

**Renata Machado Aiex**

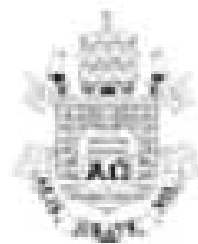
**Uma Investigação Experimental da  
Distribuição de Probabilidade do Tempo  
de Solução em Heurísticas GRASP e sua  
Aplicação na Análise de Implementações  
Paralelas**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Informática

Orientador: Prof. Celso Carneiro Ribeiro  
Co-Orientador: Dr. Maurício G. C. Resende

Rio de Janeiro  
Agosto de 2002



**Renata Machado Aiex**

**Uma Investigação Experimental da  
Distribuição de Probabilidade do Tempo  
de Solução em Heurísticas GRASP e sua  
Aplicação na Análise de Implementações  
Paralelas**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Informática. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Celso Carneiro Ribeiro**

Orientador

Departamento de Informática — PUC-Rio

**Prof. Maurício G. C. Resende**

Co-Orientador

AT&T Labs Research

**Prof. Marcus V. S. Poggi de Aragão**

PUC-Rio

**Prof. Gerson Couto Oliveira**

PUC-Rio

**Prof. Henrique Pacca L. Luna**

UFMG

**Prof. Vinicius A. Armentano**

Unicamp

**Prof. Ney Augusto Dumont**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —  
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 05 de Agosto de 2002

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Renata Machado Aiex**

Graduou-se em Matemática (opção Informática) na Universidade Federal de Juiz de Fora. Kursou mestrado em Informática na PUC-Rio. Durante o doutorado foi pesquisadora visitante na AT&T Labs Research (Nova Jersey, EUA).

#### Ficha Catalográfica

Aiex, Renata M.

Uma Investigação Experimental da Distribuição de Probabilidade do Tempo de Solução em Heurísticas GRASP e sua Aplicação na Análise de Implementações Paralelas/ Renata Machado Aiex; orientador: Celso Carneiro Ribeiro; co-orientador: Maurício G. C. Resende. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Informática, 2002.

v., 243 f: il. ; 29,7 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Informática – Teses. 2. GRASP. 3. Metaheurísticas. 4. Otimização Combinatória. 5. Metodologia para Análise do GRASP. 6. Problema de Atribuição de Três Índices. 6. Problema de Escalonamento de Tarefas. 7. Algoritmos Paralelos. I. Ribeiro, Celso C.. II. Resende, Maurício G. C.. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. IV. Título.

CDD: 004

Ao meu marido Marcus Felipe por todo amor e dedicação.

## Agradecimentos

Ao meu orientador Dr. Maurício Resende pela orientação objetiva e precisa dos capítulos relativos à metaheurística GRASP. Também gostaria de agradecer pelo grande amadurecimento científico que obtive durante o período em que trabalhei com ele na AT&T Labs Research. Além disso, agradeço pela grande amizade e apoio durante todo o desenvolvimento dessa tese.

Ao meu orientador Prof. Celso Carneiro Ribeiro pela orientação criteriosa durante o desenvolvimento do Projeto LABTEC e durante o estudo da paralelização da abordagem desenvolvida para alocação de custos de serviços de transmissão. Agradeço também pela formação recebida por termos trabalhados juntos desde o mestrado.

À Lúcia, Sasha e Alec Resende que me hospedaram em sua casa em Nova Jersey inúmeras vezes para que eu pudesse trabalhar com o Maurício. O carinho da família Resende e dos amigos Geraldo Veiga e Maria Norwood foi indispensável durante o desenvolvimento dessa tese.

Aos meus co-autores Prof. Panos Pardalos, Prof. Gerardo Toraldo, Dr. Sílvio Binato, Prof. Marcus Vinicius Poggi de Aragão e à colega Andréa Tavares pelas contribuições nos artigos desenvolvidos durante esse trabalho.

Aos professores Marcus V. S. Poggi de Aragão, Gerson Couto Oliveira, Henrique Pacca L. Luna e Vinicius A. Armentano pelos comentários construtivos que influenciaram a versão final desse trabalho.

À amiga Adriana Alvim por todo o apoio e pela ajuda durante o tempo de permanência no exterior.

