

5 Avaliação dos Resultados e das Incertezas de Medição

5.1

Resultados

Como mencionado em 3, o método utilizado para a calibração é o comparativo, pois permite comparar os dois feixes dos lasers, em um mesmo caminho geométrico. Os resultados apresentados no Apêndice [5] são as tendências, conforme definidas no VIM [23], de cada série de três medições. A tendência é calculada pela média dos erros de indicação do sistema-objeto.

Nos sistemas lasers de medição existe a possibilidade de se escolher a resolução de leitura, por meio de um seletor, sendo que a seleção é feita em função da aplicação dos mesmos. Para aplicações em metrologia dimensional, tais como as descritas em 2, uma resolução compatível com a exatidão requerida é a de 0,00001 mm. A comparação dos lasers foi realizada utilizando-se esta resolução, embora a resolução de 0,000001 mm pudesse ser utilizada, com objetivo de se diminuir a estimativa para a incerteza de medição devido à resolução. Contudo, nesta casa decimal não houve estabilidade suficiente para considerar este valor como significativo.

Os valores apresentados como resultados só foram arredondados ao final de todo o processo de cálculo, seguindo critérios normalizados de arredondamento, com o objetivo de se minimizar os erros devido à aproximação matemática.

Os resultados foram apresentados no apêndice com um algarismo significativo a mais, sendo que a incerteza de medição foi apresentada com o mesmo número de algarismos conforme recomendado no Guia para a Expressão da Incerteza de Medição [27].

O processamento dos dados foi realizado utilizando-se a planilha eletrônica Microsoft® Excel 5.0, sendo que validação dos resultados obtidos por esta, foi realizada utilizando-se o software de matemática “Mathcad 7”.

5.2

Estatística Aplicada aos dados de medição

A estatística aplicada aos dados de medição baseia-se em dois testes de hipótese que são a diferença entre as variâncias e a diferença entre as médias.

No experimento em questão a hipótese nula H_0 [24] de interesse a ser testada é a verificação da existência de homogeneidade das medições em diversos dias de calibração em condições ambientais diferentes.

5.2.1

Teste da diferença entre variâncias

A distribuição F é uma distribuição de probabilidade apropriada para a razão das variâncias de duas amostras tomadas independentemente da mesma população. Existe uma distribuição F diferente para cada combinação de graus de liberdade associados com cada amostra, que pode ser encontrada na forma de tabela como, por exemplo, na referência [24]. A estatística usada para testar a hipótese nula H_0 de que não existe diferença entre duas variâncias é a seguinte:

$$F_{\text{calculado}} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

S_1^2 Variância experimental do conjunto 1 com n_1 observações;

S_2^2 Variância experimental do conjunto 2 com n_2 observações.

Para a hipótese ser nula deve ser satisfeita a seguinte condição:

$$F_{\text{calculado}} < F_{\text{tabelado}}$$

F_{tabelado} = Valor de F , o qual é função dos graus de liberdade n_1-1 e n_2-1 , para um determinado nível de confiança.

No apêndice [6] é apresentada uma análise para os quatro registros das medições. Os desvios padrão da medição 1 foram comparados aos da medição 2 e a combinação destes comparados aos desvios padrão da medição 3 e, finalmente, a combinação das 3 medições comparadas aos desvios padrão da medição 4. Todos os valores F calculados foram menores que os F tabelados, portanto não

deve ser rejeitada a hipótese, com um nível de confiança de 95%, de que as variâncias são iguais [25].

O gráfico da figura 5.1 mostra o comportamento dos desvios padrão combinado nos diversos dias de calibração.

