

## 4 Exemplos de Validação e Aplicação

### 4.1. Exemplos de Validação

Na literatura pesquisada, se encontraram alguns exemplos para fazer a validação da ferramenta implementada. O primeiro exemplo para a validação compara o fator de segurança obtido de forma analítica com o obtido de forma numérica para o caso de um talude infinito. A seguir é feita a análise de estabilidade para o caso estudado por Griffiths (1999) que utilizou a análise elastoplástica em estado plano de deformações (2D) para a determinação do fator de segurança. Este valor do fator de segurança é obtido também via Análise Limite para ser comparado com o obtido no trabalho de Griffiths. Finalmente a validação da ferramenta em 2D é utilizada para validar a aplicação em 3D mediante um análise de estabilidade de taludes em estado plano de deformações, para o qual é de se esperar que o fator de segurança obtido mediante a Análise 2D e 3D sejam similares ou próximos.

#### 4.1.1. Validação 1: Talude Infinito

O valor do fator de segurança utilizando a ferramenta desenvolvida é comparado com a solução analítica para o caso de um talude infinito (Figura 4.1), definida pela Equação (4.1) (Das, 2001):

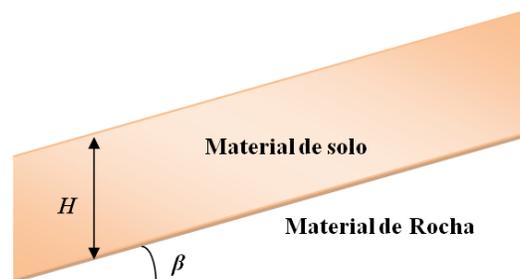


Figura 4.1 - Talude Infinito.

$$FS = \frac{c}{\gamma H \cos^2 \beta \tan \beta} + \frac{\tan \phi}{\tan \beta} \quad (4.1)$$

Onde:

$c$ : Coesão

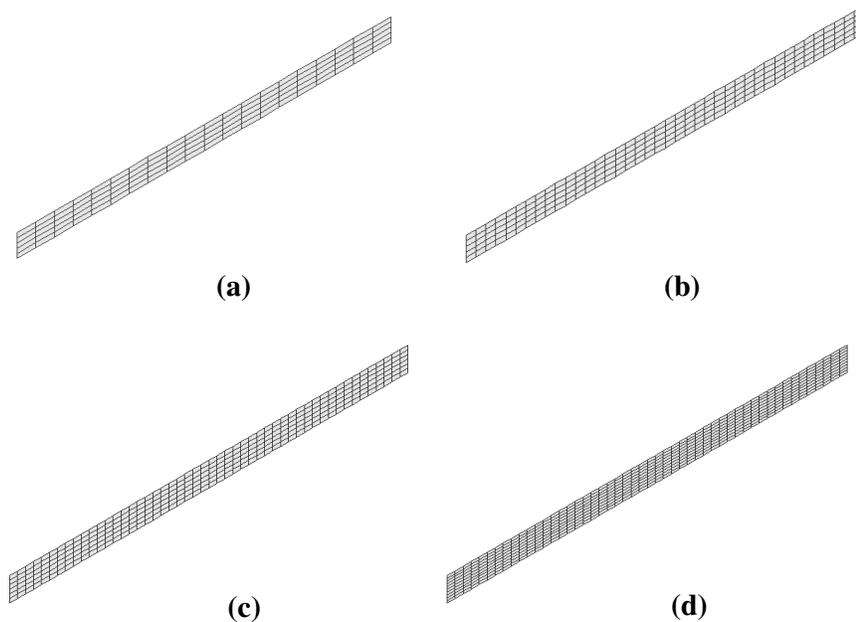
$\beta$ : Ângulo de inclinação do talude

$\phi$ : Ângulo de atrito

$H$ : Profundidade Vertical do solo

$\gamma$ : Peso específico do solo

Os dados utilizados para este exemplo foram: uma inclinação ( $\beta$ ) de  $30^\circ$ , uma profundidade vertical ( $H$ ) de 3 metros, o peso específico ( $\gamma$ ) do solo é  $17.5 \text{ kN/m}^3$ , a coesão ( $c$ ) é de  $30 \text{ kN/m}^2$ , e o ângulo de atrito ( $\phi$ ) de  $10^\circ$ . O critério de resistência utilizado é o de Mohr Coulomb. O comprimento inclinado do talude é considerado como 50 metros com o propósito de que a relação comprimento/profundidade do solo seja maior do que 10 e dessa forma simular o efeito do talude infinito no exemplo. Com a finalidade de testar a eficiência dos otimizadores para determinar o fator de colapso foram utilizadas quatro malhas geradas com o programa de geração de malha GID 11.0.2. utilizando os elementos quadriláteros de quatro nós. Essas malhas são apresentadas na Figura 4.2.



