

6 Resultados e Discussão

Os modelos desenvolvidos no capítulo 2, sistema rotativo com aceleração e sistema com velocidade de rotação constante, são avaliados através da comparação da resposta dinâmica, calculada numericamente, com outros resultados analíticos numéricos disponíveis na literatura, ou ainda com resultados experimentais obtidos da bancada de experimentação.

Neste capítulo são discutidos os resultados do sistema para duas situações: a primeira quando o sistema está acelerando, e, a segunda quando ele se movimenta com velocidade de rotação constante. Finalmente alguns resultados experimentais são analisados.

6.1. Introdução

Nos capítulos anteriores obtiveram-se alguns resultados da simulação interessantes. Estes resultados foram calculados usando dados reais, dados que foram colhidos da bancada experimental.

Do diagrama de Campbell, Figs. 18 e 19, observa-se que para o primeiro modo de vibração a frequência estática é $\omega_0 = 2.28\text{Hz}$, ou seja, aquela quando a rotação é nula. Outro fato importante mostrado é que as frequências naturais ω_{n1} e ω_{n2} não mudam muito com a velocidade, estas duas frequências estão representadas por retas quase horizontais em torno da frequência estática $\omega_0 = 2.28\text{Hz}$.

Devido à grande variedade de parâmetros presentes no sistema, muitas soluções são possíveis. Aqui são analisados alguns resultados interessantes da simulação, especialmente para diferentes valores do coeficiente de atrito (μ) e da folga radial entre o rotor e estator (δ).

6.2. Resultados Numéricos do Sistema com Aceleração

Baseado nos dados da bancada experimental, na curva característica do torque do motor elétrico e alguns valores obtidos da literatura relacionados ao tema, o sistema de equações diferenciais, Eqs. (2.21) e (2.25), é resolvido numericamente considerando os dados da tabela 9.

Para a simulação numérica, as condições iniciais de deslocamentos e velocidades são consideradas nulas, ou seja, o sistema parte do repouso e o centro geométrico do rotor se encontra na vertical do motor, sobre sua linha de centro.

6.2.1. Resultados do Movimento Livre - Passagem Através da Velocidade Crítica

O sistema inicialmente parte do centro geométrico do rotor com velocidade zero, e conforme o tempo transcorre, a velocidade do rotor vai crescendo, ou seja, o sistema encontra-se acelerando. Nos primeiros instantes, o deslocamento do centro do rotor tem um crescimento de amplitude, esta amplitude alcança seu valor máximo quando chega à velocidade crítica do sistema e, uma vez passando esta velocidade, a amplitude decresce.

A partir de uma velocidade de rotação do sistema 3.0 ou 3.5 vezes maior à velocidade crítica, a amplitude do centro do rotor (órbita) conserva-se constante no entorno de um valor muito pequeno. Este comportamento típico do sistema eixo-rotor é observado claramente nos resultados obtidos.

O crescimento da órbita do rotor depende da rapidez (aceleração) com que o sistema passa pela velocidade crítica. Esta rapidez é função do torque disponível de acionamento do motor elétrico T_m . Com o fim de analisar o comportamento da órbita para diferentes acelerações do rotor, tomam-se diferentes frações do torque experimental encontrado no capítulo 4.

Na prática é possível obter estas frações do torque limitando a potência elétrica ($Pot = IV \propto T_m \Omega$) de alimentação do motor através de uma função específica da velocidade angular. Limitar a potência significa limitar a corrente elétrica, já que a voltagem é constante.

Propriedades do Material do Eixo			
Modulo de Young	E	2.1×10^{11}	N/m ²
Densidade	ρ	7850.0	kg/m ³
Disco			
Massa	m_d	2.5	kg
Raio	R_d	50.0	mm
Espessura	h	40.0	mm
Momento de inércia polar de massa	J	3078.1	kg-mm ²
Estator			
Massa	m_e	0.38	kg
Raio interno	R_e	50.9	mm
Rigidez	K	4.0×10^6	N/m
Fator de amortecimento	ζ	0.02	
Eixo			
Diâmetro	d	8.0	mm
Comprimento	L	620.0	mm
Momento de inércia de área	I	200.0	mm ⁴
Rigidez à flexão	K_b	506.1	N/m
Rigidez à torção	K_t	51.8	N-m/rad
Fator de amortecimento à torção	ζ_t	0.01	
Fator de amortecimento à flexão	ζ_b	0.01	
Parâmetros de contato			
Rigidez de contato	K_c	1.0×10^6	N/m
Coeficiente de proporcionalidade viscoso	β	1.0×10^{-7}	s
Coeficiente de amortecimento de contato	$C_c = \beta K_c$	0.1	N-s/m
Excentricidade			
Massa	m_ϵ	0.03	kg
Coordenada ϵ_x	ϵ_x	28.2	mm
Coordenada ϵ_y	ϵ_y	28.2	mm
Outros parâmetros			
Momento de inércia do rotor do motor elétrico	J_m	175.0	kg-mm ²
Folga radial	δ	Variável	mm
Coeficiente de atrito	μ	Variável	

Tabela 9 – Parâmetros físicos e geométricos do sistema eixo-rotor-contenção

Na continuação mostra-se o comportamento dinâmico para três valores distintos do torque de acionamento, a saber: torque baixo ($1\%T_m$), torque médio ($10\%T_m$) e torque alto ($100\%T_m$), onde T_m representa o torque encontrado experimentalmente. Para as simulações numéricas emprega-se o torque dado pela Eq. (4.1) com $C = \frac{150\text{rad/s}}{66\text{rad/s}} = \frac{23.8\text{Hz}}{10.5\text{Hz}}$, o que implica que a velocidade máxima que o rotor vai alcançar é de 23.8Hz (150rad/s).

Torque = 1% T_m

Na Fig. 46, observa-se que o sistema realiza três etapas muito bem definidas. A primeira etapa é o crescimento da órbita do rotor: esta órbita chega a seu máximo valor (amplitude máxima $\approx 6.8\text{mm}$) quando o sistema alcança a frequência de $\approx 2.65\text{Hz}$; na verdade, se o movimento rotativo do sistema fosse quase estacionário, a amplitude máxima da órbita se alcança na frequência da velocidade crítica ($\omega_c = 2.29\text{Hz}$). A segunda etapa corresponde ao decrescimento da órbita do rotor: esta etapa começa na frequência $\approx 2.65\text{Hz}$ e termina aproximadamente em $\approx 9\text{Hz}$, a partir desta frequência inicia-se o movimento do rotor com órbita constante. A última etapa está caracterizada pelo movimento do rotor cuja órbita é de amplitude constante $\approx 0.49\text{mm}$.

Na Fig. 47 mostram-se a variação do deslocamento θ e a velocidade angular $\dot{\theta}$ do rotor. Pode-se observar que o valor de θ cresce em forma parabólica até os primeiros 60s, e depois começa a variar linearmente.

Quando o sistema ultra passa a frequência de $\approx 2.65\text{Hz}$, a velocidade do rotor cresce novamente em forma continua. Mas, o crescimento de $\dot{\theta}$ não é indefinido: chega um instante em que a velocidade do rotor passa a ser constante e alcança o valor máximo de 23.8Hz, e, segundo a Fig. 47, o tempo necessário para chegar à velocidade máxima é $\approx 150\text{s}$.

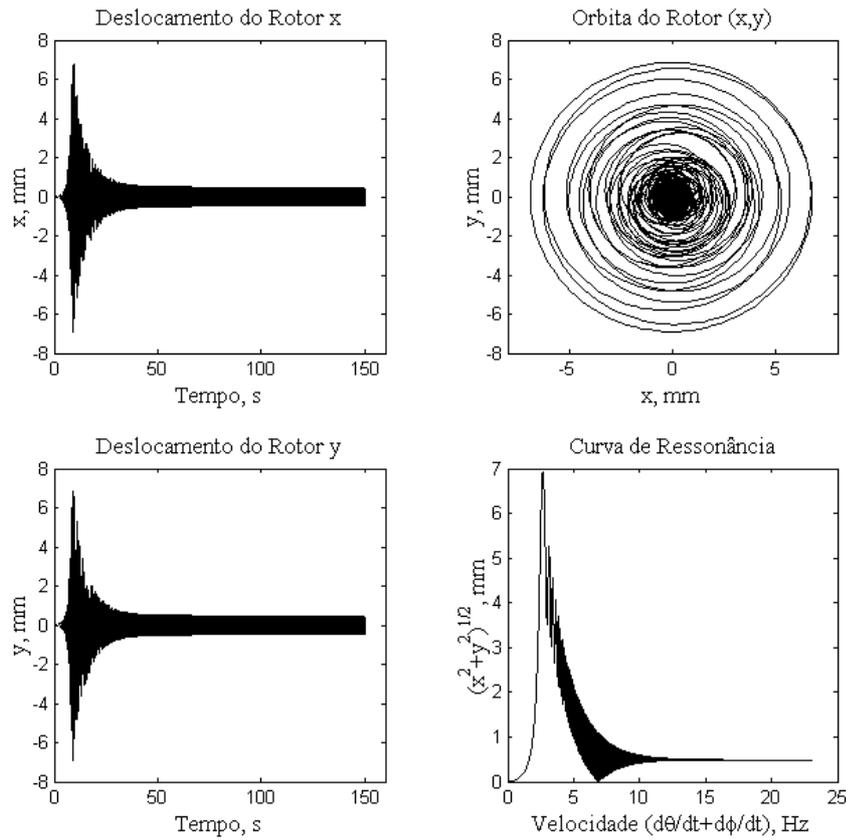


Figura 46 – Resposta dinâmica do sistema ($1\%T_m$)

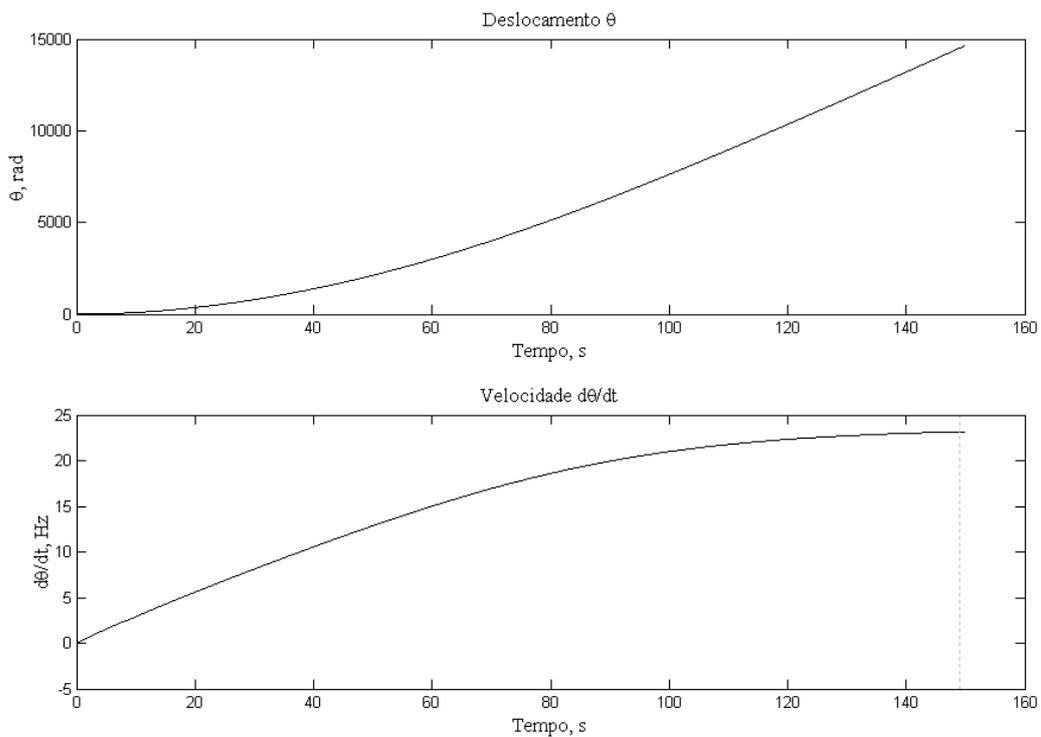


Figura 47 – Variação do deslocamento θ e a velocidade $\dot{\theta}$ ($1\%T_m$)

O modelo em estudo considera a rigidez do eixo à torção e é esperado que o deslocamento ϕ e a velocidade angular $\dot{\phi}$ sejam observados na resposta temporal. O comportamento destas variáveis é mostrado na Fig. 48. Observa-se que a duração do transiente de ϕ e $\dot{\phi}$ é aproximadamente 0.5s, esta curta duração é atribuída ao alto valor usado para a rigidez à torção K_t . Também observa-se que a amplitude de ϕ e $\dot{\phi}$ estão na ordem de 10^{-4} rad e 10^{-2} Hz, respectivamente. Como os valores de ϕ e $\dot{\phi}$ são muito pequenos em relação aos de θ e $\dot{\theta}$, eles têm pouca importância na análise do movimento sem impacto.

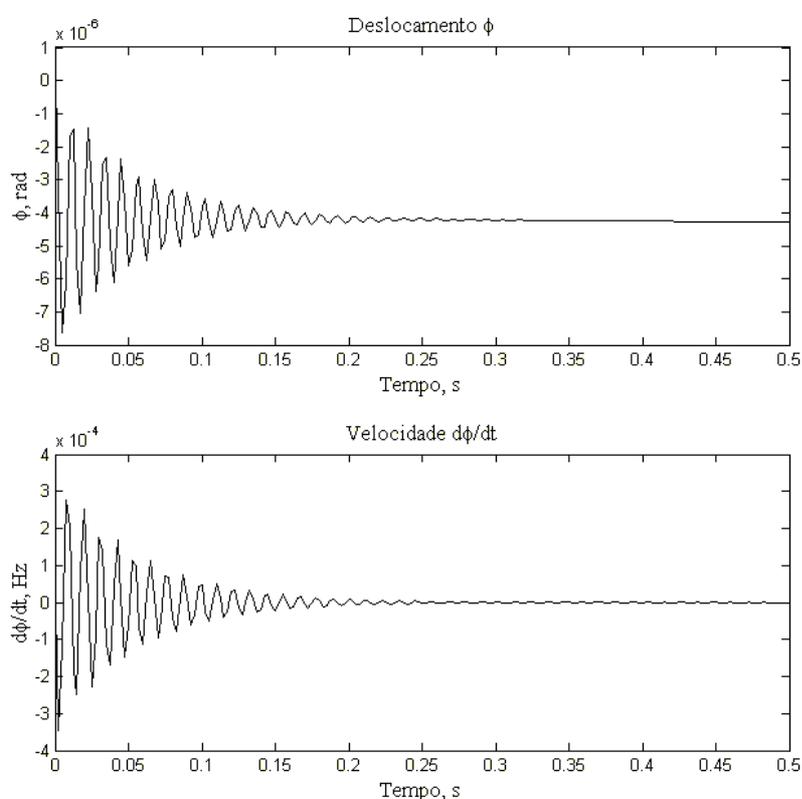


Figura 48 – Transiente do deslocamento ϕ e velocidade $\dot{\phi}$ ($1\%T_m$)

Na Fig. 49, mostra-se o comportamento do torque do motor elétrico, ela mostra que o torque vai para zero quando se alcança a velocidade de ≈ 23.8 Hz. Este comportamento é lógico, porque a equação usada para o torque de acionamento, Eq. (4.1) do capítulo 4, leva o sistema rotativo até uma velocidade máxima de ≈ 23.8 Hz, e uma vez atingida esta velocidade o torque é nulo e o sistema não acelera mais.

Outra fato que deve ser observada na Fig. 49 é a magnitude do torque, neste caso ela tem um valor máximo de $\approx 6.6\text{N}\cdot\text{mm}$. Também, da Fig. 47, ressaltou-se que o tempo necessário para chegar à velocidade máxima foi de $\approx 150\text{s}$, portanto que é razoável pensar que para um torque maior de acionamento, o tempo para atingir a velocidade máxima deverá ser menor, o que será verificado com as simulações que seguem.

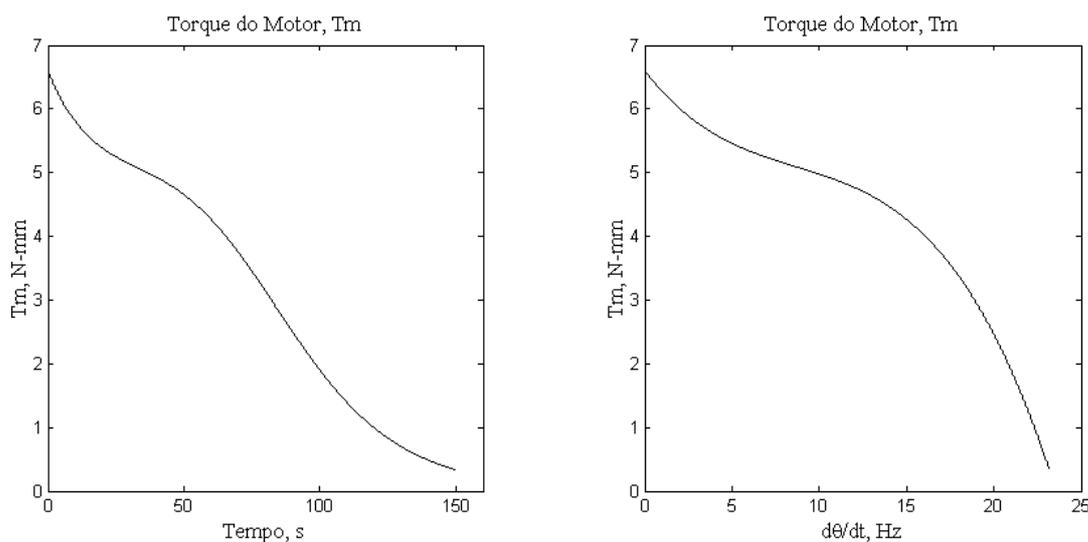


Figura 49 – Variação da curva do torque do motor elétrico ($1\%T_m$)

Torque = $10\%T_m$

Está claro que com um torque de acionamento maior no sistema rotativo, a rapidez com que o sistema se movimenta é maior, e, o tempo de permanência nas proximidades da velocidade crítica ($\omega_c = 2.29\text{Hz}$) é menor. Isto implica que não haverá tempo suficiente para que a órbita do rotor cresça como aconteceu no caso anterior.

Para o novo valor do torque, a Fig. 50 mostra que a órbita do centro do rotor cresce até uma amplitude máxima de $\approx 2.62\text{mm}$ na frequência de $\approx 3.7\text{Hz}$; como se vê, o valor máximo da órbita é inferior ao caso anterior.

A Fig. 51 mostra a variação do torque do motor e a velocidade $\dot{\theta}$. Esta figura mostra que o tempo necessário para atingir a velocidade máxima é $\approx 18\text{s}$, isto concorda com o que foi argumentado anteriormente: com um torque maior aplicado ao sistema rotativo, o tempo para chegar à velocidade máxima,

$\dot{\theta}_{\max} \approx 28.3\text{Hz}$ (150rad/s), é menor. Para esta simulação, o torque tem um valor máximo de $\approx 66\text{N}\cdot\text{mm}$, sendo que na velocidade máxima, o torque vai para zero.