Ao Prof. Eduardo Laber pela amizade e pela ajuda na preparação dos exemplares finais da tese.

Aos meus colegas da PUC-Rio, por todas as festas e chops animadíssimos que vão deixar muitas saudades.

Aos professores e funcionários do Departamento de Informática da PUC-Rio.

À AT&T Labs Research e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

À CAPES e ao CNPq pelo auxílio financeiro.

À minha família, pelo apoio e encorajamento.

## Resumo

Aiex, Renata M.; Ribeiro, Celso C.; Resende, Maurício G. C.. **Uma Investigação Experimental da Distribuição de Probabilidade do Tempo de Solução em Heurísticas GRASP e sua Aplicação na Análise de Implementações Paralelas**. Rio de Janeiro, 2002. 243p. Tese de Doutorado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) é uma metaheurística de partidas múltiplas usada para obter soluções para problemas de otimização combinatória. A metaheurística GRASP tem sido usada para obter soluções de qualidade para muitos problemas de otimização combinatória. Nesse trabalho é proposta uma metodologia para análise do comportamento da metaheurística GRASP. Também são propostas estratégias de hibridização com o religamento de caminhos. Essas estratégias foram desenvolvidas para o problema de atribuição de três índices (AP3) e para o problema de escalonamento de tarefas conhecido na literatura como job-shop scheduling problem (JSP) e são analisadas de acordo com a metodologia proposta. A metodologia para análise do comportamento do método GRASP pode ser usada para prever a partir da versão seqüencial do algoritmo, como a qualidade da solução do algoritmo implementado em paralelo irá variar. Os algoritmos GRASPs desenvolvidos para AP3 e para JSP foram paralelizados e os resultados são comparados aos resultados obtidos usando a metodologia proposta.

## Palavras-chave

GRASP; Metaheurísticas; Otimização Combinatória; Metodologia para Análise do GRASP; Problema de Atribuição de Três Índices; Problema de Escalonamento de Tarefas; Algoritmos Paralelos.

## Abstract

Aiex, Renata M.; Ribeiro, Celso C.; Resende, Maurício G. C..  
**An Experimental Investigation of Probability Distribution  
of Solution Time in GRASP and its Application on the  
Analysis of Parallel Implementations.** Rio de Janeiro, 2002.  
243p. PhD. Thesis — Departamento de Informática, Pontifícia  
Universidade Católica do Rio de Janeiro.

GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) is a multi-start metaheuristic for combinatorial optimization problems. GRASP has been used to find quality solutions of several combinatorial optimization problems. In this work we describe a methodology for analysis of GRASP. Hybrid strategies of GRASP with path relinking are also proposed. These strategies are studied for the 3-index assignment problem (AP3) and for the job-shop scheduling problem (JSP) and are analyzed according to the methodology proposed. The methodology for analysis of GRASP is used to predict qualitatively how the quality of the solution varies in a parallel independent GRASP, using the data of the GRASP sequential version as input. The GRASPs for the AP3 and for the JSP are parallelized and the computational results are compared to the results obtained using the methodology proposed.

## Keywords

GRASP; Metaheuristics; Combinatorial Optimization; Methodology for Analysis of GRASP; 3-index Assignment Problem; Job-shop Scheduling Problem; Parallel Algorithms.