**Figura 4.2 - Malhas de elementos finitos (a) 100 elementos, (b) 200 elementos, (c) 300 elementos, (d) 500 elementos.**

Nos contornos laterais e na base do talude foram impostas as condições de contorno de velocidade prescritas nulas. Foram utilizados os otimizadores do programa comercial Mosek na forma cônica quadrática e o otimizador do Matlab (*fmincon*) na forma cônica quadrática e na forma convencional com a finalidade de testar a eficiência que cada um apresenta para encontrar o fator de colapso. Os resultados desta comparação são resumidos na seguinte tabela:

**Tabela 4.1 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Matlab utilizando programação na forma convencional.**

Nro. Elementos	$c$ (Kpa)	$\phi$ (°)	Fator de Colapso ( $\lambda$ )	Nro. de Iterações	Tempo (s)
100	30.0	10.0	2.1741	1345	225.96
200	30.0	10.0	2.1567	1525	502.20
300	30.0	10.0	2.1227	2119	1825.40
500	30.0	10.0	2.0606	3863	7450.20

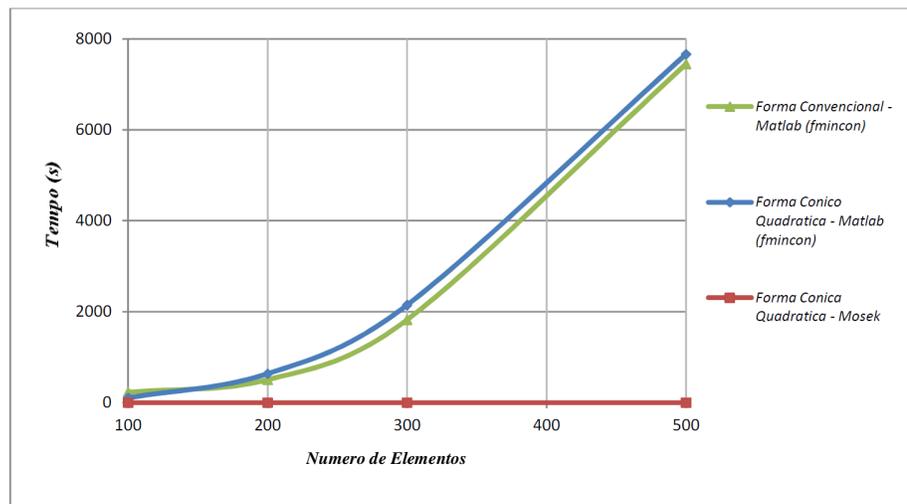
**Tabela 4.2 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Matlab utilizando programação na forma cônica quadrática.**

Nro. Elementos	$c$ (Kpa)	$\phi$ (°)	Fator de Colapso ( $\lambda$ )	Nro. de Iterações	Tempo (s)
100	30.0	10.0	2.1741	1301	103.40
200	30.0	10.0	2.1568	1504	635.75
300	30.0	10.0	2.1223	3313	2145.65
500	30.0	10.0	2.0603	4151	7663.45

**Tabela 4.3 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Mosek utilizando programação na forma cônica quadrática.**

Nro. Elementos	$c$ (Kpa)	$\phi$ (°)	Fator de Colapso ( $\lambda$ )	Nro. de Iterações	Tempo (s)
100	30.0	10.0	2.1742	13	0.18
200	30.0	10.0	2.1569	13	0.36
300	30.0	10.0	2.1224	14	0.84
500	30.0	10.0	2.0608	15	0.98

