



Mariana Bernardo Araujo

**Considerações sobre análises probabilísticas de
estabilidade de taludes de barragem**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação
em Engenharia Civil da PUC-Rio como requisito parcial
para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Alberto Sampaio Ferraz Jardim Sayão

Rio de Janeiro
Abril de 2018



Mariana Bernardo Araujo

**Considerações sobre análises probabilísticas de
estabilidade de taludes de barragem**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Alberto Sampaio Ferraz Jardim Sayão

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Pedricto Rocha Filho

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof^a. Anna Laura Lopes da Silva Nunes

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Coordenador Setorial do
Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 09 de abril de 2018.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do autor, da orientadora e da universidade.

Mariana Bernardo Araujo

Graduou-se em Engenharia Civil pelo Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ), Rio de Janeiro em julho de 2015. Ingressou no mestrado na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em março de 2016, desenvolvendo dissertação na linha de pesquisa de Geotecnia Experimental aplicada a Barragens.

Ficha Catalográfica

Araujo, Mariana Bernardo

Considerações sobre análises probabilísticas de estabilidade de taludes de barragem / Mariana Bernardo Araujo ; orientador: Alberto Sampaio Ferraz Jardim Sayão. – 2018.

v., 65 f.: il. color. ; 29,7 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2018.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Probabilidade de ruptura. 3. Índice de confiabilidade. 4. Análise probabilística. I. Sayão, Alberto S. F. J. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Agradecimentos

Aos meus pais, Marcia e Edison, meus maiores incentivadores, que estão sempre ao meu lado, me fortalecendo nas batalhas e vibrando com todas as minhas conquistas. Esta conquista também é de vocês! Agradeço por todo apoio e pelo amor incondicional.

À minha irmã, Caroline, pela torcida e por estar sempre presente nos bons e maus momentos.

Ao meu companheiro, Thiago, por me apoiar e ser tão compreensivo nos momentos de total dedicação aos estudos. Por me dar forças e acreditar em mim.

Ao meu orientador, Alberto Sayão, pelos conselhos e ensinamentos passados durante todo o mestrado e na realização deste trabalho.

À Andrea Vecchi que, principalmente no último ano, foi mais que uma amiga, foi uma dupla. Sua amizade e companheirismo foram essenciais para a realização deste trabalho. Seu foco e coragem são um exemplo.

Aos amigos que a PUC Rio me deu, porque sem eles esse mestrado não teria sido possível. Por todos os estudos coletivos e ensinamentos. Agradeço a Ana Luiza e Jainor por compartilharem os momentos de estudos mais intensos do primeiro período do mestrado. À Raquel por cada conselho e por ser um exemplo para mim. À Luana Raquel por toda alegria, parceria no estágio e nas matérias e pela amizade. Aos amigos Bruno, Carol e Larissa por me mostrarem o que é determinação. A todos vocês agradeço por cada momento desses dois anos, dentro e fora da PUC.

À amiga Ana Cláudia que, mais uma vez, me ajudou no momento de desespero em que a Mecânica dos Solos só é fácil aos olhos dela.

À PUC Rio, por me permitir cursar este mestrado e me trazer tantas coisas boas. Agradeço aos professores do Departamento de Engenharia Civil pelos ensinamentos.

À CAPES pelo apoio financeiro durante toda a realização desse mestrado.

Resumo

Araujo, Mariana Bernardo; Sayão, Alberto de Sampaio Ferraz Jardim (Orientador). **Considerações sobre Análises Probabilísticas de Estabilidade de Taludes de Barragem**. Rio de Janeiro, 2018. 65 p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A avaliação da segurança de projetos de engenharia geotécnica é tradicionalmente abordada de forma determinística, onde as propriedades do material, geometria do problema e forças externas são valores fixos e conhecidos. Sabe-se, porém, que a obtenção de tais parâmetros é sujeita a incertezas e, portanto, é corrente a adoção de fatores de segurança, caracterizados como a razão entre a resistência do material e as solicitações que tendem a instabilizá-lo. Como o fator de segurança é sujeito à variabilidade intrínseca dos parâmetros geotécnicos e erros de amostragem, não deveria ser a única forma de avaliação da segurança. Os métodos probabilísticos têm sido empregados na avaliação do risco quanto à estabilidade de taludes, onde os parâmetros são representados pela função de probabilidade a eles atribuídos quando da investigação geotécnica. Os estudos probabilísticos de estabilidade conduzem a resultados expressos pelo valor de probabilidade de ruptura. O presente trabalho apresenta uma avaliação dos métodos probabilísticos mais utilizados na análise de taludes, com aplicação ao caso da Barragem de Santa Branca.

Palavras-chave

Probabilidade de Ruptura; Índice de Confiabilidade; Análise Probabilística

Abstract

Araujo, Mariana Bernardo; Sayão, Alberto de Sampaio Ferraz Jardim (Advisor). **Considerations for Probabilistic Stability Analysis of Dam Slopes**. Rio de Janeiro, 2018. 65 p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The safety assessment of geotechnical projects is traditionally carried out in a deterministic way, where the material properties, problem geometry and external forces are known fixed values. However, it is known that such parameters is affected by uncertainties and, for this reason, it is current the adoption of safety factors, characterized as the ratio between the material resistance and the instability actions. Since the safety factor is subject to parameter variability and sampling errors, this should not be taken as the only form of safety assessment. Hence, probabilistic methods have been used in the evaluation of slope instability risk, where the parameters are represented by the probability function. Probabilistic stability studies lead to results presented in the form of probability of failure. This work presents an evaluation of the probabilistic methods most used in estimating the probability of slope failure, with application to the case of the Santa Branca Dam.

Keywords

Probability of Failure; Reliability Index; Probabilistic Analysis

Lista de figuras

Figura 1 - Distribuição de probabilidade para variáveis com mesma média e diferentes desvios padrão	14
Figura 2 - Distribuição de probabilidade hipotética de resistência e solicitação	15
Figura 3 - Distribuição hipotética de Fator de Segurança	16
Figura 4 - Histograma de variável contínua	19
Figura 5 - Distribuição de frequência e de probabilidade	22
Figura 6 - Função Densidade de Probabilidade x Distribuição Normal	23
Figura 7 - Curva de Distribuição Normal Padrão	24
Figura 8 - Distribuição normal - Seis sigma (USACE, 2006)	25
Figura 9 - Forma da Curva de Distribuição Lognormal	26
Figura 10 - Pontos de estimativa de distribuição simétrica para os casos de: a) duas variáveis aleatórias e b) três variáveis aleatórias (Modificado de Rosenblueth, 1975)	31
Figura 11 – Seção tipo da Barragem de Santa Branca (Dell’Avanzi e Sayão, 1998)	39
Figura 12 - Seção tipo da Barragem de Curuá-Una (Fabrício, 2006)	40
Figura 13- Vista aérea da Barragem Faé (De Souza e Vieira, 2007)	42
Figura 14 - Seção tipo da Barragem Faé (De Souza e Vieira, 2007)	42
Figura 15 - Seção tipo da Barragem de Benguê (Ribeiro, 2008)	44
Figura 16 - Seção típica original da Barragem de Santa Branca (Modificado de Light, 1996)	47
Figura 17 - Seção típica da Barragem de Santa Branca após o reforço (Modificado de Cruz, 1996)	49
Figura 18 – Hidrelétrica de Santa Branca (<i>Google Earth</i> , 2017)	50
Figura 19 – Barragem de Santa Branca nos dias atuais (<i>Google Earth</i> , 2017)	50

Sumário

1	Introdução	10
1.1.	Objetivo	10
1.2.	Organização do Trabalho	11
2	Abordagens da Análise Geotécnica	12
3	Probabilidade e Estatística	17
3.1.	Conceitos Básicos	17
3.1.1.	Histograma.....	18
3.1.2.	Índices Estatísticos.....	19
3.1.3.	Probabilidade de uma variável	21
3.1.4.	Distribuição de probabilidade	22
4	Métodos probabilísticos.....	27
4.1.	FOSM	27
4.2.	Estimativas Pontuais ou Rosenblueth	30
4.3.	Simulação de Monte Carlo	32
4.4.	Comparação entre os métodos	34
4.5.	Análise de risco, índice de confiabilidade e probabilidade de ruptura	35
5	Estudos de Probabilidade em Barragens	38
5.1.	Barragem de Santa Branca	38
5.2.	Barragem de Curuá-Una	40
5.3.	Barragem Faé	42
5.4.	Barragem de Benguê	44
6	Barragem de Santa Branca	46
6.1.	Informações Gerais e Histórico	46
6.2.	Estudos Anteriores e Premissas	51
6.3.	Análises Realizadas	54
6.3.1.	Método FOSM.....	54
6.3.2.	Método de Estimativas Pontuais	55
6.3.3.	Simulação de Monte Carlo	56
6.3.4.	Análise dos Resultados.....	57

7 Conclusões e Sugestões.....	58
Referências bibliográficas	60
Anexos	63
Anexo I – Distribuição Normal Padrão Acumulada	64
Anexo II – Ábaco Índice de Confiabilidade x Probabilidade de Ruptura	65

1 Introdução

A segurança de barragens é um assunto de grande importância social, econômica e ambiental e deve ser considerada em várias fases, desde o planejamento, projeto e por toda sua vida útil. O estudo de estabilidade de taludes é uma forma de medir a segurança de uma barragem quanto a ruptura, sendo sempre realizado na fase de projeto e sempre que houver alterações que possam comprometer a segurança.

Ao realizar uma análise de estabilidade, geralmente o objetivo é encontrar um fator de segurança que garanta que as forças capazes de resistir a ruptura sejam maiores que as forças capazes de provocá-la. Os termos utilizados para o cálculo do fator de segurança são função de parâmetros geotécnicos, geometria do problema e forças externas atuantes. A determinação destes dados é, porém, cercada de incertezas.

Visando lidar com as incertezas que cercam o dimensionamento geotécnico, a abordagem probabilística para verificação da segurança de taludes tem recebido cada vez mais destaque. Neste tipo de abordagem, os dados de entrada e o fator de segurança deixam de ser representados por um valor absoluto e passam a apresentar uma distribuição probabilística.

O resultado de uma análise probabilística é obtido como a probabilidade de ruptura ou índice de confiabilidade que, juntamente com o fator de segurança, apresentam um panorama mais completo das condições de estabilidade da estrutura.

1.1. Objetivo

Com o objetivo de difundir o conhecimento dos métodos probabilísticos e assim aumentar sua aplicação na prática da engenharia geotécnica, este trabalho contém uma apresentação simples do tema, com os conceitos básicos para o

entendimento das análises geotécnicas probabilísticas e um estudo de caso da Barragem de Santa Branca.

Os métodos probabilísticos mais utilizados são apresentados e aplicados no caso em estudo. São eles: o método FOSM, Estimativas Pontuais e Simulação de Monte Carlo. O objetivo principal é apresentar as premissas e a metodologia utilizada em cada método e por fim comparar os resultados.

1.2. Organização do Trabalho

O trabalho foi organizado em sete capítulos. O presente capítulo apresenta uma introdução sobre o tema, o objetivo e a organização geral do trabalho.

O segundo capítulo apresenta as abordagens do dimensionamento geotécnico, tratando da abordagem determinística e explicando a importância da abordagem probabilística na análise da segurança de estruturas geotécnicas.

O terceiro capítulo apresenta os conceitos básicos de probabilidade e estatística necessários para a compreensão das análises probabilísticas de estabilidade de taludes.

O quarto capítulo apresenta os principais métodos probabilísticos utilizados na engenharia geotécnica e neste trabalho. São eles: FOSM, Estimativas Pontuais e Simulação de Monte Carlo.

O Capítulo cinco apresenta uma revisão bibliográfica com trabalhos de probabilidade aplicada a estabilidade de taludes de barragens. São apresentados os estudos de caso das Barragens de Santa Branca, Curuá-Una, Faé e Benguê.

O Capítulo seis apresenta a análise probabilística da Barragem de Santa Branca, objeto de estudo do presente trabalho. São apresentadas informações gerais e um pequeno histórico sobre a barragem, estudos anteriores e as premissas do estudo. Os métodos probabilísticos apresentados no capítulo quatro são aplicados ao estudo da Barragem de Santa Branca.

No Capítulo sete são resumidas as conclusões de presente trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

2 Abordagens da Análise Geotécnica

As obras geotécnicas, assim como as demais construções projetadas pela engenharia civil, devem satisfazer a uma série de requisitos técnicos que dizem respeito a estabilidade, funcionalidade e durabilidade. A partir destas premissas, diferentes abordagens podem ser utilizadas para o dimensionamento de estruturas geotécnicas.

No processo de dimensionamento estão envolvidos dois tipos de variáveis: as primárias e as dependentes. As primárias referem-se às variáveis mensuráveis, tais como as ações, os parâmetros geométricos e os parâmetros de resistência dos materiais. A partir das variáveis primárias e utilizando modelos de cálculo, procede-se à determinação da solicitação e da resistência, tidas como variáveis dependentes.

A verificação da segurança é feita comparando a resistência com a solicitação. O objetivo do dimensionamento geotécnico é garantir que a resistência da estrutura seja maior que a solicitação para um nível de segurança considerado aceitável.

Para que o estudo seja confiável é preciso que as condições de campo sejam muito bem interpretadas e reproduzidas nas análises de estabilidade. De acordo com Bishop (1955), as condições de amostragem e ensaio devem representar com maior precisão possível as condições de campo para obtenção de parâmetros equivalentes.

Sabe-se, entretanto, que o dimensionamento geotécnico está sujeito a incertezas inerentes ao processo, comprometendo a perfeita modelagem do problema. Matos Fernandes (2011) explica os fatores a que estas incertezas estão relacionadas:

- i. à estimativa das ações, envolvendo as ações permanentes (em geral, o peso próprio da estrutura e do terreno), as ações ou cargas variáveis ligadas à

- ii. utilização (tráfego, público, bens móveis, etc.) e as ações ambientais, também variáveis (vento, neve, variações de temperatura, sismos, etc.);
- iii. à variabilidade espacial das propriedades dos solos;
- iv. à avaliação dos parâmetros mecânicos do terreno a partir de ensaios (perturbação das amostras, interpretações dos ensaios, correlações empíricas, etc.);
- v. a desvios dos parâmetros geométricos em relação ao admitido no dimensionamento (dimensões das fundações, desvios de implantação das fundações em relação à estrutura, etc.);
- vi. a limitações dos modelos e métodos de cálculo para traduzir com fidelidade os fenômenos mecânicos que controlam o comportamento do solo.

