

Fredy Jonel Coral Alamo

Dinâmica de um Rotor Vertical em Balanço com Impacto

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Hans Ingo Weber, Dr.-Ing.

Rio de Janeiro, março de 2003

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Fredy Jonel Coral Alamo

Graduou-se em Engenharia Mecânica na UNI (Universidad Nacional de Ingeniería, Lima-Perú) em 1997. Cursou Pós Graduação em Projeto de Máquinas na UNI em 2000. Participou de diversos congressos na área de Eng. Mecânica e desenvolveu-se como Eng. de Projetos em varias empresas privadas desde 1998 até 2000. Atualmente dedica-se à pesquisa na área de dinâmica de rotores e vibrações mecânicas.

Ficha Catalográfica

Alamo, Fredy Jonel Coral

Dinâmica de um rotor vertical em balanço com impacto / Fredy Jonel Coral Alamo ; orientador: Hans Ingo Weber. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Mecânica, 2002.

[16], 135 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia mecânica – Teses. 2. Dinâmica de rotores. 3. Diagrama de Campbell. 4. Precessão direta e retrógrada. 5. Impacto. 6. Efeito giroscópico. 7. Análise modal. I. Weber, Hans Ingo. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 621

Fredy Jonel Coral Alamo

Dinâmica de um Rotor Vertical em Balanço com Impacto

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Hans Ingo Weber, Dr.-Ing.

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Ilmar Ferreira Santos, Dr.-Ing.

Department of Mechanical Eng. – Technical University of Denmark

Prof. Moysés Zindeluk, D.Sc.

Departamento de Engenharia Mecânica – UFRJ

Prof. Ney Augusto Dumont

Coordenador(a) Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 06 de março de 2003

Este trabalho é dedicado a meus pais, **Luis e Livia**,
pelo seu constante incentivo e apoio.

Agradecimentos

Ao **Prof. Hans Ingo Weber**, pela orientação e apoio na realização deste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Fundação de Amparo e Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ), pelo suporte financeiro concedido.

À PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Aos professores que participaram da Comissão examinadora.

A todos os professores e funcionários do Departamento pelos ensinamentos e pela ajuda.

A todos os amigos e familiares que de uma forma ou de outra me estimularam ou me ajudaram.

Resumo

Coral Alamo Fredy Jonel. **Dinâmica de um Rotor Vertical em Balanço com Impacto**. Rio de Janeiro, 2003. 134p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Neste trabalho um modelo dinâmico para um rotor vertical em balanço, considerando o fenômeno de contato com a sua guarda, é analisado. A conjunto é modelado como um sistema eixo-rotor-estator com contato. A análise do contato é particularmente complexa pela não linearidade nas equações de movimento. O impacto com o estator é levado em conta através do modelo de contato tipo Kelvin-Vôigt, e, as equações de movimento, do rotor, são deduzidas através da formulação Lagrangeana; estas equações podem capturar os fenômenos devido à vibração lateral, como: precessão direta, precessão retrograda, rolamento e escorregamento. Pela existência de diferentes parâmetros combinados e devido à não linearidade da equação de movimento, a resposta dinâmica não é simples de ser obtida a priori. Portanto, métodos numéricos são empregados para a solução, especificamente emprega-se o método de Runge-Kutta Fehlberg de passo variável. Os resultados da simulação mostram que para certas condições, o rotor pode mudar de órbita devido aos impactos com o estator, podendo chegar a realizar precessão retrograda. Este tipo de fenômeno é considerado como o mais violento e perigoso nas máquinas rotativas. Com o fim de estudar a dinâmica lateral do sistema, um rotor vertical em balanço com guarda anular é investigado. A passagem dela através de sua velocidade crítica, quando conduzida por um motor elétrico, é analisada (e também quando o sistema opera em velocidades constantes). Além disso, neste trabalho, os resultados experimentais obtidos da bancada de experimentação são usados para estudar o fenômeno da precessão.

Palavras-chave

Dinâmica de Rotores; Diagrama de Campbell; Precessão Direta e Retrógrada; Impacto; Efeito Giroscópico; Análise Modal.