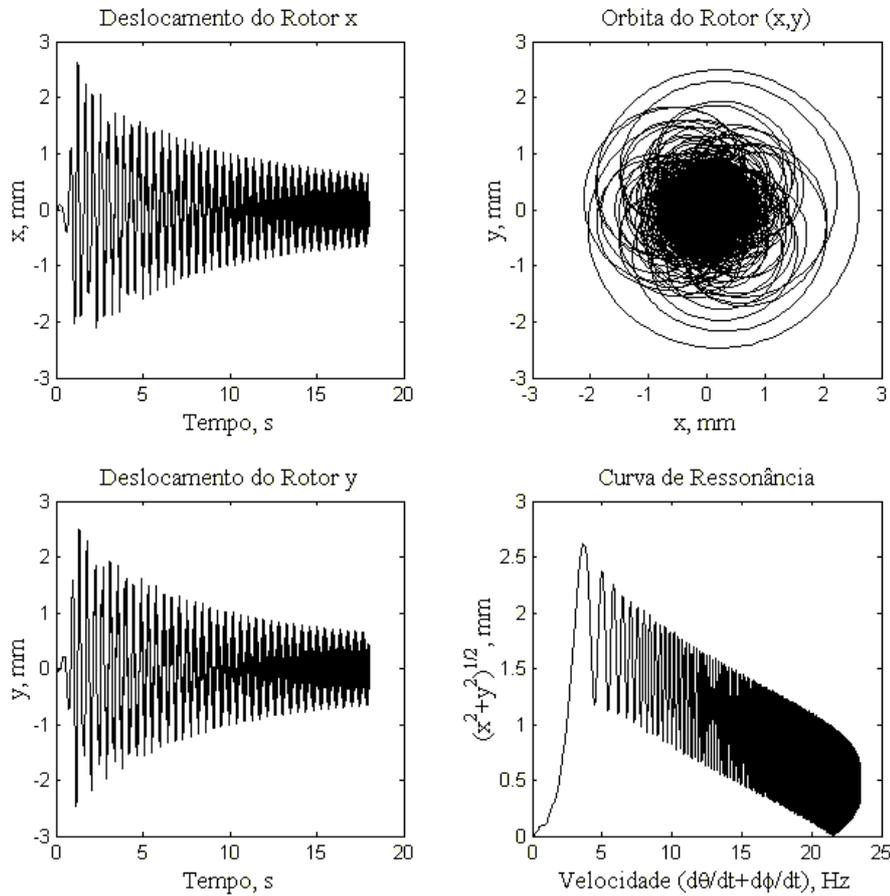


Figura 50 – Resposta dinâmica do rotor ($10\%T_m$)

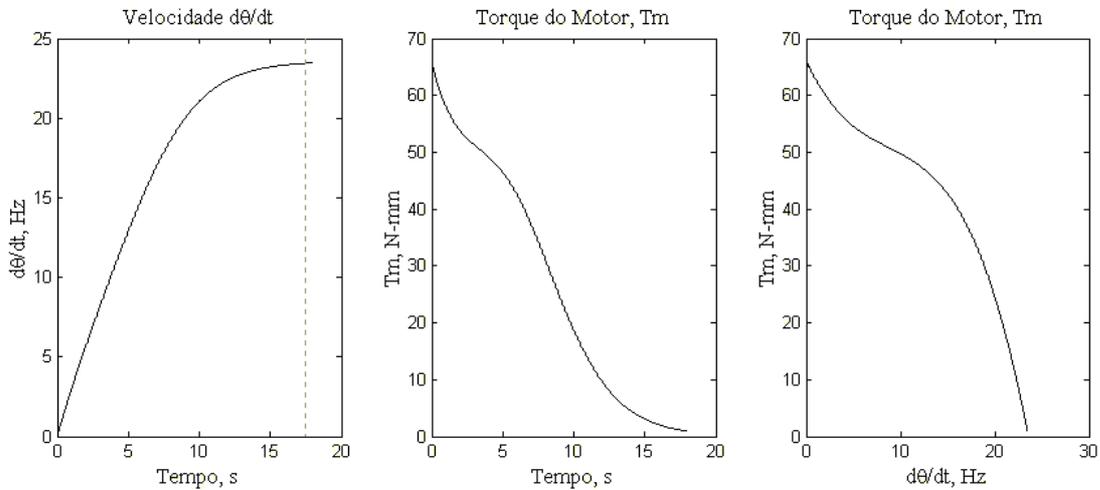


Figura 51 – Variação da velocidade $\dot{\theta}$ e do torque do motor elétrico ($10\%T_m$)

Torque = 100% T_m

Os resultados numéricos para esta situação são mostrados na Fig. 52. Quando se aplica 100% do torque, observa-se que o sistema passa muito rapidamente pela velocidade crítica ($\omega_c = 2.29\text{Hz}$) e não permite que a amplitude da órbita do centro do rotor alcance valores altos como nos casos anteriores. A órbita do rotor só chega ao valor máximo de $\approx 1.19\text{mm}$ na frequência de $\approx 7.1\text{Hz}$.

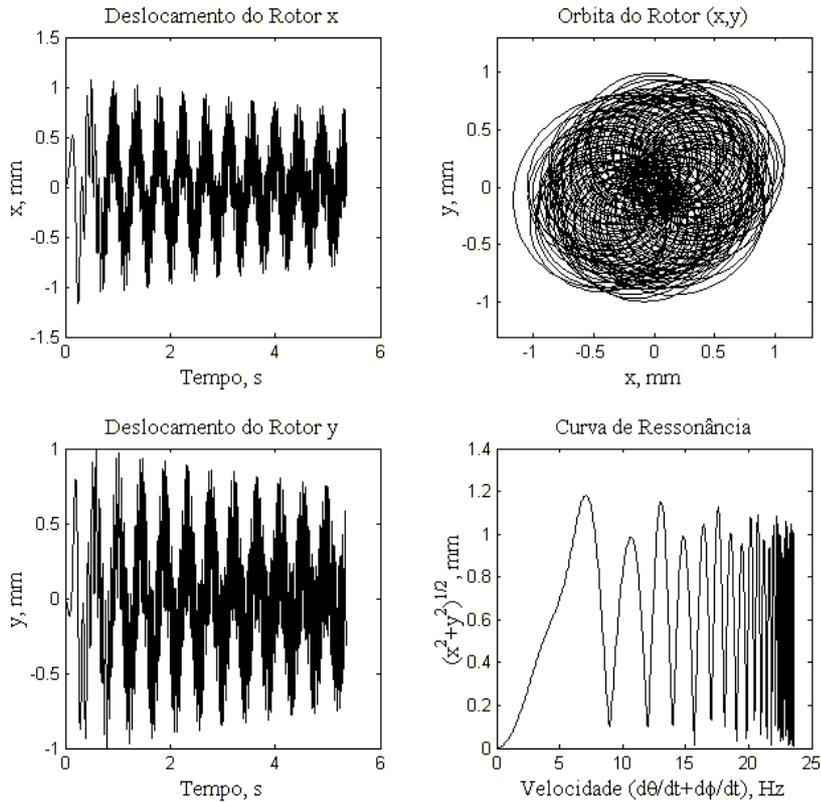


Figura 52 – Resposta dinâmica do rotor (100% T_m)

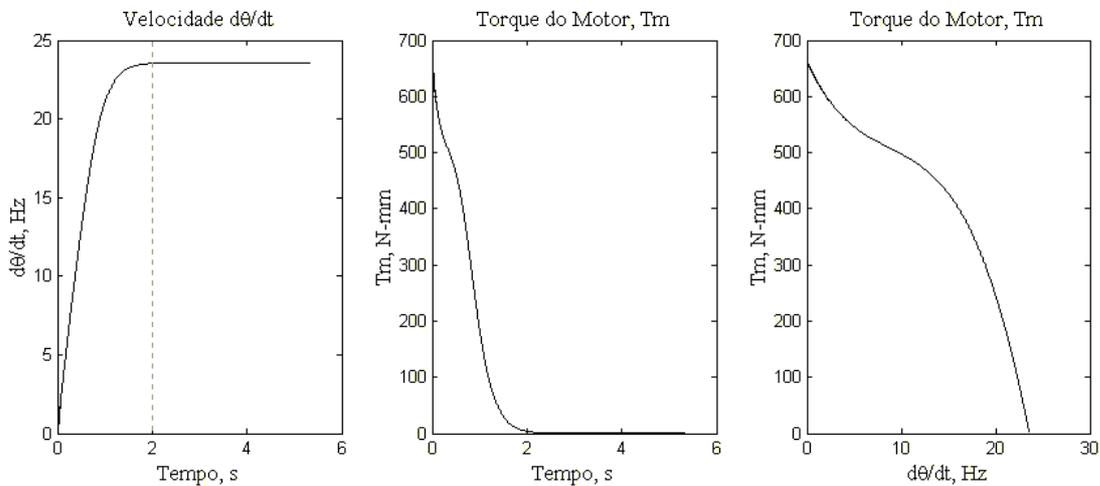


Figura 53 – Variação da velocidade $\dot{\theta}$ e do torque do motor elétrico (100% T_m)

A Fig. 53 mostra a variação do torque do motor, cujo valor máximo é $\approx 660\text{N}\cdot\text{mm}$, e a variação da velocidade $\dot{\theta}$. Neste caso, dá para ver, que o tempo necessário para chegar á velocidade máxima é $\approx 2\text{s}$. Este tempo é inferior que os dois casos anteriores, já que, o torque é maior.

Nas três simulações anteriores, para diferentes torques de acionamento, ($1\%T_m$, $10\%T_m$ e $100\%T_m$) observa-se uma característica muito especial nas curvas de ressonância: quando maior é o torque de acionamento, a frequência onde ocorre a amplitude máxima da órbita do rotor caminha para a direita da velocidade crítica ($\omega_c = 2.29\text{Hz}$) encontrada no diagrama de Campbell.

Para os torques de $1\%T_m$, $10\%T_m$ e $100\%T_m$ as amplitudes máximas da órbita do rotor são alcançadas nas frequências: $\approx 1.16\omega_c$, $\approx 1.53\omega_c$ e $\approx 3.10\omega_c$, respectivamente. Este comportamento observado também é assinalado por Childs [29] e Markert [30] quando estudam um sistema acelerado que passa através de sua velocidade crítica.

Outra conclusão importante que pode ser obtida dos resultados anteriores é que quanto maior torque de acionamento, menor o tempo para atingir o movimento no regime permanente, por exemplo: para os torques ($1\%T_m$, $10\%T_m$ e $100\%T_m$), os tempos aproximadamente são: 150, 18 e 2s, respectivamente.

6.2.2. Resultados do Movimento com Impacto

O modelo em estudo considera a existência de um estator que restringe o deslocamento do rotor. Como o movimento do rotor está limitado pelo estator, sempre que o deslocamento do rotor for maior que a folga radial, haverá um instante que o rotor vai bater no estator. A força gerada neste impacto considera-se como uma força externa que age sobre o rotor. Considerando a força produzida no impacto como externa, são resolvidas as equações do movimento para diferentes valores de coeficiente atrito μ e folgas radiais δ . Nas simulações numéricas é utilizado $100\%T_m$; estes resultados mostram-se nas figuras que seguem.

CASO A: Simulação Para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.9\text{mm}$

Segundo os resultados da Fig. 54, o sistema parte do repouso e acelera rapidamente. Na aceleração a órbita do rotor vai crescendo, e quando o raio da órbita chega ao valor de 0.9mm ocorre impacto e a órbita não cresce mais.

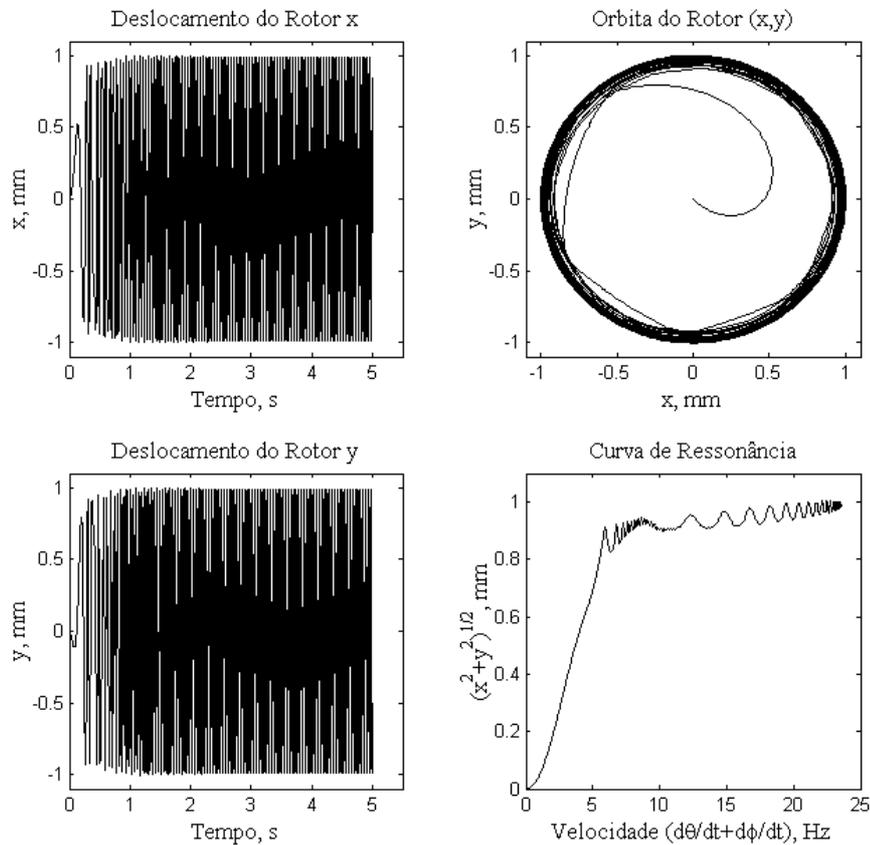


Figura 54 – Resposta dinâmica do rotor para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.9\text{ mm}$

Na Fig. 55, pode-se apreciar a influência do impacto sobre o sistema. O deslocamento ϕ e velocidade $\dot{\phi}$ sofrem uma perturbação no impacto, chegando à ordem de $\phi \approx 2 \times 10^{-3}\text{ rad}$ e $\dot{\phi} \approx 0.1\text{ Hz}$, esta perturbação é causada pela força tangencial de atrito. A magnitude desta perturbação será nula se o coeficiente de atrito for zero, no entanto, se o coeficiente de atrito for maior, por exemplo entre 0.2-0.3, as amplitudes de ϕ e $\dot{\phi}$ no impacto seriam muito maiores, este fato será comprovado em outras simulações que se realizam no decorrer deste capítulo.

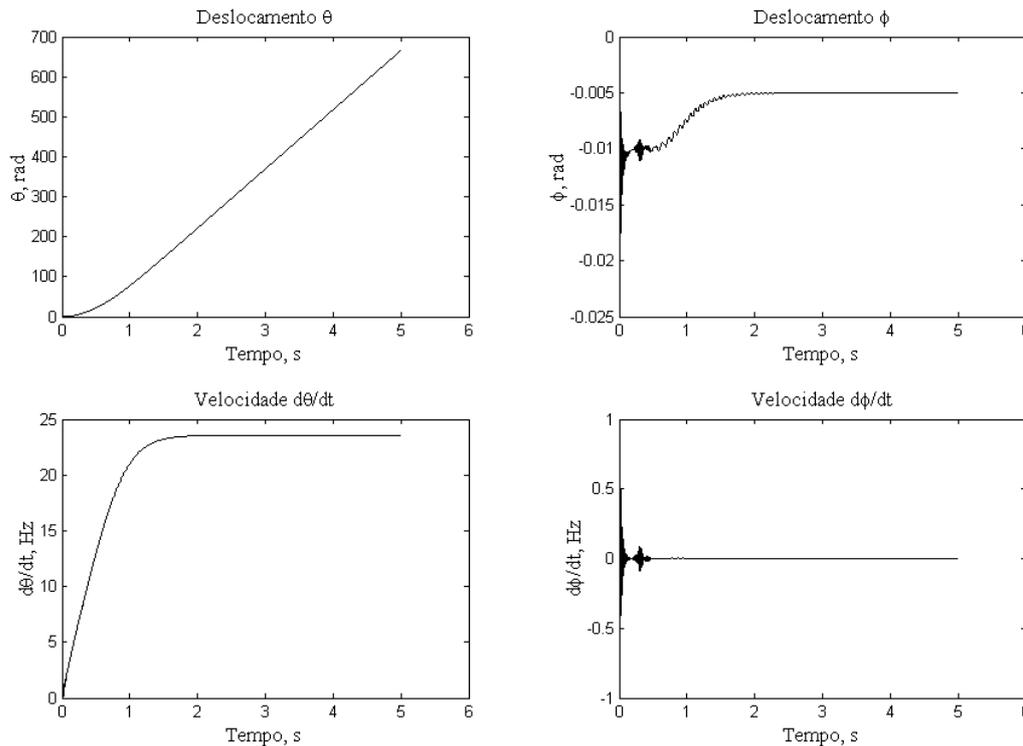


Figura 55 – Variação dos deslocamentos (θ, ϕ) e velocidades $(\dot{\theta}, \dot{\phi})$ para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.9$ mm

Da Fig. 56 observa-se que até o impacto o sistema se movimenta livre de forças externas. No instante $t \approx 0.21$ s ocorre o primeiro impacto; depois de uma sucessão de impactos intermitentes, o rotor entra em contato permanente com o estator, que acontece para $t > 0.29$ s. Na situação de contato permanente, a magnitude da força normal de contato cresce em forma contínua sem chegar a ser nula. O crescimento desta força deve-se ao fato do sistema rotativo encontrar-se acelerando, e a massa excêntrica m_e gerar uma força centrífuga conforme a rotação do rotor aumenta.

Na Fig. 56, também se mostra a variação típica de uma força de impacto, esta força de impacto normal é calculada usando a Eq. (2.8) do capítulo 2. A forma parabólica, qualitativamente, está em total concordância com a variação prevista no modelo estudado no item 2.1.1 (modelo a partir de um sistema com 1 grau de liberdade). Do impacto aberto da Fig. 56, é possível saber o tempo total de duração e a magnitude da mesma. Neste caso particular, o impacto durou $\approx 6 \times 10^{-3}$ s alcançando uma magnitude máxima ≈ 28 N.

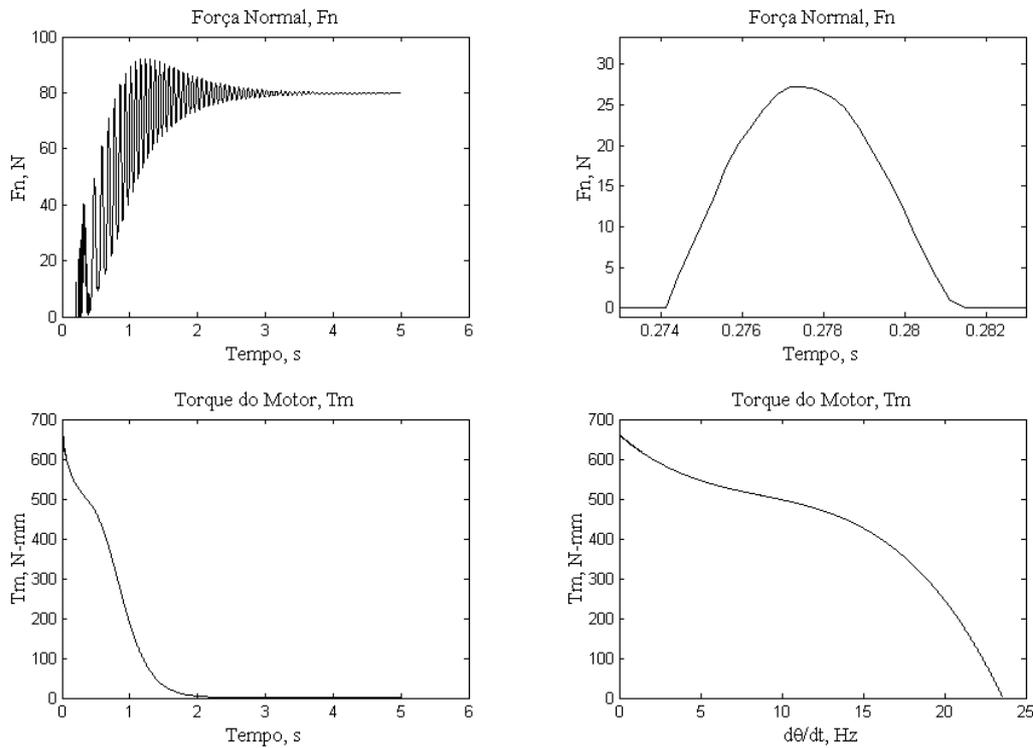


Figura 56 – Variação de F_n e T_m para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.9$ mm

O início do instante de impacto também pode ser observado na resposta dinâmica do estator, representadas pela Eq. (2.25). A Fig. 57 apresenta o comportamento dinâmico do estator quando o rotor bate contra ele, e observam-se picos na aceleração cada vez que há impacto. Depois de vários impactos intermitentes, o rotor encosta-se na parede do estator sem bater, isto é possível ver na curva de aceleração do estator. Nesta mesma figura aprecia-se a relação $\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}}$ do rotor (velocidade na situação de rolamento Ω_{wh} dividida pela velocidade de precessão do rotor $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$). Após o rotor entrar em contato permanente com a parede interna do estator, ele realiza uma precessão direta com escorregamento já que a relação de rolamento ($\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} = 1$) não é satisfeita, para esta simulação em particular, tem-se: $\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} \approx 50 \neq 1$.