## Conteúdo

1	Introdução	<b>20</b>
2	GRASP	<b>24</b>
2.1	Introdução	24
2.2	A lista restrita de candidatos	27
2.3	Mecanismos alternativos usados na fase construtiva	29
2.4	Religamento de caminhos	33
2.5	GRASP em heurísticas híbridas	35
2.6	Mecanismos usados para acelerar o tempo computacional do método GRASP	36
2.7	Estratégias de paralelização	37
2.8	Conclusão	38
3	Distribuição de probabilidade do tempo para valor alvo	<b>40</b>
3.1	Introdução	40
3.2	As implementações analisadas	45
3.3	Projeto dos experimentos	55
3.4	Resultados computacionais	60
3.5	Conclusão	65
4	GRASP com religamento de caminhos para o problema de atribuição de três índices	<b>77</b>
4.1	Definição do problema	77
4.2	GRASP para o AP3	79
4.3	Religamento de caminhos	84
4.4	GRASP com religamento de caminhos	88
4.5	Resultados computacionais	90
4.6	Conclusão	114
5	GRASP com religamento de caminhos para o problema de <i>job-shop scheduling</i>	<b>126</b>
5.1	Descrição do problema	126
5.2	GRASP para o problema de <i>job-shop scheduling</i>	128
5.3	Religamento de caminhos para o problema de <i>job-shop scheduling</i>	136
5.4	GRASP com religamento de caminhos	139
5.5	GRASP para o JSP com intensificação e POP durante a fase construtiva	141
5.6	Resultados computacionais	144
5.7	Conclusão	157
6	Estratégias de paralelização para heurísticas GRASP	<b>163</b>
6.1	Algoritmo GRASP com religamento de caminhos	164
6.2	Abordagem paralela independente	165
6.3	Abordagem paralela cooperativa	168



6.4	Resultados computacionais	170
6.5	Conclusão	190
7	Geração de cortes para o problema de alocação de custos de serviços para sistemas de transmissão	<b>192</b>
7.1	Geração de cortes	192
7.2	Separação heurística	196
7.3	Estratégia paralela	200
7.4	Resultados computacionais	203
7.5	Conclusão	222
8	Conclusão e extensões	<b>226</b>

## Lista de Figuras

2.1	Algoritmo semi-guloso usado na fase construtiva.	25
2.2	Procedimento básico de busca local (para um problema de minimização).	26
2.3	Algoritmo GRASP básico.	27
2.4	Religamento de caminhos no contexto da busca tabu.	34
3.1	Gráfico da distribuição de probabilidade para os dados medidos.	55
3.2	Gráfico Q-Q mostrando reta estimada.	56
3.3	Gráfico Q-Q com informação de variabilidade.	57
3.4	Distribuições empírica e teórica sobrepostas.	58
3.5	Razão entre o erro e o desvio padrão para tempos medidos (todos os pares problema teste/valor alvo foram considerados).	62
3.6	Razão entre o erro e o desvio padrão para tempos medidos (apenas pares problema teste/valor alvo mais difíceis foram considerados).	64
3.7	Gráficos Q-Q para o problema de conjunto máximo independente.	67
3.8	Gráficos das distribuições exponenciais para o problema de conjunto máximo independente.	68
3.9	Gráficos Q-Q para o problema quadrático de atribuição.	69
3.10	Gráficos das distribuições exponenciais para o problema quadrático de atribuição.	70
3.11	Gráficos Q-Q para o problema de planarização de grafos.	71
3.12	Gráficos das distribuições exponenciais para o problema de planarização de grafos.	72
3.13	Gráficos Q-Q para o problema de satisfabilidade valorada máxima.	73
3.14	Gráficos das distribuições exponenciais para o problema de satisfabilidade valorada máxima.	74
3.15	Gráficos Q-Q para o problema de recobrimento máximo.	75
3.16	Gráficos das distribuições exponenciais para o problema de recobrimento máximo.	76
4.1	Fase construtiva para o AP3.	79
4.2	Valores da lista de candidatos $C$ e das listas $L_i$ , $L_j$ e $L_k$ após a primeira iteração da fase construtiva para um problema de tamanho $n = 3$ . A solução parcial é formada pela tripla $(1, 2, 3)$ .	81
4.3	Valores da lista de candidatos $C$ e das listas $L_i$ , $L_j$ e $L_k$ após a segunda iteração da fase construtiva para um problema de tamanho $n = 3$ . A solução parcial é formada pelas triplas $(1, 2, 3)$ e $(2, 3, 2)$ .	82
4.4	Fase de busca local para o AP3.	83
4.5	Religamento de caminhos entre a solução inicial $S$ e a solução guia $T$ .	86
4.6	Heurística GRASP com religamento de caminhos para o AP3.	89