A mais conhecida e utilizada abordagem de dimensionamento trata o problema de forma determinística, ou seja, representa os parâmetros por valores únicos, ignorando as incertezas e a distribuição probabilística das variáveis. A abordagem determinística baseia-se na simples aplicação do conceito de fator de segurança, comparando a resistência com a solicitação. A Equação 1 apresenta a equação básica deste tipo de abordagem:

$$FS = \frac{R}{S} \quad [1]$$

A Equação 1 pode ainda ser reescrita com o objetivo de encontrar a solicitação admissível, dividindo a resistência por um fator de segurança considerado razoável, conforme a seguinte equação:

$$S_{adm} = \frac{R}{FS} \quad [2]$$

Na literatura é possível encontrar muitas referências para valores de fator de segurança, como CBDB (1999), que apresenta uma orientação de valores para taludes de barragens.

De acordo com a NBR 8044, o projeto geotécnico deve adotar fatores de segurança considerando o grau de conhecimento das solicitações e do terreno, a complexidade das condições geotécnicas, a dificuldade dos projetos e os riscos envolvendo danos materiais e humanos.

Geralmente, para a aplicação de métodos de estabilidade utilizando a abordagem determinística, os parâmetros utilizados são equivalentes à média dos valores encontrados nos programas de investigação.

Desta forma, o fator de segurança é o único parâmetro considerado para verificação da estabilidade da estrutura neste tipo de abordagem. Entretanto, o fator de segurança é dependente das variáveis primárias que, como já mostrado, têm sua determinação cercada de incertezas.

O grau de confiança para os parâmetros geotécnicos será reproduzido para o grau de confiança do fator de segurança. Isto quer dizer que, quanto maiores forem as incertezas das variáveis primárias, menos confiável é o resultado do estudo. Ou seja, o fator de segurança está sujeito diretamente às incertezas de suas premissas.

Por este motivo é razoável concluir que o fator de segurança não representa a situação de segurança real de uma estrutura. Em uma análise determinística, utilizando valores médios das variáveis primárias, obtém-se como resultado um fator de segurança médio, que não necessariamente é a melhor estimativa do fator de segurança real.

A Figura 1 apresenta duas situações hipotéticas onde os fatores de segurança apresentam o mesmo valor determinístico, porém observa-se que a dispersão dos dados do fator de segurança é maior para a situação representada pela curva azul. Em outras palavras, apesar de em ambos os casos os fatores de segurança determinísticos serem iguais, a estrutura representada pela curva vermelha apresenta maior confiança.

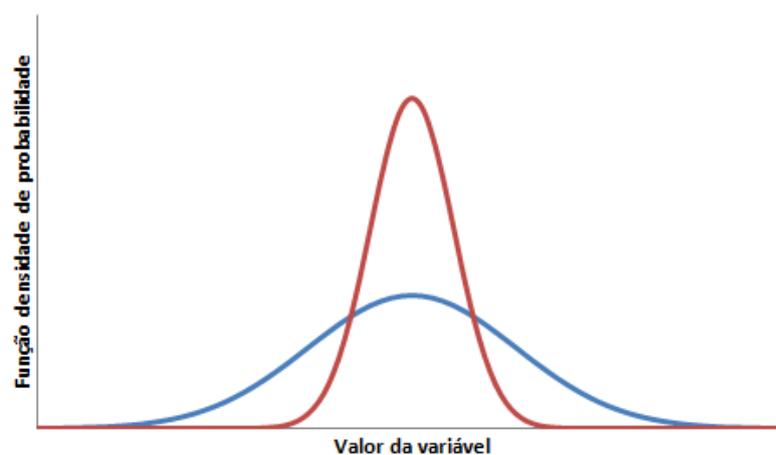


Figura 1 - Distribuição de probabilidade para variáveis com mesma média e diferentes desvios padrão

O resultado do fator de segurança em valor determinístico ocorre porque, pela adoção de valores únicos para as variáveis primárias, os valores de resistência e solicitação têm também a mesma característica, conseqüentemente também o fator de segurança.

Por outro lado, a adoção da distribuição probabilística para variáveis primárias levaria a resultados de resistência e solicitação também em forma de distribuição probabilística. A Figura 2 mostra a importância da consideração das distribuições probabilísticas da solicitação (S) e resistência (R). É possível perceber que, mesmo para valores de fator de segurança considerados satisfatórios, caso seja analisado somente o valor médio, ainda pode existir um risco para a estrutura, pois pela distribuição probabilística, em certas condições, a solicitação pode ser maior que a resistência.

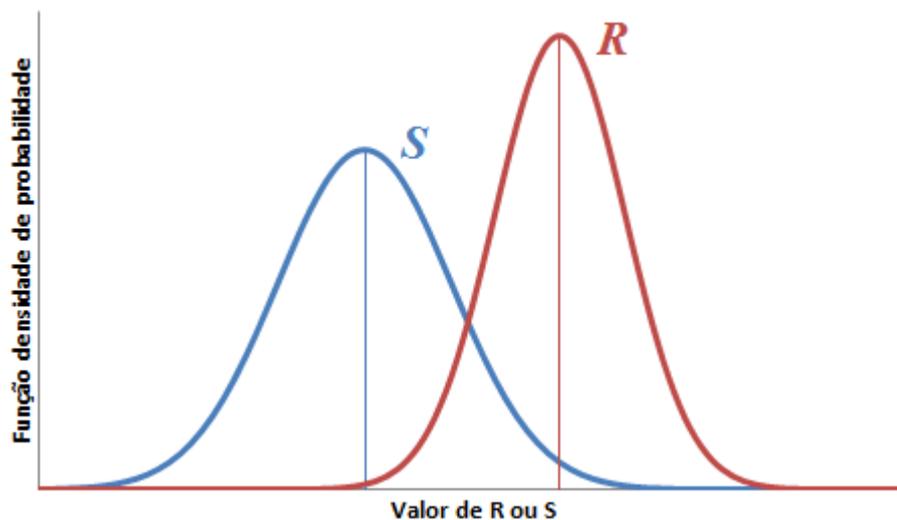


Figura 2 - Distribuição de probabilidade hipotética de resistência e solicitação

Avaliando estas observações, apresenta-se a abordagem probabilística que, por sua vez, considera as variáveis primárias como variáveis aleatórias, obtendo a distribuição probabilística do fator de segurança. Esta abordagem permite a obtenção da probabilidade de ruptura da estrutura, que juntamente com o fator de segurança, apresenta um panorama mais completo das condições de estabilidade.

A Figura 3 apresenta a distribuição do fator de segurança de um caso hipotético. Um estudo determinístico feito para este caso poderia atestar a segurança da estrutura, visto que a média do fator de segurança é 1,5. Porém, análises de probabilidade de ruptura, mostrariam que a estrutura é possivelmente

insegura, pois a probabilidade de ruptura, representada pela área em destaque na figura, apresenta valor elevado.

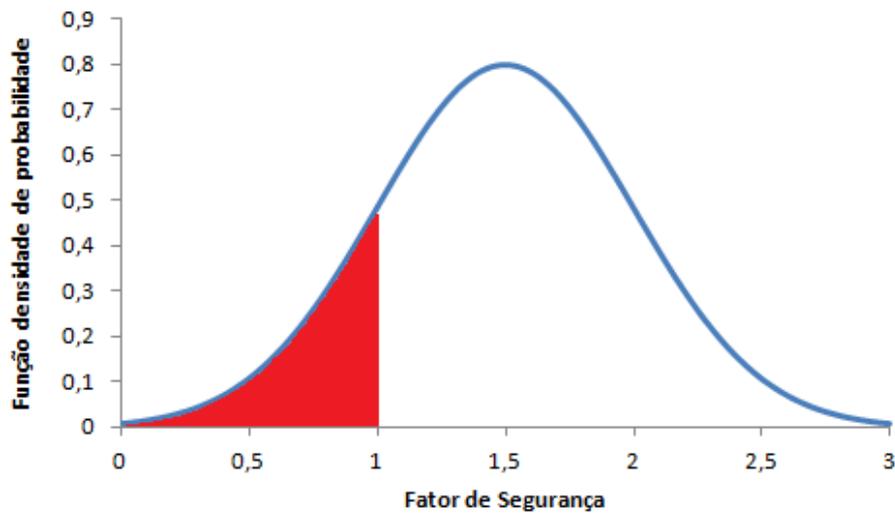


Figura 3 - Distribuição hipotética de Fator de Segurança

Os métodos probabilísticos de estabilidade de taludes tratam das incertezas das propriedades dos materiais e geometria, condições de carregamento e nível d'água; não analisa problemas como inadequações quanto a capacidade do vertedouro, erosão interna e erros na construção. Além disso, Christian et al. (1992) ressaltam que raramente este tipo de abordagem considera que um programa de investigação de campo inadequado pode ignorar um detalhe geológico crítico.

No cenário das análises de estabilidade de taludes de barragens e considerando a importância da consideração da distribuição do fator de segurança, apresenta-se, a seguir, os conceitos básicos de probabilidade e estatística para compreensão da abordagem probabilística.

3

Probabilidade e Estatística

Neste capítulo são apresentados conceitos básicos de probabilidade e estatística necessários para a compreensão do estudo probabilístico em taludes de barragens. Os conceitos são apresentados de forma clara e direta, uma vez que o objetivo do trabalho é simplificar o entendimento do assunto e contribuir para a difusão do mesmo.

3.1.

Conceitos Básicos

O objetivo do estudo estatístico é analisar e compreender fenômenos aleatórios, conhecendo as características e riscos a eles associados.

Fenômenos aleatórios são aqueles para os quais não se pode prever um resultado, mas pode-se prever um padrão de comportamento depois de muitas observações. A possibilidade de ocorrência de um determinado fenômeno aleatório pode ser calculada pela teoria da probabilidade.

O estudo estatístico começa com a obtenção de dados, formando o que se denomina amostra. A amostra é uma parte representativa do conjunto de todos os elementos de interesse, conhecido como população.

Um número suficientemente grande de observações na amostra é necessário para que se obtenha conclusões com certo nível de confiança. Deve-se entender que, para uma amostra bem selecionada e trabalhada, quanto maior o número de dados, isto é, maior o número de observações, maior será a confiança no resultado do estudo. Entretanto, muitas vezes a coleta e manuseio de uma amostra muito grande, além de aumentar excessivamente os custos, pode representar perda na qualidade da amostragem. Assim, o objetivo é ter uma amostra com a maior quantidade de observações sem que se perca a qualidade e confiança nos resultados.

Cada uma das características de interesse de um elemento é chamada de variável. Uma variável aleatória assume diferentes valores para cada elemento,

podendo ser quantitativa ou qualitativa. No contexto deste trabalho, as variáveis de interesse apresentam valores quantitativos.

As variáveis aleatórias quantitativas, que podem ser expressas numericamente, podem ainda ser discretas ou contínuas. Variáveis discretas são aquelas que podem assumir apenas certos valores em um intervalo, enquanto que as contínuas podem assumir qualquer valor nesse intervalo. Como exemplo, a idade de um grupo de pessoas é uma variável discreta, pois só assume valores inteiros, enquanto o peso deste mesmo grupo é uma variável contínua, pois sempre existirá uma fração para medir a menor diferença possível entre os pesos de cada indivíduo.

No contexto das análises geotécnicas, o universo é todo solo e/ou rocha que se pretende conhecer. Os elementos são cada camada ou material deste universo. As variáveis de interesse são as propriedades físicas e parâmetros geotécnicos dos materiais, que assumem qualquer valor dentro de um intervalo, sendo consideradas variáveis contínuas.

Os demais conceitos a serem apresentados serão direcionados à compreensão das variáveis contínuas, por serem as de interesse prático para o tema.

3.1.1. Histograma

Uma vez realizada a amostragem e obtidos os parâmetros de interesse, a forma mais simples de apresentação dos dados coletados é por meio de histogramas, também conhecidos como distribuição de frequência. Histogramas são a representação gráfica da amostra pela frequência de valores assumidos.

Para variáveis contínuas é normal dividir o intervalo de observações em classes. Assim, os intervalos de valores correspondentes a cada classe são representados no eixo das abscissas e sua respectiva frequência é apresentada no eixo das ordenadas.

A divisão em classes é feita de acordo com o julgamento do analista, mas consiste basicamente em dividir o intervalo de dados em intervalos menores. Por exemplo, uma amostra com 50 dados onde o menor valor é 36,3 e o maior é 129,6 pode ser dividida em 7 classes com incremento igual a $\frac{129,6-36,3}{7} = 13,3$. Assim, à

primeira classe pertencerão os dados com valores de 36,3 a 49,6; à segunda classe, de 49,7 a 63, e assim por diante até 129,6. A Figura 4 apresenta a distribuição de frequência da amostra do exemplo.

Geralmente o marcador de uma classe de frequência é o intermédio da classe, como no caso da Figura 4. O marcador que representa a classe 1 é o valor intermediário entre 36,3 e 49,6, por isso essa é representada na abscissa pelo número 43.

