



**Samuel Elias Ferreira**

**Modelagem da Propagação da Trinca de Fadiga Através  
do Dano Acumulado na Zona Plástica**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada como requisito parcial para  
obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro  
Coorientador: Prof. Marco Antonio Meggiolaro

Rio de Janeiro

Setembro de 2018



**Samuel Elias Ferreira**

**Modelagem da Propagação da Trinca de Fadiga Através do Dano  
Acumulado na Zona Plástica**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro**

Orientador  
Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

**Prof. Marco Antonio Meggiolaro**

Coorientador  
Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

**Prof. José Luiz de França Freire**

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

**Prof. José Alexander Araújo**

Departamento de Engenharia Mecânica – UNB

**Dr. Guilherme Victor Peixoto Donato**

Cenpes / Petrobras

**Prof. Antonio Carlos de Oliveira Miranda**

Universidade de Brasília – UNB

**Prof. Márcio da Silveira Carvalho**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 12 de setembro de 2018.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Samuel Elias Ferreira**

Graduou-se em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de São João del Rei em 2005. Possui Mestrado em Engenharia de Mecânica pela UFMG, obtendo o título em 2011.

Ficha Catalográfica

Ferreira, Samuel Elias

Modelagem da propagação da trinca de fadiga através do dano acumulado na zona plástica / Samuel Elias Ferreira; orientador: Jaime Tupiassú Pinho de Castro; coorientador: Marco Antonio Meggiolaro. – 2018.

144 f. : il. color. ; 30 cm

Tese (doutorado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2018.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2. Mecânica do modelo da faixa plástica. 3. Fechamento da trinca de fadiga. 4. Fator de intensidade de tensão efetivo. 5. Dano acumulado à frente da trinca. I. Castro, Jaime Tupiassú Pinho. II. Meggiolaro, Marco Antonio. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDD:621

*Aos meus filhos Julia e Nicolas.*

## Agradecimentos

À minha esposa Fabiana pela paciência em aceitar em muitos momentos a minha ausência para que eu pudesse me dedicar a esse trabalho. Obrigado pelo apoio incondicional e compreensão durante esses anos.

Ao meu orientador Professor Jaime Tupiassú Pinho de Castro pelos seus ensinamentos nas nossas longas conversas e discussões durante o desenvolvimento desse trabalho, por todo seu incentivo e confiança que contribuíram em muito para que pudéssemos alcançar esse resultado.

Ao meu coorientador Professor Marco Antonio Meggiolaro que foi parte decisiva no desenvolvimento desse trabalho, propondo alternativas e enriquecendo o nosso debate nos diversos problemas que tivemos que superar nessa pesquisa.

A Petrobras por entender a importância da contínua capacitação de seu corpo técnico e permitir que eu cursasse esse Doutorado em regime de dedicação parcial.

Aos colegas do Laboratório de Fadiga Julián Andres Ortiz González e Giancarlo Luis Gomes Gonzáles pelo compartilhamento de conhecimento.

Ao Professor Jorge Alberto Rodríguez Durán e a Mariana da Rocha Osborne por terem cedido gentilmente resultados experimentais de seus trabalhos para que eu pudesse utilizar na validação da modelagem.

Ao amigo Major Gustavo Simão Rodrigues pela ajuda durante o período das disciplinas e na preparação para o exame de qualificação.

Aos professores que participaram da banca examinadora.

A todos os amigos e familiares que me ajudaram durante essa caminhada.

## Resumo

Ferreira, Samuel Elias; Castro, Jaime Tupiassú Pinho; Meggiolaro, Marco Antonio. **Modelagem da Propagação da Trinca de Fadiga Através do Dano Acumulado na Zona Plástica**. Rio de Janeiro, 2018. 144p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Após identificar que uma trinca de fadiga permanecia fechada durante parte do ciclo, Elber assumiu que o dano era induzido apenas pela fração do carregamento acima da carga necessária para abrir a trinca. Diversos modelos foram propostos utilizando o  $\Delta K_{eff}$  como força motriz da propagação, como os modelos da faixa plástica (*strip-yield*), que são amplamente utilizados para prever vida residual de componentes trincados. Embora o fenômeno do fechamento da trinca esteja provado, sua real importância na propagação da trinca de fadiga ainda é controversa. Outros mecanismos, além do fechamento da trinca, foram utilizados na tentativa de explicar os efeitos de sequência do carregamento na propagação em amplitude variável como o campo de tensão residual à frente da trinca. Mesmo após mais de 50 anos de pesquisas desde a proposição da primeira regra de propagação por Paris ainda não há consenso nem sobre o mecanismo nem sobre a modelagem. Esse trabalho tem como objetivo apresentar uma modelagem para prever propagação da trinca de fadiga com base na hipótese de que o dano acumulado por deformação plástica seria a força motriz para propagação. A modelagem proposta se diferencia de outros modelos de acúmulo de dano por permitir que o contato existente entre as superfícies da trinca exerça influência sobre as deformações plásticas à frente de sua ponta. Os resultados mostram que a modelagem proposta possui capacidade de reproduzir curvas de propagação semelhante ao modelo *strip-yield*.

## Palavras-chave

Mecânica do modelo da faixa plástica; fechamento da trinca de fadiga; fator de intensidade de tensão efetivo; dano acumulado à frente da trinca

## Abstract

Ferreira, Samuel Elias; Castro, Jaime Tupiassú Pinho (advisor); Meggioaro, Marco Antonio (co-advisor). **Fatigue Crack Propagation Modelling by Accumulated Damage inside Plastic Zone**. Rio de Janeiro, 2018. 144p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

After identify that a fatigue crack remains closed during part of the load cycle, Elber assumed the damage was induced only by the cycle part over the load required to open the crack. Several models were developed based on  $\Delta K_{eff}$  as the strip-yield ones, which are widely used to predict residual lives of cracked components. Although the crack closure phenomenon is well proven its actual significance for the propagation is still controversial. Others mechanisms, beyond the crack closure, were used in trying to explain the sequence effects on variable amplitude crack propagation like the residual stress field ahead of the crack tip. However even after more than 50 years of research since the first propagation rule proposed by Paris there is no neither about the mechanism neither about modelling. This work has the aim of present a modelling to predict fatigue crack growth based on the hypothesis that the damage accumulated by cyclic plastic strain would be propagation the drive force. The modelling proposed differs from others damage accumulation models by allowing the existed contact between the crack surfaces to exercise its influence on plastic strain ahead of the crack tip. The results show that the proposed model is able to reproduce propagation curves similar to the model strip-yield.

## Keywords

Strip-yield model; fatigue crack closure; effective stress intensity range; damage accumulation ahead of the crack tip

# Sumário

1. Introdução	15
2. Revisão da Literatura	19
2.1. Efeito de Sequência da Carga	19
2.2. Mecanismos Indutores dos Efeitos de Sequência	22
2.3. Carga de Abertura da Trinca e o $\Delta K_{eff}$	25
2.4. Correlação entre Taxa de Propagação e $\Delta K_{eff}$	29
2.5. Força Motriz da Propagação da Trinca de Fadiga	41
2.6. Modelos para Previsão da Taxa de Propagação	45
2.6.1. Modelos Tipo Willenborg	46
2.6.2. Modelos Tipo Wheeler	48
2.6.3. Modelos de Fechamento	48
2.6.4. Modelos <i>Strip-Yield</i>	50
2.6.5. Modelo <i>UniGrow</i>	53
2.6.6. Modelo do Dano Crítico	57
3. Implementação do Algoritmo <i>Strip-Yield</i>	65
3.1. Modelo de Fechamento da Trinca	65
3.2. Formulação do Modelo	68
3.2.1. Tamanho da Zona Plástica	70
3.2.2. Processo de Discretização	70
3.2.3. Cálculo dos Deslocamentos e Tensões nos Elementos	72
3.2.4. Cálculo da Tensão de Abertura da Trinca	74
3.2.5. Incremento e Taxa de Propagação da Trinca	75
3.2.6. Procedimento de Cálculo em Amplitude Variável	77
3.2.7. Processo de Aglutinação	80
3.3. Validação do Algoritmo	82
4. Modelo de Acúmulo de Dano	90
4.1. Primeira Versão do Modelo Misto SY-CDM	90

4.2. Resultados da Primeira Versão do Modelo Misto SY-CDM	95
4.3. Segunda Versão do Modelo Misto SY-CDM	106
4.4. Resultados da Segunda Versão do Modelo Misto SY-CDM	109
4.5. Terceira Versão do Modelo Misto SY-CDM	113
4.5.1. Relação entre Alongamento e Deformação Plástica	115
4.5.2. Cálculo da Gama de Deformação Plástica Efetiva	115
4.5.3. Processo de Discretização	117
4.6. Resultados da Terceira Versão do Modelo Misto SY-CDM	120
5. Conclusão	136
5.1. Trabalhos Futuros	138
6. Referências bibliográficas	139

## Lista de figuras

Figura 1 -	Esquema do atraso no retardo após uma sobrecarga [6].	20
Figura 2 -	Comportamento da trinca de fadiga em um ciclo de carga [53].	26
Figura 3 -	Esquema (a) sem (b) com efeito de proteção da ponta da trinca.	27
Figura 4 -	Tensão de abertura e deslocamentos à frente da trinca [30].	28
Figura 5 -	Efeito da remoção da esteira de deformação plástica [64].	29
Figura 6 -	Propagação e carga de abertura após uma subcarga [24].	31
Figura 7 -	Medição da taxa de propagação [12].	32
Figura 8 -	Medição da carga de abertura [12].	33
Figura 9 -	Propagação da trinca antes e após a sobrecarga [8].	34
Figura 10 -	Flexibilidade antes e após a sobrecarga [8].	34
Figura 11 -	Propagação e carga de abertura em DC(T)s de 2mm [58].	35
Figura 12 -	Propagação e carga de abertura em DC(T)s de 30mm [58].	35
Figura 13 -	Propagação e $\Delta K_{eff}$ para um evento de sobrecarga [11].	36
Figura 14 -	Propagação e $\Delta K_{eff}$ para a sequência sobrecarga/subcarga [11].	37
Figura 15 -	Taxa de propagação para o alumínio 2024 [55].	39
Figura 16 -	Carga de abertura para o alumínio 2024 [55].	39
Figura 17 -	Limites de propagação no vácuo [56].	40
Figura 18 -	Campo de tensão na carga máxima do ciclo [69].	44
Figura 19 -	Campo de tensão na carga mínima do ciclo [69].	45
Figura 20 -	Blocos de materiais e configurações de trinca [3].	55
Figura 21 -	Propagação da trinca no modelo de dano crítico [48].	59
Figura 22 -	<i>Rainflow</i> sequencial do espectro de carga [50].	63
Figura 23 -	Medições de crescimento da trinca e previsões [50].	64
Figura 24 -	Esquema dos dois problemas elásticos [36].	66
Figura 25 -	Esquema dos deslocamentos e tensão ao longo da trinca [36].	67
Figura 26 -	Sistema de coordenadas usado no modelo [38].	69
Figura 27 -	Tamanhos dos elementos na zona plástica [42].	71
Figura 28 -	Distribuição dos elementos no algoritmo <i>strip-yield</i> .	72
Figura 29 -	Representação das zonas plásticas durante efeito de sequência.	78
Figura 30 -	Influência do processo de aglutinação na amplitude constante.	81

Figura 31 -	Influência do processo de aglutinação na amplitude variável.	82
Figura 32 -	Diagrama de fluxo do algoritmo <i>strip-yield</i> implementado.	83
Figura 33 -	Tensão de abertura da trinca para $\sigma_{max}$ de 81,5MPa.	84
Figura 34 -	Tensão de abertura da trinca para $\sigma_{max}$ de 122,3MPa.	85
Figura 35 -	Tensão de abertura da trinca para $\sigma_{max}$ de 203,8MPa.	85
Figura 36 -	Algoritmo implementado versus de-Koning e Liefding [38].	86
Figura 37 -	Efeito da esteira plástica prévia à sobrecarga.	87
Figura 38 -	Efeito da amplitude da sobrecarga.	87
Figura 39 -	Efeito da amplitude da tensão aplicada após a sobrecarga.	88
Figura 40 -	Efeito da subcarga compressiva.	89
Figura 41 -	Influência do contato sobre o alongamentos plásticos.	91
Figura 42 -	Esquema dos elementos durante meio ciclo de carga.	94
Figura 43 -	Algoritmo SY e modelos de dano [48] - Al 7075 e $R = 0,1$ .	98
Figura 44 -	Algoritmo SY e modelos de dano [48] - Al 7075 e $R = 0,7$ .	99
Figura 45 -	Modelos SY-CDM para o Al 7075 e $R = 0,1$ .	100
Figura 46 -	Modelos SY-CDM para o Al 7075 e $R = 0,7$ .	101
Figura 47 -	Algoritmo SY e modelos de dano [48] - aço 1020 e $R = 0,1$ .	102
Figura 48 -	Algoritmo SY e modelos de dano [48] - aço 1020 e $R = 0,7$ .	103
Figura 49 -	Modelos SY-CDM - aço 1020 e $R = 0,1$ .	104
Figura 50 -	Modelos SY-CDM - aço 1020 e $R = 0,7$ .	105
Figura 51 -	Exemplo do resultado do cálculo de dano para o 1020.	107
Figura 52 -	Modelos SY-CDM na versão 2 - Al 7075 - $R = 0,1$ .	110
Figura 53 -	Modelos SY-CDM na versão 2 - Al 7075 - $R = 0,7$ .	111
Figura 54 -	Modelos SY-CDM na versão 2 - 1020 - $R = 0,1$ .	112
Figura 55 -	Modelos SY-CDM na versão 2 - 1020 - $R = 0,7$ .	113
Figura 56 -	Fluxograma do algoritmo SY-CDM.	114
Figura 57 -	Variações no método de discretização para o Al 7075.	118
Figura 58 -	Variações no método de discretização para o 1020.	119
Figura 59 -	Terceira versão dos modelos SY-CDM - Al 7075 em $R = 0,1$ .	122
Figura 60 -	Terceira versão dos modelos SY-CDM - Al 7075 em $R = 0,7$ .	123
Figura 61 -	Terceira versão dos modelos SY-CDM - aço 1020 em $R = 0,1$ .	124
Figura 62 -	Terceira versão dos modelos SY-CDM - aço 1020 em $R = 0,7$ .	125
Figura 63 -	Terceira versão dos modelos SY-CDM - API 5LX60 - $R = 0,1$ .	126

Figura 64 - Terceira versão dos modelos SY-CDM - API 5LX60 - $R = 0,7$ .	127
Figura 65 - Terceira versão dos modelos SY-CDM - AI 6351 em $R = 0,1$ .	128
Figura 66 - Terceira versão dos modelos SY-CDM - AI 6351 em $R = 0,4$ .	129
Figura 67 - Terceira versão dos modelos SY-CDM - AI 6351 em $R = 0,4$ .	130
Figura 68 - Taxas antes e após uma sobrecarga - aço 1020 em $R = 0$ .	131
Figura 69 - Taxas antes e após uma sobrecarga - AI 6351 em $R = 0,1$ .	133
Figura 70 - Taxas antes e após uma sobrecarga - AI 6351 em $R = 0,4$ .	134

## Lista de tabelas

Tabela 1: Propriedades dos materiais e parâmetro $C$ dos modelos de [48].	96
Tabela 2: Parâmetros da regra de propagação NASGRO.	96
Tabela 3: Constante $C$ calculada para os modelos SY-CDM.	97
Tabela 4: Propriedades $\varepsilon_N$ dos materiais [48].	97
Tabela 5: Propriedades mecânicas e de propagação.	121
Tabela 6: Propriedades $\varepsilon_N$ do aço API 5L X60 e da liga de Al 6061.	121
Tabela 7: Propriedades NASGRO da liga de Al 6061.	121

*“A natureza ama esconder-se”*  
*Heráclito de Éfeso (550-480 a.C.)*

# 1. Introdução

O desempenho em fadiga dos componentes mecânicos, estruturas e equipamentos é muito afetado pela presença de concentradores de tensão, sendo estes locais preferenciais para a nucleação de uma trinca, que pode se propagar e, caso não seja detectada, causar falhas catastróficas quando seu tamanho atingir a dimensão crítica. Dependendo da aplicação pode não ser viável retirar de serviço uma máquina ou equipamento simplesmente ao ser detectada uma trinca de fadiga. Por outro lado, é indispensável uma estimativa confiável da propagação da trinca para previsão de vida residual do componente trincado, para que ele possa ser retirado de serviço no tempo adequado, bem como para definição de intervalo de inspeção. Essa é uma atividade essencial tanto no projeto quanto na avaliação em serviço de componentes e equipamentos de alta responsabilidade empregados, por exemplo, na indústria Aeronáutica, Espacial, Nuclear e de Petróleo e Gás.

O uso da mecânica da fratura para análise da propagação de trincas subcríticas é baseado no conceito de que o fator de intensidade de tensão proposto por Irving,  $K$ , derivado de uma avaliação elástica do campo de tensões de uma trinca estacionária, descreve os efeitos da carga aplicada e geometria sobre o campo de deformações atuante na ponta da trinca, mesmo na presença de plasticidade [1]. Desde que Paris e Erdogan [2] claramente demonstraram que a taxa de propagação estável da trinca de fadiga,  $da/dN$ , se correlaciona bem com a gama do fator de intensidade de tensão  $\Delta K$ , muitas regras similares foram propostas para considerar efeitos de outros parâmetros que, da mesma forma, podem afetar essa taxa. Assim, surgiram regras que consideram a carga máxima  $K_{max}$  ou a razão de carga  $R = K_{min}/K_{max}$ , bem como a adoção de valores limites, como os chamados limiar de propagação  $\Delta K_{th}(R)$  e o fator de intensidade de tensão crítico  $K_{IC}$  ou  $K_C$ , permitindo executar estimativas de propagação com boa aproximação quando bem ajustadas a dados experimentais, pelo menos em condição de carregamento com amplitude constante [3].

Máquinas e equipamentos em serviço raramente experimentam carregamentos de amplitude que permanecem constante durante toda sua vida.

Como o crescimento da trinca de fadiga é movido predominantemente por deformação plástica próxima à sua ponta e, deformações plásticas são inerentemente irreversíveis, alterações nos padrões de carga invariavelmente resultam em efeitos transientes. Estes efeitos afetam as taxas de propagação e, por consequência, a vida residual [4]. A quantificação desses efeitos tem sido tema de estudo a mais de cinco décadas [5], porém ainda persiste a falta de uma metodologia confiável para prevê-los, o que exemplifica a complexidade do problema. Dentre os efeitos na taxa de propagação sob carregamento de amplitude variável (CAV) está o retardo ou atraso na taxa identificado após um evento de sobrecarga ou após a redução da amplitude em um carregamento do tipo alto-baixo [6-22]. Além disso pode ocorrer a aceleração ou a redução do retardo na propagação da trinca quando uma subcarga é aplicada podendo ser ou não compressiva [6-7, 11, 13-14, 24-25].

Os mecanismos indutores podem ser divididos em três principais classes [3]: (i) o fechamento da trinca de fadiga induzido por plasticidade, rugosidade, transformação de fase e/ou oxidação, sendo que todos eles atuam nas faces da trinca – antes de sua ponta; (ii) cegamento, dobra ou bifurcação – mecanismos que atuam na ponta da trinca; (iii) tensões e deformações residuais, mecanismos que atuam a frente da trinca. Além disso, a importância de cada um depende de muitos fatores como, por exemplo, o tamanho da trinca e do ligamento residual, restrições transversais em torno da ponta da trinca, o estado de tensões residuais a frente da trinca; a amplitude e o máximo da carga e sobrecarga, a microestrutura do material, a quantidade de ciclos da sobrecarga e o meio-ambiente.

Embora esses mecanismos possam atuar em conjunto na propagação [4, 23], é comum para a modelagem assumir que um mecanismo seja dominante. Grande parte da comunidade científica defende que o fechamento da trinca induzido por deformação plástica seja a causa primária para tais efeitos [6-7, 26-27], ainda que existam evidências da influência significativa de outros como o fechamento induzido por rugosidade, o campo de tensões residuais a frente da trinca ou mesmo a deflexão ou bifurcação da ponta da trinca [4, 7-8, 16, 28].

O fechamento induzido por plasticidade foi proposto por Elber [29] após verificar experimentalmente que trincas de fadiga podem parcialmente fechar acima da carga mínima do ciclo, mesmo sob carregamento trativo. Ele definiu o fator de intensidade de tensão requerido para abrir completamente a trinca como a conhecida carga de abertura da trinca  $K_{op}$ . Além disso, ele assumiu que a

propagação da trinca poderia ocorrer somente após sua ponta estar completamente aberta, sob cargas maiores que  $K_{op}$  [30]. Consequentemente ele postulou que  $\Delta K_{eff}$  ( $\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op}$  se  $K_{op} > K_{min}$ , ou  $\Delta K_{eff} = \Delta K$  caso contrário) seria a força motriz real da propagação (ao invés de  $\Delta K$  ou das combinações como:  $\{\Delta K, K_{max}\}$  ou  $\{\Delta K, R\}$ ).

A partir da década de 1970, um grande número de modelos semiempíricos foi desenvolvido com o intuito de considerar os efeitos de sequência do carregamento na propagação de trincas de fadiga [31]. Parte deles se baseia na fenomenologia do dano [32-34], e parte nos mecanismos causadores dos efeitos de sequência [35-50].

Como o fechamento elberiano pode explicar, pelo menos qualitativamente, muitos efeitos de sequência do carregamento (como por exemplo, atraso no retardo da taxa de propagação ou a parada da trinca após a aplicação de uma sobrecarga, a aceleração na taxa ou redução do efeito do retardo após aplicação de uma subcarga e a sensibilidade dos limiares de propagação a  $R$  em ambientes não inertes), muito esforço foi despendido para calcular a carga de abertura da trinca nas mais diversas condições de carregamento e geometria. Assim, foram desenvolvidos os chamados modelos *strip-yield* [35-43] baseados na estimativa da zona plástica proposta por Dugdale [51] e Barenblatt [52]. Esses modelos semiempíricos estimam  $K_{op}$  e  $\Delta K_{eff}$  numericamente e, através deles, calculam a propagação usando uma regra do tipo  $da/dN = f(\Delta K_{eff})$ , devidamente ajustada a dados experimentais. Contudo, embora o fenômeno do fechamento da trinca esteja bem documentado e provado [6-7, 26, 29-30, 53], sua real importância para a propagação é ainda fruto de questionamento, para dizer o mínimo. De fato, o  $\Delta K_{eff}$  não é capaz de explicar diversas particularidades encontradas na propagação da trinca, como por exemplo as registradas em [8, 27, 54-58].

Dessa forma a previsão de vida residual de estruturas trincadas ainda é um desafio para engenheiros e pesquisadores da área. Por isso, o principal objetivo desse trabalho é propor uma modelagem alternativa capaz de calcular a propagação das trincas sob CAV. O modelo proposto se baseia em uma hipótese mais intuitiva e menos controversa do que  $\Delta K_{eff}$  ao assumir que trincas de fadiga se propagam rompendo sequencialmente pequenos elementos de volume à frente de suas pontas. Os elementos se rompem à medida que alcançam todo o dano que podem suportar, devido à história de tensão/deformação elastoplástica induzida ao longo de sua vida.

Alguns modelos similares, chamados de modelos de dano crítico, foram propostos em [8, 44-50]. A diferença fundamental na modelagem aqui apresentada está na mecânica utilizada para estimar as gamas de deformações plásticas. O modelo proposto nessa tese usa a mesma mecânica empregada nos modelos *strip-yield*, originalmente desenvolvida para calcular as tensões, alongamentos e deslocamentos nas superfícies da trinca. Os alongamentos à frente da ponta da trinca são transformados em deformação para o cálculo do dano, e os incrementos da trinca são estimados por uma regra de acúmulo de dano aplicada a conceitos  $\epsilon N$  tradicionalmente usados para prever iniciação de trincas. Essa nova abordagem, diferentemente dos demais modelos de acúmulo de dano, reconhece que as deformações no ligamento residual são influenciadas pelo contato entre as faces da trinca. Previsões dessa modelagem para cargas de amplitude constante já foram publicadas em [59-61]. Também faz parte do objetivo deste trabalho a implementação de um algoritmo *strip-yield*, a ser utilizado como base para a modelagem de dano crítico. Assim, a tese foi dividida como descrito a seguir.

O Capítulo 1 apresenta a introdução, a motivação, o objetivo e a organização da tese.

O Capítulo 2 traz a revisão da literatura sobre os mecanismos indutores de efeitos de sequência e principais modelos aplicados na propagação sob carregamento de amplitude variável.

O Capítulo 3 trata da implementação do algoritmo *strip-yield* utilizado na comparação com os resultados do modelo proposto, descrevendo toda formulação e o procedimento de cálculo empregado. Nesse capítulo há também o detalhamento do procedimento de cálculo para CAVs, algo não disponível na literatura aberta.

A modelagem proposta é então descrita no Capítulo 4. Nesse capítulo também são apresentados os resultados obtidos com o modelo proposto para estimar taxas de propagação de trincas por fadiga sob carregamento de amplitude constante e variável.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões e propostas para trabalhos futuros.

## 2. Revisão da Literatura

A propagação da trinca de fadiga é muito afetada pela sequência do carregamento imposto. As pesquisas nessa área residem na identificação dos mecanismos indutores dos efeitos de sequência e no desenvolvimento de modelos para previsão da propagação. Os efeitos, mecanismos, principais modelos, assim como alguns resultados obtidos serão apresentados nessa revisão bibliográfica.

### 2.1. Efeito de Sequência da Carga

A variação na amplitude do carregamento, característica das cargas de serviço a que são submetidas as estruturas na prática, pode alterar as taxas de propagação subsequentes, em relação às taxas obtidas quando os efeitos de sequência são desprezíveis. Estes efeitos incluem, por exemplo, o retardo ou parada da trinca de fadiga devido a uma sobrecarga, a aceleração ou a diminuição do retardo devido a subcargas compressivas [6-25].

Uma condição de carregamento muito usada para avaliação de efeitos de sequência é aplicar apenas uma sobrecarga, mantendo os ciclos subsequentes sob forças ou fatores de intensidade de tensão constantes ( $\Delta P$  ou  $\Delta K$  constante). Como ilustrado esquematicamente na figura 1, de uma forma geral o efeito da aplicação de uma sobrecarga é uma redução momentânea na taxa de propagação em relação àquela que havia antes desse evento. Em alguns casos pode haver um ligeiro aumento na taxa de propagação imediatamente após a aplicação da sobrecarga durando alguns poucos ciclos como relatado em [10, 12, 13]. O comportamento mais comumente relatado é a redução gradual na taxa de propagação imediatamente após aplicação da sobrecarga até a taxa atingir um patamar mínimo e então a medida que a trinca avança a taxa tende a retornar ao valor anterior a aplicação da sobrecarga [8-9, 11, 14-21]. Von Euw et al [9] verificaram nos seus ensaios que a taxa mínima era obtida após a trinca propagar entre 1/8 e 1/4 do tamanho da zona

plástica. Esse comportamento de obtenção da taxa mínima após certo incremento da trinca é chamado de atraso no retardo conforme ilustrado na figura 1.

Na figura 1 a trinca o tamanho da trinca no momento da aplicação da sobrecarga era  $a_{OL}$  e seu incremento durante o número de ciclos  $N_D$  em que houve o efeito do retardo foi  $\Delta a_{OL}$ . Caso esse efeito do retardo não existisse a trinca cresceria o equivalente a  $\Delta a_{OL} + a_D$  para a mesma quantidade de ciclos  $N_D$ . Esse seria o comprimento de trinca previsto para os modelos tradicionais de propagação que não consideram o efeito da sequência do carregamento. De outra forma, usando a modelagem tradicional para que a trinca obtivesse o incremento  $\Delta a_{OL}$  seria necessário um número de ciclos  $N_{CA}$ , demonstrando a importância de se considerar devidamente os efeitos de sequência do carregamento.

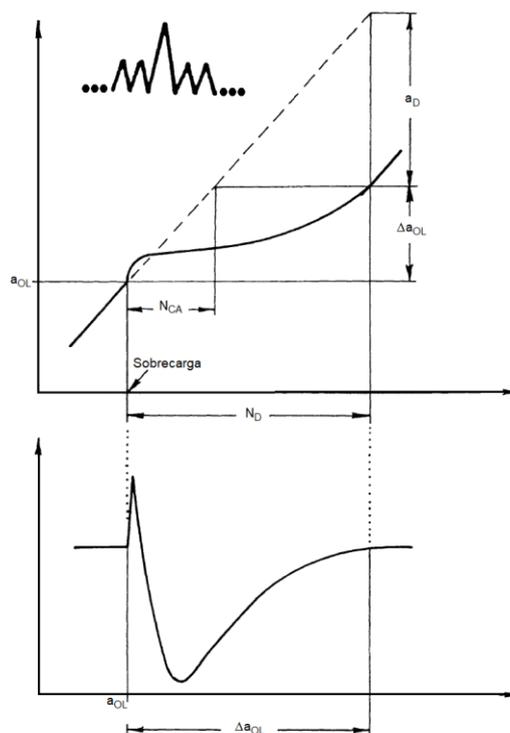


Figura 1 - Esquema do atraso no retardo após uma sobrecarga [6].

O retardo na taxa de propagação varia em função dos parâmetros  $\{K_{max}$  e  $\Delta K\}$  do ciclo e da sobrecarga, do tipo de material, da geometria do corpo de prova, e do ambiente. Com relação a amplitude da sobrecarga, de uma forma geral, quanto mais alta em relação a amplitude do ciclo mais evidente se torna o retardo [11]. O número de ciclos nos quais a taxa é retardada ( $N_D$ ) e a extensão da região do retardo ( $\Delta a_{OL}$ ) aumentam com o aumento da sobrecarga ao mesmo tempo em que há redução do valor da taxa de propagação mínima. No limite o aumento na amplitude da

sobrecarga pode levar a trinca a parar a propagação como relatado em [8]. Com relação ao material, o aumento da resistência mecânica reduz o efeito do retardo [6, 16].

O mesmo ocorre ao aumentar a espessura do corpo de prova. Segundo Fleck [12], para um mesmo carregamento ( $\Delta K$ ,  $K_{max}$ ) corpos de prova de maior espessura apresentaram menor retardo em ensaios de propagação de um aço estrutural. Geary [22] também reporta maior retardo presente em amostras de menor espessura em ligas de alumínio e em aços, e diz que em condições de deformação plana, a espessura apresentou pouca influência no efeito do retardo.

A aplicação de um bloco de sobrecargas induz mais rapidamente o retardo e possui um efeito mais severo que a aplicação de um único evento [6, 18, 22]. Resultado semelhante foi relatado para um bloco de carregamento do tipo alto-baixo [10].

No caso de sobrecargas periódicas, o espaço entre sucessivas sobrecargas possui uma clara importância na determinação do comportamento do retardo uma vez que sobrecargas aplicadas próximas umas das outras interagem. Conforme relatado por Geary [22], resultados em ligas de alumínio 7075 mostraram que o máximo retardo ocorreu quando sobrecargas foram aplicadas em uma periodicidade igual a metade do número de ciclos associado ao retardo de uma única sobrecarga. Acelerações na taxa de crescimento foram verificadas quando as sobrecargas foram separadas por três ou menos ciclos.

Eventos únicos e periódicos de subcargas compressivas foram objeto de análise em ligas de alumínio e aço [22, 24], e geraram acelerações na taxa de propagação da trinca. Em outro estudo utilizando ligas de alumínio-lítio, reportado em [7], subcargas foram aplicadas em trincas que estavam paradas pelo limiar de propagação ( $\Delta K_{th}$ ). Isso causou a propagação da trinca mesmo mantendo a gama do carregamento dentro do limiar de propagação.

Carregamentos combinados de sobrecargas e subcargas também têm sido avaliados em diversos estudos [6-7, 11, 13-14, 22]. Uma subcarga aplicada imediatamente após uma sobrecarga reduz mais o retardo que a subcarga aplicada imediatamente antes da sobrecarga [6]. Dependendo do número de ciclos de amplitude constante, da gama do fator de intensidade de tensão aplicados entre a sequência de sobrecarga-subcarga e do material o efeito pode ser uma aceleração,

retardo ou até mesmo apresentar uma taxa de crescimento semelhante a um ciclo de amplitude constante.

Uma investigação sobre o efeito de um único evento da sequência sobrecarga-subcarga foi realizada para a liga de alumínio 2024-T3 sob condição de tensão plana [22]. Os resultados mostraram que o retardo cresceu com o aumento da amplitude da sobrecarga e com a redução da amplitude da subcarga. Os eventos de subcarga reduziram a efetividade dos eventos de sobrecarga no retardo.

Propriedades mecânicas do material também influenciam o efeito do carregamento sobre a taxa de propagação das trincas de fadiga. O aumento da resistência ao escoamento do material torna o comportamento do retardo parecido com o de um corpo de prova espesso [7]. Quanto maior a resistência ao escoamento mais rapidamente a taxa de crescimento da trinca atinge seu patamar mínimo e mais curto se torna o efeito do retardo.

A microestrutura de muitas ligas influencia o comportamento da propagação da trinca de fadiga em altas taxas de crescimento próximo da tenacidade a fratura dos materiais, e em baixas taxas de crescimento próximo do limiar de propagação. A influência da microestrutura na propagação de trinca sob CAVs foi investigada em ligas de alumínio da série 7000 e ligas de titânio [22]. Foi verificado que materiais de granulação grosseira apresentaram períodos de retardo mais longos quando comparados aos materiais de granulação fina. Esse efeito foi mais proeminente em carregamentos com gama do fator de intensidade de tensão mais baixo.

## **2.2.Mecanismos Indutores dos Efeitos de Sequência**

Os efeitos observados na propagação das trincas de fadiga relacionados à sequência do carregamento podem ser causados por diversos mecanismos que não são necessariamente exclusivos ou independentes [3, 6-7, 62]. Os principais mecanismos indutores de retardos e/ou acelerações na taxa de crescimento das trincas são: o fechamento que pode ser induzido por plasticidade, oxidação, rugosidade e transformação de fase – atua na superfície da trinca, antes de sua ponta. O cegamento, o dobramento e/ou a bifurcação atuam na ponta da trinca. As tensões ou deformações residuais e endurecimento do material por deformação plástica atuam no ligamento residual, i.e. à frente da ponta da trinca.

Alguns ou todos esses mecanismos podem atuar simultaneamente, e a importância relativa de cada um deles depende de diversos fatores, dentre eles os tamanhos da trinca e da peça, o estado de tensões predominante na ponta da trinca, a gama e o máximo da carga, o número de ciclos do evento indutor do efeito de sequência, a microestrutura do material e o meio ambiente [3, 62]. Mas, para fins de desenvolvimento de modelos de previsão de vida residual, é mais fácil identificar e considerar apenas o mecanismo dominante [4].

O cegamento caracteriza-se pelo aumento do raio da ponta da trinca devido a deformação plástica causado pela aplicação de uma sobrecarga. A alteração da geometria da trinca e da distribuição do campo de tensões atuantes na vizinhança da sua ponta afeta a propagação. O aumento do raio reduz o fator de concentração de tensão e o retardo subsequente à sobrecarga poderia ser associado ao número de ciclos requeridos para afiar novamente a ponta da trinca [4, 7]. O cegamento afetará a propagação até que o incremento da trinca seja da ordem do raio gerado na sobrecarga [4]. Esses efeitos podem ser importantes para sobrecargas de alta magnitude aplicadas em materiais dúcteis [12, 28]. Mas como mesmo as trincas cegas tem  $K_I$ s muito altos, e como esse mecanismo não prevê acelerações imediatas após sobrecarga observada em alguns casos [6, 9-10, 12], nem efeitos de sequência que duram além da escala de comprimento do raio da ponta da trinca, pode-se esperar que o cegamento seja um mecanismo de sequência de pouca importância na maioria dos casos práticos.

Já a deflexão ou dobramento e em particular a bifurcação, mecanismos que também atuam na ponta da trinca, podem provocar retardos significativos ou até mesmo a parada da trinca. A sobrecarga pode induzir um desvio da trajetória da trinca gerando localmente condições mistas de propagação mesmo se a carga atua globalmente em modo I. Dessa forma os valores locais dos fatores de intensidade de tensão em modo misto podem ser menores que o fator de intensidade de tensão da trinca reta de mesmo tamanho projetado perturbando sensivelmente sua propagação subsequente [3, 8, 28, 63-64]. De acordo com Suresh [28] o desvio de trajetória devido à sobrecarga pode reduzir o fator de intensidade de tensão efetivo em até 19% e, no caso de uma bifurcação, essa redução pode ser de até 35%. Contudo, embora importantes, esses mecanismos não são suficientemente gerais e nem capazes de explicar o comportamento genérico observado na propagação em amplitude variável [4].

As tensões residuais à frente da ponta da trinca também podem gerar efeitos de sequência da carga como atestam alguns autores [4, 7, 16, 22, 49]. Ao ocorrer o descarregamento após a aplicação de uma sobrecarga são geradas tensões residuais compressivas em uma pequena região a frente da ponta da trinca. De acordo com medições o tamanho dessa região é sempre maior após uma sobrecarga do que antes dela, e que o valor das tensões residuais é cerca da tensão de escoamento do material [22].

Assim, a zona plástica monotônica induzida por  $K_{max}$ , gerada pela carga aplicada após a sobrecarga, é menor que a gerada pelo mesmo carregamento aplicado antes da sobrecarga. Essa diferença no tamanho da zona plástica ocorre por causa do campo de tensões residuais compressivas deixado pela sobrecarga prévia, que reduz as tensões locais máxima e mínima. Como o  $K_{max}$  também é força motriz na propagação, mesmo sem, em tese, afetar o  $\Delta K$ , as tensões residuais têm potencial de afetar a propagação [4, 7]. Como confirmado por Davidson e Hudak Jr [11], através de medições do campo de deslocamentos a frente da trinca na propagação sob CAV, a redução no tamanho da zona plástica implica na redução da taxa de propagação.

Drew e Thompson [16] confirmaram a importância das tensões residuais compressivas na propagação de trincas de fadiga em aços estruturais. Eles verificaram que o retardo após aplicação de uma sobrecarga desapareceu completamente nos experimentos em que o corpo de prova foi submetido a um tratamento térmico de alívio de tensões imediatamente, após aplicação da sobrecarga.

O fechamento induzido por rugosidade é outro um mecanismo capaz de explicar efeitos de sequência. Pequenos deslocamentos em modo II após a aplicação de uma sobrecarga, associados ao perfil irregular (rugosidade) da superfície da trinca, são capazes de reduzir do  $\Delta K$  efetivo devido ao contato prematuro das superfícies de fratura, mesmo sob cargas em modo I puro [4, 28]. Contudo, esse mecanismo não inicia o processo de retardo após sobrecarga, mas apenas prolonga a atenuação na propagação. Assim, ele sempre estará associado a um mecanismo produza uma condição de propagação próxima ao estágio I como: as tensões residuais compressivas, a deflexão ou bifurcação da trinca ou até mesmo o fechamento induzido por plasticidade [28].

O mecanismo mais difundido na modelagem da propagação de trincas sob CAV é o fechamento da trinca induzido por plasticidade proposto por Elber [6-7, 29]. Ele identificou o fechamento de uma trinca sob carga de tração ao medir a variação de rigidez de uma placa parcialmente trincada, e atribuiu esse fenômeno à deformação plástica residual tratativa deixada nas faces das trincas, uma vez que ocorre apenas a recuperação elástica após a separação das faces.

Nas trincas descarregadas, essa esteira de deformação plástica encontra-se sob tensão residual compressiva em função do restante da peça se comportar de forma elástica. As tensões residuais compressivas tendem a comprimir a esteira plástica que envolve as faces das trincas de fadiga forçando seu fechamento quando descarregadas. Dessa forma, ao recarregar a peça trincada é preciso primeiro aliviar a compressão transmitida através das faces das trincas fechadas que só abrem totalmente em uma carga de abertura  $K_{op} > 0$ . Elber [30] assumiu que apenas parte do carregamento acima de  $K_{op}$  poderia propagar as trincas por fadiga e, que as variações na carga de abertura durante a propagação sob CAV seriam responsáveis pelos efeitos de sequência do carregamento.

De fato, o fechamento elberiano é capaz de explicar muitos efeitos observados na propagação sob CAV [7] e, talvez por isso, tenha se tornado o tema mais estudado na propagação de trincas de fadiga. Vasudevan *et al.* [27] fizeram em 1994 um levantamento da quantidade de publicações apenas sobre medições das cargas de abertura e seus efeitos na propagação, e encontraram mais de 1000 artigos. Devido a sua atual relevância na modelagem da propagação das trincas de fadiga sob CAV, uma fração dessas publicações será avaliada na sequência desse capítulo.

### **2.3.Carga de Abertura da Trinca e o $\Delta K_{eff}$**

Elber identificou o fechamento da trinca de fadiga a quase 50 anos atrás através de medições de variações de rigidez em placas trincadas por fadiga [29]. Suas medidas claramente identificaram a necessidade de um fator de intensidade de tensão requerido para abrir completamente a trinca de fadiga –  $K_{op} > 0$ . Ele relacionou esse fenômeno à esteira de deformações plásticas residuais tratativas que sempre envolvem as faces de uma trinca de fadiga. Essa contribuição foi importante para o entendimento de algumas particularidades do comportamento da propagação de uma trinca de fadiga e, até o momento, não existe dúvida quanto à existência do

fechamento da trinca. De fato, é bem conhecido que as trincas de fadiga abrem e fecham gradualmente como pode ser verificado pelas fotografias publicadas por Williams et al. reproduzidas na figura 2 [53]. Nessa figura verifica-se a abertura e fechamento paulatino da trinca durante um ciclo de carregamento.

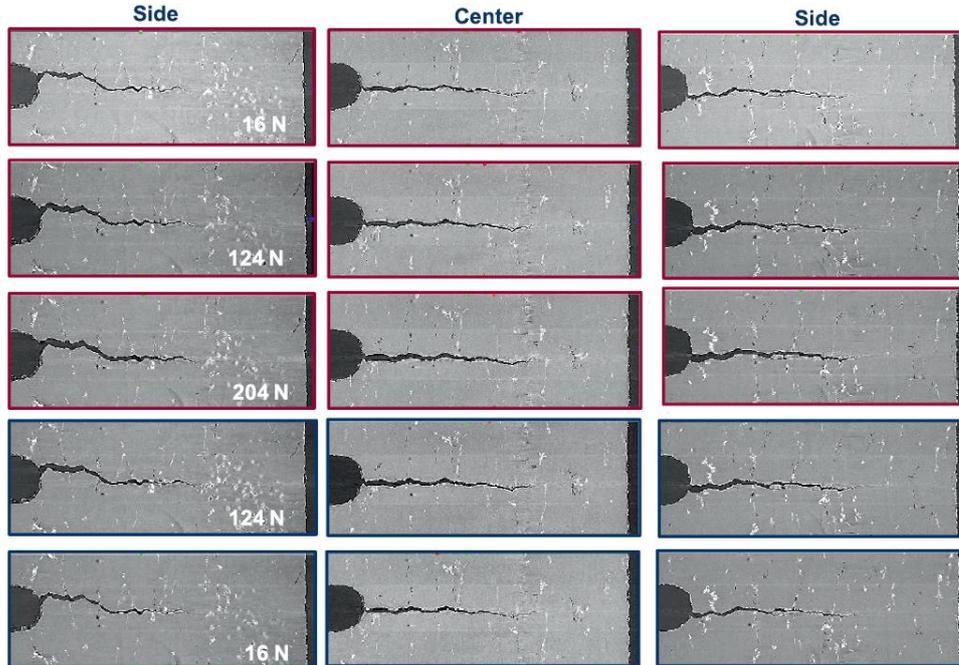


Figura 2 - Comportamento da trinca de fadiga em um ciclo de carga [53].

Muito embora não haja dúvida sobre a existência do fechamento das trincas de fadiga, o mesmo não pode ser dito sobre a sua real importância para a propagação. Elber assumiu em 1971 que trincas de fadiga não poderiam crescer enquanto suas pontas estivessem parcialmente fechadas [30]. Assim, ele supôs que a parte do carregamento com  $K < K_{op}$  não poderia induzir qualquer dano adicional a trinca. Com isso, ele postulou que a força motriz real para a propagação da trinca de fadiga seria  $\Delta K_{eff}$ . Para justificar essa hipótese, Elber ajustou dados de taxa de propagação medidos sob  $\Delta K$  constante na liga de alumínio 2024-T3 utilizando as regras de Forman, Paris-Erdogan e por sua regra:  $da/dN = C\Delta K_{eff}^m$ , obtendo erros *rms* de 28, 27 e 21 respectivamente. Esse ajuste ligeiramente melhor para sua regra foi então utilizado para sustentar sua hipótese de que  $\Delta K_{eff}$  seria a força motriz da propagação (ao invés dos pares  $\{\Delta K, R\}$  ou  $\{\Delta K, K_{max}\}$  usados por Forman e outros). Contudo um ajuste de dados não pode ser usado como uma prova científica, especialmente tendo resultados tão similares e uma amostra limitada de dados [65].

A ideia de que  $\Delta K_{eff}$  seria a força motriz da propagação é interessante e pode de fato explicar, pelo menos de forma qualitativa, muitos efeitos induzidos por

CAVs. Além disso, como o fechamento da trinca é um fenômeno que pode ser medido usando a técnica empregada pelo Elber ou por outras que foram desenvolvidas após seu trabalho pioneiro, as previsões feitas usando  $\Delta K_{eff}$  podem e devem ser experimentalmente verificadas. De qualquer forma, o ponto chave por trás dessa hipótese é que o material à frente da ponta da trinca não pode sofrer nenhum dano a fadiga com cargas abaixo de  $K_{op}$ , nem durante o carregamento nem durante o descarregamento. Essa hipótese assume que o fechamento da trinca protege completamente o material à frente da trinca de qualquer deformação adicional. A figura 3 apresenta um esquema do comportamento esperado para as deformações em um ponto à frente da ponta da trinca durante um ciclo de carga  $P_{min} \rightarrow P_{max} \rightarrow P_{min}$ , com a carga mínima acima de zero. Na condição em que não há fechamento da trinca (figura 3a), um comportamento elástico é esperado no carregamento inicial de  $A \rightarrow B$ , seguido por deformação plástica na porção do carregamento de  $B \rightarrow C$ . No descarregamento, é esperado um comportamento inicial elástico no trecho de  $C \rightarrow D$ , seguido por deformação plástica compressiva quando as tensões dentro da zona plástica monotônica ( $p_z$ ) alcançam a resistência ao escoamento do material na compressão, iniciando a formação da zona plástica reversa ( $p_{z,r}$ ) até o ponto de carga mínima (ponto E).

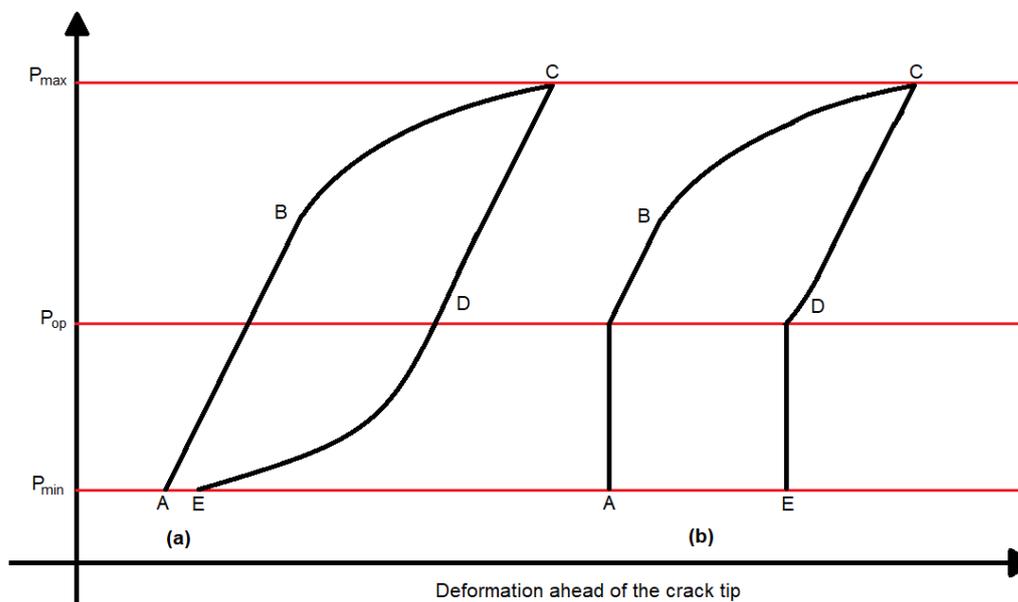


Figura 3 - Esquema (a) sem (b) com efeito de proteção da ponta da trinca.

Se o fechamento da trinca pode de fato proteger completamente sua ponta, como proposto por Elber, durante o carregamento da peça trincada não deveria existir qualquer deformação a frente da trinca até que a carga aplicada atingisse a

carga de abertura da trinca  $P_{op}$ , como esquematizado na figura 3b. O inverso deveria ocorrer durante o descarregamento, com a deformação cessando após a carga reduzir para valores abaixo da carga de fechamento da trinca (por simplicidade considerada igual a carga de abertura na figura 3b). Porém, se a figura 3a reproduz melhor que a figura 3b a deformação medida em um ponto à frente da trinca, isso significa que o fechamento da trinca não protege completamente a trinca como proposto por Elber. De fato, a parte do ciclo abaixo de  $P_{op}$  iria contribuir para o seu dano à fadiga, que é proporcional à gama de deformação plástica  $\Delta\varepsilon$ . Essa contribuição é especialmente importante durante o descarregamento, quando a zona plástica reversa está em formação.

Sob essa ótica, os próprios resultados apresentados por Elber [30] podem ser usados para questionar sua hipótese do  $\Delta K_{eff}$ . A figura 4 apresenta seus resultados de tensão aplicada versus deslocamentos antes, durante e após uma sobrecarga (OL), medidos por um extensômetro tipo “clip gage” instalado à frente da ponta da trinca. Os círculos representam o ponto de abertura da trinca, logo há deslocamentos medidos no material abaixo da carga da abertura da trinca, tanto durante a parte do carregamento quanto no descarregamento do ciclo. Consequentemente, o material estava sendo deformado abaixo de  $K_{op}$ , logo não estava completamente protegido da ação da carga após o fechamento da ponta da trinca.

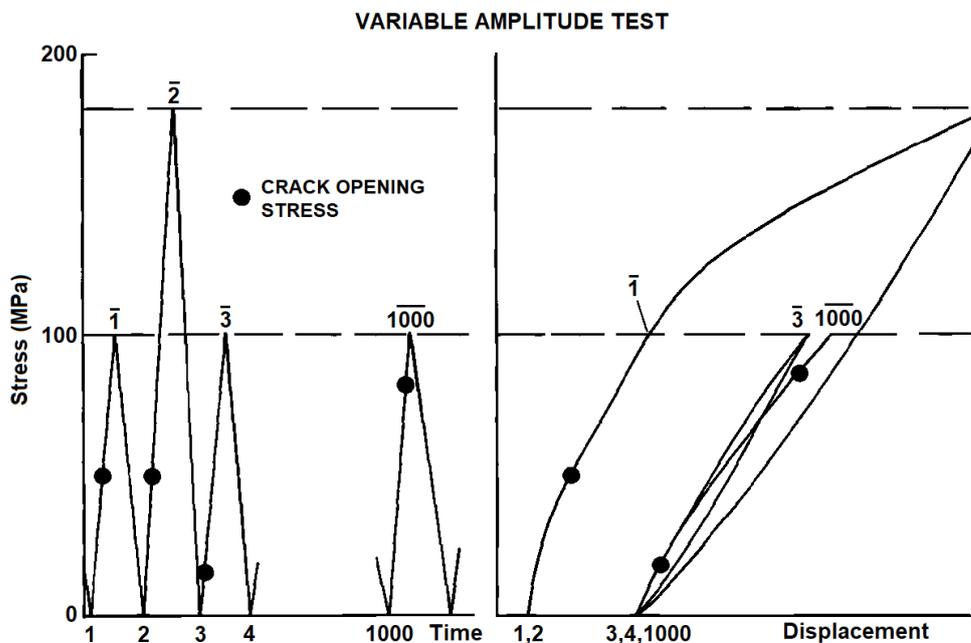


Figura 4 - Tensão de abertura e deslocamentos à frente da trinca [30].

## 2.4. Correlação entre Taxa de Propagação e $\Delta K_{eff}$

James e Knott [66] investigaram o limiar de propagação intrínseco para o aço Q1N temperado e revenido, medindo as cargas de abertura da trinca e taxas de propagação em corpos de prova de flexão de quatro pontos. Eles removeram por eletro-erosão parte da esteira de deformação plástica deixada nas superfícies da trinca durante sua propagação, examinando a influência do tipo de bloco de carregamento empregado para ensaios de levantamento de limiar de propagação (carga decrescente e carga crescente) sobre a extensão do fechamento da trinca. Após alcançar o limiar em um teste com  $R = 0,35$ , eles identificaram 1,2mm de extensão do fechamento na superfície da trinca. Parte dessa região foi removida da peça deixando apenas 0,5mm da esteira da deformação plástica imediatamente atrás da ponta da trinca. Após recomençar o teste aplicando o mesmo carregamento, eles verificaram que a taxa de propagação foi maior e a carga de fechamento da trinca foi menor que os medidos nos ciclos prévios conforme mostrado na Figura 5.