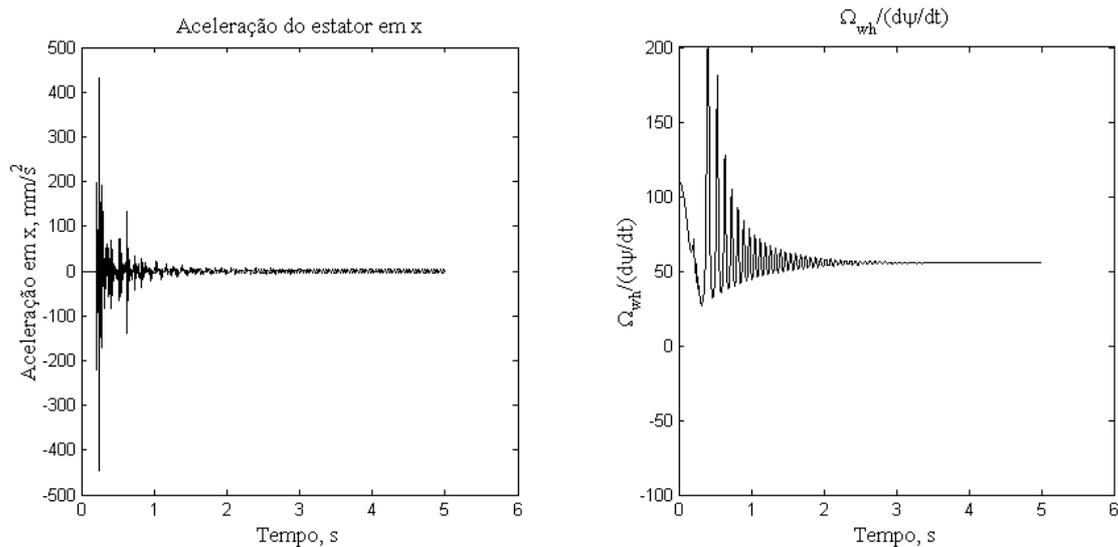


Figura 57 – Resposta dinâmica do estator e velocidade de precessão do rotor para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.9$ mm

CASO B: Simulação Para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.9$ mm

Nesta situação de coeficiente de atrito maior, a força tangencial gerada no impacto é maior. Depois que o rotor começa a bater com o estator, a força tangencial faz que o rotor pule de um impacto a outro com amplitudes crescentes da força normal.

Após vários impactos o rotor tenta realizar precessão retrógrada. A precessão retrógrada é induzida principalmente pela magnitude da força de atrito tangencial que atua em direção oposta ao sentido de giro do rotor. Na Fig. 58 pode-se ver a mudança do sentido de giro do rotor até chegar à precessão retrógrada.

A Fig. 59 mostra a variação dos deslocamentos e velocidades angulares, estes gráficos mostram que a perturbação sofrida devido ao impacto é grande, por exemplo, $\phi \approx \pm 0.06$ rad e $\dot{\phi} \approx \pm 6$ Hz. Esta magnitude da perturbação é diretamente proporcional ao coeficiente de atrito entre o rotor e estator.

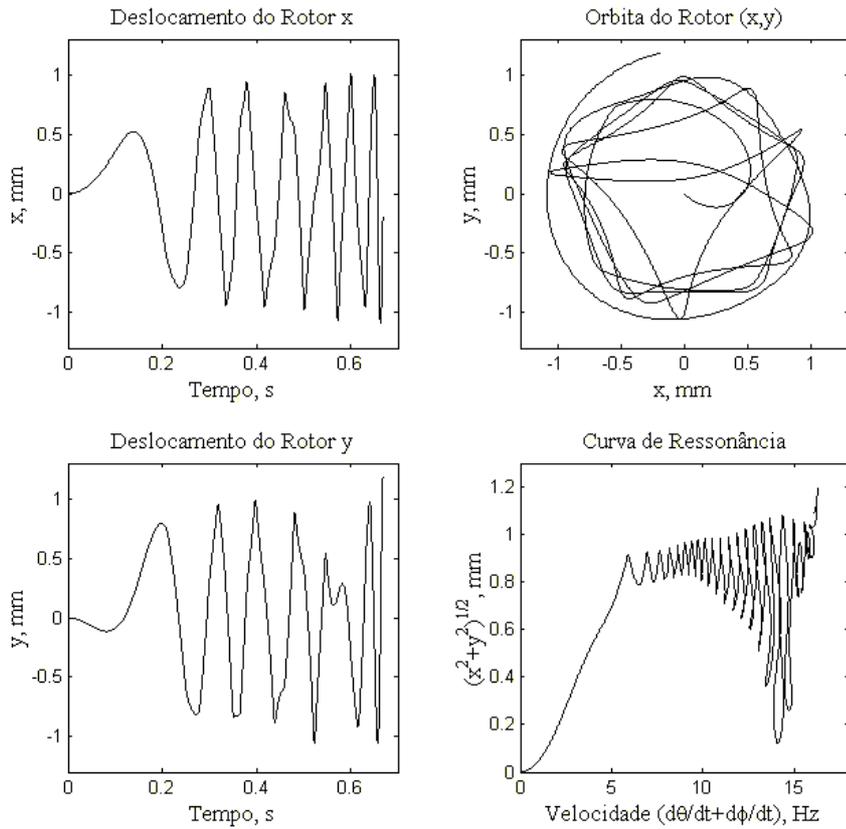


Figura 58 – Resposta dinâmica do rotor para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.9$ mm

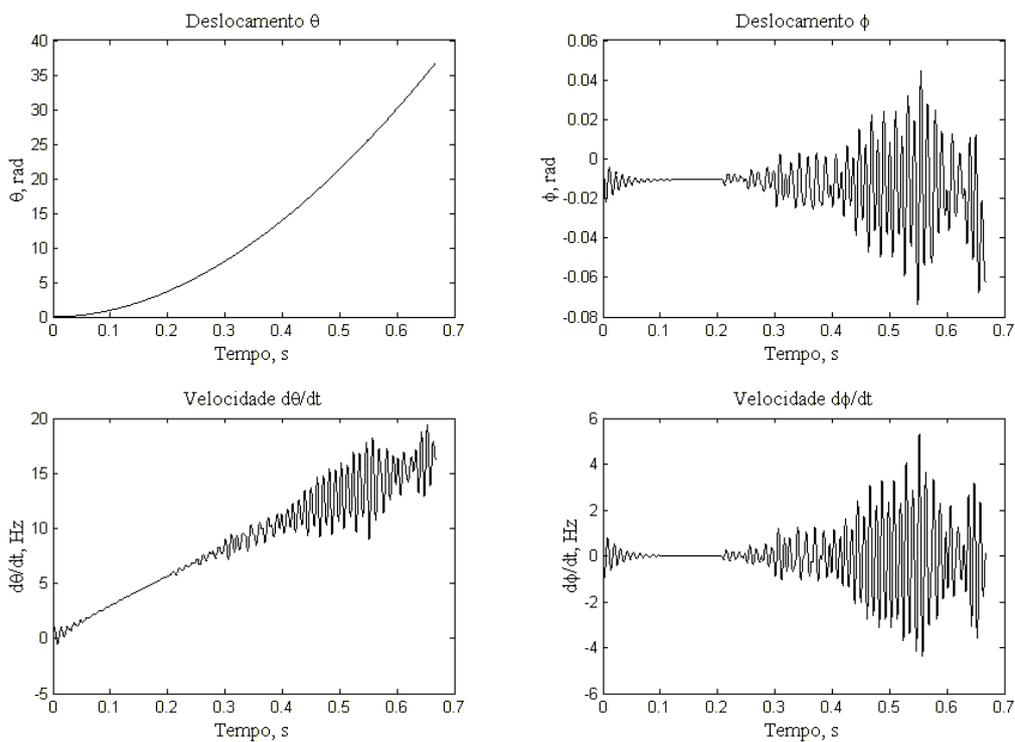


Figura 59 – Variação de (θ, ϕ) e $(\dot{\theta}, \dot{\phi})$ para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.9$

A Fig. 60 mostra a força de impacto normal, e pode-se observar que as magnitudes máximas destas forças ($\approx 150\text{N}$) ocorrem na etapa de transição para chegar à precessão retrógrada. A força de impacto normal mostrada nesta figura tem uma duração total de $\approx 6 \times 10^{-3}\text{s}$.

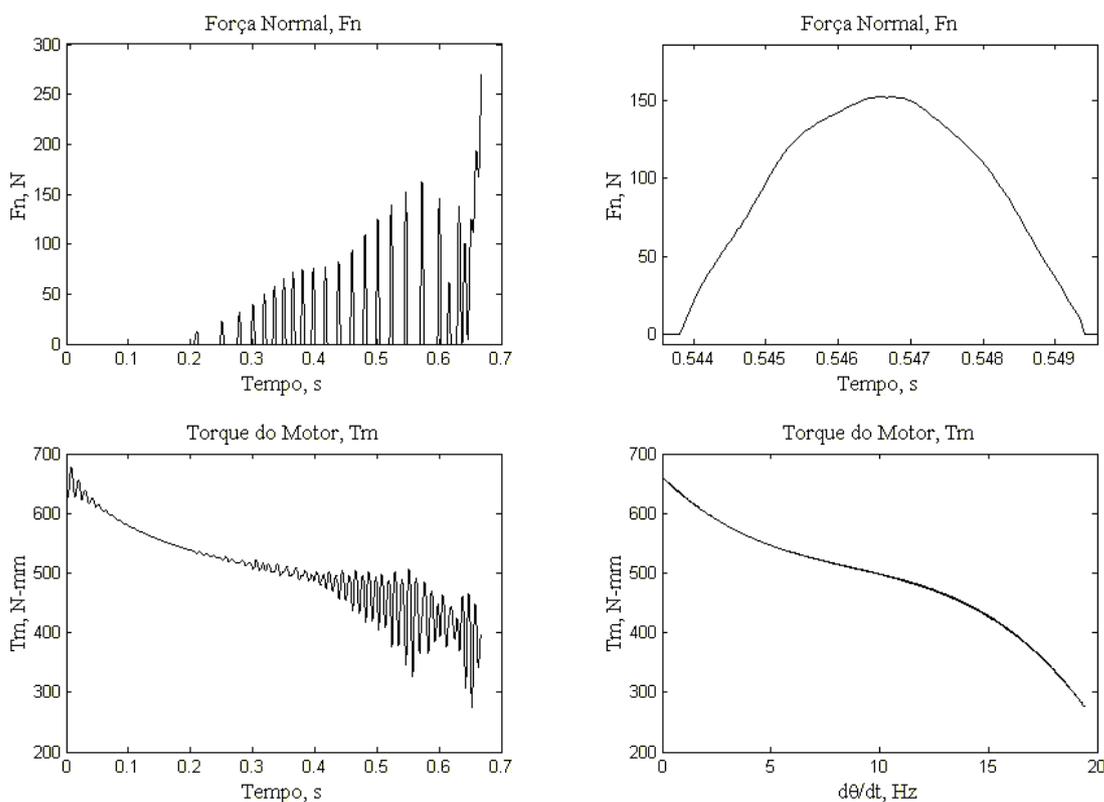


Figura 60 – Variação de F_n e T_m para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.9\text{ mm}$

No instante $t \approx 0.57\text{s}$ o rotor inicia o movimento de precessão retrógrada, o que é demonstrado pelo valor de $\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} < 0$, que se mostra na Fig. 61, indicando que o conjunto eixo-rotor gira em sentido oposto ao sentido de giro do eixo do motor. Além disso, o rotor escorrega uma vez que entra em contato permanente com a parede do estator ($\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} \approx -20 \neq -1$).

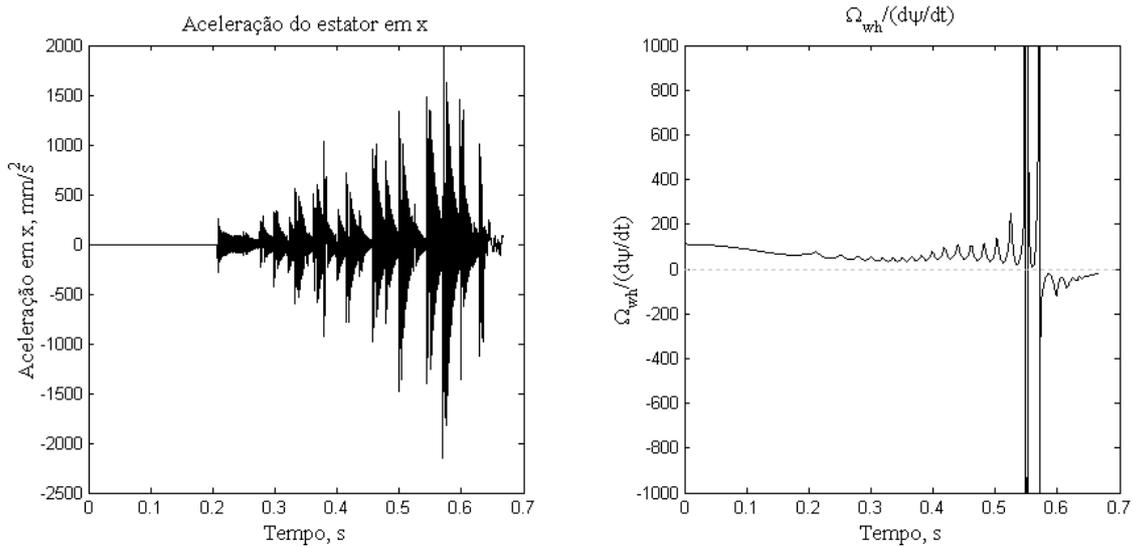


Figura 61 – Resposta dinâmica do estator e velocidade de precessão do rotor para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.9$ mm

CASO C: Simulação Para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.5$ mm

Para esta simulação emprega-se uma folga radial $\delta = 0.5$ mm e um coeficiente de atrito $\mu = 0.01$, este valor de coeficiente é baixo comparado com o coeficiente de atrito que existe entre duas superfícies aço-aço (0.2-0.3).

Como nos casos anteriores, a Fig. 62 mostra a variação dos deslocamentos do centro do rotor e a curva de ressonância. Para esta situação particular, depois que o rotor realiza vários impactos intermitentes, ele entra em contato permanente com a parede do estator.

Mostra-se a magnitude da força de impacto normal na Fig. 63, e, para os impactos intermitentes ($0.12s < t < 0.32s$) pode-se ver que a magnitude máxima desta força é da ordem de 21N, tem uma variação parabólica, e, neste impacto em particular, o tempo total de duração do impacto é $\approx 6 \times 10^{-3}$ s.

Na Fig. 64 estão representados a aceleração do estator e a relação $\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}}$ para o rotor. Nas acelerações observa-se que os impactos intermitentes estão caracterizados por uma serie de picos da aceleração do estator. Passada esta etapa de impactos intermitentes, o rotor fica encostado na parede interna do estator. Nesta figura, também pode-se apreciar que $\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} \approx 100 \neq 1$, portanto o rotor realiza precessão direta com escorregamento.

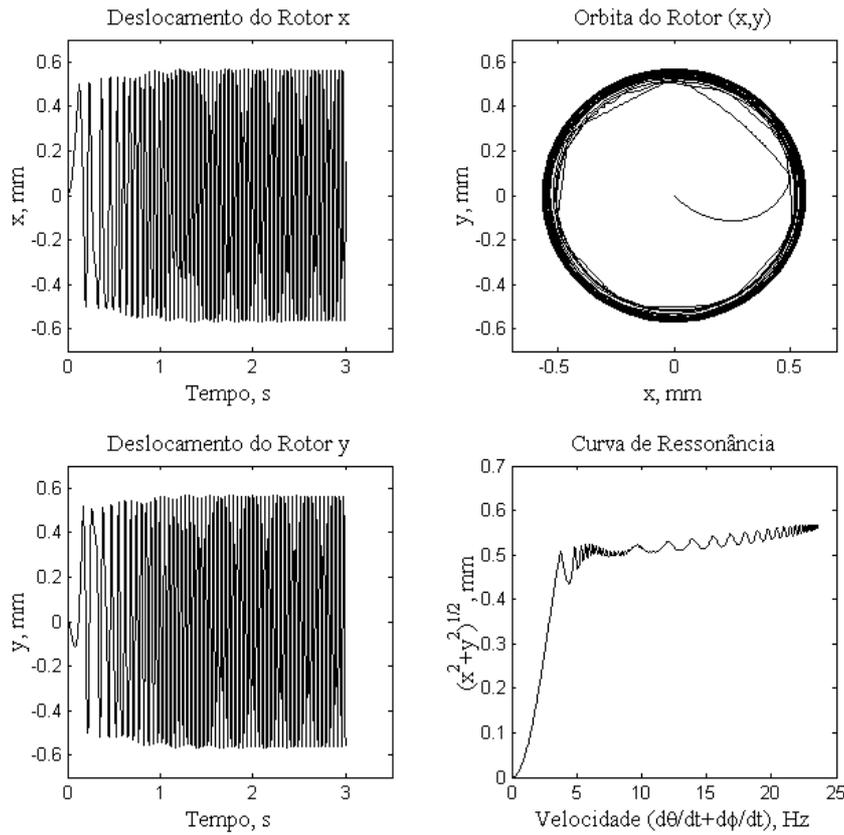


Figura 62 – Resposta dinâmica do rotor para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.5$ mm

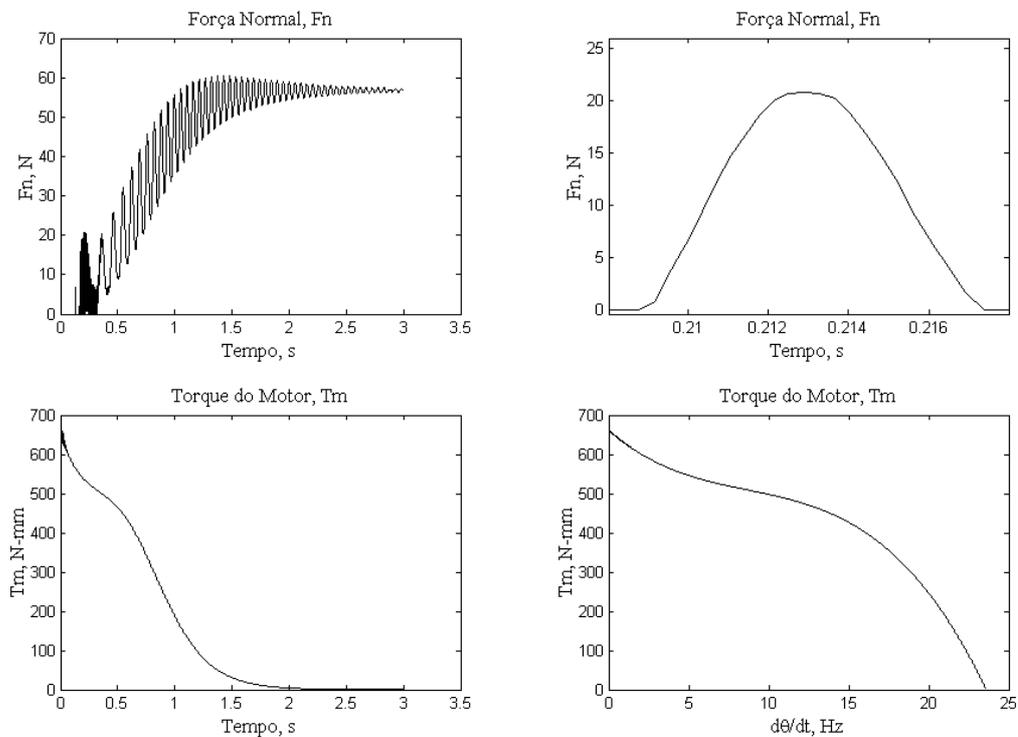


Figura 63 – Variação de F_n e T_m para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.5$ mm

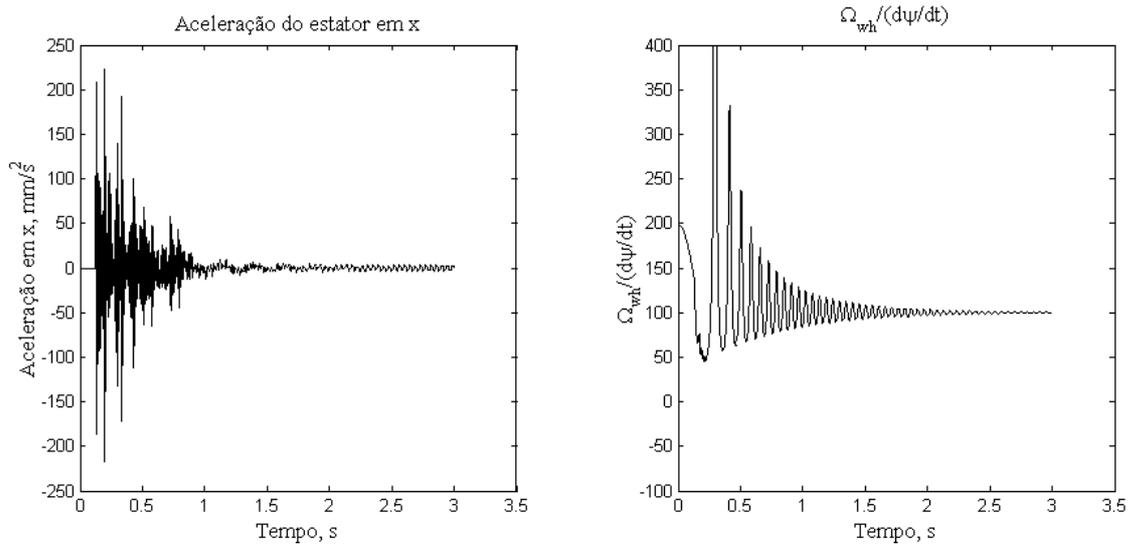


Figura 64 – Resposta dinâmica do estator e velocidade de precessão do rotor para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.5$ mm

Comparando os resultados numéricos do caso A ($\mu = 0.01$, $\delta = 0.9$ mm) e o caso C ($\mu = 0.01$, $\delta = 0.5$ mm) pode-se chegar à conclusão que a força de impacto normal é maior se a folga radial é maior.