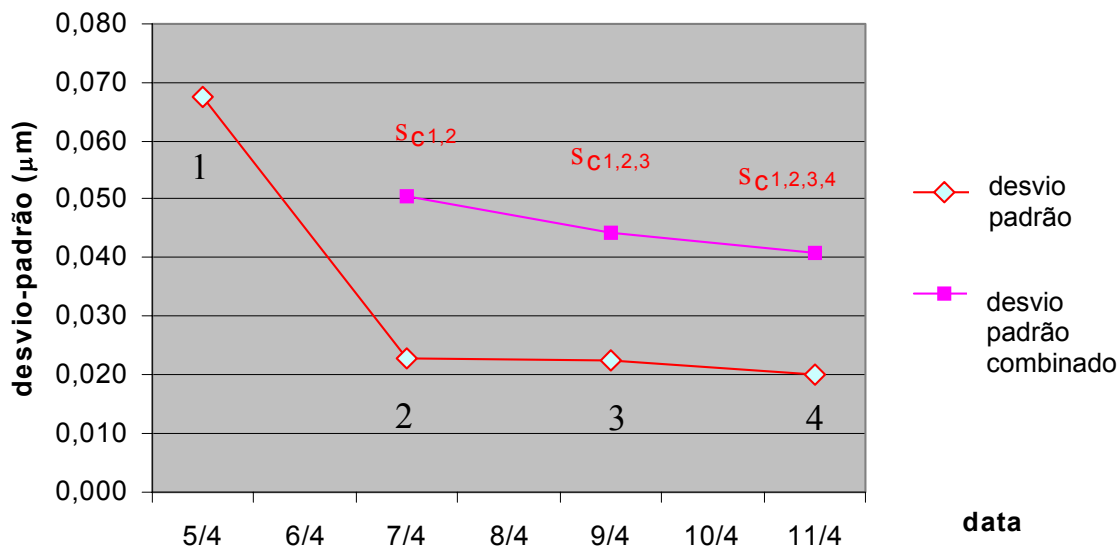


Figura 5.1 – Gráfico do desvio padrão combinado

Nota-se pela observação do gráfico 5.1, que o desvio padrão da medição 1 em relação ao da medição 2 apresenta um decréscimo de aproximadamente 0,05 μm. Esse decréscimo do desvio deve-se ao aprimoramento realizado no isolamento térmico dos sensores. Os desvios padrão combinados, conforme ilustrado no gráfico 5.1, se mantiveram constantes nos demais dias de calibração, confirmando que não se pode rejeitar a hipótese de que as variâncias são iguais.

Esta análise teve como objetivo, durante o processo de medição, avaliar a dispersão dos dados em diferentes dias de calibração. Porém somente esta análise não dá subsídios para se verificar a relação existente entre a média de cada conjunto e a média total dos conjuntos de repetições, já que se está avaliando somente um aspecto de cada conjunto, que é a dispersão.

5.2.2

Teste da diferença entre duas médias

Quando a diferença entre duas médias é testada supõe-se que as variâncias sejam homogêneas e as observações sejam independentes entre si. A variância da união de k conjuntos pode ser estimada de acordo com a expressão [26]:

$$S_c^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2 + \dots + (n_k - 1)S_k^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_k - k}, \text{ onde}$$

S_c^2 variância combinada,

n_i número de repetições do conjunto i ,

k número de conjuntos.

Usando a distribuição t , a condição para que as médias \bar{x}_z e \bar{x}_k sejam consideradas iguais é que o intervalo descrito abaixo contenha o “zero” [25].

$$\left| \bar{x}_z - \bar{x}_k \right| \pm t \times \sqrt{\frac{n_z + n_k}{n_z * n_k}} \times S_{c_{z,k}}$$

onde ,

$\bar{x}_{z,k}$ média dos conjuntos z e k ;

$n_{z,k}$ números de repetições dos conjuntos z e k ;

$S_{z,k}^2$ variância combinada dos conjuntos z e k .

No apêndice [6] é apresentada uma análise da comparação entre todas as médias. O resultado da avaliação é que o “zero” esteve contido no intervalo descrito acima em todas as comparações das médias, portanto a hipótese de que as médias são iguais não pode ser rejeitada, com um nível de confiança de 95%.

Como as hipóteses de que as variâncias e as médias são iguais não podem ser rejeitadas, conclui-se que as quatro medições apresentaram-se sob controle e, portanto em condições de repetitividade e reprodutibilidade.

5.3

Incerteza de Medição

Na análise das fontes de erros de medição descrita em 4, são mencionados os prováveis erros sistemáticos que, embora não possam ser eliminados, podem ser reduzidos. Como os erros sistemáticos mencionados originam-se de efeitos conhecidos devido à montagem do sistema de medição e a grandezas de influência, isso tem consequência direta no resultado de medição. Como eles fazem parte do resultado de medição e são significativos, com relação à exatidão requerida da medição, as devidas correções foram aplicadas. Supõe-se que, após estas correções, o valor esperado do erro provocado por efeito sistemático seja zero.

Como o processo de medição é comparativo, os efeitos sistemáticos também são minimizados através da comparação dos lasers e a correção através dos cálculos já mencionados em 4.