4.7	Distribuição empírica de probabilidade do tempo para valor alvo das estratégias GRASP e GRC(RAND) (problemas testes B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman). Os problemas considerados foram B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1, para os valores alvos 16, 16, 16 e 17, respectivamente.	95
4.8	Distribuição empírica de probabilidade do tempo para valor alvo das diferentes variantes do algoritmo GRASP com religamento de caminhos (problemas testes B-S 20.1 e B-S 22.1 de Balas e Saltzman). Os problemas considerados foram B-S 20.1 e B-S 22.1, para os valores alvos 7 e 8, respectivamente.	97
4.9	Distribuição empírica de probabilidade do tempo para valor alvo das diferentes variantes do algoritmo GRASP com religamento de caminhos (problemas testes B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman). Os problemas considerados foram B-S 24.1 e B-S 26.1, para os valores alvos 7 e 8, respectivamente.	98
4.10	Gráficos Q-Q para GRASP, problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman.	116
4.11	Gráficos das distribuições exponenciais para GRASP, problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman.	117
4.12	Gráficos Q-Q para GRC(RAND), problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman.	118
4.13	Gráficos das distribuições exponenciais para GRC(RAND), problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman.	119
4.14	Gráficos Q-Q para GRC(RAND, INT), problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman.	120
4.15	Gráficos das distribuições exponenciais para GRC(RAND, INT), problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman.	121
4.16	Gráficos Q-Q para GRC(ALL), problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman.	122
4.17	Gráficos das distribuições exponenciais para GRC(ALL), problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman.	123
4.18	Gráficos Q-Q para GRC(ALL, INT), problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman.	124
4.19	Gráficos das distribuições exponenciais para GRC(ALL, INT), problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman.	125
5.1	Algoritmo construtivo para o JSP.	130
5.2	Representação de um escalonamento por um grafo disjuntivo.	131
5.3	Caminho crítico com <i>makespan</i> igual a 60.	132
5.4	Caminho crítico recalculado com <i>makespan</i> igual a 51.	132
5.5	Algoritmo para a obtenção do tempo inicial de cada operação em um escalonamento viável.	133
5.6	Religamento de caminhos entre a solução inicial $S$ e a solução guia $T$ .	135
5.7	Algoritmo GRASP com religamento de caminhos bidirecional para o JSP.	140

5.8	Distribuição empírica de probabilidade do tempo para valor alvo para GP e GP+RC, problemas abz6, mt10, orb5 e 1a21.	147
5.9	Distribuição empírica de probabilidade do tempo para valor alvo para GP e GP+RC, problema mt10 e valores alvos 970, 960 e 950.	148
5.10	Distribuição empírica de probabilidade do tempo para valor alvo para GP+C-INT e GP+RC, problemas abz6, mt10, orb5 e 1a21.	151
5.11	Gráficos Q-Q para GP: problemas abz6, mt10, orb5 e 1a21.	159
5.12	Gráficos das distribuições exponenciais para GP: problemas abz6, mt10, orb5 e 1a21.	160
5.13	Gráficos Q-Q para GP+RC: problemas abz6, mt10, orb5 e 1a21.	161
5.14	Gráficos das distribuições exponenciais para GP+RC: problemas abz6, mt10, orb5 e 1a21.	162
6.1	Tempo de processamento em função da dimensão do problema para 10000 iterações da variante do algoritmo GRASP com religamento de caminhos GRC(ALL) para o AP3.	164
6.2	Algoritmo GRASP com religamento de caminhos.	165
6.3	Estratégia paralela independente de GRASP com religamento de caminhos.	167
6.4	Estratégia paralela cooperativa de GRASP com religamento de caminhos.	169
6.5	Acelerações e distribuições empíricas para a implementação paralela de GRASP para o AP3, problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1.	177
6.6	Acelerações e distribuições empíricas para as implementações paralelas de GRC(ALL) para o AP3, problema B-S 20.1 com valor alvo 7.	178
6.7	Acelerações e distribuições empíricas para as implementações paralelas de GRC(ALL) para o AP3, problema B-S 22.1 com valor alvo 8.	178
6.8	Acelerações e distribuições empíricas para as implementações paralelas de GRC(ALL) para o AP3, problema B-S 24.1 com valor alvo 7.	179
6.9	Acelerações e distribuições empíricas para as implementações paralelas de GRC(ALL) para o AP3, problema B-S 26.1 com valor alvo 8.	179
6.10	Acelerações e distribuições empíricas para a implementação paralela de GP para o JSP, problemas abz6, mt10, orb5 e 1a21.	185
6.11	Acelerações e distribuições empíricas para as implementações paralelas de GP+PR para o JSP, problema abz6 com valor alvo 943.	186
6.12	Acelerações e distribuições empíricas para as implementações paralelas de GP+PR para o JSP, problema mt10 com valor alvo 938.	186
6.13	Acelerações e distribuições empíricas para as implementações paralelas de GP+PR para o JSP, problema orb5 com valor alvo 895.	187