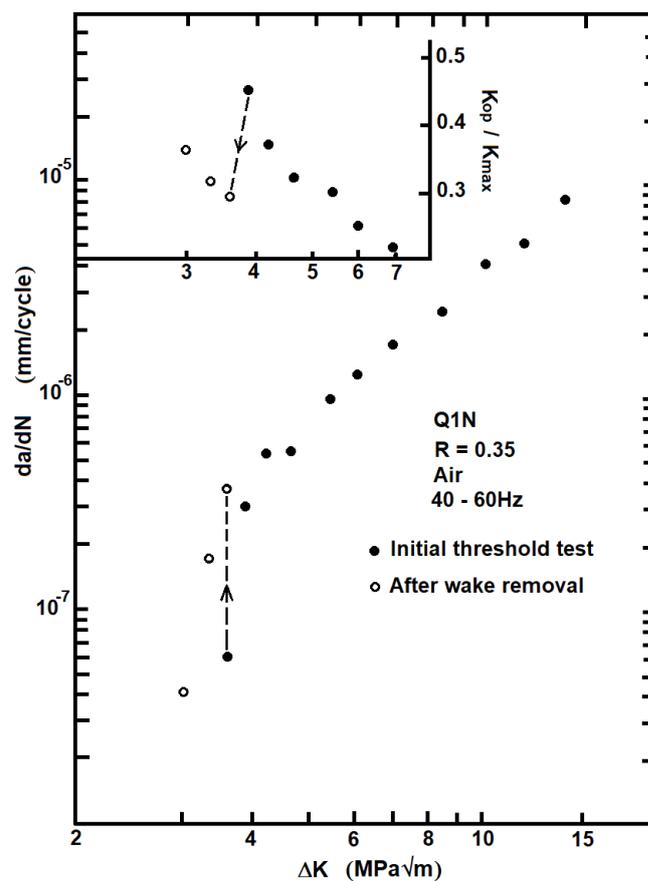


Figura 5 - Efeito da remoção da esteira de deformação plástica [64].

O aumento na taxa de propagação após a remoção da esteira de deformação plástica é uma evidência clara de como a carga de abertura pode influenciá-la, porém os autores infelizmente não apresentaram a correlação dos dados em termos do  $\Delta K_{eff}$ . Esse é o ponto mais importante, mesmo quando o fechamento da trinca existir e puder afetar as taxas de propagação, a questão que de fato importa é se sua magnitude possui o efeito assumido quando se usa o  $\Delta K_{eff}$  na modelagem.

Dessa forma será apresentado um pequeno, porém representativo, conjunto de resultados para discussão do real papel do  $\Delta K_{eff}$  na propagação da trinca de fadiga. Inúmeros autores testaram a hipótese de Elber, mas a maioria deles infelizmente com o objetivo apenas de reafirmar sua ideia, ao invés de buscar o entendimento da real influência do fechamento da trinca na sua propagação. Como exemplo, von Euw et al. [9] testaram o alumínio 2024-T3 em corpos de prova tipo C(T) de 3,2mm de espessura para analisar o efeito de aplicação de sobrecargas na taxa de propagação. Usando a regra de propagação e a equação empírica proposta por Elber para estimar a carga de abertura  $da/dN = C[(0,5 + 0,4R)\Delta K]^n$  os autores concluíram que  $\Delta K_{eff}$  foi a força motriz da propagação da trinca devido à razoável correlação com seus dados experimentais. Contudo, uma vez que um bom desempenho em ajuste de dados não pode constituir uma prova científica, essa conclusão é certamente questionável já que a carga de abertura real não foi medida.

Hertzberg et al. [24] testaram corpos de prova tipo C(T) de 7 mm de espessura da liga de alumínio Al-Cu-0.7Si e do aço 4340 com 9 mm de espessura com objetivo de avaliar o efeito do acréscimo da carga de abertura na taxa de propagação, usando calços colocados entre as faces da trinca. Eles testaram três espessuras de calços sendo 50, 75 e 100 $\mu$ m, obtendo aumento na carga de abertura ( $K_{op}$ ) de 13% para 30%, 50% e 93% do  $K_{max}$  respectivamente, para os corpos de prova de alumínio. Nessas três condições as taxas reduziram por um fator de 1,2, 2,7 e 4,7. Porém, se a redução fosse realmente causada pela diminuição do  $\Delta K_{eff}$ , as taxas deveriam ter reduzido por um fator de 16, 27 e 800 respectivamente e não pelos valores apresentados pelos autores. Resultados similares foram encontrados para o aço 4340.

As taxas de propagação estimadas com base nas medições de  $K_{op}$  conduziram a previsões não-conservativas para esses testes. Essa evidência experimental indica que, ao contrário da hipótese de Elber, a carga de abertura afeta, mas não elimina o

dano a fadiga abaixo de  $K_{op}$ . Porém, os autores não questionaram a validade da hipótese de Elber, e atribuíram diferença entre as taxas de propagação medida e prevista a possíveis erros produzidos pelo método empregado na medição da carga de abertura, colocando em dúvida os seus próprios resultados experimentais.

Os autores usaram um extensômetro montado na boca da trinca para medição da carga de abertura, um método de campo distante. Medições de carga de abertura em campo distante algumas vezes são questionadas pela possibilidade de resultar em valores de carga de abertura menores que aqueles medidos em campo próximo [9, 26], embora alguns autores não reportam nenhuma diferença significativa nos valores da carga de abertura quando utilizando ambos os métodos [10, 57-58]. De qualquer forma, a medição em campo próximo poderia resultar em valores de carga de abertura ainda maiores que os medidos pelos autores, o que representaria uma diferença na taxa de propagação maior do que o relatado.

Nesse mesmo trabalho, os autores também mediram a taxa de propagação e níveis de carga de abertura após a aplicação de uma subcarga compressiva seguida pela aplicação de um carregamento de amplitude constante ( $\Delta K$  e  $R$  fixos). Os resultados apresentados na figura 6 mostram que a taxa de propagação estabilizou após um incremento na trinca entre 2 e 3mm a partir do ponto de aplicação da subcarga. Mas a carga de abertura estabilizou apenas após a trinca crescer entre 9 e 10mm. Assim, após crescer cerca de 3mm a taxa de propagação se manteve essencialmente constante sob uma condição de  $\Delta K_{eff}$  variável. Essa é outra forte evidência contra a hipótese de Elber, porém não explorada pelos autores.

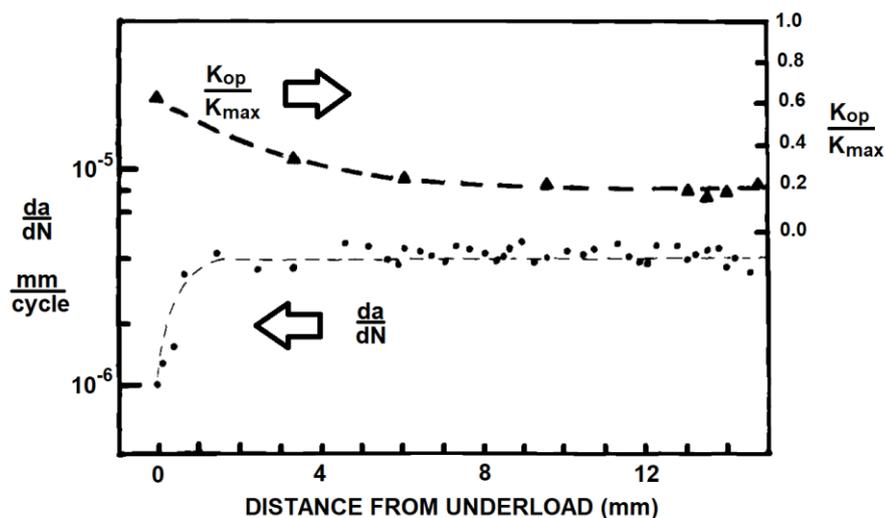


Figura 6 - Propagação e carga de abertura após uma subcarga [24].

Fleck [12] mediu taxas de propagação e cargas de abertura antes e após a aplicação de sobrecarga em corpos de prova tipo C(T) do aço de baixa resistência BS4360 50B. Os corpos de prova possuíam duas espessuras, sendo 3mm e 24mm de forma a propagar a trinca sob condição de tensão e deformação plana. Os ensaios foram conduzidos sob condição de  $\Delta K$  e  $R$  constantes. Extensômetros na boca da trinca, na face traseira do corpo de prova, bem como na superfície da trinca 2,5mm atrás de sua ponta, foram utilizados para medir a carga de abertura. A figura 7 apresenta os resultados das taxas de propagação e a figura 8 as cargas de abertura, essa indiretamente representada pela razão de fechamento ( $U$ ) proposta por Elber,  $U = (K_{max} - K_{op}) / (K_{max} - K_{min})$ . Nos corpos de prova de 24mm,  $K_{op}$  reduziu para valores próximos de  $K_{min}$  ( $U \approx 1$ ) imediatamente após aplicação da sobrecarga, mas sem apresentar um aumento proporcional na taxa de propagação. Para essa espessura,  $K_{op}$  reduziu gradualmente para incrementos de trinca entre 2mm e 8mm, mas a taxa de propagação se manteve aproximadamente constante sob condição de  $\Delta K_{eff}$  variável.

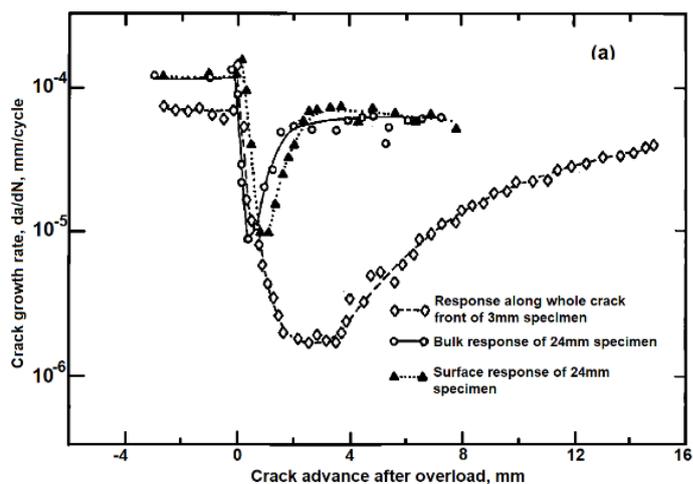


Figura 7 - Medição da taxa de propagação [12].

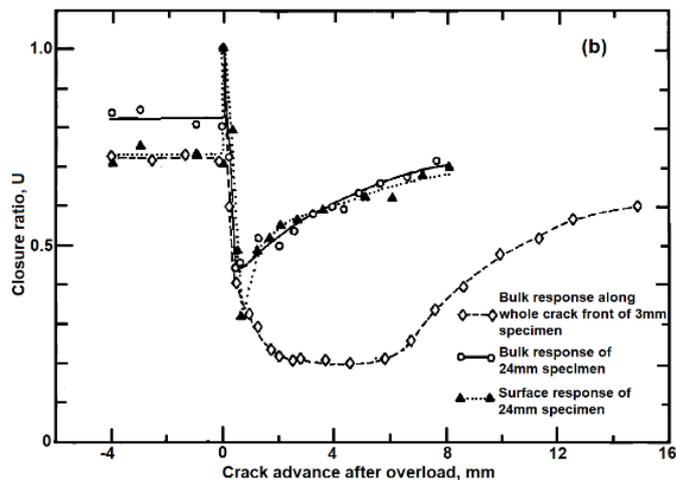


Figura 8 - Medição da carga de abertura [12].

Nos corpos de prova de 3mm,  $K_{op}$  permaneceu constante entre 2mm e 6mm de incremento de trinca, mas a taxa de propagação começou a aumentar antes de 4mm de incremento. Assumindo que essas medições estão coerentes, lembrando que Fleck mediu carga de abertura utilizando três métodos distintos, esses dados indicam que o  $\Delta K_{eff}$  não foi o parâmetro controlador da propagação. Porém, o autor atribuiu a inabilidade da carga de abertura em explicar o comportamento da taxa de propagação ao chamado “fechamento descontínuo”. De acordo com o autor uma espécie de “corcova” de material deformado é criada pela aplicação da sobrecarga, a qual se torna o ponto de primeiro contato entre as superfícies da trinca ao longo da propagação subsequente. Essa porção do material atuaria como uma mola, permitindo deslocamentos cíclicos a frente da trinca abaixo de  $K_{op}$ . Portanto a gama do FIT que realmente carrega a ponta da trinca seria maior que aquele indicado pelas medições de  $K_{op}$  e, por consequência, as taxas seriam mais elevadas que as previstas pelo  $\Delta K_{eff}$ .

Testando corpos de prova tipo C(T) de 12mm de espessura do aço A542/2 2,25Cr1Mo sob condição de deformação plana e carregamento de amplitude constante ( $\Delta K = 10MPa\sqrt{m}$  e  $R = 0,7$ ), Castro et al. [8] relataram retardo significativo após a aplicação de uma sobrecarga de 50% ( $K_{OL} = 1,5 \cdot K_{max}$ ) como mostrado na figura 9. Porém, devido ao elevado  $R$  usado nos testes, a trinca permaneceu aberta antes e após a aplicação da sobrecarga ( $K_{min} > K_{op}$ ) como provam o comportamento linear das medições de flexibilidade apresentadas na figura 10. Uma vez que  $\Delta K_{eff} = \Delta K$  antes e após a aplicação da sobrecarga nesses testes, os efeitos de memória não podem ser explicados pelo mecanismo de fechamento

induzido por plasticidade proposto por Elber, simplesmente porque não se observa fechamento nem antes nem após a sobrecarga.

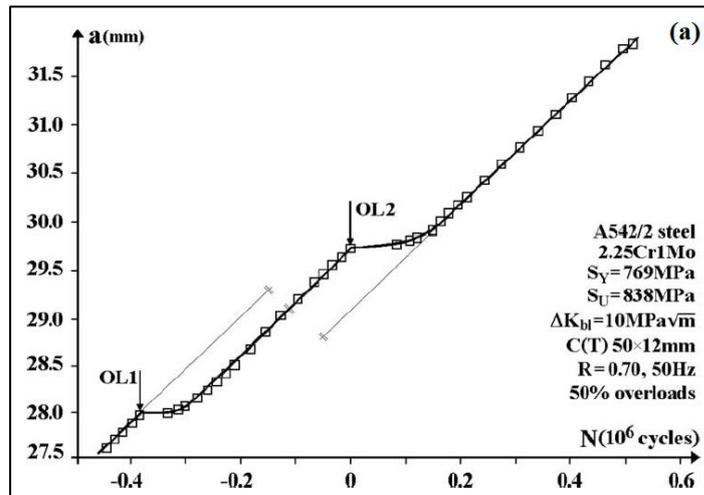


Figura 9 - Propagação da trinca antes e após a sobrecarga [8].

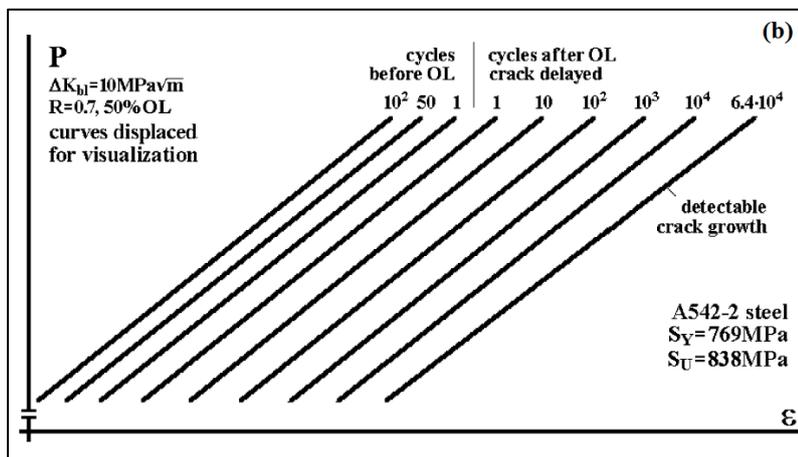


Figura 10 - Flexibilidade antes e após a sobrecarga [8].

Testes de propagação em tensão e deformação plana foram conduzidos em DC(T) do aço SAE 1020 com 2mm e 30mm de espessura, sob  $\Delta K$  e  $K_{max}$  fixos ao longo de todo o ensaio, vide as figuras 11 e 12. Durante a propagação as cargas de abertura foram medidas redundantemente por métodos de medição de flexibilidade em campo próximo e distante [57], e por correlação digital de imagem (DIC) [58]. Esses métodos independentes resultaram em cargas de abertura quase idênticas em todos os ensaios. Em ambas as espessuras (figuras 11 e 12) a carga de abertura reduziu continuamente à medida em que a trinca de fadiga avançou. Consequentemente aumentou o correspondente  $\Delta K_{eff}$ , enquanto a taxa de propagação se manteve aproximadamente constante em ambos ensaios. Assim, esses resultados certamente indicam que o comportamento da taxa de propagação não foi controlado pelo  $\Delta K_{eff}$  nesses experimentos.

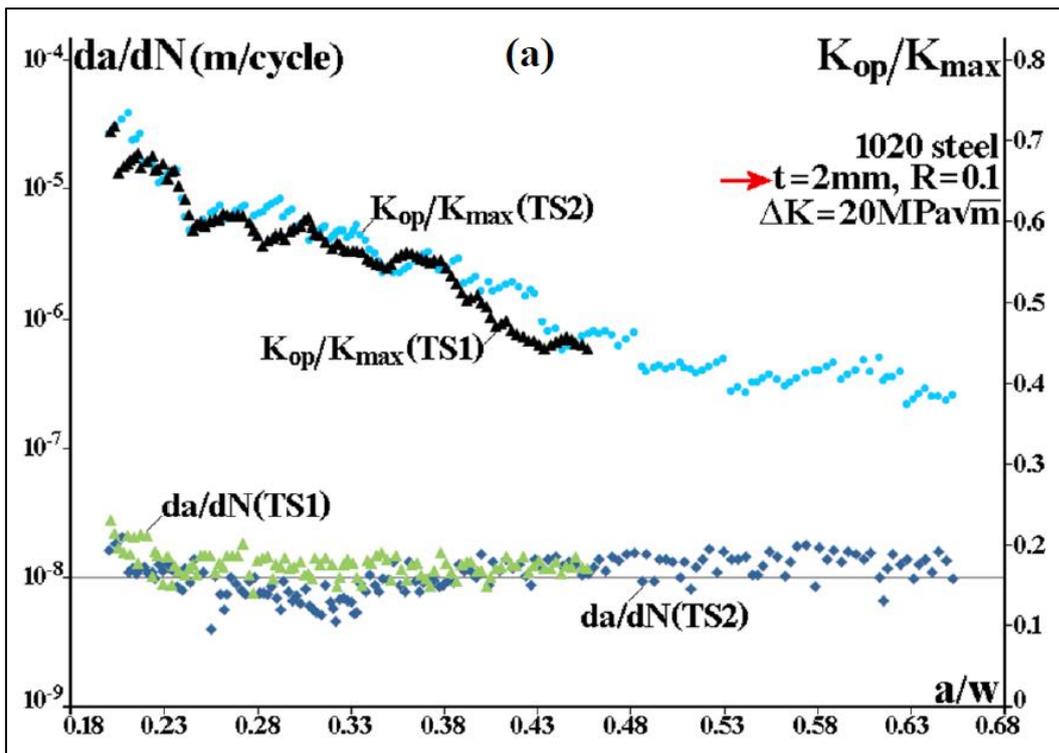


Figura 11 - Propagação e carga de abertura em DC(T)s de 2mm [58].

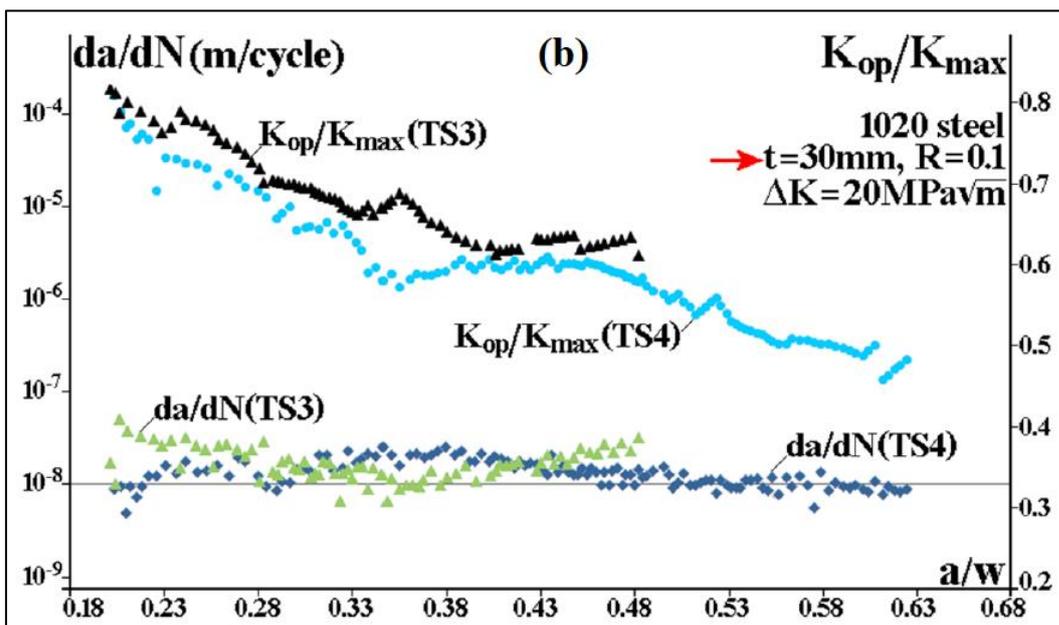


Figura 12 - Propagação e carga de abertura em DC(T)s de 30mm [58].

A taxa mínima de propagação da trinca após a aplicação de uma sobrecarga foi observada por Davidson e Hudak [11] em corpos de prova do alumínio 7091-T7E69 após incrementos de trinca entre  $pz/8$  e  $pz/4$ , uma evidência do atraso do retardo de acordo com os autores. De fato,  $K_{op}$  deveria reduzir imediatamente após aplicação da sobrecarga, a qual cega sua ponta, aumentando localmente o  $\Delta K_{eff}$  e acelerando as taxas de propagação da trinca. Dessa forma o retardo normalmente

causado pela aplicação de uma sobrecarga não ocorreria de forma imediata, como mostrado nesse referido artigo.

A figura 13 mostra resultados de taxa de propagação e  $\Delta K_{eff}$  (medidos em um microscópio eletrônico de varredura) em função do incremento de trinca ( $\Delta a$ ), antes e após a aplicação da sobrecarga  $\Delta K_{OL}/\Delta K = 2.85$ . Na figura 14 resultados similares são apresentados para uma condição em que uma subcarga é aplicada após a sobrecarga. Percebe-se na figura 13 que mesmo com o aumento do  $\Delta K_{eff}$  observado imediatamente após a sobrecarga, a taxa de propagação correspondente reduziu imediatamente.

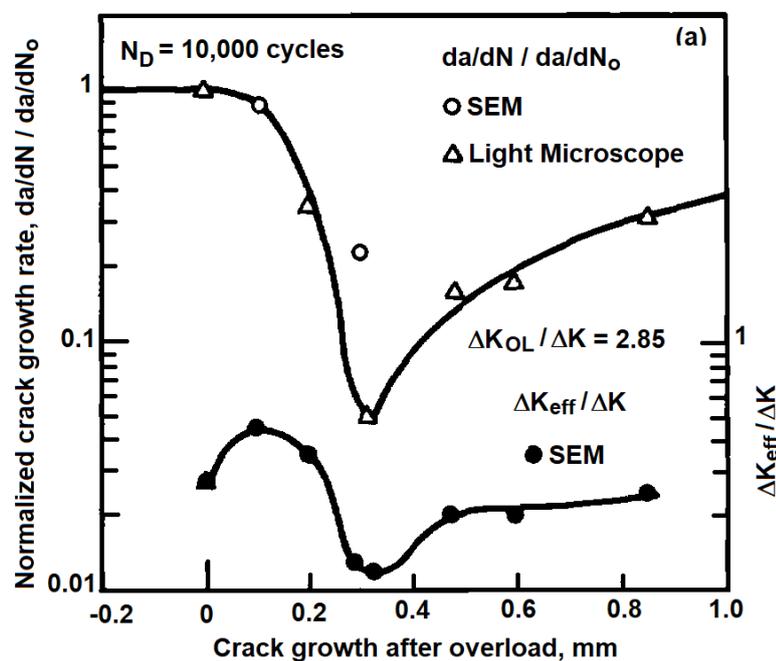


Figura 13 - Propagação e  $\Delta K_{eff}$  para um evento de sobrecarga [11].

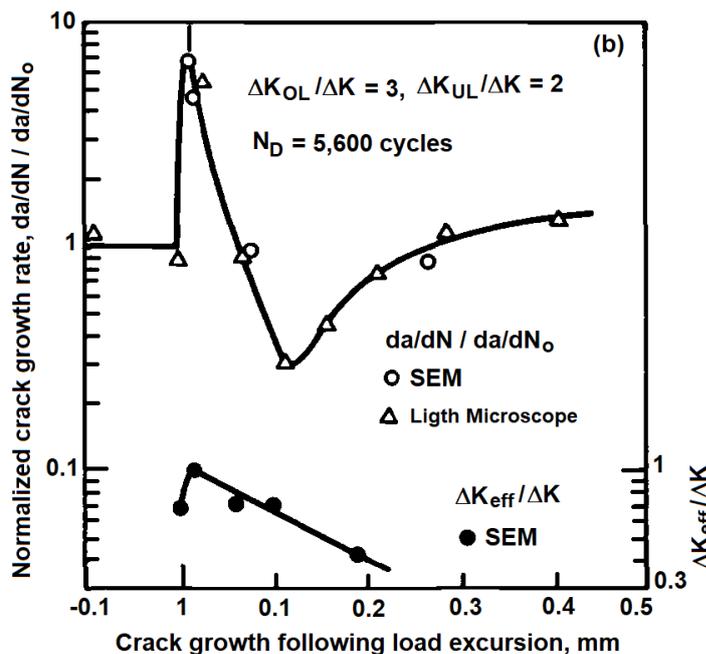


Figura 14 - Propagação e  $\Delta K_{eff}$  para a sequência sobrecarga/subcarga [11].

De acordo com os autores, os deslocamentos residuais a frente da trinca após uma sobrecarga são usualmente de tração e as faces da trinca permanecem abertas por até vários milímetros atrás de sua ponta. Essas medições de deslocamento residual confirmam a causa para a redução da tensão de abertura da trinca após um evento de sobrecarga. Por outro lado, quando a sobrecarga é seguida por uma subcarga, como mostrado na figura 14, a taxa de propagação aumentou cerca de 8 vezes imediatamente após a sobrecarga. Para correlacionar o aumento da taxa de propagação com o  $\Delta K_{eff}$ , o expoente  $m$  da regra  $da/dN = C\Delta K_{eff}^m$  deveria ser de 5,83. Os autores não reportaram o valor desse expoente, mas uma estimativa média considerando 54 ligas de alumínio da série 7xxx é de 3,2 [3]. A figura 14 também apresenta uma redução contínua nos valores subsequentes de  $\Delta K_{eff}$ , mas com um aumento na taxa de propagação para incrementos de trinca maiores que 0,1mm. Uma subcarga compressiva aumenta a reversibilidade dos deslocamentos durante o descarregamento e diminui os deslocamentos residuais a frente da ponta da trinca com um respectivo aumento na deformação plástica compressiva.

Toyosada and Niwa [54] consideraram que trincas de fadiga podem crescer apenas quando novas deformações plásticas são induzidas a frente de suas pontas. Eles propuseram um método para medir a carga que tende a começar a formação de novas deformações plásticas de tração durante testes de propagação no aço SM-41B, com corpos de prova de 10mm de espessura. Eles mostraram que gamas do fator de

intensidade de tensão relacionadas aos limiares de propagação não geram novas deformações plásticas cíclicas e, portanto, não causam dano. Eles também verificaram que a correlação entre taxa de propagação e  $\Delta K_{eff}$  não foi linear em toda a faixa da propagação na curva log-log. Essa seria uma evidência de que o limiar de propagação não estaria diretamente relacionado ao fechamento da trinca.

Testes similares foram conduzidos por Lang [67]. Ele mediu o FIT mínimo requerido para propagar a trinca de fadiga. De acordo com o autor o dano só poderia ser gerado a partir da carga capaz superar as tensões residuais compressivas no material adjacente a ponta da trinca. Ele verificou que esse valor mínimo de FIT aumentou após a aplicação de uma sobrecarga e diminuiu com a redução da magnitude da carga mínima durante o descarregamento. Em ensaios de propagação onde uma subcarga foi aplicada após uma sobrecarga, o valor mínimo do FIT reduziu com o aumento do módulo da subcarga compressiva. Os FITs medidos por Lang estão de acordo com as medições de deslocamento apresentadas em [11]. Propagar uma trinca através de uma zona plástica monotônica gerada previamente, como ocorre na propagação após aplicação de uma sobrecarga, causou redução na taxa de propagação [11] e aumento do FIT mínimo necessário para propagar a trinca [67]. A aplicação de uma subcarga após uma sobrecarga, aumenta o tamanho da zona plástica reversa causando aumento na taxa de propagação [11] e redução do FIT mínimo requerido para propagar a trinca [67].

Os dados de Chen et al. [55] são particularmente interessantes. Eles avaliaram o conceito do  $\Delta K_{eff}$  em testes de propagação de corpos de prova de alumínio mantendo  $R = 0,3$  fixo e gradualmente reduzindo o  $\Delta K$  até alcançar o valor do  $\Delta K_{th}$  (definido por uma taxa de propagação menor que  $10^{-12}$  m/ciclo). No limiar, o ciclo de carga era  $K_{max} = 3\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ ,  $K_{min} = 0,9\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  e a carga de abertura medida de  $K_{op} = 2\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ . Após alcançar  $\Delta K_{th}$ ,  $K_{min}$  foi reduzido a zero e o teste continuou agora sob  $R = 0$ . Essa redução na razão de tensão não alterou o  $\Delta K_{eff}$ , mas causou aumento significativo na taxa de propagação como mostrado na figura 15. Medições repetidas de flexibilidade confirmaram que  $K_{op}$ , e por consequência  $\Delta K_{eff}$ , permaneceram constante após a redução do  $R$  conforme apresentado na figura 16.

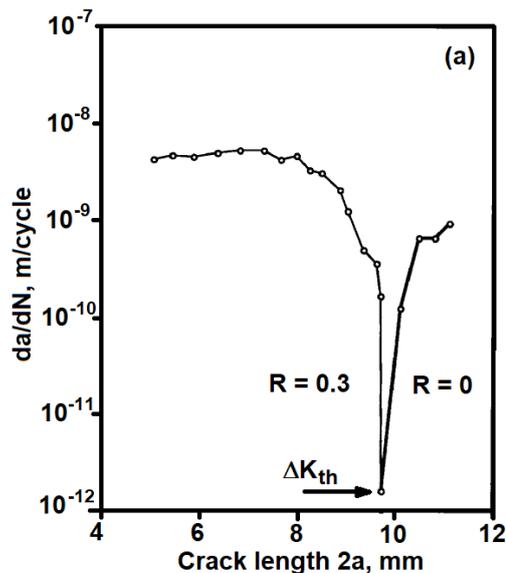


Figura 15 - Taxa de propagação para o alumínio 2024 [55].

Em outras palavras, as figuras 15 e 16 mostram que a redução no  $K_{min}$  gerou aumento no  $\Delta K$  e na taxa de propagação, mas não alterou o  $\Delta K_{eff}$ , pois a carga de abertura se manteve constante. Esses resultados claramente indicam que a porção do ciclo abaixo da carga de abertura contribuiu para o processo de propagação da trinca, uma forte evidência contra a hipótese do  $\Delta K_{eff}$  ser a força motriz da propagação. De fato, uma trinca parada que reassume o crescimento após uma redução no  $R$  que não alterou o  $\Delta K_{eff}$  é uma evidência inquestionável do dano a fadiga abaixo da carga de abertura. Esse dano pode estar relacionado ao aumento do tamanho da zona plástica reversa devido a maior amplitude do ciclo, a qual aumenta a gama de deformação plástica a frente da trinca.

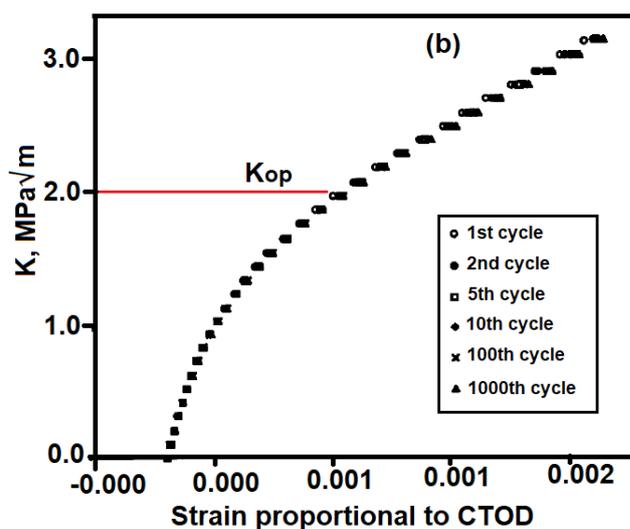


Figura 16 - Carga de abertura para o alumínio 2024 [55].

Outra forte evidência, apresentada por Vasudevan et al. [56], seriamente questiona o papel real do  $\Delta K_{eff}$  na propagação: a independência de  $R$  dos limiares de propagação de vários materiais medidos em elevado vácuo como mostrado na figura 17. Nessa figura encontram-se os resultados de limiar medidos por vários autores em alumínio, titânio, aços, superligas de níquel e até mesmo em monocristais. Se  $da/dN = f(\Delta K_{eff})$ , então esses dados indicam que o efeito do fechamento induzido por plasticidade ou é desprezível ou inexistente no vácuo. Porém, uma vez que o vácuo suprime os efeitos do ambiente, mas não os da plasticidade, como poderiam limiares medidos no vácuo permanecerem constantes para toda a faixa de  $R$ ? De acordo com Vasudevan a redução no limiar de propagação com o aumento do  $R$  normalmente explicada em termos dos efeitos da carga de abertura é, de fato, relacionada a contribuição do meio-ambiente na propagação. O mecanismo de propagação da trinca assistido pelo ambiente estaria relacionado a difusão de elementos químicos (como o hidrogênio) para dentro do material, acelerando o dano [56].

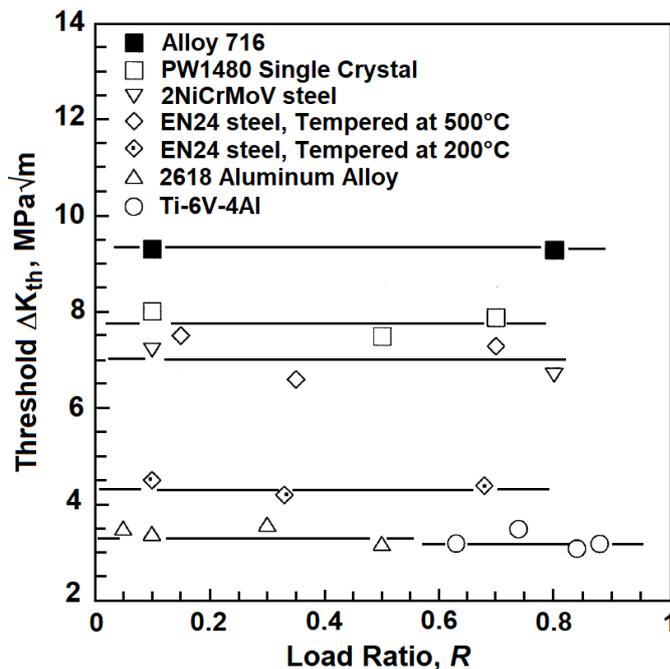


Figura 17 - Limiares de propagação no vácuo [56].

Drew e Thompson [16] estudaram alguns aspectos dos mecanismos que afetam a propagação em aços estruturais após aplicação de um evento de sobrecarga. Eles testaram corpos de prova dos tipos C(T) e M(T) de dois aços estruturais ligados ao Cério, sendo o aço A com resistência ao escoamento  $S_Y = 370MPa$  e aço B com  $S_Y = 490MPa$ . Os ensaios foram conduzidos a  $\Delta K$  e  $R$

constantes com aplicação de um evento de sobrecarga. Os autores identificaram retardo na taxa de propagação após aplicação da sobrecarga em todas as condições de carregamento testadas. Porém, eles concluíram, através das medições de COD, que nos ensaios a  $R = 0,2$  e  $0,5$  o fechamento da trinca foi desprezível, pois o COD se manteve linear antes e após a aplicação da sobrecarga. Dessa forma o fechamento induzido por plasticidade não seria capaz de explicar o retardo obtido. Os autores submeteram corpos de prova a um tratamento térmico de alívio de tensões após a aplicação da sobrecarga, resultando na remoção completa do retardo na taxa de propagação sem causar alterações significativas na microestrutura e dureza. Esses resultados evidenciam a importância das tensões residuais compressivas que circundam a zona plástica a frente da trinca.

Em outras palavras, a hipótese “ $\Delta K_{eff}$  é a força motriz das trincas de fadiga” assume que o ligamento residual estaria completamente protegido do acréscimo de dano abaixo de  $K_{op}$ . Contudo, pelo comportamento elastoplástico do material, mesmo que a trinca se feche por completo mantendo a geometria das suas faces, tensões compressivas continuam a se desenvolver a frente da trinca quando a carga aplicada diminui abaixo da carga de abertura. Isso pode acarretar deformações adicionais e, por consequência, indução de dano à frente da trinca [13]. Assim, o fechamento da trinca seria capaz apenas de proteger parcialmente e, não completamente, a ponta da trinca. Em tais casos  $\Delta K_{eff}$  pode superestimar o efeito do fechamento induzido por plasticidade e produzir previsões de vida residual não conservativas. Isso possivelmente pode ser a causa para muitas das inconsistências observadas quando se tenta utilizar a carga de abertura medida para explicar quantitativamente algumas características da propagação.

## 2.5. Força Motriz da Propagação da Trinca de Fadiga

Os dados experimentais apresentados indicam que o comportamento do material à frente da trinca pode ser mais importante para sua propagação que o comportamento da esteira de deformação plástica deixada nas superfícies da trinca a medida que ela se propaga. Eles também indicam que o fechamento da trinca pode ser uma consequência e não causa da propagação, logo sua relevância pode ser superestimada por  $\Delta K_{eff}$ . Assim, identificar a real força motriz da propagação das

trincas de fadiga é tarefa indispensável para desenvolver modelos que se propõem a reproduzir a física dos efeitos de memória observados na prática.

É bem conhecido que trincas de fadiga nucleiam devido ao acúmulo de dano gerado por deformações plásticas cíclicas e que tais trincas não crescem através de material virgem. Ao contrário, elas só crescem cortando material previamente deformado pela formação das zonas plásticas monotônica ( $p_z$ ) e reversa ou cíclica ( $p_{z,r}$ ) que sempre acompanham suas pontas. Assim, assumir que a história da gama de deformações plásticas cíclicas a frente da trinca seria a força motriz real para a propagação é, no mínimo, tão razoável quanto a hipótese do  $\Delta K_{eff}$ .

A distribuição das deformações a frente da ponta trinca é muito afetada pelo seu elevado fator de concentração de tensão. Em cada ciclo, o carregamento cega a ponta da trinca eliminando sua singularidade e formando uma zona plástica proporcional a  $K_{max}^2$  (pelo menos sob condições da MFLE). O descarregamento, por outro lado, tende a reafiar a ponta da trinca e formar a zona plástica reversa proporcional a  $\Delta K^2$ . Essa é a razão de porque as taxas de propagação  $da/dN$  se correlacionam bem com os pares  $\{\Delta K, K_{max}\}$  ou  $\{\Delta K, R\}$ . Além disso, os picos de carga  $K_{max}$  ativam mecanismos estáticos de dano como a fratura e trincamento assistido pelo meio-ambiente [3, 27, 56], enquanto as gamas de carga  $\Delta K$  movem os mecanismos de dano cíclicos, os quais também podem ser afetados pela carga máxima, pela carga de abertura e pelas tensões residuais deixadas a frente da trinca. O ligamento residual elástico que circunda as deformações plásticas trativas formadas na carga máxima tende a produzir tensões residuais compressivas, as quais podem ser muito afetadas pela história de carregamento [3, 68]. Em outras palavras, zonas plásticas reversas são responsáveis pelo dano a fadiga, enquanto as zonas plásticas monotônicas podem causar tensões residuais compressivas que protegem a ponta da trinca durante a propagação. Além disso, o dano total a fadiga em cada ciclo depende de ambas as zonas plásticas, assim como do campo de tensão residual a frente da ponta da trinca.

Essa explicação é razoável, mas ela não resolve o problema de como modelar e quantificar a distribuição das deformações plásticas a frente da trinca. Mas a combinação entre o dano acumulado por deformação plástica e as tensões residuais pode ser usado no lugar do  $\Delta K_{eff}$  para explicar os efeitos de memória na propagação sob carregamento de serviço [13].

O fechamento da trinca pode afetar sua propagação, uma vez que ele pode afetar os campos de tensão/deformação elastoplásticas a frente a trinca. A menos que suportados diretamente por medições de carga de abertura, os modelos de propagação não podem assumir que o material à frente da trinca está completamente protegido enquanto a ponta da trinca não está plenamente aberta. Portanto, todas as previsões de vida residual feitas utilizando modelos baseados no  $\Delta K_{eff}$  deveriam ser comprovadas através de medições decentes das cargas de abertura e dos ciclos elastoplásticos de deformação à frente da ponta da trinca.

Sobrecargas aumentam ambas as zonas plásticas ( $p_z$  e  $p_{z,r}$ ), o campo de tensões residuais compressivas e o dano acumulado de fadiga. Elas também podem afetar a geometria da ponta da trinca, cegando-as ou induzindo bifurcações que podem reduzir a taxa de propagação pela diminuição do FIT local [8]. Uma explicação para o comportamento das taxas subsequentes às sobrecargas pode ser feita com base na competição entre dano por deformação plástica cíclica e tensão residual compressiva. A aceleração inicial da taxa observada após a aplicação de uma sobrecarga estaria relacionada ao aumento do dano acumulado por fadiga devido às deformações cíclicas elevadas induzidas pelo evento prévio de sobrecarga.

As zonas plásticas monotônica e reversa diminuem continuamente com o incremento da trinca após a sobrecarga, devido ao efeito de proteção gerado pelo campo de tensão residual compressiva que atua sobre toda a região da zona plástica monotônica da sobrecarga. Com isso, a taxa de propagação reduz gradativamente gerando o retardo. Após a zona plástica monotônica atual da trinca alcançar a fronteira da zona plástica monotônica da sobrecarga as tensões residuais deixadas no evento da sobrecarga deixam de influenciar o tamanho das zonas plásticas atuais da trinca retornando para o tamanho anterior ao evento da sobrecarga. Com isso, a taxa de propagação também retorna para o patamar antes da aplicação da sobrecarga. Essa competição pode qualitativamente explicar a maioria dos efeitos de sequência na propagação sob CAV.

Withers et al. [69] apresentaram uma evidência clara e direta do campo de tensões residuais à frente da trinca na propagação após uma sobrecarga. Eles usaram difração de raios x (XRD) e correlação digital de imagens (DIC) para medir os campos de deformações elástica e total à frente da trinca, e calcularam o campo de tensão associado antes e após a aplicação de uma sobrecarga, em um corpo de prova

tipo C(T) do aço bainítico HY80. A figura 18 apresenta as tensões na carga máxima e a figura 19 na carga mínima do ciclo. O campo de tensão residual gerado pela sobrecarga reduz a amplitude da tensão na carga máxima do ciclo, como pode ser observado ao comparar as tensões da figura 18 em OL-1 e OL+40, reduzindo as deformações induzidas na carga máxima. Da mesma forma, o campo de tensão residual compressiva aumenta, como mostrado na figura 19 ao comparar as condições OL-1 e OL+40. A sobrecarga gera um campo de tensão residual compressiva maior e que protege a trinca e reduz o dano, pois a zona plástica do ciclo seguinte está inteiramente contida dentro desse campo de tensão residual. Isso gera redução no tamanho das zonas plásticas monotônica e reversa enquanto a trinca estiver dentro da zona afetada pela sobrecarga, e induz retardo na propagação pela redução das deformações plásticas cíclicas.

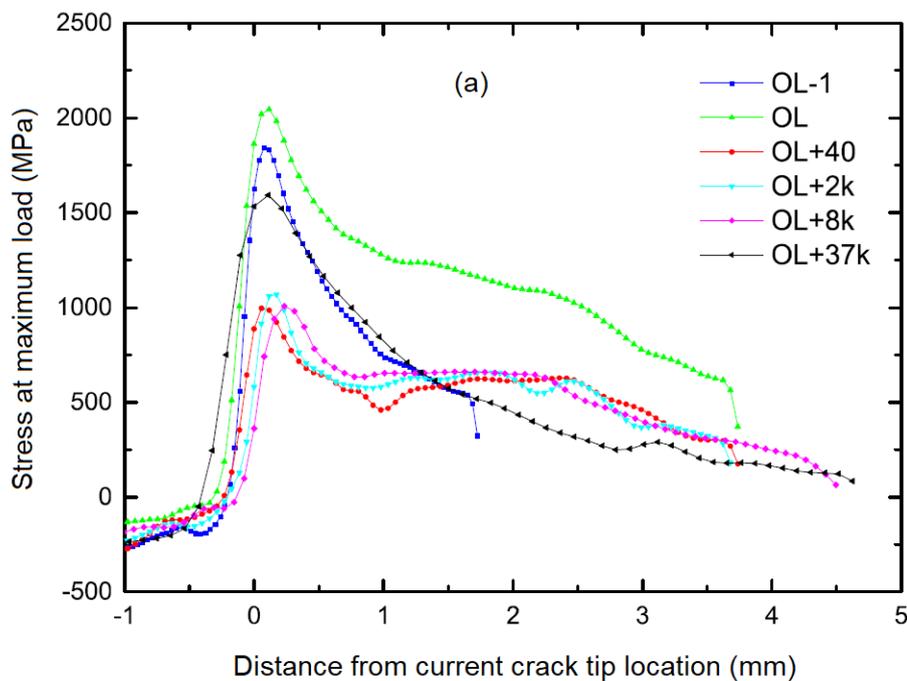


Figura 18 - Campo de tensão na carga máxima do ciclo [69].

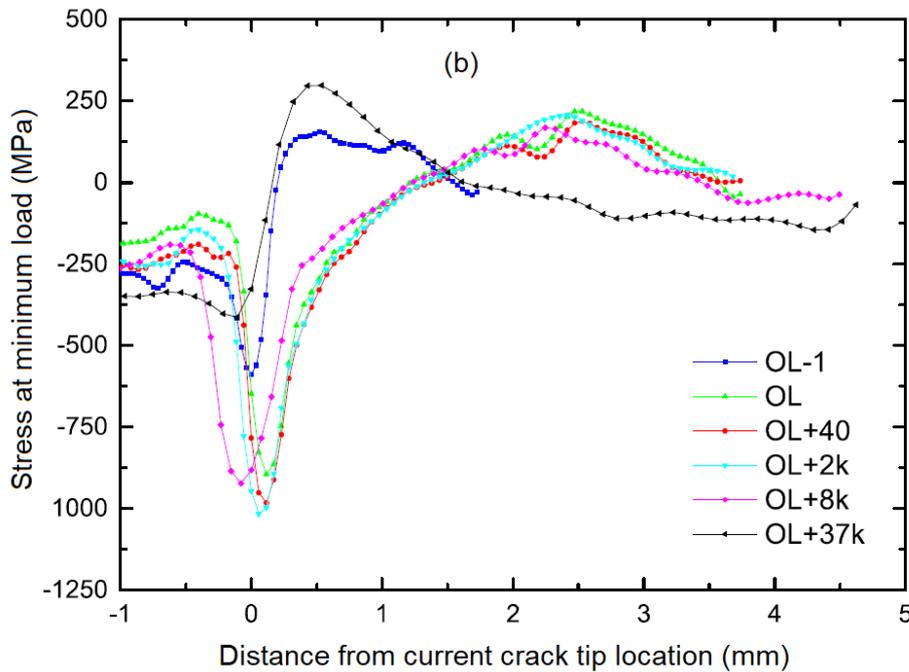


Figura 19 - Campo de tensão na carga mínima do ciclo [69].

## 2.6. Modelos para Previsão da Taxa de Propagação

Paris [2] provou que a taxa de propagação da trinca de fadiga ( $da/dN$ ) varia em função da gama do FIT  $\Delta K$  (e não da gama da tensão ou deformação como na nucleação de trincas de fadiga). A eq. (1) apresenta a chamada regra de Paris, onde os parâmetros  $A$  e  $m$  dependem do material e devem ser medidos experimentalmente.

$$\frac{da}{dN} = A\Delta K^m \quad (1)$$

Esse modelo permite prever a taxa de propagação de uma trinca de fadiga dentro da fase II de propagação, tendo a curva completa de propagação de uma trinca ainda as fases I e III [3]. Muitos modelos foram propostos com o objetivo de incluí-las em uma mesma regra de propagação, considerando os efeitos dos outros parâmetros que podem afetar o trincamento, como a segunda força motriz  $K_{max}$  ou a razão  $R$ , o limiar de propagação  $\Delta K_{th}$ , e a tenacidade do material  $K_C$ .

Todavia os modelos semiempíricos que descrevem as três fases do trincamento sob cargas de amplitude constante não consideram os efeitos observados na taxa de propagação quando existem variações no carregamento. Assim, sob carga de amplitude variável, em função da interação entre a carga e o

componente podem ocorrer efeitos em que a taxa de propagação não mais dependa apenas desses parâmetros descritos.

Os principais modelos desenvolvidos para descrever efeitos de sequência sob CAV assumem uma de três ideias: (i) que eles ocorrem enquanto as zonas plásticas que acompanham as trincas permanecem dentro da zona plástica hipertrofiada pela sobrecarga, como Willenborg [32] e Wheeler [34] (*yield zone models*); que eles são causados pelo fechamento da trinca induzido por plasticidade (*strip yield models*) [35-43] (estes são usados em softwares comerciais de previsão de vida residual como, por exemplo, o NASGRO e o AFGROW); e modelos que se baseiam no acúmulo do dano por deformação plástica à frente da ponta da trinca [44-50].

### 2.6.1. Modelos Tipo Willenborg

O modelo proposto por Willenborg [32] assume que as sobrecargas induzem fatores de intensidade de tensão residuais para um dado tamanho de trinca ( $K_{res}(a_i)$ ), que variam com a distância entre a zona plástica que acompanha a ponta da trinca ( $pz_i$ ) e a zona plástica gerada pela sobrecarga ( $pz_{OL}$ ), que permanece fixa na peça. Assim, o efeito da sobrecarga permanece enquanto  $(a_i + pz_i) < (a_{OL} + pz_{OL})$ , sendo  $a_i$  o tamanho da trinca no  $i$ -ésimo evento após a sobrecarga. O FIT residual  $K_{res}(a_i)$  é definido pela eq. (2), com  $a_{OL}$  sendo o tamanho da trinca no momento da aplicação da sobrecarga.

$$K_{res}(a_i) = K_{OL} \sqrt{\frac{pz_{OL} + a_{OL} - a_i}{pz_{OL}}} - K_{max}(a_i) \quad (2)$$

O modelo assume que os fatores de intensidade de tensão  $K_{max}$  e  $K_{min}$  no  $i$ -ésimo ciclo de carregamento são reduzidos pela quantidade  $K_{res}$  conforme a eq. (3). Dessa forma, a gama do FIT  $\Delta K$  se mantém inalterada e o efeito do retardo é sentido apenas na razão de retardo  $R_{ret}(a_i)$ .

$$R_{ret}(a_i) = \frac{K_{min}(a_i) - K_{res}(a_i)}{K_{max}(a_i) - K_{res}(a_i)} \quad (3)$$

Assim, as regras de propagação que não modelam os efeitos da razão  $R$  não podem ser usadas para prever taxas de crescimento sob CAV por Willenborg. Uma vantagem desse modelo é que ele não usa parâmetro ajustável, e ele prevê que o retardo máximo ocorreria logo após a sobrecarga, onde  $a_1$  é aproximadamente igual  $a_{OL}$ , o que gera o maior valor de  $K_{res}(a_i)$ . O valor de  $R_{ret}(a_i)$  pode ser usado em uma regra de propagação tradicional para determinar a taxa de propagação da trinca

nesse evento. Todavia, em muitos casos o retardo máximo não ocorre logo após uma sobrecarga, e esse comportamento não pode ser modelado por Willenborg.

O modelo de Willenborg prevê parada da trinca se  $K_{OL}(a_0) \geq 2 \cdot K_{max}(a_1)$ . Com isso  $K_{res}(a_1)$  se iguala a  $K_{max}(a_1)$ ,  $R_{ret} \rightarrow -\infty$  e a taxa  $da/dN \rightarrow 0$ . Porém não há razão física para esta previsão. O valor da razão de parada de trinca  $R_{pt}$  não depende apenas do material, mas é também afetada pelo nível de tensão e pela frequência de ocorrência dos eventos de sobrecarga [22].