5.3.1

Etapas para o Cálculo da Incerteza de Medição

Os passos seguintes constituem um guia para o cálculo de incerteza segundo os Guias ISO GUM [27] e EA-4/02 [28] e foram utilizados em todas as avaliações de incerteza de medição do presente trabalho experimental:

- a. expressar no modelo matemático a dependência do mensurando (grandeza de saída) Y com as grandezas de entrada X_i , conforme a equação $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$.
- b. identificar e aplicar todas as correções significativas ao resultado da medição
- c. calcular a incerteza padrão $u(x_i)$ para as grandezas medidas repetidamente (tipo A);

- d. relacionar as fontes de incerteza na forma de uma análise de incertezas, incluir componentes sistemáticos da incerteza associada a correções e tratar efeitos sistemáticos não corrigidos como parcelas de incerteza;
- e. atribuir valores de incertezas e distribuição de probabilidades com base em conhecimentos experimentais práticos ou teóricos (tipo B);
- f. calcular a incerteza padrão $u(x_i)$ para cada componente de incerteza;
- g. calcular o coeficiente de sensibilidade c_i associado com a estimativa de entrada x_i , isto é, a derivada parcial da equação com relação à variável X_i , avaliada para as estimativas de entrada x_i ;
- h. calcular para cada grandeza de entrada X_i a contribuição para incerteza padrão $u_i(y)$ para a incerteza associada com a estimativa de saída resultante da estimativa de entrada x_i . Sendo que $u_i(y) = c_i u(x_i)$;
- i. calcular a incerteza combinada que é a raiz da soma quadrática das contribuições para incerteza padrão $u_i(y)$;
- j. calcular a incerteza expandida U por meio da multiplicação da incerteza padrão combinada $u_c(y)$ associada à grandeza de saída por um fator de abrangência k (escolhido da tabela de *t student*, em função dos graus de liberdade efetivos v_{eff} para um nível de confiança de aproximadamente 95%).

5.3.2

Modelo Matemático da Medição

O modelo matemático é elaborado através da equação da propagação de erros, que inclui as repetições das medições e as várias grandezas de influência conhecidas e não exatamente conhecidas, para a determinação do resultado de medição. As contribuições para a incerteza provêm da falta de conhecimento destas grandezas, das variações nas repetições e as várias outras incertezas associadas às correções dos erros sistemáticos.

A expressão que relaciona o valor do mensurando, ou seja, o comprimento verdadeiro em função do índice de refração η (que é função da temperatura do ar T , da pressão parcial do vapor d'água f e da pressão atmosférica p e também do

comprimento de onda do laser λ), da temperatura do objeto a calibrar T_o e do coeficiente de dilatação térmica α é apresentada a seguir:

$$L_R = L_{R_\eta} \times \frac{1}{1 + \alpha \times (T_m - T_o)}$$

sendo;

$$L_{R_\eta} = \frac{\eta_0 \times L_0}{\eta}$$

onde,

L_0 indicação do comprimento no sistema-referência nas condições ambientais padronizadas ($T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $p = 101325 \text{ Pa}$, $f = 1150 \text{ Pa}$);

η_0 índice de refração do ar nas condições ambientais padronizadas;

η índice de refração do ar nas condições ambientais de medição;

L_{R_η} comprimento medido pelo sistema-referência, corrigido para as condições ambientais de medição;

L_R comprimento do objeto a calibrar, medido pelo sistema-referência, corrigido para a temperatura de $20 \text{ }^\circ\text{C}$;

α coeficiente de dilatação térmica

T_m temperatura de medição do objeto a calibrar;

T_o temperatura de referência de $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

O modelo matemático da equação da propagação das incertezas para o sistema-objeto é dado por:

$$\varepsilon = L_x - L_R - \Delta_{E_1} - \Delta_{E_2} - e_{R_1} - e_{R_2} - e_{f_1} - e_{f_2} - \Delta\varpi_o$$

logo;

$$\varepsilon = L_x - \frac{\eta_0 \times L_0}{\eta} \times \frac{1}{1 + \alpha \times (T_m - T_o)} - \Delta_{E_1} - \Delta_{E_2} - e_{R_1} - e_{R_2} - e_{f_1} - e_{f_2} - \Delta\varpi_o$$

sendo que,

ε erro de indicação do sistema-objeto;

L_x indicação no sistema-objeto do comprimento do objeto a calibrar corrigido para temperatura de $20 \text{ }^\circ\text{C}$;

Δ_{E_1}	erro devido ao alinhamento do sistema-objeto;
Δ_{E_2}	erro devido ao alinhamento do sistema-referência;
e_{R_1}	erro de resolução do sistema-objeto;
e_{R_2}	erro de resolução do sistema-referência;
e_{f_1}	erro de instabilidade do sistema-objeto;
e_{f_2}	erro de instabilidade do sistema-referência;
$\Delta\varpi_o$	erro devido à diferença dos comprimentos “mortos” dos lasers.