Dos valores obtidos pode-se ver que o valor do fator de colapso ( $\lambda$ ) obtido nas três diferentes formas é bastante parecido para o número de elementos correspondente. O valor do fator de colapso tem tendência a ser menor quando se aumenta o número de elementos em todos os casos. O tempo que precisa o otimizador do Matlab (*fmincon*) quando usa a critério de resistência na forma convencional ou na forma cônica quadrática é bem maior do que aquele que precisa o otimizador do programa Mosek quando usa o critério de resistência na forma cônica quadrática. O tempo para encontrar o fator de colapso utilizando o otimizador do Matlab varia exponencialmente quando se incrementa o número de elementos, enquanto que o otimizador do programa Mosek utiliza um tempo muito pequeno (fração de segundo) para o cálculo do fator de colapso, com pouca dependência em relação ao número de elementos, como mostra a Figura 4.3. Similarmente, o número de iterações é bem menor quando se utiliza o otimizador do Mosek do que quando se utiliza o otimizador do Matlab (*fmincon*).



**Figura 4.3 - Variação do tempo de cálculo para diferentes números de elementos empregados pelos otimizadores.**

O calculo do fator de segurança é obtido utilizando a técnica de redução da resistência do material para cada um dos casos analisados:

- Resultados obtidos com Análise Limite utilizando otimizador do Matlab, com o critério de resistência na forma convencional.

Tabela 4.4 - Resultados da Análise Limite (Malha com 100 elementos).

$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	10.0	1.00	30.00	10.00	2.1741	225.96
30.0	10.0	1.50	20.00	6.70	1.2310	128.55
30.0	10.0	2.00	15.00	5.03	0.8501	232.61
30.0	10.0	2.50	12.00	4.03	0.6989	89.56
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						676.68

Tabela 4.5 - Resultados da Análise Limite (Malha com 200 elementos).

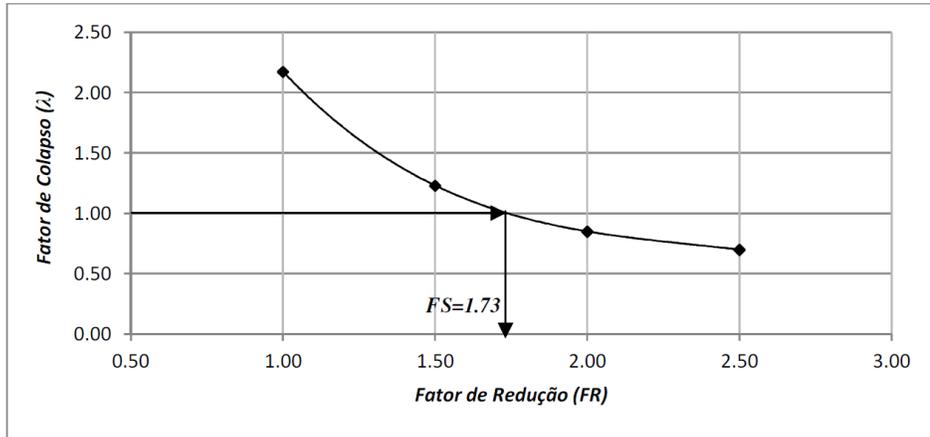
$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	10.0	1.00	30.00	10.00	2.1567	502.2
30.0	10.0	1.50	20.00	6.70	1.2204	601.8
30.0	10.0	2.00	15.00	5.03	0.8398	300.2
30.0	10.0	2.50	12.00	4.03	0.6868	407.7
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						1811.9

Tabela 4.6 - Resultados da Análise Limite (Malha com 300 elementos).