Com o intuito de transpor essa limitação, foi proposta uma modificação que permite modelar retardos causados por razões maiores que 2 [33]. O chamado modelo de Willenborg generalizado (WbG) é obtido multiplicando-se o  $K_{res}(a_i)$  por um fator  $\phi(a_i)$  calculado conforme eq. (4).

$$\phi(a_i) = \frac{1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K(a_i)}}{R_{pt} - 1} \quad (4)$$

Para modelar de forma mais cuidadosa os efeitos dos valores negativos da razão de retardo ( $R_{ret}$ ) e também considerar a aceleração da taxa de propagação após subcargas compressivas, foi elaborada mais uma alteração passando a ser designado por Willenborg generalizado e modificado (WbGM). Esse modelo supõe que:

$$K_{res}(a_i)|_{max} = K_{max}(a_i) - K_R(a_i) \quad (5)$$

$$K_{res}(a_i)|_{min} = \begin{cases} K_{max}(a_i) - K_R(a_i), & \text{se } K_{min}(a_i) > K_R(a_i) \\ 0, & \text{se } 0 < K_{min}(a_i) \leq K_R(a_i) \\ K_{min}(a_i), & \text{se } K_{min}(a_i) \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

O  $K_{res}(a_i)$  é calculado como no modelo Wb, sendo o  $K_R(a_i)$  e o  $\phi(a_i)$  calculados pelas eqs. (7) e (8) respectivamente.

$$K_R(a_i) = \phi(a_i) * K_{res}(a_i) \quad (7)$$

$$\phi(a_i) = \begin{cases} \min \left[ 1, \frac{2.523 * \phi_0}{(1 + 3.5 * [0.25 - R_{sub}(a_i)]^{0.6})} \right], & \text{se } R_{sub}(a_i) < 0.25 \\ 1, & \text{se } R_{sub}(a_i) \geq 0.25 \end{cases} \quad (8)$$

Na eq. (8),  $R_{sub} = K_{min,sub}/K_{OL}$  é a razão da subcarga compressiva ( $R_{sub} < 0$ ), a qual pode reduzir o efeito do retardo causado por uma sobrecarga prévia e  $\phi_0$  é uma constante com valores típicos na faixa  $0.2 \leq \phi_0 \leq 0.8$ . Dessa forma o efeito da subcarga é considerado quando ela ocorre dentro da zona plástica gerada por uma sobrecarga.

### 2.6.2. Modelos Tipo Wheeler

Wheeler [34] propôs um modelo baseado na variação da taxa  $da/dN$ , eq. (9), supondo que sobrecargas retardam as taxas subsequentes enquanto a zona plástica do  $i$ -ésimo evento ( $pz_i$ ) após a sobrecarga estiver contida na zona plástica gerada por ela ( $pz_{OL}$ ).

$$[da_i/dN]_{ret} = \frac{da_i}{dN} \left[ \frac{pz_i}{pz_{OL} + (a_{OL} - a_i)} \right]^\beta \quad (9)$$

Nessa equação,  $da_i/dN$  é a taxa que atuaria no  $i$ -ésimo evento da carga caso a sobrecarga não gerasse um retardo na trinca, e  $[da_i/dN]_{ret}$  é a taxa prevista para o crescimento da trinca após a sobrecarga. Assim como no modelo de Willenborg, a taxa de propagação sofre um retardo que decresce à medida que a trinca avança pela zona plástica da sobrecarga. O retardo é máximo no evento subsequente ao da sobrecarga. Esse modelo não consegue prever parada de trinca, pois não é possível gerar uma taxa  $[da_i/dN]_{ret}$  igual a zero.

Meggiolaro e Castro [70] propuseram uma modificação ao modelo original de Wheeler [34] para prever a parada da trinca. Esse modelo é chamado Wheeler modificado, e corrige a gama do FIT  $\Delta K$  em vez da taxa  $da/dN$  como descrito na eq. (10), onde  $\Delta K(a_i)$  é a gama que seria gerada pelo  $i$ -ésimo evento da carga de serviço atuando sobre a trinca de tamanho  $a_i$ , se a sobrecarga não tivesse sido aplicada.

$$\Delta K_{ret}(a_i) = \Delta K(a_i) \left[ \frac{pz_i}{pz_{OL} + (a_{OL} - a_i)} \right]^\gamma \quad (10)$$

Assim como Willenborg, Wheeler assume que o efeito do retardo permanece enquanto  $(a_i + pz_i) < (a_{OL} + pz_{OL})$ . Esse modelo pode ser usado com qualquer regra de propagação que reconheça  $\Delta K_{th}$  para prever o retardo e a parada da trinca após uma sobrecarga. A trinca para sob qualquer evento que gere  $\Delta K_{ret}(a_i) < \Delta K_{th}(R_i)$ , sendo  $R_i = (K_{min}/K_{max})_i$ . Porém esse modelo não prevê os efeitos de redução do retardo ou aceleração do crescimento da trinca devido a subcargas compressivas.

### 2.6.3. Modelos de Fechamento

Esses modelos se baseiam na ideia de Elber de que a taxa de propagação da trinca é controlada por  $\Delta K_{eff}$ , pois o dano somente ocorreria sob cargas maiores que a carga de abertura da trinca. O modelo mais simples é o do fechamento constante

(*constant closure model*), criado com base em observações de que para certos espectros de carga  $K_{op}$  permanece quase estável (espectros com sobrecargas e subcargas dominantes, que ocorrem numa frequência capaz de manter as tensões residuais constantes e a carga de abertura da trinca constante).

Nesse modelo  $K_{op}$  é um parâmetro empírico, em geral estimado entre 30% e 50% do FIT da máxima sobrecarga. O cálculo da razão entre  $K_{op}/K_{OL}$ , denominado  $f$ , foi proposto por Newman para placas finas e pode ser verificado nas eqs. (11) a (16).

$$f = \max(R, A_0 + A_1R + A_2R^2 + A_3R^3) \quad \text{para } R \geq 0 \quad (11)$$

$$f = A_0 + A_1R \quad \text{para } -2 \leq R < 0 \quad (12)$$

Com os coeficientes determinados pelas equações de 13 a 16. A razão  $\sigma_{max}/S_F$  (tensão máxima atuante / tensão de fluxo) deve ser fornecida pelo usuário. Para a maioria dos materiais essa razão assume o valor 0,3 [3].

$$A_0 = (0,825 - 0,34\alpha + 0,05\alpha^2) \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{max}}{S_F}\right) \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (13)$$

$$A_1 = (0,415 - 0,071\alpha) \frac{\sigma_{max}}{S_F} \quad (14)$$

$$A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3 \quad (15)$$

$$A_3 = 2A_0 + A_1 - 1 \quad (16)$$

O valor de  $K_{op}$  calculado pela eq. (11) para a sobrecarga dominante é então aplicado para estimar o crescimento da trinca nos eventos seguintes, reconhecendo o retardo da trinca e até mesmo sua parada (quando  $K_{max} < K_{op}$ ). Contudo, sempre que possível o valor de  $K_{op}$  deve ser calibrado utilizando ensaios apropriados.

A principal limitação desse modelo é que ele pode ser aplicado somente a espectros de carregamento que possuam eventos de sobrecargas similares e frequentes, pois ele não reconhece a redução dos efeitos do retardo quando a ponta da trinca passa pela zona plástica da sobrecarga, como mostrado nos modelos de Willenborg e Wheeler. Quando as sobrecargas são raras no espectro, esse modelo pode gerar previsões de vida residual não conservativas. Isso porque se  $\Delta K_{eff}$  realmente controla a taxa de crescimento da trinca, então  $K_{op}$  tem que reduzir (e consequentemente  $da/dN$  tem que aumentar) quando a trinca deixar a zona plástica influenciada pela sobrecarga.

Para que o modelo do fechamento constante possa ser aplicado de forma razoável, seria necessário que as sobrecargas do espectro tenham amplitude similar

e que a trinca sofra uma nova sobrecarga enquanto ainda se propaga dentro da zona plástica da sobrecarga anterior.

Existem outros modelos baseados na ideia de Elber que se dispõem a calcular a carga de abertura a cada ciclo do carregamento [31, 62]. O valor da carga de abertura dependeria da propagação precedente da trinca e da esteira de deformação plástica nas suas faces. O fator de intensidade de tensão efetivo a cada ciclo é calculado como na eq. (17). Nessa equação  $\Delta S_{ef,i} = S_{max} - S_{op}$  e  $\beta_i$  é o fator de correção geométrica que depende do tamanho atual da trinca.

$$\Delta K_{ef,i} = \beta_i * \Delta S_{ef,i} * \sqrt{\pi * a_i} \quad (17)$$

Schijve [62] cita quatro modelos semiempíricos baseados no fechamento da trinca: Onera, Corpus, Corpus modificado e Preffas. Eles diferem nas hipóteses utilizadas para o crescimento da trinca, na transição entre estado plano de tensão e de deformação, no cálculo do tamanho da zona plástica, nas equações para o cálculo da carga de abertura, no modo como lidam com o decaimento da carga de abertura durante a propagação, no efeito das múltiplas sobrecargas e no método de obtenção da carga de abertura da história prévia do carregamento.

Conforme descreve o autor, pode-se obter bons resultados com esses modelos empíricos. Porém, como foram desenvolvidos para resolver problemas da indústria aeronáutica eles foram ajustados para condições de carregamento e materiais específicos dessa área, tendo dessa forma limitada capacidade de previsão.

#### 2.6.4. Modelos *Strip-Yield*

Esses modelos se baseiam na ideia de Dugdale [51] e Barenblatt [52], porém modificado para permitir a formação de uma esteira de deformação plástica nas superfícies da trinca [35-43]. Nesses modelos toda a deformação plástica está confinada dentro de uma tira infinitamente fina localizada a frente da trinca na sua linha de propagação e circundada de um material perfeitamente elástico. O primeiro modelo foi proposto por Dill e Saff [35], porém a discretização do problema e aplicação de ferramentas numéricas para solução do campo de tensão e alongamentos plásticos foi introduzido por Newman [36]. A partir do trabalho de Newman [36], outros modelos *strip-yield* foram propostos utilizando métodos numéricos para resolver as tensões e alongamentos nos elementos admitindo condições de compatibilidade ao longo da superfície da trinca fictícia [37-43].

Nos modelos *strip-yield*, inicialmente a zona plástica é dividida em elementos de barra de largura variável, mantendo os elementos mais finos mais próximos da ponta da trinca com o intuito de aumentar a precisão do cálculo. O número de elementos é limitado pelo custo computacional, sendo usual adotar apenas 20 elementos dentro da zona plástica [38, 40, 42]. Os elementos dentro da zona plástica à frente da ponta da trinca estão intactos e podem transmitir ambas tensões de tração e de compressão, enquanto os elementos nas superfícies da trinca estão rompidos e podem transmitir somente tensão compressiva na situação em que há contato. O material dos elementos normalmente é assumido como sendo rígido-perfeitamente-plástico [36-38] ou elástico-perfeitamente-plástico [39-40], mas existem também modelos que tentam considerar o efeito do endurecimento por deformação plástica [43]. Para os modelos que assumem o comportamento perfeitamente plástico do material, o escoamento ocorre na tensão de fluxo ( $S_{FL} = (S_Y + S_U) / 2$ ), que é uma média entre a resistência ao escoamento e a resistência à tração.

Dessa forma, cada elemento de barra ao longo da esteira possui sua própria largura, sofrem deformações plásticas de tração e então se alongam quando a zona plástica do evento atual os alcança. Esses elementos sofrem deformação plástica compressiva e então se contraem dentro da zona plástica reversa atual e finalmente eles se rompem quando cortados pela ponta da trinca. Após a ruptura os elementos de barra ainda podem afetar o processo de propagação da trinca de acordo com esse modelo. Tais elementos, ao longo da esteira de deformação plástica nas faces da trinca, podem transmitir tensões compressivas pelo contato entre as superfícies da trinca atrás de sua ponta e até mesmo permitir deformações plásticas compressivas ao longo da esteira da trinca.

A tensão de abertura da trinca  $\sigma_{op}$  pode ser calculada pela condição de equilíbrio entre o FIT devido a um incremento na tensão aplicada ( $\sigma_{op} - \sigma_{min}$ ) e o FIT (artificial) gerado pelas tensões de contato dos elementos nas superfícies da trinca, como proposto por Newman [36]. Aspectos relacionados à discretização do domínio como, por exemplo, a largura e quantidade de elementos na zona plástica e as regras empregadas para a aglutinação dos elementos nas superfícies da trinca afetam de forma considerável os valores da tensão de abertura da trinca e podem ser muito diferentes entre os diversos modelos propostos [36-43].

Como esses modelos assumem condição de estado plano de tensão na ponta da trinca, de forma a lidar com uma condição de estado de tensão triaxial, foram

criados “fatores de restrição à deformação plástica”  $\alpha$  para serem aplicados aos elementos como proposto primeiramente por Newman [36]. O fator de restrição proposto por Newman varia entre 1 sob tensão plana e 3 sob deformação plana sendo aplicado para elevar a tensão de fluxo dos elementos dentro da zona plástica durante a parte de carregamento do ciclo. Existem modelos [38, 40] que também usam fatores de restrição para modificar a tensão de fluxo na compressão tanto para elementos dentro da zona plástica quanto para elementos nas superfícies da trinca. O uso desses fatores de restrição muito o cálculo da tensão de abertura da trinca e assim, uma outra função desses fatores é o de auxiliar no ajuste do modelo para um dado conjunto de dados experimentais. Sob essa ótica, processos que podem afetar a propagação da trinca, mas que são tratados de maneira simplista ou ignorados pela modelagem *strip-yield*, podem ser indiretamente cobertos. Todavia, nestes casos os fatores de restrição perdem sua justificativa teórica e se tornam mais um parâmetro ajustável.

Para uma dada geometria de trinca a formulação para cálculo do tamanho da zona plástica, dos alongamentos/deslocamentos e tensões de cada um dos elementos é obtida através da superposição de duas soluções lineares elásticas: (i) uma placa trincada carregada remotamente por uma tensão de tração uniforme e uma placa trincada sujeita a uma tensão uniforme distribuída sobre um segmento da face da trinca.

Para avaliar o fechamento antes da ponta da trinca na carga mínima do ciclo, supõe-se que cada elemento fraturado ao longo da esteira que envolve suas faces está em contato quando o seu comprimento deformado plasticamente é maior que o deslocamento da face da trinca na sua posição. A compatibilidade de tensão e deformação entre: a região linear elástica, região dos elementos não fraturados e os elementos fraturados que estão em contato ao longo da esteira da trinca, resulta em um sistema linear de equações.

O número de equações é igual ao número de elementos de barra que resistem a carga no carregamento mínimo ao longo da esteira deformada, ou seja, todos os elementos não fraturados dentro da zona plástica e todos os elementos fraturados que estão em contato suportando tensões compressivas na porção fechada da esteira plástica.

As tensões de contato nos elementos fraturados calculadas na carga mínima ao resolver o sistema linear de equações, são então combinadas em uma função

dependente da geometria para encontrar o incremento de tensão que seria necessário para abrir completamente a trinca. Essa tensão de abertura da trinca ( $\sigma_{op}$ ) é então usada para calcular  $K_{op}$  para o tamanho atual da trinca e com isso a gama do FIT efetivo  $\Delta K_{eff} = K_{max} - \max(K_{op}, K_{min})$ .

A taxa de propagação da trinca para esses modelos requer uma regra de propagação que considere o  $\Delta K_{eff}$  como mostrado na eq. (18).

$$\frac{da}{dN} = C \left[ \left( \frac{1-f}{1-R} \right) \Delta K \right]^n \frac{\left( 1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left( 1 - \frac{K_{max}}{K_c} \right)^q} \quad (18)$$

Onde  $f = K_{op}/K_{max}$  representa a contribuição do fechamento da trinca,  $C$ ,  $n$ ,  $p$  e  $q$  são parâmetros obtidos experimentalmente,  $\Delta K_{th}$  é a gama do limiar do fator de intensidade de tensão, que é uma função de  $R$  e  $K_c$  é o FIT crítico.

No capítulo 3 será detalhada a formulação do modelo Newman [36-37, 41-42] e o procedimento de cálculo empregado no algoritmo *strip-yield*. Esse algoritmo foi usado como base na modelagem proposta nessa tese (capítulo 4), e também empregado para comparar os resultados da modelagem proposta.

### 2.6.5. Modelo *UniGrow*

O *Unigrow* é um modelo numérico recentemente desenvolvido para avaliar a história de tensão/deformação elastoplástica à frente da trinca [49]. Ele assume que a propagação da trinca de fadiga é movida por  $\Delta K$  e  $K_{max}$ , não por  $\Delta K_{eff}$ , e que os efeitos de sequência do carregamento são causados pelas tensões residuais à frente da trinca e não pelo fechamento atrás de sua ponta. Ele calcula o FIT residual  $K_{res}$ , gerado pelo evento de carga anterior da história de carregamento, considerando a resposta elastoplástica do material ao longo do ligamento residual. Para isso, os valores de  $K_{res}$  são calculados pela integração ao longo do ligamento residual do produto do campo de tensão residual por uma função peso dependente da geometria, assumida como unidimensional.

Contudo, o *Unigrow* supõe que em qualquer condição de carga o  $K_{res}$  reduz apenas o  $K_{max}$  do ciclo. Embora seja algo arbitrário e até mesmo questionável, esta hipótese permite que o  $\Delta K$ , que em conjunto com  $K_{max}$  seriam as forças motrizes da propagação, se torne sensível ao campo de tensão residual a frente da trinca. De fato, sem esse truque,  $K_{res}$  seria cancelado da gama do FIT, como ocorre nos

modelos de Willenborg [32-33]. Além disso, esta hipótese de que o “ $K_{res}$  não afeta o  $K_{min}$ ” é considerada válida mesmo se as superfícies da trinca não entram em contato no  $K_{min}$ , assim não transferem carga através delas.

De qualquer forma, a atividade chave no *Unigrow* é como calcular, para cada ciclo de carga, o campo de tensão residual  $\sigma_{res}(x)$  à frente da trinca necessário para obter o valor do  $K_{res}$  pela integral da função peso. Tendo obtido  $K_{res}$ , o modelo usa a eq. (19) para estimar as taxas de propagação da trinca, onde  $A_{ug}$  e  $m_{ug}$  são parâmetros do material.

$$da/dN = A_{ug} \cdot \left[ (K_{max} + K_{res})^p \cdot (\Delta K + K_{res})^{1-p} \right]^{m_{ug}} \quad (19)$$

O *Unigrow* assume que o ligamento residual consiste de vários elementos de volume ou blocos de material que se comportam analogamente a pequenos corpos de prova  $\varepsilon N$  a frente da trinca, quebrando-os sucessivamente a medida que a ponta da trinca avança. Porém, ao invés de usar um modelo de dano crítico baseado em alguma regra de acúmulo de dano para encontrar a largura variável de cada elemento sob condição de carregamento de amplitude variável, ele supõe que a largura dos elementos não é apenas constante, mas uma propriedade do material  $\rho^*$  chamada tamanho elementar do bloco de material como mostrado na figura 20. Além disso, ao invés de estimar o raio da ponta da trinca como uma função do CTOD, por exemplo, tal raio é assumido constante e igual ao mesmo parâmetro do material  $\rho^*$ . Os campos de tensão e deformação a frente da trinca são então determinados assumindo que a trinca é um entalhe afiado com um raio de ponta fixo  $\rho^*$ , do qual o dano é calculado usando procedimentos  $\varepsilon N$  para encontrar o número de ciclos  $N^*$  necessários para quebrar cada bloco de material de largura  $\rho^*$  [49].

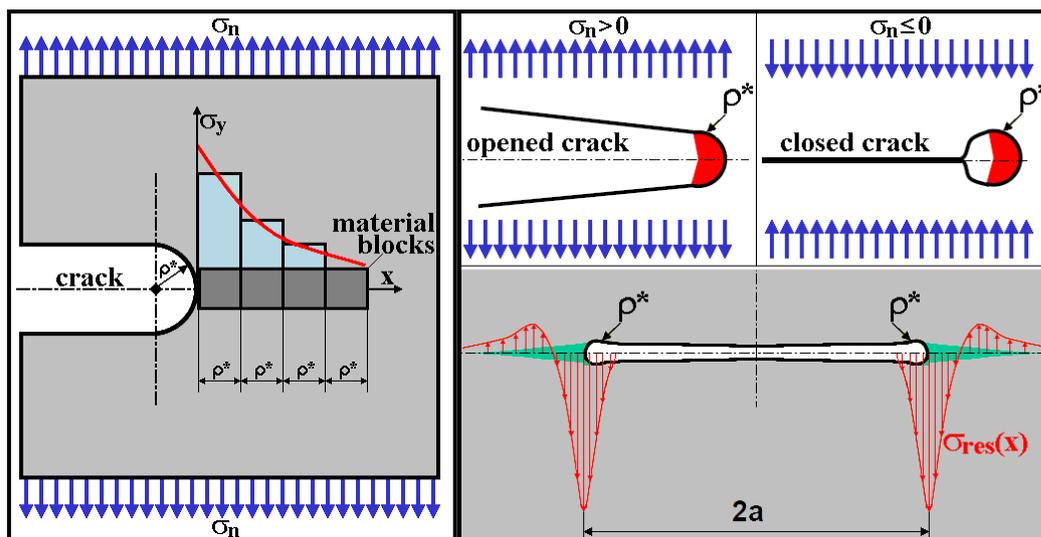


Figura 20 - Blocos de materiais e configurações de trinca [3].

O cálculo de  $N^*$  assume uma trinca aberta de comprimento  $a$ , modelada usando o fator de concentração de tensão  $K_t = K_t(a, \rho^*)$  de um entalhe de comprimento  $a$  e raio de ponta  $\rho^*$ . Uma trinca fechada, por outro lado, comporta-se como se fosse um furo circular de raio  $\rho^*$ , isso porque é assumido que existe um contato perfeito entre as superfícies da trinca sob cargas compressivas, transmitindo a força aplicada exceto em uma pequena região circular imediatamente atrás da ponta da trinca. O fechamento da superfície da trinca é assumido ocorrer exatamente em  $K = 0$ , então qualquer  $K_{max}$  ou  $K_{min} < 0$  é associado com um furo circular com  $K_t = 3$ , enquanto qualquer  $K_{max}$  ou  $K_{min} > 0$  tem  $K_t = K_t(a, \rho^*) \gg 3$ . Desta forma, o modelo Unigrow pode considerar a contribuição do dano de gamas de tensão e deformação que ocorrem a frente da trinca, mesmo enquanto a trinca está parcialmente fechada.

Perceba que o dano a fadiga enquanto  $K_{min} < K_{op}$  é completamente desprezado por modelos de propagação baseados na ideia de Elber. Unigrow considera o dano que existe mesmo enquanto a trinca está parcialmente ou totalmente fechada, mas essa característica pode ser questionada porque ele despreza qualquer possibilidade de contribuição do fechamento. Além disso, o modelo estima o campo de tensão a frente da trinca usando a solução linear elástica de Creager e Paris para um entalhe cego, desprezando efeitos de escoamento próximo a ponta da trinca. Este campo linear elástico é usado com a curva cíclica de Ramberg-Osgood e a regra de concentração de deformação de Neuber para calcular o campo de tensão e deformação elastoplástico à frente da trinca [49].

O dano em cada elemento é então calculado usando a regra de dano de Smith-Watson-Topper (SWT). Mas ao invés de usar o perfil de dano à frente da trinca para modelar a propagação usando procedimento  $\varepsilon N$ , o dano é calculado apenas no elemento adjacente a ponta (modelada como um entalhe), para obter sua vida  $N^*$ . Como esse bloco de material possui largura  $\rho^*$  (considerada constante), a taxa de propagação da trinca é calculada como  $da/dN = \rho^*/N^*$ . Essa hipótese é usada para calibrar o parâmetro  $\rho^*$  a partir de dados medidos da taxa  $da/dN$  sob mesmas condições de carregamento usadas para calcular a vida do bloco de material  $N^*$ .

A calibração de  $\rho^*$  usa o método dos mínimos quadrados para colapsar todas as curvas  $da/dN$  de um dado material a partir de um conjunto de dados  $da/dN$  medidos e as associadas vidas  $N^*$  calculadas pelo procedimento  $\varepsilon N$ . Porém, o fato de  $\rho^*$  poder colapsar curvas  $da/dN$  não valida o modelo Unigrow, porque outros procedimentos de normalização também podem executar a mesma tarefa, como claramente mostrado por Kujawski [65]. Tal modelo poderia ser validado se o parâmetro  $\rho^*$  com a habilidade para robustamente colapsar curvas  $da/dN$  pudesse ser precisamente previsto usando algum modelo fisicamente consistente, mas não é esse o caso uma vez que  $\rho^*$  é numericamente ajustado para esse propósito.

Após o parâmetro  $\rho^*$  e a eq. (19) serem calibrados, as simulações de dano a fadiga sob condição de carregamento de amplitude variável ainda requer o cálculo ciclo-a-ciclo do perfil de tensões residuais a frente da ponta da trinca para obter o  $K_{res}$  após cada evento do carregamento. Para reduzir o custo computacional, campos de tensão residual induzidos por cada evento do carregamento são assumidos qualitativamente similares. Assim o campo de tensão inteiro gerado a cada evento de carga é estimado como uma versão em escala calibrada das tensões calculadas no bloco de material adjacente a ponta da trinca. Porém, como plasticidade induz efeitos de memória, o campo de tensão a frente da trinca depende da carga atual do ciclo e também do campo residual deixado pelos eventos anteriores. O *Unigrow* usa regras de memória empíricas relativamente simples para combinar os campos de tensão residual calculados após cada ciclo de carga. Tais regras basicamente atestam que a tensão residual em cada bloco de material é igual a tensão mínima aplicada na história de carregamento daquele bloco, exceto na presença de subcargas, as quais tendem a apagar os efeitos de uma sobrecarga e requerem regras

de memória adicionais. Além disso, apenas a parte compressiva do campo de tensão residual é assumido a afetar o processo de propagação.

Em resumo, o *Unigrow* assume várias hipóteses simplificadoras tais como: trinca fechada pode ser modelada como um furo circular de raio  $\rho^*$ ; blocos de material que sucessivamente quebram a frente da trinca tendo a mesma largura  $\rho^*$ ; superfícies da trinca entram em contato exatamente a  $K = 0$ ; deformações na ponta do entalhe estimadas pelas regras de Neuber e Creager e Paris mesmo no estado plano de deformação; tensões residuais afetam o  $K_{max}$  mas não o  $K_{min}$ , mesmo quando ele é positivo; perfis de tensão residual podem ser assumidos como similares; a interação entre eles pode ser modelada usando regras de memória muito simples; e finalmente o  $K_{res}$  pode ser assumido como uma função linear do fator de intensidade de tensão líquido para cada  $R$  [3].

O uso de tantas hipóteses fenomenológicas pode comprometer a precisão quantitativa das previsões, mesmo quando elas são qualitativamente coerentes com os experimentos. Essa questão permanece oculta devido a sensibilidade muito alta das previsões de vida ao parâmetro  $\rho^*$ . De fato, mudanças sutis no  $\rho^*$  são suficientes para ajustar dados experimentais. Porém tal ajuste “pós-morte” é apenas aplicável a análise de falhas, prejudicando a robustez do modelo *Unigrow* para prever efeitos de interação do carregamento, uma vez que pequenos erros de calibração do  $\rho^*$  podem resultar em previsões muito diferentes. Assim,  $\rho^*$  provavelmente não é uma propriedade do material, mas um parâmetro de ajuste de dados altamente sensível, usado para compensar os erros causados pelas muitas simplificações adotadas na modelagem *Unigrow* [3].

### 2.6.6. Modelo do Dano Crítico

Os modelos de dano crítico assumem que as trincas de fadiga crescem pelo dano acumulado no ligamento residual a frente de suas pontas devido a história de tensão/deformação cíclica que ali atuam [8, 44-50]. Se é assim, a maior parte do dano ocorre dentro da zona plástica reversa que sempre acompanha a ponta da trinca de fadiga. Deste modo, os modelos de dano crítico supõem que as trincas crescem quebrando sequencialmente pequenos elementos de volume adjacentes a sua ponta que alcançaram o dano que o material é capaz de suportar. Tais elementos de volume são análogos a pequenos corpos de prova  $\epsilon N$  que sofrem ciclos de

tensão/deformação de amplitude variável mesmo quando o componente está sendo submetido a um carregamento de amplitude constante. Isso porque  $\Delta\varepsilon$  e  $\sigma_{max}$  aumentam a medida que a ponta da trinca se aproxima do elemento. Alguns modelos de dano crítico consideram a largura do elemento de volume como a distância que a trinca cresce a cada ciclo de carga [44, 47-48, 50]. Outros consideram a taxa de propagação como sendo um elemento de volume de largura arbitrária dividido pelo número de ciclos que a trinca necessita para cruzá-lo [46, 49].

Nos modelos de dano críticos propostos em [47-48, 50], conforme esquema mostrado na figura 21, a largura do elemento de volume foi assumida como igual ao incremento por ciclo da trinca ( $\Delta a \cong da$ ) uma vez que eles foram desenvolvidos para a previsão de propagação de um carregamento cuja gama do fator de intensidade de tensão fosse constante. Nessa condição de carga, a taxa de propagação da trinca de fadiga se mantém constante. Assim, qualquer elemento de volume sofre dano em todo e qualquer ciclo de carga devido a gama de deformação induzida por aquele ciclo, o qual depende da distância  $x$  entre o elemento de volume e a ponta da trinca. A fratura do elemento de volume adjacente a ponta da trinca ocorre quando seu dano acumulado alcança o valor crítico, estimado pela regra de acúmulo linear de dano eq. (20):

$$\sum_i (n_i / N_i) = 1 \quad (20)$$

Onde  $N_i$  é o número de ciclos que o elemento de volume duraria se apenas o ciclo de amplitude  $i$  atuasse durante toda a vida e  $n_i$  é o número de eventos que realmente ocorreu na amplitude  $i$ .

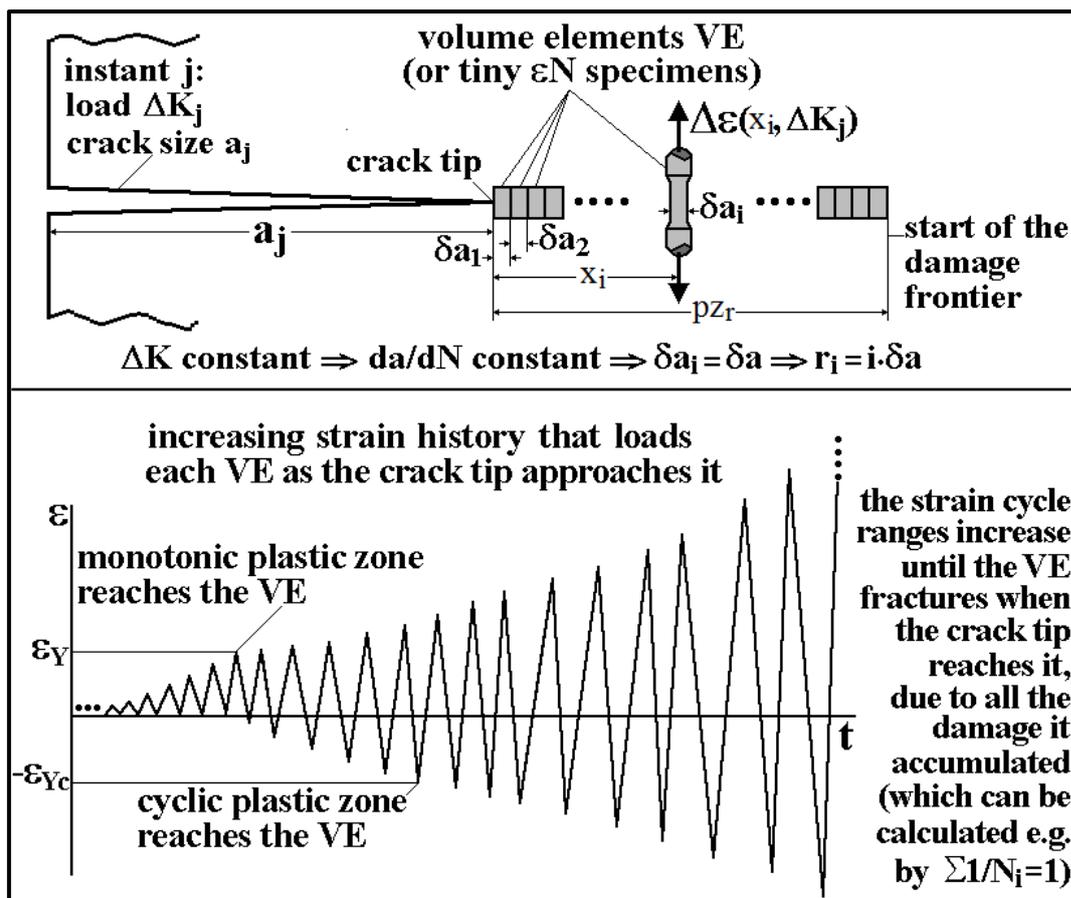


Figura 21 - Propagação da trinca no modelo de dano crítico [48].

A tarefa principal nessa modelagem é determinar o campo da gama de deformações, uma vez que modelos para cálculo de campo de tensão/deformação dentro da zona plástica que assumem raio de ponta de trinca zero ( $\rho = 0$ ), como o campo *HRR* [71-72] são singulares na ponta da trinca ( $x = 0$ ). Essa é uma característica fisicamente inadmissível, pois trincas carregadas não podem sustentar tensões/deformações infinitas em suas pontas. Esse problema foi eliminado em [48] pelo deslocamento da origem do campo *HRR* para dentro da trinca por uma distância  $X$ , adaptando a ideia de Creager e Paris [73]. Para  $\Delta K$  constante, a soma na eq. (20) pode ser aproximada por uma integral ao longo da zona plástica reversa, desprezando em primeira aproximação o dano a fadiga fora dessa região:

$$\frac{da}{dN} = \int_0^{pZ_r} \frac{dx}{N(x+X)} \quad (21)$$

A mudança na origem do campo *HRR* pode ser estimada de duas maneiras:

(i) assumindo  $X = \rho/2$ , como Creager e Paris fizeram, onde  $\rho$  é o raio da ponta da trinca sob  $K_{max}$ ; ou (ii) calculando a gama de deformação plástica  $\Delta \epsilon_p(X)$  atuando na ponta da trinca pelo uso de uma regra de concentração de deformação e o fator de

concentração de tensão linear elástico da trinca ( $K_t$ ), descrevendo a trinca como um entalhe afiado de comprimento  $a$ , mas com um raio de ponta finito ( $\rho > 0$ ). Após determinar a distância  $X$ , calcula-se a gama da deformação plástica cíclica  $\Delta\varepsilon_p$  à frente da trinca com o auxílio da modificação do campo de deformação de *HRR* proposto por Schwalbe [44] como feito em [48]:

$$\Delta\varepsilon_p(x+X) = (2S_{Yc}/E) \cdot [pz_r/(x+X)]^{1/(1+h_c)} \quad (22)$$

Onde  $S_{Yc}$  é a resistência ao escoamento cíclico do material,  $E$  o módulo de elasticidade e  $h_c$  é o seu expoente de endurecimento por deformação de Ramberg-Osgood. Como a amplitude da deformação elástica é desprezada na eq. (22), sua vida a fadiga associada  $N(x+X)$  pode ser estimada da parte plástica da equação de Coffin-Manson (eq. (23)).

$$N(x+X) = (1/2) [\Delta\varepsilon_p(x+X)/2\varepsilon_c]^{1/c} \quad (23)$$

Na eq. (23)  $c$  e  $\varepsilon_c$  são o expoente e coeficiente da equação de Coffin-Manson respectivamente. Usando metade do raio da ponta da trinca para estimar o deslocamento  $X$  do campo *HRR* modificado. Assumindo  $\rho = CTOD/2$  o deslocamento pode ser calculado pela eq. (24).

$$X = \frac{\rho}{2} = \frac{CTOD}{4} = \frac{K_{max}^2 \cdot (1-2\nu)}{\pi \cdot E \cdot S_{Yc}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2(1+h_c)}} \quad (24)$$

Substituindo a eq. (22) na eq. (23) e então usando a eq. (21), é possível estimar a taxa de propagação induzida pelo par  $\{\Delta K, R\}$  calculando a constante  $C$  da regra de McEvily modificada (eq. (25)) para simular todas as três fases de uma típica curva  $da/dN \times \Delta K$ .

$$da/dN = C \cdot (\Delta K - \Delta K_{th})^2 \cdot [K_c / (K_c - K_{max})] \quad (25)$$

Este passo é necessário para considerar devidamente a tenacidade do material ( $K_c$ ) e o limiar de propagação ( $\Delta K_{th}$ ) limites na taxa de propagação. Como não há limites superior e inferior na equação de Coffin-Manson, é preciso usar uma regra da mecânica da fratura. Outra forma de estimar o deslocamento  $X$  é utilizar a estimativa de  $K_t$  de Creager e Paris (eq. (26)) em conjunto com uma regra de concentração de deformação para calcular a gama de deformação ( $\Delta\varepsilon_p$ ) na ponta da trinca.

$$K_t \cdot \Delta\sigma_n = 2\Delta K / \sqrt{\pi \cdot \rho} \quad (26)$$

Assumindo  $\rho \cong CTOD/2$  para qualquer  $\Delta K$  dado é possível estimar o produto  $K_t \cdot \Delta \sigma_n$  e então, usando a regra de concentração de deformação (Neuber, Molski-Glinka, Linear, ou qualquer outra), a gama de deformação plástica pode ser estimada na ponta da trinca. O  $\Delta \varepsilon_p$  estimado pela regra Linear é obtido usando eq. (27), por Neuber usando a eq. (28) e eq. (29) e por Molski-Glinka usando a eq. (29) e eq. (30).

$$\Delta \varepsilon_p (X) = \frac{K_t \cdot \Delta \sigma_n}{E} = \frac{2 \cdot \Delta K}{E \cdot \sqrt{\pi \cdot CTOD/2}} \quad (27)$$

$$\Delta \sigma(X) \cdot \Delta \varepsilon_p (X) = \frac{(K_t \cdot \Delta \sigma_n)^2}{E} = \frac{8 \cdot \Delta K^2}{E \cdot \pi \cdot CTOD} \quad (28)$$

$$\Delta \varepsilon_p (X) = 2 \cdot (\Delta \sigma(X)/2 H_c)^{1/h_c} \quad (29)$$

$$\frac{2 \Delta K^2}{E \cdot \pi \cdot CTOD} = \frac{\Delta \sigma(X)^2}{4E} + \frac{\Delta \sigma(X)}{h_c + 1} \cdot \left( \frac{\Delta \sigma(X)}{2 H_c} \right)^{1/h_c} \quad (30)$$

Após estimar  $\Delta \varepsilon_p$  na ponta da trinca, o deslocamento  $X$  do campo de  $HRR$  pode ser encontrado pela eq. (31) e a zona plástica cíclica como na eq. (32).

$$X = p_{z_r} \cdot [\Delta \varepsilon_p (X) \cdot E / (2 S_{Yc})]^{-(1+h_c)} \quad (31)$$

$$p_{z_r} = (1 - 2\nu)^2 / [4\pi(1 + h_c)] \cdot (\Delta K / S_{Yc})^2 \quad (32)$$

Esses modelos só podem descrever propagação sob gamas  $\Delta K$  constantes, mas uma generalização para descrever propagação de trincas de fadiga sob CAV foi proposta em [50]. Esse modelo combina técnicas do método  $\varepsilon N$  usado para modelar a iniciação de trincas com as da Mecânica da Fratura, usadas para prever a propagação das trincas de fadiga, calculando o dano acumulado à frente da ponta da trinca, o qual é gerado pelas tensões e deformações que lá atuam. Os modelos assumem que as trincas avançam pela fratura sucessiva dos EV à frente de suas pontas acumularam todo o dano que poderiam tolerar [50].

Para obter as deformações plásticas à frente da ponta da trinca o modelo utiliza a solução do campo de  $HRR$  deslocado como anteriormente descrita na eq. (22) e deslocamentos calculados conforme eqs. (26), (27) e (31). Para considerar o efeito da tensão média ( $\sigma_m$ ) no dano utilizou-se a regra de Morrow como apresentada na eq. (33).

$$N(r + X) = \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta \varepsilon_p(r+X)}{2 \cdot \varepsilon_c} \right) \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_c} \right)^{\frac{-c}{b}} \frac{1}{c} \quad (33)$$

Para cada  $i$ -ésimo ciclo de carregamento deve ser calculado o deslocamento  $X_i$  da origem do campo  $HRR$  e o dano através, por exemplo, da regra de Miner como descrito na eq. (34).

$$D_i(r + X_i) = \frac{n_i}{N_i(r+X_i)} \quad (34)$$

No primeiro ciclo de carregamento, supondo que o material à frente da trinca não sofreu nenhum dano (material virgem), o incremento da trinca no primeiro ciclo  $\delta a_1$  é o valor de  $r$  correspondente a  $r_1$  que faz com que a eq. (34) se iguale a 1 (dano crítico), como mostrado na eq. (35).

$$D_1(r_1 + X_1) = 1 \Rightarrow \delta a_1 = r_1 \quad (35)$$

Em todos os eventos subsequentes de carregamento, os incrementos da trinca são calculados considerando o acúmulo do dano causado pelos eventos prévios. Como o sistema de coordenadas se move junto com a trinca é necessária uma transformação de coordenada da função de dano (eq. (36)).

$$D_i = \sum_{j=1}^i D_j(r + \sum_{p=j}^{i-1} \delta a_p) \quad (36)$$

Para o cálculo da taxa de propagação o algoritmo assume que todos os elementos de volume têm uma largura  $\delta a$  constante. Contudo, ele permite a existência de elementos de volume parcialmente rompidos com um ligamento residual ( $rl$ ). A cada ciclo calcula-se o número de elementos rompidos e o valor do ligamento residual obtendo, dessa forma, o incremento da trinca.

A resolução da simulação é dada pela largura do elemento de volume ( $\delta a$ ), adotado como sendo  $10^{-7}$ m. O domínio para o cálculo do dano ( $\Delta a$ ) foi adotado como sendo a maior entre a máxima zona plástica monotônica ou cíclica, geradas por  $K_{max}$  ou  $\Delta K_{max}$  do espectro de carregamento respectivamente. O dano a cada ciclo é calculado para um número inteiro de elementos de volume  $n = \Delta a / \delta a$ . Como resultado tem-se  $n$  variáveis  $D_1, D_2, \dots, D_n$ . O tamanho atual da trinca ( $a$ ) é representado como uma função do tamanho inicial da trinca ( $a_0$ ), um número inteiro de elementos fraturados ( $n_a$ ) e o ligamento residual ( $rl$ ) do elemento parcialmente fraturado onde a trinca está localizada ( $0 < rl \leq \delta a$ ) como na eq. (37).

$$a = a_0 + n_a * \delta a + (\delta a - rl) \quad (37)$$

A capacidade de previsão desse modelo foi avaliada através de ensaios de propagação sob carregamento de amplitude variável em corpos de prova tipo CT de 50mm x 10mm do aço API 5L X52. Antes da aplicação de 50000 blocos do espectro de carregamento apresentado na figura 22, os corpos de prova foram submetidos a

um carregamento de amplitude constante com  $\Delta K = 20\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  até obter uma trinca de aproximadamente 12,6mm. Foram realizados ensaios  $\varepsilon N$  sob diversas razões de deformação ( $-1 \leq R \leq 0,8$ ) para a medição das propriedades cíclicas do material. O espectro de carregamento aplicado foi desenvolvido com uma razão  $R$  alta de forma a manter a trinca sempre aberta durante todo o carregamento.

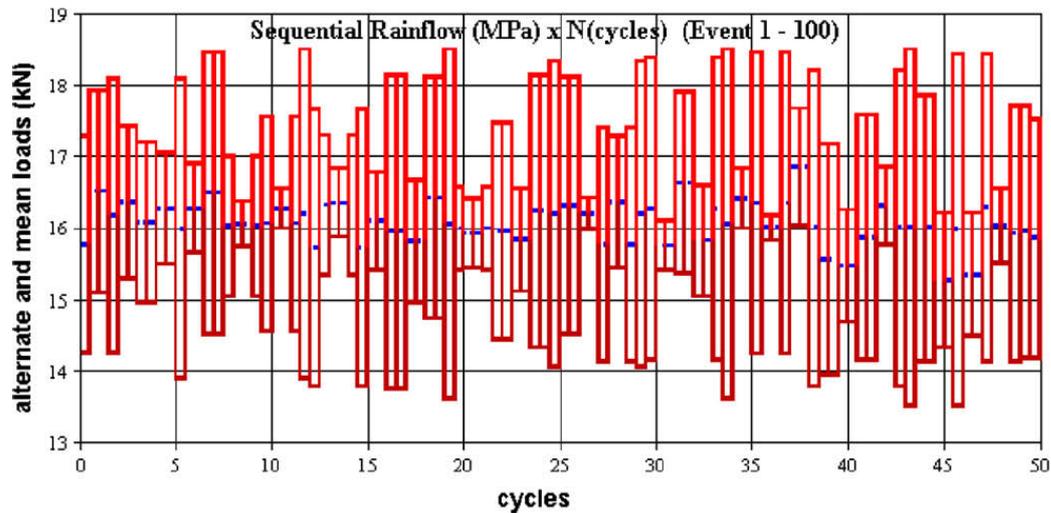


Figura 22 - Rainflow sequencial do espectro de carga [50].

Os resultados das previsões obtidas com esse modelo em comparação com os pontos levantados experimentalmente encontram-se na figura 23. A previsão considerando haver dano apenas na zona plástica cíclica subestima a propagação da trinca, enquanto que a previsão considerando também o dano entre a zona plástica cíclica e a monotônica à frente da ponta da trinca apresentou um resultado ainda melhor. Acima de cerca de  $2 \times 10^6$  ciclos esse modelo apresentou resultados de crescimento de trinca abaixo do experimental, podendo isso estar relacionado ao dano elástico e seus efeitos de tensão média desprezados pelo modelo como defende os autores.

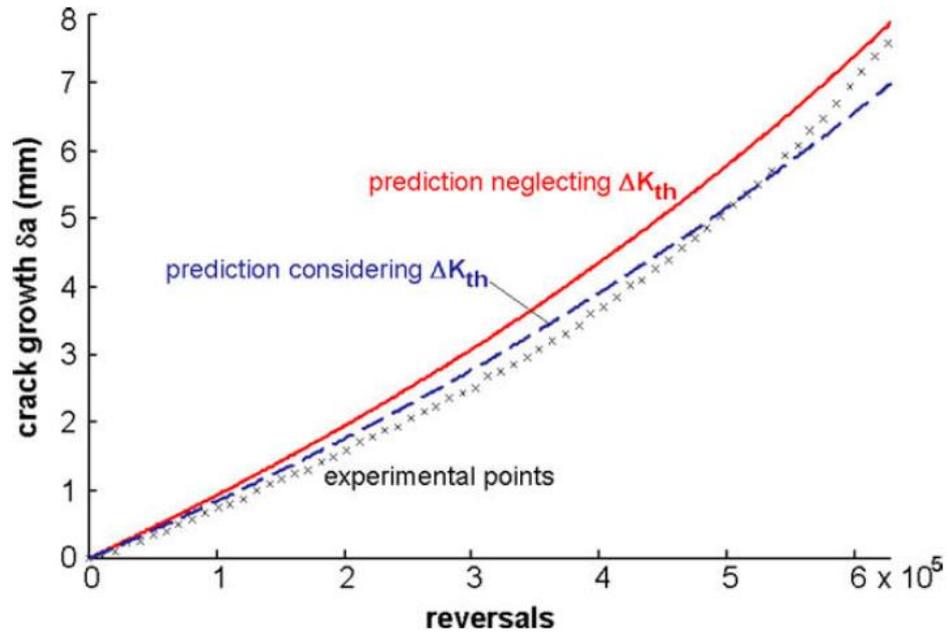


Figura 23 - Medições de crescimento da trinca e previsões [50].

O modelo também foi submetido a previsão de propagação para um aço 1020 obtendo resultados similares. A desvantagem desse modelo reside na capacidade de previsão em condições em que os efeitos de sequência do carregamento sejam mais significativos.

### 3. Implementação do Algoritmo *Strip-Yield*

Os modelos *strip-yield* foram desenvolvidos para calcular numericamente a tensão de abertura da trinca nas mais diferentes condições de carregamento de forma a possibilitar a previsão de vida residual usando o  $\Delta K_{eff}$  como força motriz da propagação. Uma breve descrição desses modelos foi apresentada no capítulo 2 e nesse capítulo será apresentada a formulação e procedimento de cálculo do algoritmo *strip-yield* implementado para o desenvolvimento da tese.

O algoritmo desenvolvido e usado neste trabalho [74] foi baseado no FASTRAN de Newman [36-37, 41-42]. O algoritmo do FASTRAN, assim como o STRIPY [38], fazem parte do programa de avaliação de vida residual NASGRO desenvolvido pela NASA, que inicialmente era de livre acesso, porém hoje é comercializado. Como não se pôde ter acesso ao código fonte do FASTRAN, foi necessário desenvolver e implementar um algoritmo próprio segundo os conceitos *strip-yield*, não só para reproduzir as previsões do NASGRO, mas para dele também gerar o campo de deformações requerido na modelagem aqui proposta para acumular dano à frente da trinca.

#### 3.1. Modelo de Fechamento da Trinca

O cálculo das tensões de abertura das trincas durante a propagação por fadiga, requer a solução do campo elastoplástico de alongamentos/deslocamentos e de tensões no componente trincado. Isso porque, segundo Elber, o fechamento das trincas é induzido pelo envelope de deformações plásticas que se mantém ao longo de suas faces, o qual pode entrar em contato quando se descarrega a trinca, transmitindo tensões compressivas ao longo de suas faces. Essas tensões precisam ser vencidas no carregamento seguinte para abrir completamente a trinca, o que só ocorre sob cargas que geram  $K > K_{op}$  (chamada carga de abertura da trinca).

Como não há uma solução elastoplástica pronta para os campos de tensões e deslocamentos os chamados modelos *strip-yield* usam as soluções lineares simples propostas no modelo de Dugdale [51] e Barenblatt [52], porém modificadas para

deixar o material deformado plasticamente ao longo das superfícies da trinca durante sua propagação por fadiga.

A formulação a usada aqui é baseada no modelo original proposto por Newman em 1981 [36], e nas modificações mais significativas propostas posteriormente [41-42]. Essa formulação foi desenvolvida para uma placa finita contendo uma trinca no centro (semelhante ao corpo de prova M(T)), carregada remotamente por uma tensão de tração  $\sigma_n$ . Uma vantagem no modelo de Barenblatt-Dugdale é que a zona plástica e os deslocamentos da superfície da trinca são obtidos pela superposição de dois problemas elásticos: (i) uma placa trincada carregada remotamente por uma tensão de tração uniforme  $\sigma_n$  (figura 24a) e (ii) uma placa trincada carregada por uma tensão uniformemente distribuída  $\sigma$  aplicada ao longo de segmentos das superfícies da trinca (figura 24b).

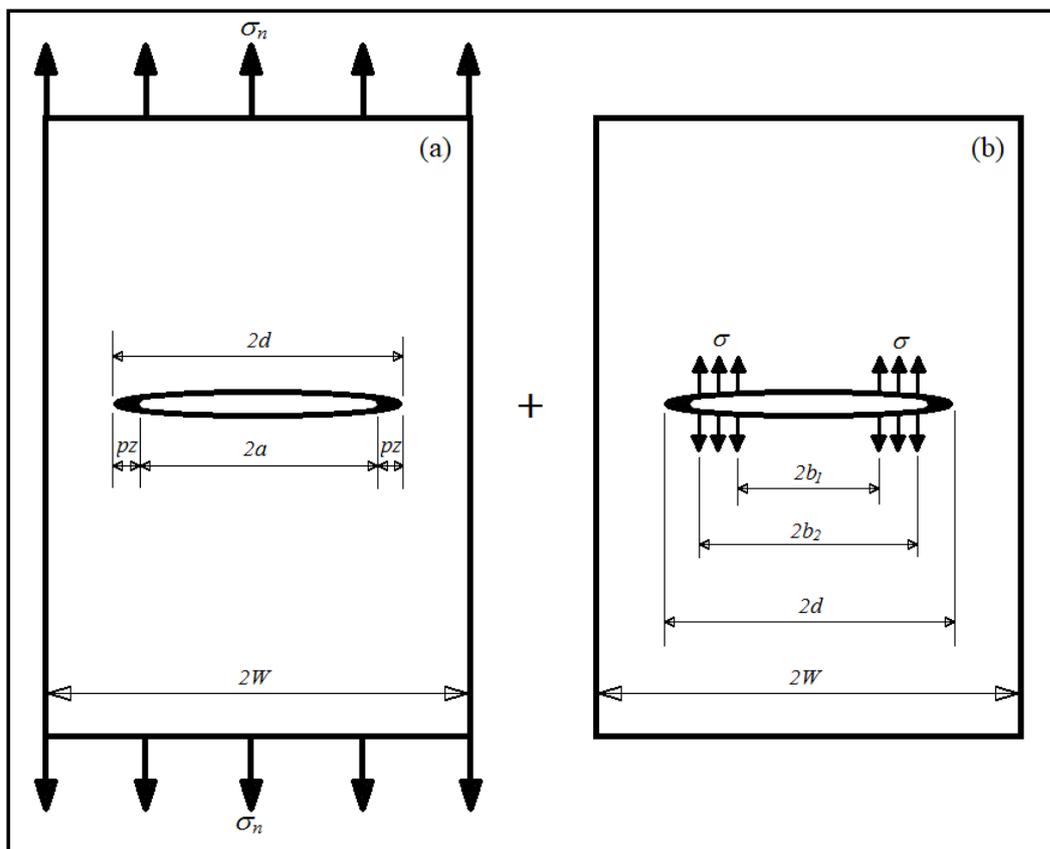


Figura 24 - Esquema dos dois problemas elásticos [36].