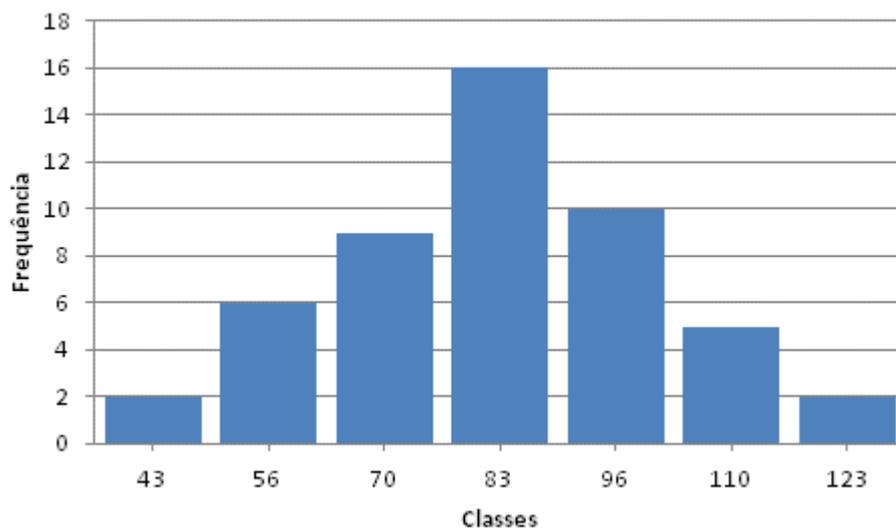


Figura 4 - Histograma de variável contínua

3.1.2. Índices Estatísticos

Os índices estatísticos representam as principais propriedades de uma amostra de dados, auxiliando no momento da interpretação. Os principais índices estatísticos, a serem apresentados, são a média e a variância, denominados primeiro e segundo momentos estatísticos. Além deles serão apresentados o desvio padrão e o coeficiente de variação, usados no desenvolvimento do trabalho e de fundamental importância na aplicação de estudos probabilísticos.

Como o objetivo do trabalho é simplificar e esclarecer os procedimentos necessários para a aplicação dos métodos probabilísticos, são apresentados apenas os dois primeiros momentos, mas sabendo que na teoria matemática, a caracterização da distribuição de probabilidade pode contar com diversos momentos, sendo os dois primeiros os principais.

Média

A média é a medida de tendência central mais utilizada, pois indica o valor em torno do qual os dados estão concentrados. Seu cálculo é feito dividindo a soma de todos os dados pelo número total de dados. Ou seja, para uma amostra com N valores obtidos para uma variável x , a média \bar{x} é definida como:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_N}{N} \quad [3]$$

No contexto deste trabalho a média pode ser também apresentada como esperança ou valor esperado e sua representação é $E[x]$ para a esperança da variável x .

Corroborando a importância da média nos estudos de uma variável, os valores médios dos parâmetros geotécnicos são geralmente aqueles adotados em análises determinísticas de estabilidade, como já dito anteriormente. A média é também o valor principal nos estudos probabilísticos, porém, para esses casos, medidas de variação são também necessárias.

Variância

No estudo dos momentos estatísticos de uma variável, além da média deve-se conhecer também a dispersão dos dados. A importância da dispersão está no fato de que retrata erros cometidos ou a própria variabilidade da grandeza em questão.

Em um histograma, os dados se distribuem em torno da média e a dispersão pode ser avaliada em função da variação dos dados obtidos em relação uns aos outros. A variância é definida como a média das diferenças ao quadrado entre cada observação e a média do conjunto, e é representada por σ^2 e expressa por:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1} \quad [4]$$

Desvio Padrão

O desvio padrão é outra medida de dispersão de dados, definido como a raiz quadrada da variância e representada por σ :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad [5]$$

Coeficiente de Variação

O coeficiente de variação é uma medida de dispersão dos dados em relação a média e é expresso em porcentagem por:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% \quad [6]$$

Muitas vezes quando se utiliza métodos probabilísticos de estabilidade e se desconhece o desvio padrão de algum parâmetro, este é encontrado a partir da relação da média com valores típicos de coeficiente de variação encontrados na literatura. A Tabela 1 apresenta alguns valores de referência para coeficientes de variação de parâmetros geotécnicos.

Tabela 1 - Valores típicos do Coeficiente de Variação (Sandroni e Sayão, 1992)

Parâmetro	Coeficiente de Variação (%)
Peso específico	3 (2 a 8)
Coesão efetiva	40 (20 a 80)
Ângulo efetivo de resistência	10 (4 a 20)
Coesão não drenada	30 (20 a 50)

É importante salientar que a utilização do coeficiente de variação para a obtenção do desvio padrão deve ser feita apenas para estimativas preliminares, sendo necessária a realização de ensaios para conhecimento real das características do material.

3.1.3. Probabilidade de uma variável

O conceito de probabilidade é entendido como a chance de um certo evento ocorrer e, aplicando este conceito ao da variável aleatória, é possível calcular a probabilidade de uma variável aleatória.

Conhecendo-se a amostra da variável, é possível calcular a probabilidade de uma determinada classe através da relação entre a frequência desta classe e número total de dados da amostra.

Tomando como exemplo o histograma apresentado na Figura 4, calcula-se a probabilidade de um dado pertencer à classe 4, representada pelo número 83 no

eixo das abscissas. Sabe-se que a amostra é composta de 50 dados e que 16 deles compõem a classe 4. Assim a probabilidade é de $\frac{16}{50} = 0,32 = 32\%$.

A probabilidade de uma variável aleatória é determinada por:

$$P = \frac{n}{N} \times 100\% \quad [7]$$

Onde P é a probabilidade, n é a frequência da classe ou valor e N é o número total de dados da amostra.

3.1.4. Distribuição de probabilidade

A distribuição de probabilidade é uma função que relaciona o valor da variável aleatória com sua probabilidade de ocorrência. A função densidade de probabilidade descreve a forma da curva de distribuição de probabilidade.

A distribuição da probabilidade segue aproximadamente o formato do histograma. A Figura 5 apresenta a distribuição da frequência e a representação da distribuição de probabilidade, de acordo com o histograma da Figura 4.

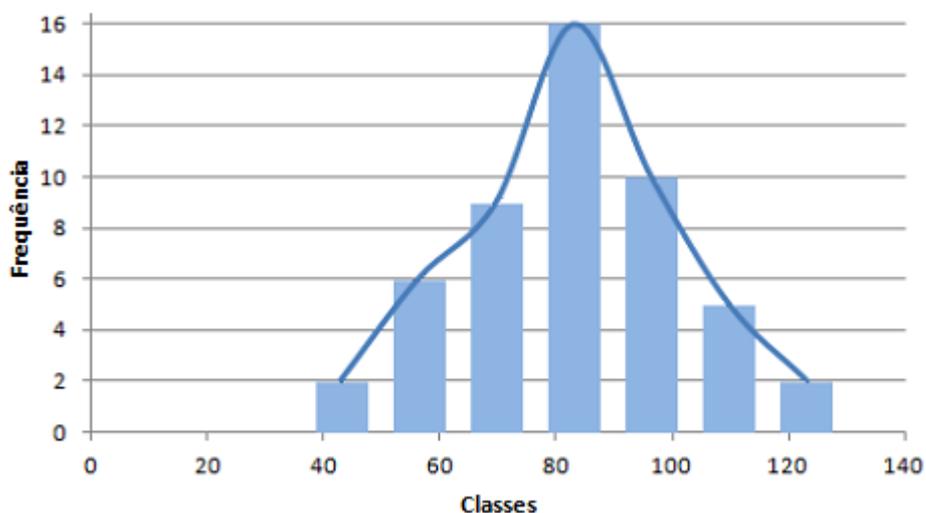


Figura 5 - Distribuição de frequência e de probabilidade

Para amostras suficientemente grandes, a função densidade de probabilidade tende a distribuições já conhecidas, podendo apresentar diversas formas no gráfico.

No caso do exemplo analisado, percebe-se que o comportamento da função distribuição de probabilidade tende ao formato de distribuição normal. Quanto

maior o número de observações, mais evidentemente percebe-se esta tendência de comportamento.

A Figura 6 apresenta a função densidade de probabilidade do histograma do exemplo com a distribuição de probabilidade normal, sendo possível observar a semelhança de comportamento das funções, evidenciando a tendência.

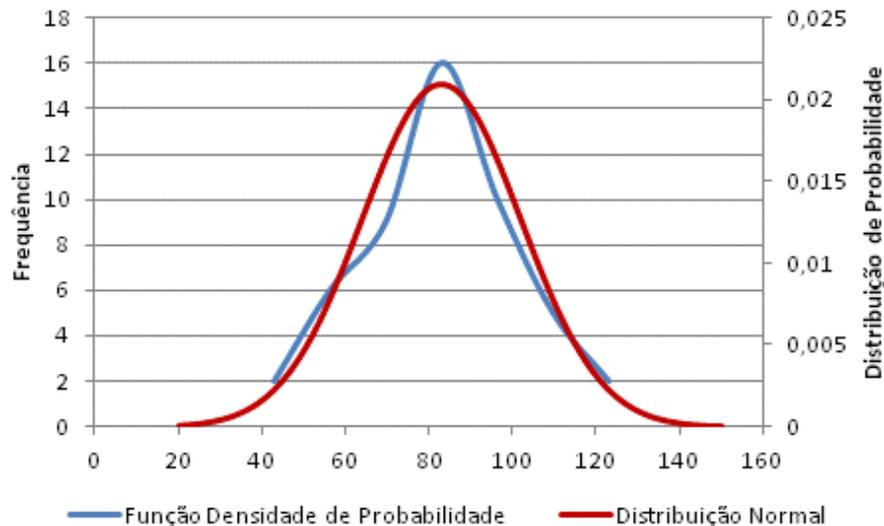


Figura 6 - Função Densidade de Probabilidade x Distribuição Normal

Conhecendo-se os momentos estatísticos representativos de uma determinada distribuição, a probabilidade pode ser calculada a partir da área sob a curva de distribuição, ou matematicamente encontrada pela integral da equação da função.

Segundo USACE (2006), as distribuições mais comuns na engenharia geotécnica são as normal e lognormal. A fim de apresentar brevemente o conceito básico dessas distribuições, as características mais importantes de cada uma são discutidas a seguir.

Distribuição Normal

Também chamada de gaussiana, ou de Gauss, a distribuição normal é a mais conhecida e utilizada. Caracteriza-se pela simetria e pela sua forma, que se aproxima de uma seção de corte de um sino. Sua função é dada pela Equação 8:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad [8]$$

Onde $f_x(x)$ é a função densidade de probabilidade da variável x , \bar{x} é o valor da média da distribuição e σ é o desvio padrão da distribuição.

Para facilitar o cálculo da probabilidade, a distribuição normal pode ser reduzida para curva de distribuição normal padrão, com média zero e desvio padrão 1. Quando a variável x é padronizada, esta passa a ser representada por z . Em estatística, z é conhecido como "escore-z" ou "escore padronizado", que é o quanto uma medida se afasta da média em termos de desvios padrão. A Figura 7 apresenta a curva de distribuição normal padrão.

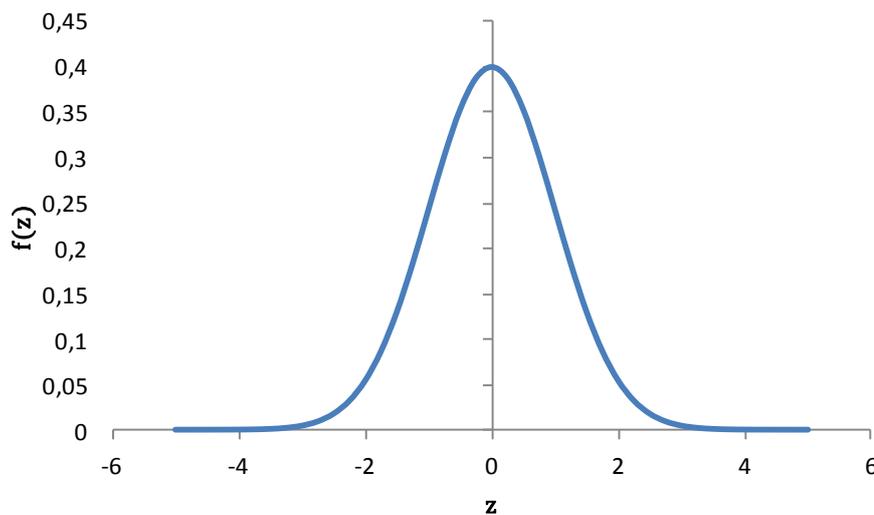


Figura 7 - Curva de Distribuição Normal Padrão

O cálculo facilitado das probabilidades é feito utilizando-se a tabela apresentada no Anexo I. A variável é padronizada pela equação:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \quad [9]$$

Na distribuição normal existe uma relação entre a área sob a curva e a distância até a média, em função do desvio padrão. A Figura 8 mostra uma função de densidade de probabilidade normal e a porcentagem de área sob a curva para alguns valores de desvio padrão. Nota-se que para uma faixa de 6σ , sendo média mais ou menos três desvios padrão, 99,73% da área sob a curva está incluída; para uma faixa de 4σ , sendo dois desvios padrão para cada lado da média, 95,45% da área sob a curva está incluída; e para uma faixa de 2σ , 68,268% da área.

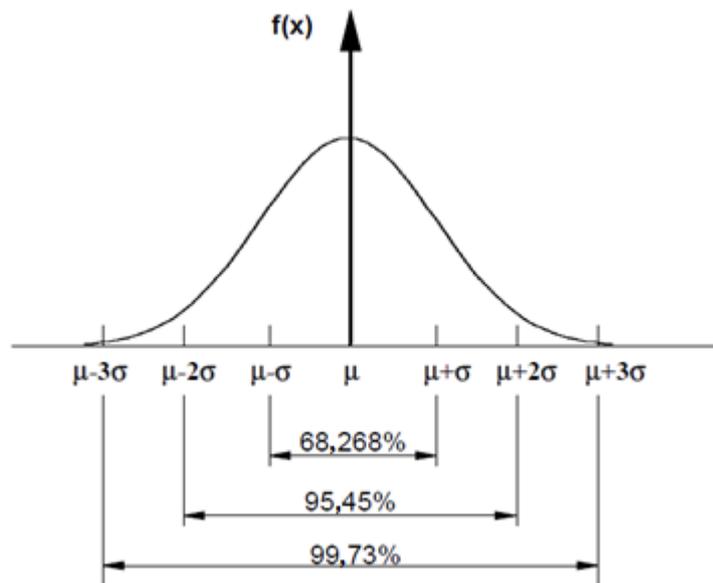


Figura 8 - Distribuição normal - Seis sigma (USACE, 2006)

Esta relação é conhecida como Seis Sigma e pode ser aplicada a diversas áreas de conhecimento, sendo muito utilizado como ferramenta de gestão de qualidade.