CASO D: Simulação Para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.5$ mm

Nesta situação de coeficiente de atrito maior, a força tangencial gerada no impacto é maior. Depois que o rotor começa a bater com o estator, a força tangencial faz que o rotor pule de um impacto a outro com amplitudes crescentes da força normal.

Após vários impactos o rotor tenta realizar precessão retrógrada. A precessão retrógrada é induzida principalmente pela magnitude da força de atrito tangencial que atua em direção oposta ao sentido de giro do rotor. Na Fig. 65 pode-se ver a mudança do sentido de giro do rotor até chegar à precessão retrógrada.

A Fig. 66 mostra a variação dos deslocamentos e velocidades angulares, estes gráficos mostram que a perturbação sofrida devido ao impacto é grande. Para o deslocamento tem-se $\phi \approx \pm 0.03$ rad e para a velocidade $\dot{\phi} \approx \pm 3$ Hz. Estas magnitudes da perturbação são diretamente proporcionais ao coeficiente de atrito entre o rotor e estator.

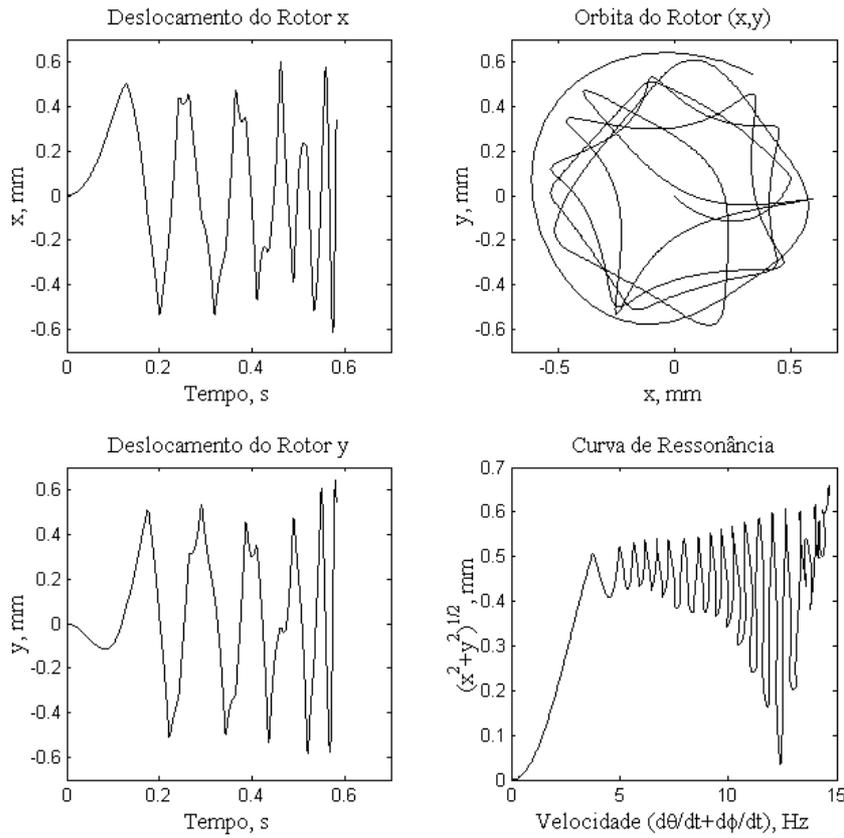


Figura 65 – Resposta dinâmica do rotor para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.5$ mm

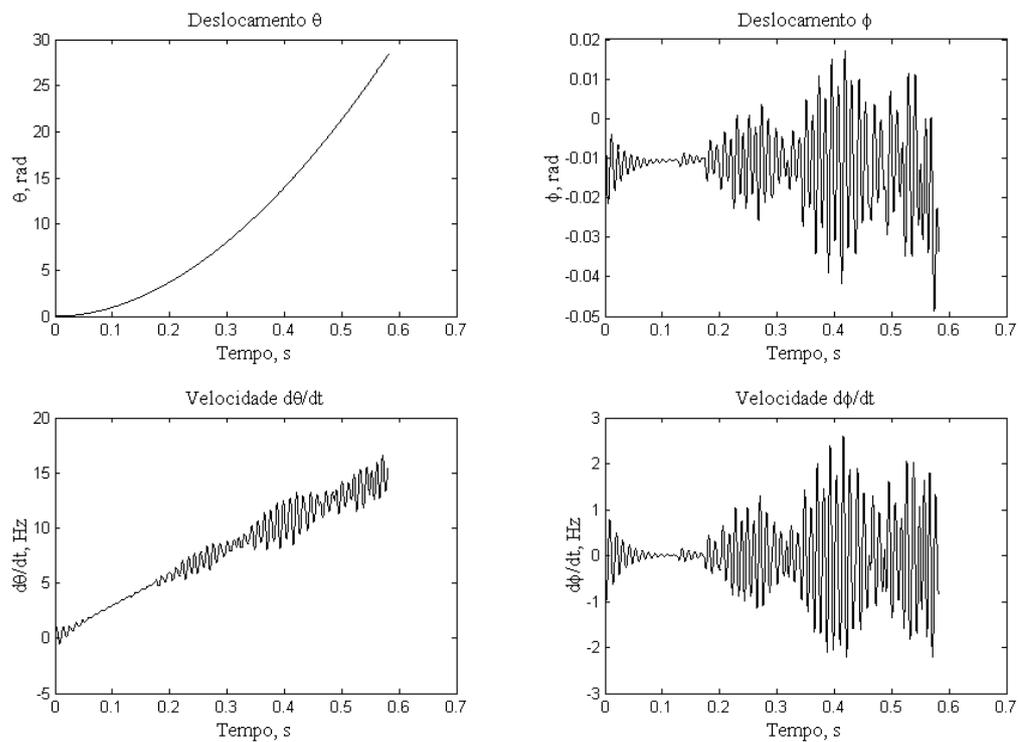


Figura 66 – Variação (θ, ϕ) e $(\dot{\theta}, \dot{\phi})$ para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.5$ mm

A Fig. 67 mostra a força de impacto normal, e pode-se observar que magnitudes máximas destas forças ($\approx 100\text{N}$) ocorrem na etapa de transição para chegar à precessão retrógrada. A força de impacto normal mostrado nesta figura tem uma duração total de $\approx 6 \times 10^{-3}\text{s}$.

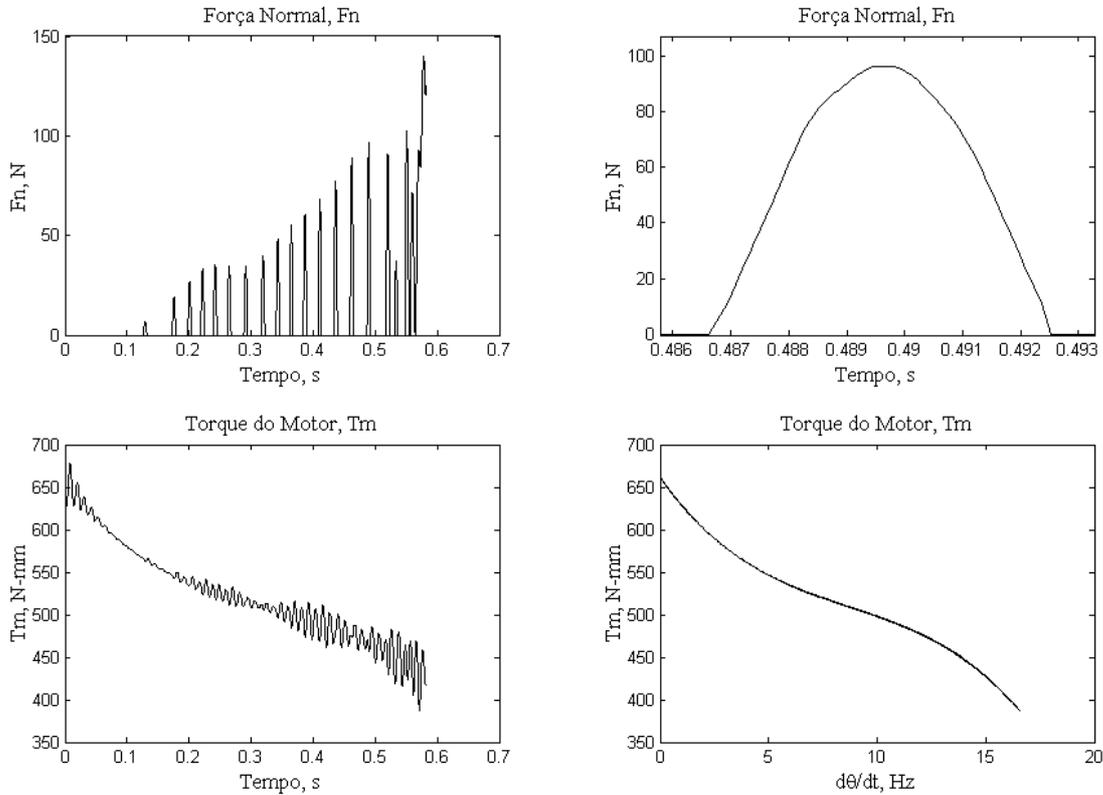


Figura 67 – Variação de F_n e T_m para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.5\text{ mm}$

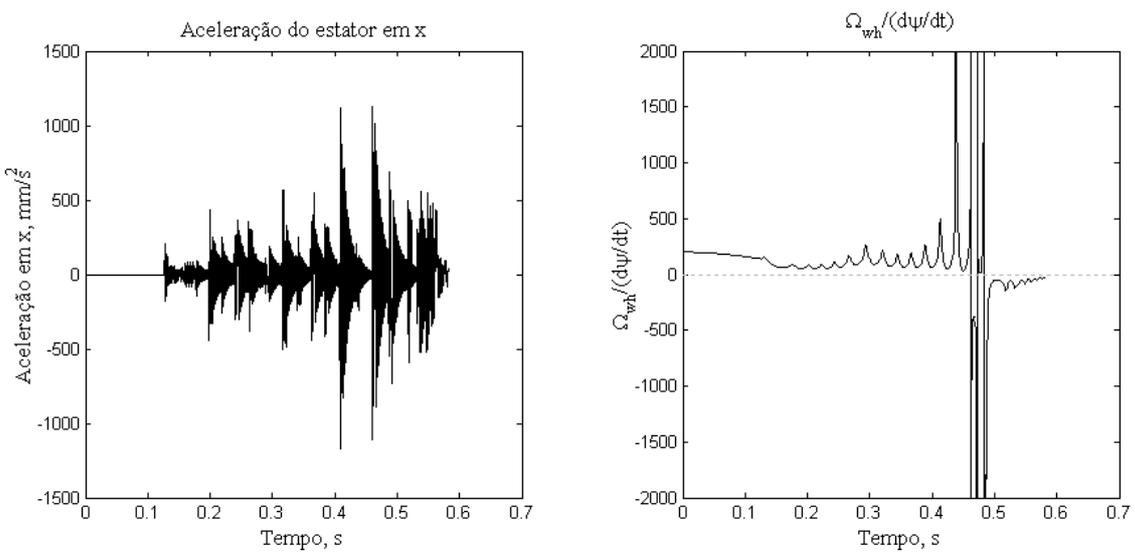


Figura 68 – Resposta dinâmica do estator e velocidade de precessão do rotor para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.5\text{ mm}$

No instante ≈ 0.48 s o rotor inicia o movimento de precessão retrógrada, o que é demonstrado pelo valor de $\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} < 0$, Fig. 68, indicando que o conjunto eixo-rotor gira em sentido oposto ao sentido de giro do eixo do motor. Além disso, o rotor escorrega uma vez que entra em contato permanente com a parede do estator, porque não é satisfeita a condição de rolamento: $\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} \approx -30 \neq -1$.

6.3.

Resultados Numéricos do Sistema com Velocidade Constante

O sistema de equações para velocidade constante, Eq. (2.22), desenvolvida no capítulo 2, é resolvido numericamente para diferentes velocidades de giro do motor.

Na primeira parte simula-se quando o sistema está livre de forças de impacto e depois se considera o movimento com impacto. Para a simulação são usados os dados da tabela 9. As condições iniciais de deslocamento e velocidade são consideradas nulas, o que significa que inicialmente o rotor encontra-se no centro, em sua posição de equilíbrio estática.

6.3.1.

Resultados do Movimento Livre

Nesta parte, apresentam-se resultados numéricos quando o motor gira a velocidade constante. As velocidades foram escolhidas tendo como referencia a velocidade crítica ($\omega_c = 2.29$ Hz).

- **Velocidade $\dot{\theta} = \omega_c = 2.29$ Hz**

Quando um sistema gira com uma frequência igual à velocidade crítica, teoricamente, se for não amortecido, a amplitude da orbita iria para infinito. No entanto, si ele possui amortecimento, a sua orbita tem um limite. Para o sistema em estudo, com amortecimento, o rotor tem o seguinte comportamento: inicialmente sai da posição central (0,0), logo, a órbita do centro do rotor cresce e adquire sua amplitude máxima, aproximadamente 18.7mm, na passagem pelo transiente, e finalmente, a órbita estabiliza-se num valor constante. Este valor

constante da órbita representa o movimento do sistema no regime permanente, e, segundo a Fig. 69, a órbita alcança uma magnitude constante de 17.6mm. Esta magnitude da órbita depende da velocidade de giro do eixo do motor.

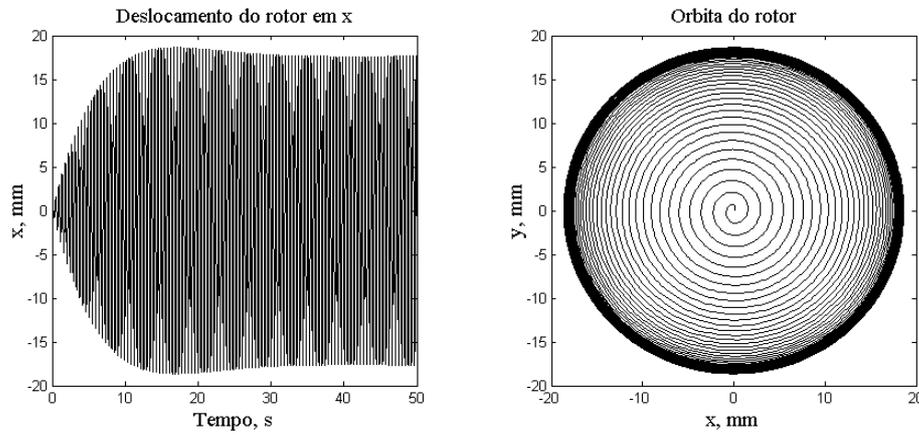


Figura 69 – Resposta dinâmica do rotor para $\dot{\theta} = \omega_c$

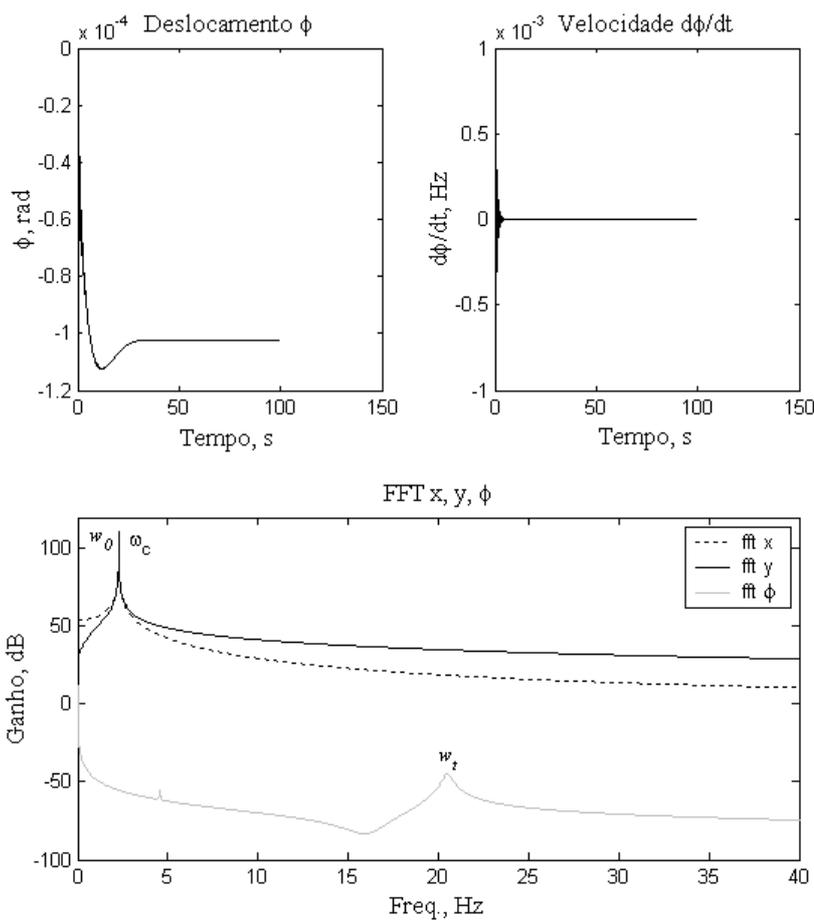


Figura 70 – Variação de ϕ , $\dot{\phi}$ e FFT de (x, y, ϕ) para $\dot{\theta} = \omega_c$

A Fig. 70 mostra a variação do deslocamento ϕ e velocidade angular $\dot{\phi}$ da variável que representa o deslocamento torcional do eixo. Realizando uma FFT de (x, y, ϕ) é possível encontrar o valor da frequência natural a torção do eixo (w_t) e a frequência estática do sistema, que segundo o diagrama de Campbell resulta $w_0 = 2.28 \text{ Hz}$. Na Fig. 70, o valor da frequência natural a torção resulta $w_t = 20.5 \text{ Hz}$, também encontra-se o valor da velocidade crítica $\omega_c = 2.29 \text{ Hz}$ que é a velocidade de operação. Nestes resultados, o valor da frequência estática w_0 está próxima da velocidade crítica ω_c pelo que na FFT elas estão quase superpostas e se confundem.

- **Velocidade $\dot{\theta} = \frac{1}{2} \omega_c = 1.145 \text{ Hz}$**

Para uma velocidade menor que a velocidade crítica, por exemplo $\frac{1}{2} \omega_c$, depois que o sistema passa a etapa transiente, a órbita do rotor alcança uma amplitude constante de $\approx 0.16 \text{ mm}$ como se mostra na Fig. 71.