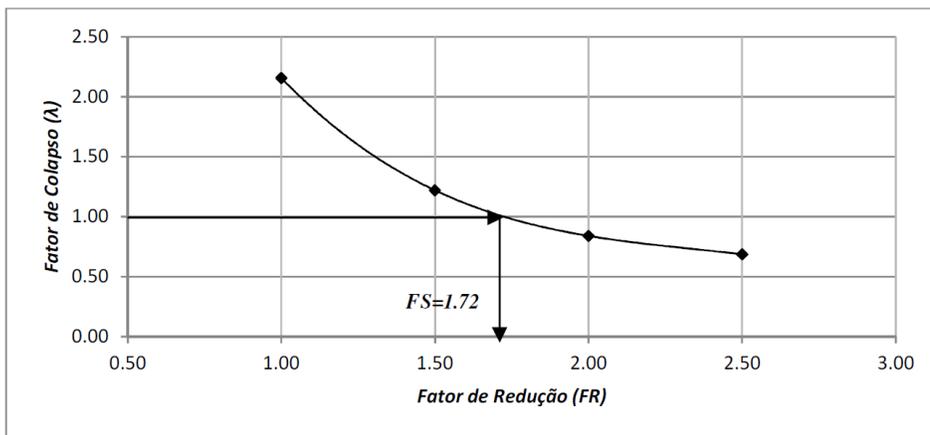
$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Colapso	Tempo (s)
30,0	10.0	1.00	30.00	10.00	2.1227	1821.4
30,0	10.0	1.50	20.00	6.70	1.2012	2758.6
30,0	10.0	2.00	15.00	5.03	0.8275	2681.1
30,0	10.0	2.50	12.00	4.03	0.6741	1945.2
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						9206.3

Tabela 4.7 - Resultados da Análise Limite (Malha com 500 elementos).

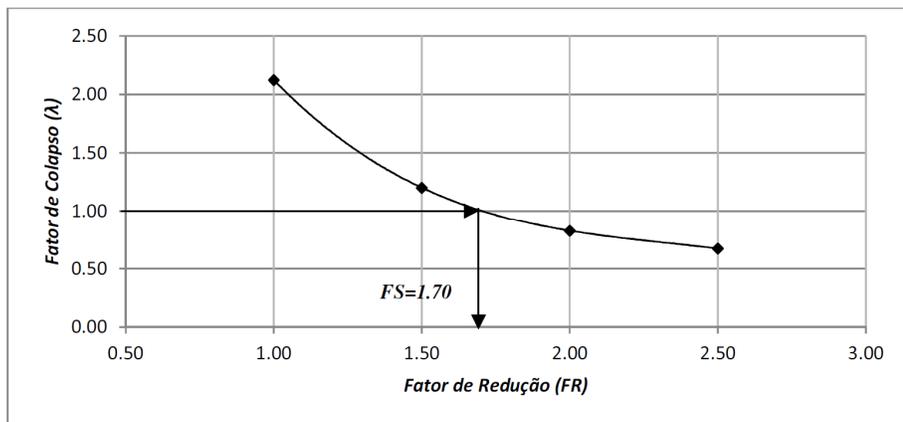
$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	10.0	1.00	30.00	10.00	2.0606	7450.2
30.0	10.0	1.50	20.00	6.70	1.1644	9129.5
30.0	10.0	2.00	15.00	5.03	0.8010	8784.1
30.0	10.0	2.50	12.00	4.03	0.6355	4483.8
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						29847.6



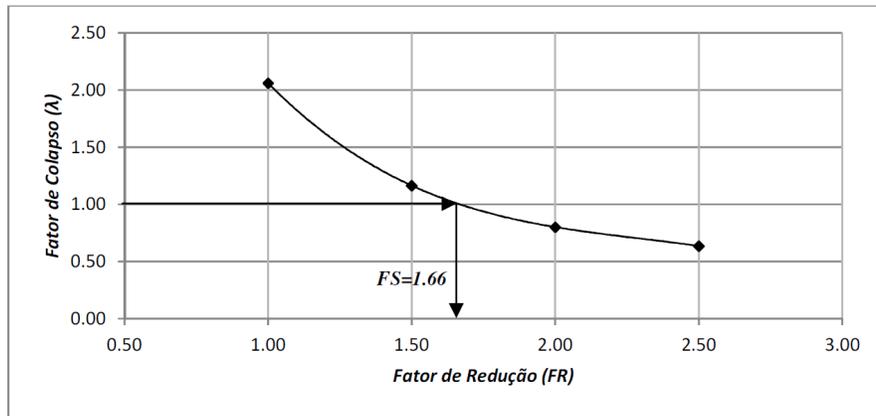
**Figura 4.4 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (100 elementos) com  $FS= 1.73$ .**



**Figura 4.5 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (200 elementos) com  $FS= 1.72$ .**



**Figura 4.6 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (300 elementos) com  $FS= 1.70$ .**



**Figura 4.7 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (500 elementos) com  $FS= 1.66$ .**

Como se pode ver os valores do fator de segurança obtidos neste caso variam entre 1.66 a 1.73. O valor tem tendência a diminuir quando o número de elementos vai incrementando.