5.3.3

Incerteza Padrão do Tipo A (Repetitividade)

A avaliação do Tipo A da incerteza padrão é obtida a partir das repetições das observações das grandezas de entrada sob condições de repetitividade.

Como já descrito anteriormente foram feitas 4 medições contendo 3 ciclos cada uma. As leituras e os resultados são apresentados nas tabelas no apêndice [5].

A metodologia de medição aplicada não permite o cálculo do desvio padrão da indicação de cada laser uma vez que o que é determinada é a diferença indicada de comprimentos.

Com o objetivo de se estimar o desvio padrão de cada laser, se considerou que fossem iguais ao desvio padrão do erro de indicação, o que resultou em um coeficiente de correlação destes desvios padrão de $r = -1/2$.

Para o cálculo de repetitividade de cada sistema de medição foram utilizados os desvios padrão do registro de medição com os maiores valores (tabela A1.4 do apêndice [5]).

Estas considerações não tendem a aumentar significativamente a incerteza final de medição, pois existem contribuições para incerteza de ordem superior, portanto estas considerações tendem a favorecer a segurança para o cálculo da incerteza.

A incerteza de medição associada à estimativa avaliação do tipo A é calculada como a seguir:

$$s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{s^2(x_k)}{n}}$$

$s(\bar{x})$ desvio padrão experimental da média;

$s^2(x_k)$ variância experimental;

n número de observações.

Aplicado-se a fórmula acima, as incertezas padrão do tipo A para o sistema-objeto e o sistema-referência são respectivamente:

$$u(x_{rep_o}) = s(\bar{x}_{rep_o})$$

$$u(x_{rep_r}) = s(\bar{x}_{rep_r})$$

$$u(x_{rep_o}) = \frac{0,098}{\sqrt{3}} = 0,0566 \mu\text{m}$$

$$u(x_{rep_r}) = \frac{0,098}{\sqrt{3}} = 0,0566 \mu\text{m}$$

5.3.4

Incerteza Padrão do Tipo B

É o método de avaliação da incerteza por outros meios que não a análise de uma série de observações. As estimativas para as incertezas padrão deste tipo foram avaliadas através do conhecimento científico, baseado em todas as informações disponíveis sobre as possíveis variabilidades das grandezas de entrada, sendo que estas foram oriundas de manuais dos fabricantes dos lasers, publicações e a experiência do próprio laboratório na utilização de sistemas laser como padrão de referência em metrologia dimensional.

a) Incerteza Padrão Associada ao Padrão de Referência

As contribuições do tipo B à incerteza total associadas aos padrões e instrumentos expressas na forma de incertezas padrão $u(x_i)$, são apresentadas na tabela 3, onde as incertezas expandidas U para cada instrumento utilizado foram

retiradas de seus respectivos certificados de calibração, para um nível da confiança de aproximadamente 95% e com um fator de abrangência $k=2$. Segundo [28] a distribuição de probabilidade para a incerteza padrão devido ao padrão de referência é normal. A incerteza padrão é:

$$u(x_i) = \frac{U}{k}$$

Tabela 3- Incertezas padrão associadas aos padrões de referência

Padrão	Laboratório	U	$u(x_i)$
Laser de referência	Laint	0,000000007 μm	0,0000000035 μm
Termômetro do ambiente	Later	0,1 $^{\circ}\text{C}$	0,05 $^{\circ}\text{C}$
Termômetro do padrão	Later	0,007 $^{\circ}\text{C}$	0,0035 $^{\circ}\text{C}$
Medidor de umidade	Lahig	0,8 %	0,4 %
Barômetro digital	Lapre	8,05 Pa	4,025 Pa

c) Incerteza Padrão Associada à Resolução dos Laseres

Uma fonte de incerteza de um instrumento digital é a resolução de seu dispositivo indicador. Mesmo quando as indicações repetidas de um laser são idênticas, a incerteza de medição atribuível à repetitividade não é zero, pois existe uma faixa de sinais de entrada, varrendo um intervalo conhecido, que dariam a mesma indicação. Como a resolução do dispositivo indicador do laser é 0,01 μm , o valor do estímulo que produz uma dada indicação pode estar situado com igual probabilidade, portanto com uma distribuição retangular, em qualquer lugar do intervalo $\pm 0,01 \mu\text{m} / 2$.