A Fig. 72 além de mostrar o transiente de ϕ e $\dot{\phi}$ mostra os valores da frequência natural em torção $w_t = 20.5 \text{ Hz}$, a frequência estática $w_0 = 2.28 \text{ Hz}$ e a velocidade de operação $\dot{\theta} = \frac{1}{2} \omega_c = 1.145 \text{ Hz}$. Estes valores são obtidos através da FFT de x, y e ϕ .

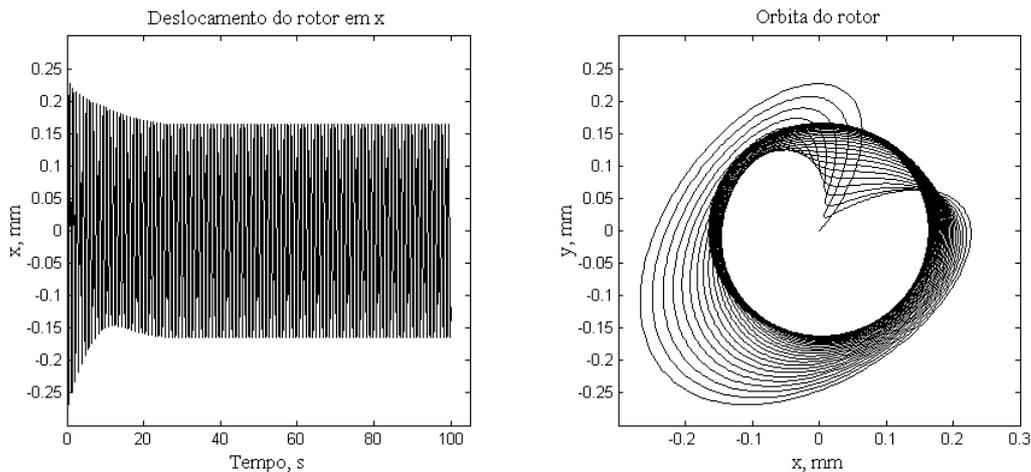


Figura 71 – Resposta dinâmica do rotor para $\dot{\theta} = \frac{1}{2} \omega_c$

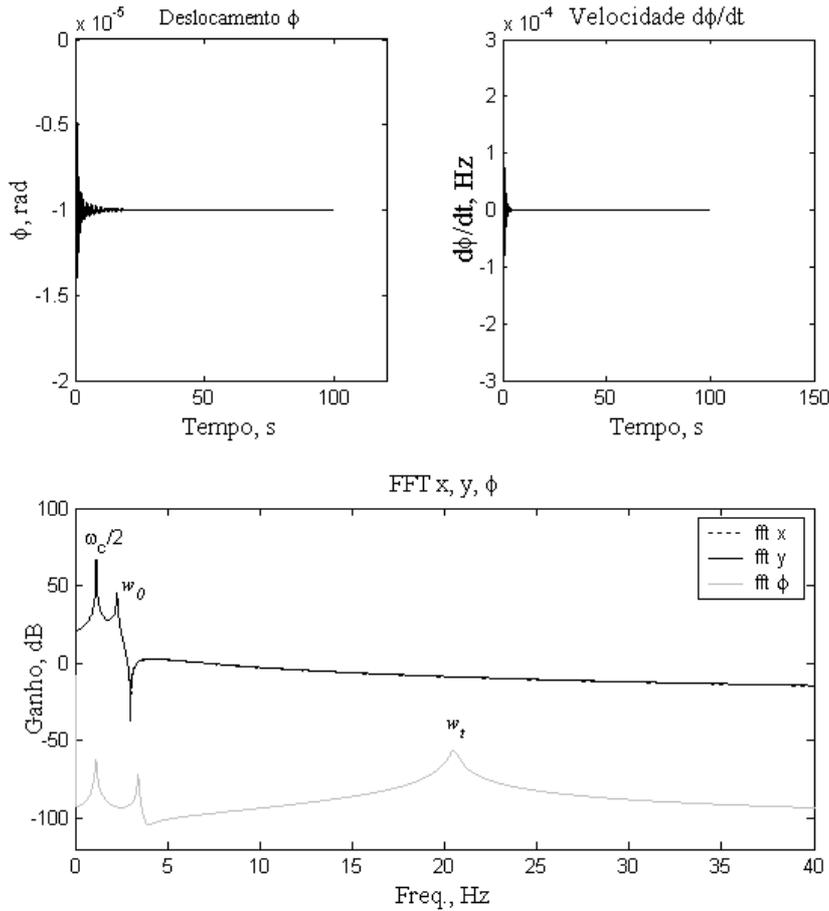


Figura 72 – Variação de ϕ , $\dot{\phi}$ e FFT de (x, y, ϕ) para $\dot{\theta} = \frac{1}{2}\omega_c$

- **Velocidade $\dot{\theta} = \frac{3}{2}\omega_c = 3.4\text{Hz}$**

Quando a velocidade do eixo do motor é maior que a velocidade crítica, por exemplo $\frac{3}{2}\omega_c$, resulta que o valor da amplitude alcançada no regime permanente é $\approx 0.9\text{mm}$, como se observa na Fig. 73. A Fig. 74, mostra a variação do deslocamento ϕ e velocidade angular $\dot{\phi}$, a frequência natural a torção w_t e a frequência estática do sistema w_0 .

Das simulações realizadas com diferentes velocidades de rotação constantes, para o movimento livre, mostra-se que a máxima amplitude alcançada no regime permanente ocorre quando o rotor opera na frequência da velocidade crítica 2.29Hz. Para velocidades subcríticas ou supercríticas a amplitude é menor, esta magnitude além de estar em função da velocidade de giro, é função do fator

de amortecimento viscoso do sistema. Realizando simulações para diferentes valores da velocidade, é possível encontrar a curva clássica de amplitude-frequência para o regime permanente, Inman [31].

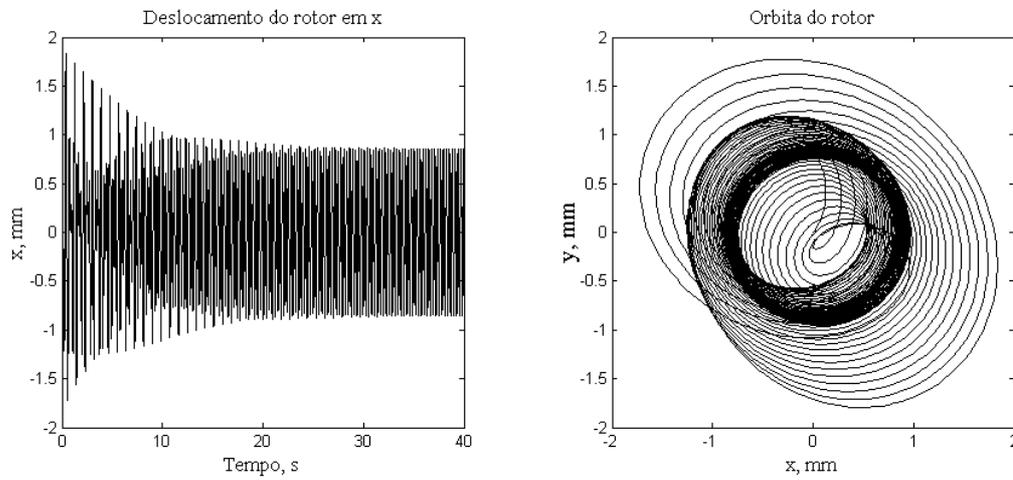


Figura 73 – Resposta dinâmica do rotor para $\dot{\theta} = \frac{3}{2} \omega_c$

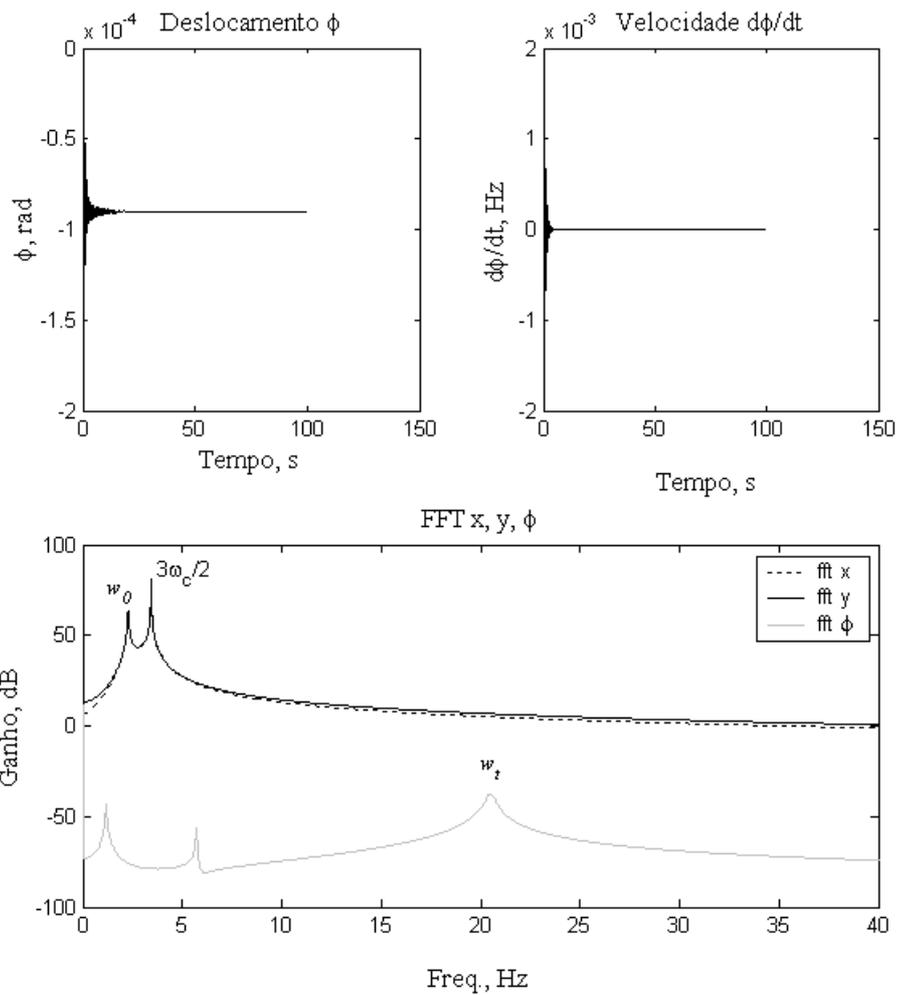


Figura 74 – Variação de ϕ , $\dot{\phi}$, F_n e FFT de (x, y, ϕ) para $\dot{\theta} = \frac{3}{2} \omega_c$

6.3.2. Resultados do Movimento com Impacto

A força externa que age sob o rotor é essencialmente a força de impacto. A força de impacto ocorre quando o rotor bate com o estator.

As simulações, como no caso anterior, são feitas para diferentes velocidades de giro do motor. Também são usados diferentes valores de coeficiente de atrito e folga radial.

CASO A: Simulação Para $\mu = 0.3$ e $\delta = 5.0\text{mm}$ ($\dot{\theta} = \omega_c = 2.29\text{Hz}$)

No item 6.3.1 encontraram-se os resultados quando o sistema realiza movimento livre. Quando a velocidade de giro é ω_c , a amplitude máxima alcançada no transiente é 18.7mm e no regime permanente 17.6mm. Se localizarmos um estator que limite o movimento do rotor tal que a folga radial seja de 5.0mm, o rotor chegará bater com o estator, já que ele está restringindo o movimento do rotor.

Na Fig. 75 observa-se que a órbita do centro do rotor parte da posição (0,0) e no instante 1.6s começa a bater com o estator, isto pode ser percebido pelos picos da força de impacto ou pela perturbação do deslocamento angular ϕ (Fig. 76).

Depois que o rotor começa a bater continuamente, o alto valor da força de atrito tangencial, que age sobre o rotor, faz com que o rotor tenda a movimentar-se em sentido oposto ao giro do eixo do motor.

No gráfico $\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}}$ da Fig. 75 observa-se que o rotor inicia o movimento oposto no instante 3.9s, este movimento é chamado de precessão retrógrada ($\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} < 0$ para $t > 3.9$ s). Para esta simulação o rotor realiza precessão retrograda com escorregamento, já que a condição de rolamento ($\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} = -1$) não é satisfeita.

Na Fig. 76 está o gráfico de uma força de impacto aberta, ela tem uma forma parabólica sendo sua magnitude de $\approx 40\text{N}$ com uma duração total de $\approx 6 \times 10^{-3}$ s.

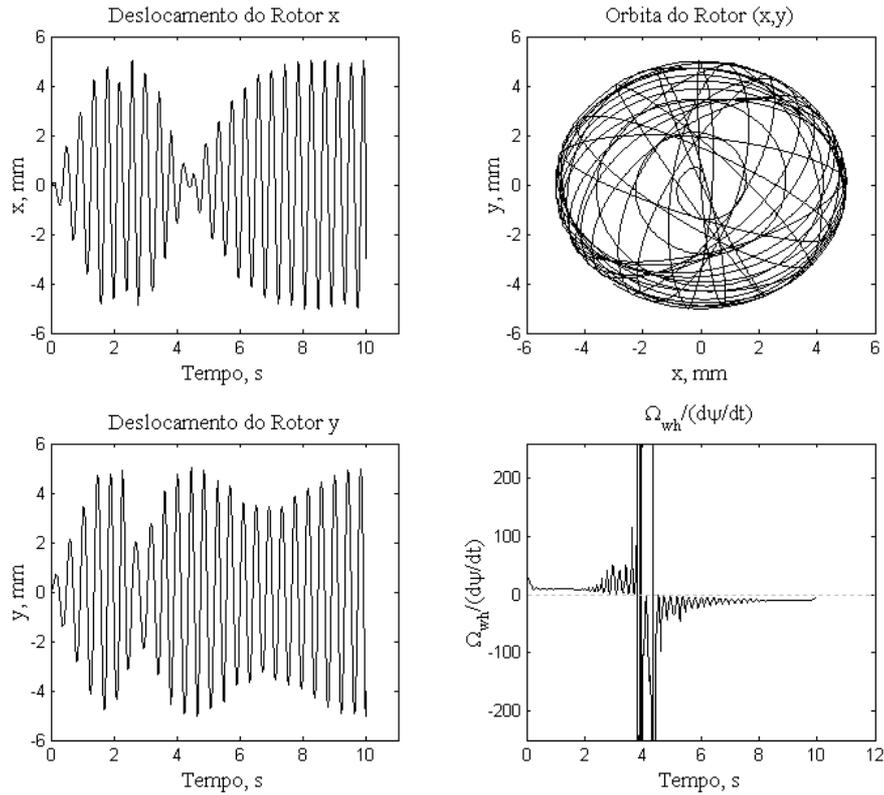


Figura 75 – Resposta dinâmica do rotor para $\mu = 0.3$ e $\delta = 5.0$ mm

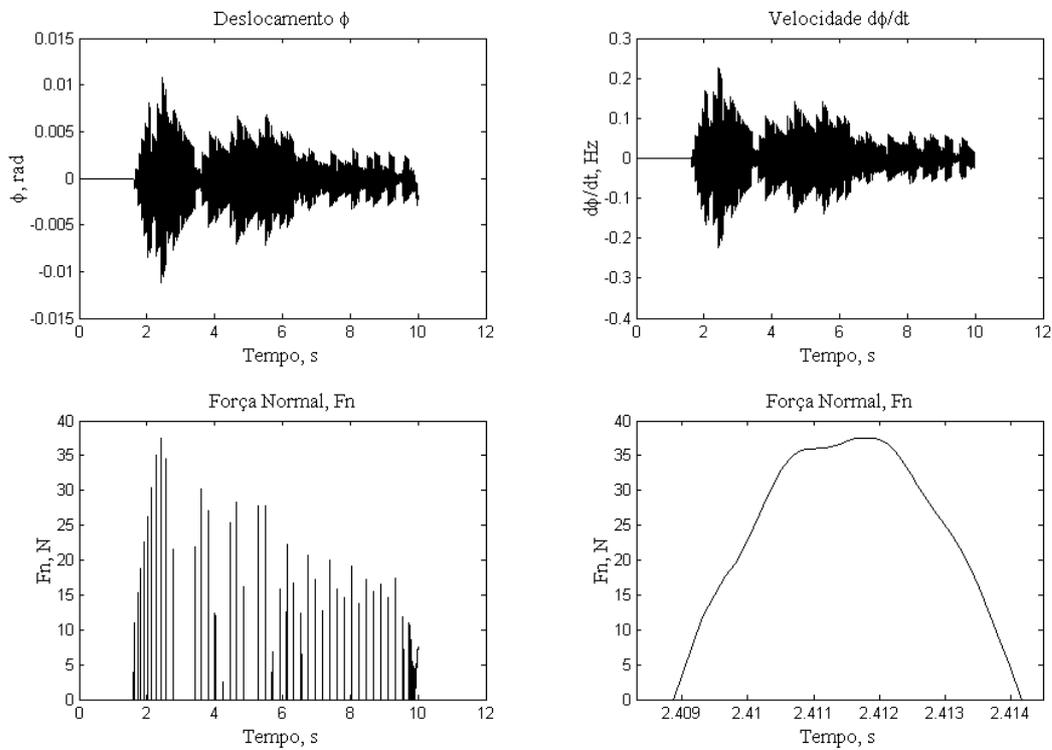


Figura 76 – Variação de ϕ , $\dot{\phi}$, e F_n para $\mu = 0.3$ e $\delta = 5.0$ mm

CASO B: Simulação Para $\mu = 0.01$ e $\delta = 12.5\text{mm}$ ($\dot{\theta} = \omega_c = 2.29\text{Hz}$)

Neste caso usa-se um coeficiente de atrito muito menor, próximo de zero. Segundo a Fig. 77, depois que o rotor bate com o estator, o rotor entra em contato permanente com a parede interna do estator realizando precessão direta com escorregamento $\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} \approx 4 \neq 1$.

O rotor não chega a realizar precessão retrógrada devido ao baixo valor do coeficiente de atrito, ou seja, a força de atrito tangencial não é o suficientemente grande para induzir o movimento do rotor no sentido oposto.

Na Fig. 78, pode-se ver que no instante 5.2s aparece a primeira força de impacto. Neste gráfico, observa-se ver que os instantes de impacto são refletidos nas perturbações sofridas por ϕ e $\dot{\phi}$. O impacto aberto mostrado neste gráfico dura $\approx 6 \times 10^{-3}$ s.