- **Resultados obtidos com Análise Limite utilizando o otimizador do Matlab, com o critério de resistência na forma cônica quadrática.**

**Tabela 4.8 - Resultados da Análise Limite (Malha com 100 elementos).**

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	10.0	1.00	30.00	10.00	2.1741	103.4
30.0	10.0	1.50	20.00	6.70	1.2303	92.60
30.0	10.0	1.75	17.14	5.75	1.0061	97.60
30.0	10.0	2.00	15.00	5.03	0.8451	101.46
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						<b>395.06</b>

**Tabela 4.9 - Resultados da Análise Limite (Malha com 200 elementos).**

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	10.0	1.00	30.00	10.00	2.1568	635.75
30.0	10.0	1.50	20.00	6.70	1.2204	840.87
30.0	10.0	1.75	17.14	5.75	0.9972	583.59
30.0	10.0	2.00	15.00	5.03	0.8416	472.31
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						<b>2532.52</b>

Tabela 4.10 - Resultados da Análise Limite (Malha com 300 elementos).

$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	10.0	1.00	30.00	10.00	2.1223	1750.4
30.0	10.0	1.50	20.00	6.70	1.2012	2145.00
30.0	10.0	1.75	17.14	5.75	0.9812	2880.00
30.0	10.0	2.00	15.00	5.03	0.8276	1437.09
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						8212.49

Tabela 4.11 - Resultados da Análise Limite (Malha com 500 elementos).

$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	10.0	1.00	30.00	10.00	2.0603	7203.7
30.0	10.0	1.50	20.00	6.70	1.1654	9129.5
30.0	10.0	1.75	17.14	5.75	0.9522	8784.0
30.0	10.0	2.00	15.00	5.03	0.8041	4483.8
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						29601.0

A variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência e o correspondente valor do fator de segurança pode ser visualizada nos seguintes gráficos:

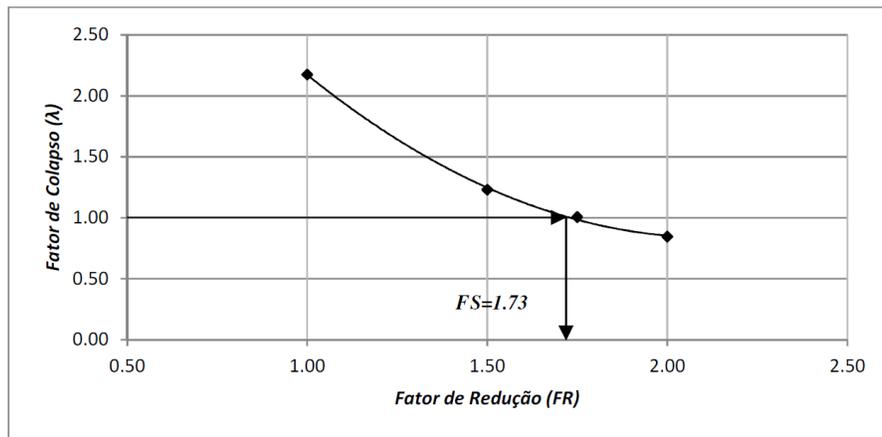
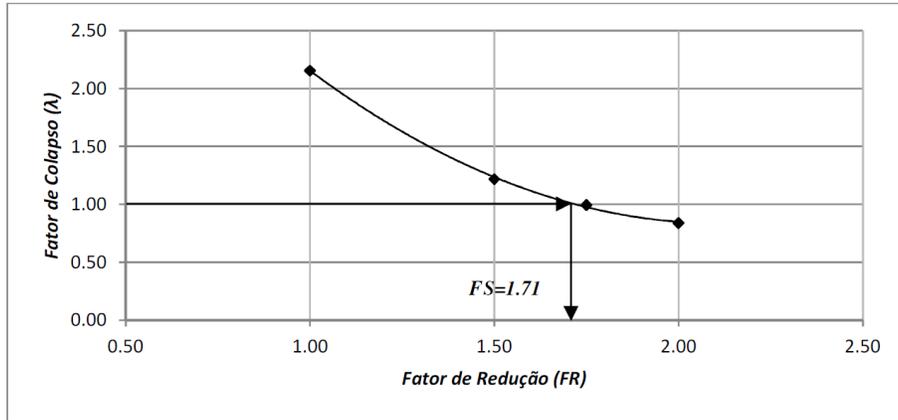
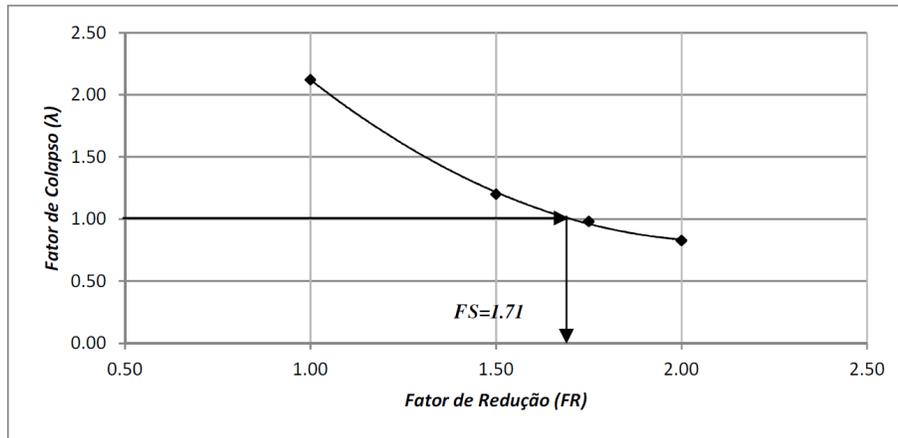