Os deslocamentos das superfícies da trinca e a distribuição de tensão nas condições de tensão aplicada máxima  $\sigma_{max}$  e mínima  $\sigma_{min}$  estão esquematizados na figura 25. O modelo é composto por três regiões: (1) uma região linear elástica contendo uma trinca fictícia de meio comprimento  $a + pz$ ; (2) uma região plástica de tamanho  $pz$ ; (3) uma região de deformação plástica residual ao longo da

superfície da trinca. Na região 1 o material é tratado como linear elástico e contínuo. Nas regiões 2 e 3 o material está discretizado em elementos de barra rígidos perfeitamente plásticos. Nessa simplificação é assumido que o material escoou na tensão de fluxo, que é uma média entre a resistência ao escoamento do material ( $S_Y$ ) e a resistência à tração ( $S_U$ ) ( $S_{FL} = (S_Y + S_U)/2$ ). Uma consideração em primeira ordem do efeito do endurecimento por deformação plástica.

Sob qualquer carregamento aplicado, os elementos ou estarão intactos dentro da zona plástica ou rompidos nas superfícies da trinca. Os elementos rompidos podem suportar tensões compressivas, quando estão em contato, e podem ainda escoar em compressão quando a sua tensão alcançar  $-S_{FL}$ . Os elementos ao longo das superfícies da trinca que não estão em contato, não afetam o cálculo dos deslocamentos dos demais elementos.

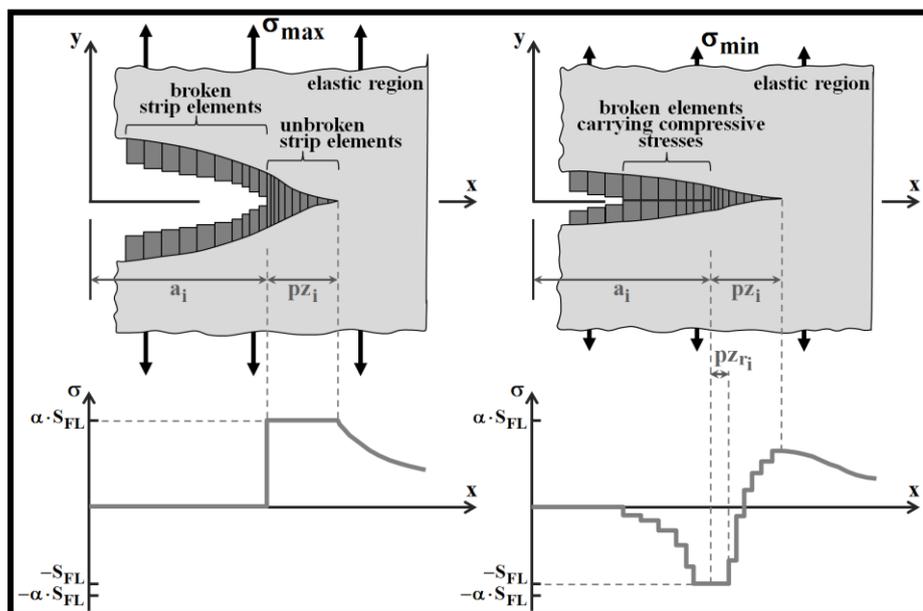


Figura 25 - Esquema dos deslocamentos e tensão ao longo da trinca [36].

Um fator de restrição à deformação plástica  $\alpha$  é usado para aumentar a tensão de fluxo à tração nos elementos dentro da zona plástica durante o carregamento. Como o strip-yield é um modelo unidimensional, esse fator considera efeitos tridimensionais de tensão ao redor da ponta da trinca, gerados por restrições plásticas aos deslocamentos locais quando a placa trincada é espessa, e o material em torno da ponta da trinca não pode ser modelado como se estivesse trabalhando sob tensão plana. Assim, o fator de restrição deveria variar de  $\alpha = 1$  em tensão plana até  $\alpha = 1/(1 - 2\nu) \cong 3$  na condição limite de deformação plana, onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson. Esse fator pode alterar muito o resultado do cálculo de  $K_{op}$ ,

logo seu valor deveria ser calculado considerando a geometria, o material e a carga aplicada. Porém, ele em geral é usado nas aplicações práticas como um parâmetro de ajuste de dados. No modelo original de Newman [36] o fator de restrição não é aplicado no descarregamento, quando ele assume que as condições em torno da ponta da trinca tendem a permanecer uniaxiais, sob um estado de tensão plana.

### 3.2. Formulação do Modelo

Nesse tópico será apresentada a equação que governa os campos de alongamento / deslocamento e de tensão do modelo de fechamento. Além disso serão abordados todos procedimentos de cálculo empregados no modelo como os deslocamentos dos elementos nas superfícies da trinca e dentro da zona plástica, os alongamentos plásticos residuais, o tamanho da zona plástica, as tensões de contato e incremento da trinca. O sistema de coordenadas adotado, figura 26, é fixo e possui origem no centro da trinca cujo comprimento é  $2a$ . Devido a simetria do problema apenas um quarto da placa necessita ser avaliada como representado na figura 26. A placa possui uma trinca fictícia de meio comprimento  $d (= a + pz)$  e foi sujeita a uma tensão remota uniforme  $\sigma$ . O elemento rígido-plástico conectado ao ponto  $j$  foi submetido a uma tensão de compressão  $\sigma_j$ . Esse elemento estará em contato quando seu comprimento  $L_j$  for maior que o deslocamento atual  $V_j$ . A tensão  $\sigma_j$  é aplicada para fazer  $V_j = L_j$ .

As equações que governam a resposta completa do sistema (eq. (38)) foram obtidas requerendo a compatibilidade entre a parte linear elástica da placa trincada e todos os elementos ao longo das superfícies da trinca e da zona plástica. O deslocamento de um determinado ponto  $i$  é determinado pela eq. (38) ( $i$  varia de 1 a  $n$ ). Nessa equação  $f(x_i)$  e  $g(x_i, x_j)$  são funções de influência e estão relacionadas a geometria da placa e sua correção da largura. Essas funções estão representadas nas eqs. (39) a (41). As posições  $x_i, x_j$  se referem a distância do ponto central do elemento a origem do eixo  $x$ ,  $W$  (eqs. (39), (41) e (42)) é metade da largura do corpo de prova e  $w$  (eqs. (43) e (44)) é metade da largura do elemento.

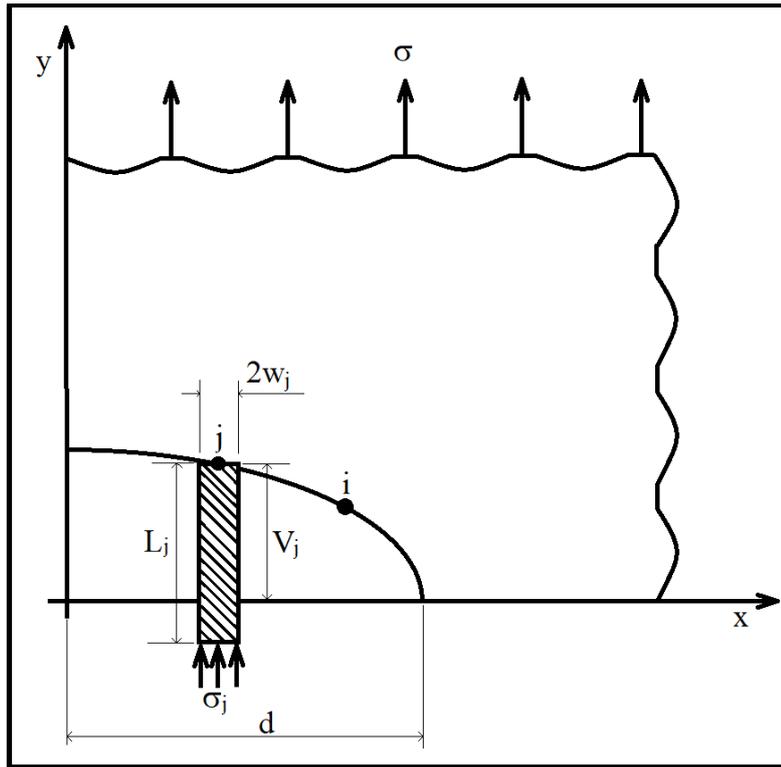


Figura 26 - Sistema de coordenadas usado no modelo [38].

$$V_i = \sigma_n f(x_i) - \sum_{j=1}^n \sigma_j \cdot g(x_i, x_j) \quad (38)$$

$$f(x_i) = [2(1 - \eta^2)/E] \sqrt{(d^2 - x_i^2) \sec(\pi d/2W)} \quad (39)$$

$$g(x_i, x_j) = G(x_i, x_j) + G(-x_i, x_j) \quad (40)$$

$$G(x_i, x_j) = \frac{2(1-\eta^2)}{E} \left\{ (b_2 - x_i) \cdot \cosh^{-1} \left( \frac{d^2 - b_2 x_i}{d|b_2 - x_i|} \right) - (b_1 - x_i) \cdot \cosh^{-1} \left( \frac{d^2 - b_1 x_i}{d|b_1 - x_i|} \right) + \sqrt{d^2 - x_i^2} \cdot [\sin^{-1}(b_2/d) - \sin^{-1}(b_1/d)] \cdot \left[ \frac{\sin^{-1} B_2 - \sin^{-1} B_1}{\sin^{-1}(b_2/d) - \sin^{-1}(b_1/d)} \right] \cdot \sqrt{\sec \left( \frac{\pi d}{2W} \right)} \right\} \quad (41)$$

Nas eqs. (21) e (23)  $\eta = 0$  para a condição de tensão plana e  $\eta = \nu$  para deformação plana. Os termos  $B_1$  e  $B_2$  são obtidos pela eq. (42) (para  $k = 1$  e  $2$ ) e os termos  $b_1$  e  $b_2$  (representam as posições das arestas dos elementos,  $b_2 - b_1 =$  largura do elemento  $2w$ ) pelas eqs. (43) e (44) respectivamente.

$$B_k = \sin(\pi b_k/2W) / \sin(\pi d/2W) \quad (42)$$

$$b_1 = x_j - w_j \quad (43)$$

$$b_2 = x_j + w_j \quad (44)$$

### 3.2.1. Tamanho da Zona Plástica

A formulação para o cálculo do tamanho da zona plástica ( $pz$ ) para uma trinca em uma placa finita foi obtida através da hipótese do modelo de Barenblatt-Dugdale de que os fatores de intensidade de tensão da carga remota aplicada e da tensão distribuída ao longo de um segmento da trinca (nesse caso ao longo da zona plástica) se igualam na ponta da trinca fictícia como mostrado na eq. (45).

$$(K)_\sigma + (K)_{S_{FL}} = 0 \quad (45)$$

Os FITs para uma tensão remota aplicada em uma placa tipo M(T) e para uma tensão distribuída sobre um segmento da trinca se encontram nas eqs. (46) e (47). Substituindo as eqs. (46) e (47) na eq. (45) e lembrando que  $pz = d - a$ , obtêm-se a solução para solução para o tamanho da zona plástica (eq. (48)).

$$(K)_\sigma = \sigma_{max} \sqrt{\pi d \sec(\pi d / 2W)} \quad (46)$$

$$(K)_{S_{FL}} = -\alpha S_{FL} \left\{ 1 - (2/\pi) \cdot \sin^{-1} \left[ \frac{\sin \frac{\pi a}{2W}}{\sin \frac{\pi d}{2W}} \right] \right\} \sqrt{\pi d \sec(\pi d / 2W)} \quad (47)$$

$$pz = a \left\{ (2W/\pi a) \cdot \sin^{-1} \left[ \sin(\pi a / 2W) \sec(\pi \sigma_{max} / 2\alpha S_{FL}) \right] - 1 \right\} \quad (48)$$

Para simulação de propagação em geometrias diferentes do corpo de prova tipo M(T), o tamanho da zona plástica é determinado pela eq. (49) usando a solução para propagação em condição de plastificação restrita (*small-scale yielding*) [1], modificada com a adoção do fator de restrição e tensão de fluxo [41-42].

$$pz = (\pi/8) \cdot (K_{max} / \alpha S_{FL})^2 \quad (49)$$

### 3.2.2. Processo de Discretização

Um processo importante dessa modelagem é a definição dos elementos dentro da zona plástica. A zona plástica foi arbitrariamente subdividida em 10 elementos de largura variável no modelo original do Newman [36], porém a partir da versão 5.0 do FASTRAN a quantidade de elementos aumentou para 20. No algoritmo *strip-yield* implementado aqui a zona plástica também foi discretizada em 20 elementos de largura variável seguindo a seguinte razão entre a largura total do elemento ( $2w$ ) e o tamanho da zona plástica,  $2w_i/pz$ : 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.015, 0.02, 0.025, 0.03, 0.035, 0.04, 0.045, 0.05, 0.058, 0.066, 0.074, 0.082, 0.09, 0.098, 0.107, 0.125, 0.15. Esses valores de largura foram definidos com base nos dados apresentados na figura 27 para o FASTRAN 5.0.

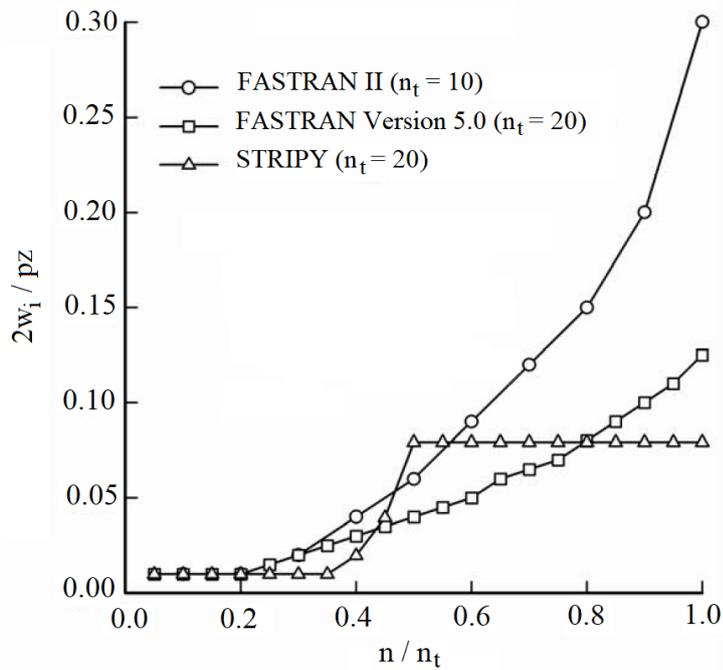


Figura 27 - Tamanhos dos elementos na zona plástica [42].

O menor elemento, chamado  $n = 1$ , é o primeiro a frente da ponta da trinca (posição central:  $x = a + w_1$ ) e o maior elemento, chamado  $n = 20$ , está localizado na fronteira da zona plástica (posição central:  $x = d - w_{20}$ ). À medida que a trinca avança novos elementos são criados nas superfícies da trinca, e os elementos à frente da trinca são recalculados de acordo com o tamanho da zona plástica atual do ciclo. A cada incremento da trinca é criado um elemento, chamado  $n$ , imediatamente atrás da ponta da trinca atual mantendo-se o elemento  $21$ , localizado na superfície da trinca, o mais distante de sua ponta conforme esquematizado na figura 28, onde a quantidade total de elementos  $n = 27$ .

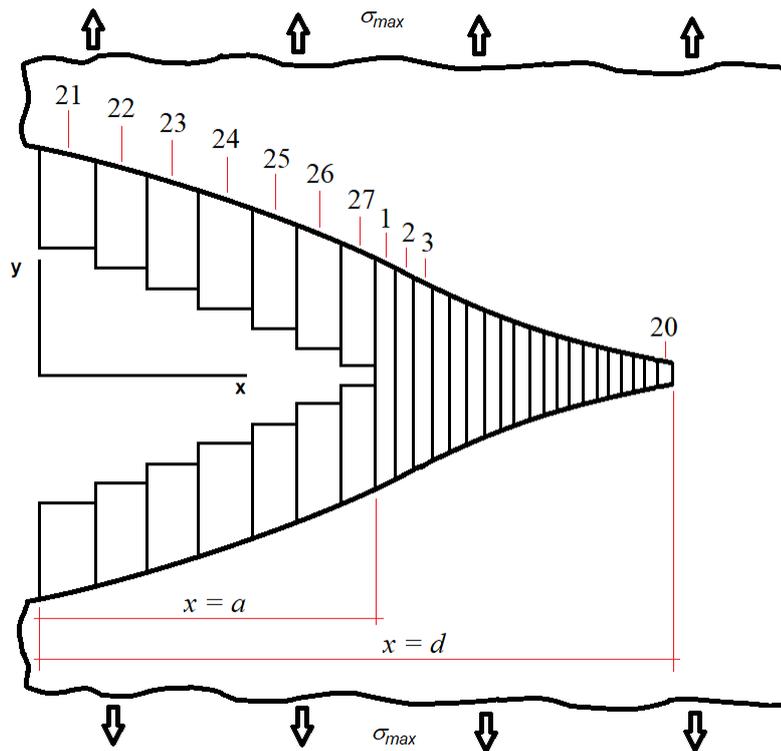


Figura 28 - Distribuição dos elementos no algoritmo *strip-yield*.

### 3.2.3. Cálculo dos Deslocamentos e Tensões nos Elementos

O esquema das tensões e deslocamentos nos elementos nas tensões aplicadas máxima e mínima foi apresentado na figura 25. Uma vez definida posição e largura de cada um dos elementos é feito o cálculo do deslocamento na tensão máxima do ciclo conforme eq. (50). Nessa condição as superfícies da trinca estão completamente abertas e seus alongamentos residuais não afetam os deslocamentos. De acordo com o modelo de material adotado o escoamento ocorre na tensão  $\alpha \cdot S_{FL}$ . Nessa equação os resultados para os elementos dentro da zona plástica ( $n = 1$  a  $20$ ) representam o alongamento plástico ( $L_i$ ), enquanto os resultados para os elementos na superfície da trinca ( $n > 20$ ) representam o deslocamento dos elementos ( $V_i$ ).

O modelo assume que a trinca se propaga na tensão máxima do ciclo, ou seja, o elemento  $n$  criado para cada incremento da trinca recebe o alongamento plástico do elemento  $1$ . Mesmo se o incremento da trinca possui comprimento diferente da posição onde se calcula o alongamento plástico do elemento  $1$ . Essa aproximação do modelo Newman foi mantida no algoritmo implementado.

$$L_i = V_i = \sigma_{max} \cdot f(x_i) - \sum_{j=1}^{20} \alpha \cdot S_{FL} \cdot g(x_i, x_j) \quad (50)$$

Quando a placa é descarregada para a tensão mínima do ciclo,  $\sigma_{min}$ , os elementos dentro da zona plástica descarregam até que alguns deles próximo a ponta da trinca começam a escoar em compressão quando eles atingem a tensão  $-S_{FL}$  (conforme descrito o modelo não utiliza fator de restrição no descarregamento). A zona plástica reversa é formada pelos elementos que escoaram em compressão. De acordo com Newman [36], dependendo da quantidade de fechamento, definida pelo do carregamento e fator de restrição, a  $pz_r$  pode variar entre  $1/10$  e  $1/2$  da zona plástica monotônica. No modelo Barenblatt-Dugdale a zona plástica reversa é de  $0,25 \cdot pz$  em  $R = 0$  e estado plano de tensão ( $\alpha = 1$ ).

Os elementos rompidos localizados na esteira de deformação plástica ao longo das superfícies da trinca, os quais armazenam alongamento plástico residual, podem entrar em contato, e assim suportar tensões compressivas. Alguns desses elementos podem escoar em compressão quando a tensão alcança  $-S_{FL}$ . A eq. (38) pode ser rearranjada para a condição de compatibilidade entre deslocamentos e alongamentos ( $V_i = L_i$ ) conforme apresentado na eq. (51).

$$\sum_{j=1}^n \sigma_j g(x_i, x_j) = \sigma f(x_i) - L_i \quad (51)$$

Nessa equação  $\sigma$  é a tensão atual aplicada à placa,  $L_i$  são os alongamentos plásticos residuais de cada elemento  $i$  e  $\sigma_j$  as tensões de contato ao longo das superfícies da trinca ou as tensões atuantes nos elementos da zona plástica. Assim como a eq. (50), a eq. (51) é aplicada a cada um dos elementos formando um sistema de equações. O objetivo é encontrar o campo de tensão ( $\sigma_j$ ) para uma dada tensão  $\sigma$  aplicada, partindo do campo de alongamentos residuais  $L_i$ . Como a tensão em um determinado elemento  $i$  é influenciada pela tensão nos demais elementos  $j$ , esse sistema de equações deve ser resolvido por um método iterativo, tendo sido adotado o método Gauss-Seidel acrescido de restrições, como originalmente proposto por Newman [36].

Para os elementos dentro da zona plástica ( $x_j > a$ ) essas restrições estão relacionadas ao comportamento idealizado de escoamento em tração e em compressão, como nas eqs. (52) e (53). Para os elementos nas superfícies da trinca ( $x_j \leq a$ ), as restrições estão relacionadas à separação dos elementos e ao escoamento em compressão, conforme eqs. (54) e (55).

$$se \sigma_j > \alpha S_{FL} \text{ então } \sigma_j = \alpha S_{FL} \quad (52)$$

$$se \sigma_j < -S_{FL} \text{ então } \sigma_j = -S_{FL} \quad (53)$$

$$\text{se } \sigma_j > 0 \text{ então } \sigma_j = 0 \quad (54)$$

$$\text{se } \sigma_j < -S_{FL} \text{ então } \sigma_j = -S_{FL} \quad (55)$$

Ao resolver a eq. (51) para as tensões atuantes nos elementos  $(\sigma_i)$  obtém-se a eq. (56) empregada no método iterativo. O índice  $I$  da tensão no elemento  $i$   $(\sigma_i)_I$  é o número atual do passe de iteração. A matriz  $g_{ij}$  foi definida pela eq. (40), sendo sua diagonal o vetor  $g_{ii}$ . No primeiro passe de iteração as tensões  $(\sigma_j)_I$  recebem como suposição inicial o valor zero. Cada tensão  $(\sigma_i)_I$  calculada é imediatamente testada para as condições das eqs. (52) a (55) e alteradas se necessário. Após esse teste, a tensão  $(\sigma_i)_I$  é sempre usada no lado direito da equação como a tensão  $(\sigma_j)_{I-1}$ . O processo de iteração é repetido até que o maior erro no vetor das tensões seja inferior a  $0,01 \cdot S_{FL}$ . A quantidade total de elementos depende, principalmente, do processo de aglutinação a ser detalhado posteriormente. Esse método apresenta uma rápida convergência com quantidade de passes de iteração variando entre 3 e 20.

$$(\sigma_i)_I = \left[ \sigma f_i - L_i - \sum_{j=1}^{i-1} (\sigma_j)_I g_{ij} - \sum_{j=i+1}^n (\sigma_j)_{I-1} g_{ij} \right] / g_{ii} \quad (56)$$

Na tensão mínima do ciclo  $(\sigma = \sigma_{min})$  os alongamentos plásticos dos elementos  $(L_i)$  requeridos na eq. (56) são os alongamentos calculados pela eq. (50) para os elementos da zona plástica, e os alongamentos plásticos residuais para os elementos das superfícies da trinca. Nessa condição o vetor  $\sigma_j$  resultante representa as tensões de contato para os elementos nas superfícies da trinca e as tensões residuais para os elementos dentro da zona plástica.

Com o campo de tensões  $\sigma_j$  estabelecido é possível então calcular o alongamento plástico residual, para os elementos que se deformaram sob compressão, tanto os localizados dentro da zona plástica quanto aqueles nas superfícies da trinca, através da eq. (57). Para os elementos que não entraram em contato  $(L_i < V_i)$  na tensão mínima do ciclo,  $\sigma_i = 0$ .

$$L_i = V_i = \sigma_{min} \cdot f(x_i) - \sum_{j=1}^n \sigma_j \cdot g(x_i, x_j) \quad (57)$$

### 3.2.4. Cálculo da Tensão de Abertura da Trinca

A formulação para cálculo da tensão de abertura da trinca foi desenvolvida por Newman [36] igualando o FIT gerado por um incremento na tensão aplicada  $(\sigma_{op} - \sigma_{min})$  com o FIT devido às tensões de contato  $\sigma_j$ . Assim a tensão aplicada necessária para abrir completamente as superfícies da trinca  $(\sigma_{op})$  foi calculada a

partir das tensões de contato ( $\sigma_j$ ), obtidas na tensão mínima do ciclo  $\sigma_{min}$ , como na eq. (58), na primeira versão do modelo Newman [36]. Nessa versão do FASTRAN a zona plástica continha 10 elementos. As funções  $B_1$ ,  $B_2$  são calculadas conforme eq. (59), onde  $a_s$  é o tamanho aparente da trinca determinado pelo comprimento inicial da trinca mais a soma da largura dos elementos de  $11$  a  $n - 1$ . A eq. (58) assume que o incremento da trinca é muito pequeno comparado ao seu tamanho, assim desprezando a contribuição do elemento  $n$  no cálculo da tensão de abertura da trinca.

$$\sigma_{op} = \sigma_{min} - \sum_{j=11}^{n-1} (2\sigma_j/\pi) \cdot [\sin^{-1} B_2 - \sin^{-1} B_1] \quad (58)$$

$$B_k = \sin(\pi b_k/2W) / \sin(\pi a_s/2W) \quad (59)$$

A eq. (58) foi modificada em [41-42] para se adequar aos casos onde o incremento da trinca pode não ser pequeno em relação ao seu tamanho como no caso de carregamentos com sobrecargas severas. Como apresentado na eq. (60) houve alteração do limite superior do somatório de  $n - 1$  para  $n$ . O limite inferior foi alterado para se adequar ao aumento de elementos dentro da zona plástica. A eq. (61) difere da eq. (59) pelo cálculo do tamanho aparente da trinca. Na eq. (61)  $a_w$  é determinado pelo comprimento inicial da trinca mais da soma dos elementos de  $21$  a  $n$  que estão localizados nas superfícies da trinca. Porém, para o elemento  $n$  não utiliza-se o seu comprimento total, relacionado ao incremento da trinca. Mas, a mais alta taxa de propagação obtida durante a formação do  $\Delta a^*$  (incremento durante o qual a tensão de abertura é mantida constante). No algoritmo implementado foram utilizadas as eqs. (60) e (61) para o cálculo da tensão de abertura da trinca.

$$\sigma_{op} = \sigma_{min} - \sum_{j=21}^n (2\sigma_j/\pi) \cdot [\sin^{-1} B_2 - \sin^{-1} B_1] \quad (60)$$

$$B_k = \sin(\pi b_k/2W) / \sin(\pi a_w/2W) \quad (61)$$

### 3.2.5. Incremento e Taxa de Propagação da Trinca

O modelo de fechamento da trinca não calcula o incremento da trinca, mas sim a tensão de abertura utilizada para definição do  $\Delta K_{eff}$ , e através de uma regra de propagação devidamente ajustada calcula-se as taxas de propagação da trinca. Com o objetivo de reduzir o custo computacional, a tensão de abertura da trinca é assumida como constante, durante um determinado incremento  $\Delta a^*$ . Dessa forma, a tensão de abertura, seguindo o procedimento descrito, é calculada em intervalos e não ciclo a ciclo.

No modelo Newman o incremento da trinca no momento da aplicação da tensão máxima é simulado pela criação de um elemento na superfície de largura  $\Delta a^*$ , e então se faz o cálculo da tensão de abertura da trinca, através do procedimento numérico descrito. Após cálculo da tensão de abertura obtém-se a taxa de propagação e o incremento real da trinca, que é no máximo igual ao  $\Delta a^*$ , podendo ser menor caso o número de ciclos ultrapassasse o valor de 300 no modelo original [36] e até 1000 ciclos na versão mais recente [42].

No algoritmo implementado neste trabalho [74] primeiro calcula-se o incremento da trinca, utilizando o  $\Delta a^*$  como incremento máximo, e obedecendo também o número máximo de 500 ciclos de carregamento. Apenas após obtido o incremento real da trinca efetua-se o cálculo da tensão de abertura da trinca, sem a necessidade de uma posterior correção da largura do elemento  $n$ .

Com relação a definição do incremento  $\Delta a^*$ , no modelo original [36] ele foi definido como 5% do tamanho da zona plástica ( $\Delta a^* = 0.05 pz$ ), e na versão mais recente do FASTRAN [42] o cálculo é feito pela eq. (62), onde  $R_x = R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$  se  $R > 0$  e  $R_x = 0$  se  $R \leq 0$ . Assim, o incremento passou de 5% da zona plástica monotônica para 5% do tamanho estimado para a zona plástica reversa. Com isso, houve sensível redução do número de ciclos em que a tensão de abertura é mantida constante, aproximando o modelo de um cálculo ciclo-a-ciclo, e obtendo maior precisão no cálculo da tensão de abertura [42].

$$\Delta a^* = 0,05 \cdot (pz/4) \cdot (1 - R_x)^2 \quad (62)$$

A eq. (62) foi usada no algoritmo implementado, e o número de ciclos  $\Delta N$  necessários para propagar a trinca pelo incremento  $\Delta a^*$  (limitado a 500 ciclos) foi calculado pela regra de propagação (eq. (63)), utilizada no programa NASGRO [75]. Nessa equação  $C_n$ ,  $m$ ,  $p$  e  $q$  são parâmetros de ajuste de dados,  $K_c$  é a tenacidade a fratura do material e  $\Delta K_{th}$  o limiar de propagação, definido conforme eqs. (64) e (65). O  $\Delta K_I^*$ , utilizado nas eqs. (64) e (65), é calculado pela eq. (66) onde  $\Delta K_I$  é o limiar medido em elevado  $R$  na condição em que a propagação ocorre livre de fechamento, e  $a_0$  é o parâmetro chamado “tamanho intrínseco da trinca” nos modelos *strip-yield* (assumido fixo:  $a_0 = 0.0381mm$ ).

O  $\Delta K_I$  é também chamado de limiar intrínseco de propagação por aqueles que suportam a ideia do  $\Delta K_{eff}$  ou o limiar do máximo pelos seguidores da Abordagem Unificada, que defendem que  $\Delta K$  e  $K_{max}$  são as duas forças motrizes para a

propagação da trinca de fadiga [76]. Ainda nas eqs. (64) e (65), a função  $A_0$  é definida pela eq. (67), e  $C_{th}$  é outro parâmetro empírico para ajuste dos dados que possui valor constante, mas diferente para valores positivos ou negativos de  $R$  (sobrescrito  $p$  ou  $m$ ). A eq. (63) foi implementada no algoritmo, em substituição a utilizada no FASTRAN, devido ao banco de dados de materiais disponíveis em [75].

$$da/dN = C_n(\Delta K_{eff})^m \cdot (1 - \Delta K_{th}/\Delta K)^p / (1 - K_{max}/K_c)^q \quad (63)$$

$$\Delta K_{th} = \Delta K_1^* [(1 - R)/(1 - K_{op}/K_{max})]^{(1+R C_{th}^p)} / (1 - A_0)^{(1-R) C_{th}^p}, R \geq 0 \quad (64)$$

$$\Delta K_{th} = \Delta K_1^* [(1 - R)/(1 - K_{op}/K_{max})]^{(1+R \cdot C_{th}^m)} / (1 - A_0)^{(C_{th}^p - R \cdot C_{th}^m)}, R < 0 \quad (65)$$

$$\Delta K_1^* = \Delta K_1 [a/(a + a_0)]^{1/2} \quad (66)$$

$$A_0 = (0.825 - 0.34\alpha + 0.05\alpha^2) \cdot [\cos(\pi\sigma_{max}/2\alpha S_{FL})]^{1/\alpha} \quad (67)$$

### 3.2.6. Procedimento de Cálculo em Amplitude Variável

Durante a propagação da trinca de fadiga sob CAV, o incremento da trinca deixa de ser proporcional a parâmetros do carregamento atual como  $\{\Delta K, R\}$  e passa a depender da história dos carregamentos prévios. Esse comportamento não linear da propagação é chamado efeito de sequência ou memória do carregamento e na modelagem *strip-yield* o fechamento da trinca induzido por plasticidade é assumido como o mecanismo indutor desses efeitos. Assim, a aceleração ou retardo na propagação da trinca é previsto pelo modelo, se a tensão de abertura atual é menor ou maior que a tensão de abertura que seria induzida pelo carregamento atual do ciclo, caso a propagação ocorresse em amplitude constante ( $K_{max} / K_{min}$  ou  $S_{max} / S_{min}$  constantes).

Esse comportamento transiente da tensão de abertura da trinca sob CAV é um resultado direto da influência da plasticidade induzida pelos ciclos prévios da carga, sobre os campos de tensão e de alongamento/deslocamento subsequentes. Em outras palavras, para devidamente considerar os efeitos de memória na propagação das trincas por fadiga, é necessário usar os campos prévios de tensão e de alongamento/deslocamento à frente e atrás da ponta da trinca, para determinar os estados de tensão e alongamentos/deslocamentos subsequentes.

Em nenhum dos artigos sobre o tema referidos nessa tese [35-43], e em outros analisados, mas não citados nesse documento, os autores esclarecem como nos seus

modelos propostos calculavam os campos de alongamento/deslocamento e de tensão sob CAV. Como esse tema não é devidamente discutido na literatura aberta, uma das contribuições da implementação do algoritmo *strip-yield* desenvolvido aqui é detalhar como esse problema foi resolvido. Assim, a rotina de cálculo das tensões e dos alongamentos/deslocamentos do algoritmo implementado [74] sob CAV foi desenvolvida usando o conceito de efeitos de memória induzidos por plasticidade, proposto por Fühling e Seeger [77].

Na figura 29 mostra um esquema da zona plástica da sobrecarga ( $pZ_{OL}$ ) e do ciclo atual ( $pZ$ ). A sobrecarga induz à frente da ponta da trinca alongamentos e tensões residuais na chamada zona plástica primária, ou não previamente deformada. No ciclo seguinte à sobrecarga, a região de deformação plástica gerada por ela é novamente tracionada e os elementos que atingem a tensão  $\alpha \cdot S_F$  escoam novamente em tração formando a chamada zona plástica secundária. A região plástica a ser considerada no cálculo é aqui chamada de zona plástica residual ( $pZ_{res}$ ), parte remanescente da zona plástica primária, calculada como na eq. (68).

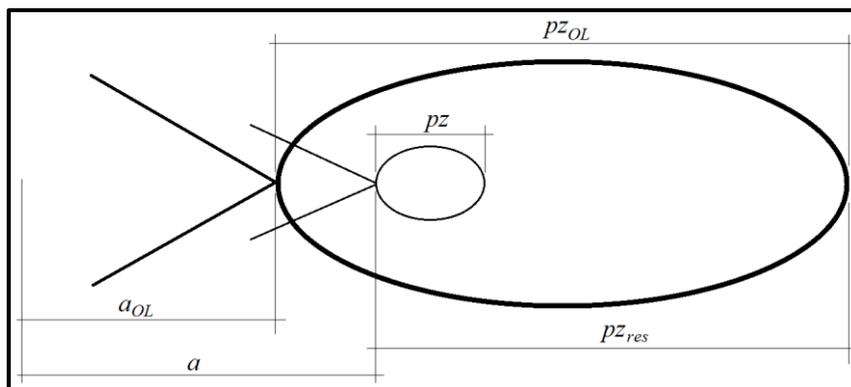


Figura 29 - Representação das zonas plásticas durante efeito de sequência.

$$pZ_{res} = pZ_{OL} - (a - a_{OL}) \quad (68)$$

O efeito de um estado prévio de carregamento sobre um estado subsequente, acaba quando a fronteira elastoplástica da carga prévia ( $pZ_{OL}$ ) é alcançada pela zona plástica da carga atual ( $pZ$ ). Assim, a perda da memória plástica causada por um evento prévio qualquer, ocorre apenas quando a região inicialmente plastificada ( $pZ_{OL}$ ) é novamente escoada por inteiro, uma vez que a resistência ao escoamento de todos os elementos dentro dessa região é alcançada. Em outras palavras, se a zona plástica monotônica criada pela tensão máxima do ciclo atual ( $pZ$ ) mais o tamanho atual da trinca ( $a$ ) é menor que a zona plástica monotônica prévia ( $pZ_{OL}$ ) e seu comprimento de trinca associado ( $a_{OL}$ ) então a história de tensões e

alongamentos necessita ser utilizada. Caso contrário a carga atual define a nova história de tensões e alongamentos. Portanto, o efeito de memória ocorre enquanto  $a + pz \leq a_{OL} + pz_{OL}$ .

Assim, o tamanho da zona plástica do ciclo atual ( $pz$ ), calculada conforme eqs. (48) ou (49), é utilizada apenas como critério de parada do efeito de sequência, pois todo o procedimento de cálculo utiliza a região plástica real remanescente ( $pz_{res}$ ), como descrito a seguir. Dessa forma, o tamanho da zona plástica é a quantidade básica para descrever os efeitos de memória, pois ela governa o critério de memória, assim como as funções de influência utilizadas no cálculo das tensões e dos alongamentos (variável  $d$  das eqs. (39) e (41)).

Enquanto o critério de efeito de memória é satisfeito o algoritmo primeiro calcula a zona plástica remanescente (eq. (68)), e baseado nela redefine os 20 elementos a frente da trinca em termos de largura e posição. Em seguida ele calcula o alongamento residual de cada um dos elementos da zona plástica previamente definidos, através de um procedimento de interpolação com os alongamentos plásticos residuais armazenados após a sobrecarga.

Até esse ponto tem-se para cada elemento os alongamentos plásticos residuais que serão submetidos a um novo carregamento de tração. Para calcular os alongamentos desses elementos na carga máxima aplicada do ciclo, é necessário primeiro encontrar a tensão que ela gera em cada um dos 20 elementos dentro da  $pz_{res}$ . Relembrando que, na propagação em amplitude constante, todos os elementos da zona plástica atingem a tensão  $\alpha \cdot S_{FL}$ , necessária para produzir o escoamento como definido na eq. (50). Mas, sob CAV é preciso encontrar o vetor de tensões dos elementos a frente da trinca pois, nem todos os elementos irão atingir a tensão  $\alpha \cdot S_{FL}$ . O cálculo das tensões nos elementos segue o mesmo processo iterativo já descrito no item 3.2.3 para obtenção das tensões na carga mínima do ciclo. Porém, apenas os elementos a frente da trinca são utilizados no cálculo, uma vez que os elementos que não estão em contato nas superfícies da trinca não afetam o alongamento dos elementos a frente da trinca. Assim, a eq. (56) foi modificada para essa condição, vide eq. (69). Com isso apenas as restrições relacionadas ao escoamento idealizado na zona plástica (eqs. (52) e (53)) são utilizadas durante a iteração. Além disso, cabe ressaltar que a tensão  $\sigma$  utilizada no lado direito da eq. (69) é a tensão máxima aplicada do ciclo  $\sigma_{max}$  e os alongamentos  $L_i$  são calculados

previamente pela interpolação dos alongamentos residuais deixados à frente da trinca pela sobrecarga.

$$(\sigma_i)_I = \left[ \sigma f_i - L_i - \sum_{j=1}^{i-1} (\sigma_j)_I g_{ij} - \sum_{j=i+1}^{20} (\sigma_j)_{I-1} g_{ij} \right] / g_{ii} \quad (69)$$

Esse processo de iteração termina quando o erro atinge  $0,001 \cdot S_{FL}$ , uma ordem de grandeza inferior ao utilizado no item 3.2.3 de forma a minimizar o erro global do cálculo sob CAV. Ao final desse processo o vetor de tensões  $\sigma_i$  é utilizado na eq. (70) para o cálculo do alongamento dos elementos à frente da trinca na carga máxima do ciclo. Dessa forma, são obtidos os campos de tensões e alongamentos dos elementos à frente da trinca durante os efeitos de memória do carregamento.

$$L_i = \sigma_{max} \cdot f(x_i) - \sum_{j=1}^{20} \sigma_i \cdot g(x_i, x_j) \quad (70)$$

### 3.2.7. Processo de Aglutinação

O processo de aglutinação dos elementos localizados nas superfícies da trinca é necessário para que a quantidade total de elementos se estabilize em torno de um valor que, ao mesmo tempo em que assegure a precisão requerida no cálculo da tensão de abertura da trinca, não aumente demasiadamente o tempo para processamento. Newman [36] definiu um critério para aglutinação para que a quantidade total se mantivesse entre 20 e 30 elementos, quando a versão do FASTRAN usava apenas 10 elementos à frente da trinca. Assim, de acordo com Newman [36] o processo de aglutinação combina elementos adjacentes  $i$  e  $i + 1$  para formar um único elemento quando o critério da eq. (71) for alcançado.

$$2(w_i + w_{i+1}) \leq a - x_{i+1} + \Delta a^* \quad (71)$$

De acordo com esse critério, a probabilidade dos elementos mais distantes da ponta da trinca de serem aglutinados é maior que a dos elementos mais próximos da sua ponta. No processo de aglutinação a largura do elemento aglutinado é a soma da largura dos dois elementos que participam do processo, enquanto o comprimento do elemento é definido com a média ponderada conforme eq. (72).

$$L = (L_i w_i + L_{i+1} w_{i+1}) / (w_i + w_{i+1}) \quad (72)$$

O processo de aglutinação influi muito na precisão do cálculo da tensão de abertura da trinca, em particular na propagação sob CAV, como observado nas simulações executadas. Nas versões mais recentes do FASTRAN [41-42] houve alteração no critério de aglutinação, porém não há registro sobre quais mudanças teriam sido implementadas. Após diversas simulações com o modelo *strip-yield* em

amplitudes variáveis e constantes, o critério proposto por Newman [36] foi alterado para o algoritmo implementado conforme eq. (73). Foi feita a substituição do incremento virtual no qual a tensão de abertura é mantida constante pelo dobro do incremento real da trinca (o que equivale a duas vezes a largura do elemento  $n$ ). Além disso, a soma foi alterada por uma subtração permitindo um aumento na quantidade de elementos nas superfícies da trinca, melhorando a estabilidade do modelo.

$$2(w_i + w_{i+1}) \leq a - x_{i+1} - 2 \cdot \Delta a \quad (73)$$

Além da alteração do critério, foi feita uma mudança no procedimento de cálculo de forma que a quantidade mínima de elementos presentes na superfície da trinca seja de 42. Com isso, houve sensível melhora na estabilidade e precisão do cálculo da tensão de abertura da trinca, principalmente sob CAV. Cabe ressaltar que o elemento  $n$  nunca é aglutinado e, que só é possível executar uma única operação de aglutinação a cada ciclo de cálculo do programa.

Nas figuras 30 e 31 pode-se ver resultados de cálculo da tensão de abertura para propagação em amplitude constante e variável respectivamente. As curvas em vermelho foram obtidas utilizando o critério proposto originalmente por Newman [36] (eq. (71)) e as curvas em preto obtidas conforme eq. (73). O material usado como referência foi o alumínio 2024-T3 com tensão de fluxo de 415 MPa. Na figura 30 foram simuladas três condições de tensão máxima (83 MPa, 166 MPa e 290 MPa) sempre com  $R = 0$  e fator de restrição de 1. Na figura 31 foi simulada a propagação com tensão máxima do ciclo de 100 MPa e um evento de sobrecarga de 160 MPa, o fator de restrição usado foi igual a 1.

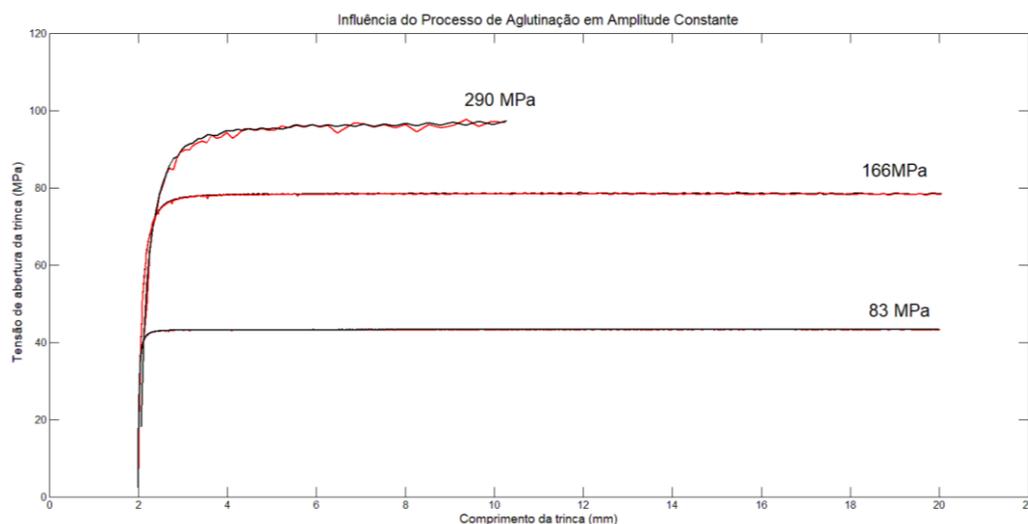


Figura 30 - Influência do processo de aglutinação na amplitude constante.

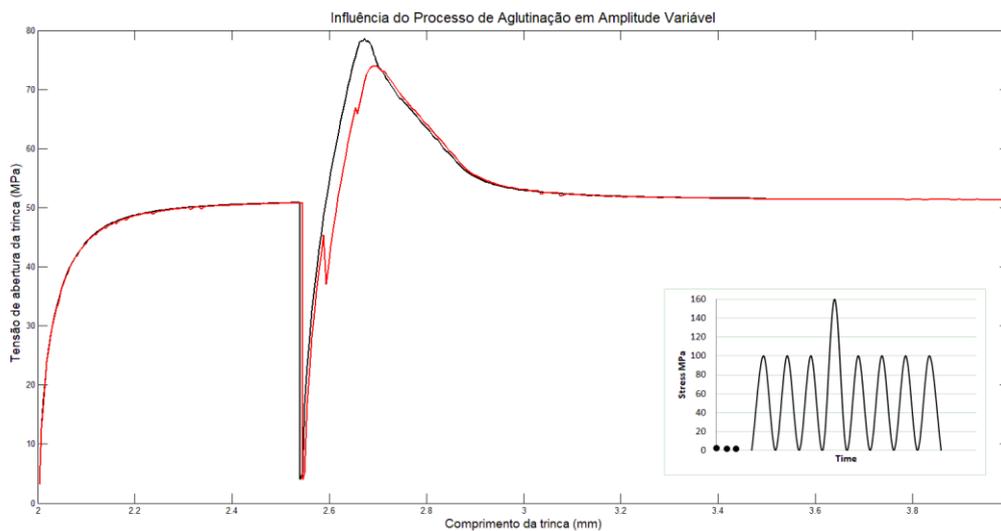


Figura 31 - Influência do processo de aglutinação na amplitude variável.

Na figura 30 percebe-se que a medida que a tensão aplicada aumenta também aumenta a instabilidade no cálculo da tensão de abertura com o uso do método de aglutinação proposto por Newman [36]. Isso fica mais evidente na propagação sob CAV, figura 31, em que a instabilidade no cálculo gerou um pico de tensão de abertura menor que na condição de aglutinação adotada no algoritmo implementado. O algoritmo, implementado no Matlab, possui sequência de cálculo conforme o diagrama de fluxo da figura 32.

### 3.3. Validação do Algoritmo

A validação do algoritmo *strip-yield* implementado foi feita através da comparação com resultados publicados em [38] e com as equações de cálculo da tensão de abertura da trinca apresentadas em [42]. Newman desenvolveu as eqs. (74) e (75) para estimativa da tensão de abertura da trinca para propagação em amplitude constante [42]. Onde as funções de  $A_0$  a  $A_3$  estão descritas nas eqs. (76) a (79). Uma modificação para corrigir essas equações para casos de elevado incremento ou taxa de propagação da trinca foi aplicada de forma a considerar no cálculo da tensão de abertura a contribuição do elemento  $n$ .

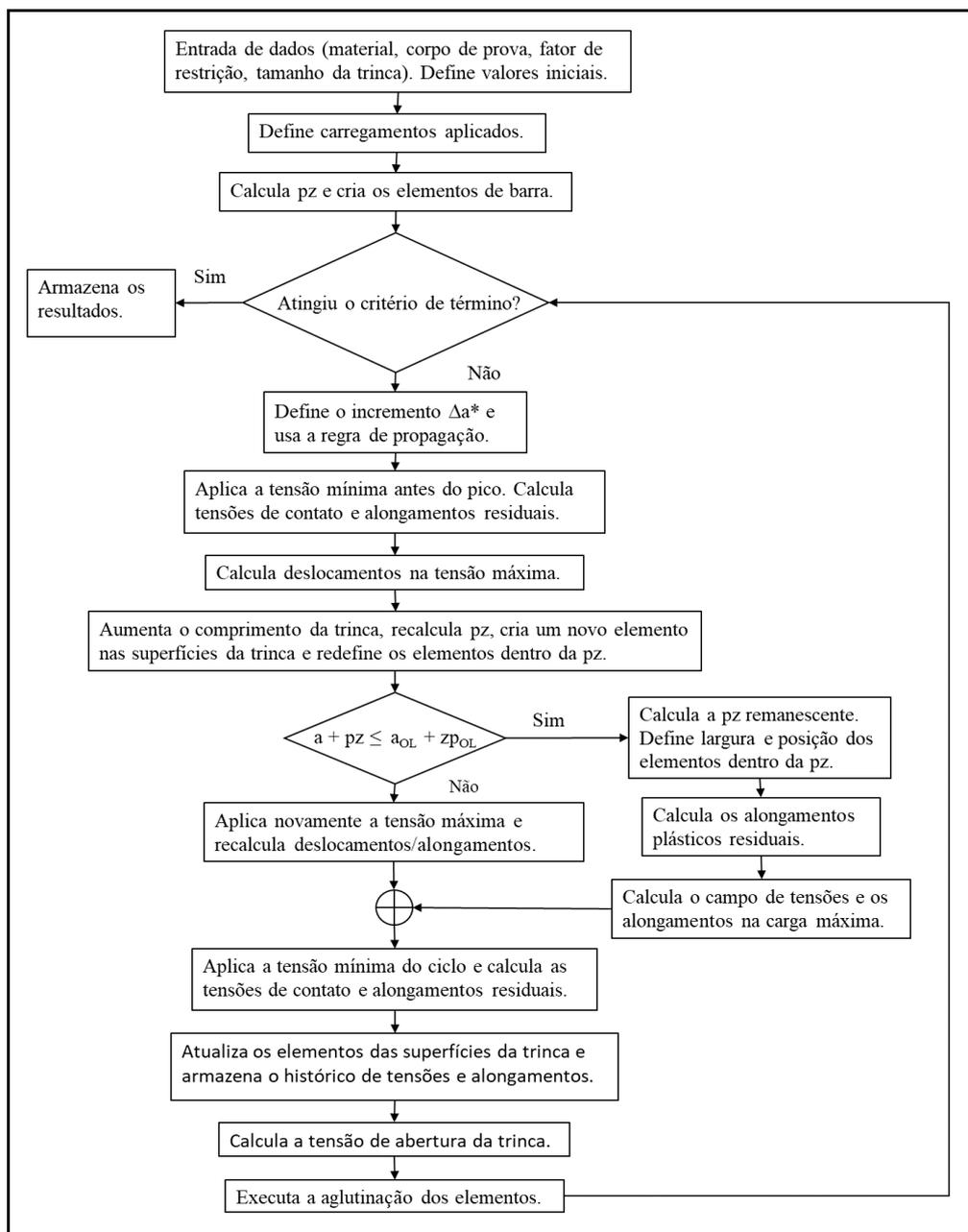


Figura 32 - Diagrama de fluxo do algoritmo *strip-yield* implementado.