No contexto deste trabalho é importante conhecer essa regra, pois a partir desta relação é possível determinar os limites a partir do valor do desvio padrão, quando se sabe os índices estatísticos de uma variável, mas não se conhece a amostra que deu origem a estes índices.

Distribuição Lognormal

A distribuição lognormal ocorre quando o logaritmo de uma variável aleatória x segue uma distribuição normal com média \bar{x} e desvio padrão σ . Desta forma, a função de distribuição de probabilidade para $k = \ln x$ é dada pela Equação 10:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad [10]$$

A Figura 9 apresenta o formato típico uma curva de distribuição lognormal.

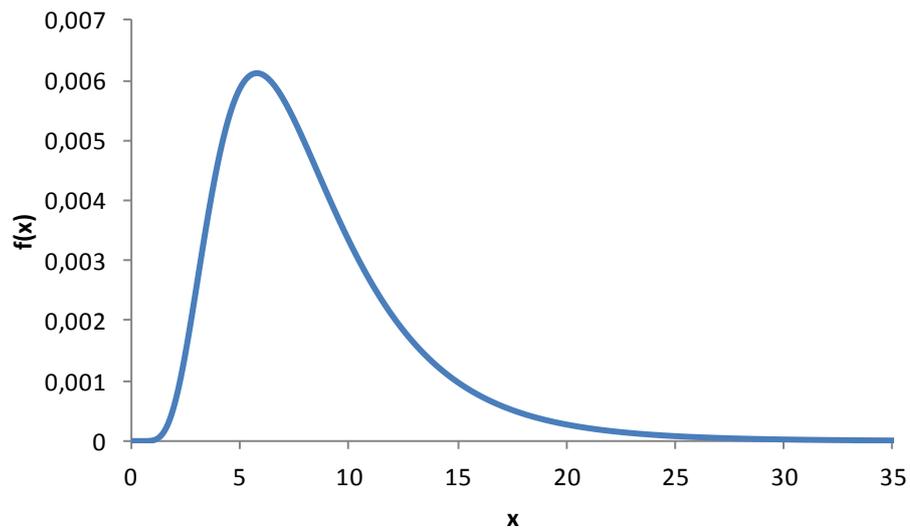


Figura 9 - Forma da Curva de Distribuição Lognormal

A principal característica da curva de distribuição lognormal é que esta não assume valores negativos.

4 Métodos probabilísticos

No âmbito das análises de estabilidade de taludes, o engenheiro geotécnico deve lidar com as diversas incertezas relacionadas à definição dos dados de entrada, tais como as propriedades do solo, a resistência dos materiais, a geometria do próprio talude e ações externas. Como já apresentado, essas incertezas estão relacionadas à variabilidade das propriedades do solo, estimativas das ações e parâmetros do solo, desvios na geometria e limitações dos modelos de cálculo.

Visando lidar com as incertezas inerentes ao dimensionamento, métodos probabilísticos podem ser aplicados a problemas geotécnicos, tratando os dados de entrada como variáveis aleatórias independentes. Como resultado da análise de estabilidade, o fator de segurança é também tratado como variável aleatória, a partir do qual pode ser obtida a probabilidade de ruptura de uma estrutura.

O presente capítulo apresenta os principais métodos probabilísticos utilizados na prática da engenharia geotécnica, que podem ser classificados em três categorias, de acordo com Harr (1987): métodos baseados no truncamento da série de Taylor, onde se encontra o método FOSM; métodos “exatos”, onde se encontra o método de Simulação Monte Carlo; e o método das Estimativas Pontuais ou método de Rosenblueth.

4.1. FOSM

O método FOSM (*First Order, Second Moment*) é considerado um método simples e recebe este nome por usar uma aproximação de primeira ordem (*First Order*) da série de Taylor, para obtenção do segundo momento (*Second Moment*), ou seja, a variância, do fator de segurança.

Apresentado por Christian et al. (1992), o método consiste basicamente em variar cada parâmetro isoladamente e verificar a influência que cada um tem sobre a variância do fator de segurança.

Conforme mostrado anteriormente no capítulo de Probabilidade e Estatística, uma variável aleatória pode ser definida a partir dos seus momentos estatísticos, sendo média e variância os momentos de primeira e segunda ordem, respectivamente.

Uma variável aleatória está vinculada a uma função geradora de momentos, pela qual pode-se encontrar os momentos desta variável. A função recebe este nome porque todos os momentos da variável aleatória podem ser obtidos com o cálculo sucessivo de sua derivada.

A matemática permite expressar funções em forma de séries de potência, isto é, como a soma de termos infinitos, a fim de auxiliar no cálculo de integrais, resolver equações diferenciais e aproximar funções por polinômios. Existem muitas séries de potência que podem ser aplicadas a uma função, dentre elas, a série de Taylor.

À função geradora de momentos é aplicada a expansão em série de Taylor, com o objetivo de estudar o comportamento desta função e conhecer os seus momentos estatísticos.

O parâmetro de interesse no dimensionamento geotécnico é o fator de segurança (FS), função da geometria do talude e propriedades do solo, consideradas variáveis aleatórias (x). A expansão da série de Taylor para o $FS(x)$, sendo \bar{x} a média da variável aleatória, é dada pela Equação 11:

$$FS(x) = FS(\bar{x}) + \frac{FS'(\bar{x})}{1!} (x - \bar{x})^1 + \frac{FS''(\bar{x})}{2!} (x - \bar{x})^2 + \dots \quad [11]$$

Do terceiro termo em diante, os valores da equação são desprezíveis, em ordem de grandeza, em relação aos primeiros. Para diminuir a complexidade, a equação é truncada na derivada de primeira ordem, conforme Equação 12.

$$FS(x) = FS(\bar{x}) + FS'(\bar{x})(x - \bar{x}) \quad [12]$$

Manipulando algebricamente, a Equação 12 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$FS(x) - FS(\bar{x}) = FS'(\bar{x}) \cdot (x - \bar{x}) \quad [13]$$

Conhecendo o conceito anteriormente apresentado de desvio padrão, a Equação 13 é reescrita em função do desvio padrão do fator de segurança, como expresso pela Equação 14:

$$\sigma[FS(x)] = FS'(\bar{x}) \cdot \sigma(x) \quad [14]$$

Desta forma o desvio padrão do fator de segurança é dado em função do desvio padrão da variável primária. Como o objetivo é encontrar o momento estatístico de segunda ordem, ou seja, a variância, eleva-se a equação ao quadrado encontrando a Equação 15.

$$V[FS(x)] = (FS'(\bar{x}))^2 \cdot V(x) \quad [15]$$

A Equação 15 seria usada para o caso do fator de segurança ser função de uma única variável aleatória. Como geralmente o fator de segurança é resultado da combinação de algumas variáveis, a Equação 16 apresenta a fórmula da variância do fator de segurança como o somatório do produto entre os quadrados das derivadas parciais da função FS em relação a cada parâmetro e suas respectivas variâncias.

$$V[FS] = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial FS}{\partial x_i} \right)^2 \cdot V[x_i] \quad [16]$$

Observa-se pela Equação 16 que a aplicação do método requer o conhecimento das derivadas parciais do fator de segurança. A princípio, a maior restrição para utilização do método era a dificuldade de obtenção destas derivadas.

Para solucionar tal restrição, Sandroni e Sayão (1992) apresentam a metodologia das diferenças divididas para obtenção das derivadas parciais da função. O procedimento corresponde em variar separadamente cada parâmetro em questão e observar a variação correspondente no valor do fator de segurança. A aproximação da derivada parcial de cada parâmetro é obtida pela relação entre a variação do fator de segurança e a variação de cada parâmetro:

$$\frac{\partial FS}{\partial x_i} = \frac{FS(x_i + \delta x_i) - FS(\bar{x}_i)}{\delta x_i} \quad [17]$$

Com a utilização do método das diferenças divididas, o número de análises necessárias é igual a $n + 1$, sendo n o número de variáveis aleatórias do problema. Dell'Avanzi (1995) recomenda que não sejam usadas variações maiores que 10% do valor médio da variável.

Mostyn e Li (1993) recomendam a utilização do método de diferenças finitas central com a variação de cada parâmetro sendo igual ao respectivo desvio padrão. Desta forma o número de análises é igual a $2n + 1$. Para aplicação do método proposto, utiliza-se a Equação 18:

$$\frac{\partial FS}{\partial x_i} = \frac{FS(\bar{x}_i + 0,5\sigma_i) - FS(\bar{x}_i - 0,5\sigma_i)}{\delta x_i} \quad [18]$$

Segundo Christian et al. (1992), outras formulações, usando maiores momentos ou aproximações de maiores ordens são possíveis, mas implicam em um aumento muito grande da complexidade analítica e esforço computacional.

Além da simplicidade de aplicação, outro benefício relacionado ao método é a determinação da influência de cada variável aleatória na variância no fator de segurança. Desta forma, de acordo com Duncan (2000), o método pode ser visto como uma análise estruturada de sensibilidade ou estudo paramétrico.

Como dito anteriormente, o resultado encontrado com o método FOSM é a variância do fator de segurança. A partir desta variância, calcula-se o desvio padrão que, juntamente com o fator de segurança determinístico, permite atribuir uma distribuição para o fator de segurança, a fim de se conhecer a probabilidade de ruptura.

4.2. Estimativas Pontuais ou Rosenblueth

Em análises probabilísticas as variáveis são consideradas por suas funções de densidade de probabilidade. Desenvolvido por Rosenblueth (1975), o Método de Estimativas Pontuais consiste em substituir a função densidade de probabilidade das variáveis por pontos desta distribuição.

Sendo x a única variável de um problema, o método consiste em discretizar sua função densidade de probabilidade. Assim, P_- e P_+ são as estimativas pontuais da função, probabilidades de ocorrência dos valores x_- e x_+ , respectivamente.

De acordo com Rosenblueth (1975), para estimativas em dois pontos, as seguintes condições devem ser satisfeitas, sendo \bar{x} a média da distribuição de x , σ_x^2 a variância e ν_x o coeficiente de assimetria:

$$P_+ + P_- = 1 \quad [19]$$

$$P_+x_+ + P_-x_- = \bar{x} \quad [20]$$

$$P_+(x_+ - \bar{x})^2 + P_-(x_- - \bar{x})^2 = \sigma_x^2 \quad [21]$$

$$P_+(x_+ - \bar{x})^3 + P_-(x_- - \bar{x})^3 = \nu_x^3 \sigma_x^3 \quad [22]$$

Quando a variável x apresenta distribuição simétrica, ou para o caso onde v_x é desconhecido, as equações que regem o método são simplificadas. As estimativas pontuais da variável são a média decrescida e acrescida do desvio padrão, ambas com a mesma probabilidade.

$$P_- = P_+ = \frac{1}{2} \quad [23]$$

$$x_- = \bar{x} - \sigma_x \quad [24]$$

$$x_+ = \bar{x} + \sigma_x \quad [25]$$

Os momentos do fator de segurança, podem ser obtidos pelas Equações 26 e 27.

$$E[FS] = \frac{FS_+ + FS_-}{2} \quad [26]$$

$$\sigma[FS] = \left| \frac{FS_+ - FS_-}{2} \right| \quad [27]$$

Onde FS_+ representa o fator de segurança obtido utilizando o valor da variável x_+ e FS_- representa o fator de segurança com x_- .

O procedimento que conduz às equações dos momentos de probabilidade, apresentados anteriormente, pode ser generalizado para n variáveis aleatórias. Para o caso em que cada variável é considerada por duas estimativas pontuais, como no exemplo, a aplicação do método requer 2^n análises.

A Figura 10 mostra a representação gráfica dos pontos de estimativas para o caso de duas e três variáveis aleatórias, ilustrando a relação entre o número de variáveis e o de repetições do cálculo, de acordo com as combinações.

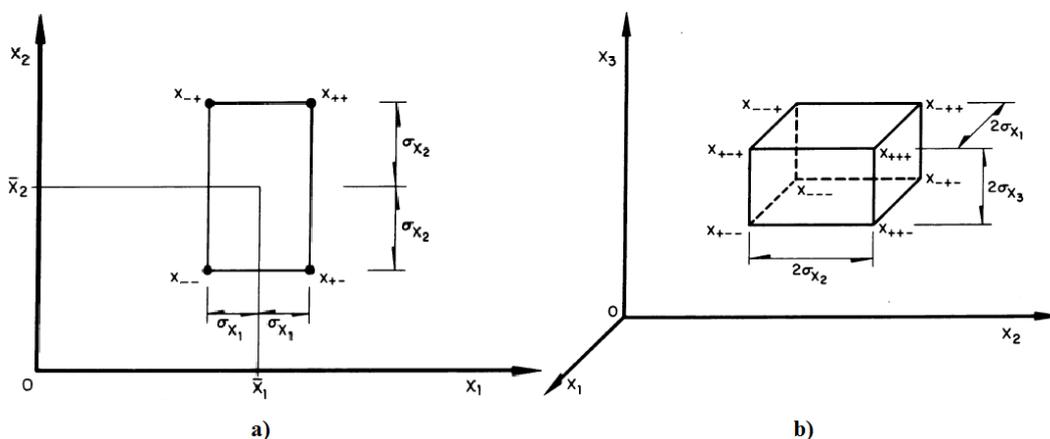


Figura 10 - Pontos de estimativa de distribuição simétrica para os casos de: a) duas variáveis aleatórias e b) três variáveis aleatórias (Modificado de Rosenblueth, 1975)

Para o caso de um problema com duas variáveis aleatórias, ou seja, quatro pontos ($x_{--}, x_{-+}, x_{+-}, x_{++}$), o valor esperado, a variância e o desvio padrão para o fator de segurança podem ser calculados de acordo com as equações que se seguem:

$$E[FS] = \frac{1}{4}FS_{--} + \frac{1}{4}FS_{-+} + \frac{1}{4}FS_{+-} + \frac{1}{4}FS_{++} \quad [28]$$

$$V[FS] = \left(\frac{1}{4}FS_{--}^2 + \frac{1}{4}FS_{-+}^2 + \frac{1}{4}FS_{+-}^2 + \frac{1}{4}FS_{++}^2 \right) - E[FS]^2 \quad [29]$$

$$\sigma[FS] = \sqrt{V[FS]} \quad [30]$$

Como o número de análises para aplicação do método de Rosenblueth cresce de forma exponencial, para problemas em que são poucas as variáveis aleatórias, o método é considerado rápido e fácil, porém, com maior número de variáveis, este se torna mais trabalhoso.