As incertezas padrão para os laseres, portanto, são as seguintes:

$$u(x_{e_{R_1}}) = \frac{0,01}{2\sqrt{3}} = 0,00289 \mu\text{m}$$

$$u(x_{e_{R_1}}) = \frac{0,01}{2\sqrt{3}} = 0,00289 \mu\text{m}$$

d) Incerteza Padrão Associada à Instabilidade dos Laseres

A estimativa quanto à flutuação dos valores indicados foi obtida através de várias observações dos valores brutos, sem as correções devido às influências já mencionadas. A amplitude dessas observações foi considerada para a estimativa da incerteza padrão associada à instabilidade do laser causada pela turbulência do ar. Como a amplitude foi de $0,02 \mu\text{m}$, esta foi então considerada a estimativa para os dois laseres. A distribuição de probabilidade considerada para esta estimativa foi a retangular.

$$u(x_{e_{f_1}}) = \frac{0,02}{\sqrt{3}} = 0,0115 \mu\text{m}$$

$$u(x_{e_{f_1}}) = \frac{0,02}{\sqrt{3}} = 0,0115 \mu\text{m}$$

e) Incerteza Padrão Associada aos Alinhamentos dos Laseres

Como já mencionado, os feixes de referência e de medição devem se recombinar coincidindo exatamente no centro do alvo, localizado no cabeçote, o que caracteriza que o alinhamento do laser é adequado. Como essa coincidência é avaliada por percepção visual e o olho humano tem uma resolução de $300 \mu\text{m}$ [6], uma distinção de uma não coincidência entre o feixe de referência e o de medição torna-se muito difícil para valores menores que essa resolução. Supondo que a não coincidência dos feixes seja da ordem de $200 \mu\text{m}$ (S), calcula-se através da fórmula mostrada em 4.4 que o erro co-seno, para o pior caso que é o comprimento inicial (L) de $200 \mu\text{m}$, seja da ordem de:

$$\xi = \frac{S^2}{8L^2} = \frac{0,20^2}{8 \times 200^2} = 0,000000125 \text{ ppm}$$

$$\xi \text{ em valores absolutos} = 0,000000125 \text{ ppm} \times 200 \text{ mm} = 0,000025 \text{ mm} = 0,025 \mu\text{m}$$

Entretanto, a correção para o erro co-seno não é aplicada para os lasers pois não se conhece o valor exato desse erro. Portanto, o procedimento adotado é de se estimar o erro para o pior caso, como feito acima, e de se aplicar uma distribuição retangular às suas possíveis variações, o que leva a:

$$u(x_{\Delta E_1}) = \frac{0,025}{\sqrt{3}} = 0,0144 \mu\text{m}$$

$$u(x_{\Delta E_2}) = \frac{0,025}{\sqrt{3}} = 0,0144 \mu\text{m}$$

f) Incerteza Padrão Associada aos Comprimentos “Mortos” dos Laseres

Os comprimentos “mortos”, conforme exposto em 4.2, não são corrigidos pois se supõe que os erros de cada laser se anulam ao serem comparados. Entretanto, mesmo assim, existe um erro residual que pode ser estimado tomando-se como base as diferenças de indicações dos sensores de temperatura do material do sistema-objeto em relação ao sistema-referência. Nessa hipótese, os sensores estão captando temperaturas supostamente iguais, mas o sensor de temperatura do material do sistema-objeto encontra-se com um erro em temperatura de 0,046 °C (apêndice [7]) em relação ao sensor do sistema-referência. O erro residual do comprimento “morto” ($\Delta\varpi_o$), devido à dilatação térmica do material, pode ser calculado como a seguir:

$$\Delta\varpi_o = \varpi_o - \varpi'_o$$

Como o comprimento “morto” para o sistema-referência é

$$\begin{aligned} \varpi_o &= L_1 \times \alpha \times (T - 20 \text{ }^\circ\text{C}) = \\ &= 100000 \mu\text{m} \times 11,5 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \times 3,0 \text{ }^\circ\text{C} = 3,45 \mu\text{m} \end{aligned}$$

e o comprimento “morto” para o sistema-objeto é

$$\begin{aligned} \varpi'_o &= L'_1 \times \alpha' \times (T' - 20 \text{ }^\circ\text{C}) = \\ &= 100000 \mu\text{m} \times 11,5 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \times 3,046 \text{ }^\circ\text{C} = 3,503 \mu\text{m}, \end{aligned}$$

logo o erro residual é:

$$\Delta\varpi_o = \varpi_o - \varpi'_o = 0,0529 \mu\text{m}$$

Estima-se que as variações do erro residual tenham limites retangulares de distribuição, portanto a incerteza padrão devido ao erro de comprimento “morto” é a seguinte:

$$u(x_{\Delta w_0}) = \frac{0,0529}{\sqrt{3}} = 0,0305 \mu\text{m}$$

g) Incerteza Padrão Associada ao Coeficiente de Dilatação Térmica

Baseados em dados dos fabricantes de blocos-padrão supõe-se que o coeficiente de dilatação térmica de blocos de aço esteja dentro do intervalo de $(11,5 \pm 1,0) \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, portanto a incerteza padrão é representada por uma distribuição retangular e

$$u(x_{\alpha_1}) = \frac{1,0 \times 10^{-6}}{\sqrt{3}} = 0,577 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$u(x_{\alpha_2}) = \frac{1,0 \times 10^{-6}}{\sqrt{3}} = 0,577 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Conforme exposto em 3.3.1 é utilizado um único bloco-padrão para simular um objeto sendo calibrado pelos dois sistemas lasers, portanto os valores de coeficiente de dilatação térmica, que são introduzidos nos softwares de compensação devidos a este erro, devem ser o mesmo. Isto sugere que as grandezas de entrada dos coeficientes de dilatação térmica tenham uma correlação total, ou seja, $r = 1$.

Supondo que

$$L_R = \frac{\eta_0 \times L_0}{\eta_R} \times \frac{1}{1 + \alpha_R \times \Delta T_R}$$

e

$$L_X = \frac{\eta_0 \times L_0}{\eta_X} \times \frac{1}{1 + \alpha_X \times \Delta T_X},$$

$$u_{\varepsilon}^2(\alpha) = \left(\frac{\partial L_R}{\partial \alpha_R} \right)^2 (u_{\alpha_R})^2 + \left(\frac{\partial L_X}{\partial \alpha_X} \right)^2 (u_{\alpha_X})^2 - 2 \times \left(\frac{\partial L_R}{\partial \alpha_R} \right) (u_{\alpha_R}) \times \left(\frac{\partial L_X}{\partial \alpha_X} \right) (u_{\alpha_X}) \times r$$

Como α_R e α_X são iguais e as derivadas parciais dos comprimentos em relação aos coeficientes de dilatação são muito próximas, a incerteza do erro de indicação em relação aos coeficientes de dilatação térmica pode ser desprezada.

5.3.5

Coefficiente de Sensibilidade c_i

O coeficiente de sensibilidade c_i descreve o quanto a estimativa de saída y é influenciada por variações da estimativa de entrada x_i . A derivada parcial do modelo matemático em relação a cada parâmetro avalia a mudança na estimativa de saída y devido à mudança na estimativa de entrada x_i .

O coeficiente de sensibilidade do erro de indicação em relação à temperatura do ar é o seguinte:

$$c_T = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} \times \frac{\partial \eta}{\partial T}$$

onde,

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} = \left[-\frac{\eta_0}{\eta^2} \times \frac{1}{1 + \alpha \cdot (T_m - T_o)} \right] \times L_0$$

$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta}$ é a derivada do erro de indicação em relação ao índice de refração e,

$$\frac{\partial \eta}{\partial T} = \left[\frac{(\eta_s - 1)}{K_1} \cdot \frac{1}{(1 + K_4 T)} \right] \times \left[K^3 \cdot 10^{-8} \cdot p^2 - p \cdot K_4 \cdot \left(\frac{1 + 10^{-8} \cdot (K_2 + K_3 T) \cdot p}{(1 + K_4 T)^2} \right) \right]$$

sendo,

$\frac{\partial \eta}{\partial T}$ a derivada do índice de refração em relação à temperatura do ar.