Assim, a tensão de abertura corrigida é expressa na eq. (80), onde  $da/dN$  é o incremento da trinca por ciclo e o coeficiente 0,2 foi escolhido de forma a ajustar os resultados dessa equação à versão 5.0 do FASTRAN [42]. Comparações da tensão de abertura da trinca obtida pela eq. (80), e os resultados do FASTRAN 5.0 para o caso da amplitude constante foram razoavelmente precisas para a toda a faixa de razão  $\sigma_{max}/S_{FL}$  menor que 0,6 [42].

$$\sigma_{op}/\sigma_{max} = A_0 + A_1R + A_2R^2 + A_3R^3 \quad \text{para } R \geq 0 \quad (74)$$

$$\sigma_{op}/\sigma_{max} = A_0 + A_1R \quad \text{para } R < 0 \quad (75)$$

$$A_0 = (0,9453 - 0,514\alpha + 0,1355\alpha^2 - 0,0133\alpha^3) \cdot [\cos(\pi\sigma_{max}/2\alpha S_{FL})]^{(0,8\alpha-0,1)} \quad (76)$$

$$A_1 = (0,5719 - 0,1726\alpha + 0,019\alpha^2)\sigma_{max}/S_{FL} \quad (77)$$

$$A_2 = 0,975 - A_0 - A_1 - A_3 \quad (78)$$

$$A_3 = 2A_0 + A_1 - 1 \quad (79)$$

$$\sigma_{op,c} = \sigma_{op} + 0,2S_{FL}\sqrt{da/dN/a} \quad (80)$$

Assim foram gerados resultados de tensão de abertura com o algoritmo implementado para três condições de tensão máxima: 81,5MPa, 122,3MPa e 203,8MPa, que representam uma razão  $\sigma_{max}/S_{FL}$  de 0,2, 0,3 e 0,5 respectivamente. O material foi o alumínio 2219-T851 com  $S_Y$  de 360MPa e  $S_U$  de 455MPa, e para cada condição de tensão máxima os cálculos foram feitos variando a razão  $R$  entre -1 e 0.8 em três condições de fator de restrição,  $\alpha = 1, 2$  e  $3$ . O coeficiente de Poisson adotado  $\nu = 0,33$  e o módulo de elasticidade  $E = 73000$ MPa. O meio comprimento inicial da trinca adotado foi de 2mm e o critério para término do cálculo foi uma variação na tensão de abertura menor que 0,05%.

Nas figuras 33, 34 e 35 as linhas são os resultados obtidos pelo algoritmo proposto e os pontos obtidos pelas equações de Newman. A correlação entre os resultados do algoritmo e a equação de Newman para toda a faixa de  $R$  e nas três condições de fator de restrição é muito boa. O desvio médio para a condição de  $\sigma_{max}$  de 81,5MPa (figura 33) foi 1,1% com o valor máximo encontrado de 2,9%. Para  $\sigma_{max}$  de 122,3MPa (figura 34) o desvio médio foi 1,15% com o máximo de 3,1%. Para  $\sigma_{max}$  de 203,8MPa (figura 35) o desvio médio foi 1,9% com o máximo de 4,9%. Com relação ao fechamento, identificou-se que, pelo modelo *strip-yield*, a trinca permanece aberta durante toda a propagação ( $\sigma_{op} \leq \sigma_{min}$ ) para  $\alpha = 3$  se  $R > 0,6$ , para  $\alpha = 2$  se  $R > 0,7$  e para  $\alpha = 1$  se  $R > 0,8$ .

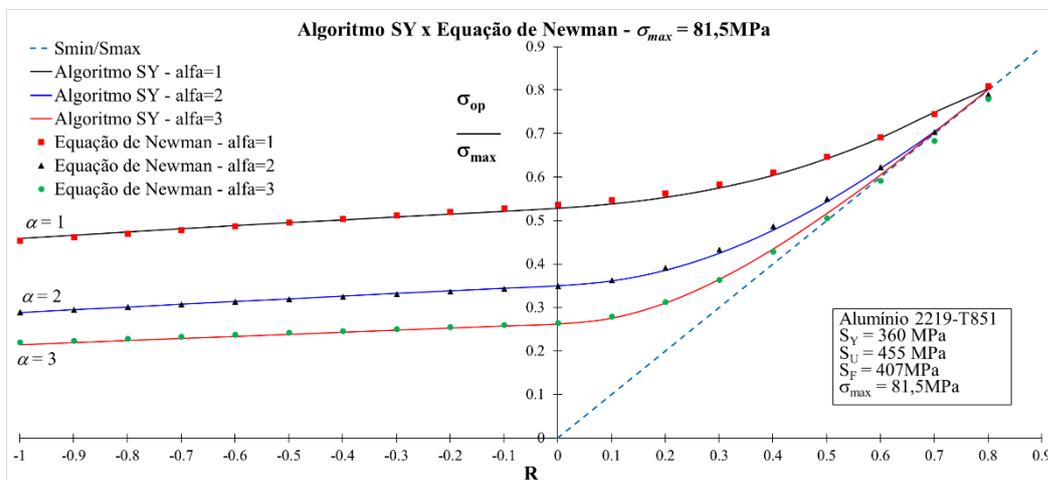


Figura 33 - Tensão de abertura da trinca para  $\sigma_{max}$  de 81,5MPa.

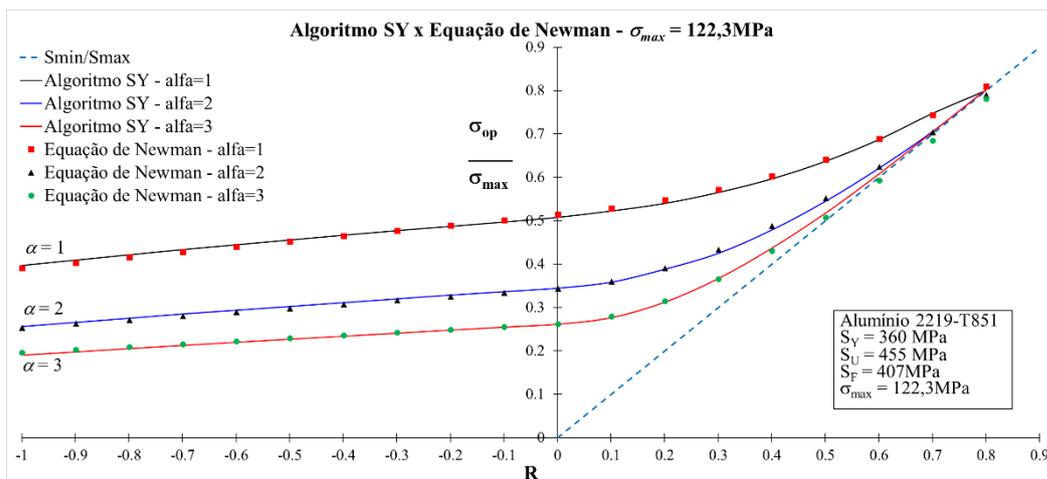


Figura 34 - Tensão de abertura da trinca para  $\sigma_{max}$  de 122,3MPa.

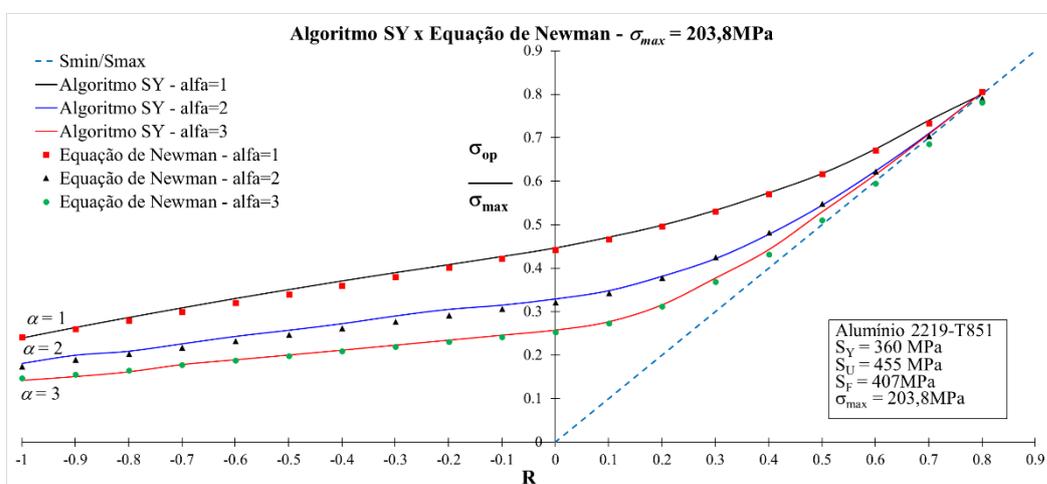


Figura 35 - Tensão de abertura da trinca para  $\sigma_{max}$  de 203,8MPa.

O algoritmo implementado também foi confrontado com os resultados do modelo STRIPY, proposto por de-Koning e Liefing [38] que, segundo seus autores, prevê tensões de abertura da trinca semelhantes ao FASTRAN. Os resultados publicados em [38] foram obtidos usando tensão de fluxo do material de 415MPa, módulo de elasticidade  $E = 70000\text{MPa}$ , coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$  e fator de restrição  $\alpha = 1$ . Na figura 36 tem-se os resultados do cálculo da tensão de abertura da trinca para quatro condições de  $R$ :  $-0,5$ ,  $0$ ,  $0,25$  e  $0,5$ . Para  $R > 0$  a diferença entre a tensão de abertura observada foi desprezível e para  $R = 0$  e  $R = -0,5$  o algoritmo implementado resultou em uma tensão de abertura ligeiramente inferior ao modelo STRIPY sendo essa diferença de 3,9% para  $R = 0$  e 1,4% para  $R = -0,5$ .

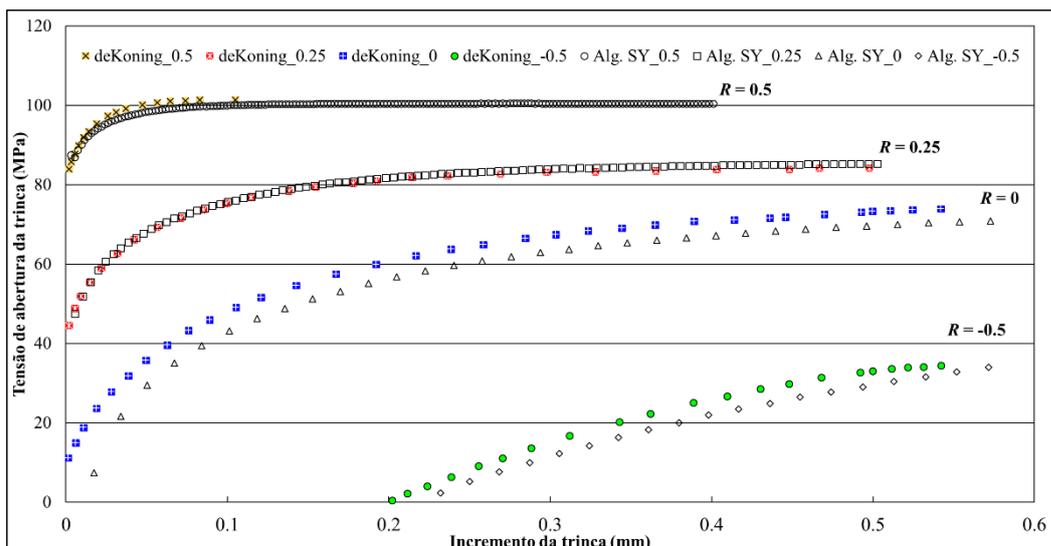


Figura 36 - Algoritmo implementado versus de-Koning e Liefing [38].

Também foram simuladas CAVs e seus resultados comparados aos publicados em [38] conforme mostrado nas figuras 37 a 40. Nessas figuras verifica-se o comportamento da tensão de abertura da trinca na propagação com aplicação de um evento de sobrecarga e sobrecarga combinada com subcarga. Conforme já discutido, para os defensores do fechamento, o  $\Delta K_{eff}$  seria a força motriz para a propagação, e assim todos os efeitos de memória observados sob CAVs seriam explicados pela variação da tensão de abertura da trinca.

O efeito dos alongamentos plásticos residuais nas superfícies da trinca antes da aplicação de uma sobrecarga é analisado na figura 37, para três condições de formação da esteira de deformação plástica. A sobrecarga aplicada nas três simulações foi de 160MPa, porém na simulação I o primeiro evento foi a sobrecarga e nas simulações II e III a sobrecarga foi precedida de ciclos de 120MPa e 140MPa respectivamente. Após aplicação da sobrecarga a tensão máxima do ciclo foi de 120MPa para os três casos, e em todos os carregamentos a tensão mínima foi mantida constante e igual a 40MPa. Observa-se na figura 37 que o carregamento prévio a aplicação da sobrecarga não afeta a tensão de abertura da trinca, pois esta teve um comportamento idêntico nas três condições. O comportamento da tensão de abertura da trinca pelo algoritmo implementado é semelhante ao resultado apresentado em [38] com uma pequena diferença no tamanho da zona afetada pela sobrecarga. O modelo de de-Koning e Liefing [38] prevê o tamanho dessa zona como sendo 0,3mm enquanto no algoritmo proposto seu tamanho foi de 0,5mm.

De fato, o tamanho da zona plástica monotônica para o evento da sobrecarga foi de 1,08mm e para a tensão do ciclo subsequente de 0,57mm, o que resulta em uma diferença de 0,5mm. Portanto o tamanho da zona afetada pela sobrecarga previsto pelo modelo está de acordo com o critério de memória proposto por Fühling e Seeger [77] e adotado no algoritmo implementado.

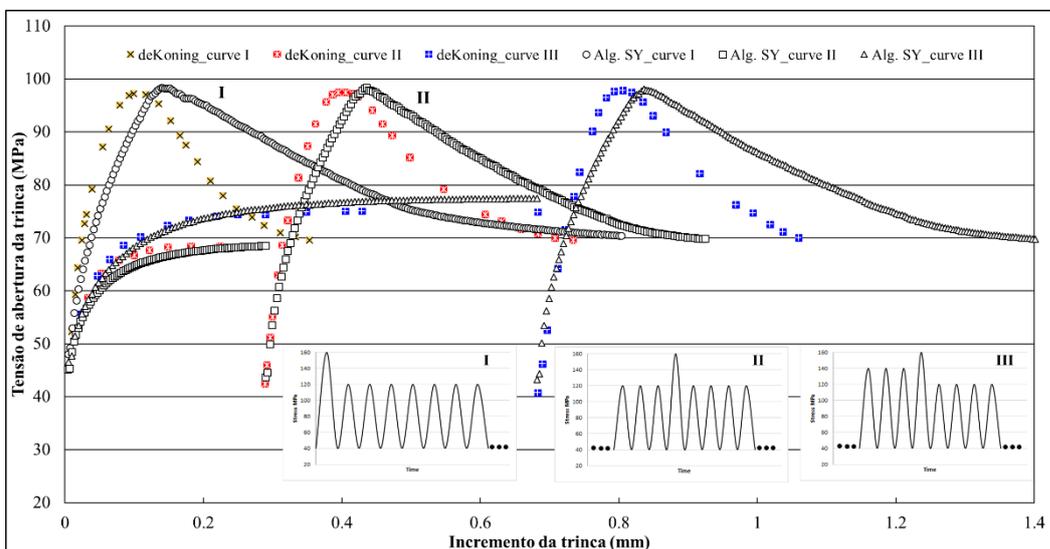


Figura 37 - Efeito da esteira plástica prévia à sobrecarga.

Um comportamento similar é observado na figura 38 onde o efeito da amplitude da sobrecarga é avaliado. Nessa figura são mostrados os resultados de duas sobrecargas 140MPa e 160MPa e, como esperado, um aumento da amplitude da sobrecarga, enquanto mantida a amplitude do ciclo subsequente, aumenta o pico da tensão de abertura da trinca assim como o tamanho da zona afetada pela sobrecarga.

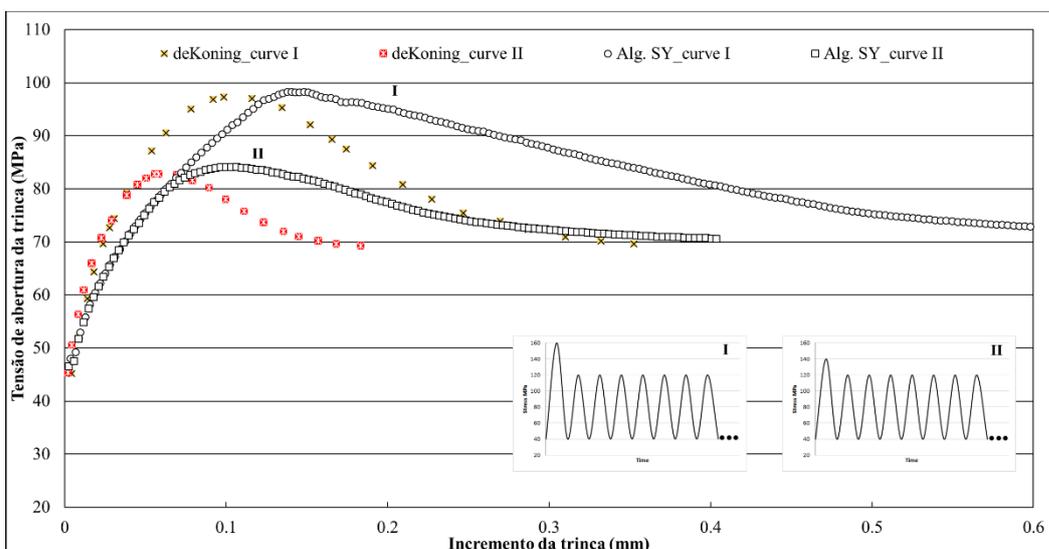


Figura 38 - Efeito da amplitude da sobrecarga.

O efeito da alteração da amplitude da tensão aplicada após o evento de sobrecarga está mostrado na figura 39. Foram simuladas três condições de tensão após uma sobrecarga de 160MPa: 120MPa (curva I), 140MPa (curva II) e 150MPa (curva III). Como seria esperado, com o aumento da tensão aplicada após a sobrecarga, ocorre redução no tamanho da zona afetada pela sobrecarga e na amplitude do pico da tensão de abertura da trinca. Da mesma forma que nas análises anteriores, os valores de tensão de abertura do algoritmo implementado estão condizentes com os resultados publicados em [38].

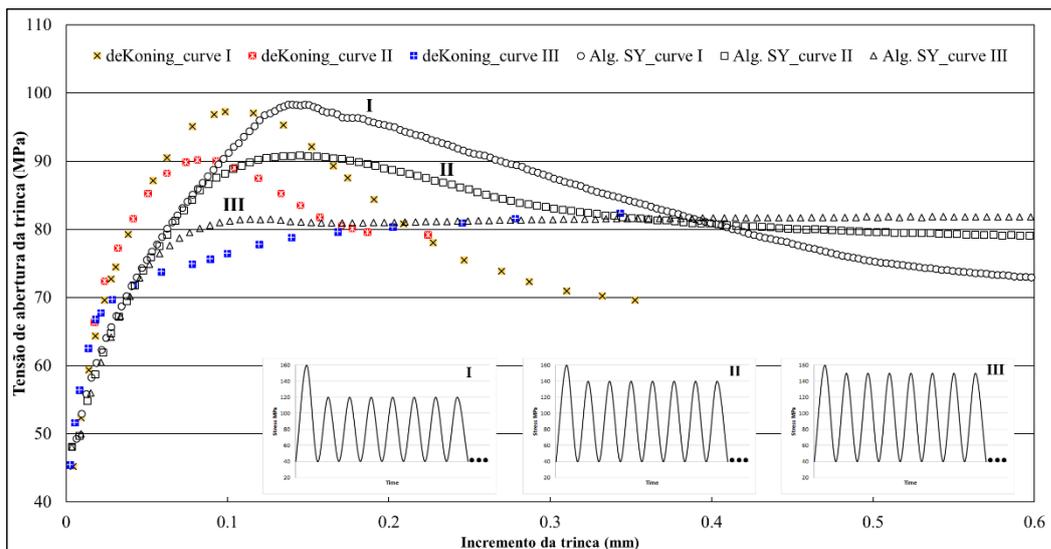


Figura 39 - Efeito da amplitude da tensão aplicada após a sobrecarga.

O efeito de uma subcarga aplicada após a sobrecarga é analisada na figura 40. Nas curvas I e II foi aplicada uma subcarga compressiva imediatamente após a sobrecarga de 160MPa nos valores de -80MPa e -160MPa respectivamente. Na curva III foi aplicada uma subcarga compressiva de -80MPa após a trinca se propagar por um determinado período com a tensão mínima de 40MPa. O tamanho da zona afetada não se altera com a aplicação da subcarga como mostrado nas curvas I e III. A tensão de abertura da trinca diminuiu com a aplicação da subcarga, como esperado, e na condição em que a subcarga foi de 100% ( $R = -1$ ) o efeito benéfico para a propagação produzido pela sobrecarga é removido por completo, como mostrado na curva II.

O comportamento esperado para a tensão de abertura para uma combinação de sobrecarga-subcarga foi devidamente reproduzido pelo algoritmo desenvolvido aqui, e também está de acordo com os resultados de de-Koning e Liefting [38]. A principal diferença foi novamente o tamanho da zona afetada sempre superior em

função do critério de memória adotado. Com relação ao pico da tensão de abertura observou-se valores menores no algoritmo em 6% e 4% quando comparado aos valores expressos em [38] para as curvas I e III respectivamente.

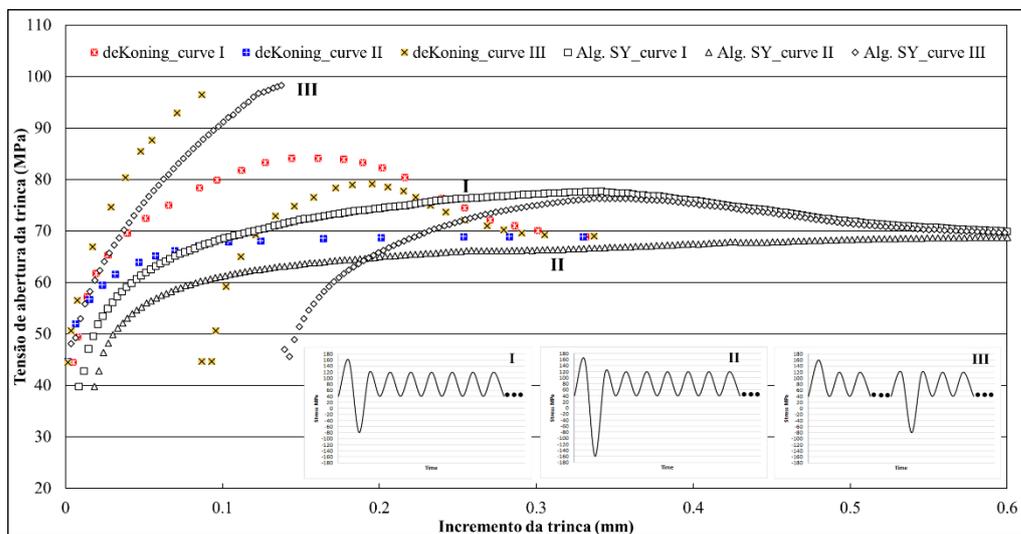


Figura 40 - Efeito da subcarga compressiva.

Assim, o algoritmo implementado foi capaz de reproduzir corretamente o comportamento da tensão de abertura da trinca em condição de propagação em amplitude constante e com aplicação de eventos de sobrecargas e subcargas. A amplitude das tensões de abertura calculada pelo algoritmo está de acordo com as amplitudes de modelos tradicionais como o FASTRAN e o STRIPY. Esse algoritmo foi utilizado como base para o modelo de propagação baseado em acúmulo de dano que será apresentado no capítulo seguinte.

## 4. Modelo de Acúmulo de Dano

A modelagem proposta nesta tese combina a mecânica do *strip-yield* estudada no capítulo anterior com a mecânica desenvolvida para prever iniciação de trincas de fadiga pelo método  $\varepsilon N$ . O modelo *strip-yield* calcula os campos de tensões e de alongamentos ao longo das faces e à frente da ponta da trinca. Os alongamentos plásticos residuais dos elementos nas faces da trinca afetam os alongamentos dos elementos à sua frente, devido ao contato entre elas. Como os alongamentos plásticos do modelo *strip-yield* são usados para cálculo das deformações plásticas cíclicas do método  $\varepsilon N$ , o fechamento da trinca afeta o cálculo da taxa de propagação baseada no acúmulo de dano. Dessa forma, a modelagem proposta considera a influência do contato entre as superfícies sem, no entanto, utilizar a **hipótese** de que  $\Delta K_{eff}$  é a força motriz que controla a propagação das trincas de fadiga. Ao longo da pesquisa, o desenvolvimento dessa modelagem mista foi sendo aprimorado. A sua versão atual (terceira) pode considerar CAV, enquanto as duas primeiras tratam da propagação sob cargas de amplitude constante [59-61].

### 4.1. Primeira Versão do Modelo Misto SY-CDM

O modelo SY-CDM (*strip-yield critical-damage-model*) combina a formulação do *strip-yield* com o método  $\varepsilon N$  para estimar os incrementos da trinca de fadiga através do processo gradual de acúmulo de dano no ligamento residual à frente da ponta da trinca, em particular nas zonas plásticas que sempre as acompanham. Ele considera possíveis efeitos do fechamento da trinca nas deformações cíclicas à frente de sua ponta. Assim, ele combina a modelagem desenvolvida por Newman [36-37, 41-42], apresentada no capítulo anterior, com as rotinas de acúmulo de dano desenvolvidas por Castro et al. [50].

A figura 41 mostra como exemplo os alongamentos plásticos  $L_i$  dos elementos à frente da trinca obtidos através da formulação *strip-yield* nas tensões máxima e mínima do ciclo, considerando ou não os alongamentos residuais dos elementos nas superfícies da trinca (efeito do fechamento da trinca). Essa figura mostra claramente

a influência do contato existe entre os elementos nas superfícies da trinca, na amplitude dos alongamentos plásticos na tensão mínima do ciclo. O contato reduz o tamanho da zona plástica reversa, e também a amplitude das deformações plásticas cíclicas. Assim, o fechamento da trinca afeta, mas não controla e nem é a força motriz das taxas de propagação estimadas pelo modelo SY-CDM proposto.

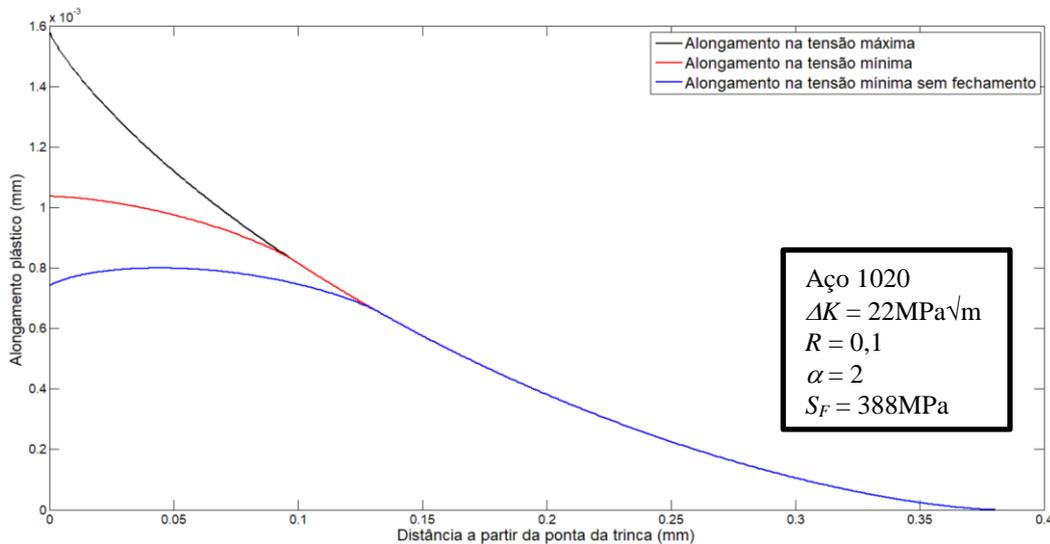


Figura 41 - Influência do contato sobre o alongamentos plásticos.

O SY-CDM também divide a zona plástica monotônica em elementos de barra, análogos a pequenos corpos de prova  $\varepsilon N$ . Contudo, como os incrementos são calculados diretamente do dano acumulado por tais elementos à medida que a ponta da trinca se aproxima deles, o número de elementos ao longo da zona plástica teve que ser maior que o usado nos modelos *strip-yield* tradicionais para melhorar a precisão do cálculo.

Essa versão do modelo misto trata da propagação em amplitude constante, que sob  $\{\Delta K, R\}$  fixos geram taxas de propagação constantes. Assim, a largura dos elementos também pode ser assumida como constante e foi arbitrariamente definida como  $2w = 1 \times 10^{-7} \text{ m}$ . Porém, para manter a precisão mesmo quando a zona plástica é muito pequena, o modelo utiliza no mínimo 150 elementos na propagação próximo ao limiar. Por outro lado, para evitar a criação de uma quantidade excessiva de elementos em taxas de propagação elevadas, a número máximo foi limitado em 550. Diferentemente do *strip-yield*, a quantidade de elementos dentro da zona plástica não é fixa, mas varia entre 150 e 550. Outra diferença é que o dano e o incremento da trinca são calculados ciclo a ciclo [59].

Os incrementos em geral, não coincidem com a largura dos elementos como assumido em [48], o que evita que a largura deles necessite ser calibrada com a taxa de propagação. Isso permite que o modelo SY-CDM possa lidar com o problema da propagação sob CAV ou mesmo com o transiente na taxa de propagação que ocorre na fase inicial do trincamento, devido à formação da esteira de alongamentos plásticos nas superfícies da trinca. Lembrando que os alongamentos dos elementos à frente da trinca são influenciados pelo contato por ventura existente entre as suas superfícies. Como ocorre no *strip-yield*, os elementos rompidos são mantidos nas superfícies da trinca à medida em que ela avança, e utilizados no cálculo dos alongamentos plásticos para considerar sua influência sobre o campo de deformação plástica cíclica.

O algoritmo *strip-yield*, descrito no capítulo anterior, calcula os alongamentos plásticos em cada elemento nas tensões máximas e mínimas do ciclo, mas é preciso transformá-los em deformações para o modelo de acúmulo de dano SY-CDM. Isso é feito usando a solução proposta por Rice [1] para estimar o campo de deformação plástica para trincas em tração com base nos deslocamentos de abertura da trinca. Ela assume que o raio da ponta da trinca é o deslocamento de abertura da trinca atual resultante da história prévia de deformação, para um material elástico perfeitamente plástico e fluxo plástico proporcional. Logo, ela supõe componentes de deformação plástica que permanecem proporcionais em todos os elementos dentro da zona plástica. Ela assume também que antes de qualquer carregamento o raio da ponta da trinca é zero, assim qualquer incremento no raio de ponta da trinca é um resultado de deformação plástica.

Essa solução foi propriamente modificada para considerar os alongamentos calculados conforme apresentado na eq. (81). Onde  $\Delta\varepsilon_y$  é a gama deformação plástica cíclica,  $L_{max}$  e  $L_{min}$  os alongamentos dos elementos na tensão máxima e mínima do ciclo e  $x_{ct}$  a posição central do elemento a partir da ponta da trinca (onde  $x_{ct} = 0$ ) [59]. Os alongamentos plásticos foram multiplicados pelo fator 2 porque, por questão de simetria, apenas um quarto da placa contendo uma trinca central foi simulada e, assim alongamentos  $L$  do *strip-yield* representam a metade do alongamento total à frente da trinca.

$$\Delta\varepsilon_y = \log \left[ \frac{(2L_{max}(i) + x_{ct}(i))}{(2L_{min}(i) + x_{ct}(i))} \right] \quad (81)$$

A gama de deformação plástica cíclica  $\Delta\varepsilon_y$  que atua no ponto central de cada elemento pode ser correlacionada com o número de ciclos  $N$  que os romperia se a gama de deformações fosse mantida constante através das regras de dano  $\varepsilon N$  como: a parte plástica da regra de Coffin-Manson (eq. (82)), a regra elastoplástica de Morrow (eq. (83)) ou a regra de Smith-Watson-Topper, SWT, (eq. (84)). Nelas  $\varepsilon_c$  e  $c$  são respectivamente o coeficiente e o expoente de ductilidade a fadiga de Coffin-Manson,  $\sigma_c$  e  $b$  são o coeficiente e o expoente de resistência a fadiga,  $\sigma_{max}$  e  $\sigma_m$  são respectivamente a tensão máxima e média atuante no elemento. Na propagação em amplitude constante  $\sigma_{max} = \alpha S_{FL}$ , como visto no capítulo anterior.

$$N(i) = (1/2) \cdot (\Delta\varepsilon_y(i)/2\varepsilon_c)^{1/c} \quad (82)$$

$$N(i) = (1/2) [(\Delta\varepsilon_y(i)/2\varepsilon_c) \cdot (1 - \sigma_m/\sigma_c)^{-c/b}]^{1/c} \quad (83)$$

$$N(i) = (1/2) (\sigma_{max}(i) \cdot \Delta\varepsilon_y(i)/2\sigma_c \cdot \varepsilon_c)^{1/(b+c)} \quad (84)$$

Perceba que apenas a parte plástica de  $\Delta\varepsilon_y$  pode ser considerada pelo SY-CDM, pois suas deformações são calculadas a partir dos alongamentos do modelo *strip-yield*, que assume elementos rígidos perfeitamente plásticos, desprezando a componente elástica da deformação. O dano em cada elemento  $D(i)$  é calculado pela regra de Palmgren-Miner (eq. (85)), e o incremento da trinca é assumido como a distância onde o dano acumulado se iguala a 1.

$$D(i) = 1/N(i) \quad (85)$$

O SY-CDM calcula deformações, tensões e dano à fadiga na posição central de cada elemento, e o incremento da trinca  $\Delta a$  progride até a posição onde o dano acumulado alcança seu valor crítico  $D = 1$ . Em geral essa posição é encontrada através de interpolação entre dois elementos adjacentes, sendo  $D(i) < 1 < D(i+1)$ . Ao encontrar a posição onde o dano vale 1 define-se o ligamento residual do elemento parcialmente rompido, como indicado na figura 42, que apresenta meio ciclo de carregamento. Assim como no *strip-yield* o elemento adjacente à ponta da trinca é chamado 1, o próximo 2, etc., até completar a quantidade total de elementos dentro da zona plástica. Enquanto que nas superfícies da trinca, o elemento adjacente à ponta é  $n$ , o anterior  $n - 1$ , e o elemento mais distante da ponta da trinca é  $n_{pz} + 1$  ( $150 \leq n_{pz} \leq 550$ ).

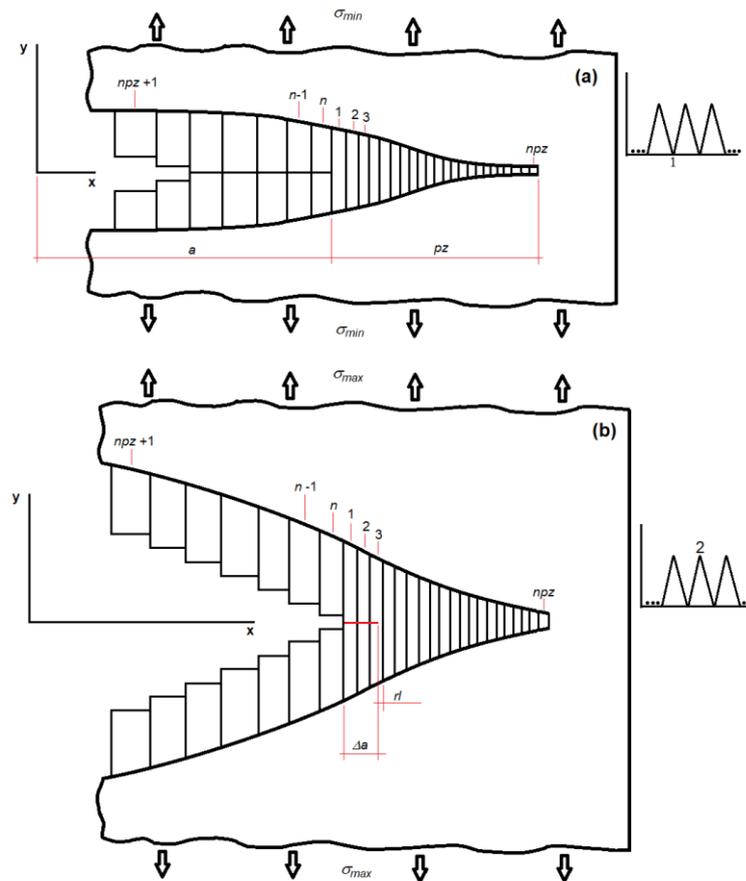


Figura 42 - Esquema dos elementos durante meio ciclo de carga.

Como a quantidade de elementos dentro da zona plástica não muda para uma determinada condição de carga, a soma da largura de todos os elementos é igual ao tamanho da zona plástica no ciclo seguinte. Por isso, o ligamento residual do elemento parcialmente rompido será a largura do elemento 1 do ciclo seguinte, e sua parte rompida é somada a largura do último elemento da zona plástica ( $n_{pz}$ ). Assim, o modelo usa apenas dois elementos dentro da zona plástica com largura variável, o primeiro e o último. O dano acumulado no novo elemento 1 é definido para sua posição central através de um processo de interpolação. Mantendo a largura dos demais elementos, a posição onde o dano é calculado não muda, evitando-se assim o recálculo do dano acumulado para esses elementos.

A trinca da figura 42a parte do elemento 1 e se propaga até um ponto dentro do elemento 3, que rompe parcialmente na figura 42b. O ligamento residual deste elemento (elemento 3) será a largura do novo elemento 1 no próximo ciclo, e o complemento da largura do elemento 3 será somado ao elemento  $n_{pz}$ . Além disso, dois novos elementos serão criados e posicionados ao final da pilha de elementos

da zona plástica em substituição aos elementos 1 e 2 rompidos completamente nesse exemplo.

As taxas de propagação calculadas pelo dano acumulado como descrito são utilizadas para calibrar a regra de propagação modificada de McEvily, eq. (25), usando o mesmo método proposto em [48]. Como bem conhecido, as curvas de propagação das trincas de fadiga são em geral sigmoidais tendendo para dois limites, o limiar de propagação  $\Delta K_{th}$  e a tenacidade a fratura  $K_c$ . Como as regras de dano das eqs. (82) a (84) não reproduzem esse comportamento, é preciso usar uma regra de propagação para fazê-lo. Os resultados da propagação por acúmulo de dano são utilizados para calcular a constante  $C$  da eq. (25) e, com isso, o modelo de dano crítico apresentado não requer ajuste de parâmetros através de dados experimentais como demais modelos utilizados para cálculo de propagação.

A regra  $da/dN \times \Delta K_{eff}$  de Forman-Newman usada no NASGRO e em outros modelos *strip-yield* possui 4 parâmetros ajustáveis. Além disso, esses modelos muitas vezes também usam o fator de restrição plástica  $\alpha$  como um quinto parâmetro, quando não conseguem reproduzir as taxas medidas. Todavia, a mecânica que eles usam para calcular a história dos deslocamentos plásticos em torno das trincas de fadiga é consistente. Por outro lado, o modelo de dano crítico pode estimar as taxas  $da/dN$  usando apenas as propriedades  $\epsilon N$  do material, o seu limiar de propagação e sua tenacidade à fratura. Logo, ele pode de fato ser chamado de preditivo, pois não precisa usar dados experimentais de propagação para prevêê-los. Todavia, o modelo de dano crítico precisa das histórias das gamas de deformação plástica à frente da ponta da trinca para estimar as taxas que elas causam. As histórias podem ser assumidas a partir de soluções analíticas como o campo de HRR, ou calculadas de qualquer outra maneira aceitável. Daí a ideia de adaptar os procedimentos *strip-yield* para obter as gamas  $\Delta \epsilon$  necessárias para calcular dano crítico.

## 4.2. Resultados da Primeira Versão do Modelo Misto SY-CDM

Para avaliar o desempenho do modelo proposto foram utilizadas curvas  $da/dN \times \Delta K$  medidas em  $R = 0,1$  e  $R = 0,7$  para a liga de alumínio 7075-T6 e para o aço carbono 1020, usando corpos de prova do tipo C(T) de largura 50mm, espessura 10mm e seguindo procedimentos da norma ASTM E647 conforme descrito em

[48]. As previsões dos modelos SY-CDM (SY-C&M v1, SY-Morrow v1 e SY-SWT v1) foram comparadas a essas curvas, bem como as previsões do algoritmo *strip-yield* desenvolvido nesse trabalho, e às dos modelos de dano crítico apresentados em [48] que também utilizam a eq. (25) como regra de propagação. Porém, esses modelos obtêm a gama de deformação plástica cíclica usando o campo de HRR com a origem deslocada para eliminar a singularidade, de acordo com uma regra de concentração de deformação, conforme descrito no capítulo 2.

Na tabela 1 encontram-se as propriedades desses dois materiais e os valores da constante  $C$  (eq. (25)) para cada uma das quatro regras utilizadas para cálculo do deslocamento do campo de HRR como apresentados em [48]. A tabela 2 apresenta os parâmetros e o fator de restrição extraídos do banco de materiais NASGRO para utilização na regra de propagação do algoritmo *strip-yield*. A tabela 3 lista as constantes  $C$  calculadas para ambos os materiais pelos modelos SY-CDM usando as regras de dano apresentadas nas eqs. (82) a (84). A tabela 4 lista as propriedades dos materiais usadas nos modelos mistos SY-CDM.

Tabela 1: Propriedades dos materiais e parâmetro  $C$  dos modelos de [48].

Material	$S_Y$ (MPa)	$S_U$ (MPa)	$K_C$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{th}$ (MPa $\sqrt{m}$ )		Constante $C$ (equação 25)			
				R= 0,1	R= 0,7	C&P	Linear	Neuber	M&G
7075-T6	498	576	25,4	3,4	2,9	8,23e-09	8,84e-09	2,22e-09	1,77e-08
1020	285	491	277	11,6	7,5	2,73e-10	2,42e-10	1,38e-09	1,03e-09

Tabela 2: Parâmetros da regra de propagação NASGRO.

Material	$S_Y$ (MPa)	$S_U$ (MPa)	$K_C$ (MPa $\sqrt{mm}$ )	$\Delta K_I$ (MPa $\sqrt{mm}$ )	$C$	$n$	$p$	$q$	$C_{th}$	$\alpha$
7075-T6	461,9	524	729,7	26,06	9,686e-12	3	0.5	1	2.5	2
1015-1026	262	399,9	1737	116,4	1,515e-14	3.7	0.5	0.5	1.5	2.5

As figuras 43 e 44 apresentam os dados de propagação, as curvas previstas pelos modelos de dano crítico [48], e curvas geradas pelo algoritmo *strip-yield* para o alumínio 7075-T6 para as condições de  $R$  0,1 e 0,7 respectivamente. Como os ensaios foram conduzidos sob condições predominantemente de deformação plana [48] foram avaliados dois fatores de restrição para o algoritmo *strip-yield*  $\alpha = 2$  e  $\alpha$

=3. Além disso, como os parâmetros NASGRO são de materiais com propriedades semelhantes, mas não idênticas aos testados, as simulações foram feitas de duas formas, chamadas de A e B. O algoritmo *strip-yield* na condição A (SYM-A) usa na regra de propagação (eq. (63))  $\Delta K_{th}$  e  $K_c$  medidos para o material e listados na tabela 1, e demais parâmetros listados na tabela 2. A simulação SYM-B utiliza apenas os parâmetros recomendados NASGRO listados na tabela 2 calculando o  $\Delta K_{th}$  conforme mostrado nas eqs. (64) a (67).

Tabela 3: Constante C calculada para os modelos SY-CDM.

Regra $\varepsilon N$	Constante C	
	7075-T6	1020
Coffin-Manson	1,80e-08	1,82e-09
Morrow	1,13e-07	4,88e-08
SWT	1,86e-09	1,28e-09

Tabela 4: Propriedades  $\varepsilon N$  dos materiais [48].

Material	$E$ (GPa)	$\sigma_c$ (MPa)	$b$	$\varepsilon_c$	$c$
7075-T6	72	709	-0,056	0,12	-0,75
1020	205	815	-0,114	0,25	-0,54

Como mostrado nas figuras 43 e 44 as curvas geradas pelos modelos de dano crítico que usam o campo HRR deslocado pela regra de Creager e Paris (C&P) ou a regra de concentração de deformação Linear são semelhantes e produzem melhores resultados que as curvas estimadas usando Neuber e Molsky e Glinka (M&G). O melhor desempenho da regra Linear é esperado, devido a propagação da trinca ter ocorrido em condição de deformação plana [3]. As previsões usando C&P com  $R = 0,1$ , as quais são essencialmente idênticas as da regra Linear, estão ligeiramente acima dos dados experimentais para quase toda a faixa de  $\Delta K$  avaliado, e reproduzem bem os dados nas três fases de propagação.

Por outro lado, na propagação a  $R = 0,7$ , os modelos de dano crítico subestimaram a taxa de propagação na faixa de  $\Delta K$  mais baixa e sobrestimaram na faixa mais elevada. Contudo as diferenças foram relativamente pequenas e as regras C&P e Linear mantiveram o melhor desempenho dentre os modelos de dano crítico. Por não possuir nenhum parâmetro de ajuste os modelos de dano crítico podem ser

considerados, baseado nesses resultados, até bastante precisos. Como comparação, eles tiveram um desempenho semelhante ao *strip-yield*, porém este usa uma regra de propagação com quatro parâmetros ajustáveis, além do fator de restrição que na prática é utilizado como um quinto parâmetro para ajuste do modelo.

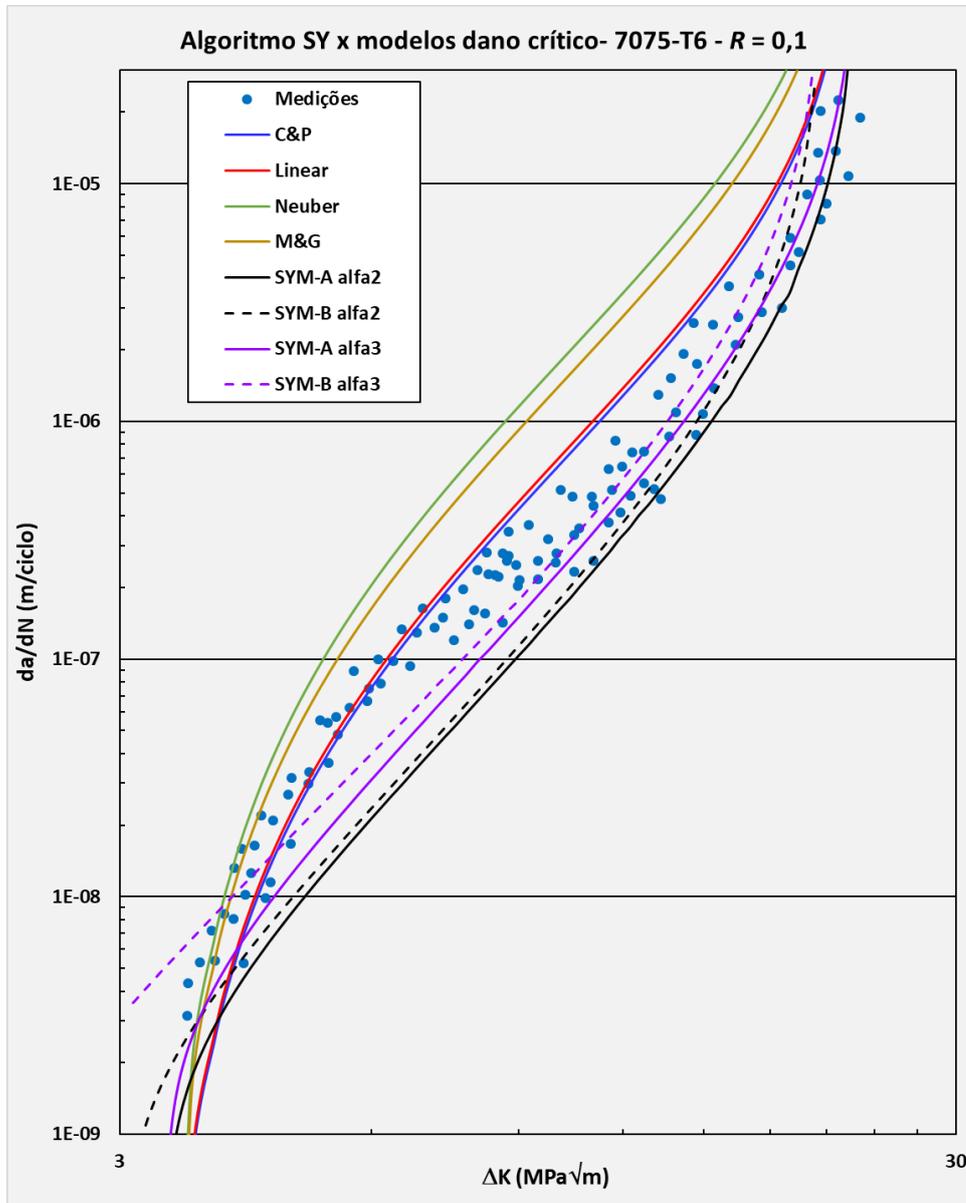


Figura 43 - Algoritmo SY e modelos de dano [48] - Al 7075 e  $R = 0,1$ .

O SYM-A que utiliza os valores medidos de  $\Delta K_{th}(R)$  e  $K_c$  teve melhor desempenho que o SYM-B que usa apenas os parâmetros NASGRO. A tenacidade recomendada NASGRO para o 7075-T6  $K_c \cong 730 \text{MPa} \sqrt{\text{mm}} \cong 23 \text{MPa} \sqrt{\text{m}}$  é cerca de 10% menor que a tenacidade medida de  $25,4 \text{MPa} \sqrt{\text{m}}$ , uma pequena diferença que não afeta a fase I e possui pouca influência na fase II da propagação. O efeito dos dois fatores de restrição avaliados foi relativamente baixo em  $R = 0,1$  e desprezível

em  $R = 0,7$ , condição em que se espera que o fechamento da trinca tenha pouca ou nenhuma influência na propagação. De qualquer forma, mesmo sendo  $\alpha = 2$  o fator de restrição utilizado na obtenção dos parâmetros NASGRO, para esse alumínio a melhor aproximação dos resultados ocorreu para o fator de restrição de 3, que seria o valor esperado de  $\alpha = 1/(1 - 2\nu)$  teoricamente previsto para a condição de deformação plana, uma vez que as ligas de alumínio possuem Poisson  $\nu \cong 1/3$ .

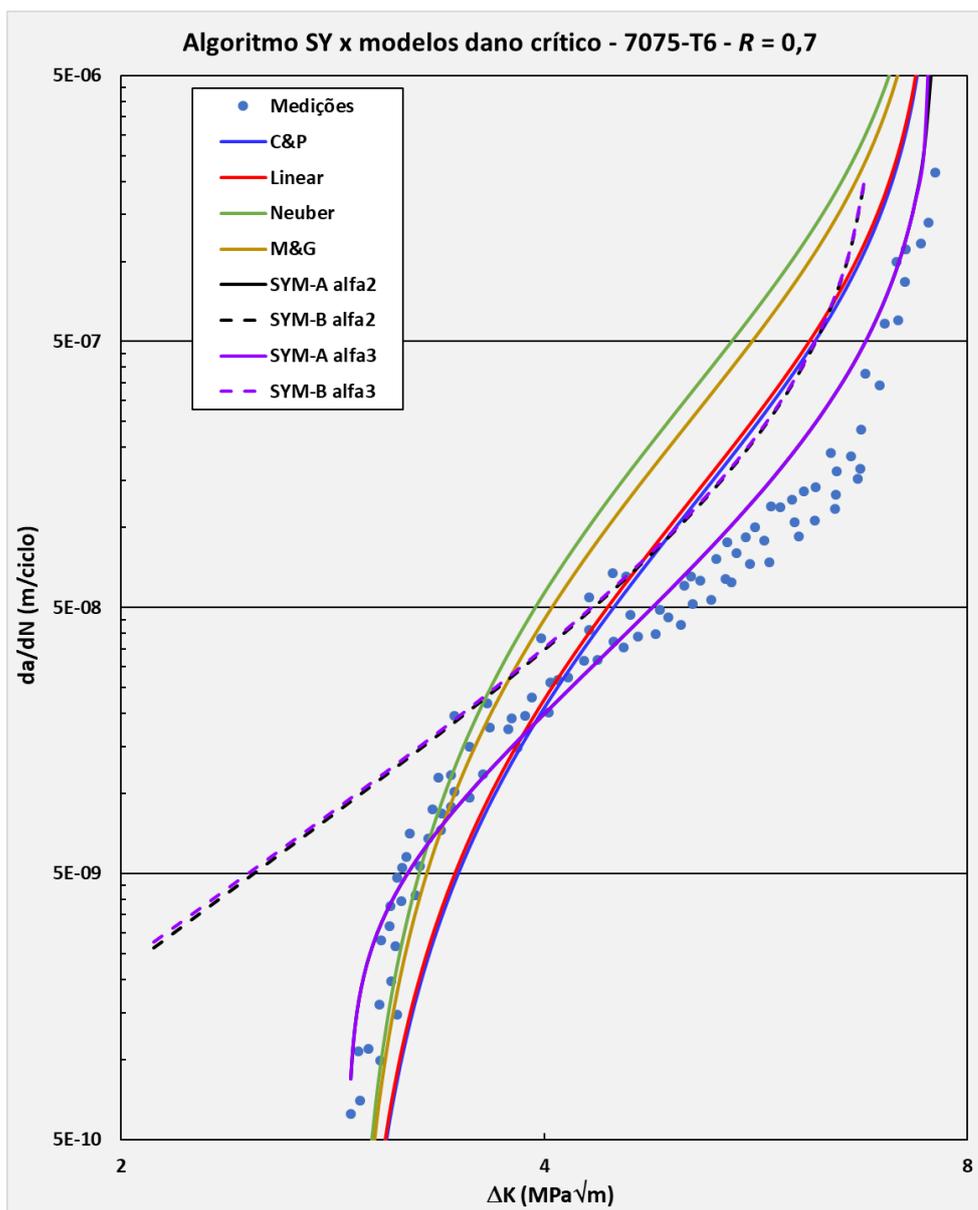


Figura 44 - Algoritmo SY e modelos de dano [48] - Al 7075 e  $R = 0,7$ .