4.3. Simulação de Monte Carlo

O método de Simulação Monte Carlo consiste na geração de números aleatórios para cada variável probabilística, conhecida sua função de densidade de probabilidade. Para cada combinação de valores escolhidos aleatoriamente é realizada uma análise convencional de estabilidade. A repetição de análises resulta em uma amostra de resultados, semelhante a uma amostra de observações experimentais. Com uma amostra de resultados é possível obter a função de densidade de probabilidade do fator de segurança. Desta forma, o método resume-se na simulação de processo de amostragem.

A probabilidade de ruptura pode ser obtida com a distribuição do fator de segurança ou, de forma intuitiva, pela relação entre o número de iterações onde o fator de segurança foi inferior a 1 e o número total de análises.

Para aplicação do método é preciso conhecer previamente a média, o desvio padrão e o tipo de distribuição de cada variável aleatória, além dos limites inferiores e superiores da variável.

Conforme apresentado anteriormente, o conceito de Seis Sigma pode ser aqui empregado para a obtenção dos limites da variável, conhecendo-se o valor médio e o desvio padrão. USACE (2006) recomenda que, caso haja uma confiança de 100% na estimativa dos limites, deve-se utilizar a métrica de seis

sigma, ou seja, três desvios padrão a mais e a menos do valor médio. Para um confiança de 95%, variação de dois desvios padrão; e, para 68% de confiança, variação de um desvio padrão.

Como o método é considerado uma técnica de amostragem, está sujeito a erros, sendo necessário grande número de análises para um resultado confiável. Harr (1987) apresenta a equação que relaciona o número de análises necessárias com o nível de confiança requerido.

$$N = \left(\frac{h_{\tilde{\alpha}/2}^2}{4\varepsilon^2} \right)^m \quad [31]$$

Onde ε é o máximo erro permitido, $h_{\tilde{\alpha}/2}$ é retirado da Tabela 2 de acordo com o nível de confiança e m é o número de variáveis aleatórias.

Tabela 2 - Coeficientes de confiança para distribuição normal (Modificado de Harr, 1987)

Nível de confiança $(1 - \tilde{\alpha})$, %	$h_{\tilde{\alpha}/2}$
90,00	1,64
95,00	1,96
95,45	2,00
98,00	2,33
99,00	2,58
99,50	2,81
99,73	3,00
99,90	3,29
99,99	3,89
99,994	4,00

A título de exemplo, para se ter uma ordem de grandeza, a simulação de Monte Carlo para apenas uma variável e com um nível de confiança de 99% resulta em $\varepsilon = 0,01$ e $(1 - \tilde{\alpha}) = 0,99$. Assim, o número de análises necessárias é igual a $N = \frac{2,58^2}{4(0,01)^2} = 16\ 641$ análises.

Com tantas análises fica evidente a necessidade, para aplicação do método de Monte Carlo, de um *software* que ajude na obtenção da curva de distribuição do fator de segurança.

Segundo Christian et al. (1992), ainda que o analista prefira obter o resultado final pela simulação de Monte Carlo, vale a pena o esforço para

prosseguir com a análise das contribuições dos parâmetros pelo FOSM, a fim de compreender a importância de cada parâmetro.

4.4. Comparação entre os métodos

Para facilitar a comparação entre os três métodos apresentados, a Tabela 3 resume a teoria, o número de análises necessárias para a aplicação, os resultados que são obtidos, as vantagens e dificuldades de cada um dos métodos.

Tabela 3 - Comparação entre os três principais métodos probabilísticos

	FOSM	Estimativas Pontuais	Simulação de Monte Carlo
Teoria	A variância do Fator de Segurança é função da variância das variáveis	Utilização de estimativas pontuais das variáveis para obtenção da média e desvio padrão do Fator de Segurança	Simulação de amostra do Fator de Segurança através da combinação de valores aleatórios para as variáveis
Número de análises	$n + 1$ *	2^n *	Milhares
Resultados	Variância do Fator de Segurança	Média e Variância do Fator de Segurança	Distribuição do Fator de Segurança
Vantagens	Simple aplicação e fornece a influência de cada parâmetro na variância do Fator de Segurança	Simple aplicação	Método "exato", fornece a distribuição do Fator de Segurança
Dificuldades	Não se obtém a distribuição do Fator de Segurança	Não se obtém a distribuição do Fator de Segurança e para um número muito grande de análises, aumento excessivo da complexidade	Necessita de um <i>software</i> que realize a análise probabilística e o conhecimento da distribuição de cada variável

* Número de análises necessárias conforme utilizado no trabalho. No método FOSM utilizando diferenças centrais o número de análises é $2n + 1$ e no Estimativas Pontuais depende no número de estimativas de cada variável.

4.5. Análise de risco, índice de confiabilidade e probabilidade de ruptura

O conceito de análise de risco é aplicado a diversas áreas da engenharia e tem como objetivo estudar a possibilidade de ocorrência de um acidente, servindo como uma importante ferramenta no auxílio à tomada de decisões, além de possibilitar um maior conhecimento do projeto. O risco de uma estrutura pode ser calculado pela possibilidade de ocorrência de um evento e as consequências sociais e/ou econômicas potenciais. No contexto da estabilidade de taludes, a

aplicação dos métodos probabilísticos está inserida na etapa de análise dos riscos, onde a possibilidade de ocorrência de um evento é apresentada como a probabilidade de ruptura do talude em questão.

O risco associado a uma estrutura é aquele assumido como admissível para o projeto, de acordo com o estimado pelo projetista, baseando-se na sua experiência e observação de estruturas similares. Como já dito anteriormente, os critérios de aceitação de um projeto são ainda hoje definidos pelo fator de segurança da estrutura. Porém, cada vez mais os conceitos de probabilidade vêm sendo incorporados nos projetos de engenharia geotécnica.

O índice de confiabilidade (β) pode ser relacionado com a probabilidade de ruptura e permite uma avaliação mais completa do que aquela representada apenas pelo fator de segurança. O índice de confiabilidade pode ser calculado, conforme Equação 32, conhecendo-se o valor esperado do fator de segurança ($E[FS]$), correspondente à média do mesmo, e o desvio padrão do fator de segurança ($\sigma[FS]$):

$$\beta = \frac{E[FS] - 1}{\sigma[FS]} \quad [32]$$

Analisando a equação do índice de confiabilidade percebe-se que este representa a segurança como o número de desvios padrão que separam a melhor estimativa do fator de segurança (valor esperado) do seu valor de ruptura ($FS = 1$). Desta forma, o índice de confiabilidade expressa a incerteza na estabilidade do talude.

A probabilidade de ruptura, como apresentada anteriormente, é a calculada como a área sob a função densidade de probabilidade do fator de segurança com valor inferior a 1. Conhecendo-se a forma da distribuição do fator de segurança, pode-se relacionar o índice de confiabilidade com a probabilidade de ruptura. O Anexo II apresenta o ábaco com a relação entre o índice de confiabilidade e a distribuição do fator de segurança.

Com a utilização de planilhas eletrônicas é possível, de forma rápida e com maior acurácia, obter o valor da probabilidade de ruptura de acordo com a forma da distribuição do fator de segurança. Para o caso de uma distribuição normal, a função " $DIST.NORM(x; média; desvio padrão; valor lógico cumulativo)$ " pode ser utilizada para a obtenção da probabilidade de ruptura, onde x

corresponde ao valor correspondente à falha ($x = 1$) e valor lógico cumulativo é VERDADEIRO.

Para melhor entendimento e memorização, a probabilidade de ruptura é muitas vezes apresentada por uma função que representa a possibilidade da ruptura. Assim, quando se diz que o talude tem uma probabilidade de ruptura de 1:50, a probabilidade é de 0,02 (ou 1/50).

Quanto à probabilidade de ruptura aceitável para um talude, Flores (2008) mostra a visão de diferentes autores e conclui que a probabilidade de ruptura aceitável é função do julgamento do engenheiro para o caso específico considerado.

5 Estudos de Probabilidade em Barragens

Neste capítulo serão apresentados alguns casos de barragens já estudados em trabalhos anteriores de análise probabilística de estabilidade, apresentando as características principais de cada barragem, os objetivos dos estudos de cada uma e a conclusão a que estes estudos chegaram.

5.1. Barragem de Santa Branca

A Barragem de Santa Branca, que será objeto de pesquisa neste trabalho, já foi estudada anteriormente por Dell'Avanzi e Sayão (1998) com o objetivo de analisar o comportamento da confiabilidade em relação ao tipo de método de estabilidade utilizado e em relação à magnitude das diferenças divididas.

Dell'Avanzi e Sayão (1998) utilizaram o método FOSM para analisar o comportamento da confiabilidade em relação aos métodos de estabilidade de Janbu, Bishop Simplificado, Spencer e Sarma. Estudaram, ainda, o valor relativo adequado das variações dos parâmetros para a aproximação das derivadas parciais para aplicação do FOSM.

Composta por um aterro homogêneo de solo com dreno vertical e tapete drenante, a Barragem de Santa Branca tem 320m de extensão e 55m de altura. A barragem sofreu um reforço no talude de jusante, consequência de problemas resultantes da inoperância do sistema de drenagem interna. A Figura 11Figura 10 apresenta a seção tipo da barragem após a obra de reforço.

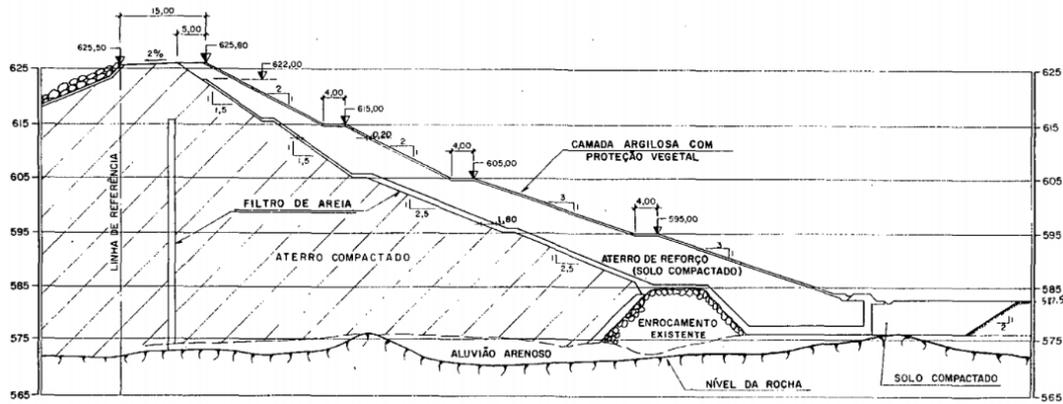


Figura 11 – Seção tipo da Barragem de Santa Branca (Dell'Avanzi e Sayão, 1998)

Os parâmetros geotécnicos adotados por Dell'Avanzi e Sayão (1998) são apresentados na Tabela 4. A Tabela 5 apresenta os resultados das análises para o estudo de confiabilidade da barragem antes do reforço.

Tabela 4 – Parâmetros adotados por Dell'Avanzi e Sayão (1998)

Parâmetro Geotécnico	Média	Desvio Padrão
c' (kPa)	83,61	17,05
ϕ' (°)	24,43	1,11
γ_{sat} (kN/m ³)	20,0	1,50
γ_{nat} (kN/m ³)	18,0	1,35
Lâmina d'água (m)	40,0	1,50

c' : coesão efetiva, ϕ' : ângulo de atrito efetivo, γ_{sat} : peso específico saturado, γ_{nat} : peso específico natural

Tabela 5 – Síntese das análises de confiabilidade (Del'Avanzi e Sayão, 1998)

Método de Estabilidade	E[FS]	σ [FS]	β	Probabilidade de Ruptura
Janbu	1,303	0,150	2,03	1:50
Bishop Simplificado	1,452	0,163	2,77	1:400
Spencer	1,503	0,163	3,09	1:830
Sarma	1,571	0,184	3,12	1:1250

E[FS]: média do fator de segurança, σ [FS]: desvio padrão do fator de segurança e β : índice de confiabilidade

Dell'Avanzi e Sayão (1998) observaram que os métodos de estabilidade mais rigorosos correspondem aos maiores valores do índice de confiabilidade e, conseqüentemente, às menores estimativas de probabilidade de ruptura.

Observaram ainda que a diferença entre a maior e menor probabilidade de ruptura estimada pelo estudo é bastante significativa, evidenciando que as conclusões sugeridas pelos valores de probabilidade de ruptura são altamente dependentes do método de estabilidade adotado. Quanto a influência dos parâmetros na composição da variância do fator de segurança, apesar do método de estabilidade interferir nos valores de contribuição de cada parâmetro, a ordem de influência dos parâmetros foi a mesma para todos os métodos.

Sobre estudo referente à variação dos parâmetros para o método de FOSM, Dell'Avanzi e Sayão (1998) recomendam o uso de taxas de variação não superiores a 10% do valor médio do parâmetro, validando a sugestão de Sandroni e Sayão (1992) de adotar variações de 10%.

5.2. Barragem de Curuá-Una

O estudo da Barragem de Curuá-Una, situada 70km ao sul da cidade de Santarém, no Pará, foi realizado por Fabrício (2006). A seção tipo da barragem, apresentada na Figura 12, é composta de maciço areno silto-argiloso, filtros e drenos em areia e enrocamento de pé a jusante.