6.14	Acelerações e distribuições empíricas para as implementações paralelas de GP+PR para o JSP, problema 1a21 com valor alvo 1100.	187
6.15	Distribuições empíricas para as implementações paralelas de GP, GP+RC independente e GP+RC cooperativo usando 16 processadores. Os problemas testados foram abz6, mt10, orb5 e 1a21, com valores alvos 943, 938, 895 e 1100, respectivamente.	188
7.1	Procedimento de separação heurística.	199
7.2	Procedimento paralelo de geração de cortes.	201
7.3	Gráficos Q-Q para problemas 10-1, 11-1, 12-1 e 19-1.	224
7.4	Gráficos das distribuições exponenciais para problemas 10-1, 11-1, 12-1 e 19-1.	225

## Lista de Tabelas

3.1	Tempo de processamento (em segundos) e aceleração para problemas MAX-SAT [91]. A média das acelerações é mostrada para 5, 10 e 15 processadores.	41
3.2	Problemas testes para o problema de conjunto máximo independente, com o valor da melhor solução conhecida (msc), valores alvos e parâmetros estimados.	45
3.3	Problemas testes para o problema quadrático de atribuição, com o valor da melhor solução conhecida (msc), valores alvos e parâmetros estimados.	47
3.4	Problemas testes para o problema de planarização de grafos, com o valor da melhor solução conhecida (msc), valores alvos e parâmetros estimados.	49
3.5	Problemas testes para o problema de satisfabilidade valorada máxima, com o valor da melhor solução conhecida (msc), valores alvos e parâmetros estimados.	51
3.6	Problemas testes para recobrimento máximo, com o valor da melhor solução conhecida (msc), valores alvos e parâmetros estimados.	53
4.1	Estimativas das probabilidades de encontrar uma solução com custo melhor ou igual ao valor alvo, em função do tempo de solução. Os problemas testes considerados são B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman, para os valores alvos 16, 16, 16 e 17, respectivamente. Os algoritmos testados são GRC(RAND) e GRASP.	93
4.2	Tempo para encontrar uma solução com custo melhor ou igual ao valor alvo, em função da probabilidade. Os problemas testes considerados são B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1 de Balas e Saltzman, para os valores alvos 7, 8, 7 e 8, respectivamente.	96
4.3	Problemas testes de Balas e Saltzman (100 iterações).	101
4.4	Problemas testes de Balas e Saltzman (10000 iterações).	102
4.5	Problemas testes do tipo I de Crama e Spieksma.	103
4.6	Problemas testes do tipo II de Crama e Spieksma.	104
4.7	Problemas testes do tipo III de Crama e Spieksma.	105
4.8	Problemas testes de Burkard, Rudolf e Woeginger.	109
4.9	Problemas testes usados para estudar a distribuição empírica de probabilidade da variável aleatória <i>tempo para valor alvo</i> para GRASP. O limite superior (ls) é o melhor valor obtido pelos algoritmos GRASP com religamento de caminhos. São mostrados os valores alvos e os parâmetros estimados.	110