As figuras 45 e 46 mostram as curvas previstas pelos modelos mistos SY-CDM usando as regras de Coffin-Manson (SY-C&M v1), Morrow (SY-Morrow v1) e SWT (SY-SWT v1) para o alumínio 7075-T6 em  $R = 0,1$  e  $R = 0,7$ . Estas figuras também apresentam as curvas obtidas através do modelo de dano crítico

C&P, que utiliza o campo de HRR deslocado, e do algoritmo *strip-yield* na condição A (SYM-A) com fator de restrição de 3, os quais tiveram o melhor desempenho como apresentado nas figuras 43 e 44. As taxas de propagação geradas pelo modelo SY-C&M foram essencialmente iguais às geradas pelo modelo C&P produzindo curvas com boa correlação principalmente para  $R = 0,1$ . Embora o cálculo das gamas de deformação cíclicas em ambos os modelos seja completamente diferente os resultados convergiram possivelmente pelo uso comum da regra de propagação de McEvily.

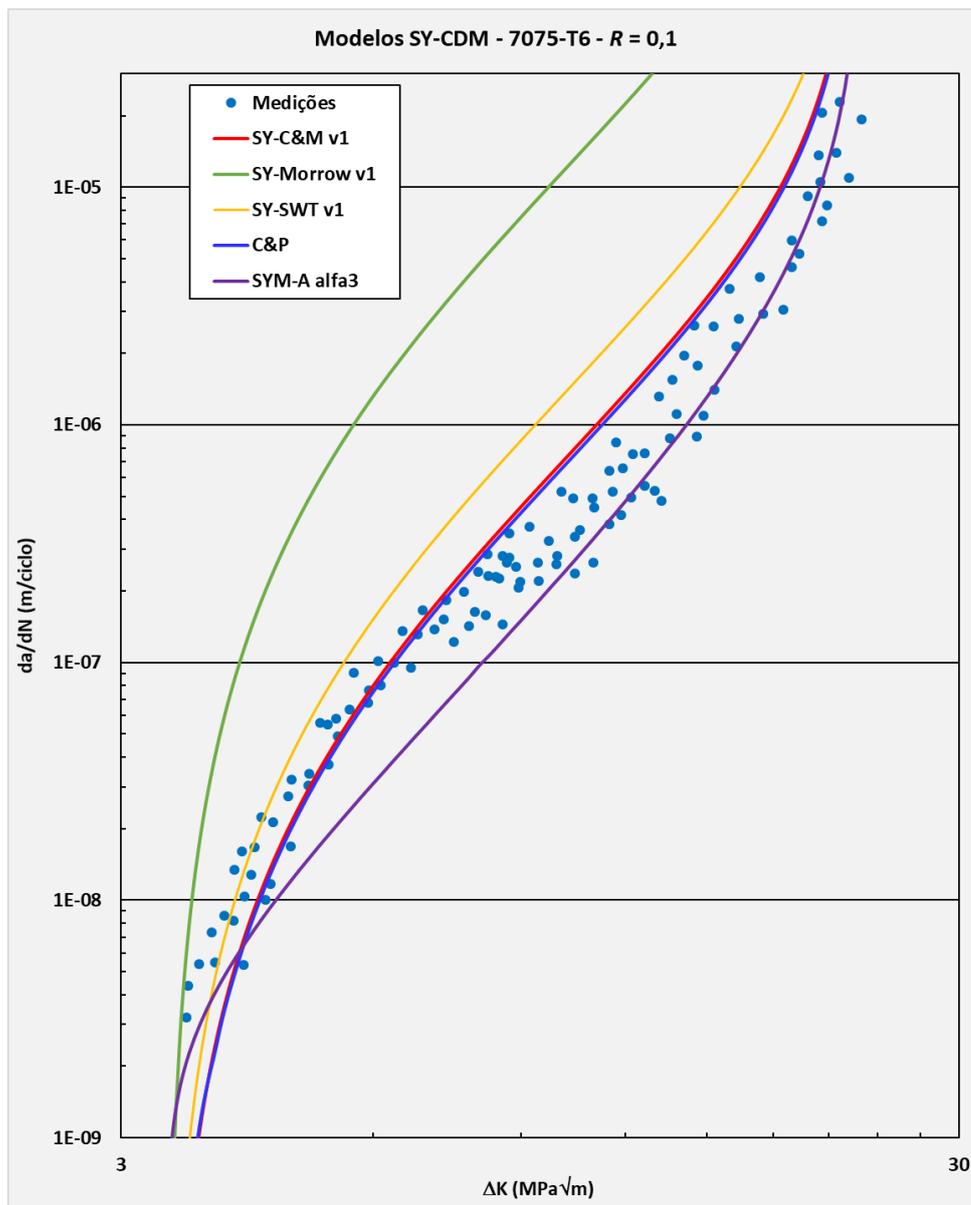


Figura 45 - Modelos SY-CDM para o Al 7075 e  $R = 0,1$ .

Os resultados do modelo SY-Morrow, que usa uma correção do dano pela tensão média atuante no elemento foram muito conservativos para ambos os níveis

de  $R$ , exceto para valores de  $\Delta K$  muito baixos (próximo ao  $\Delta K_{th}$ ) associados a baixas taxas de propagação da fase I. O modelo SY-SWT cujo dano é também associado a tensão máxima atuante no elemento, produziu resultados de previsão intermediários para ambos as condições de  $R$ .

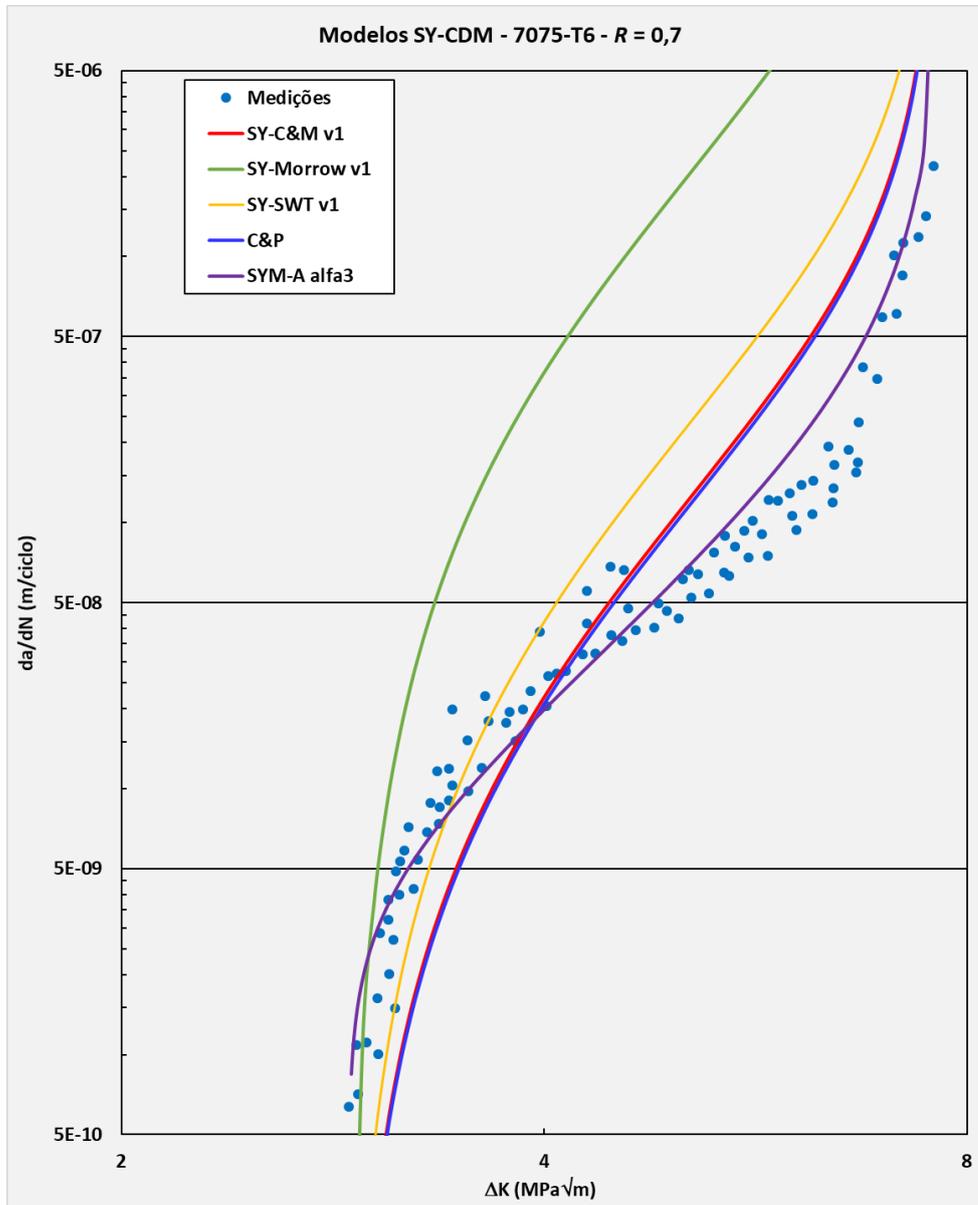


Figura 46 - Modelos SY-CDM para o Al 7075 e  $R = 0,7$ .

As figuras 47 e 48 apresentam os pontos  $da/dN \times \Delta K$  medidos e as curvas de propagação previstas para os modelos de dano crítico que usam o HRR deslocado e para o algoritmo *strip-yield* para o aço 1020 nas condições de  $R = 0,1$  e  $R = 0,7$ . Devido a elevada tenacidade desse aço os pontos dessas figuras cobrem apenas as fases I e II da propagação. As curvas estimadas pelo algoritmo *strip-yield* foram obtidas utilizando dois fatores de restrição  $\alpha = 2$  e  $\alpha = 3$ . Os parâmetros da regra

NASGRO foram obtidos para um fator de restrição  $\alpha = 2,5$  para esse aço (assumindo que ele possua  $\nu = 0,29$ , o valor ideal para a condição de deformação plana em teoria seria  $\alpha = 1/(1 - 2\nu) \cong 2,38$ ).

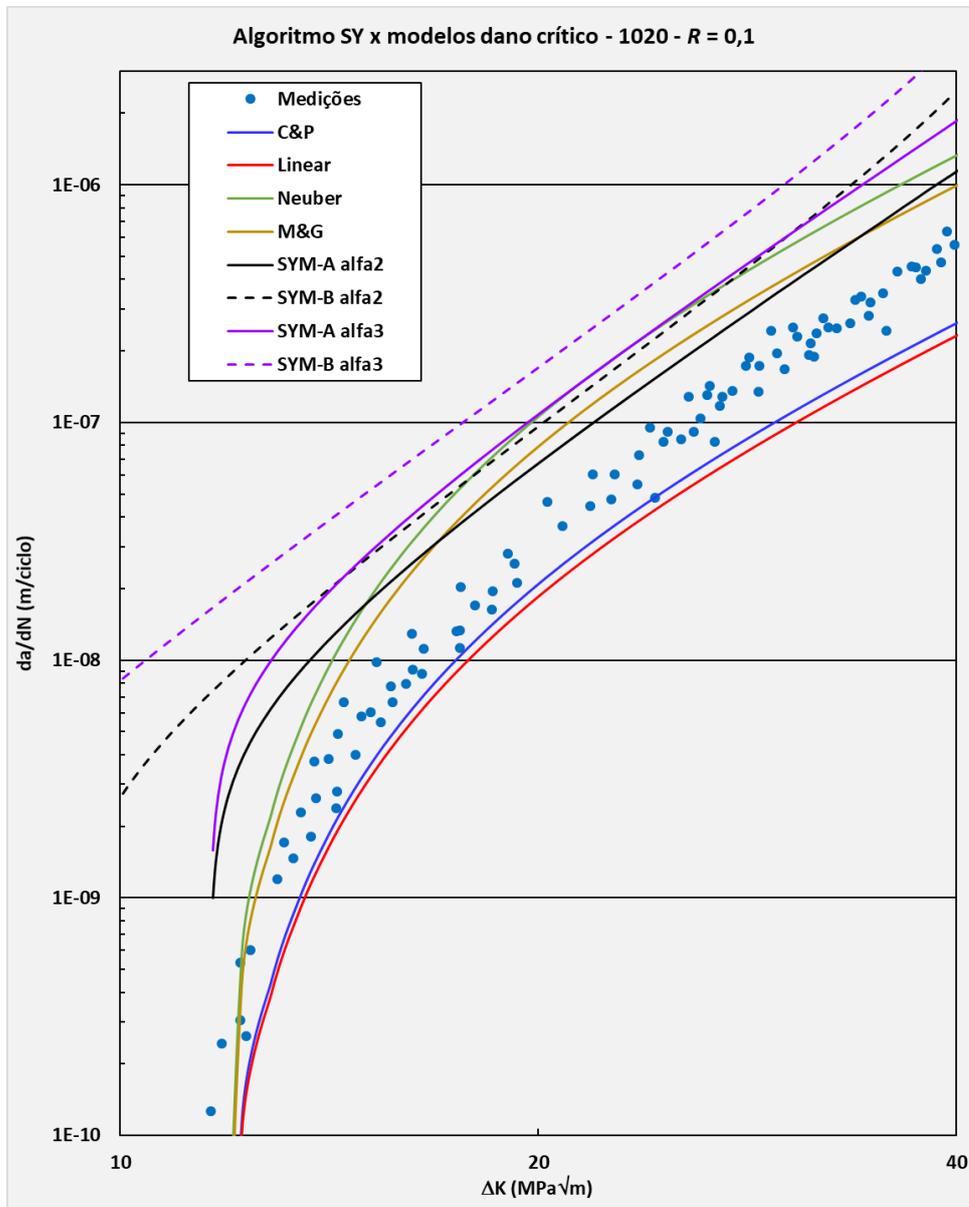


Figura 47 - Algoritmo SY e modelos de dano [48] – aço 1020 e  $R = 0,1$ .

O SYM-A utiliza os dados medidos de  $\Delta K_{th}$  e  $K_c$  listados na tabela 1, enquanto o SYM-B usa o  $K_c$  e  $\Delta K_I$  da tabela 2. O modelo SYM-B produziu valores muito conservativos para as taxas de propagação particularmente para  $R = 0,7$  e, em ambas as condições de  $R$ , ele não reproduziu a forma dos pontos medidos. Esse comportamento indica que a estimativa de  $\Delta K_{th}(R)$  da regra de propagação NASGRO não funcionou bem para o aço testado. O fator de restrição teve o mesmo efeito como observado para o alumínio 7075, com  $\alpha = 2$  produzindo resultados

menos conservativos que  $\alpha = 3$ . O desempenho do algoritmo *strip-yield* foi melhor para a condição A (SYM-A) com  $\alpha = 2$  tendo boa correlação para quase toda a faixa de  $\Delta K$  testado em  $R = 0,1$ , desviando um pouco dos dados na fase I de propagação. Para  $R = 0,7$  ele estimou resultados provavelmente muito conservativos para uma aplicação prática.

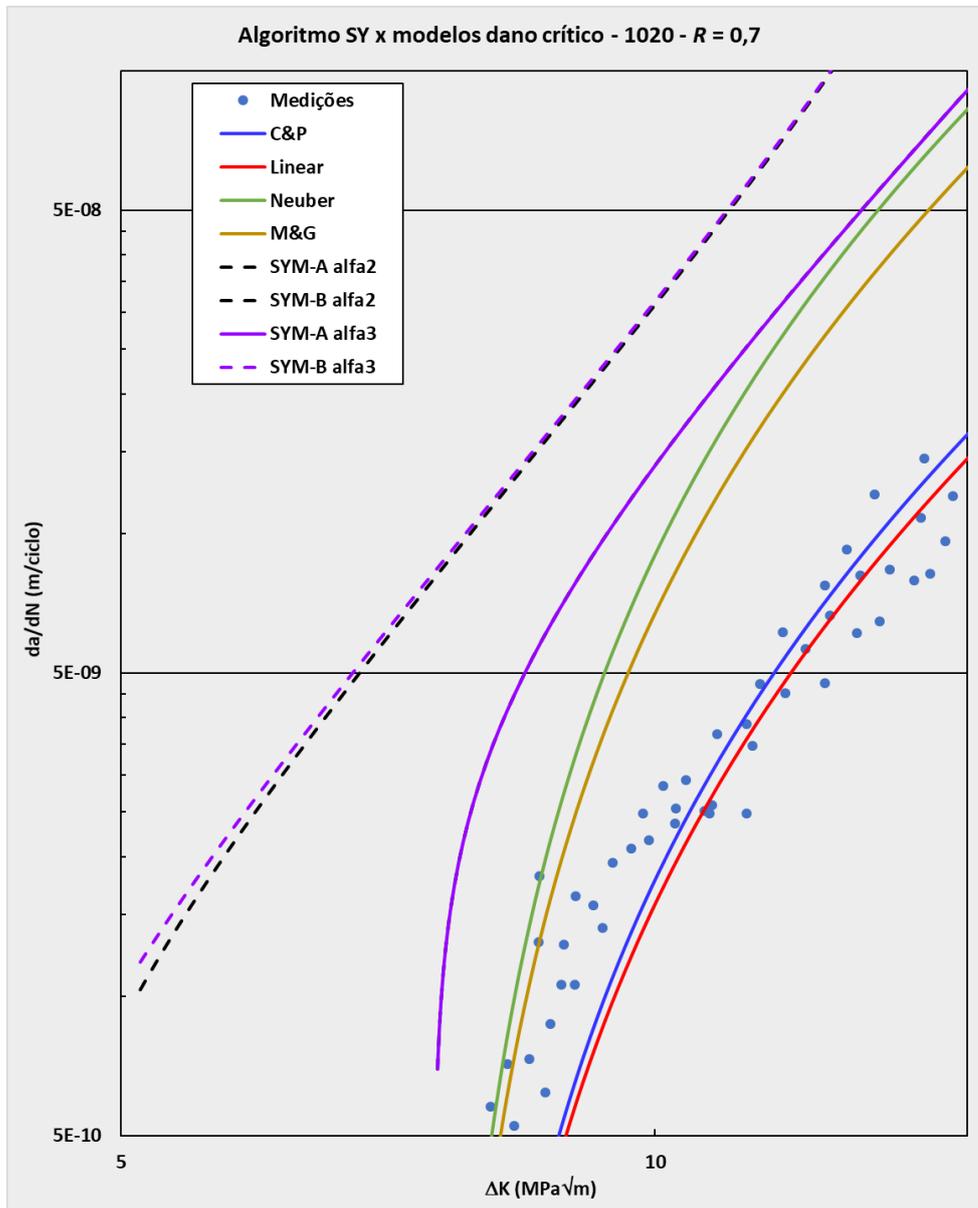


Figura 48 - Algoritmo SY e modelos de dano [48] - aço 1020 e  $R = 0,7$ .

Como esperado, para trincas de fadiga que crescem em condição de deformação plana, os modelos C&P e Linear estimaram melhores curvas de propagação (quando comparado aos dados experimentais) que os modelos Neuber e M&G. Os modelos C&P e Linear foram levemente não conservativos em  $R = 0,1$ , porém, suas previsões foram muito boas para  $R = 0,7$ . Neuber e M&G previram

taxas conservativas para ambas as condições de  $R$ , com M&G tendo resultados levemente menos conservativos que Neuber como esperado.

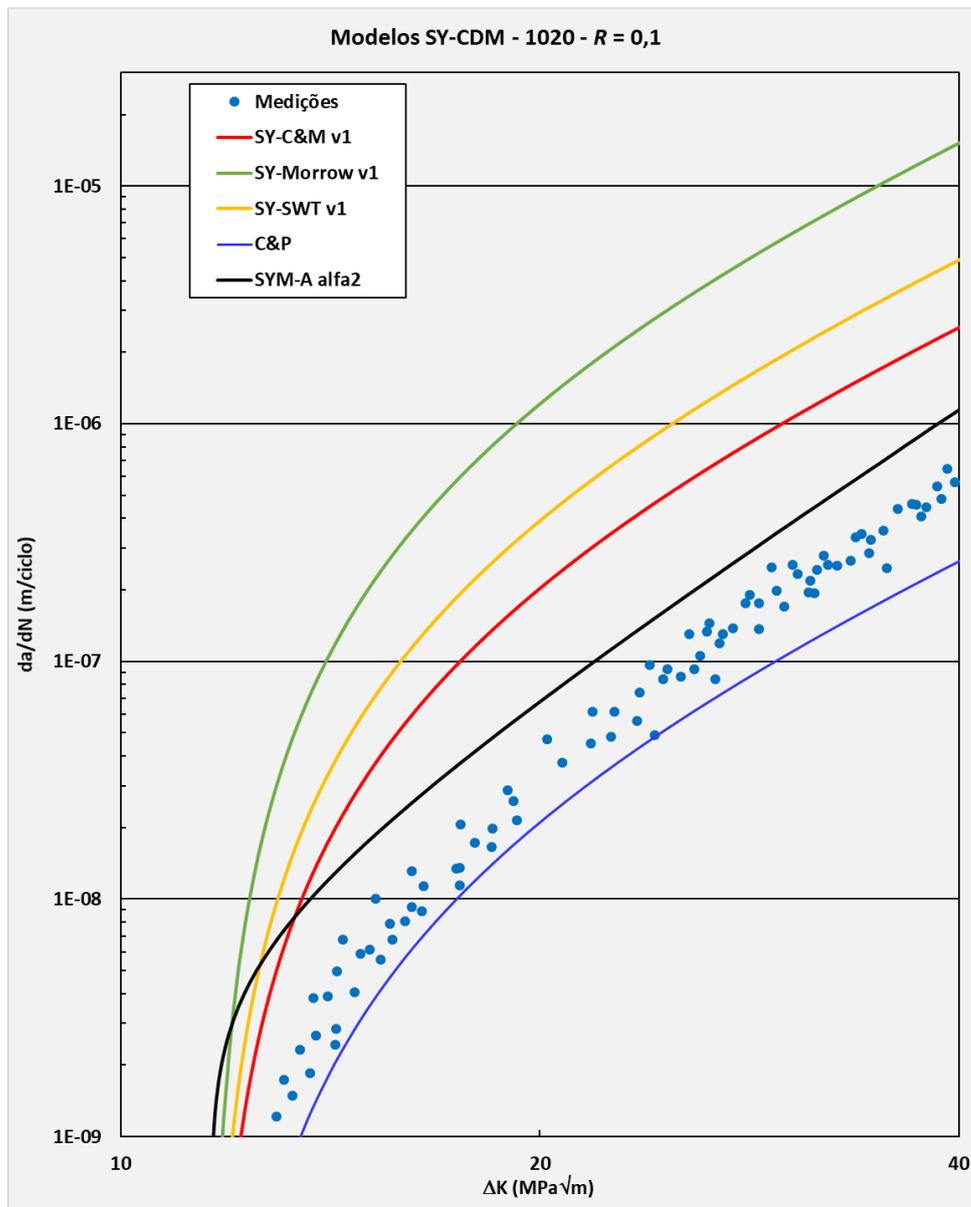


Figura 49 - Modelos SY-CDM - aço 1020 e  $R = 0,1$ .

As figuras 49 e 50 apresentam as curvas previstas para os modelos SY-CDM para o aço 1020 para  $R = 0,1$  e  $R = 0,7$ . Enquanto o modelo C&P reproduziu relativamente bem a tendência dos dados, mas produziu resultados levemente não conservativos em  $R = 0,1$ , o SYM-A teve um desempenho similar, mas gerou resultados levemente conservativos. Os modelos SY-CDM previram resultados muito conservativos na fase II de propagação. Para  $R = 0,7$ , os modelos SY-CDM e também o SYM-A foram também conservativos, contrastando com um desempenho bastante razoável do modelo C&P.

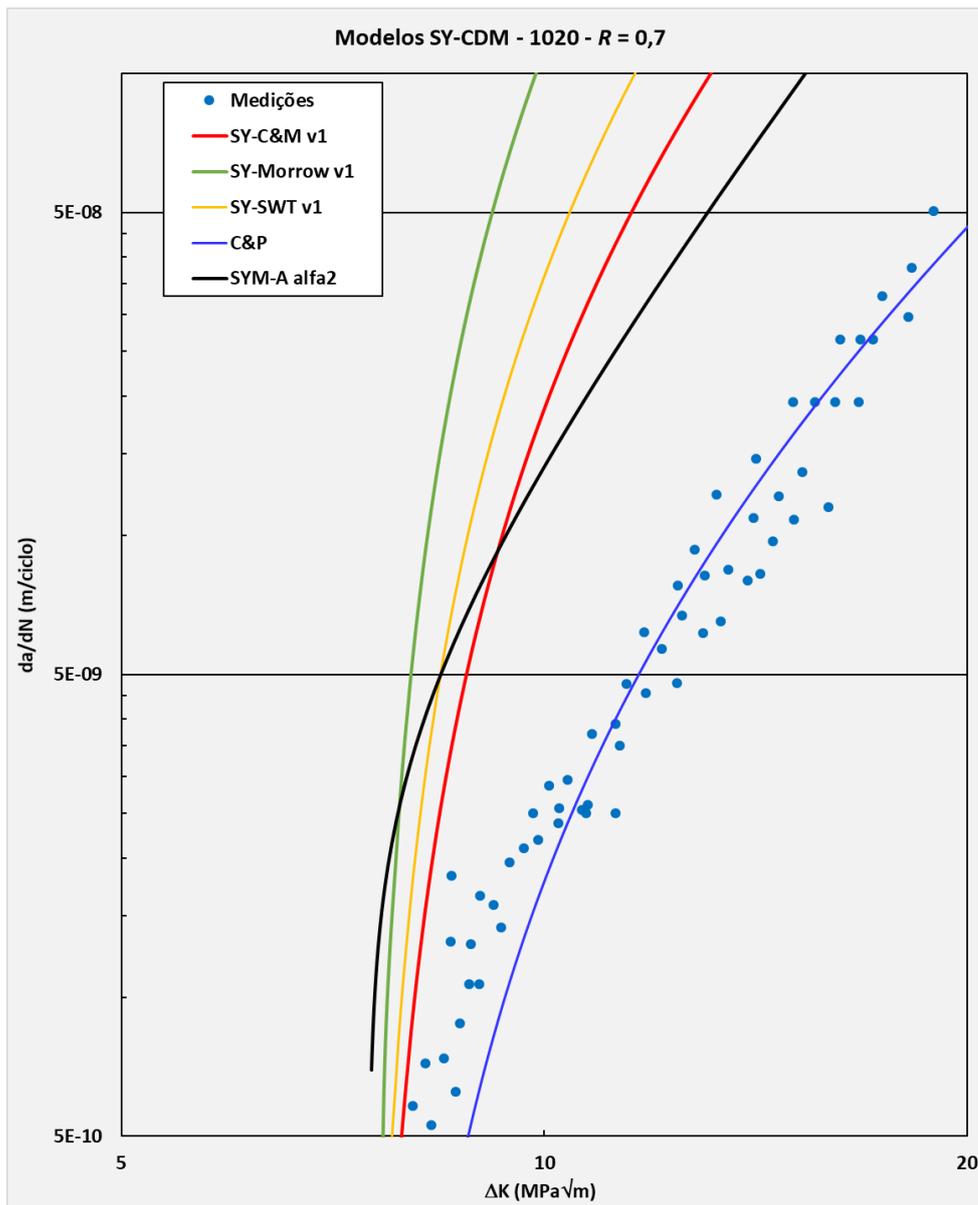


Figura 50 - Modelos SY-CDM - aço 1020 e  $R = 0,7$ .

Uma das possíveis razões para os valores conservativos para os modelos SY-CDM provavelmente é a simplificação do comportamento do material assumido como sendo rígido perfeitamente plástico. O expoente de endurecimento por deformação ( $h$ ) para o alumínio testado é de 0,09 e para o aço 1020 de 0,18 como mostrado em [48]. Os modelos SY-CDM, assim como o modelo *strip-yield*, utilizam a tensão de fluxo de forma a considerar algum efeito do endurecimento do material, mas essa abordagem pode não funcionar bem para materiais com elevado expoente de endurecimento por deformação como o aço 1020.

O dano previsto pelas regras de Morrow e SWT possuem outras fontes de erro, as tensões média e máxima. Os modelos SY-CDM também utilizam o fator de

restrição para lidar com condições de propagação em deformação plana, elevando a tensão de fluxo do elemento na tração em até 3 vezes. Esta hipótese, adotada para corrigir o tamanho da zona plástica e deslocamentos da trinca talvez não possa ser empregada quando o objetivo seja considerar a tensão real no elemento. A tensão máxima nos elementos à frente da trinca usada na regra SWT foi de 1611MPa para o 7075-T6 e de 776MPa para o aço 1020 cerca de 2,8 e 1,6 vezes respectivamente a resistência à tração do material. Portanto, a gama dos alongamentos plásticos e, por consequência, das deformações poderiam ser reduzidas se um modelo de material mais realístico fosse adotado de forma a considerar o comportamento do endurecimento por deformação.

### 4.3. Segunda Versão do Modelo Misto SY-CDM

Na segunda versão do modelo de dano crítico, cujos resultados foram publicados em [60-61], foram introduzidas modificações que permitiram melhorar o processo de cálculo da taxa de propagação, além do desempenho computacional. Com as modificações empregadas tornou-se possível simular as três fases da curva de propagação de uma trinca de fadiga diretamente do dano acumulado pelas deformações plásticas cíclicas a frente de sua ponta, sem precisar supor uma regra  $da/dN \times \Delta K$  arbitrária.

A primeira alteração foi usar uma quantidade fixa de 400 elementos dentro da zona plástica (na primeira versão essa quantidade poderia variar entre 150 e 550 elementos), simplificando o procedimento de cálculo e reduzindo o custo computacional na maioria dos casos de carregamento.

Outra simplificação importante ocorreu no processo de cálculo do incremento da trinca, o que para o modelo SY-CDM implica na posição onde o dano acumulado se iguala a 1. Na primeira versão do modelo inicialmente é feito um teste do vetor de dano acumulado para identificar valores iguais ou superiores a 1. Em função do resultado desse teste, o algoritmo estabelece uma rotina distinta para cálculo do incremento considerando três diferentes situações: (i) nenhum elemento atingiu dano  $\geq 1$ , (ii) um elemento atingiu dano  $\geq 1$  e (iii) mais de um elemento atingiu dano  $\geq 1$ .

No caso de nenhum elemento ter atingido o dano crítico, como mostrado na figura 51 que apresenta o resultado do dano nos elementos no primeiro ciclo de

carregamento, o algoritmo calculava o dano na posição zero,  $D_{ct}$ , (ponta da trinca) baseado em uma extrapolação do dano dos elementos 1 e 2, ou seja,  $D_{ct} = f(D_1, D_2)$ . Caso  $D_{ct} > 1$  então o incremento era calculado por um processo de interpolação entre  $D_{ct}$  e  $D_2$ . Caso  $D_{ct} \leq 1$  o vetor dano acumulado era acrescido ao vetor dano do ciclo de carregamento até a condição  $D_{ct} > 1$ . No exemplo da figura 51 o dano acumulado no elemento 1 ( $D_1$ ) foi de 0,0592.

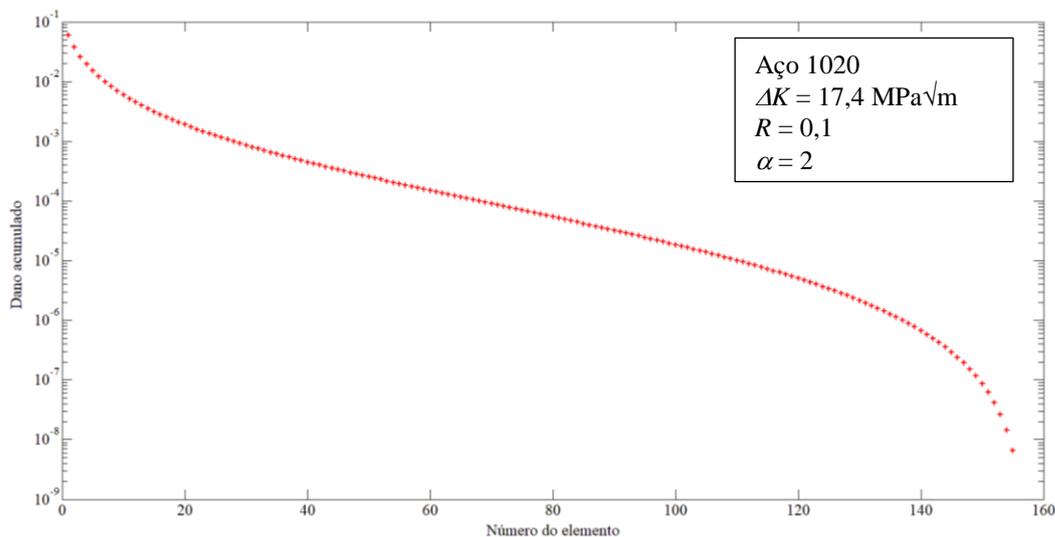


Figura 51 - Exemplo do resultado do cálculo de dano para o 1020.

Caso nenhum elemento atinja o dano crítico no cálculo do incremento da trinca na versão 2, o vetor de dano do ciclo é adicionado ao vetor de dano acumulado até a condição  $D_1 \geq 1$ . Isso garante que para o cálculo do incremento exista pelo menos um elemento com dano igual ou superior a 1, o que possibilitou uma padronização e simplificação do procedimento de interpolação utilizado para cálculo do incremento da trinca e para o dano acumulado do elemento 1 do ciclo seguinte.

Outra mudança nessa versão do algoritmo se refere à eliminação da necessidade de uso da regra de propagação arbitrária. Para isso foram adotadas duas novas hipóteses baseadas em princípios do método  $\varepsilon N$  e na física do processo de propagação da trinca. A primeira assume que se o limite de fadiga existe deve haver uma gama de deformação plástica limite abaixo da qual a propagação da trinca se torna desprezível, e que esta gama de deformação pode ser diretamente relacionada ao limiar de propagação  $\Delta K_{th}(R)$ . Assim, um carregamento aplicado equivalente ao limiar induz uma gama de deformação ( $\Delta \varepsilon_{y,th}$ ) cujo dano seria desprezível. A segunda hipótese assume que a trinca se torna instável quando submetida a um pico

de deformação plástica que pode ser diretamente relacionado ao FIT crítico, ou seja, à tenacidade do material. A deformação plástica crítica ( $\varepsilon_{y,cr}$ ) associada a uma carga que induziria o FIT crítico seria a deformação plástica máxima que o corpo trincado poderia suportar antes da sua ruptura.

O cálculo de  $\Delta\varepsilon_{y,th}$  exige o cálculo dos alongamentos plásticos  $L$  de cada elemento dentro da zona plástica na condição de carga máxima ( $K_{max,th}$  ou  $S_{max,th}$ ) e mínima ( $K_{min,th}$  ou  $S_{min,th}$ ) semelhante ao processo descrito no capítulo 3. Porém, surge um problema inerente dessa abordagem, a zona plástica relacionada ao  $K_{max,th}$  é menor que a zona plástica relacionada a carga máxima do ciclo  $K_{max}$  e, por consequência, o mesmo ocorre para os alongamentos plásticos dos elementos. O ponto comum entre eles é a necessidade de utilizar os alongamentos plásticos residuais dos elementos nas superfícies da trinca, o que é fisicamente coerente, mas se torna inconsistente para a modelagem. Em outras palavras, os alongamentos plásticos residuais dos elementos na superfície da trinca (gerados por  $K_{max}$  e  $K_{min}$ ) podem ser maiores que os alongamentos plásticos nos elementos à frente da trinca na carga máxima do limiar ( $K_{max,th}$  ou  $S_{max,th}$ ), o que impossibilita que o cálculo seja feito corretamente. Além disso, há o problema da compatibilização entre elementos oriundos de zonas plásticas de tamanhos distintos.

Uma forma encontrada para superar esse problema foi adotar a aplicação de um carregamento líquido no modelo ( $\Delta K_n$ ), ou seja,  $\Delta K_n = \Delta K - \Delta K_{th}$ . Com isso, nos alongamentos calculados na carga máxima e mínima do ciclo já estão contabilizados a influência do limiar de propagação resultando na gama de deformação plástica líquida ( $\Delta\varepsilon_{y,n}$ ).

Com relação à deformação crítica ( $\varepsilon_{y,cr}$ ) esse problema não existe, pois ela é calculada para uma carga relacionada à tenacidade do material, que sempre será maior ou igual a carga máxima aplicada do ciclo. O cálculo da deformação crítica segue um procedimento similar ao adotado para a gama de deformações. Primeiro obtêm-se os alongamentos dos elementos dentro da zona plástica gerada pela carga associada à tenacidade do material através da eq. (86), que é uma adaptação da eq. (50) para aplicação de uma tensão equivalente à tenacidade do material ( $\sigma_{cr}$ ). Nessa equação, as funções  $f(x_i)$  e  $g(x_i, x_j)$  foram calculadas para os 400 elementos discretizados de acordo com a zona plástica calculada para o carregamento do ciclo ( $\Delta K_n, R$ ), porém usando a zona plástica devido a tensão crítica para o cálculo do

tamanho virtual da trinca  $d$ . Utilizando a mesma solução de Rice [1] anteriormente descrita, foi calculada a deformação máxima crítica mostrada na eq. (87). Procedimento similar (eq. (88)) é usado para obter a deformação plástica ( $\varepsilon_{y,max}$ ) gerada pela a tensão máxima do ciclo ( $\sigma_{max}$ ). Assim, a deformação plástica efetiva a ser utilizada para cálculo do dano é definida como na eq. (89).

$$L_{cr,i} = \sigma_{cr} \cdot f(x_i) - \sum_{j=1}^{npz} \alpha \cdot S_F \cdot g(x_i, x_j) \quad (86)$$

$$\varepsilon_{y,cr} = \log(1 + (2L_{cr,i})/x_{ct}) \quad (87)$$

$$\varepsilon_{y,max} = \log(1 + (2L_{max,i})/x_{ct}) \quad (88)$$

$$\Delta\varepsilon_{y,eff} = \Delta\varepsilon_{y,n} \cdot [\varepsilon_{y,cr}/(\varepsilon_{y,cr} - \varepsilon_{y,max})] \quad (89)$$

A gama de deformação plástica efetiva  $\Delta\varepsilon_{y,eff}$  que atua no centro de cada elemento a frente da trinca pode ser correlacionada com o número de ciclos  $N$  que seria requerido para romper o elemento caso apenas essa gama atuasse ao longo de toda vida do elemento. Nessa versão do algoritmo  $N$  foi calculado apenas para as regras de dano de Coffin-Manson (eq. (90)) e SWT (eq. (91)) devido aos resultados extremamente conservativos obtidos pela regra de Morrow na primeira versão do modelo SY-CDM. O dano é calculado conforme a já definida eq. (85) e o incremento da trinca ( $\Delta a$ ) é definido pela posição onde o dano acumulado atinge o valor de 1.

$$N = (1/2)(\Delta\varepsilon_{y,eff}/2\varepsilon_c)^{1/c} \quad (90)$$

$$N = (1/2)(\sigma_{max,i} \cdot \Delta\varepsilon_{y,eff}/2\sigma_c\varepsilon_c)^{1/(b+c)} \quad (91)$$

#### 4.4. Resultados da Segunda Versão do Modelo Misto SY-CDM

As novas previsões dos modelos SY-CDM pelas regras de Coffin-Manson (SY-C&M v2) e SWT (SY-SWT v2) estão plotadas nas figuras 52 e 53 para o alumínio 7075-T6 e nas figuras 54 e 55 para o aço 1020. Nessas figuras também estão as curvas para o SY-CDM na versão 1 (SY-C&M v1 e SY-SWT v1), as curvas do modelo de dano crítico usando o campo de HRR deslocado pelo método de Creager e Paris (C&P), bem como a curva para a melhor aproximação do algoritmo *strip-yield* (SYM-A).

Os modelos SY-CDM na segunda versão de uma forma geral produziram melhor resultado para o alumínio quando comparado aos resultados da primeira versão. Para  $R = 0,1$  o modelo que utiliza a regra de Coffin-Manson (SY-C&M v2)

teve a melhor aproximação para os dados experimentais, e para  $R = 0,7$  seu desempenho foi semelhante ao SYM-A. Os modelos SY-CDM na segunda versão tiveram em particular, um melhor desempenho nas faixas mais altas de  $\Delta K$ , onde os modelos originais sistematicamente estimaram taxas de propagação mais elevadas que os dados medidos.

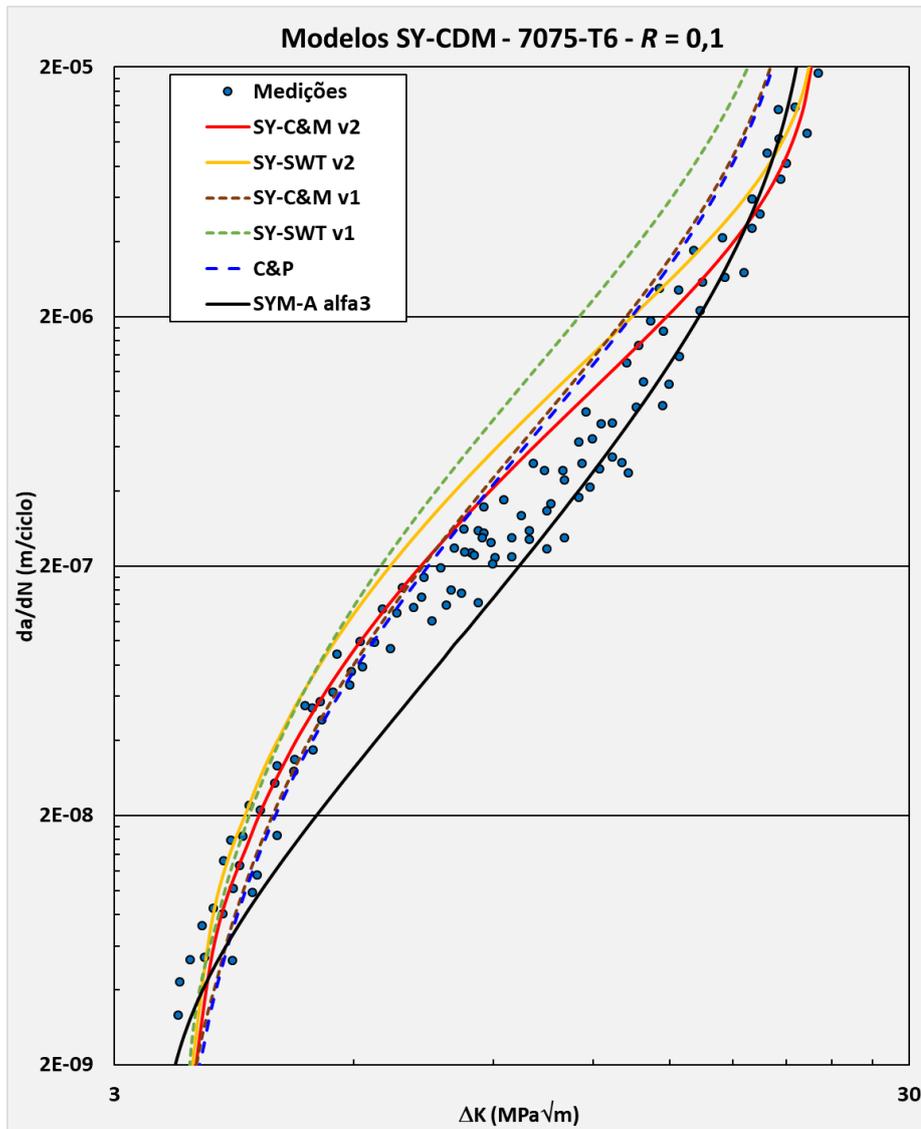


Figura 52 - Modelos SY-CDM na versão 2 – Al 7075 –  $R = 0,1$ .

Além disso, o bom desempenho dos modelos de dano crítico não deve ser uma coincidência, uma vez que suas previsões de taxa de propagação são inteiramente baseadas em propriedades  $\epsilon N$  medidas, sem nenhum parâmetro para ajuste de dados. De fato, quando comparado ao SYM-A baseado no conceito do  $\Delta K_{eff}$  e que utiliza uma regra de propagação que requer quatro parâmetros de ajuste, sem mencionar o fator de restrição que na prática é utilizado como um quinto parâmetro para ajuste dos dados, o desempenho pode ser qualificado como

excelente para um modelo tão simples. Embora um bom ajuste de dados não possa ser considerado como prova da validade do modelo SY-CDM, ele pelo menos indica que as hipóteses são sensatas.

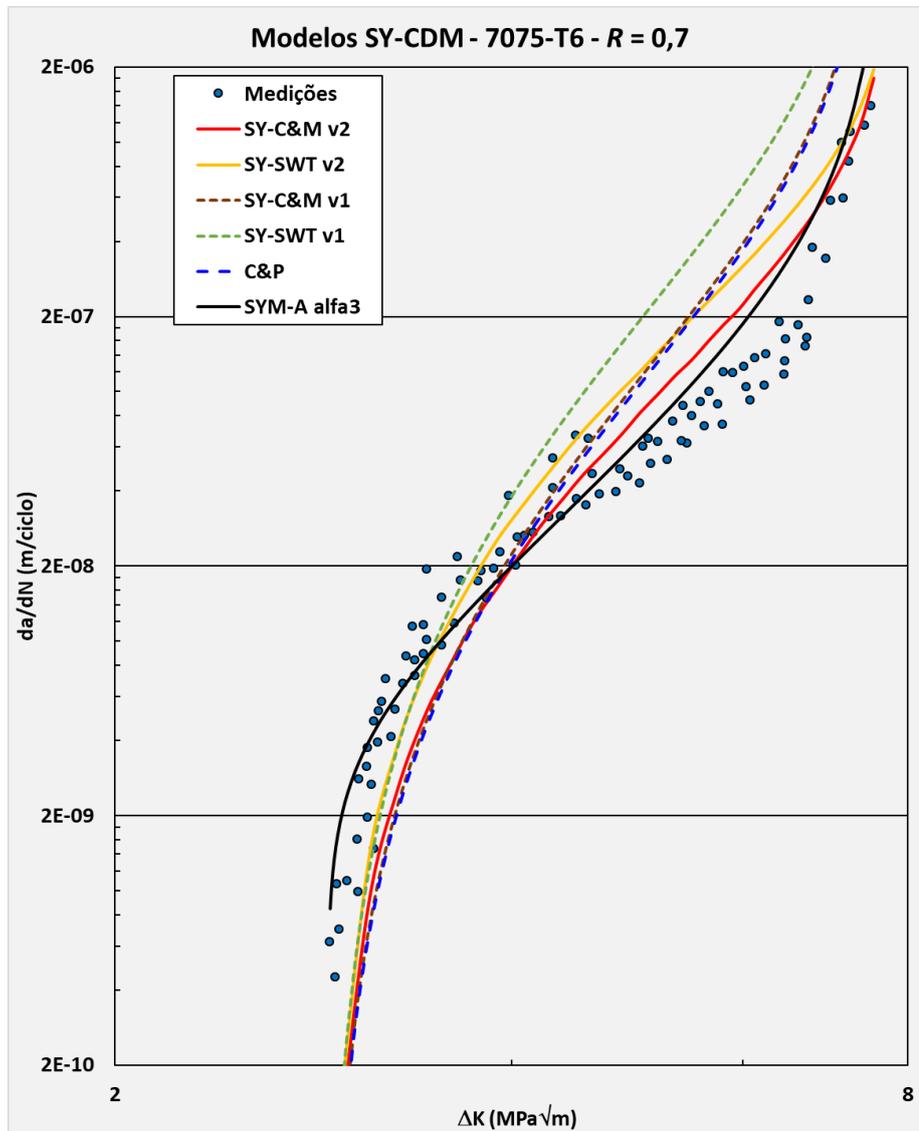


Figura 53 - Modelos SY-CDM na versão 2 – Al 7075 –  $R = 0,7$ .

As previsões para aço 1020 estão mostradas nas figuras 54 e 55. O modelo de dano crítico de C&P reproduziu bem a tendência dos dados embora tenha produzido estimativas levemente não conservativas em  $R = 0,1$ . O SYM-A teve um desempenho similar em  $R = 0,1$ , mas com resultados levemente conservativos. Para  $R = 0,7$  suas previsões foram muito conservativas como mostrado na figura 55. O modelo SY-CDM baseado em C&M gerou previsões bastante sensatas para  $R = 0,7$  (figura 55), mas para  $R = 0,1$  elas foram muito conservativas (figura 54). Os demais modelos geraram previsões muito conservativas em ambas as condições de  $R$ .

As previsões conservativas podem ser causadas pelo maior endurecimento por deformação plástica do aço 1020, quando comparado ao alumínio 7075, uma vez que o algoritmo usa elementos rígidos perfeitamente plásticos (os expoentes de endurecimento por deformação são: 0,09 para o 7075 e 0,18 para o aço 1020). Essa simplificação do comportamento tensão-deformação do material é oriunda da formulação do SYM adotado para produzir os campos de deformação plástica.

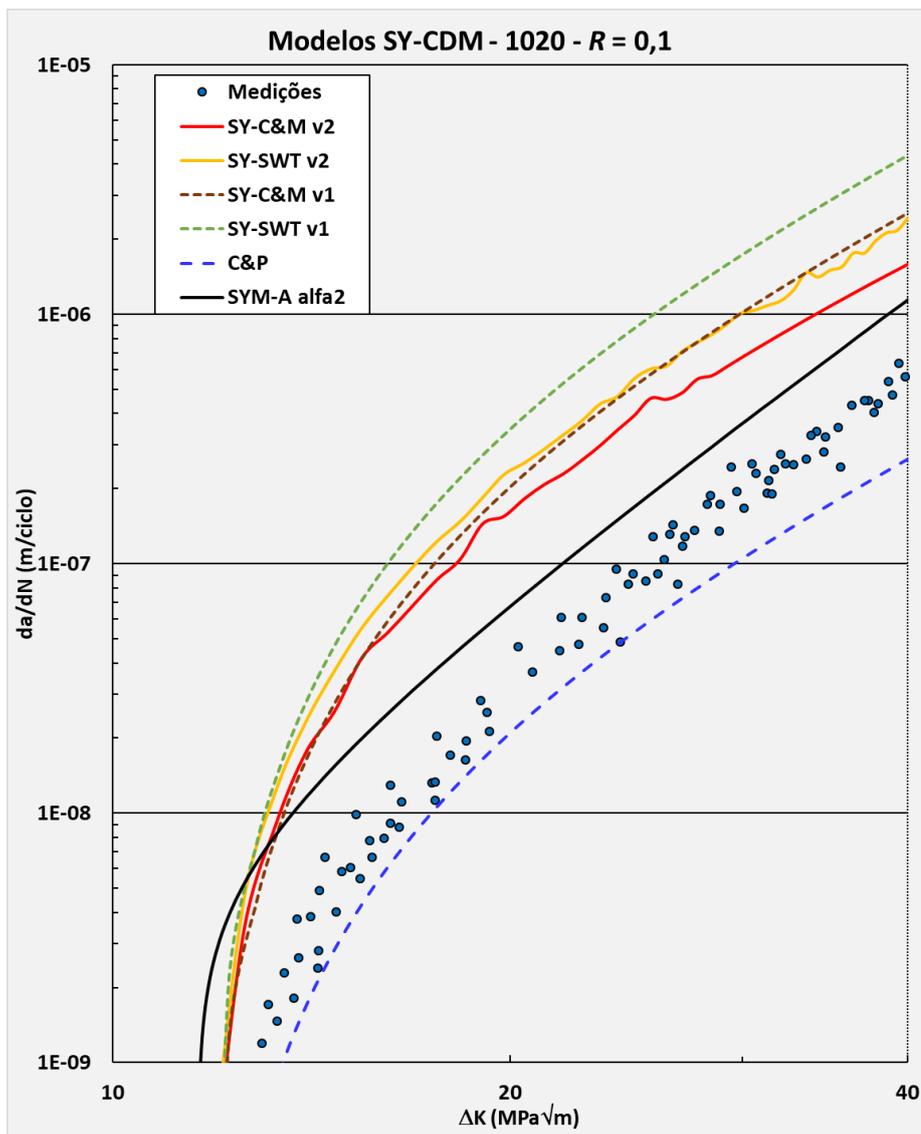


Figura 54 - Modelos SY-CDM na versão 2 – 1020 –  $R = 0,1$ .