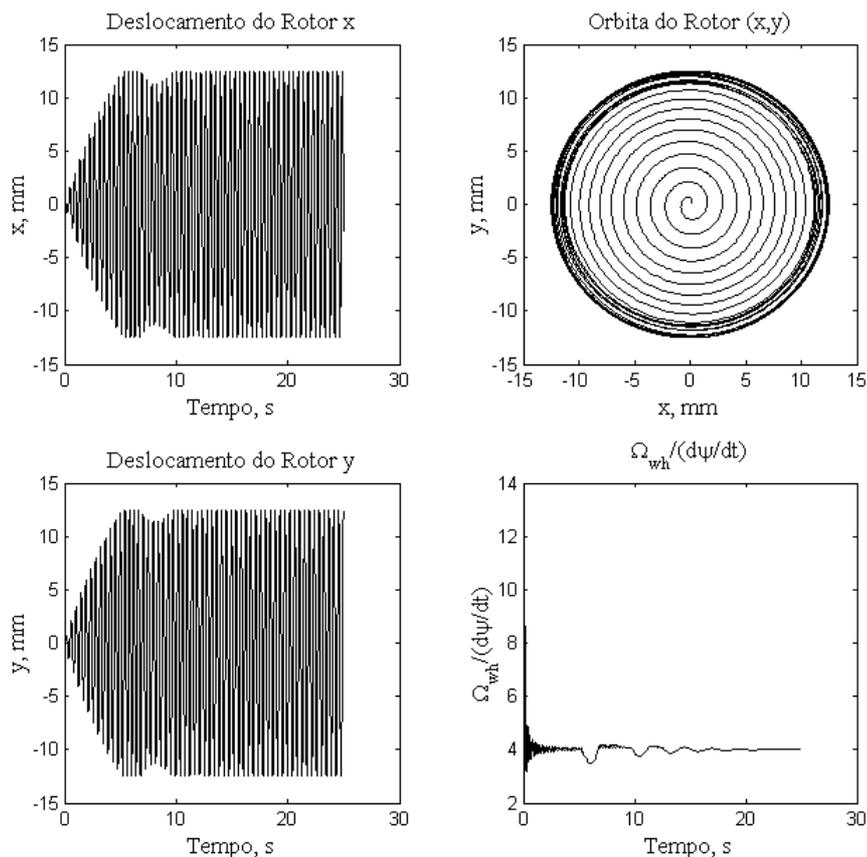


Figura 77 – Resposta dinâmica do rotor e velocidade de precessão

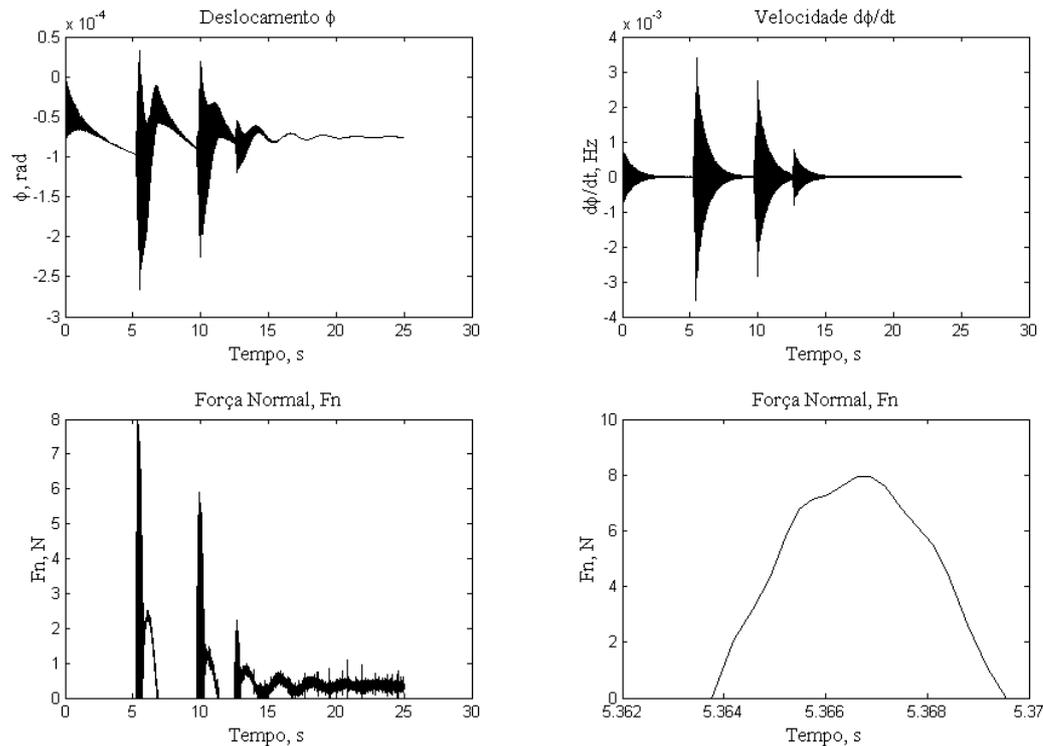


Figura 78 – Variação de ϕ , $\dot{\phi}$, e força de impacto normal

CASO C: Simulação Para $\mu = 0.3$ e $\delta = 0.9\text{mm}$ ($\dot{\theta} = \omega_c = 2.29\text{Hz}$)

Para esta simulação, comparado com o caso A, o único parâmetro que muda é o valor da folga radial. As Figs. 79 e 80 apresentam uma dinâmica totalmente diferente ao caso A. Na órbita do centro do rotor observa-se que ele parte do ponto (0,0) e no instante 0.29s começa a bater com o estator (Fig. 80). Depois que o rotor começa a bater continuamente, o alto valor da força de atrito tangencial, que age sobre o rotor, faz com que ele tenda a movimentar-se em sentido oposto ao giro do eixo do motor.

No gráfico $\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}}$ da Fig. 79 observa-se que o rotor inicia o movimento oposto no instante 1.15s, este movimento é chamado de precessão retrógrada ($\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} < 0$ para $t > 1.15$ s). Depois que o rotor começa a realizar a precessão retrógrada, chega um instante em que fica encostado na parede do estator em forma contínua ($t > 2.3$ s). Quando isto acontece, o rotor encontra-se escorregando já que a condição de rolamento ($\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} = -1$) não é satisfeita.

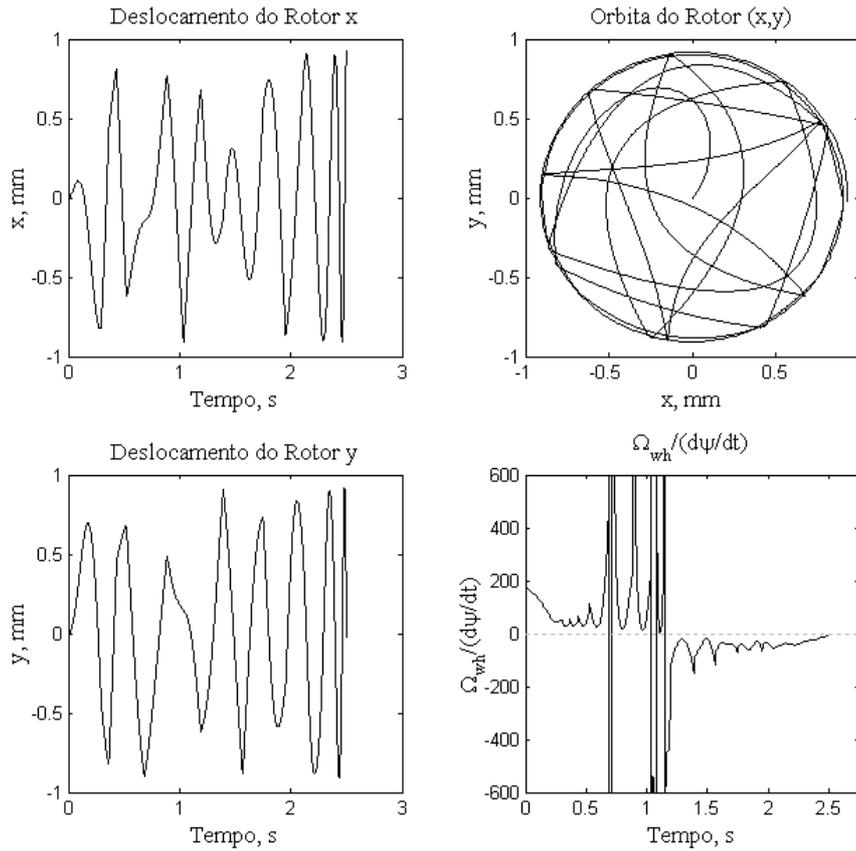


Figura 79 – Resposta dinâmica do rotor e velocidade de precessão

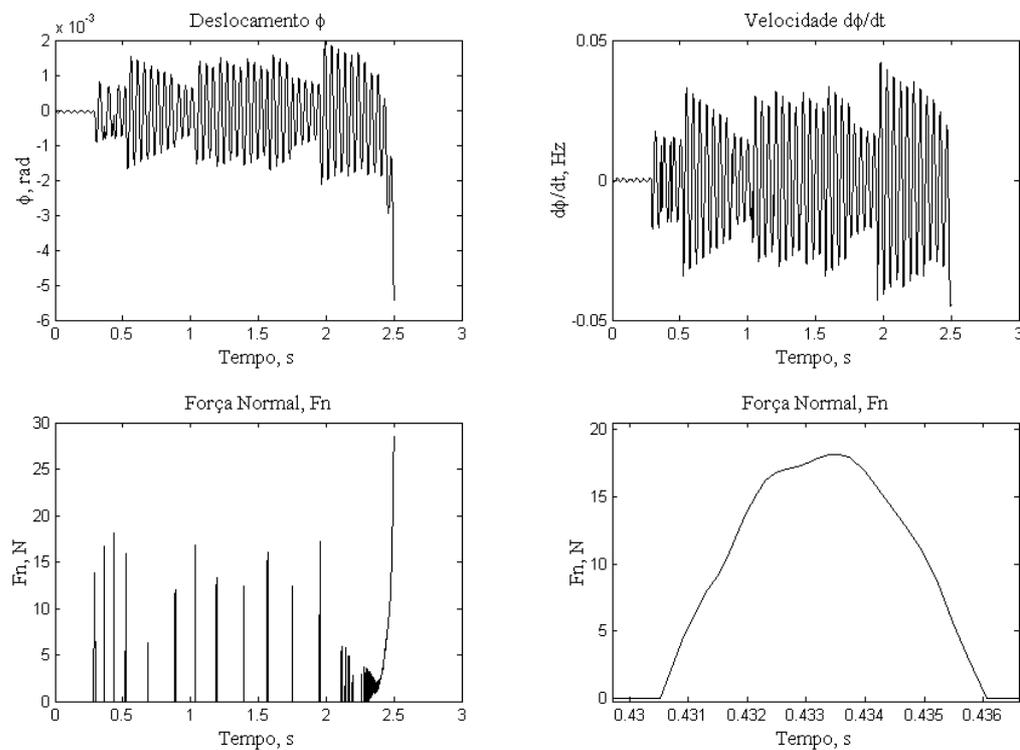


Figura 80 – Variação de ϕ , $\dot{\phi}$ e força de impacto normal

CASO D: Simulação Para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.9\text{mm}$ ($\dot{\theta} = \omega_c = 2.29\text{Hz}$)

Para esta simulação com um coeficiente de atrito muito menor, o rotor realiza precessão direta. Segundo a Fig. 81, depois que o rotor bate com o estator, o rotor entra em contato permanente com a parede interna do estator realizando precessão direta com escorregamento ($\frac{\Omega_{wh}}{\dot{\psi}} \approx 55.5 \neq 1$). O rotor não chega a realizar precessão retrógrada devido ao baixo valor do coeficiente de atrito, ou seja, a força de atrito tangencial não é o suficientemente grande para induzir o movimento do rotor no sentido oposto.

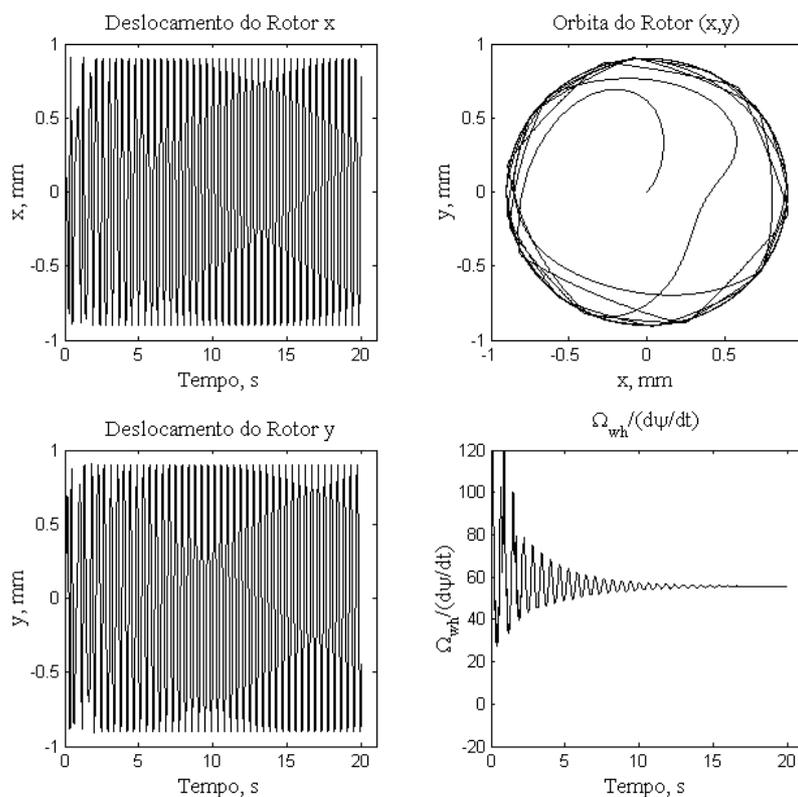


Figura 81 – Resposta dinâmica do rotor e velocidade de precessão

As simulações feitas anteriormente mostram que para altos valores do coeficiente de atrito, o rotor realiza precessão retrógrada, e para valores pequenos, precessão direta. Estes resultados também é assinalado no trabalho de Bartha [5], quem observou uma forte dependência do valor do coeficiente de atrito para induzir o fenômeno de precessão do rotor. Portanto, o atrito é o mecanismo que transfere energia da rotação para o movimento de precessão.

6.4. Resultados Experimentais

Na hora da montagem da bancada experimental, embora tivessem sido tomadas as máximas precauções para um bom trabalho, é quase impossível realizar uma montagem livre de defeitos indesejados.

Alguns dos problemas enfrentados na hora da montagem foram: desalinhamentos do eixo do motor elétrico com o eixo do rotor em balanço e sua acoplagem rígida, verticalidade do suporte do motor elétrico, rolamentos adequados para representar corretamente o sistema (rotor em balanço com um extremo engastado), uniformidade geométrica do rotor, perpendicularidade na união do eixo com o rotor, etc.

Os resultados que se mostram a seguir, foram obtidos da bancada experimental para um sentido de giro do motor contrario ao movimento horário. A experimentação foi realizada para diferentes frequências no inversor (diferentes velocidades do eixo do motor elétrico), que se mantiveram constantes ao longo da tomada de dados.

Na primeira parte são apresentados os resultados quando o rotor não bate com o estator, movimento livre. Em seguida mostram-se os resultados quando o rotor bate em forma leve e finalmente quando o impacto é forte.

Os resultados obtidos são para uma folga radial única $\delta = 0.9\text{mm}$ e diferentes velocidades de rotação do eixo do motor.

6.4.1. Resultados Experimentais sem Impacto

Nesta primeira parte, considera-se o rotor sem desbalanceamento. Nos resultados observa-se que para altas velocidades de rotação, o rotor em balanço é mais estável que nas velocidades baixas, o que pode ser observado nas Figs. 82, 83, 84 e 85. Estas figuras mostram a dinâmica do rotor para frequências de 2×3.5 , 2×5.0 , 2×7.0 , e $2 \times 9.0\text{Hz}$ do inversor (que correspondem a velocidades nominais de 3.5, 5.0, 7.0, e 9.0Hz do eixo do motor elétrico).

Observa-se que para uma velocidade maior de rotação do motor, a órbita do rotor é cada vez menor assim como sua localização vai mudando de posição. O fato da órbita do rotor ser cada vez menor (mais fechada) é atribuído à

Quantidade de Movimento Angular que o disco adquire quando gira. Para uma maior velocidade de giro, maior quantidade de movimento angular. Se o sistema estivesse perfeitamente montado, ou seja, um sistema ideal, a órbita do rotor seria um ponto (rotor sem desbalanceamento). Outro fato que deve ser apreciado nestas figuras, é a posição da órbita. A condição inicial foi de $(x, y) = (0,0)$ e observa-se que a órbita fica fora do centro geométrico. Isto ocorre porque o sistema busca uma nova posição de equilíbrio cada vez que a condição de operação muda, neste caso a velocidade. A procura de uma nova posição de equilíbrio está relacionada basicamente com as características da montagem.

A Fig. 86 mostra outro tipo de fenômeno que ocorre no sistema, a saber: o movimento de pêndulo no espaço. Este movimento, em particular, tem uma frequência $\approx 1.4\text{Hz}$. O movimento pendular é atribuído à anisotropia da rigidez do acoplamento entre o eixo do motor elétrico e o eixo do rotor. A figura mostra uma direção preferencial do pêndulo, esta direção oferece menor resistência ao movimento, então possui uma rigidez menor que nas outras direções.