- 4.10 Problemas testes usados para estudar a distribuição empírica de probabilidade da variável aleatória *tempo para valor alvo* para GRC(RAND). O limite superior (ls) é o melhor valor obtido pelos algoritmos GRASP com religamento de caminhos. São mostrados os valores alvos e os parâmetros estimados. 111
- 4.11 Problemas testes usados para estudar a distribuição empírica de probabilidade da variável aleatória *tempo para valor alvo* para GRC(RAND,INT). O limite superior (ls) é o melhor valor obtido pelos algoritmos GRASP com religamento de caminhos. São mostrados os valores alvos e os parâmetros estimados. 112
- 4.12 Problemas testes usados para estudar a distribuição empírica de probabilidade da variável aleatória *tempo para valor alvo* para GRC(ALL). O limite superior (ls) é o melhor valor obtido pelos algoritmos GRASP com religamento de caminhos. São mostrados os valores alvos e os parâmetros estimados. 112
- 4.13 Problemas testes usados para estudar a distribuição empírica de probabilidade da variável aleatória *tempo para valor alvo* para GRC(ALL,INT). O limite superior (ls) é o melhor valor obtido pelos algoritmos GRASP com religamento de caminhos. São mostrados os valores alvos e os parâmetros estimados. 113
- 5.1 Estimativas das probabilidades de encontrar uma solução melhor ou igual ao valor alvo, em função do tempo máximo de solução. Os problemas testes estudados são abz6, mt10, orb5 e 1a21, para os valores alvos 947, 950, 910 e 1110, respectivamente. 145
- 5.2 Tempo para encontrar uma solução com custo melhor ou igual ao valor alvo, em função da probabilidade. O problema teste mt10 foi testado para os valores alvos 970, 960 e 950. Para cada valor alvo testado, é mostrado o decréscimo percentual do tempo de solução de GP+RC em relação ao tempo de solução de GP. 146
- 5.3 Estimativas das probabilidades de encontrar uma solução com custo melhor ou igual ao valor alvo, em função do tempo máximo de solução para GP+C-INT e GP+RC, representados por INT e RC, respectivamente. Os problemas testes estudados são abz6, mt10, orb5 e 1a21, para os valores alvos 965, 960, 930 e 1130, respectivamente. 152
- 5.4 Resultados computacionais para as classes de problemas abz, car, mt e orb. São mostrados o nome do problema, a dimensão do problema (tarefas e máquinas), o valor da melhor solução conhecida (MSC), o valor da melhor solução encontrada por GP+C-INT e para GP+RC, o número de iterações executadas, o tempo de processamento para 1000 iterações, o valor da melhor solução encontrada e o erro percentual relativo da solução de GP+RC em relação a MSC. 153

- 5.5 Resultados computacionais para a classe de problemas 1a (problemas 1a01 a 1a20). São mostrados o nome do problema, a dimensão do problema (tarefas e máquinas), o valor da melhor solução conhecida (MSC), o valor da melhor solução encontrada por GP+C-INT e para GP+RC, o número de iterações executadas, o tempo de processamento para 1000 iterações, o valor da melhor solução encontrada e o erro percentual relativo da solução de GP+RC em relação a MSC. 154
- 5.6 Resultados computacionais para a classe de problemas 1a (problemas 1a21 a 1a40). São mostrados o nome do problema, a dimensão do problema (tarefas e máquinas), o valor da melhor solução conhecida (MSC), o valor da melhor solução encontrada por GP+C-INT e para GP+RC, o número de iterações executadas, o tempo de processamento para 1000 iterações, o valor da melhor solução encontrada e o erro percentual relativo da solução de GP+RC em relação a MSC. 155
- 5.7 Resultados experimentais: a soma dos melhores valores conhecidos (MSC) é comparada à soma das soluções obtidas por GP+RC para cada classe de problemas. 155
- 5.8 Resultados experimentais: percentual de soluções de GP+RC dentro de um determinado intervalo de tolerância da melhor solução conhecida. 155
- 5.9 Problemas testes usados para estudar a distribuição empírica de probabilidade da variável aleatória *tempo para valor alvo* para GP. São mostrados para os quatro problemas testados, o custo da melhor solução conhecida (MSC), o valor alvo e os parâmetros estimados. 156
- 5.10 problemas testes usados para estudar a distribuição empírica de probabilidade da variável aleatória *tempo para sub-ótimo* para GP+RC. São mostrados para os quatro problemas testados, o custo da melhor solução conhecida (MSC), o valor alvo e os parâmetros estimados. 156
- 6.1 Aceleração e eficiência para problemas testes do AP3. A implementação testada foi a estratégia de paralelização para GRASP. Os problemas são B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1, com valores alvos 16, 16, 16 e 17, respectivamente. São mostrados os valores dos parâmetros da distribuição exponencial de dois parâmetros para cada par problema teste/valor alvo. 173
- 6.2 Estimativas da probabilidade de encontrar uma solução de custo pelo menos tão bom quanto o valor alvo em um dado tempo de execução, em função do número de processadores, para problemas testes do AP3. A implementação testada foi a estratégia de paralelização para GRASP. Os problemas são B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1, com valores alvos 16, 16, 16 e 17, respectivamente. 173