Abstract

Coral Alamo Fredy Jonel. **Dynamic of a Vertical Overhung Rotor with Impact.** Rio de Janeiro, 2003. 134p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In this work a dynamic model for the overhung rotor, considering the contact phenomenon between the rotor and the stator is analyzed. It is modeled as a shaft-rotor-stator system with contact. The analysis of contact is particularly complex, due to the high nonlinearity of motion equations. Impact with the stator is accounted by a consistent contact model, as Kelvin-Vôigt model, and, rotor's motion equation is encountered employing Lagrangean's method; this equations are capable of capturing the phenomenon due to lateral vibration, as: forward whirl, backward whirl, rolling or sliding along the stator. Due to the combined parameters and the effect of nonlinearity in motion equations, the dynamical response is not simple or easily predictable. Numerical simulation is the preferred method of analysis, exactly is used the Runge-Kutta Fehlberg method with variable step. Simulation results show that under certain conditions, a rotor changes its orbit due the impacts with the stator and after that, it executes backward whirl motion. It is a kind of phenomenon, which is considered as the most violent and dangerous in rotating machines. To this end, the analysis of a vertical overhung shaft-disc system with annular guard is investigated. The passing through its critical speed is analyzed when driven by an electric motor (also when the system operates under a constant rotational velocity). In addition, in this work the results obtained with an experimental test rig are used to investigate the whirl phenomenon.

Keywords

Rotor Dynamics; Campbell Diagram; Forward and Backward Whirl; Impact; Gyroscopic Effect; Modal Analysis.

Sumário

1	Introdução	1
1.1.	Mecânica das Colunas de Perfuração	2
1.2.	Estudo Sobre o Fenômeno de <i>Rubbing</i>	6
1.3.	Revisão Bibliográfica	6
2	Modelos de Sistemas Rotativos com Impacto	11
2.1.	Modelos de Impacto	12
2.2.	Frequências Naturais do Sistema Livre	21
2.3.	Descrição do Modelo e Suposições	27
2.4.	Equações do Movimento Plano	27
2.5.	Movimento do Rotor Com Impacto	35
2.6.	Equação de Movimento do Estator	37
2.7.	Contato Permanente do Rotor com o Estator	38
3	Métodos Numéricos	41
3.1.	Análise das Equações de Movimento	41
3.2.	Resposta Dinâmica do Sistema	42
3.3.	Métodos de Integração	42
3.4.	Solução das Equações de Movimento: Equação de 1 ^a Ordem	45
3.5.	Rigidez das Equações de Movimento	47
4	Bancada Experimental e Aquisição de Dados	49
4.1.	Características Construtivas da Bancada	49
4.2.	Equipamento Para Aquisição de Dados	51
5	Análise Modal da Estrutura	59
5.1.	Introdução	60
5.2.	Relações Básicas de Análise Modal	60
5.3.	Interação do Rotor com a Estrutura Elástica	65

6 Resultados e Discussão	82
6.1. Introdução	82
6.2. Resultados Numéricos do Sistema com Aceleração	83
6.3. Resultados Numéricos do Sistema com Velocidade Constante	103
6.4. Resultados Experimentais	114
7 Conclusões e Sugestões	127
Referencias Bibliográficas	130
Apêndice	132

Lista de figuras

Figura 1 – Rotor tipo Jeffcott	1
Figura 2 – Perfuração em diferentes níveis de profundida	2
Figura 3 – Coluna de perfuração típica	3
Figura 4 – Disfunções que podem ocorrer na coluna de perfuração	4
Figura 5 – Coluna de perfuração não deformada e deformada	5
Figura 6 – Modelo simplificado para o estudo dinâmico da broca	5
Figura 7 – Cópia dos resultados de Tucker & Wang [3]	7
Figura 8 – Cópia dos resultados de Bartha [5]	8
Figura 9 – Cópia dos resultados de Yanabe [6]	9
Figura 10 – Modelo de impacto visco-elástico (Kelvin-Vôigt)	13
Figura 11 – Diagrama de corpo livre dos corpos em colisão	13
Figura 12 – Variação da força de impacto com o tempo	16
Figura 13 – Tempo de impacto com o fator de amortecimento ζ	18
Figura 14 – Variação da força de impacto (Rajalingham & Rakheja [13])	18
Figura 15 – Variação da força de impacto para diferentes materiais	19
Figura 16 – Forças de impacto sobre o rotor	20
Figura 17 – Modos de vibração e definição do sistema de coordenadas	22
Figura 18 – Diagrama de Campbell - Velocidade crítica $\omega_{c3} \approx 36.7\text{Hz}$	26
Figura 19 – Diagrama de Campbell - Velocidades Críticas $\omega_{c1} \approx 2.27\text{Hz}$ e $\omega_{c2} \approx 2.29\text{Hz}$.	26
Figura 20 – Sistema dinâmico eixo-rotor-estator	28
Figura 21 – Graus de liberdade do modelo no estado deformado	29
Figura 22 – Forças de agem sobre o rotor e o estator elástico	36
Figura 23 – Contato permanente do rotor com a parede do estator	40
Figura 24 – Vista geral da bancada e equipamentos	50
Figura 25 – Fixação do estator à estrutura e sensores de deslocamento	50
Figura 26 – Disposição final do sistema eixo-rotor-estator	51
Figura 27 – Curva do motor elétrico com inversor: +++ experimental, --- curva ajustada, (FI=Freqüência do inversor)	54