O coeficiente de sensibilidade do erro de indicação em relação à pressão atmosférica é o seguinte:

$$c_p = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} \times \frac{\partial \eta}{\partial p}$$

onde a derivada do índice de refração em relação à pressão atmosférica é

$$\frac{\partial \eta}{\partial p} = \frac{\eta_s - 1}{K_1 \cdot (1 + K_4 T)} \times [1 + 2 \cdot p \cdot 10^{-8} \cdot (K_2 + K_3 T)]$$

O coeficiente de sensibilidade do erro de indicação em relação à umidade é o seguinte:

$$c_f = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} \times \frac{\partial \eta}{\partial f}$$

onde a derivada do índice de refração em relação à umidade é

$$\frac{\partial \eta}{\partial f} = - \left(K_5 - K_6 \times \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2 \right) \times 10^{-10}$$

O coeficiente de sensibilidade do erro de indicação em relação ao coeficiente de dilatação térmica é:

$$c_\alpha = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} = - \frac{\eta_0}{\eta} \times \frac{1}{[1 + \alpha \times (T_m - T_o)]^2} \times (T_m - T_o) \times L_0$$

O coeficiente de sensibilidade do erro de indicação em relação à temperatura do objeto é:

$$c_{T_m} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial T_m} = \frac{-\eta_0}{\eta} \times \frac{1}{[1 + \alpha \times (T_m - T_a)]} \times \alpha \times L_0$$

Os coeficientes de sensibilidade do erro de indicação em relação à demais variáveis são constantes, portanto igual a 1.

$$c_n = \frac{\partial \varepsilon}{\partial L_0} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial L_x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Delta_{E1}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Delta_{E2}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial e_{R1}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial e_{R2}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial f_1} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial f_2} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Delta_{\omega_0}} = 1$$

5.3.6

Contribuição para a Incerteza Padrão

A contribuição à incerteza padrão $u_i(y)$ associada à estimativa de saída y é resultante da incerteza padrão associada à estimativa de entrada x_i multiplicada pelo coeficiente de sensibilidade, ou seja,

$$u_i(y) = c_i u(x_i)$$

5.3.7

Incerteza Padrão Combinada $u_c(y)$

A incerteza padrão combinada $u_c(y)$ é a raiz quadrada positiva da soma quadrática das contribuições para incerteza padrão que, no caso do presente trabalho, se expressa por:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2}$$

$$u_c(y) = \sqrt{(1 \cdot u(x_{rep_o}))^2 + (1 \cdot u(x_{rep_r}))^2 + (1 \cdot u(x_\lambda))^2 + (c_T \cdot u(x_T))^2 + (c_{T_m} \cdot u(x_{T_m}))^2 + (c_f \cdot u(x_f))^2 + (c_p \cdot u(x_p))^2 + (1 \cdot u(x_{e_{R1}}))^2 + (1 \cdot u(x_{e_{R2}}))^2 + (1 \cdot u(x_{e_{f1}}))^2 + (1 \cdot u(x_{e_{f2}}))^2 + (1 \cdot u(x_{\Delta_{E1}}))^2 + (1 \cdot u(x_{\Delta_{E2}}))^2 + (1 \cdot u(x_{\Delta_{\epsilon o}}))^2}$$

5.3.8

Incerteza Expandida U

A incerteza expandida U é obtida multiplicando-se a incerteza padrão combinada $u_c(y)$ por um fator de abrangência k , ou seja,

$$U = k u_c(y).$$

Para o cálculo do fator de abrangência k , deve-se obter uma incerteza padrão associada à estimativa de saída; estimar graus de liberdades efetivos ν_{eff} da incerteza padrão combinada $u_c(y)$, associada à estimativa de saída y a partir da fórmula de Welch-Satterthwaite abaixo

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(x_i)}{\nu_i}}$$

e obter o fator de abrangência k na tabela do Guia ISO GUM [27]. A referida tabela é baseada na distribuição- t avaliada para uma probabilidade de abrangência de 95,45 % [27].

Os graus de liberdade ν_i são iguais a $n-1$ para uma grandeza única estimada pela média aritmética de n medições independentes (Incerteza Tipo A). Os graus de liberdade para uma incerteza padrão obtida pela avaliação do Tipo B são mais difíceis de calcular, o que implica em se considerar os graus de liberdade da incerteza padrão $u(x_i)$ obtidos de uma avaliação do Tipo B como sendo $\nu_i \rightarrow \infty$ [27].