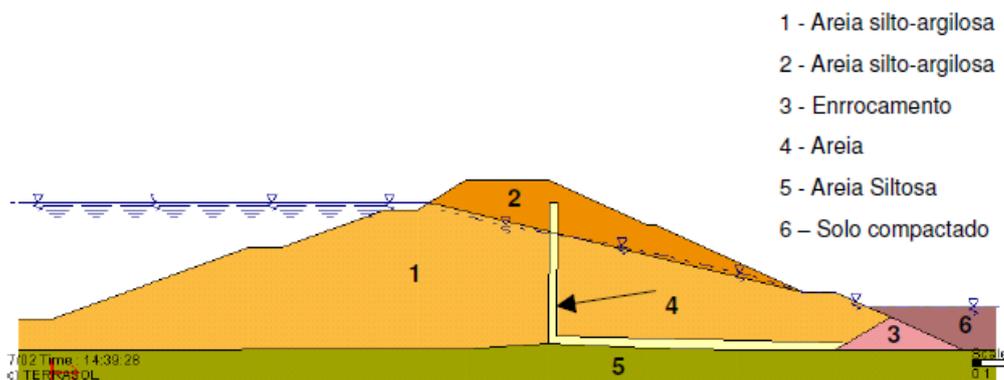


Figura 12 - Seção tipo da Barragem de Curuá-Una (Fabrício, 2006)

Os valores médios dos parâmetros utilizados nas análises são apresentados na Tabela 6. Devido ao número reduzido de ensaios, Fabrício (2006) usou os coeficientes de variação para determinar os desvios padrão dos parâmetros. O valor do coeficiente de variação adotado para o peso específico total foi de 3%; para a coesão, 35%; e para o ângulo de atrito, 8%.

Fabrício (2006) realizou os estudos probabilísticos pelos métodos de Estimativas Pontuais e FOSM, utilizando o método do equilíbrio limite de Bishop Simplificado, para fins de comparação entre eles.

Tabela 6 - Parâmetros utilizados na Barragem de Curuá-Una (Fabrício, 2006)

Material	γ_{total} (kN/m^3)	c (kPa)	ϕ ($^\circ$)
1	19,5	0	30
2	20,4	39	26
3	20,0	0	40
4	20,0	0	34
5	20,0	2	32
6	20,0	10	35

γ_{total} : peso específico total, c : coesão e ϕ : ângulo de atrito

Os parâmetros para os quais foram consideradas distribuição de probabilidade, para fins de comparação entre os métodos, foram: o peso específico e ângulo de atrito do material 1 e coesão do material 2. As análises consideraram diferentes cotas para o nível d'água do reservatório e a hipótese de fixar ou não a superfície de ruptura das análises.

A Tabela 7 apresenta o resultado de probabilidade de ruptura e índice de confiabilidade das análises para a Barragem de Curuá-Una. Fabrício (2006) observou que as probabilidades de ruptura pelo método FOSM apresentam valores maiores que aqueles encontrados pelo método de Estimativas Pontuais. O oposto acontece com os valores de índice de confiabilidade.

Tabela 7 - Resultados de Pr e β das análises da Barragem de Curuá-Una

NA (m)	FOSM		Estimativas Pontuais	
	SR livre	SR fixa	SR livre	SR fixa
67	1/5818	1/5085	1/28265	1/26316
	$\beta = 3,58$	$\beta = 3,54$	$\beta = 3,97$	$\beta = 3,96$
67,5	1/4625	1/3494	1/17325	1/17603
	$\beta = 3,52$	$\beta = 3,44$	$\beta = 3,86$	$\beta = 3,86$
68	1/3342	1/2774	1/12610	1/11879
	$\beta = 3,43$	$\beta = 3,38$	$\beta = 3,78$	$\beta = 3,76$
68,5	1/2498	1/1837	1/7862	1/8045
	$\beta = 3,35$	$\beta = 3,27$	$\beta = 3,66$	$\beta = 3,66$
69	1/1238	1/956	1/1356	1/1278
	$\beta = 3,15$	$\beta = 3,08$	$\beta = 3,18$	$\beta = 3,16$
69,5	1/409	1/376	1/539	1/532
	$\beta = 2,81$	$\beta = 2,79$	$\beta = 2,90$	$\beta = 2,90$

NA: nível d'água, SR livre: superfície de ruptura livre, SR fixa: superfície de ruptura fixa e β : índice de confiabilidade

5.3. Barragem Faé

A Barragem Faé, estudada por De Souza e Vieira (2007), situa-se no Município de Quixelô, no sul do Ceará, e é constituída de maciço de terra compactada com 329m de extensão e 20m de altura máxima. A Figura 13 apresenta uma imagem aérea da barragem.



Figura 13- Vista aérea da Barragem Faé (De Souza e Vieira, 2007)

Sua seção é de terra homogênea com trincheira de vedação, drenagem interna com filtro chaminé e tapete drenante, enrocamento de pé a jusante e rip-rap. A Figura 14 apresenta a seção tipo da barragem.

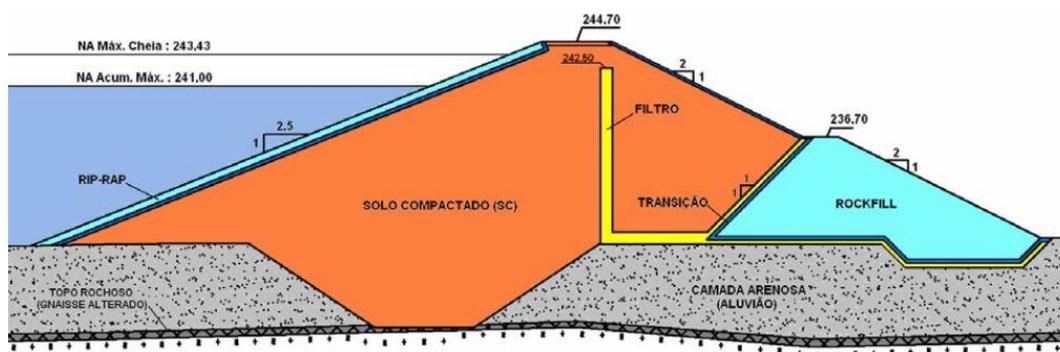


Figura 14 - Seção tipo da Barragem Faé (De Souza e Vieira, 2007)

O estudo da Barragem Faé foi realizado por De Souza e Vieira (2007) em virtude de problemas com a granulometria do material empregado na drenagem interna da barragem. Durante o período construtivo foi constatado que a areia utilizada nos filtros e drenos apresentava permeabilidade inferior à prevista no projeto executivo. O material que se previa ter permeabilidade na ordem de 10^{-2} , apresentou-se com permeabilidade de 10^{-3} .

As análises de estabilidade realizadas por De Souza e Vieira (2007) utilizaram o método de Bishop Simplificado, para análise de equilíbrio limite, associado aos métodos probabilísticos de Simulação de Monte Carlo e Estimativas Pontuais.

Os parâmetros de resistência adotados tiveram por base correlações empíricas, dados estatísticos e as informações do projeto executivo. A Tabela 8 apresenta os parâmetros de resistência ao cisalhamento utilizados.

Tabela 8 - Parâmetros utilizados na Barragem Faé (De Souza e Vieira, 2007)

Material	Coesão	Ângulo de Atrito Interno
Solo Compactado	$\bar{c}_s = 22,2kPa; \sigma_{c_s} = 21,3kPa$	$\bar{\phi}_s = 32,2^\circ; \sigma_{\phi_s} = 4,4^\circ$
Areia em filtros e drenos	0	30°
Enrocamento	0	40°
Camada arenosa (aluvião)	0	$\bar{\phi}_s = 33,5^\circ; \sigma_{\phi_s} = 2^\circ$

\bar{c}_s : média da coesão, σ_{c_s} : desvio padrão da coesão, $\bar{\phi}_s$: média do ângulo de atrito interno e σ_{ϕ_s} : desvio padrão do ângulo de atrito interno

De Souza e Vieira (2007) constataram a muito baixa probabilidade de ruptura em ambos os métodos, e o método de Estimativas Pontuais apresentou valores inferiores ao de Simulação de Monte Carlo. A probabilidade de ocorrência de fator de segurança inferior a 1,5 comportou-se da mesma forma, porém com uma proporção bem menor. A Tabela 9 apresenta os resultados para a comparação dos métodos.

Tabela 9 - Resultados para Barragem Faé

Estimativas Pontuais		Simulação de Monte Carlo	
Pr	P[FS<1,5]	Pr	P[FS<1,5]
$3,305 \times 10^{-8} \%$	0,22%	0,12%	6,36%

Pr: probabilidade de ruptura, P[FS<1,5]: probabilidade de um fator de segurança inferior a 1,5

5.4. Barragem de Benguê

A Barragem de Benguê, localizada no município de Aiuaba, no Ceará, foi estudada por Ribeiro (2008). Construída em 2000, a seção da barragem consiste em maciço de solo compactado com dreno chaminé de areia, enrocamento de pé a jusante e um pequeno *cut-off*. A Figura 15 apresenta a seção tipo da Barragem de Benguê.

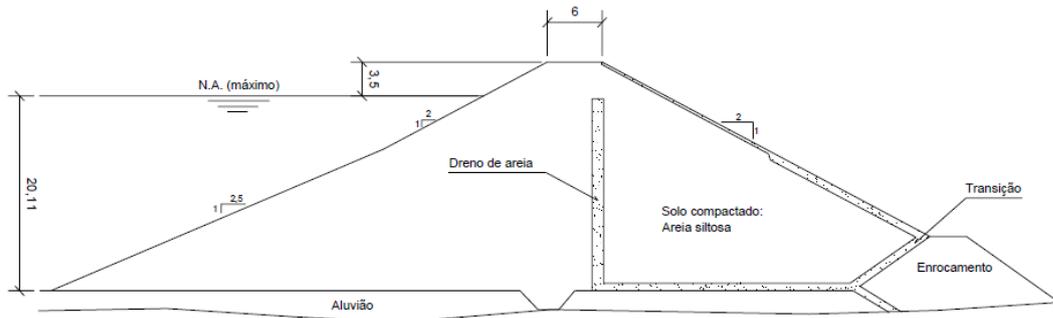


Figura 15 - Seção tipo da Barragem de Benguê (Ribeiro, 2008)

Os parâmetros foram obtidos por ensaios de cisalhamento direto, gerando os valores de média e desvio padrão para o material do maciço da barragem. A Tabela 10 apresenta os parâmetros de coesão efetiva (c') e tangente do ângulo de atrito efetivo (ϕ') utilizados para as análises de probabilidade. O peso específico do material é $18,7\text{kN/m}^3$.

Tabela 10 - Parâmetros utilizados para a Barragem de Benguê (Ribeiro, 2008)

Parâmetro	Média	Desvio Padrão
c' (kPa)	7,94	5,782
$\tan(\phi')$	0,69	0,022

c' : coesão efetiva e $\tan(\phi')$: tangente do ângulo de atrito efetivo

Comparando os resultados encontrados e sumarizados na Tabela 11, para um estudo com nível d'água máximo no talude, Ribeiro (2008) observa que o método FOSM apresenta maiores valores para probabilidade de ruptura que o método de Estimativas Pontuais. Quanto à comparação entre os métodos de equilíbrio limite, o método de Fellenius e Janbu apresentaram maiores probabilidades de ruptura. Os métodos de Bishop Simplificado e Morgenstern & Price apresentaram valores de probabilidade de ruptura bem menores que os demais.

Ribeiro (2008) observa que a diferença considerável nos valores de probabilidade de ruptura dos métodos FOSM e Estimativas Pontuais é justificado pelos valores da variância do fator de segurança, enquanto os valores médios estão bem próximos.

Tabela 11 - Resultados das análises para Barragem de Benguê (Ribeiro, 2008)

Método	FOSM			Estimativas Pontuais		
	E[FS]	V[FS]	Pr	E[FS]	V[FS]	Pr
Fellenius	1,504	0,0593	1:51	1,492	0,040	1:143
Bishop Simplificado	1,823	0,0833	1:449	1,823	0,042	1:28792
Janbu Simplificado	1,553	0,0631	1:71	1,555	0,039	1:393
Morgenstern & Price	1,829	0,0834	1:478	1,827	0,040	1:51159

E[FS]: média do fator de segurança, V[FS]: variância do fator de segurança e Pr: probabilidade de ruptura

6 Barragem de Santa Branca

O presente capítulo trata da análise da confiabilidade do talude de jusante da Barragem de Santa Branca, de propriedade da Light Energia. O estudo probabilístico foi realizado com os métodos anteriormente apresentados: FOSM, Estimativas Pontuais e Simulação de Monte Carlo.

A barragem foi objeto de estudos anteriores, que serviram de base para a realização do presente trabalho e possibilitaram o desenvolvimento de novos estudos com o objetivo de aprofundar conhecimentos no âmbito da probabilidade de ruptura.

6.1. Informações Gerais e Histórico

A Usina Hidrelétrica de Santa Branca, com capacidade instalada de 56MW, está localizada na região leste do estado de São Paulo, no rio Paraíba do Sul, próximo a divisa com o Rio de Janeiro. A Barragem de Santa Branca tem 320m de extensão na crista e 55m de altura máxima, sendo formada por um maciço homogêneo de terra com sistema de drenagem originalmente constituído por dreno vertical e tapete drenante. A altura máxima do reservatório assumida no projeto era de 622m. A proteção do talude de montante é feita por rip-rap, e no talude de jusante, proteção superficial com grama. A Figura 16 apresenta a seção transversal típica original da barragem.

A construção da barragem foi iniciada em 1956, sendo concluído o aterro compactado da barragem em agosto de 1959. O enchimento do reservatório se iniciou em dezembro de 1959, atingindo o nível máximo (cota 622m) em abril de 1960 e permanecendo neste nível até início de julho. Ainda em julho do mesmo ano começaram a ocorrer sucessivos escorregamentos que se estenderam por anos e causaram preocupação com a estabilidade da barragem.