Figura 28 – Curvas do motor elétrico com inversor para diferentes frequências do inversor: $F_i=2 \times 10, 2 \times 20, \dots, 2 \times 80$ rad/s	54
Figura 29 – Amplificador diferencial e circuito associado	56
Figura 30 – Curva de calibração dos sensores: eixo x	57
Figura 31 – Curva de calibração dos sensores: eixo y	58
Figura 32 – Resultados experimentais obtidos por Reis [7]	66
Figura 33 – Resposta da estrutura – Quarto impacto	67
Figura 34 – Ordem dos Modelos para cada eixo – Obtidos com Matlab	67
Figura 35 – Modelo estimado e medido, resposta temporal no eixo x	68
Figura 36 – Modelo estimado e medido, resposta temporal no eixo y	69
Figura 37 – Densidade espectral medida e estimada	69
Figura 38 – Resposta temporal (eixo x) e densidade espectral estimada	70
Figura 39 – Localização dos pontos de impacto na órbita do rotor	72
Figura 40 – Velocidade do centro do rotor e aceleração da estrutura, x	73
Figura 41 – Velocidade do centro do rotor e aceleração da estrutura, y	73
Figura 42 – FFT dos deslocamentos do centro do rotor em x e y	74
Figura 43 – Convenção dos vetores unitários normal e tangencial	76
Figura 44 – Limite da órbita do rotor em unidades de Volts	80
Figura 45 – Limite da órbita do rotor em unidades de comprimento	81
Figura 46 – Resposta dinâmica do sistema ($1\%T_m$)	86
Figura 48 – Transiente do deslocamento ϕ e velocidade $\dot{\phi}$ ($1\%T_m$)	87
Figura 49 – Variação da curva do torque do motor elétrico ($1\%T_m$)	88
Figura 50 – Resposta dinâmica do rotor ($10\%T_m$)	89
Figura 51 – Variação de $\dot{\theta}$ e do torque do motor elétrico ($10\%T_m$)	89
Figura 52 – Resposta dinâmica do rotor ($100\%T_m$)	90
Figura 53 – Variação de $\dot{\theta}$ e do torque do motor elétrico ($100\%T_m$)	90
Figura 54 – Resposta dinâmica do rotor para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.9$ mm	92
Figura 55 – Variação de (θ, ϕ) e $(\dot{\theta}, \dot{\phi})$ para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.9$ mm.	93
Figura 56 – Variação de F_n e T_m para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.9$ mm	94
Figura 57 – Resposta dinâmica do estator e velocidade de precessão do rotor para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.9$ mm	95