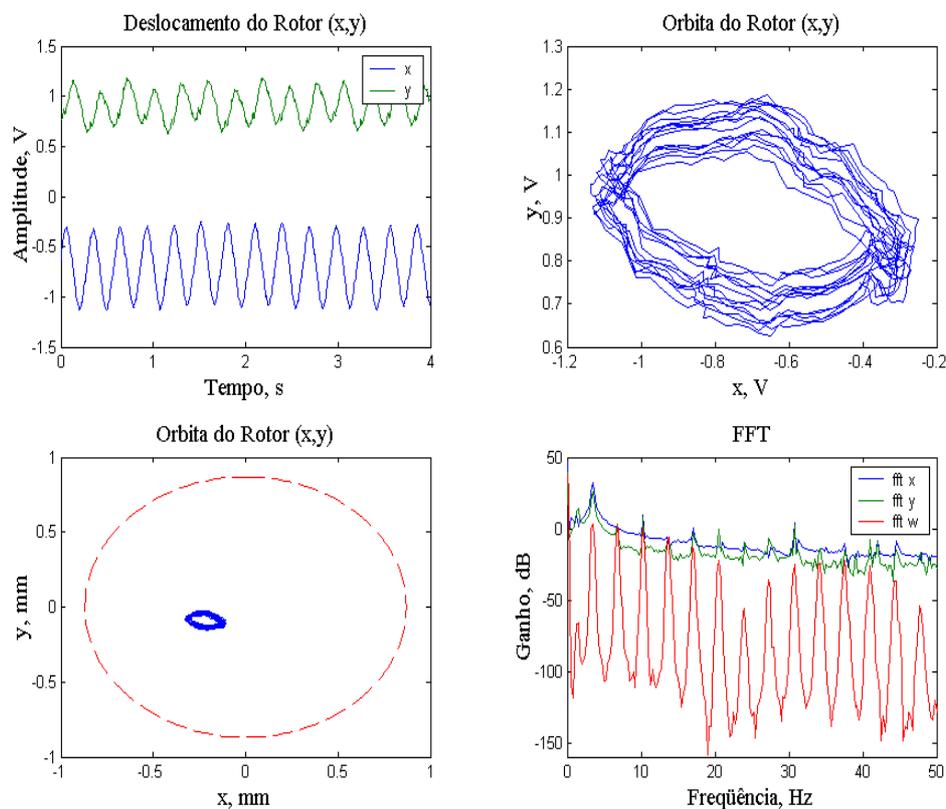


Figura 82 – Velocidade do motor elétrico 3.5Hz

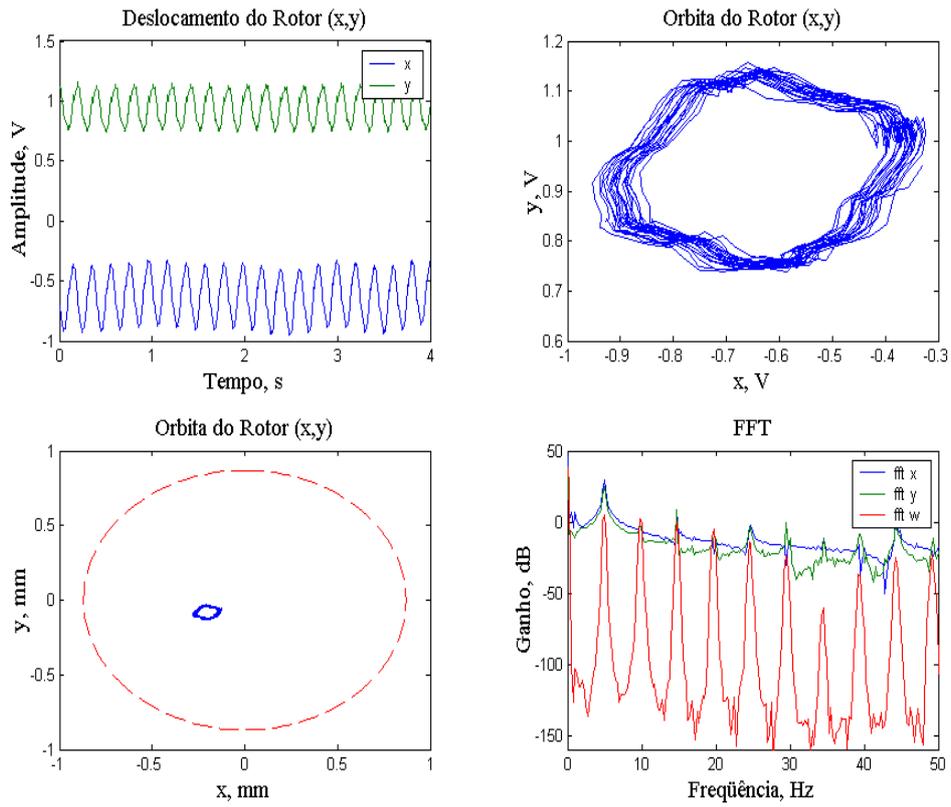


Figura 83 – Velocidade do motor elétrico 5.0Hz

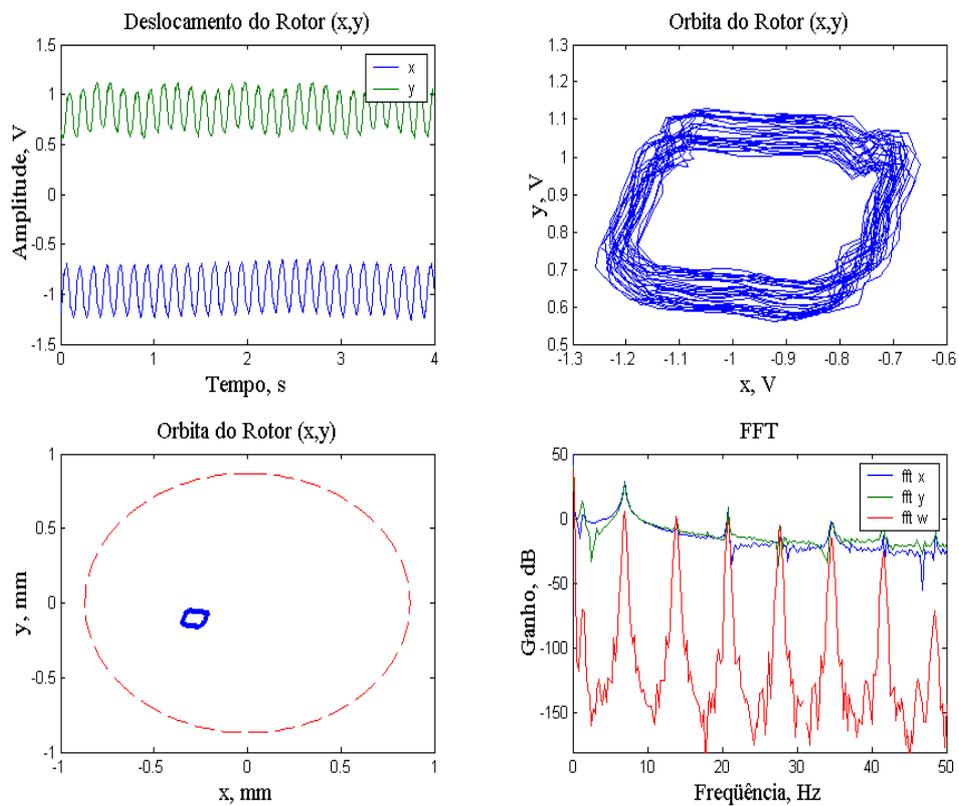


Figura 84 – Velocidade do motor elétrico 7.0Hz

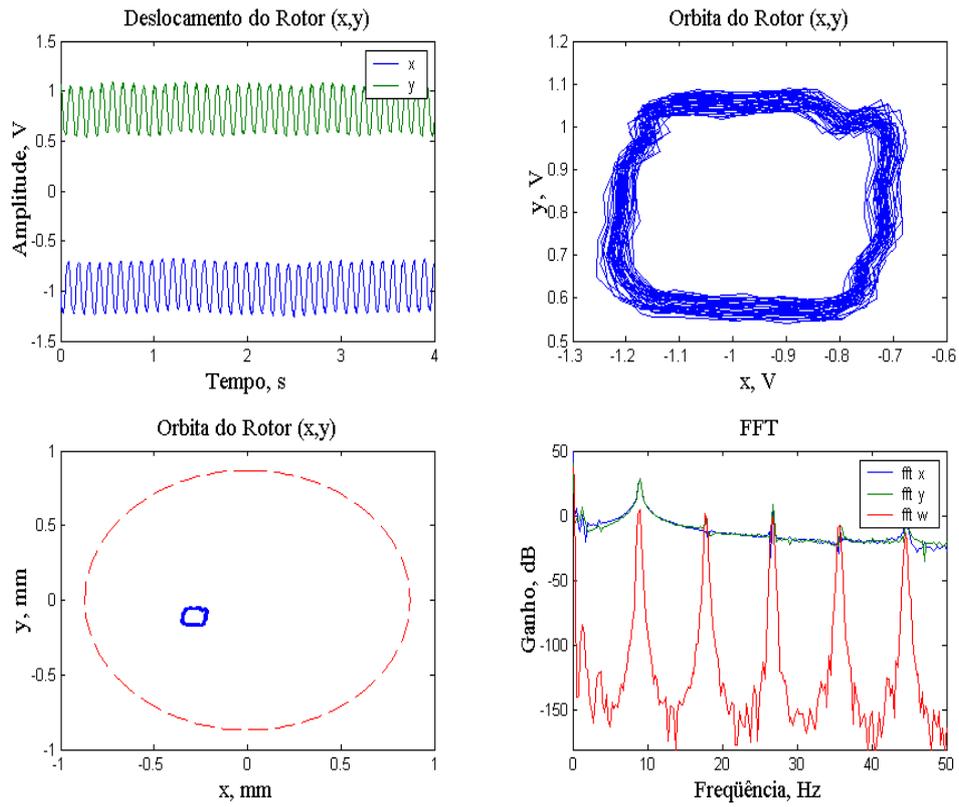


Figura 85 – Velocidade do motor elétrico 9.0Hz

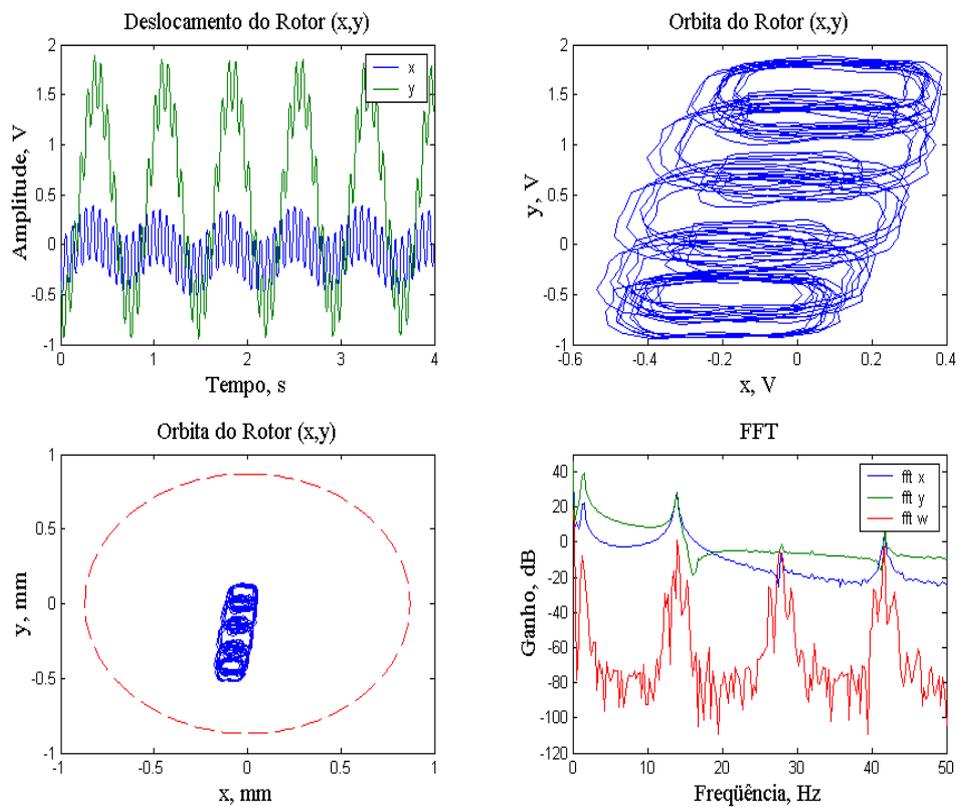


Figura 86 – Velocidade do motor elétrico 14.0Hz

6.4.2. Resultados Experimentais com Impacto Leves

Nesta parte usou-se uma massa excêntrica de 6.3 gramas. Nas Figs. 87, 88 e 89 apresentam-se os resultados da experimentação para velocidades de rotação do eixo do motor elétrico de 1.0, 1.5 e 2.0Hz, respectivamente. Como se vê, estas velocidades são baixas, e o resultado é que o rotor sempre está batendo com o estator. Isto é porque a baixas velocidades o sistema é instável e sua órbita é maior que a folga radial imposta pelo estator.

Outra característica que se observa no sistema, para os três casos, é a tendência do rotor de ficar no lado direito do estator. Na condição de velocidade zero, o rotor foi centrado com o centro geométrico do estator, mas ao impor uma velocidade de giro, o sistema busca uma nova posição de equilíbrio que não necessariamente está no centro geométrico, mas sim no lado direito.

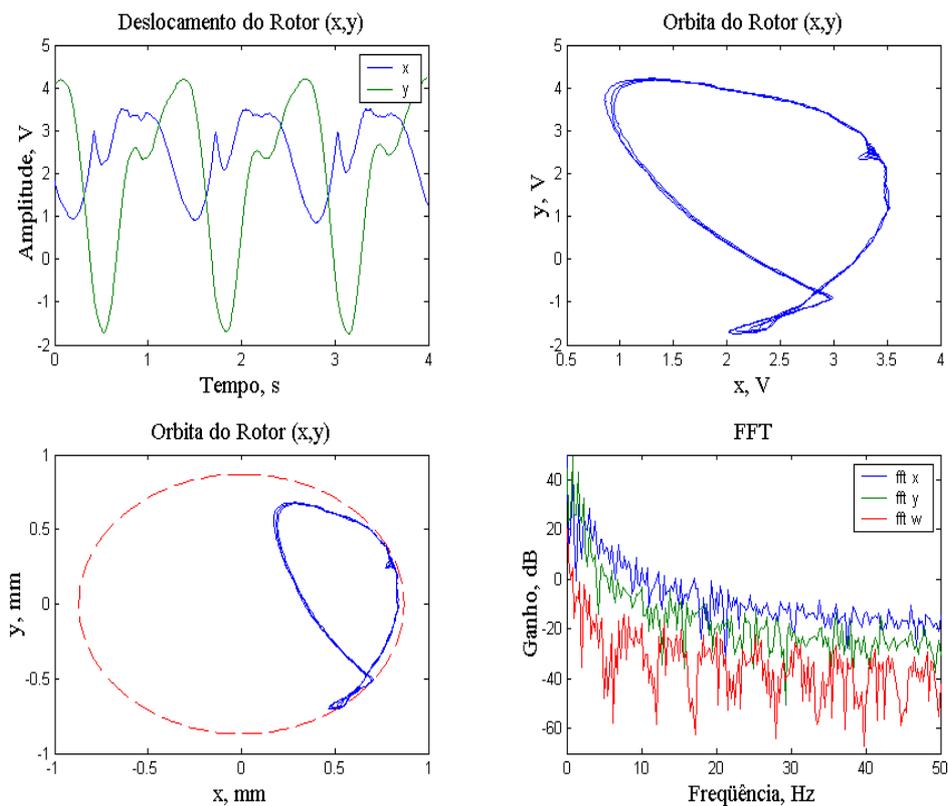


Figura 87 – Velocidade do motor elétrico 1.0Hz, $m_e = 6.3$ gramas

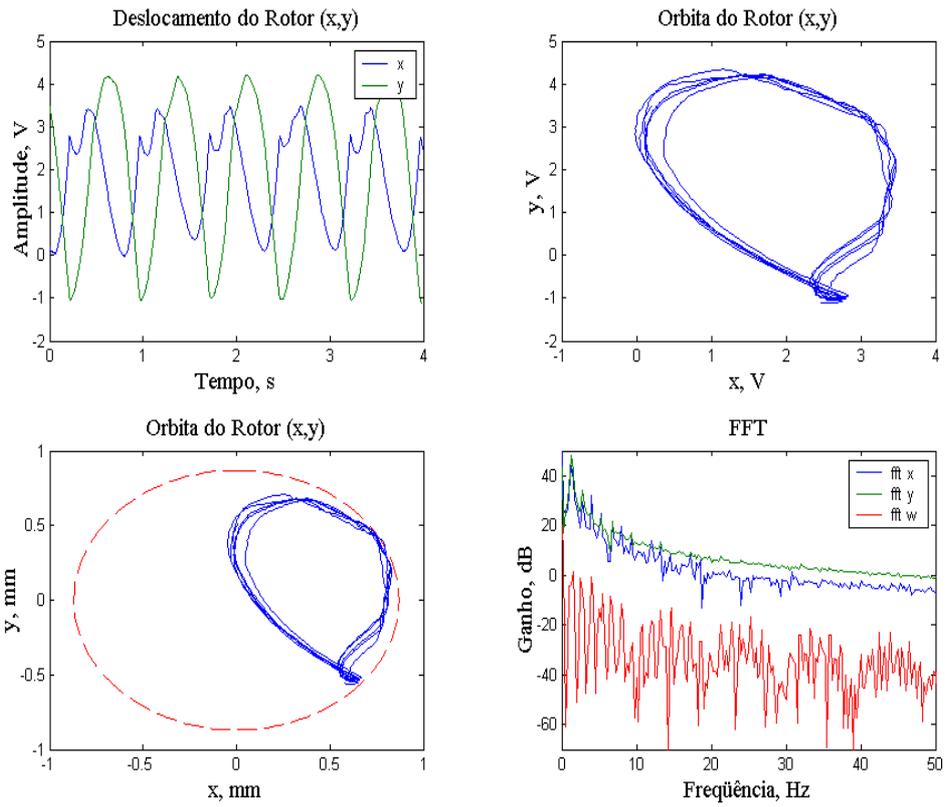


Figura 88 – Velocidade do motor elétrico 1.5Hz, $m_e = 6.3$ gramas

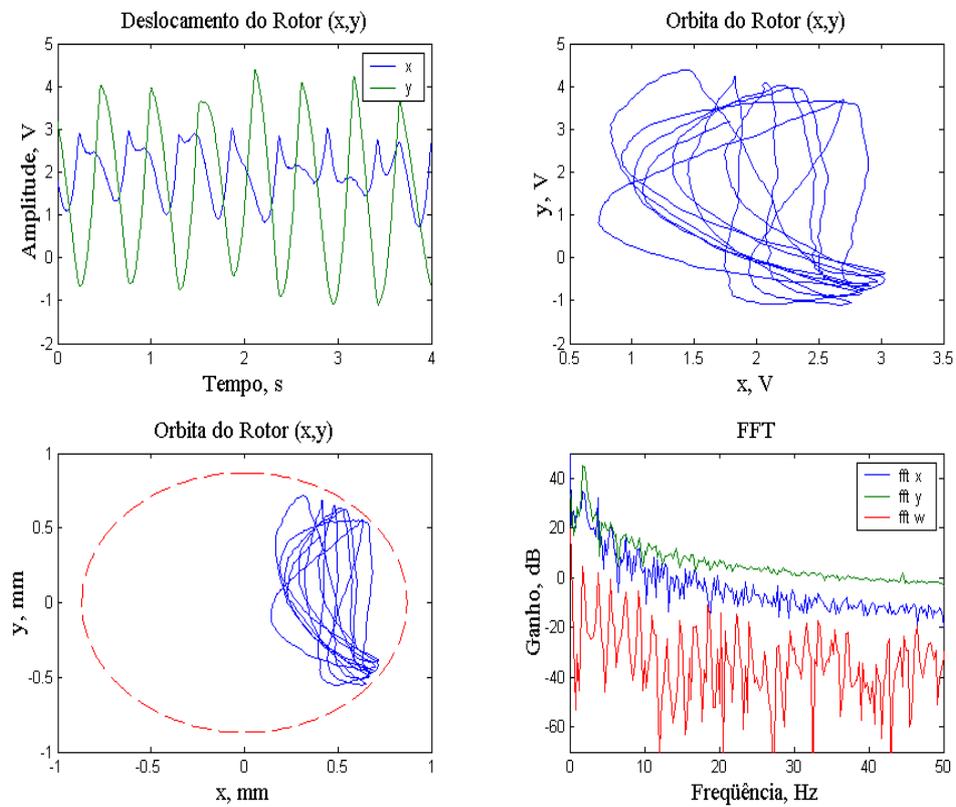


Figura 89 – Velocidade do motor elétrico 2.0Hz, $m_e = 6.3$ gramas

6.4.3. Resultados Experimentais com Impacto Fortes

Quando o sistema sai da posição de equilíbrio, a dinâmica dele é totalmente diferente. O rotor primeiro bate fortemente e depois fica encostado no estator em forma permanente, este comportamento se vê nos gráficos experimentais das Figs. 90, 91 e 92 para uma massa excêntrica de 6.3 gramas, e, nas Figs. 93, 94 e 95 para outra massa excêntrica de 9.5 gramas. Em todos os casos o rotor realiza precessão retrógrada com escorregamento, e a frequência de precessão é $\approx 23\text{Hz}$, segundo os resultados de FFT.

Nos gráficos da órbita do rotor em mm, o círculo com linhas tracejadas representa o limite para o movimento do rotor, ou seja, é uma circunferência cujo radio é a folga radial ($\delta = 0.9\text{mm}$). Observa-se que a órbita do rotor em alguns pontos é maior que a folga radial, isto é coerente com a realidade, porque a base que suporta o estator é um sistema elástico e tem a capacidade de deslocamento quando está sob forças externas. Outro fato que pode haver acontecido é a descalibração dos sensores de deslocamento devido à vibração da base do estator pelos contínuos impactos sofridos.

Resultados similares aos mostrados nesta parte também foram encontrados no trabalho de Reis [7].