- 6.3 Aceleração com dois, quatro, oito e 16 processadores para problemas testes do AP3. As implementações testadas foram as estratégias de paralelização independente e cooperativa para GRC(ALL). Os problemas são B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1, com valores alvos 7, 8, 7 e 8, respectivamente. 173
- 6.4 Estimativas da probabilidade de encontrar uma solução de custo pelo menos tão bom quanto o valor alvo em um dado tempo de execução, em função do número de processadores, para problemas testes do AP3. As implementações testadas foram as estratégias de paralelização independente e cooperativa para GRC(ALL). Os problemas são B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1, com valores alvos 7, 8, 7 e 8, respectivamente. São mostrados os valores dos parâmetros da distribuição exponencial de dois parâmetros para cada par problema teste/valor alvo. 174
- 6.5 Aceleração e eficiência (aceleração dividida pelo número de processos) para problemas testes do JSP. A implementação testada foi a estratégia de paralelização para GP. Os problemas são abz6, mt10, orb5 e 1a21, com valores alvos 960, 960, 920 e 1120, respectivamente. São mostrados os valores dos parâmetros da distribuição exponencial de dois parâmetros para cada par problema teste/valor alvo. 180
- 6.6 Estimativas da probabilidade de encontrar uma solução pelo menos tão boa quanto a solução alvo em um dado tempo de execução, em função do número de processadores, para problemas testes do JSP. A implementação testada foi a estratégia de paralelização para GP. Os problemas são abz6, mt10, orb5 e 1a21, com valores alvos 960, 960, 920 e 1120, respectivamente. 181
- 6.7 Aceleração com dois, quatro, oito e 16 processadores para problemas testes do JSP. As implementações testadas foram as estratégias de paralelização independente e cooperativa para GP+PR. Os problemas são abz6, mt10, orb5 e 1a21, com valores alvos 943, 938, 895 e 1100, respectivamente. São mostrados os valores dos parâmetros da distribuição exponencial de dois parâmetros para cada par problema teste/valor alvo. 182
- 6.8 Estimativas da probabilidade de encontrar uma solução pelo menos tão boa quanto a solução alvo em um dado tempo de execução, em função do número de processadores, para problemas testes do JSP. As implementações testadas foram as estratégias de paralelização independente e cooperativa para GP+PR. Os problemas são abz6, mt10, orb5 e 1a21, com valores alvos 943, 938, 895 e 1100, respectivamente. 182
- 6.9 Acelerações para a implementação paralela de GRASP para o AP3 para os problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1. O critério de parada por número de iterações foi testado para 4096 iterações. O critério de parada por valor alvo foi testado para os valores alvos 20, 21, 21, 22 para os problemas B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1, respectivamente. 189