Figura 58 – Resposta dinâmica do rotor para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.9$ mm	96
Figura 60 – Variação de F_n e T_m para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.9$ mm	97
Figura 61 – Resposta dinâmica do estator e velocidade de precessão do rotor para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.9$ mm	98
Figura 62 – Resposta dinâmica do rotor para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.5$ mm	99
Figura 63 – Variação de F_n e T_m para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.5$ mm	99
Figura 64 – Resposta dinâmica do estator e velocidade de precessão do rotor para $\mu = 0.01$ e $\delta = 0.5$ mm	100
Figura 65 – Resposta dinâmica do rotor para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.5$ mm	101
Figura 66 – Variação (θ, ϕ) e $(\dot{\theta}, \dot{\phi})$ para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.5$ mm	101
Figura 67 – Variação de F_n e T_m para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.5$ mm	102
Figura 68 – Resposta dinâmica do estator e velocidade de precessão do rotor para $\mu = 0.2$ e $\delta = 0.5$ mm	102
Figura 69 – Resposta dinâmica do rotor para $\dot{\theta} = \omega_c$	104
Figura 70 – Variação de ϕ , $\dot{\phi}$ e FFT de (x, y, ϕ) para $\dot{\theta} = \omega_c$	104
Figura 71 – Resposta dinâmica do rotor para $\dot{\theta} = \frac{1}{2}\omega_c$	105
Figura 72 – Variação de ϕ , $\dot{\phi}$ e FFT de (x, y, ϕ) para $\dot{\theta} = \frac{1}{2}\omega_c$	106
Figura 73 – Resposta dinâmica do rotor para $\dot{\theta} = \frac{3}{2}\omega_c$	107
Figura 74 – Variação de ϕ , $\dot{\phi}$, F_n e FFT de (x, y, ϕ) para $\dot{\theta} = \frac{3}{2}\omega_c$	107
Figura 75 – Resposta dinâmica do rotor para $\mu = 0.3$ e $\delta = 5.0$ mm	109
Figura 76 – Variação de ϕ , $\dot{\phi}$, e F_n para $\mu = 0.3$ e $\delta = 5.0$ mm	109
Figura 77 – Resposta dinâmica do rotor e velocidade de precessão	110
Figura 78 – Variação de ϕ , $\dot{\phi}$, e força de impacto normal	111
Figura 79 – Resposta dinâmica do rotor e velocidade de precessão	112
Figura 80 – Variação de ϕ , $\dot{\phi}$ e força de impacto normal	112
Figura 81 – Resposta dinâmica do rotor e velocidade de precessão	113
Figura 82 – Velocidade do motor elétrico 3.5Hz	115
Figura 83 – Velocidade do motor elétrico 5.0Hz	116
Figura 84 – Velocidade do motor elétrico 7.0Hz	116
Figura 85 – Velocidade do motor elétrico 9.0Hz	117

Figura 86 – Velocidade do motor elétrico 14.0Hz	117
Figura 87 – Velocidade do motor elétrico 1.0Hz, $m_{\varepsilon} = 6.3$ gramas	118
Figura 88 – Velocidade do motor elétrico 1.5Hz, $m_{\varepsilon} = 6.3$ gramas	119
Figura 89 – Velocidade do motor elétrico 2.0Hz, $m_{\varepsilon} = 6.3$ gramas	119
Figura 90 – Velocidade do motor elétrico 7.0Hz, $m_{\varepsilon} = 6.3$ gramas	121
Figura 92 – Velocidade do motor elétrico 12.0Hz, $m_{\varepsilon} = 6.3$ gramas	122
Figura 93 – Velocidade do motor elétrico 7.0Hz, $m_{\varepsilon} = 9.5$ gramas	122
Figura 94 – Velocidade do motor elétrico 9.0Hz, $m_{\varepsilon} = 9.5$ gramas	123
Figura 95 – Velocidade do motor elétrico 12.0Hz, $m_{\varepsilon} = 9.5$ gramas	123
Figura 96 – Velocidade do motor elétrico 7.0Hz, $m_{\varepsilon} = 9.5$ gramas	125
Figura 97 – Velocidade do motor elétrico 9.0Hz, $m_{\varepsilon} = 9.5$ gramas	125
Figura 98 – Velocidade do motor elétrico 12.0Hz, $m_{\varepsilon} = 9.5$ gramas	126

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros físicos e geométricos do sistema eixo-rotor	24
Tabela 2 – Velocidades críticas e modos de vibração	25
Tabela 3 – Dados do ensaio de fricção mecânica	53
Tabela 4 – Dados para a calibração dos sensores de deslocamento	57
Tabela 5 – Parâmetros modais da estrutura ($x: n_a = 20; y: n_a = 16$)	70
Tabela 6 – Parâmetros modais da estrutura ($x: n_a = 2; y: n_a = 2$)	71
Tabela 7 – Instantes do impacto	71
Tabela 8 – Velocidades e coeficientes de restituição para cada impacto	78
Tabela 9 – Parâmetros físicos e geométricos do sistema eixo-rotor- contenção	84