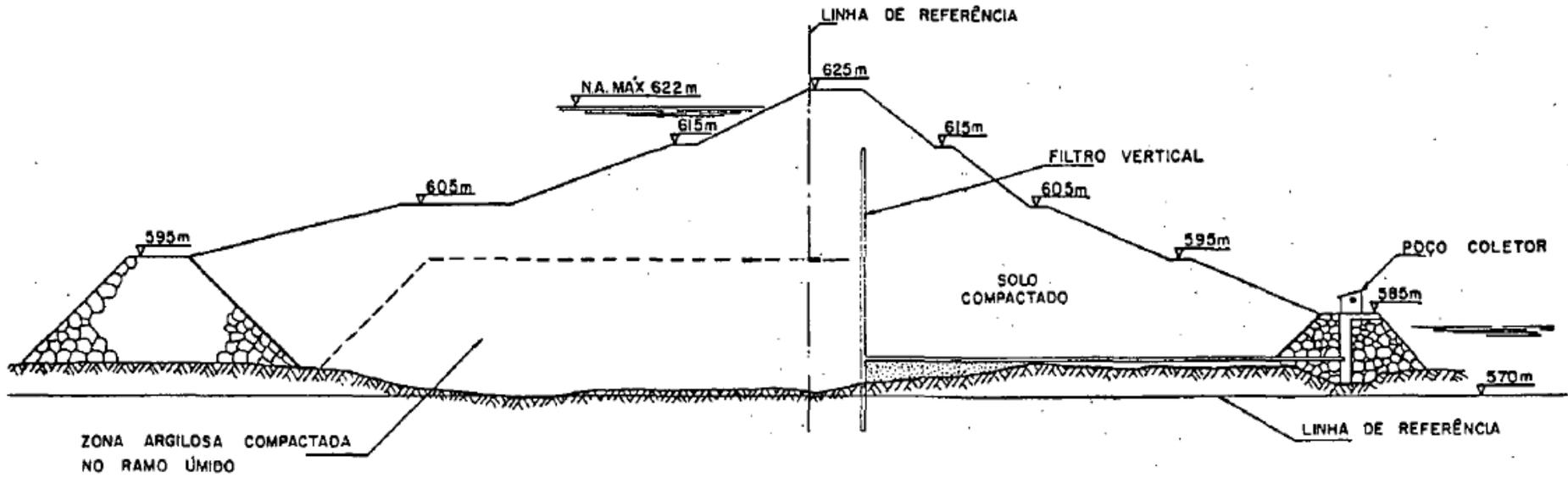


Figura 16 - Seção típica original da Barragem de Santa Branca (Modificado de Light, 1996)

Após mais de 20 anos de pequenos escorregamentos, muitas tentativas de solução e com a observação de encharcamento do talude de jusante da barragem foi constatada a inoperância do sistema de drenagem. Ainda consequência desta inoperância, foram observados rachaduras e desalinhamentos nas canaletas de drenagem superficial dos taludes, sugerindo precariedade quanto à estabilidade.

Em razão da preocupação quanto à estabilidade do talude, optou-se pela execução de um reforço de solo compactado em todo talude de jusante da barragem, visando melhorar as condições de segurança. O nível d'água do reservatório foi rebaixado, de forma a garantir, temporariamente, as condições de estabilidade, até a conclusão do reforço na barragem.

O reforço foi executado em 1989, utilizando material das mesmas áreas de empréstimo da execução do maciço original da barragem. A nova configuração da seção típica da barragem é apresentada na Figura 17.

A Figura 18 mostra a Hidrelétrica de Santa Branca nos dias atuais, com o dique estudado à direita. A Figura 19 mostra em detalhe a Barragem de Santa Branca.

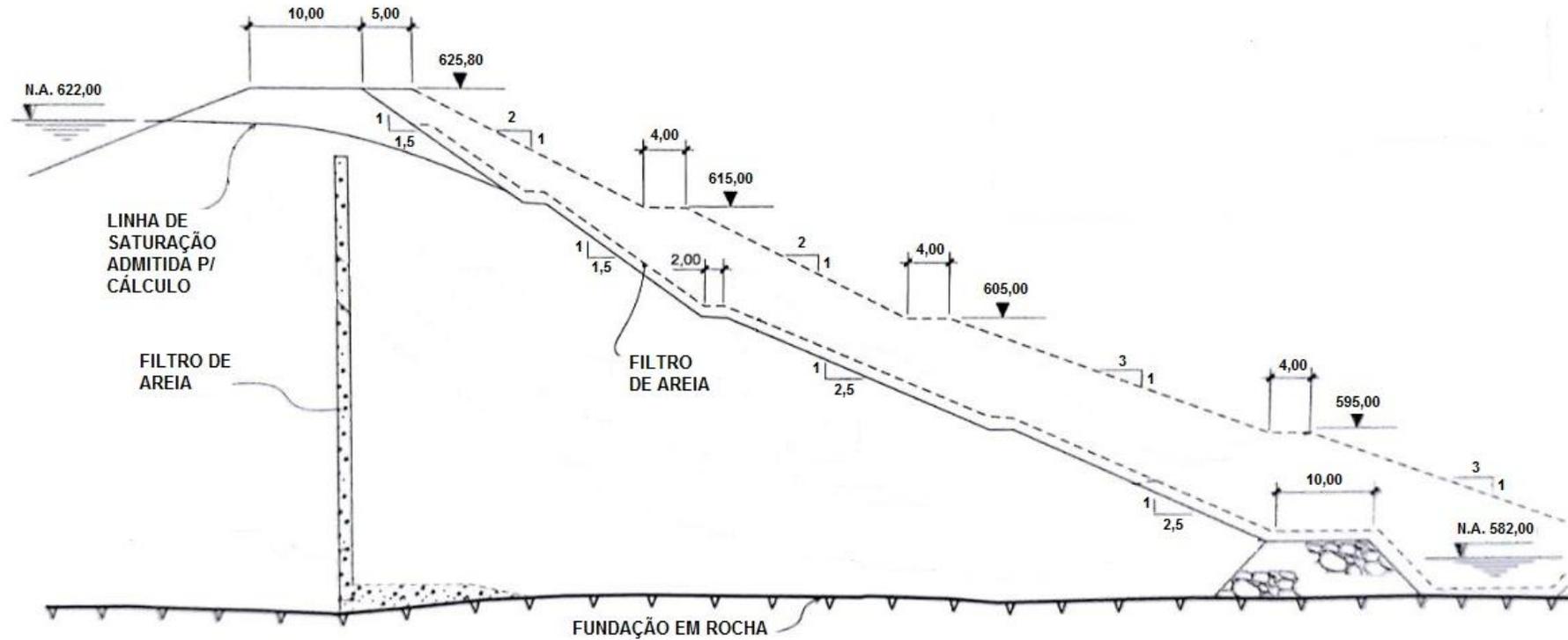


Figura 17 - Seção típica da Barragem de Santa Branca após o reforço (Modificado de Cruz, 1996)



Figura 18 – Hidrelétrica de Santa Branca (*Google Earth*, 2017)



Figura 19 – Barragem de Santa Branca nos dias atuais (*Google Earth*, 2017)

6.2. Estudos Anteriores e Premissas

Como já dito anteriormente, a Barragem de Santa Branca foi objeto de estudos anteriores, que serviram de base para a avaliação da confiabilidade aqui apresentada.

Pacheco (1990) e Lima (1991) reportaram os primeiros estudos sobre probabilidade de ruptura da Barragem de Santa Branca. Os parâmetros geotécnicos foram determinados a partir de resultados de ensaios triaxiais drenados em amostras indeformadas do maciço compactado da Barragem de Santa Branca e das Barragens de Paraitinga e Paraibuna, constituídas de solo com características geotécnicas-geológicas bastante semelhantes às encontradas em Santa Branca. Os resultados foram tratados conjuntamente e, por regressão linear, determinados os primeiros e segundos momentos (média e variância) de cada variável. Parâmetros como peso específico e poropressão apresentaram variabilidade reduzida diante das apresentadas pelos parâmetros de resistência do solo, não sendo considerados como variáveis aleatórias.

A Tabela 12 resume os valores de média e desvio padrão utilizados por Lima (1991). Os pesos específicos natural e saturado utilizados foram 18kN/m^3 e 20kN/m^3 , respectivamente.

Tabela 12 - Resumo dos parâmetros geotécnicos utilizados por Lima (1991)

Parâmetro	Média	Desvio Padrão
Coesão Efetiva	83,61 kPa	17,05 kPa
Ângulo de atrito efetivo	24,43°	1,11°

Lima (1991) dividiu seu estudo em dois casos, sendo ambos para a situação original da barragem, ou seja, sem o reforço; e com o sistema de drenagem inoperante. Os casos apresentados não têm interesse prático para o presente trabalho, que objetiva estudar a confiabilidade da estrutura nas condições atuais, pós reforço. O trabalho de Lima (1991) serviu, portanto, como referência apenas para os parâmetros geotécnicos a serem utilizados.

Dell'Avanzi (1995) utilizou os mesmos parâmetros geotécnicos, acrescentando em seu estudo a variabilidade dos pesos específicos e do nível d'água na composição da incerteza do fator de segurança. Os valores de desvio

padrão utilizados foram obtidos com base nos coeficientes de variação sugeridos por Lee et al. (1983). A variação do nível d'água foi definida a partir da análise entre os valores dos níveis máximo e normal estipulados no projeto da barragem. A Tabela 13 resume os parâmetros utilizados.

Tabela 13 - Resumo dos parâmetros geotécnicos utilizados por Dell'Avanzi (1995)

Parâmetro	Média	Desvio Padrão
c'	83,61 kPa	17,05 kPa
ϕ'	24,43°	1,11°
γ_{sat}	20 kN/m ³	1,50 kN/m ³
γ_{nat}	18 kN/m ³	1,35 kN/m ³
Lâmina d'água	40m	1,50m

c' : coesão efetiva, ϕ' : ângulo de atrito efetivo, γ_{sat} : peso específico saturado e γ_{nat} : peso específico natural

A confiabilidade apresentada por Dell'Avanzi (1995) foi também dividida em duas situações: pré e pós reforço, ambas considerando a inoperância do filtro vertical no eixo da barragem. Para ambos os casos, a linha de saturação considerada tangenciava o talude de jusante da barragem original. A probabilidade de ruptura foi calculada pelo método FOSM, com aproximação das derivadas parciais por diferenças divididas. O objetivo do trabalho era avaliar a influência do método de estabilidade adotado na estimativa e composição da confiabilidade do talude, sendo os métodos determinísticos utilizados: Janbu, Bishop Simplificado, Spencer e Sarma; e definir o valor relativo das variações dos parâmetros adequado para a aproximação das derivadas parciais.

No estudo da influência de cada parâmetro após o reforço realizado por Dell'Avanzi (1995) com o método FOSM, foi confirmada a insignificância da variabilidade dos pesos específicos saturado e natural na composição da variância do fator de segurança no caso da Barragem de Santa Branca, corroborando a hipótese adotada por Lima (1991). Além disso, a influência do nível d'água também apresentou influência bem inferior a da coesão efetiva e ângulo de atrito efetivo.

Desta forma, no estudo do presente trabalho, a variação dos pesos específicos e nível d'água foi desprezada, utilizando somente a variação dos parâmetros coesão e ângulo de atrito efetivos, como adotado por Lima (1991).

O trabalho de Dell'Avanzi (1995) forneceu a confirmação das variáveis aleatórias a serem consideradas.

A fim de calibrar o modelo de cálculo para corresponder ao utilizado nos estudos anteriores, foram realizadas análises de estabilidade para situação de antes do reforço com a mesma geometria, parâmetros geotécnicos e superfície freática.

Além dos parâmetros do maciço da barragem, foi necessário definir os parâmetros de filtro e enrocamento, não citados nos trabalhos anteriores. A coesão efetiva e ângulo de atrito efetivo do filtro foram obtidos do relatório da Sondotécnica (1988). Como base para o ângulo de atrito efetivo do enrocamento, foi utilizado o trabalho de Espíndola (2016) levando em consideração a tensão vertical atuante. Os demais parâmetros foram arbitrados de acordo com valores típicos para materiais semelhantes. A Tabela 14 apresenta os parâmetros adotados para os materiais de filtro e enrocamento da barragem.

Tabela 14 - Parâmetros adotados para filtro e enrocamento

Material	γ (kN/m³)	c' (kN/m²)	ϕ' (°)
Filtro	18	0	35
Enrocamento	20	0	45

γ : peso específico, c' : coesão efetiva e ϕ' : ângulo de atrito efetivo

O resultado de tais análises foi coerente com aqueles reportados nos estudos anteriores, validando o modelo utilizado e os parâmetros utilizados para filtro e enrocamento.

Na situação de interesse prático para este trabalho, foi adicionada a camada de reforço ao modelo anteriormente testado e validado, juntamente com o novo filtro, entre o talude de jusante de projeto e o de reforço. Os parâmetros utilizados para o solo do reforço foram os mesmos do maciço original da barragem, uma vez que o material utilizado é da mesma área de empréstimo. Conforme relatório da Sondotécnica (1988), a influência da resistência ao cisalhamento na região reforçada não é significativa, já o que efeito estabilizante é garantido, preponderantemente, pela sobrecarga adicional imposta pela seção de reforço.

6.3. Análises Realizadas

O estudo de confiabilidade aqui apresentado refere-se à situação atual da barragem, após a obra de reforço da mesma. O sistema de drenagem original foi considerado inoperante e a linha freática tangenciando o antigo talude de jusante.

De acordo com a observação de Dell'Avanzi e Sayão (1998), posteriormente reforçada por Ribeiro (2008), a utilização de métodos rigorosos de estabilidade fornece maiores valores de índice de confiabilidade e menores probabilidades de ruptura. O método de equilíbrio limite de Spencer, considerado rigoroso, foi utilizado nas análises deste trabalho.

O fator de segurança encontrado para a análise determinística utilizando os valores médios dos parâmetros foi 2,204.

6.3.1. Método FOSM

As análises realizadas pelo método FOSM foram realizadas pela metodologia das diferenças divididas com variação de 10% dos parâmetros, conforme recomendação de Dell'Avanzi (1995).

A Tabela 15 apresenta o cálculo da variância do fator de segurança pelo método FOSM.

Tabela 15 - Cálculo pelo método FOSM para a Barragem de Santa Branca

x_i	$E[x_i]$	$x_i + \delta x_i$	FS_i	$\delta FS_i / \delta x_i$	$V [x_i]$	$(\delta FS_i / \delta x_i)^2 \cdot V [x_i]$
ϕ'	24,43	26,87	2,338	0,0549	1,23	0,004
c'	83,61	91,96	2,293	0,0107	290,70	0,033

x_i : parâmetro, $E[x_i]$: média do parâmetro, $x_i + \delta x_i$: média acrescida da variação de 10%, FS_i : fator de segurança encontrado utilizando a média acrescida da variação de 10% para o parâmetro em questão e $V [x_i]$: variância do parâmetro em questão.