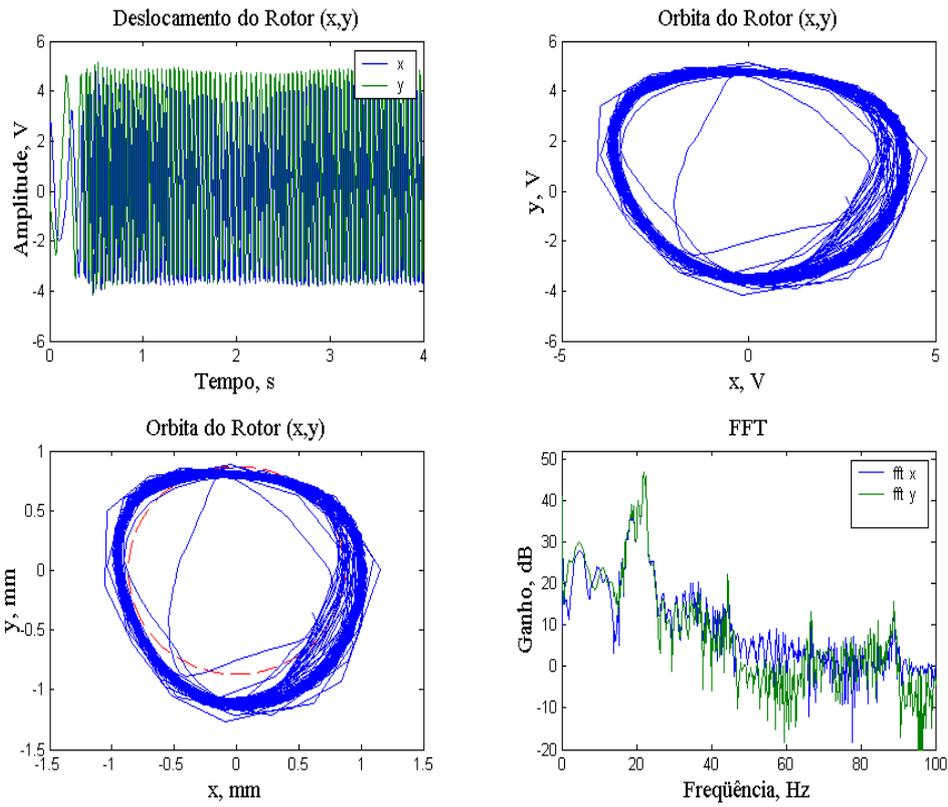


Figura 90 – Velocidade do motor elétrico 7.0Hz, $m_e = 6.3$ gramas

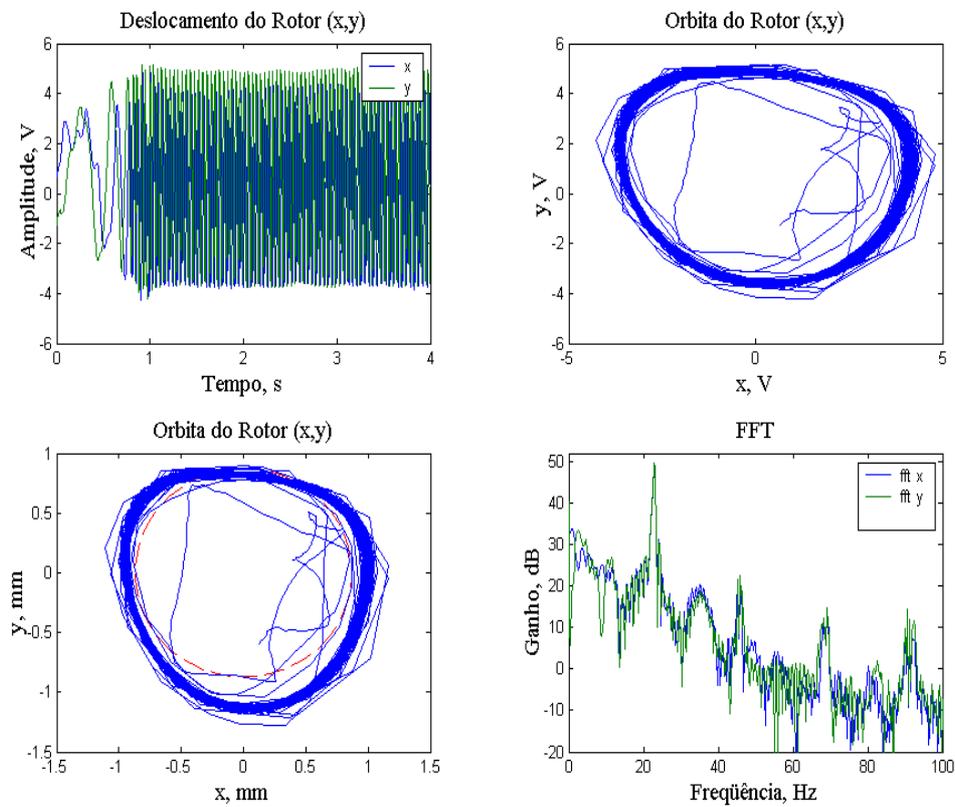


Figura 91 – Velocidade do motor elétrico 9.0Hz, $m_e = 6.3$ gramas

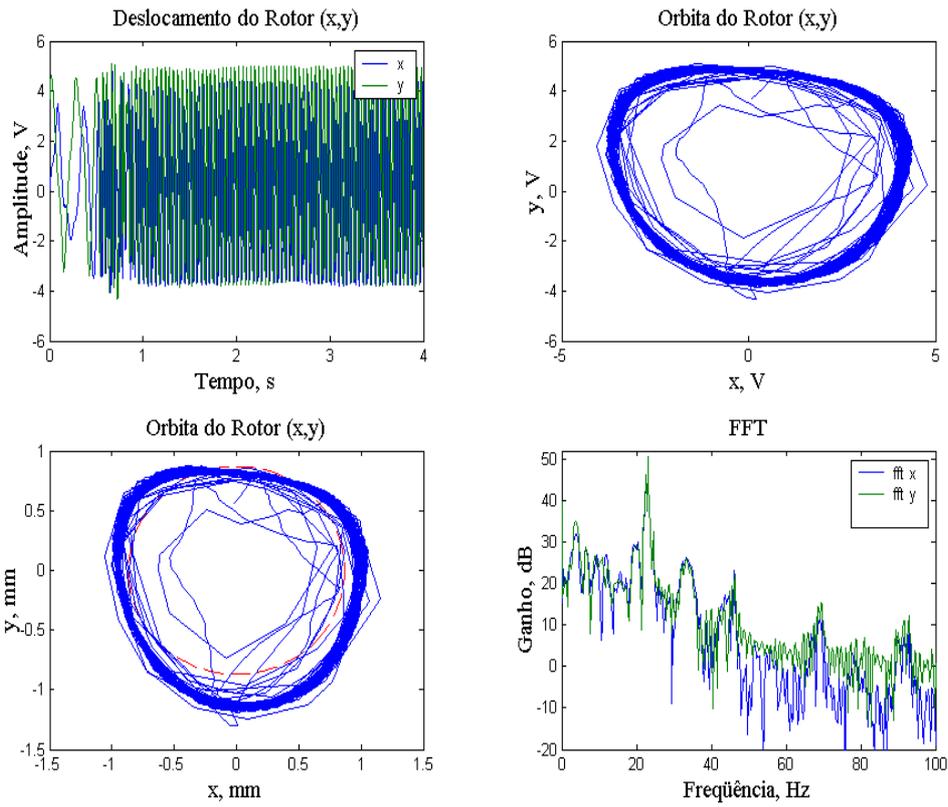


Figura 92 – Velocidade do motor elétrico 12.0Hz, $m_e = 6.3$ gramas

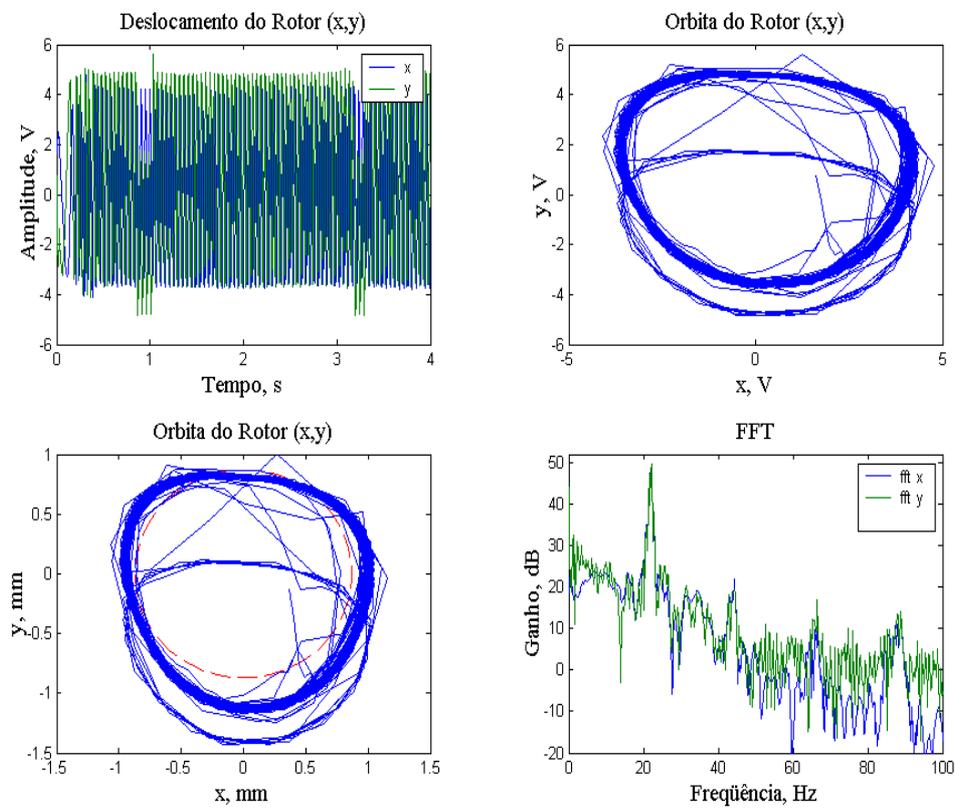


Figura 93 – Velocidade do motor elétrico 7.0Hz, $m_e = 9.5$ gramas

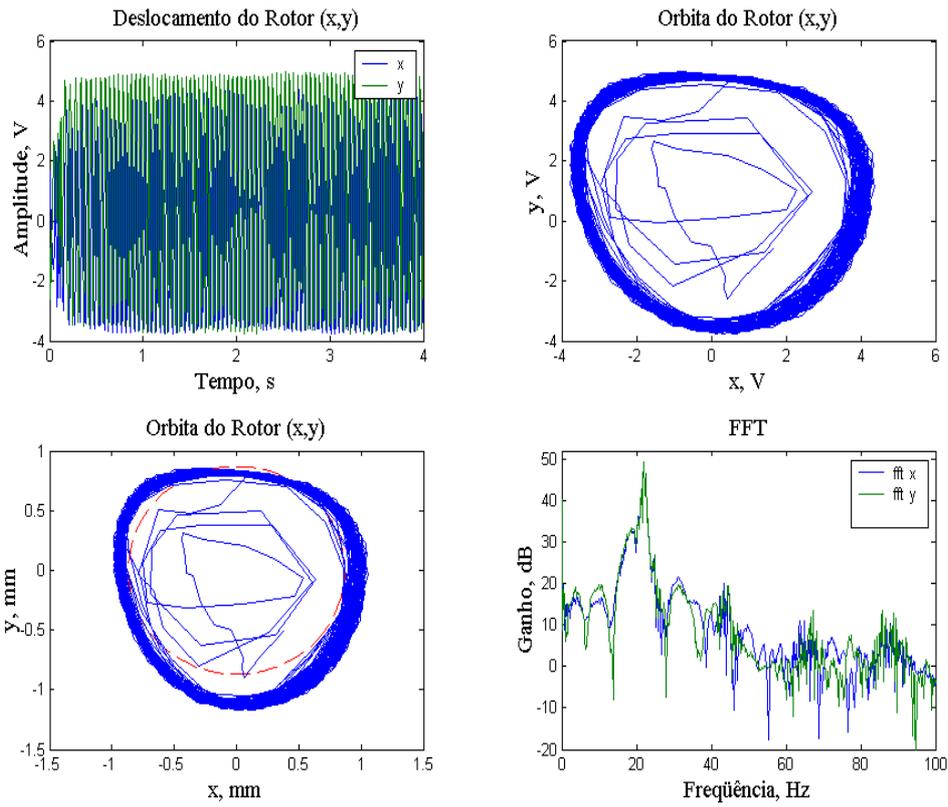


Figura 94 – Velocidade do motor elétrico 9.0Hz, $m_e = 9.5$ gramas

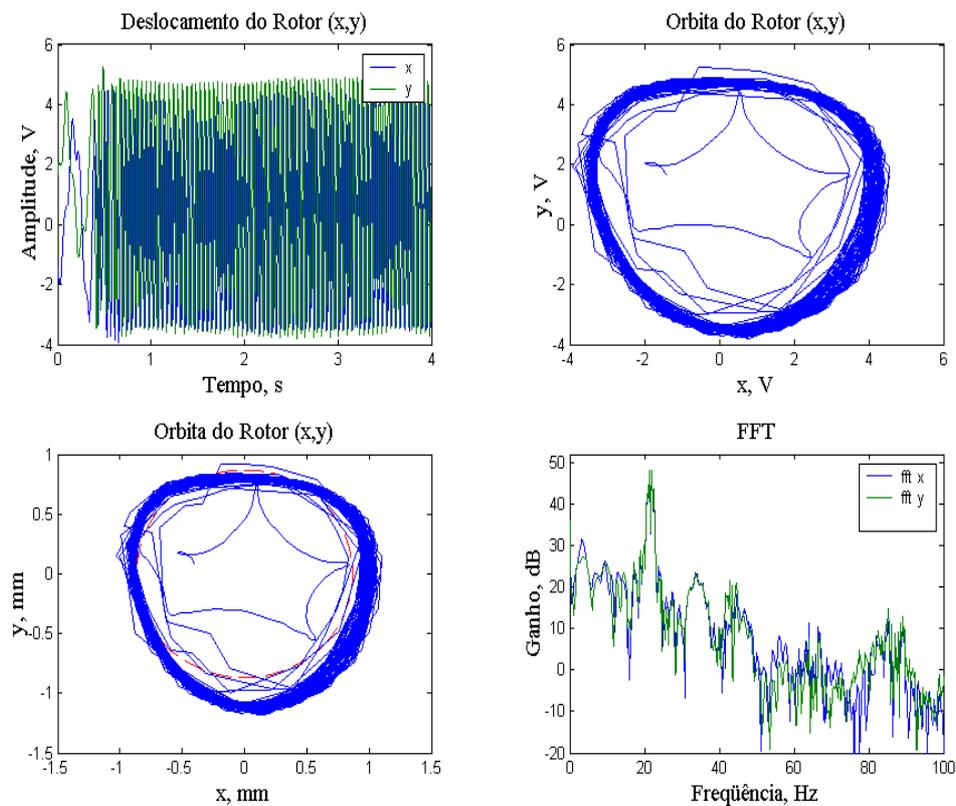


Figura 95 – Velocidade do motor elétrico 12.0Hz, $m_e = 9.5$ gramas

6.4.4. Resultados Experimentais com Atrito “Nulo”

Os resultados experimentais obtidos até agora, mostrados acima, foram obtidas para duas superfícies aço-aço (rotor-estator) sem lubrificação, onde o coeficiente de atrito varia entre 0.2-0.3. Os resultados mostraram que para as diferentes velocidades de giro do motor, o sistema realiza precessão retrograda.

Numericamente encontrou-se que o sistema realiza precessão direta se o atrito entre as superfícies em contato for mínimo ou nulo; para demonstrar este fato, na continuação, apresentam-se resultados experimentais, quando o atrito é bem menor. Para diminuir o atrito, as superfícies em contato foram lubrificadas com graxa, esta operação garante que o atrito seja menor.

Os resultados experimentais, Figs. 96, 97 e 98, verificam o que foi encontrado numericamente, é dizer: o sistema realiza precessão direta quando o coeficiente de atrito é mínimo. Também, do gráfico da FFT, mostra-se que as frequências de precessão são: 12.5, 8, e 12.5Hz para as velocidades de giro do motor de 7, 9 e 12Hz, respectivamente.

As principais características da graxa empregada são:

- Graxa lubrificante à base de sabão de lítio (Castrol – LM2).
- Consistência NLGI2.
- Resistência a altas temperaturas, de até 130°C.

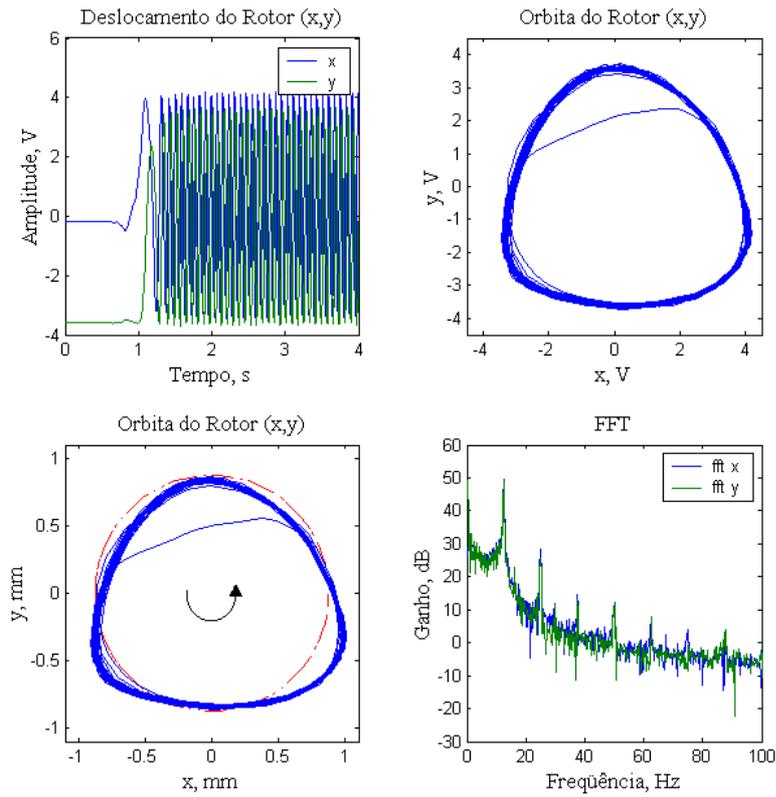


Figura 96 – Velocidade do motor elétrico 7.0Hz, $m_E = 9.5$ gramas

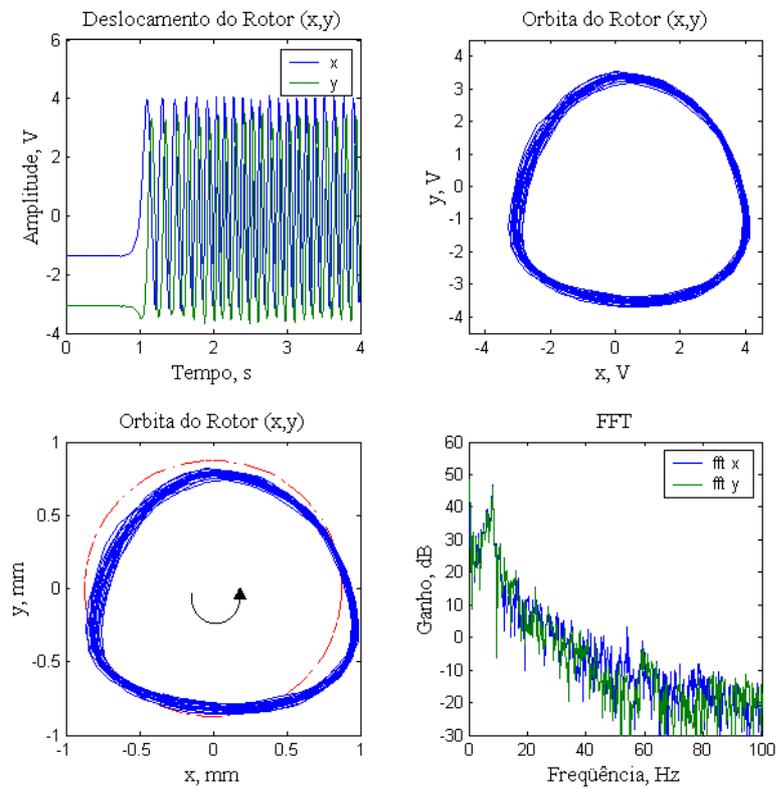


Figura 97 – Velocidade do motor elétrico 9.0Hz, $m_E = 9.5$ gramas

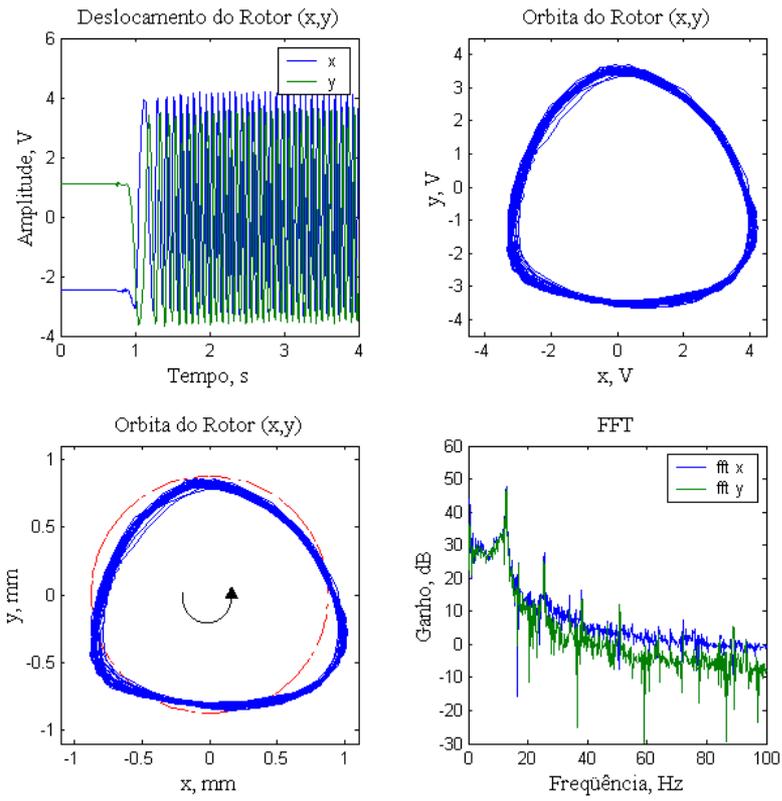


Figura 98 – Velocidade do motor elétrico 12.0Hz, $m_E = 9.5$ gramas