Lista de Símbolos

- $\mathbf{A}_{(\theta+\phi)}$ matriz de rotação de coordenadas
- ε vetor de posição do desbalanceamento em relação a (x_d, y_d)
- $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \zeta$ matriz de massa, rigidez e amortecimento do sistema rotativo
- \mathbf{n}, \mathbf{t} vetor unitário normal e tangencial
- \mathbf{P}, \mathbf{Q} vetor das forças não lineares e generalizadas
- \mathbf{R}_C deslocamento do centro do estator em relação ao sistema (x, y)
- \mathbf{R}_ε deslocamento da massa excêntrica em relação ao sistema (x, y)
- \mathbf{R}_0 deslocamento do centro do rotor em relação ao sistema (x, y)
- \mathbf{R}_P vetor de posição do ponto de contato P
- c_b, c_t coeficientes de amortecimento de flexão e torção do eixo do rotor
- e_n, e_t coeficiente de restituição normal e tangencial
- E modulo de elasticidade do material
- F_n, F_t componentes normal e tangencial da força de impacto
- F_x, F_y componentes em x e y da força de impacto
- $H_{(\bullet)}$ função *Heavisyde*
- I momento de inércia de área do eixo do rotor
- J, J_d momento de inércia polar e diametral de massa do rotor
- J_m momento de inércia polar de massa do eixo do motor elétrico
- k_b, k_t rigidez de flexão e torção do eixo do rotor
- k_{ij} coeficientes de influência de rigidez $(i, j = x, y, \eta, \varphi)$
- K_c, C_c rigidez e coeficiente de amortecimento de contato
- K, C rigidez e amortecimento da estrutura suporte do estator
- L comprimento do eixo do rotor
- m_d, m_e, m_ε massa do rotor, do estator e do desbalanceamento

q_i, \dot{q}_i, Q_i coordenadas, velocidades e forças generalizadas
 R_d, R_e raio do rotor e estator
 \mathfrak{R} função de dissipação de energia de Rayleigh
 t_c, t_s, t_i tempo de compressão, de separação e total do impacto
 $t, \Delta t, \Delta \tilde{t}$ instante de tempo e incrementos temporais
 T_t, T_c, T_m torque da força de atrito, do médio fluido e do motor elétrico
 T, U, W energia cinética, potencial e trabalho
 w_0 frequência natural estática
 (x, y) sistema coordenado de referência inercial
 (x_d, y_d) sistema coordenado de referência móvel solidário ao rotor
 (x_m, y_m) sistema coordenado de referência móvel solidário ao eixo do motor
 x, \dot{x}, \ddot{x} deslocamento, velocidade e aceleração do centro do rotor em x
 X, \dot{X}, \ddot{X} deslocamento, velocidade e aceleração do centro do estator em X
 y, \dot{y}, \ddot{y} deslocamento, velocidade e aceleração do centro do rotor em y
 Y, \dot{Y}, \ddot{Y} deslocamento, velocidade e aceleração do centro do estator em Y
 z, \dot{z}, \ddot{z} deslocamento, velocidade e aceleração relativa
 v_0 velocidade inicial
 v_{na}, v_{nd} velocidade normal antes e depois do impacto
 v_{ta}, v_{td} velocidade tangencial antes e depois do impacto
 α ângulo de impacto
 δ folga radial entre o rotor e estator
 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ coordenadas do desbalanceamento em relação a (x_d, y_d)
 $\phi, \dot{\phi}$ deslocamento e velocidade angular de torção do eixo do rotor
 φ, η rotações em torno dos eixos x e y
 μ coeficiente de atrito
 $\theta, \dot{\theta}$ rotação e velocidade de rotação do rotor
 ρ densidade do material
 τ tempo adimensional

- ω_c, ω_n velocidade crítica e frequência natural
- Ω velocidade de rotação constante do rotor
- Ω_{wh} velocidade de precessão com rolamento do rotor
- $\psi, \dot{\psi}$ ângulo e velocidade de precessão do rotor
- ζ fator de amortecimento viscoso