- 6.10 Qualidade da solução para execuções paralelas com um, dois, quatro, oito e 16 processadores para problemas testes do AP3. A implementação testada foi o GRASP paralelo, para 4096 iterações. Os problemas testes são B-S 20.1, B-S 22.1, B-S 24.1 e B-S 26.1. 189
- 7.1 Dados dos agentes instalados na rede elétrica para o problema 19-1. Para cada agente são mostrados o índice, os índices dos nós da rede a partir de onde ele fornece e consome energia e sua demanda em unidades de potencia. 204
- 7.2 Dados das arestas (1 a 50) da rede elétrica usada nos problemas testados. Para cada aresta é mostrado o índice, os índices dos seus nós de destino e origem, a situação (instalada ou projetada), a capacidade máxima em unidades de potência, o custo por unidade de demanda e o número máximo de expansões. O custo de cada expansão é obtido multiplicando-se a capacidade máxima da aresta pelo custo por unidade de demanda. 205
- 7.3 Dados das arestas (51 a 100) da rede elétrica usada nos problemas testados. Para cada aresta é mostrado o índice, os índices dos seus nós de destino e origem, a situação (instalada ou projetada), a capacidade máxima em unidades de potência, o custo por unidade de demanda e o número máximo de expansões. O custo de cada expansão é obtido multiplicando-se a capacidade máxima da aresta pelo custo por unidade de demanda. 206
- 7.4 Dados das arestas (101 a 150) da rede elétrica usada nos problemas testados. Para cada aresta é mostrado o índice, os índices dos seus nós de destino e origem, a situação (instalada ou projetada), a capacidade máxima em unidades de potência, o custo por unidade de demanda e o número máximo de expansões. O custo de cada expansão é obtido multiplicando-se a capacidade máxima da aresta pelo custo por unidade de demanda. 207
- 7.5 Dados das arestas (151 a 200) da rede elétrica usada nos problemas testados. Para cada aresta é mostrado o índice, os índices dos seus nós de destino e origem, a situação (instalada ou projetada), a capacidade máxima em unidades de potência, o custo por unidade de demanda e o número máximo de expansões. O custo de cada expansão é obtido multiplicando-se a capacidade máxima da aresta pelo custo por unidade de demanda. 208
- 7.6 Dados das arestas (201 a 250) da rede elétrica usada nos problemas testados. Para cada aresta é mostrado o índice, os índices dos seus nós de destino e origem, a situação (instalada ou projetada), a capacidade máxima em unidades de potência, o custo por unidade de demanda e o número máximo de expansões. O custo de cada expansão é obtido multiplicando-se a capacidade máxima da aresta pelo custo por unidade de demanda. 209

7.7	Dados das arestas (250 a 283) da rede elétrica usada nos problemas testados. Para cada aresta é mostrado o índice, os índices dos seus nós de destino e origem, a situação (instalada ou projetada), a capacidade máxima em unidades de potência, o custo por unidade de demanda e o número máximo de expansões. O custo de cada expansão é obtido multiplicando-se a capacidade máxima da aresta pelo custo por unidade de demanda.	210
7.8	Dados dos nós (12 a 229) da rede elétrica usada nos problemas testados. Para cada nó são mostrados o índice, o nome, o consumo e a geração de potência em MW.	211
7.9	Dados dos nós (230 a 259) da rede elétrica usada nos problemas testados. Para cada nó são mostrados o índice, o nome, o consumo e a geração de potência em MW.	212
7.10	Agentes que fazem parte de cada problema teste.	213
7.11	Resultados computacionais das execuções sequenciais e paralelas das abordagens de geração de cortes desenvolvidas para o PACST. São mostrados: a média dos tempos de execução de SEP-E, a média dos tempos de execução de SEP-H e a média dos tempos de execução e a aceleração de SEP-PAR para dois, três, cinco e nove processadores. Os tempos mostrados são tempos corridos e são medidos em segundos.	215
7.12	Reduções médias percentuais dos tempos de execução para as diferentes abordagens do programa de geração de cortes para o PACST. A “redução H-E” indica a redução percentual do tempo de execução de SEP-H em relação ao tempo de execução de SEP-E. A “redução PAR-E” indica a redução percentual do tempo de execução de SEP-PAR (com 2 processadores) em relação ao tempo de execução SEP-E. A “redução PAR-H” indica a redução percentual do tempo de execução de SEP-PAR (com 2 processadores) em relação ao tempo de execução de SEP-H.	217
7.13	Numero médio de separações e de separações exatas realizadas para cada problema teste, para o programa sequencial e para o programa paralelo com dois, três, cinco e nove processadores.	218
7.14	Problemas testes usados para estudar a distribuição empírica de probabilidade da variável aleatória <i>tempo para valor alvo</i> do procedimento de separação heurística. São mostrados, para os quatro problemas testados, o custo da restrição mais violada RMV no problema de separação (calculado pelo procedimento de <i>branch-and-bound</i> do Cplex), o valor alvo e os parâmetros estimados.	221