A variância do fator de segurança foi obtida com a soma dos valores da última coluna da tabela, que representa a contribuição de cada parâmetro. $V[FS] = 0,037$.

O desvio padrão, calculado como a raiz quadrada da variância é igual a 0,193.

Com o valor do fator de segurança da análise determinística (2,204) e do desvio padrão, a probabilidade de ruptura foi calculada no MS Excel,

considerando distribuição normal para o fator de segurança, sendo igual a $2,04 \times 10^{-10}$.

O índice de confiabilidade, calculado também considerando distribuição normal para o fator de segurança, é igual a 6,251.

A variação de cada parâmetro na composição da variância do fator de segurança é calculada comparando a última coluna de cada parâmetro com $V[FS]$. Neste estudo, verifica-se que a coesão efetiva representa 89% de influência sobre a variância do fator de segurança, enquanto o ângulo de atrito representa apenas 11%.

6.3.2. Método de Estimativas Pontuais

Para aplicação do método, as estimativas pontuais para o ângulo de atrito e coesão foram calculadas como a média decrescida e acrescida do desvio padrão, conforme apresentado anteriormente.

Os valores dos parâmetros utilizados e o fator de segurança referente a cada análise são apresentados na Tabela 16. As análises são identificadas por dois sinais, o primeiro representando o ângulo de atrito efetivo e o segundo, a coesão efetiva. O sinal positivo representa a média acrescida do desvio padrão e o sinal negativo representa a média decrescida do respectivo desvio padrão.

Tabela 16 - Resultados pelo método de Estimativas Pontuais para a Barragem de Santa Branca

Análise	ϕ' maciço	c' maciço	FS
++	25,54	100,66	2,427
+-	23,32	100,66	2,322
+--	25,54	66,56	2,084
---	23,32	66,56	1,955

A média do fator de segurança foi calculada considerando os valores da última coluna da Tabela 16, chegando a um resultado de $E[FS] = 2,197$.

Para o cálculo da variância do fator de segurança, considerou-se a Equação 29, obtendo-se $V[FS] = 0,035$ e $\sigma [FS] = 0,187$.

O cálculo da probabilidade de ruptura e índice de confiabilidade consideraram a distribuição normal para o fator de segurança. Os valores encontrado foram $Pr = 7,90 \times 10^{-11}$ e $\beta = 6,397$.

6.3.3. Simulação de Monte Carlo

As análises probabilísticas realizadas pelo Método de Simulação de Monte Carlo foram feitas pela função *Statistics* do programa Slide. No programa é possível determinar o número de dados da amostra do Fator de Segurança e o tipo de análise, podendo ser *Global Minimum* ou *Overall*. A análise *Global Minimum* é realizada apenas na superfície mínima global determinística, enquanto que a opção *Overall* pesquisa a superfície mínima global probabilística.

Foram realizadas duas análises, uma com cada tipo de análise. A distribuição dos parâmetros foi considerada normal e os limites inferior e superior considerados igual a três desvios padrão, conforme apresentado no item 3.1.4 deste trabalho.

A análise *Global Minimum* apresentou os seguintes resultados:

$$E[FS] = 2,202$$

$$\sigma [FS] = 0,191$$

$$Pr = 1,55 \times 10^{-10}$$

$$\beta = 6,293$$

A análise *Overall* resulta uma amostra com 100.000 análises. O resultado encontrado foi:

$$E[FS] = 2,199$$

$$\sigma [FS] = 0,182$$

$$Pr = 2,23 \times 10^{-11}$$

$$\beta = 6,578$$

A pesquisa que procurava a superfície mínima probabilística pela análise *Overall* demorou alguns dias, o que representa uma dificuldade para aplicação na prática corrente da engenharia. Porém, o resultado encontrado com a análise *Global Minimum* não se encontra distante daquele encontrado pela análise *Overall*. Essa diferença no resultado e no tempo empregado permite dizer que, para o caso em questão, a análise *Global Minimum* apresenta-se mais vantajosa frente à *Overall*.

6.3.4. Análise dos Resultados

A fim de comparar os resultados encontrados, a Tabela 17 apresenta um resumo com a média e o desvio padrão do fator de segurança, a probabilidade de ruptura e o índice de confiabilidade encontrados para cada um dos três métodos estudados.

Tabela 17 - Resumo dos resultados encontrados para a Barragem de Santa Branca

	FOSM	Estimativas Pontuais	Simulação de Monte Carlo	
			Global Minimum	Overall
E[FS]	2,204	2,197	2,202	2,199
σ [FS]	0,193	0,187	0,191	0,182
Pr	$2,04 \times 10^{-10}$	$7,90 \times 10^{-11}$	$1,55 \times 10^{-10}$	$2,23 \times 10^{-11}$
β	6,251	6,397	6,293	6,578

E[FS]: média do fator de segurança; σ [FS]: desvio padrão do fator de segurança; Pr: probabilidade de ruptura; β : índice de confiabilidade.

Observa-se que os resultados encontrados são da mesma ordem de grandeza para a probabilidade de ruptura e tiveram índices de confiabilidade com valores próximos. Para uma análise de segurança da barragem, esta pode ser considerada segura, uma vez que a probabilidade de ruptura é praticamente igual a zero e o índice de confiabilidade é da ordem de 6.

Comparando-se os resultados entre cada um dos métodos, o FOSM forneceu resultados mais conservadores que o Estimativas Pontuais, de acordo com as conclusões de Fabrício (2006) e Ribeiro (2008), e que a Simulação de Monte Carlo. O método de Estimativas Pontuais, ao contrário do reportado por De Souza e Vieira (2007), apresentou probabilidade de ruptura maior que a probabilidade pela análise *Overall* da Simulação de Monte Carlo, porém menor que pela análise *Global Minimum* do mesmo método.

7 Conclusões e Sugestões

O trabalho apresenta os conceitos básicos para análises probabilísticas da estabilidade de taludes e apresenta os métodos mais utilizados no meio geotécnico. Além de discorrer sobre as premissas e aplicação dos métodos FOSM, Estimativas Pontuais e Simulação de Monte Carlo, foram apresentados estudos de barragens realizados por outros autores e o estudo de caso da Barragem de Santa Branca utilizando os três métodos probabilísticos.

Com a aplicação destes métodos para a obtenção do índice de confiabilidade e probabilidade de ruptura da Barragem de Santa Branca foi possível fazer uma comparação dos valores obtidos.

Os resultados encontrados pelos métodos FOSM, Estimativas Pontuais e Simulação de Monte Carlo foram da mesma ordem de grandeza para a probabilidade de ruptura e tiveram índice de confiabilidade com valores próximos; o que pode ser justificado pelo nível de segurança encontrado.

A Barragem de Santa Branca analisada para situação atual de operação apresentou valores de probabilidade de ruptura praticamente iguais a zero e índice de confiabilidade maior que 6. Tais resultados contribuem para, juntamente com o fator de segurança determinístico, atestar a segurança do talude da barragem para as condições consideradas.

A análise realizada pelo método FOSM apresentou índice de confiabilidade (β) igual a 6,251. Conforme apresentado no decorrer do trabalho, o método FOSM apresenta a vantagem, perante os demais métodos, de fornecer a contribuição de cada parâmetro, ajudando na percepção da importância de cada variável na segurança da estrutura. No estudo, a coesão efetiva apresentou 89% na influência na segurança da barragem, enquanto o ângulo de atrito interno efetivo apresentou influência de 11%.

O método de Estimativas Pontuais apresentou índice de confiabilidade igual a 6,397. A aplicação do método no presente trabalho não foi trabalhosa, uma vez que o problema apresentava apenas duas variáveis aleatórias, necessitando apenas

de quatro análises de estabilidade. Se o problema envolvesse um maior número de variáveis o método poderia se tornar muito trabalhoso.

A análise por Simulação de Monte Carlo foi realizada pelo *software* Slide, da Rocscience, que apresenta duas modalidades de análise pelo método. O resultado encontrado pela análise *Global Minimum* foi de β igual a 6,293, e pela análise *Overall*, de 6,578. É importante salientar, entretanto, que o modo *Overall* demanda muitas horas de análises, o que dificulta sua aplicação na prática da engenharia.

Observa-se que o método FOSM forneceu menor índice de confiabilidade que o método de Estimativas Pontuais, concordando com as conclusões de Fabrício (2006) e Ribeiro (2008), e que o método de Simulação de Monte Carlo, tanto para a análise *Global Minimum*, quanto para a análise *Overall*. O método de Estimativas Pontuais apresentou probabilidade de ruptura maior que a análise *Overall* da Simulação de Monte Carlo, ao contrário do reportado por De Souza e Vieira (2007), e menor que a encontrada pela análise *Global Minimum*.

É importante ressaltar que, apesar das conclusões deste trabalho apresentarem resultados similares a outros trabalhos de análise probabilística de barragens, o resultado dos métodos pode coincidir para alguns casos, mas deve continuar sendo estudada a relação entre eles a fim de tentar confirmar a existência de um padrão geral.

Sugere-se, então, para futuros trabalhos:

- Realizar estudos da relação entre os métodos probabilísticos (FOSM, Estimativas Pontuais e Simulação de Monte Carlo) aplicados aos casos de barragens, para confirmar as conclusões do presente trabalho;
- Estudar a relação dos resultados entre os métodos probabilísticos aplicados a outros tipos de estruturas geotécnicas (taludes, aterros, fundações);
- Comparar os resultados dos métodos para diversos tipos de estruturas, verificando a existência de um padrão em relação ao conservadorismo de cada método.

Referências bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8044: Projeto geotécnico - Procedimento.* 1983.

Bishop, A.W. *The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes.* Géotechnique. Vol. 5, n° 1, 1955.

CBDB, Comitê Brasileiro de Barragens. *Guia Básico de Segurança de Barragens.* 1999.

Christian, T.J., Ladd, C.C., Baecher, B.G. Reliability and Probability in Stability Analysis, Invited Lecture. *Stability and Performance of Slopes and Embankments-II, A 25 Year Perspective.* ASCE Geotechnical Special Publication No. 31, Vol. 2, pp.1071-1111, 1992.

Cruz, P.T.. *100 barragens brasileiras: casos históricos, materiais de construção, projeto.s.l.,* Oficina de Textos, 1996.

Souza, V.A.D., Vieira, V.P.P.B. *Análise Probabilística da Estabilidade do Talude de Jusante de uma Barragem de Terra em Regime de Operação.* . XXVII Seminário Nacional de Grandes Barragens. Belém, PA, Comitê Brasileiro de Barragens, 2007.

Dell'Avanzi, E. *Confiabilidade e Probabilidade em Análises de Estabilidades de Taludes.* Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Dissertação de mestrado. 1995.

Dell'Avanzi, E., Sayão, A.S.F.J. *Avaliação da Probabilidade de Ruptura de Talude*. Brasília, s.n.. XI Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica. Vol. II. . 1998.

Duncan, J.M. *Factors of Safety and Reliability in Geotechnical Engineering*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering,. 2000.

Espíndola, M. *Ensaio Triaxiais de Grande Escala em Amostras de Enrocamento da UHE Machadinho*. Universidade Federal de Santa Catarina. Tese de Doutorado. 2016.

Fabício, J.V.F. *Análises Probabilísticas da Estabilidade de Taludes e Contensões*. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Dissertação de Mestrado. 2006.

Flores, E.A.F. *Análises Probabilísticas da Estabilidade de Taludes Considerando a Variabilidade Espacial do Solo*. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Dissertação de Mestrado. 2008.

Harr, M.E. *Reliability-Based Design in Civil Engineering*. s.l., McGraw-Hill, Inc. 1987.

Lee, I.K., Ingles O.G., White, W. *Geotechnical Engineering*. Marshfield, MA, U.S.A. Pitman Publishing, 1983.

Light Serviços de Eletricidade SA. *Análise do Comportamento da Barragem de Terra UHE Santa Branca*. Relatório GTEW-026, 1996.

Lima, L.S.A. *Uma Metodologia para Análise Probabilística da Estabilidade de Taludes*. COPPE/UFRJ. Tese de Mestrado. 1991.

Matos, F.M. *Mecânica dos Solos - Introdução à Engenharia Geotécnica*. s.l., FEUP edições, 2011.

Pacheco, M.P. *Conceitos de Probabilidade e Análise de Risco em Estudos e Projetos de Geotecnia*. Conferência especial sobre métodos probabilísticos em Geotecnia. IX COBRAMSEF, 1990.

Mostyn, G.S., LiK.S., *Probabilistic slope stability – State of play*. Probabilistic Method in Geotechnical Engineering: Proceedings of the conference. LoS-C.R.ed.. s.l., A.A. Balkem. pp.89-110. 1993.

Ribeiro, R.C.H. *Aplicações de Probabilidade e Estatística em Análises Geotécnicas*. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Tese de Doutorado. 2008.

Sandroni, S.S., Sayão, A.S.F.J. *Avaliação Estatística do Coeficiente de Segurança de Taludes*. 1a. Conferência Brasileira Sobre Estabilidade de Encostas - 1a. COBRAE. pp.523-535. 1992.

Sondotécnica S.A. *Análise de Estabilidade da Barragem e Ombreiras*. Relatório Técnico. (SBR-12-0516-RE). 1988.

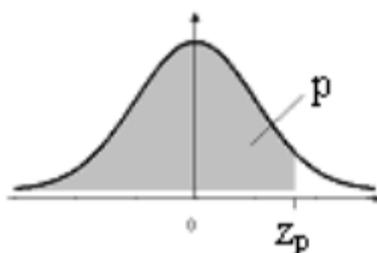
USACE, Engineer Technical Letter ETL 1110-2-561. *Reliability Analysis and Risk Assessment for Seepage and Slope Stability Failure Modes for Embankment Dams*. Washington D.C., Department of Army, US Army Corps of Engineers, 2006.

Anexos

Anexo I – Distribuição Normal Padrão Acumulada

Anexo II – Ábaco Índice de Confiabilidade x Probabilidade de Ruptura

Anexo I – Distribuição Normal Padrão Acumulada



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

Anexo II – Ábaco Índice de Confiabilidade x Probabilidade de Ruptura

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1912919/CA

