $x_i$  deve ser rechaçado se o valor de  $r$  calculado por:

$$r = \frac{|x_i - \bar{x}|}{s(x)} \quad (26)$$

é maior que o valor de  $R_c$  dado na tabela abaixo em função do número de medições efetuadas.

Tabela – (6)

| n     | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 15   | 25   | 50   | 100  |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $R_c$ | 1,15 | 1,38 | 1,54 | 1,65 | 1,73 | 1,80 | 1,85 | 1,90 | 1,96 | 2,13 | 2,33 | 2,57 | 2,81 |

Valores não apresentados podem ser obtidos por interpolação linear entre dois valores.

Para aplicar o presente critério os valores de  $\bar{X}$  e  $s(X)$  devem ser calculados utilizando-se todos os dados da amostra, incluindo os dados "rechaçáveis". Se ocorrerem rechaços tanto a média quanto a incerteza devem ser calculados novamente descartados os termos rechaçados.

## 4.5 Terminologia específica aplicada

### 4.5.1 Avaliação “Tipo A” da Incerteza

A incerteza padrão  $u(x)$  Tipo A é obtida por meios estatísticos, que envolvem a análise estatística de observações repetitivas do mensurando. Ela pode ser obtida estatisticamente de duas maneiras:

1ª) Calculando o desvio padrão experimental da média: a partir de  $n$  medidas obtidas sob condições de repetitividade, calcular o desvio padrão experimental  $s$ , dividi-lo pela raiz quadrada do número  $n$  de medições.

$$u(x) = s(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}} \rightarrow \text{Normal (k = 1)}$$

(27)

Para maior confiabilidade estatística recomenda-se  $n > 10$ .

2ª) Importando o desvio padrão experimental: quando poucas medidas estão disponíveis, em casos onde se realiza somente uma medição ( $n = 1$ ), ou duas ( $n=2$ ), pode-se importar o desvio padrão experimental. Isto vale para casos onde um grande número de medidas tenha sido feitas anteriormente, numa situação que represente o mesmo processo de medição. A incerteza padrão Tipo A será calculada como sendo, o desvio padrão experimental com  $m$  medições, dividido pela raiz quadrada de  $n$  medidas.

$$u(x) = s(\bar{x}) = \frac{s(xm)}{\sqrt{n}} \rightarrow \text{Normal (k = 1)}$$

(28)

### 4.5.2 Avaliação “Tipo B” da Incerteza

A incerteza padrão  $u(x)$  Tipo B é obtida por meios que não envolvem análise estatística, porém informações conhecidas a priori, como por exemplo informações obtidas em Certificados de calibração, em especificações dos

instrumentos e padrões, dados técnicos de fabricantes, livros e manuais técnicos e, em estimativas baseadas na experiência.

1ª) Quando a incerteza expandida ( $U_p$ ) é informada em certificados de calibração ela deverá ser transformada em incerteza padrão  $u(x_i)$  dividindo  $U_p$  por  $k$ . Normalmente num certificado de calibração é informada a incerteza expandida, logo Normal ( $k = 2$ ) devemos dividi-la por 2;

2ª) Fontes de incerteza que são quantificadas a partir de estimativas baseadas em limites máximos, isto é, o limite superior (LS) e inferior (LI) dos possíveis valores que determinada grandeza poderá assumir, como por exemplo grandezas de influência externa, normas técnicas que regulamentam limites admissíveis de erros, coeficientes e constantes extraídas de livros e tabelas de fabricantes ou ainda quando é informado somente o erro máximo do instrumento em lugar da correção e da incerteza expandida;

3ª) Quando não existem informações suficientes disponíveis para supor a forma da distribuição de probabilidade de determinada grandeza, assume-se a distribuição retangular por questão de segurança ( $k = \sqrt{3}$ ).

#### 4.5.3

##### **Incerteza Padrão-Combinada $u_c(y)$ :**

Incerteza padrão do resultado de uma medição quando o resultado é obtido de valores de diversas outras grandezas. Determinar as várias incertezas individuais e fazer a soma quadrática destas incertezas individuais (variâncias e co-variâncias). É necessário saber o tipo de distribuição de valores das incertezas individuais;

#### 4.5.4

##### **A equação de WELCH SATTERWAITE**

Para calcularmos o valor de  $U_{eff}$  usamos a seguinte equação:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4}{v_i}}$$

(29)

com  $v_{eff}$  selecionar o coeficiente de Student correspondente ao nível de confiança de 95% para ser usado como  $k_p$  corrigido em lugar de  $k = 2$  (na tabela de Student interpolar o valor de  $v$ , ou usar o valor inteiro imediatamente abaixo de  $v$ , para obter “ $t$ ”).

#### 4.5.5

#### Fator de Abrangência (k) ou fator de Cobertura

Fator numérico usado como multiplicador da incerteza padrão combinada, para obter a incerteza expandida. É tipicamente da ordem de 2 a 3.

#### 4.5.6

#### Incerteza Expandida (U)

Grandeza que define um intervalo em torno do resultado de uma medição que pode ser esperado em englobar uma grande fração da distribuição de valores que podem ser razoavelmente atribuídos à grandeza a medir.  $U = u_c \cdot k$  ;

### 4.6 Apresentação de resultados

Embora na prática a quantidade de informação necessária para documentar um resultado da medição dependa do uso a que se destina, o princípio básico sobre o que é necessário permanece imutável: quando estiver informando o resultado de uma medição e a sua incerteza, é preferível errar por excesso de informação do que errar por falta. Por exemplo:

- descreva claramente o método usado para calcular o resultado da medição e a sua incerteza a partir das observações experimentais e de dados de entrada;

- liste todas as componentes de incerteza e documente completamente o modo como eles foram avaliados;
- apresente a análise de dados de tal forma que cada um dos passos importantes possam ser prontamente seguidos e o cálculo do resultado declarado possa ser repetido independentemente se necessário;
- forneça todas as correções e constantes usadas na análise e suas fontes.

#### 4.6.1

##### **Resumo do procedimento para determinação da incerteza de medição.**

1º) determinar o modelo matemático que relaciona a grandeza de entrada com a de saída, que em geral pode ser equacionado através da série de Taylor:

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$$

(30)

$$u_y = \left[ \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} u_{x_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial x_2} u_{x_2} \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_n} u_{x_n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

(31)

2º) identificar todas as correções a serem feitas ao resultado de medição;

3º) listar as componentes da incerteza associados a correções e tratar os efeitos sistemáticos não corrigidos como parcelas de incerteza;

4º) atribuir valores de incertezas e forma de distribuição de probabilidades com base em conhecimentos experimentais práticos ou teóricos;

5º) calcular a incerteza padrão  $u(x_i)$  para cada componente de incerteza;

6º) calcular a incerteza combinada  $u_c(y)$ ;

7º) calcular a incerteza expandida ( $U$ ).

8º) relate o resultado da medição  $y$  juntamente com a sua incerteza padrão  $u_c(y)$  ou sua incerteza expandida  $U$ , e descreva como foram obtidos.