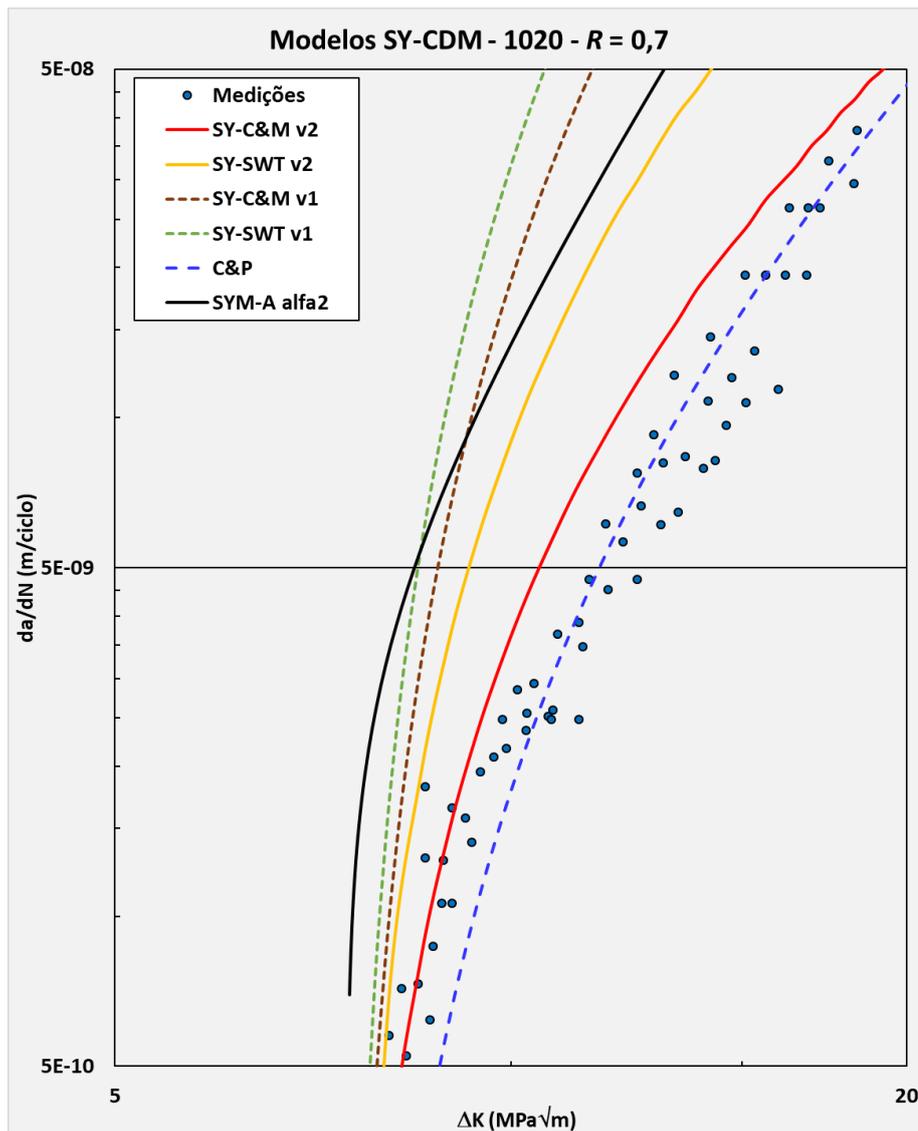


Figura 55 - Modelos SY-CDM na versão 2 – 1020 –  $R = 0,7$ .

#### 4.5. Terceira Versão do Modelo Misto SY-CDM

Nessa versão o modelo SY-CDM foi generalizado para resolver o problema da propagação sob CAV. A figura 56 apresenta o fluxograma do algoritmo dessa versão. As cargas podem ser fatores de intensidade de tensão ou diretamente a tensão aplicada no componente trincado em amplitude constante ou variável. Embora a formulação do algoritmo *strip-yield* tenha sido desenvolvida para um corpo de prova de geometria M(T), ele pode ser aplicado para outras geometrias baseando-se no conceito da mecânica da fratura, de que taxas de propagação similares são produzidas em corpos de prova distintos sob FITs iguais, método proposto por Newman em [41].

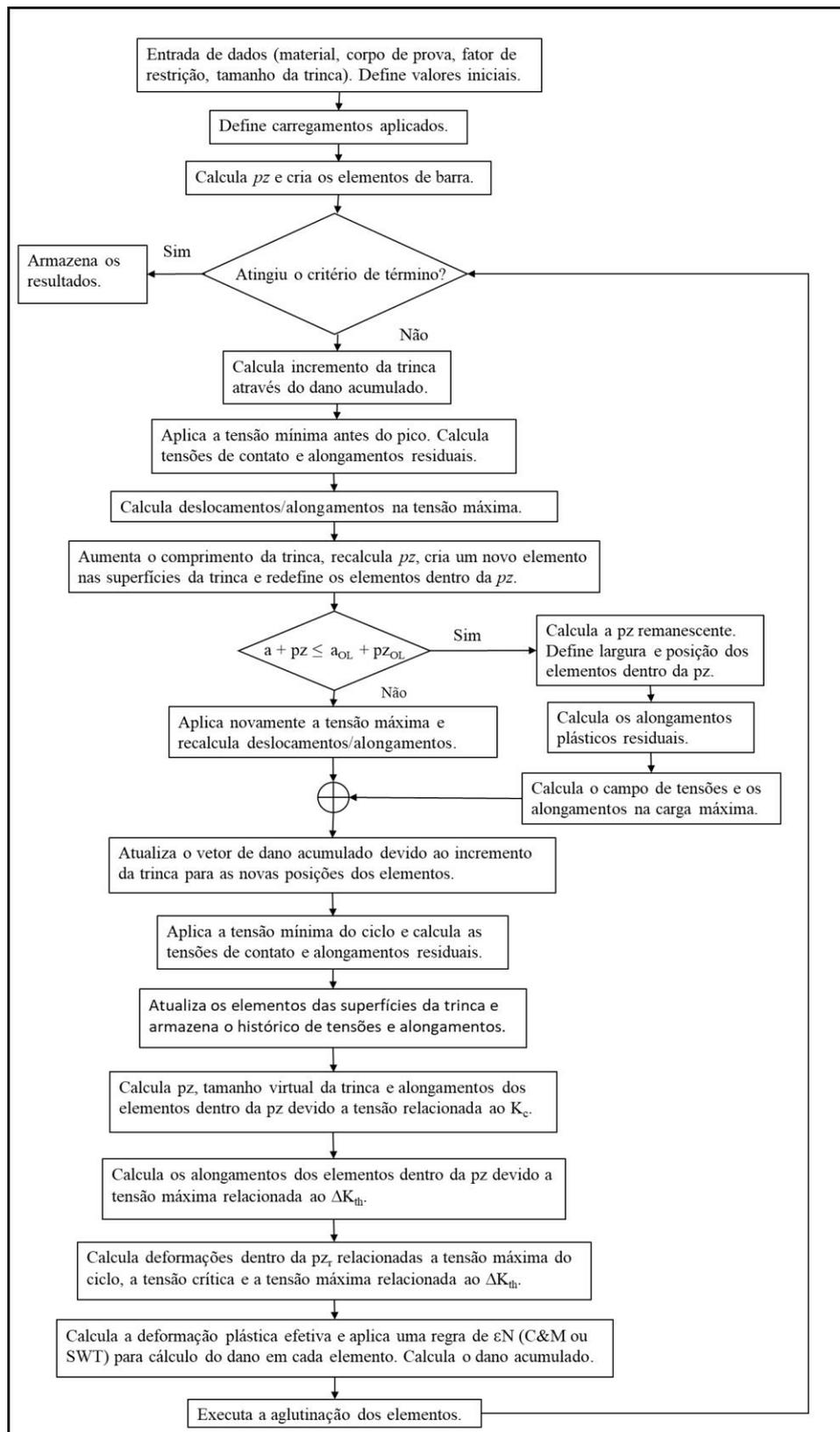


Figura 56 - Fluxograma do algoritmo SY-CDM.

Assim igualando o FIT do corpo de prova  $M(T)$  (eq. (92)) ao fator da geometria a ser empregada, é possível calcular as tensões ( $\sigma$ ) de entrada do algoritmo *strip-yield*.

$$K = \sigma \sqrt{\pi a \sec(\pi d/2W)} \quad (92)$$

Além de generalizar o carregamento, essa versão do modelo sofreu diversas modificações para melhorar seu desempenho como, por exemplo, a alteração na forma como a zona plástica é discretizada. Foram feitas também alterações na solução adotada para transformação entre alongamento e deformação plástica, na forma de cálculo da gama efetiva de deformação plástica abandonando o conceito da gama do FIT líquido utilizado na segunda versão. Essas e outras alterações adotadas serão abordadas nos itens a seguir.

#### 4.5.1. Relação entre Alongamento e Deformação Plástica

Os alongamentos plásticos dos elementos à frente da trinca obtidos por equações semelhantes às descritas em 50 e 57 foram utilizados para cálculo da gama de deformação plástica utilizando a eq. (81). Essa equação foi baseada na solução proposta por Rice [1] para estimar o campo de deformação plástica à frente da trinca com base no raio de abertura de sua ponta.

Na eq. (81) os alongamentos  $L$  foram multiplicados por 2 para considerar o alongamento total de cada elemento a frente da trinca. Contudo, o alongamento total ( $2L$ ) é equivalente ao diâmetro da ponta da trinca, o que introduz um erro nessa transformação, pois a relação deslocamento / deformação plástica proposta por Rice [1] foi definida considerando o raio de abertura da ponta da trinca.

Assim, essa versão do modelo calcula a gama de deformação plástica, a deformação plástica máxima e a crítica conforme descrito nas eqs. (93), (94) e (95). Nessas equações o índice  $i$  representa o número do elemento e varia entre 1 e  $n_{pz}$ . O cálculo dos alongamentos  $L$  máximo, mínimo e crítico segue o mesmo procedimento da versão anterior.

$$\Delta \varepsilon_y = \log[(L_{max,i} + x_{ct,i}) / (L_{min,i} + x_{ct,i})] \quad (93)$$

$$\varepsilon_{y,max} = \log(1 + L_{max,i} / x_{ct,i}) \quad (94)$$

$$\varepsilon_{y,cr} = \log(1 + L_{cr,i} / x_{ct,i}) \quad (95)$$

#### 4.5.2. Cálculo da Gama de Deformação Plástica Efetiva

Na segunda versão do modelo SY-CDM foram introduzidas duas hipóteses sobre deformações limite, para evitar o emprego de uma regra da mecânica da

fratura para cálculo da propagação nas fases I e III. Porém, devido a incompatibilidade entre alongamentos plásticos gerados pela carga aplicada ( $\Delta K$ ,  $\Delta\sigma$ ) e alongamentos que estariam relacionados ao limiar de propagação, foi adotada uma gama líquida do FIT. Essa alternativa trouxe ganhos para a implementação do algoritmo, porém ela altera a física do problema, pois o carregamento  $\Delta K_n$  é fictício.

O problema se resume em determinar os alongamentos plásticos gerados por uma gama de tensões caso o carregamento aplicado fosse o limiar de propagação. Por definição, se a trinca não pode propagar sob cargas  $\Delta K(R) \leq \Delta K_{th}(R)$ , então os alongamentos plásticos relacionados a ela não podem gerar dano à trinca.

Para obter os alongamentos relacionados a  $\Delta K_{th}$ , primeiro define-se  $K_{min,th} = K_{min}$  e  $K_{max,th} = K_{min,th} + \Delta K_{th}$ . Essa notação é conveniente para a modelagem, pois evita o cálculo dos alongamentos sob  $K_{min,th}$ , pois eles coincidem com os da carga mínima do ciclo. Após obter os alongamentos dos elementos na carga máxima e mínima do ciclo conforme eqs. (50) e (57), calculam-se os alongamentos dos elementos à frente da trinca para um carregamento equivalente a  $K_{max,th}$ . Para tal, é empregada a mesma lógica utilizada no cálculo dos alongamentos plásticos na tensão máxima durante o efeito de sequência, descrita no item 3.2.6. Assim, ao aplicar uma tensão máxima ( $\sigma_{max,th}$ ) relacionada ao  $K_{max,th}$  em uma zona plástica monotônica gerada pelo carregamento máximo do ciclo ( $K_{max}$ ), determina-se a tensão atuante em cada um dos elementos como mostrado na eq. (69). A diferença está no número de elementos à frente da trinca que no algoritmo *strip-yield* foi utilizado 20. Os alongamentos  $L_i$  utilizados nessa equação são os alongamentos residuais obtidos na carga mínima do ciclo ( $K_{min}$ ).

Com a tensão  $\sigma_i$  atuante nos elementos definida, calcula-se o alongamento plástico devido à tensão  $\sigma_{max,th}$  conforme eq. (70). O alongamento  $L_{max,th}$  é utilizado para cálculo da gama de deformação plástica relacionada ao limiar de propagação conforme eq. (95) e a gama efetiva de deformação plástica é então definida como na eq. (96). O cálculo do dano foi feito com base nas regras de Coffin-Manson (eq. (90)) e SWT (eq. (91)).

$$\Delta\varepsilon_{y,th} = \log\left[\frac{(L_{max,th(i)} + x_{ct,i})}{(L_{min,th(i)} + x_{ct,i})}\right] \quad (96)$$

$$\Delta\varepsilon_{y,eff} = [\Delta\varepsilon_y - \Delta\varepsilon_{y,th}] \cdot \left[\varepsilon_{y,cr} / (\varepsilon_{y,cr} - \varepsilon_{y,max})\right] \quad (97)$$

### 4.5.3. Processo de Discretização

Na segunda versão do modelo SY-CDM a zona plástica foi dividida em 400 elementos de largura constante, exceto o primeiro e o último cuja largura era dependente do ligamento residual do elemento parcialmente rompido. Essa quantidade elevada de elementos foi necessária por causa dos elementos de largura fixa que facilitam a computação do acúmulo de dano, pois com exceção do primeiro elemento, a posição de cálculo do dano não se altera à medida que a trinca avança. O último elemento não possui influência no cálculo do dano pois nesse elemento a deformação plástica cíclica é nula. Assim, manter elementos de largura constante torna o processo computacional mais simples, porém cria o ônus da necessidade de se utilizar uma grande quantidade de elementos para melhorar a resolução do cálculo, uma vez que o gradiente da deformação plástica é alto.

Nessa versão do algoritmo foi testado o método de discretização empregado no algoritmo *strip-yield*, que aumenta a largura do elemento à medida que ele se afasta da ponta da trinca. Com isso, mantém-se a resolução do cálculo na região de importância perto da ponta da trinca, o que permite reduzir a quantidade de elementos. Duas condições de discretização da zona plástica foram avaliadas e comparadas com os resultados obtidos pela segunda versão do modelo. Foi testada uma condição com 20 elementos usando a seguinte razão entre a largura total do elemento e o tamanho da zona plástica ( $2w_i/pz$ ): 0,005, 0,005, 0,005, 0,005, 0,01, 0,01, 0,02, 0,02, 0,03, 0,03, 0,045, 0,045, 0,06, 0,06, 0,075, 0,075, 0,1, 0,1, 0,15, 0,15. A outra condição avaliada subdividiu a zona plástica em 30 elementos com a seguinte razão  $2w_i/pz$ : 0,001, 0,001, 0,001, 0,001, 0,001, 0,001, 0,001, 0,001, 0,002, 0,003, 0,004, 0,005, 0,008, 0,011, 0,014, 0,018, 0,022, 0,026, 0,03, 0,034, 0,039, 0,044, 0,049, 0,054, 0,062, 0,07, 0,078, 0,095, 0,12, 0,204. Os resultados obtidos para os dados de propagação do alumínio 7075-T6 e do aço 1020 em  $R = 0,1$  e  $R = 0,7$  estão nas figuras 57 e 58.

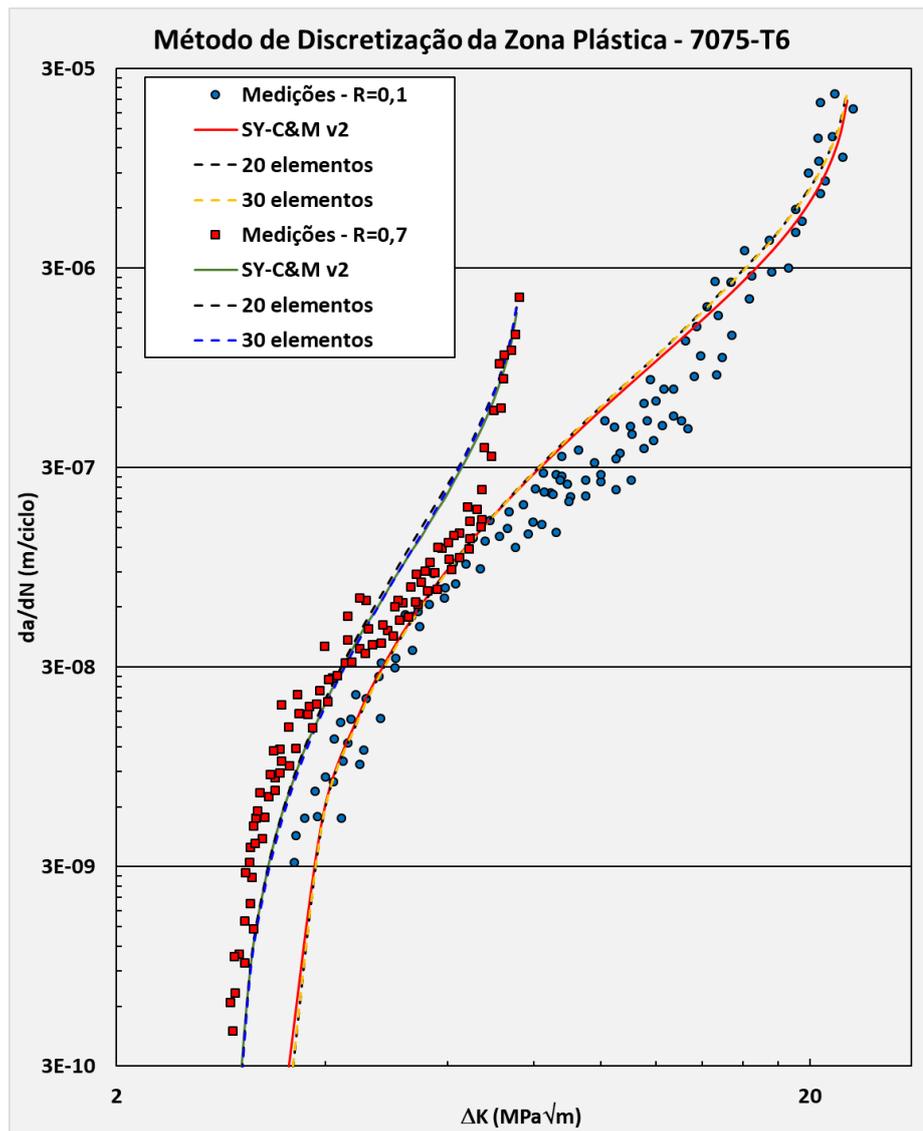


Figura 57 - Variações no método de discretização para o Al 7075.

A utilização de elementos de largura variável traz benefícios da redução do custo computacional, porém exige uma alteração no processo de acúmulo de dano. A cada novo ciclo de carregamento a zona plástica monotônica é discretizada seguindo a regra de razão  $2w_i/pz$  escolhida e, mesmo sob gama do FIT constante, o dano acumulado até o ciclo anterior está em uma posição diferente da posição onde o dano no ciclo atual é calculado. Pois, o algoritmo calcula alongamentos, tensão deformação e, por fim, dano para a posição central do elemento. Assim, foi necessário implementar uma rotina para correção do dano acumulado para a nova posição do elemento, através da técnica de interpolação linear.

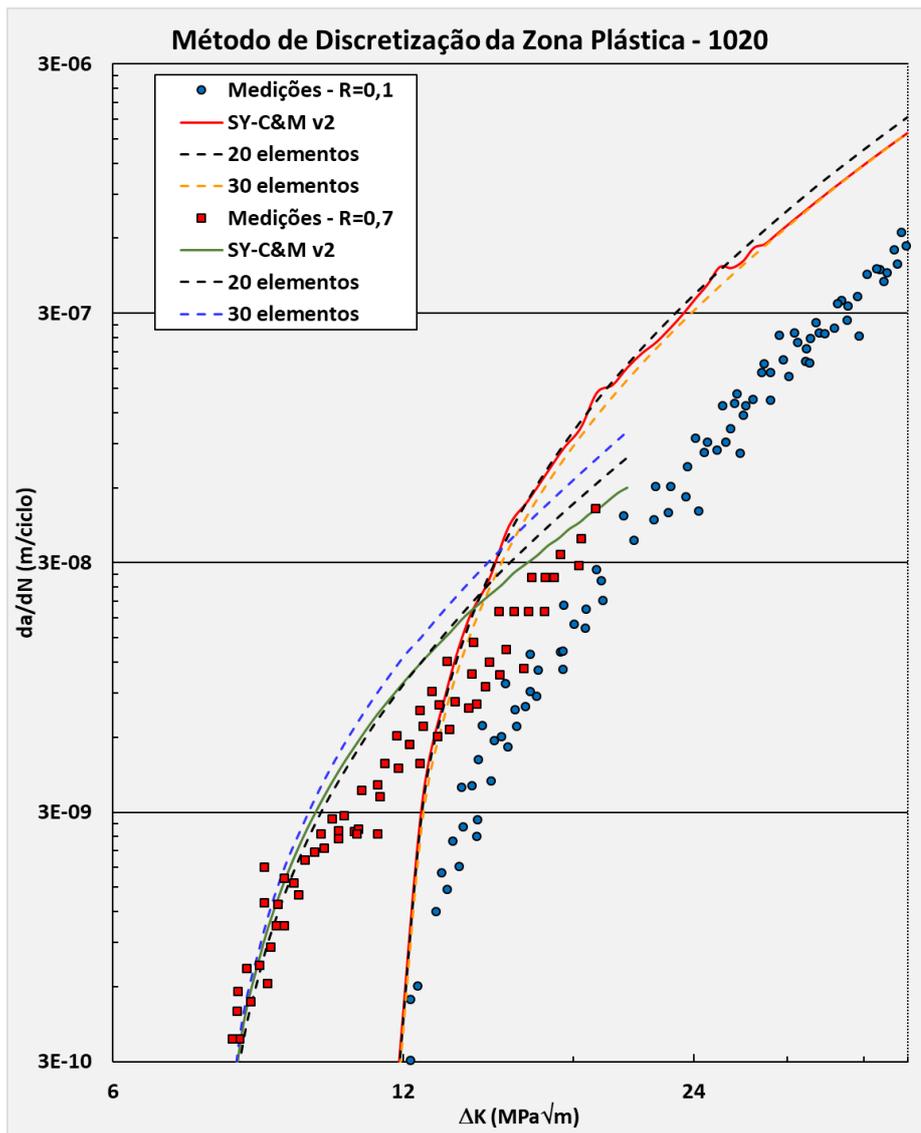


Figura 58 - Variações no método de discretização para o 1020.

Na segunda versão do modelo SY-CDM todos os elementos possuem inicialmente a mesma largura igual a  $pz/400 = 0,0025 \cdot pz$  (exceção para o primeiro e o último elementos os quais, conforme já explicado, podem assumir diferentes valores de largura dependendo do ponto alcançado pelo dano crítico do evento prévio). Para o teste com 20 elementos de largura variável, o primeiro elemento possui largura total ( $2w_i$ ) igual a  $0,005 \cdot pz$ , enquanto que para o teste com 30 elementos o primeiro elemento teve largura de  $0,001 \cdot pz$ .

As figuras 57 e 58 indicam que as previsões do modelo SY-CDM não foram muito sensíveis ao número de elementos de largura variável a frente da trinca. De fato, as curvas de propagação previstas pelo modelo contendo 20 e 30 elementos são igualmente satisfatórias, principalmente para o alumínio 7075-T6, onde nenhuma diferença relevante foi encontrada em relação aos resultados do modelo

com 400 elementos. As maiores diferenças foram observadas para o aço 1020 com  $R = 0,7$  onde os modelos com 20 e 30 elementos apresentaram resultados superiores aos do modelo com 400 elementos, em particular para  $\Delta K$  mais elevados. Na pior condição houve um desvio de 32% e 68% para os modelos com 20 e 30 elementos respectivamente. A redução do número de elementos à frente da trinca de 400 para 30 e 20 reduz o tempo de cálculo aproximadamente 25 vezes (na média o tempo de estabilização da propagação da trinca em cada nível de carregamento passou de 800s com 400 elementos para 30s com 20 elementos).

A discretização da zona plástica em 20 ou 30 elementos foi também testada na terceira versão do modelo SY-CDM, já considerando a alteração da transformação entre alongamento e deformação plástica e a mudança na forma de cálculo da deformação plástica efetiva. Nesses testes verificou-se que a discretização com 30 elementos seguindo a razão  $2w_i/pz$  foi a que apresentou maior estabilidade nos resultados, e por isso ela será adotada nessa versão do modelo.

Como consequência, foi necessário implementar no código um procedimento de atualização no dano acumulado para os elementos dentro da zona plástica em função da mudança na posição onde os alongamentos, deformações, tensões e dano são calculados a cada evento do carregamento, devido a adoção de elementos de largura variável. Para definir o dano acumulado na posição atual do elemento usa-se interpolação linear.

#### **4.6.Resultados da Terceira Versão do Modelo Misto SY-CDM**

Nessa terceira versão previsões dos modelos SY-CDM foram comparados a dados experimentais do alumínio 7075-T6 e do aço 1020 como nas versões anteriores, e às previsões do SYM-A. Além disso, na análise dessa terceira versão também foram usadas curvas de propagação medidas em  $R = 0,1$  e  $R = 0,7$  para o aço API 5L X60 e em  $R = 0,1$ ,  $R = 0,4$  e  $R = 0,7$  para o alumínio 6351-T6.

As propriedades mecânicas e de propagação medidas para o aço API 5L X60 e para o alumínio 6351-T6 estão listadas na tabela 5. Esses dados foram utilizados tanto no modelo SY-CDM quanto no SYM-A. A modelagem SY-CDM ainda requer as propriedades  $\epsilon N$  desses materiais apresentadas na tabela 6. Para o aço API 5L X60 essas propriedades foram medidas conforme descrito em [48]. Como esses dados não foram medidos para o alumínio 6351-T6, foram usadas as propriedades

do 6061-T651 tabeladas no banco de dados da referência [3]. Da mesma forma, foram usadas as propriedades da regra de propagação NASGRO, tabela 7, do alumínio 6061-T6, a liga mais próxima do 6351-T6 disponível no banco de dados em [75].

Tabela 5: Propriedades mecânicas e de propagação.

Material	$S_y$ (MPa)	$S_U$ (MPa)	$E$ (GPa)	$K_C$ (MPa√m)	$\Delta K_{th}$ (MPa√m)		
					R=0,1	R=0,4	R=0,7
API 5L X60	457	533	198	326	6	-	3,9
6351-T6	285	318	69	43 (R=0,1) 40,4 (R=0,4) 47,5 (R=0,7)	4,01	3,39	2,07

Tabela 6: Propriedades  $\epsilon N$  do aço API 5L X60 e da liga de Al 6061.

Material	Propriedades $\epsilon N$			
	$\sigma_c$	$b$	$\epsilon_c$	$c$
API 5L X60	647	-0.049	0,24	-0.53
6061-T651	634	-0.1	0,92	-0.78

Tabela 7: Propriedades NASGRO da liga de Al 6061.

Material	$C$	$n$	$p$	$q$	$\alpha$
6061-T6	5.079E-10	2.3	0.5	0.5	2

Nas figuras 59 e 60 estão as previsões dos modelos SY-CDM da terceira versão (SY-C&M v3 e SY-SWT v3) para o alumínio 7075 em  $R = 0,1$  e  $R = 0,7$ . Nessas figuras também se encontram as curvas medidas e as previsões do SYM-A e do modelo SY-CDM v2 anteriormente estudados. Em ambos os casos as previsões do modelo baseado na a regra de Coffin-Manson (C&M) foram as que mais se aproximaram dos resultados experimentais, como já havia ocorrido na segunda versão do modelo.

Os modelos SY-C&M v3 e SY-SWT v3 preveem taxas de propagação bem acima dos dados experimentais sob  $R = 0,1$ , principalmente na faixa de transição entre o limiar e a propagação estável. O maior desvio encontrado foi de cerca de 4

vezes para o SY-C&M v3 próximo ao limiar de propagação, ou seja, a taxa prevista pelo modelo foi aproximadamente 4 vezes superior à medida no experimento. Para  $\Delta K$  mais elevados, a partir de cerca de 12 MPa $\sqrt{m}$ , o modelo convergiu perfeitamente para os dados, lembrando que  $K_C \cong 25,4$  MPa $\sqrt{m}$ .

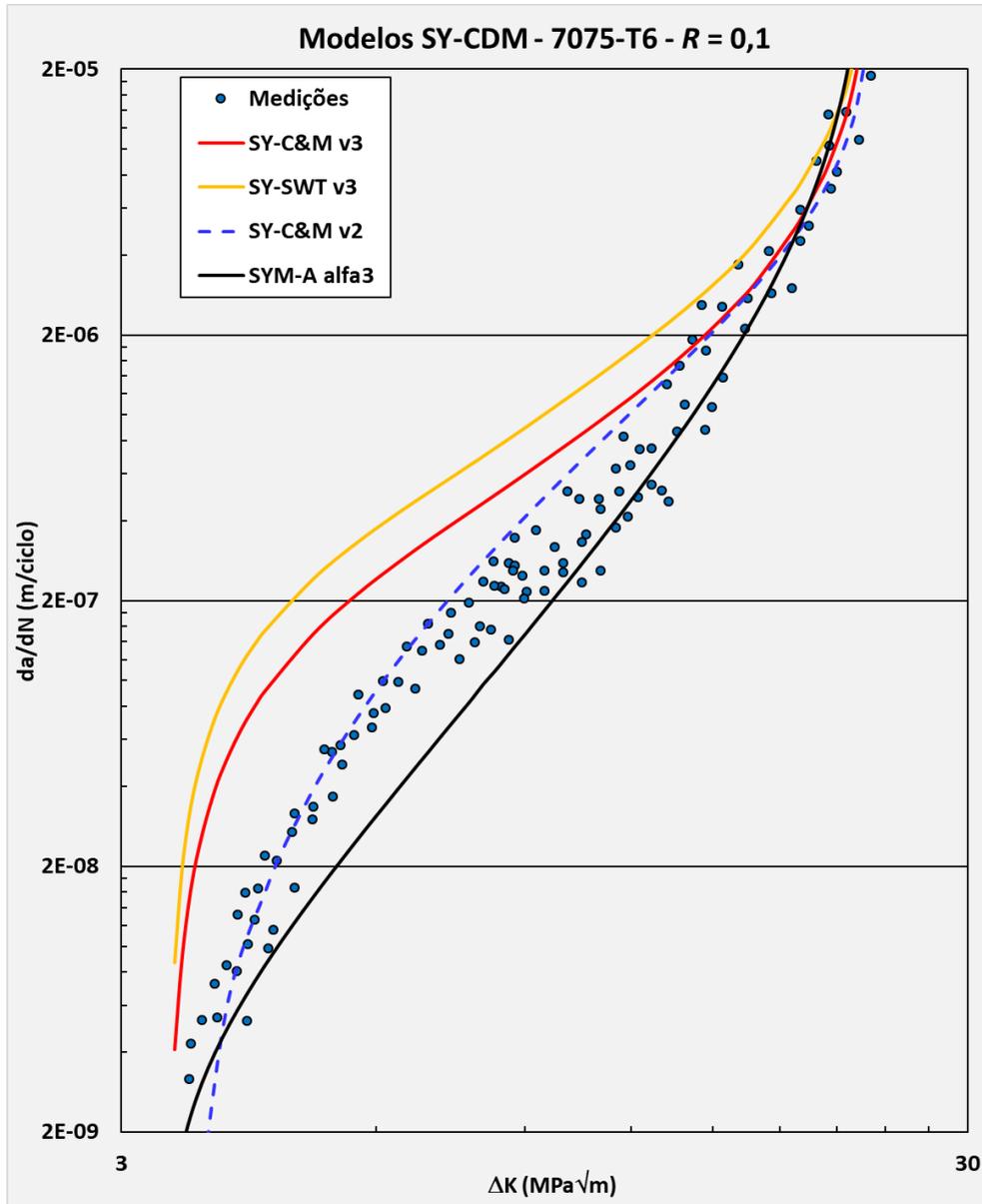


Figura 59 - Terceira versão dos modelos SY-CDM - Al 7075 em  $R = 0,1$ .

Os dois modelos SY-CDM também tendem a prever taxas conservativas em  $R = 0,7$ . Nessa condição o desvio em relação aos dados experimentais foi menor, cerca de 2,5 vezes na pior condição (ao final da fase estável de propagação) para o SY-C&M v3. O SYM-A ajustou melhor esses dados, contudo apresentou previsões não conservativas em  $R = 0,1$  na faixa de transição da propagação. Mas esse modelo usa uma regra de propagação que usa 4 parâmetros ajustáveis, enquanto os modelos

SY-CDM não utilizam nenhum, conservando apenas o fator de restrição herdado da formulação *strip-yield*.

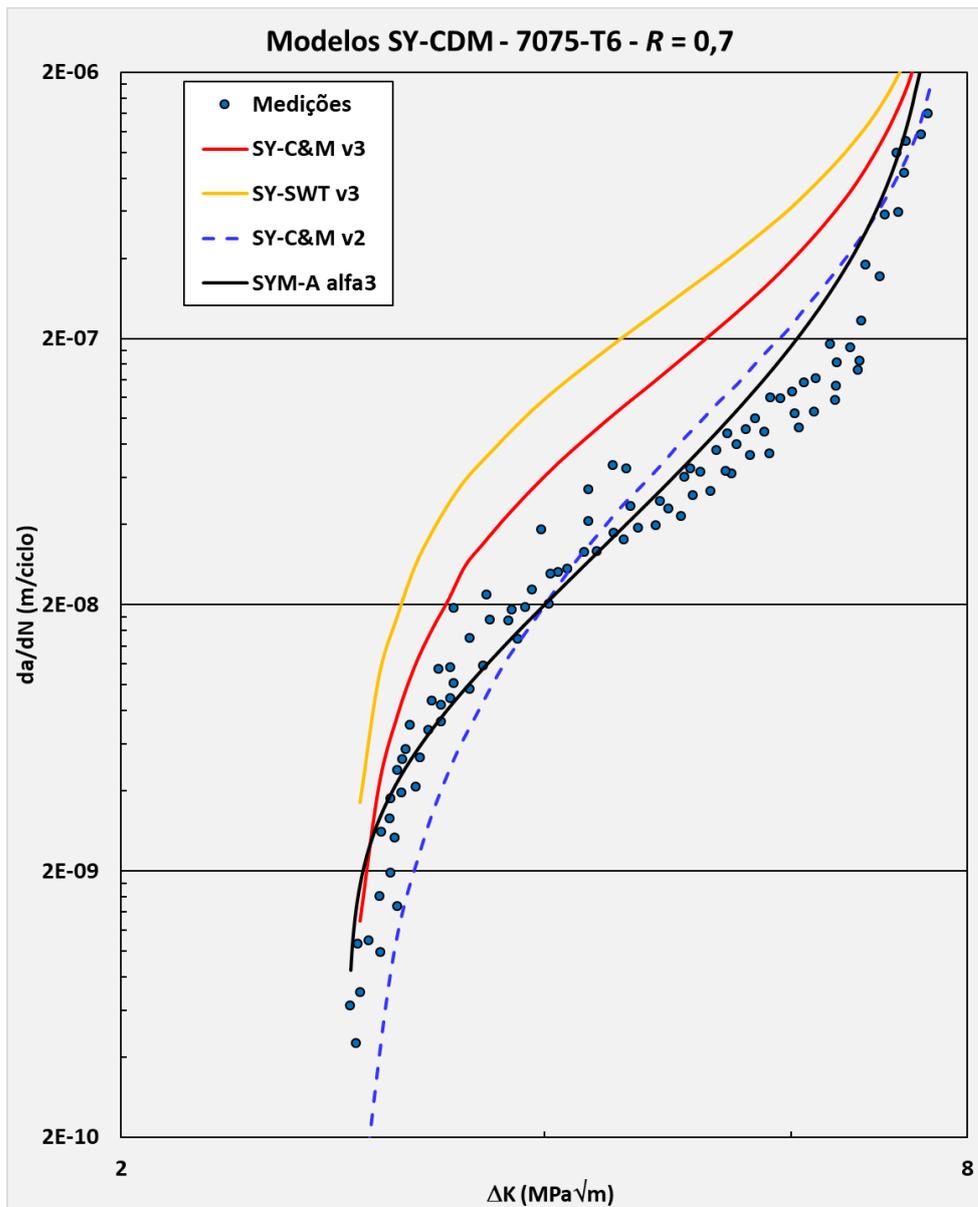


Figura 60 - Terceira versão dos modelos SY-CDM - Al 7075 em  $R = 0,7$ .

As figuras 61 e 62 mostram um desvio elevado dos modelos SY-CDM em relação aos dados experimentais do aço 1020 para  $R = 0,1$ , conforme já havia sido observado na segunda versão do modelo. Na pior condição (próximo ao limiar de propagação) o desvio da previsão do SY-C&M v3 em relação aos dados atingiu cerca de 11 vezes. Para esse  $R$ , o SYM-A previu a melhor aproximação dos dados, apresentando em quase toda a faixa resultados ligeiramente conservativos, com desvios maiores apenas na região de transição do limiar.

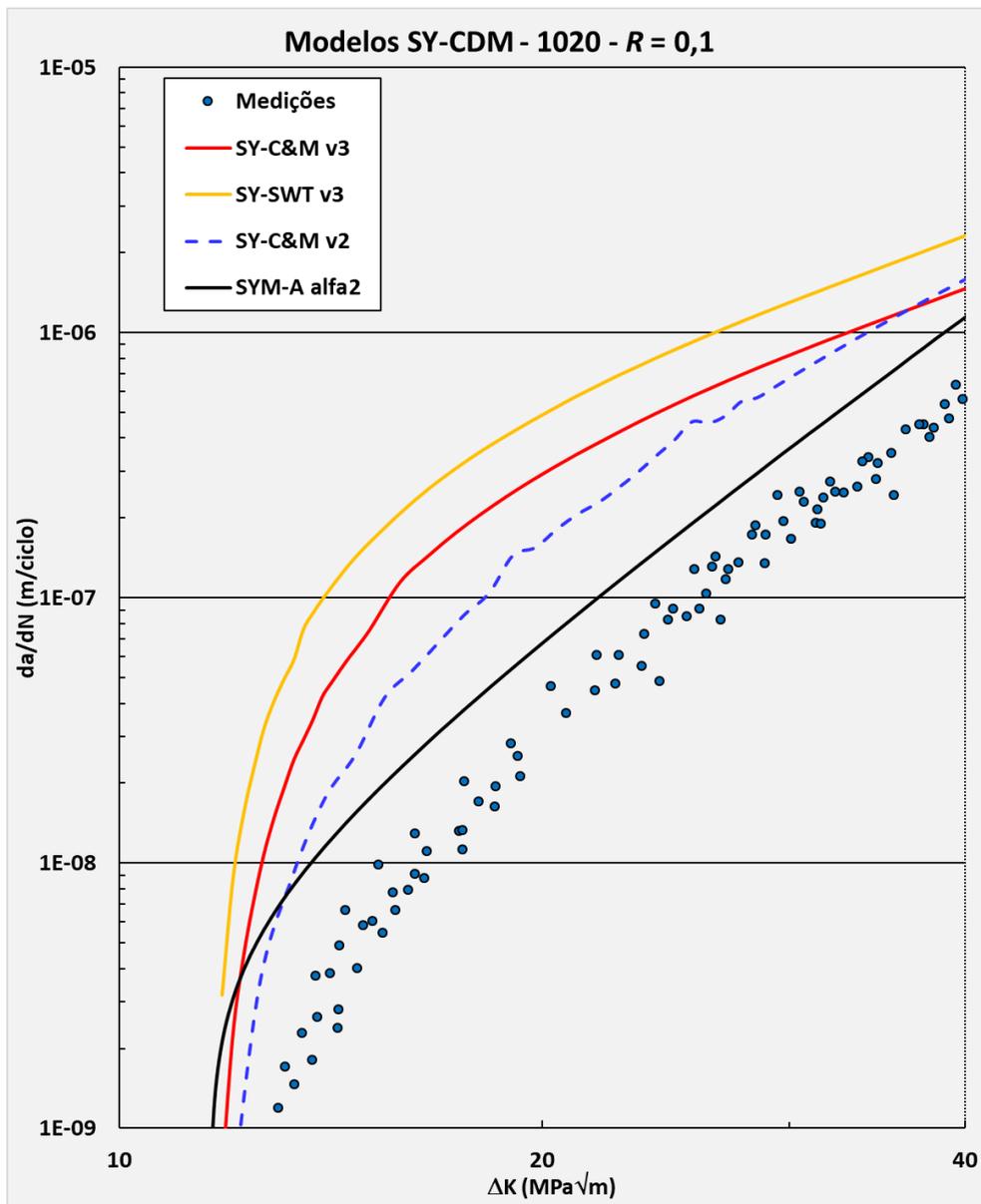


Figura 61 - Terceira versão dos modelos SY-CDM - aço 1020 em  $R = 0,1$ .

Para  $R = 0,7$  (figura 62) o modelo SY-C&M v3 gerou boas previsões em relação às taxas de propagação medidas. Em toda a faixa de propagação suas previsões foram sempre conservativas com o desvio máximo de cerca de 2,5 vezes na região de transição. Nessas condições de propagação o SYM-A previu em toda a faixa taxas muito conservativas, tornando questionáveis o uso dessas previsões para qualquer aplicação prática.

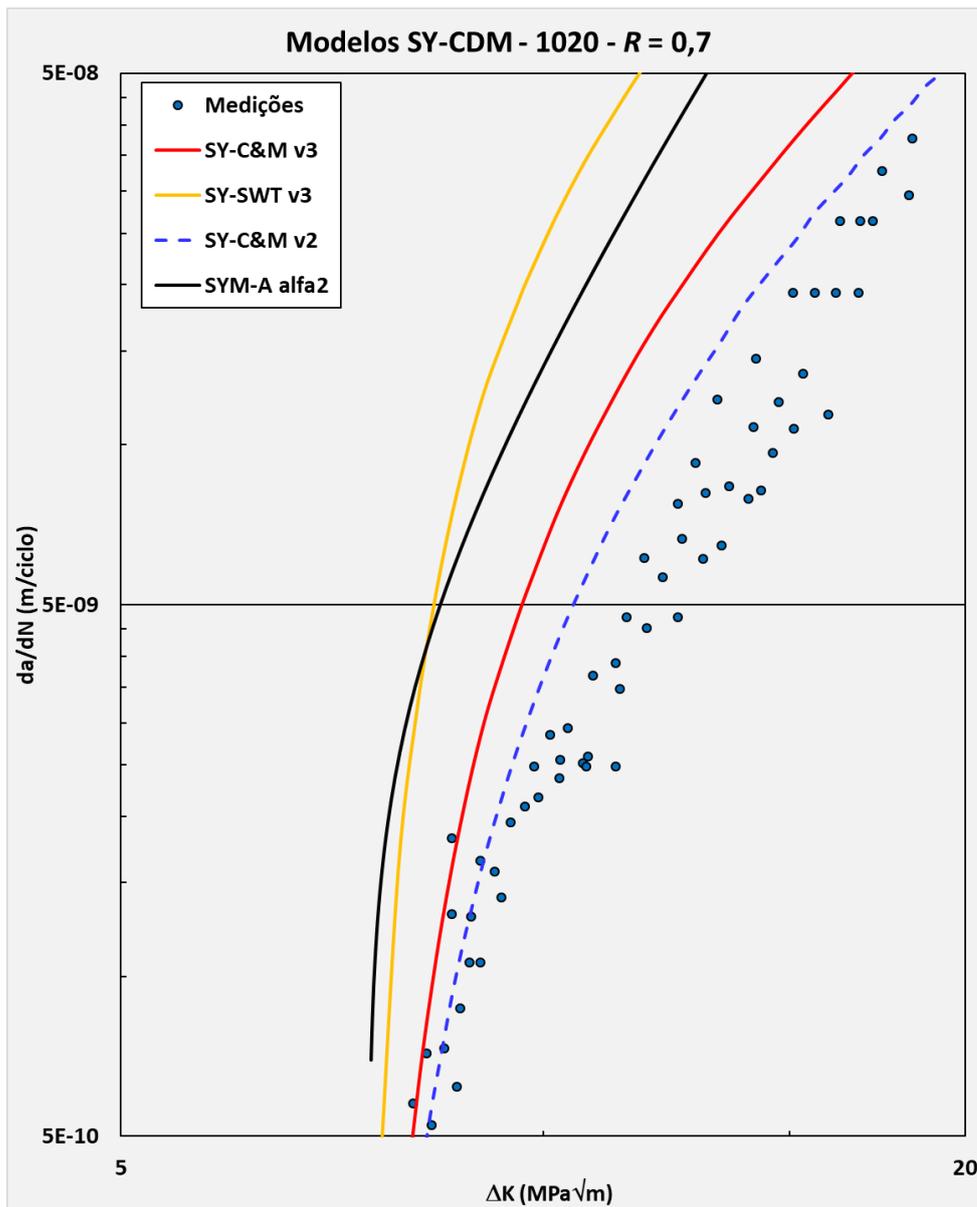


Figura 62 - Terceira versão dos modelos SY-CDM - aço 1020 em  $R = 0,7$ .

As figuras 63 e 64 apresentam as previsões dos modelos SY-CDM v3 para o aço API 5L X60. Essas figuras não contêm previsões do *strip-yield* porque não foram encontrados os parâmetros da regra de propagação NASGRO desse material, nem de nenhum material similar.

Em ambas as condições de propagação o modelo SY-C&M v3 previu melhor os resultados experimentais do que o SY-SWT v3. Ainda assim, para  $R = 0,1$  (figura 63), houve significativo desvio da previsão do modelo SY-C&M v3 em relação aos experimentos, sendo que na pior condição (próximo ao limiar) o valor foi cerca de 9,5 vezes. O desvio foi gradualmente diminuindo tendo esse modelo apresentado resultado levemente conservativo para  $\Delta K$  a partir de 25 MPa $\sqrt{m}$ .

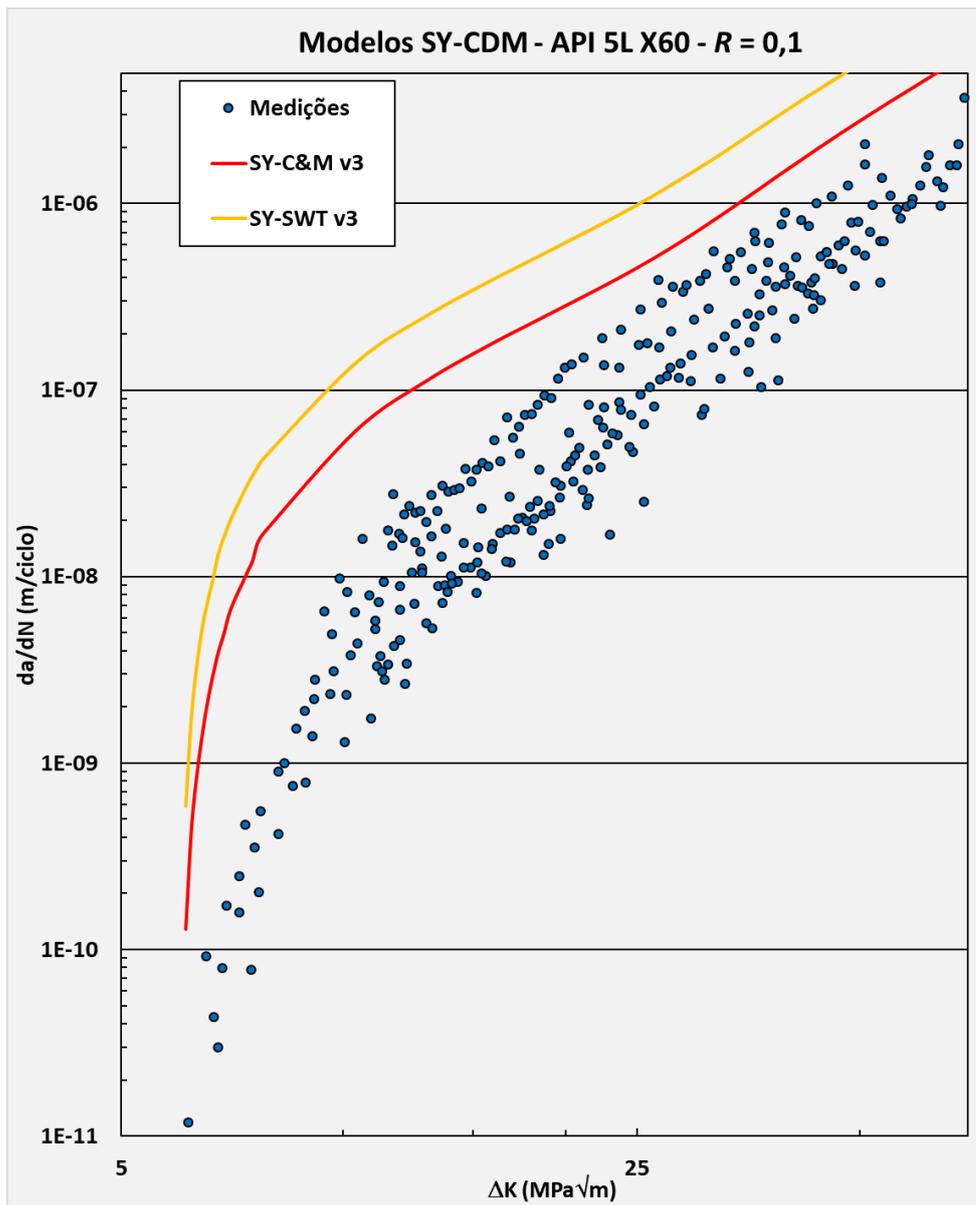


Figura 63 - Terceira versão dos modelos SY-CDM – API 5LX60 -  $R=0,1$ .

Para  $R = 0,7$ , figura 64, as previsões do modelo SY-C&M v3 foram ligeiramente conservativas em toda a faixa de propagação, mostrando uma boa aderência das previsões aos experimentos. O modelo SY-SWT v3, como ocorrido nas condições anteriores, apresentou resultados muito conservativos.

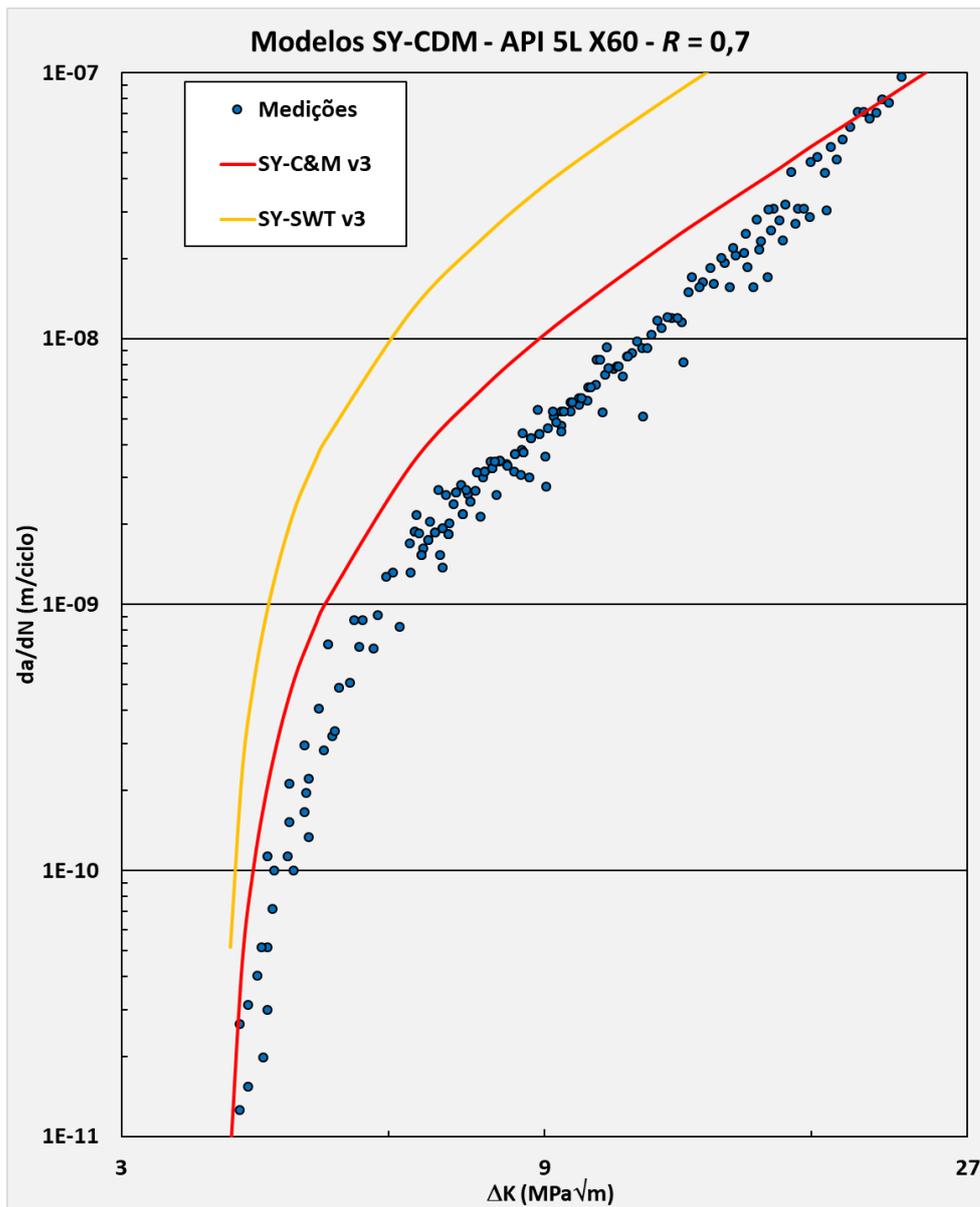


Figura 64 - Terceira versão dos modelos SY-CDM - API 5LX60 -  $R=0,7$ .