A metodologia descrita neste capítulo e os resultados obtidos para as várias contribuições de incerteza foram utilizados na determinação das incertezas expandidas para cada um dos dez comprimentos nominais de 200 mm medidos.

O método de medição apresentado realiza a calibração de um sistema laser por comparação a outro utilizando medições feitas a partir do deslocamento da mesa onde é apoiada o prisma de medição (retrorefletor). O que é de fato analisado é a diferença das medições dos dois sistemas laser para um mesmo deslocamento.

Foram, portanto, registradas as diferenças das indicações de 200 mm em 200 mm de deslocamento, em um total de 2000 mm. As diferenças observadas (tendências) variaram de 0,027 μm a 0,690 μm (apêndice 5).

Foram realizadas três medições para cada deslocamento e quatro repetições completas do procedimento em dias diferentes, tendo sido observada variação do desvio padrão de 0,009 μm a 0,098 μm (apêndice 5).

As incertezas expandidas calculadas variaram de 0,109 μm a 0,306 μm conforme figura 5.2. No apêndice [8] são apresentadas as planilhas completas de incerteza de medição para os comprimentos nominais de 200 mm e 2000 mm.

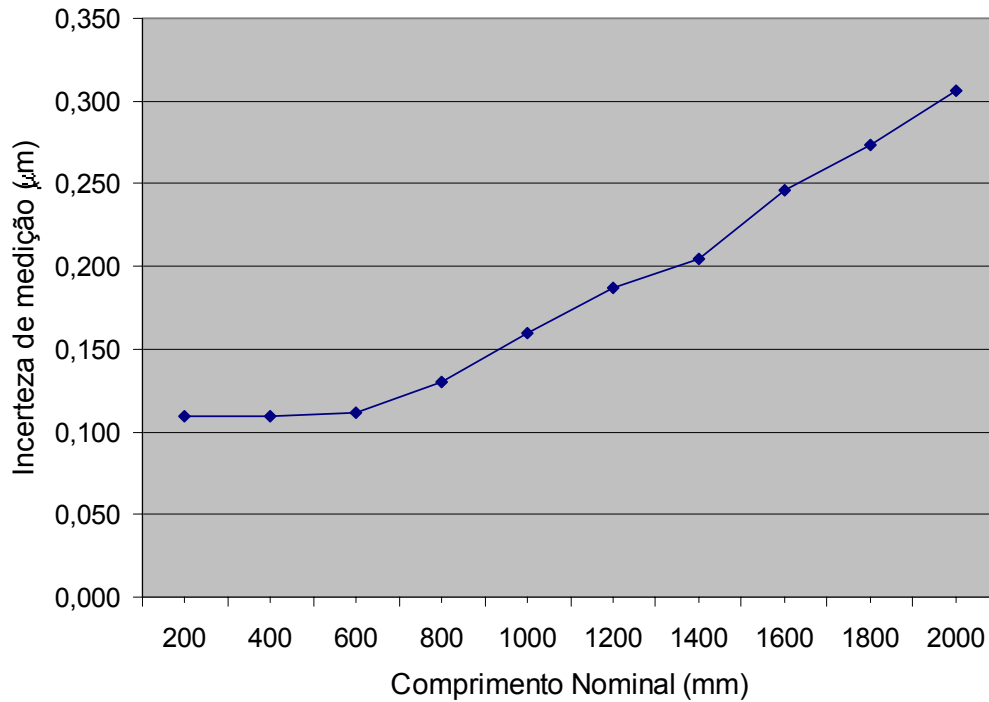


Figura 5.2 Gráfico da Incerteza de Medição x Comprimento

Dos resultados apresentados se conclui que o método é adequado para calibração de sistemas laser de medição, podendo ser caracterizado por uma incerteza expandida final de medição de:

$$U = 2 \times \sqrt{7,011 \times 10^{-3} + 3,908 \times 10^{-14} \times L^2}$$

Sendo L o comprimento nominal em micrometros.

Como o método alternativo de calibração do referido sistema laser de medição é válido, pois atende os níveis de incerteza requeridos para suas aplicações, ele representará uma diminuição no tempo e no custo de calibração destes sistemas.