Conforme já estudado, os modelos SY-CDM usam a mesma simplificação utilizada na formulação do *strip-yield*, assumindo um material rígido perfeitamente plástico. Para considerar o efeito do encruamento utiliza-se o conceito de tensão de fluxo. Essa simplificação pode ser uma das causas para as previsões conservativas dos modelos SY-CDM. Dos três materiais estudados, as taxas do aço API 5L X60 foram as mais bem previstas pelos modelos SY-CDM v3. Esse aço apresenta o menor expoente de endurecimento por deformação plástica 0,08, sendo que o do alumínio 7075 é 0,09 e do aço 1020 0,18. Todas as propriedades mecânicas desses materiais estão descritas em [48].

Em um trabalho recente no Laboratório de Fadiga da PUC-Rio foram levantadas curvas de propagação do alumínio 6351-T6 em amplitude constante para três condições de  $R$ : 0,1, 0,4 e 0,7 (dados ainda não publicados). Esses resultados e as previsões dos modelos SY-CDM v3 e SYM-A se encontram nas figuras 65, 66 e 67. As propriedades  $\varepsilon N$  desta liga ainda estão sendo medidas e, por isso, foram utilizadas nas previsões SY-CDM as propriedades de um material similar, o Al 6061-T651 [3] (tabela 6), e nas previsões do SYM-A as do Al 6061-T6 (tabela 7).

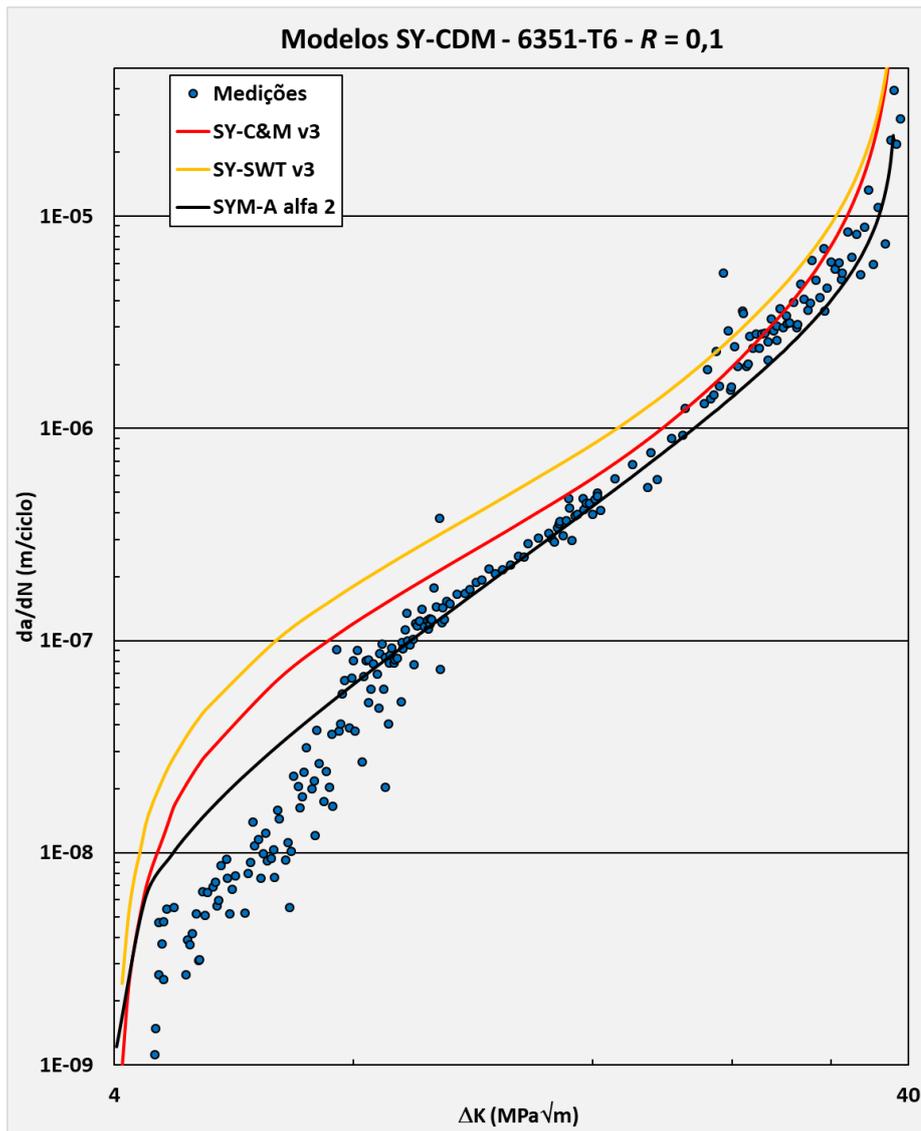


Figura 65 - Terceira versão dos modelos SY-CDM - Al 6351 em  $R = 0,1$ .

Em  $R = 0,1$  (figura 65), o modelo SY-C&M v3 previu taxas de propagação ligeiramente superiores às do modelo SYM-A, que ajustou melhor esses dados. Os desvios dos dados medidos foram maiores nas regiões de transição, principalmente na transição entre o limiar e a propagação estável. Em  $R = 0,4$  (figura 66) os

modelos SYM-A e SY-C&M v3 geraram previsões similares e bem aderentes aos dados medidos.

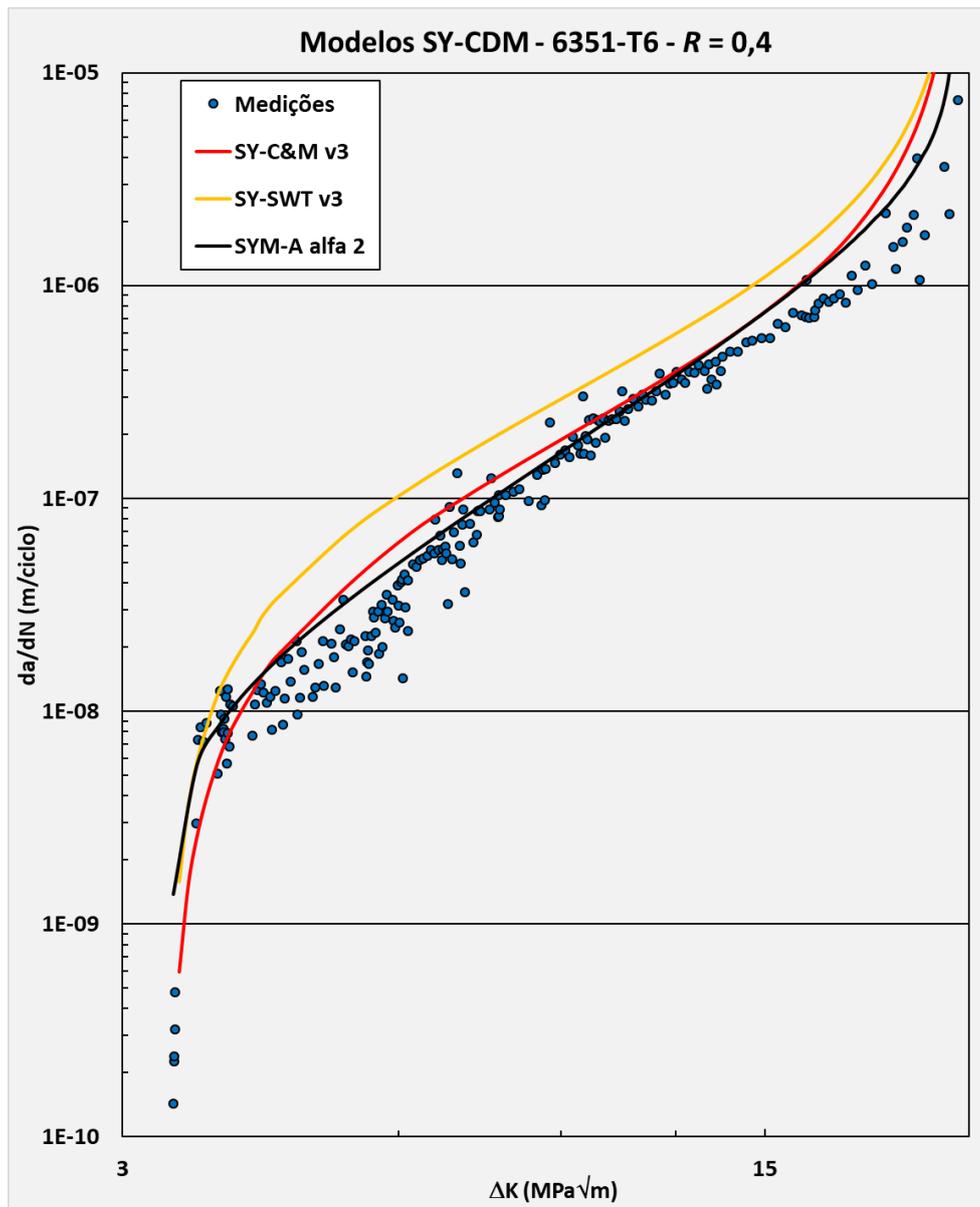


Figura 66 - Terceira versão dos modelos SY-CDM - Al 6351 em  $R = 0,4$ .

Em  $R = 0,7$  (figura 67) a melhor aproximação dos dados, para praticamente toda a faixa de propagação, foi obtida pelo modelo SY-C&M v3, com os modelos SY-SWT v3 e SYM-A apresentando previsões similares. A exceção foi para a propagação próximo ao limiar, onde o modelo SY-C&M v3 apresentou resultados levemente não conservativos.

O bom desempenho dos modelos SY-CDM v3 para o alumínio 6351-T6 pode ser devido à menor sensibilidade desse material ao encruamento cíclico. Embora não medido, o expoente de endurecimento por deformação plástica do Al 6061, que

se mostrou muito similar ao Al 6351, é de 0,04 [3]. Esse é o menor expoente de todos os materiais apresentados, sendo uma evidência a favor da hipótese de que a simplificação adotada na formulação seria uma das causas para os desvios observados nas previsões dos modelos SY-CDM.

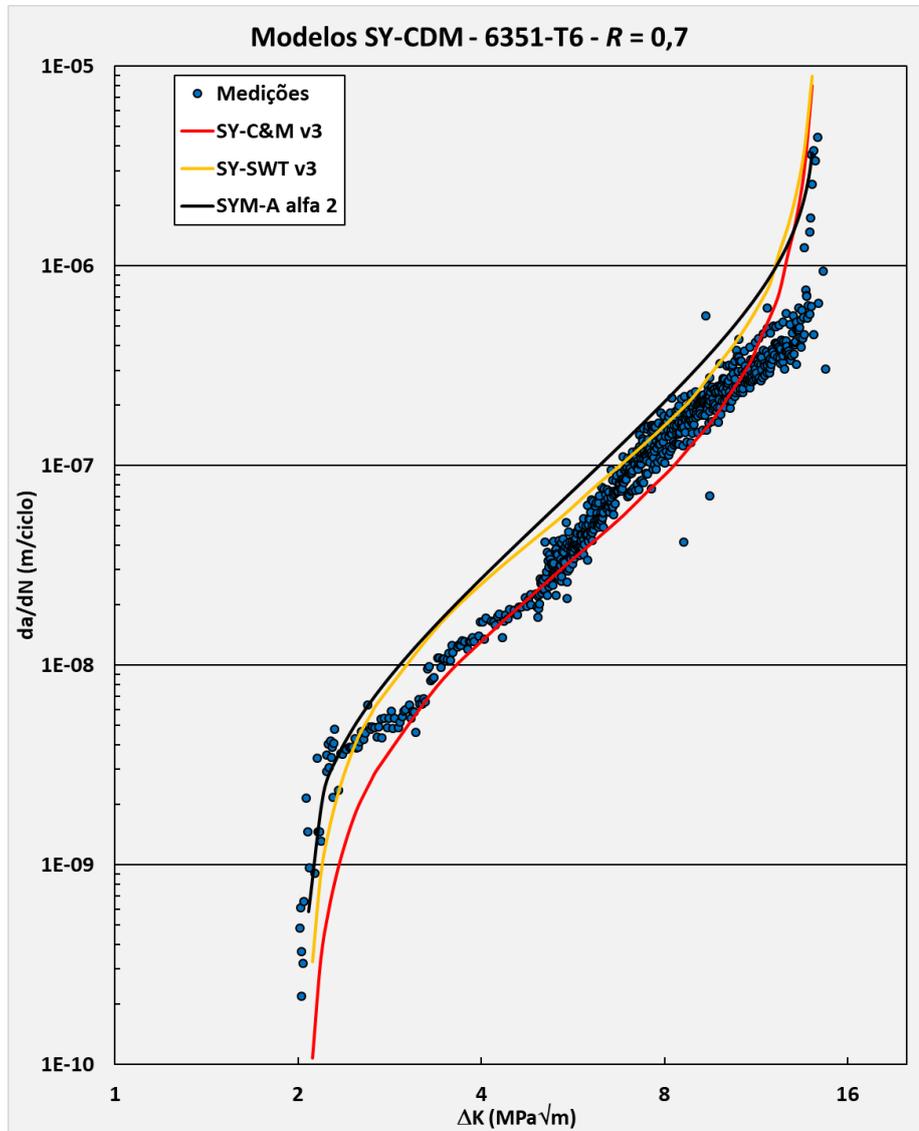


Figura 67 - Terceira versão dos modelos SY-CDM - Al 6351 em  $R = 0,4$ .

Previsões do SY-CDM também foram avaliadas sob CAV, porém apenas utilizando a regra de Coffin-Manson devido ao seu melhor desempenho nos dados de propagação em amplitude constante. A figura 68 mostra previsões das taxas do aço 1020 submetido a seguinte sequência de carregamento: (i)  $\Delta K = 20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  até o incremento da trinca de 4mm, (ii) aplicação de um pico de sobrecarga de 100%  $\Delta K = 40 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , (iii) retorno a amplitude anterior ( $\Delta K = 20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ) até estabilização da propagação. A razão de carregamento  $R$  foi mantida igual a zero.

A taxa de propagação estabilizada antes da aplicação da sobrecarga foi de  $3,28 \times 10^{-7}$  m/ciclo no modelo SY-C&M v3 e de  $6,80 \times 10^{-8}$  m/ciclo no modelo SYM-A. Com a aplicação da sobrecarga inicialmente tem-se uma aceleração com posterior redução gradual da taxa de propagação em ambos os modelos.

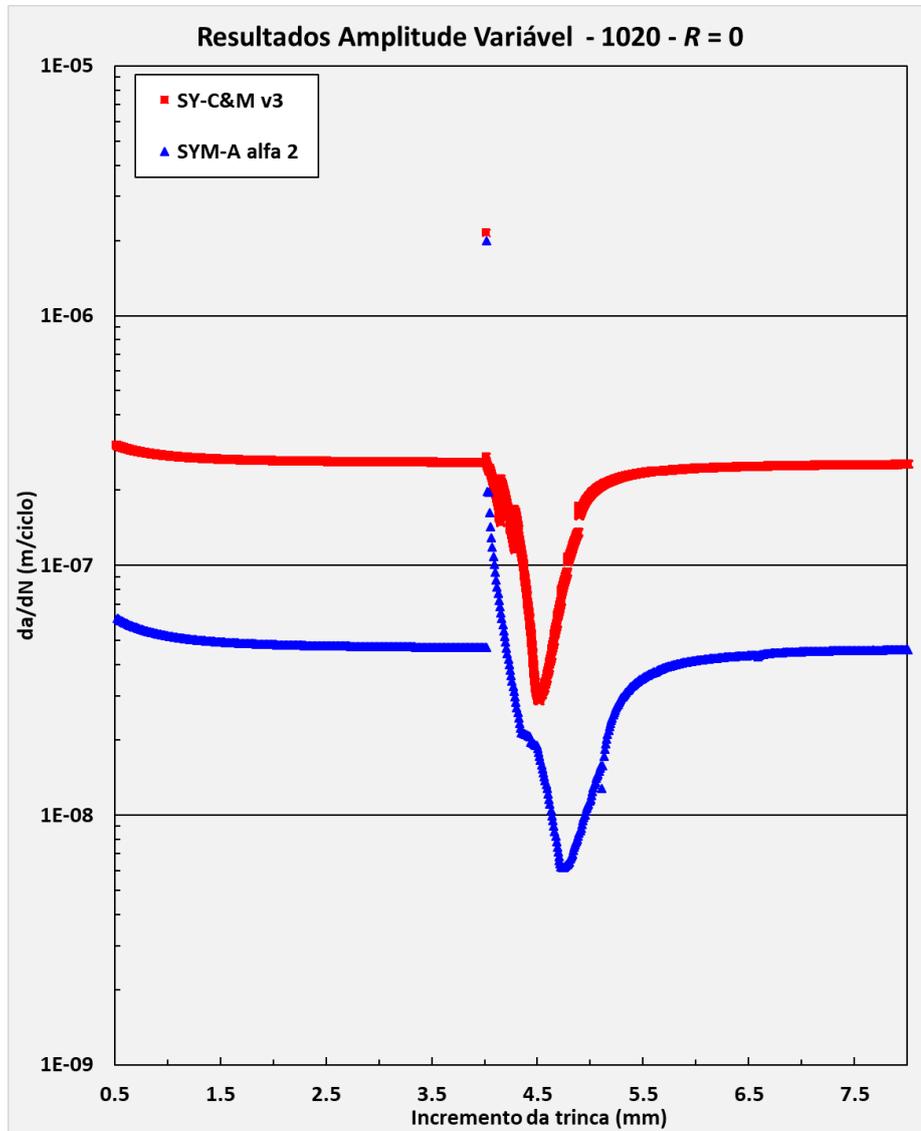


Figura 68 - Taxas antes e após uma sobrecarga - aço 1020 em  $R = 0$ .

A menor taxa alcançada no modelo SY-C&M foi de  $2,91 \times 10^{-8}$  m/ciclo e no modelo SYM-A  $6,23 \times 10^{-9}$  m/ciclo o que representa uma relação entre a taxa estabilizada e a mínima de 11,3 e 10,9 respectivamente.

No caso do modelo SYM-A a redução da taxa de propagação está relacionada a um aumento da tensão de abertura da trinca quando enquanto ela se propaga para dentro da zona plástica da sobrecarga. No caso do modelo de acúmulo de dano, a redução na taxa de propagação está relacionada a redução da gama de deformação plástica pelo efeito do campo de tensão residual a frente da trinca e, pela ação das

deformações plásticas deixadas nas superfícies da trinca a medida que ela se propaga para dentro da zona plástica do evento de sobrecarga. A aceleração na taxa no modelo SYM-A ocorre devido à redução imediata da tensão de abertura da trinca após sobrecarga pelo aumento do raio da ponta da trinca. A aceleração no modelo de dano crítico ocorre devido à elevação repentina do dano acumulado nos elementos devido a elevada deformação plástica do evento de sobrecarga.

Embora o modelo de dano crítico apresente uma taxa de propagação mais elevada que o SYM-A para o aço 1020 em R baixo, conforme já havia sido observado na figura 61, o modelo foi capaz de reproduzir o comportamento transiente da taxa de propagação após a aplicação de uma sobrecarga.

Taxas de propagação medidas sob  $R = 0,1$  e  $R = 0,4$  na liga de Al 6351-T6 antes e após uma sobrecarga, cujas curvas  $da/dN \times \Delta K$  sob amplitude constante estão nas figuras 65 a 67, são mostradas nas figuras 69 e 70. Essas figuras também mostram as taxas previstas pelo modelo misto SY-C&M v3 e pelo modelo SYM-A. Os ensaios foram conduzidos sob  $R$  e gama de carga constante (exceto na sobrecarga), ou seja, sob uma variação lenta e paulatina na gama  $\Delta K$  a cada ciclo. Todavia, nas simulações, por simplificação, a gama  $\Delta K$  foi suposta constante antes e após a sobrecarga.

A figura 69 mostra os dados medidos e as previsões dos dois modelos para o ensaio em  $R = 0,1$ . Imediatamente antes da aplicação da sobrecarga o  $\Delta K$  do ciclo era de  $13 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  e o incremento da trinca de cerca de  $3,5 \text{ mm}$ . A sobrecarga teve  $\Delta K = 21 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  ( $K_{max,SC} = 22 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  e  $K_{min,SC} = 1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ) e após esse evento o  $\Delta K$  variou paulatinamente de  $13$  a  $16 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  enquanto a trinca crescia. Nas simulações o  $\Delta K$  foi mantido igual a  $13 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  antes e após a sobrecarga.

A taxa de propagação estabilizada prevista pelo modelo misto SY-C&M v3 foi de  $3,87 \times 10^{-7} \text{ m/ciclo}$  e pelo modelo SYM-A de  $2,52 \times 10^{-7} \text{ m/ciclo}$ , enquanto os valores mínimos previstos por elas foram de  $2,28 \times 10^{-7} \text{ m/ciclo}$  e  $1,11 \times 10^{-7} \text{ m/ciclo}$  respectivamente. Nos dados apresentados, a taxa estabilizada é cerca de  $2,28 \times 10^{-7} \text{ m/ciclo}$ , enquanto a mínima é de  $5,97 \times 10^{-8} \text{ m/ciclo}$ . Assim como na figura 65, o modelo SY-C&M v3 gera previsões mais conservativas que o SYM-A. A relação entre a taxa estabilizada e a mínima prevista pelos modelos SY-C&M v3 e SYM-A foi de 1,7 e 2,3 respectivamente, enquanto a relação medida é de 5,9.

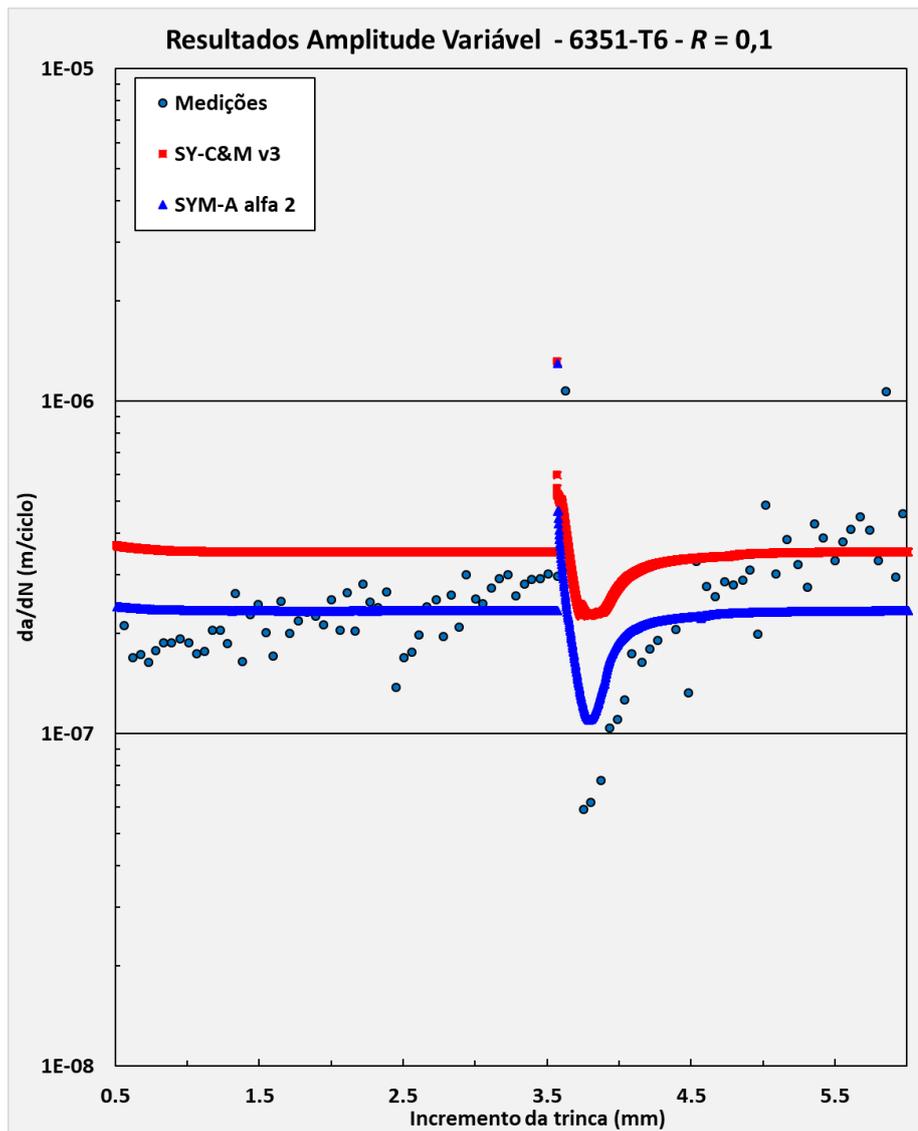


Figura 69 - Taxas antes e após uma sobrecarga - Al 6351 em  $R = 0,1$ .

A figura 70 mostra resultados similares previstos e medidos em  $R = 0,4$ . A gama  $\Delta K$  imediatamente antes da sobrecarga era cerca de  $13 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . A sobrecarga teve  $\Delta K = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  ( $K_{max,SC} = 34 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  e  $K_{min,SC} = 9 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ), e após esse evento a gama  $\Delta K$  variou paulatinamente de 13 a  $16 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . Nas simulações a gama  $\Delta K$  foi mantida igual a  $13 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  antes e após a sobrecarga.

A taxa de propagação estabilizada prevista pelo modelo misto SY-C&M v3 foi de  $4,86 \times 10^{-7} \text{ m/ciclo}$  e pelo modelo SYM-A de  $4,63 \times 10^{-7} \text{ m/ciclo}$ , e a taxa mínima foi de  $2,19 \times 10^{-7} \text{ m/ciclo}$  e  $8,35 \times 10^{-8} \text{ m/ciclo}$  respectivamente. A taxa estabilizada medida é cerca de  $3,63 \times 10^{-7} \text{ m/ciclo}$  com mínima de  $4,57 \times 10^{-8} \text{ m/ciclo}$ . A relação entre a taxa estabilizada e a mínima foi de 2,2 e 5,5 para os modelos SY-C&M v3 e SYM-A respectivamente, sendo essa relação de 7,9 para os dados experimentais.

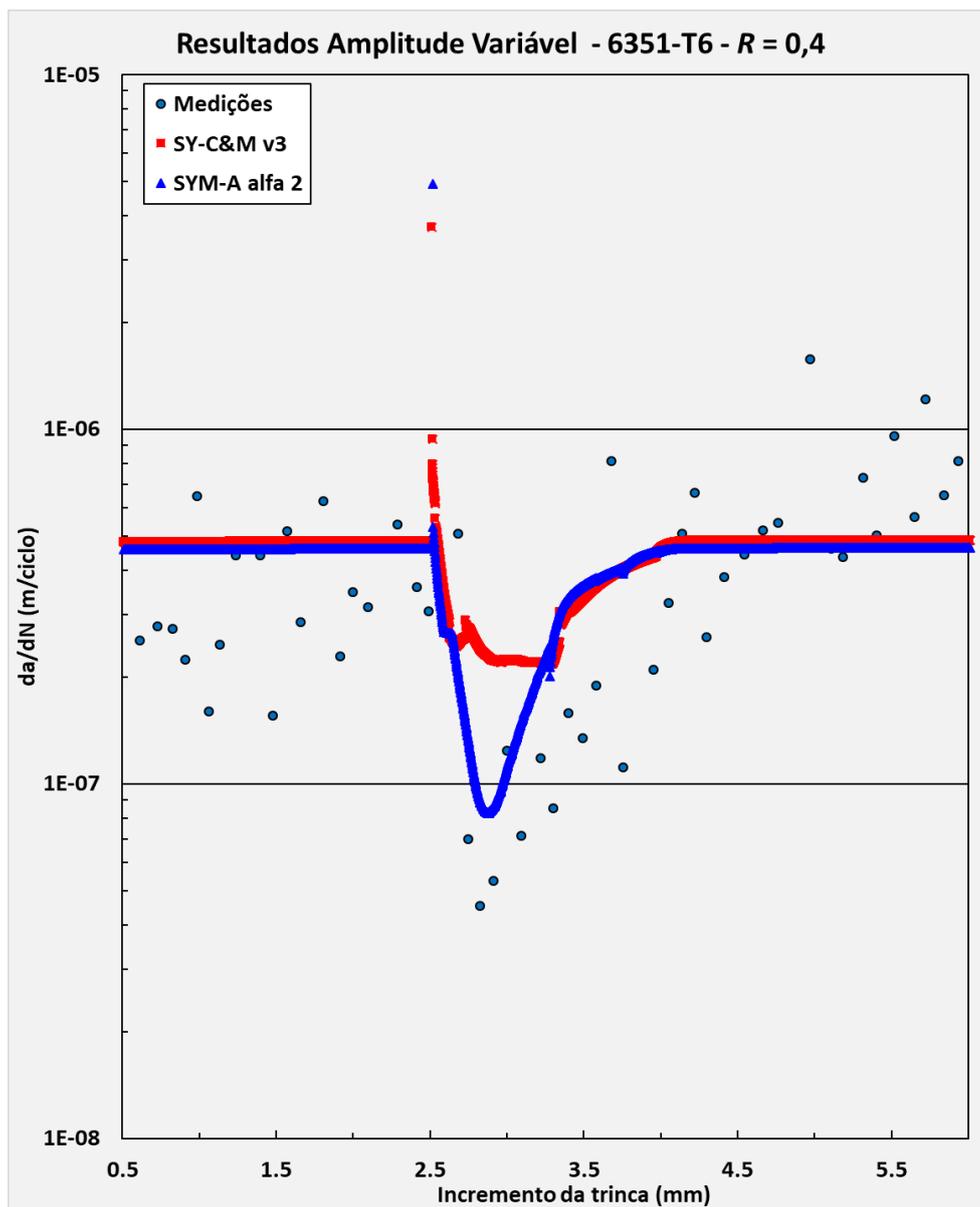


Figura 70 - Taxas antes e após uma sobrecarga - Al 6351 em  $R = 0,4$ .

Os dois modelos previram taxas de propagação mínima e períodos de retardo menores do que os medidos nas figuras 69 e 70. Uma das razões para isso, além do fato dos dados de material utilizados nos modelos não serem os mesmos do material usado no experimento, está no fator de restrição.

Foi suposto o fator de restrição de 2 para ambos os modelos SY-C&M v3 e SYM-A e esse valor foi mantido constante para todas as cargas aplicadas. Porém, a restrição à deformação plástica para um mesmo material e geometria varia em função da carga aplicada. É razoável que o fator de restrição do evento de sobrecarga seja menor que o do ciclo e, sendo assim, o efeito seria o de aumentar a zona plástica da sobrecarga e por consequência a severidade do retardo.

Alguns autores propuseram critérios para calcular o fator de restrição  $\alpha$  aplicado para elevar a tensão de fluxo dos elementos durante o carregamento [39-40, 43, 78] através de parâmetros como, por exemplo, a geometria do corpo de prova e a carga aplicada. Existem ainda autores que defendem o uso de fatores de restrição para a deformação plástica compressiva que irá ocorrer a frente da trinca durante o descarregamento ( $\beta_c$ ) e nos elementos em contato na superfície da trinca ( $\beta_w$ ) [38, 40, 43, 75].

A adoção de um fator de restrição para os elementos à frente da trinca durante o descarregamento  $\beta_c$  iria contribuir no modelo de dano crítico para a redução da taxa de propagação, pois ele iria reduzir o alongamento plástico compressivo no descarregamento, reduzindo assim as amplitudes de deformação plástica.

O estudo para adoção de critérios que devidamente definam o fator de restrição para os elementos durante o carregamento e descarregamento, bem como sua implementação no modelo será conduzido como forma de melhoria dessa modelagem apresentada na tese em trabalhos futuros.

## 5. Conclusão

O fechamento da trinca de fadiga é um fenômeno fisicamente identificável e bem caracterizado através dos quase 50 anos de pesquisa nessa área desde a sua identificação por Elber [29]. Contudo, a utilização da tensão ou carga de abertura da trinca definida como o carregamento necessário para expor a ponta da trinca de fadiga ainda está cercado de controvérsias. Foi apresentado na revisão bibliográfica, através da análise de uma fração representativa da literatura, que embora a tensão de abertura da trinca seja capaz de explicar qualitativamente os efeitos de sequência do carregamento quantitativamente o emprego do  $\Delta K_{eff}$  gera dificuldades em explicar fenômenos observados na taxa de propagação. O que se pode concluir da análise da literatura é que o  $\Delta K_{eff}$  embora empregado como uma ferramenta de engenharia através dos modelos *strip-yield* ele não é capaz de explicar fisicamente os fenômenos observados na propagação da trinca de fadiga.

A formulação do modelo *strip-yield* proposto por Newman [36] foi interpretada tendo sido implementado um algoritmo capaz de calcular as tensões de abertura da trinca e, por consequência a taxa de propagação através do  $\Delta K_{eff}$ , em amplitude de carregamento constante e variável. Os resultados de cálculo da tensão de abertura em diversas condições de carregamento foram validados usando as equações propostas por Newman [42] para cálculo da tensão de abertura em amplitude constante e através de resultados de amplitude variável publicados por de Koning e Liefting [38].

A formulação do modelo *strip-yield* foi então utilizada como base para cálculo da propagação da trinca utilizando o dano acumulado por deformação plástica. Enquanto o modelo *strip-yield* assume que a força motriz da propagação é o  $\Delta K_{eff}$ , sendo assim dependente das tensões que se desenvolvem devido ao contato entre as superfícies da trinca, o modelo de dano crítico supõe que a trinca se propaga devido a ruptura sequencial de elementos a frente de sua ponta que acumularam todo o dano que poderiam suportar.

Na primeira versão do modelo de dano crítico [59] os alongamentos plásticos disponíveis no *strip-yield* foram transformados em deformação plástica e através de

uma regra de propagação foi possível calcular taxas em amplitudes constantes. Os modelos de dano crítico e o modelo *strip-yield* foram comparados em relação a curvas de propagação obtidas para dois materiais em duas condições de razão de tensão. Ambos os modelos apresentaram desempenho semelhante em termos de correlação com os dados experimentais.

Na segunda versão do modelo a modificação do carregamento imposto em função do limiar de propagação e a adoção de uma deformação plástica limite relacionada a tenacidade do material, permitiram eliminar a regra de propagação, tornando o cálculo da taxa de propagação pelo modelo de dano crítico proposto mais direto. Essa versão do modelo foi comparada aos mesmos dados experimentais e ao modelo *strip-yield*, tendo apresentado desempenho ainda melhor que a primeira versão.

A modificação do carregamento imposto na segunda versão foi adotada de forma a simular uma deformação plástica limite relacionada ao limiar de propagação. Na terceira versão do modelo de dano crítico essa deformação plástica limite relacionada ao limiar foi calculada diretamente eliminando a necessidade de modificação do carregamento de entrada. Essa versão, além de outras alterações, foi generalizada para calcular a taxa de propagação em amplitude variável.

Os resultados da terceira versão em amplitude constante mostram uma tendência de o modelo de dano crítico, apresentar valores de taxa de propagação conservativos para materiais mais sensíveis ao endurecimento por deformação plástica, sendo esse efeito mais presente na propagação em razão de carregamento mais baixa.

Na amplitude variável o modelo de dano crítico foi capaz de gerar o retardo na propagação da trinca após a aplicação de uma sobrecarga, porém com menor severidade que o retardo gerado pelo modelo *strip-yield*.

O modelo de dano crítico apresentado possui maior sensibilidade às simplificações adotadas na formulação do modelo *strip-yield* como, por exemplo, o comportamento rígido-perfeitamente-plástico do material, adoção do fator de restrição à deformação plástica apenas no carregamento e sendo mantido constante mesmo com variações na amplitude do carregamento. Isso porque o cálculo do incremento da trinca segue o dano acumulado pela deformação plástica do material à frente da trinca e não utiliza uma regra de propagação contendo parâmetros que são ajustados a resultados de experimentos, como ocorre com o modelo *strip-yield*.

Mesmo com as simplificações adotadas na formulação e a ausência de parâmetros de ajuste no modelo de dano crítico ele foi capaz de simular de forma bastante razoável o comportamento da propagação de diferentes materiais em amplitude constante e variável. Esse modelo se difere dos disponíveis na literatura, por permitir que a esteira de deformação plástica presente nas superfícies da trinca de fadiga, influencie o comportamento das deformações atuando a frente de sua ponta.

### 5.1.Trabalhos Futuros

Como melhoria da formulação adotada para os modelos de dano crítico tem-se as seguintes sugestões de desenvolvimento dessa tese:

Adoção de um modelo de comportamento de material mais realista de forma a considerar os efeitos da deformação plástica na resistência mecânica do material. Uma sugestão seria a regra de Ramberg-Osgood eliminando assim o uso da tensão de fluxo na modelagem.

Estudo para desenvolvimento de critérios a serem utilizados na definição do fator de restrição eliminando a necessidade de fornecimento desse parâmetro por parte do usuário. Devem ser definidos critérios para o fator de restrição aplicado durante o carregamento  $\alpha$  e, para a adoção de fatores de restrição no descarregamento  $\beta$ .

Validação do campo de deformação ou alongamentos plásticos gerados pelo modelo através de métodos experimentais e numéricos.

Uma forma de melhorar o cálculo da propagação em amplitude variável seria utilizar diretamente na formulação, o campo de tensão residual. Uma forma seria calcular a carga necessária para vencer o campo de tensão residual compressiva a frente da trinca – análogo ao cálculo da tensão de abertura da trinca. Com a definição da carga necessária para eliminar a ação do campo de tensão residual a frente da trinca, as deformações associadas a essa carga seriam utilizadas para corrigir a gama de deformação plástica efetiva.

## 6. Referências bibliográficas

- 1 RICE, JR. **Mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue. Fatigue Crack Propagation**, ASTM STP 415:247-311, 1967.
- 2 PARIS, P. C.; ERDOGAN, F. **A critical analysis of crack propagation laws.** J Basic Eng 85:528-534, 1963.
- 3 CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. A. **Fatigue Design Techniques, vol. 3: Crack Propagation, Temperature and Statistical Effects.** CreateSpace, 2016.
- 4 SADANANDA, K.; VASUDEVAN, A. K.; HOLTZ, R. L.; LEE, E. U. **Analysis of overload effect and related phenomena.** Int. J. Fatigue 21:233-246, 1999.
- 5 PARIS, P. C.; TADA, H.; DONALD, J. K. **Service load fatigue damage – a historical perspective.** Int. J. Fatigue 21:35-46, 1999.
- 6 SKORUPA, M. **Load interaction effects during fatigue crack growth under variable amplitude loading – a literature review. Part I: empirical trends.** Fatigue Fract Eng Mater Struct 21:987-1006, 1998.
- 7 SKORUPA, M. **Load interaction effects during fatigue crack growth under variable amplitude loading – a literature review. Part II: qualitative interpretation.** Fatigue Fract Eng Mater Struct 22:905-926, 1999.
- 8 CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. A.; MIRANDA, A. C. O. **Singular and non-singular approaches for predicting fatigue crack growth behavior.** Int J Fatigue 27:1366-1388, 2005.
- 9 VON EUW, E. F. J.; HERTZBERG, R. W.; ROBERTS, R. **Delay effects in fatigue crack propagation.** ASTM STP: Stress Analysis and Growth of Cracks - Proceedings of the 1971 National Symposium on Fracture Mechanics, Part I:230-259, 1972.
- 10 WARD-CLOSE, C. M.; BLOM, A. F.; RITCHIE, R. O. **Mechanisms associated with transient fatigue crack growth under variable-amplitude loading: an experimental and numerical study.** Eng Fract Mech 32:613-638, 1989.
- 11 DAVIDSON, D. L.; HUDAK Jr, S. J. **Alterations in crack-tip deformation during variable-amplitude fatigue crack growth.** ASTM STP 945: Fracture Mechanics - Eighteenth Symposium 934-954, 1988.

- 12 FLECK, N. A. **Influence of stress state on crack growth retardation.** ASTM STP 924:157-183, 1988.
- 13 SILVA, F. S. **Fatigue crack propagation after overloading and underloading at negative stress ratios.** Int. J Fatigue 29:1757-1771, 2007.
- 14 MAKABE, C.; PURNOWIDODO, A.; MCEVILY, A. J. **Effects of surface deformation and crack closure on fatigue crack propagation after overloading and underloading.** Int. J. Fatigue 26:1341-1348, 2004.
- 15 SHIH, T. T.; WEI, R. P. **A study of crack closure in fatigue.** Eng. Fracture Mechanics 6:19-32, 1974.
- 16 DREW, M. W.; THOMPSON, K. R. L. **The effect of overload cycles on fatigue crack propagation in two structural steels.** Eng. Fracture Mechanics 30(5):579-593, 1988.
- 17 SHIH, T. T.; WEI, R. P. **Effect of specimen thickness on delay in fatigue crack growth.** Journal of Testing and Evaluation JTEVA 3(1):46-47, 1975.
- 18 WEI, R. P.; SHIH, T. T. **Delay in fatigue crack growth.** Int. J. Fracture 10(1):77-85, 1974.
- 19 SCHIJVE, J. **Four lectures on fatigue crack growth – Part II: Fatigue cracks, plasticity effects and crack closure.** Eng. Fracture Mechanics 11:167-221, 1979.
- 20 BERNARD, P. J.; LINDLEY, T. C.; RICHARDS, C. E. **The effect of single overloads on fatigue-crack propagation in steels.** Metal Science (Paper no. 615 – Contribution to ‘Fatigue 1977’ Conference) 390-398, 1977.
- 21 MCEVILY, A. J. **Current aspects of fatigue.** Metal Science (Paper no. 601 – Contribution to ‘Fatigue 1977’ Conference) 274-284, 1977.
- 22 GEARY, W. **A review of some aspects of fatigue crack growth under variable amplitude loading.** Int. J. Fatigue 14(6):377-386, 1992.
- 23 SUNDER, R.; ANDRONIK, A.; BIAKOV, A.; EREMIN, A.; PANIN, S.; SAVKIN, A. **Combined action of crack closure and residual stress under periodic overload: A fractographic analysis.** Int. J. Fatigue 82:667-675, 2016.
- 24 HERTZBERG, R. W.; NEWTON, C. H.; JACCARD, R. **Crack closure: correlation and confusion.** ASTM STP 982:139-148, 1988.
- 25 SILVA, F. S. **The importance of compressive stresses on fatigue crack propagation rate.** Int. J. Fatigue 27:1441-1452, 2005.
- 26 KEMP, P. M. J. **Fatigue crack closure – a review.** Royal Aerospace Stablishment: TR90046; 1990.

- 27 VASUDEVAN, A. K.; SADANANDA, K.; LOUAT, N. **A review of crack closure, fatigue crack threshold and related phenomena.** Mater Sci Eng 188A:1-22, 1994.
- 28 SURESH, S. **Micromechanisms of fatigue crack growth retardation following overloads.** Eng. Fract. Mechanics 18(3):577-593, 1983.
- 29 ELBER, W. **Fatigue crack closure under cyclic tension.** Eng Fract Mech 2:37-45, 1970.
- 30 ELBER, W. **The significance of fatigue crack closure.** Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486:230-242, 1971.
- 31 MACHNIEWICZ, T. **Fatigue crack growth prediction models for metallic materials – Part I: Overview of prediction concepts.** Fat. Fract. Eng. Mat. Structures 36:293-307, 2012.
- 32 WILLENBORG, J. D.; ENGLE, R. M.; WOOD, H. A. **A crack growth retardation model using an effective stress concept.** Report no. AFFEL-TM-71-1-FBR, Wright Patterson Air Force Laboratory, 1971.
- 33 CHANG, J. B.; ENGLE, R. M. **Improved damage-tolerance analysis methodology.** J Aircraft 21: 722-730, 1984.
- 34 WHEELER, O. E. **Spectrum loading and crack growth.** J. Basic Engineering 94:181-186, 1972.
- 35 DILL, H. D.; SAFF, C. R. **Spectrum crack growth prediction method based on crack surface displacement and contact analyses.** Fatigue Crack Growth under Spectrum Loads, ASTM STP 595:306-319, 1976.
- 36 NEWMAN JR, J. C. **A crack-closure model for predicting fatigue crack growth under aircraft spectrum loading.** Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading, ASTM STP 748:53-84, 1981.
- 37 NEWMAN JR, J. C. **Prediction of fatigue crack growth under variable-amplitude and spectrum loading using a closure model.** Design of Fatigue and Fracture Resistant Structures. ASTM STP 761:255-277, 1982.
- 38 DE KONING, A. U.; LIEFTING, G. **Analysis of crack opening behavior by application of a discretized strip yield model.** Mechanics of Fatigue Crack Closure, ASTM STP 982:437-458, 1988.
- 39 WANG, G. S.; BLOM, A. F. **A strip model for fatigue crack growth predictions under general load conditions.** Eng Fract Mech 40:507-533, 1991.
- 40 BERETTA, S.; CARBONI, M. **A strip-yield algorithm for the analysis of closure evaluation near the crack tip.** Eng Fract Mech 72:1222-1237, 2005.

- 41 **NEWMAN JR, J. C. FASTRAN II: A fatigue crack growth structural analysis program.** NASA Technical Memorandum 104159, LRC Hampton, 1992.
- 42 **NEWMAN JR, J. C. FASTRAN: A fatigue crack growth life-prediction code based on the crack-closure concept – version 5.4.** Fatigue and Fracture Associates, North Lake Circle, 2013.
- 43 **DANIEWICZ S. R. A closed-form small-scale yielding collinear strip yield model from strain hardening materials.** Engng Fracture Mechanics 49(1):95-103, 1994.
- 44 **MAJUMDAR, S.; MORROW, J. D. Correlation between fatigue crack propagation and low cycle fatigue properties.** Fracture Toughness Slow-Stable Cracking, ASTM STP 559:159-182, 1974.
- 45 **SCHWALBE, K. H. Comparison of several fatigue crack propagation laws with experimental results.** Eng. Fract. Mech., 6:325-341, 1974.
- 46 **GLINKA, G. A notch stress-strain analysis approach to fatigue crack growth.** Eng Fract Mech 21: 245-261, 1985.
- 47 **CASTRO, J. T. P.; KENEDI, P. P. Prediction of fatigue crack growth rates departing from Coffin-Manson concepts.** J Braz Soc Mech Sci Eng 17:292-303, 1995 (in Portuguese).
- 48 **DURÁN, J. A. R.; CASTRO, J. T. P.; PAYÃO FILHO, J. C. Fatigue crack propagation prediction by cyclic plasticity damage accumulation models.** Fatigue Fract Eng Mater Struct 26:137-150, 2003.
- 49 **NOROOZI, A. H.; GLINKA, G.; LAMBERT, S. A study of the stress ratio effects on fatigue crack growth using the unified two-parameters fatigue crack growth driving force.** Int J Fatigue 29:1616-1634, 2007.
- 50 **CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. A.; MIRANDA, A. C. O. Fatigue crack growth predictions based on damage accumulation calculations ahead of the crack tip.** Comput Mat Sci 46:115-123, 2009.
- 51 **DUGDALE, D. S. Yielding of sheets containing slits.** J Mech Phys Solids 8:100-104, 1960.
- 52 **BARENBLATT, G. I. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture.** Advances in Applied Mechanics 7:55-192, 1962.
- 53 **WILLIAMS, J.J.; YAZZIE, K. E.; PADILLA, E.; CHAWLA, N.; XIAO, X.; DE CARLO, F. Understanding fatigue crack growth in aluminum alloys by in situ X-ray synchrotron tomography.** Int J Fatigue, 57:79-85, 2013.
- 54 **TOYOSADA, M.; NIWA, T. The significance of RPG load for fatigue crack propagation and the development of a compliance measuring system.** Int J Fract 67:217-230, 1994.

- 55 CHEN, D. L.; WEISS, B.; STICKLER, R. **The effective fatigue threshold: significance of the loading cycle below the crack opening load.** Int J Fatigue 16:485-491, 1994.
- 56 VASUDEVAN, A. K.; SADANANDA, K.; HOLTZ, R. L. **Analysis of vacuum fatigue crack growth results and its implications.** Int J Fatigue 27:1519-1529, 2005.
- 57 CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. A.; GONZÁLEZ, J. A. O. **Can  $\Delta K_{eff}$  be assumed as the driving force for fatigue crack growth?** Frattura ed Integrità Strutturale 33:97-104, 2015.
- 58 CASTRO, J. T. P.; GONZÁLEZ, J. A. O.; MEGGIOLARO, M. A.; GONZÁLEZ, G. L. G.; FREIRE, J. L. F. **Some questions about assuming  $\Delta K_{eff}$  as the sole FCG driving force.** Submitted to Int J Fatigue, 2016.
- 59 FERREIRA, S. E.; CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. A. **Using the strip-yield mechanics to model fatigue crack growth by damage accumulation ahead of the crack tip.** Int J Fatigue 103:557-575, 2017.
- 60 FERREIRA, S. E.; CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. A. **A model to quantify fatigue crack growth by cyclic damage accumulation calculated by strip-yield procedures.** Frattura ed Integrità Strutturale 41:129-138, 2017.
- 61 FERREIRA, S. E.; CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. A. **Fatigue crack growth predictions based on damage accumulation ahead of the crack tip calculated by strip-yield procedures.** Int J Fatigue: In Press, 2018.
- 62 SCHIJVE, J. **Fatigue of Structures and Materials.** Ed. Springer, USA, 621p, 2009.
- 63 MEGGIOLARO, M. A.; MIRANDA, A. C. O.; CASTRO, J. T. P.; MARTHA, L. F. **Stress intensity factor equations for branched crack growth.** Engineering Fracture Mechanics 72(17):2647-2671, 2005.
- 64 MIRANDA, A. C. O.; MEGGIOLARO, M. A.; CASTRO, J. T. P.; MARTHA, L. F. **Crack retardation equations for the propagation of branched fatigue cracks.** International Journal of Fatigue 27:1398-1407, 2005.
- 65 KUJWASKI, D.  **$\Delta K_{eff}$  parameter under re-examination.** Int J Fatigue 25:793-800, 2003.
- 66 JAMES, M. N.; KNOTT, J. F. **An Assessment of Crack Closure and the Extent of the Short Crack Regime in Q1N (HY80) Steel.** Fatigue Fract Eng Mater Struct 8:177-191, 1985.
- 67 LANG, M. **Description of load interaction effects by the  $\Delta K_{eff}$  concept.** ASTM STP 1343:207-223, 1999.
- 68 WANG, G. S. **The Plasticity Aspect of Fatigue Crack Growth.** Eng. Fracture Mechanics 46(6):909-930, 1993.

- 69 WITHERS, P. J.; CRESPO, P. L.; MOSTAFAVI, M.; STEUWER, A.; KELLEHER, J. F.; BUSLAPS, T. **2D mapping of plane stress crack-tip fields following an overload.** *Frattura ed Integrità Strutturale* 33:151-158, 2015.
- 70 MEGGIOLARO, M. A.; CASTRO, J. T. P. **Comparing overload-induced retardation models on fatigue crack propagation.** 56° Congresso anual da ABM, Belo Horizonte-MG, 2001.
- 71 RICE, J. R.; ROSENGREN, G. F. **Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material.** *J Mech Phys Solids* 16:1-12, 1968.
- 72 HUTCHINSON, J. W. **Singular behavior at the end of a tensile crack tip in a hardening material.** *J Mech Phys Solids* 16:13-31, 1968.
- 73 CREAGER, M.; PARIS, P. C. **Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking.** *Int J Fract Mech* 3:247-252, 1967.
- 74 FERREIRA, S. E.; CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. A. **A strip-yield algorithm to predict fatigue crack closure and growth.** 24<sup>th</sup> ABCM Int. Congress of Mechanical Engineering, Curitiba-PR, 2017.
- 75 NASA; SOUTHWEST RESEARCH INSTITUTE. **NASGRO: Fracture Mechanics and Fatigue Crack Growth Analysis Software**, Reference Manual, version 4.02, 2002.
- 76 VASUDEVAN, A. K.; SADANANDA, K.; HOLTZ, R. L. **Unified approach to fatigue damage evaluation.** *NRL Review*: 51-57, 2003.
- 77 FÜHRING, H.; SEEGER, T. **Structural memory of cracked components under irregular loading.** *Fracture Mechanics*, ASTM STP 677:144-167, 1979.
- 78 MCMASTER, F. J.; SMITH, D. J. **Predictions of fatigue crack growth in aluminium alloy 2024-T351 using constraint factors.** *International J. Fatigue* 23:93-101, 2001.