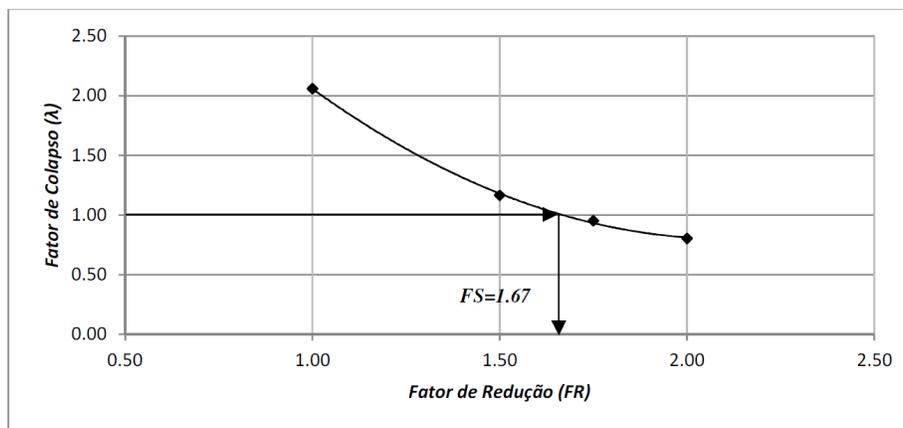
Figura 4.8 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (100 elementos) com  $FS= 1.73$ .



**Figura 4.9 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (200 elementos) com  $FS= 1.71$ .**



**Figura 4.10 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (300 elementos) com  $FS= 1.71$ .**



**Figura 4.11 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (300 elementos) com  $FS= 1.67$ .**

Como se pode ver os valores do fator de segurança obtidos neste caso variam entre 1.67 a 1.73. O valor tem tendência a diminuir quando o número de elementos vai incrementando.

- **Resultados obtidos com Análise Limite utilizando o otimizador do Mosek, com o critério de resistência na forma cônica quadrática.**

**Tabela 4.12 - Resultados da Análise Limite (Malha com 100 elementos).**

$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	10.0	1.00	30.00	10.00	2.1742	0.18
30.0	10.0	1.50	20.00	6.70	1.2305	0.27
30.0	10.0	1.75	17.14	5.75	1.0063	0.13
30.0	10.0	2.00	15.00	5.04	0.849	0.21
30.0	10.0	2.25	13.33	4.48	0.7425	0.33
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						1.12

**Tabela 4.13 - Resultados da Análise Limite (Malha com 200 elementos).**

$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	10.0	1.00	30.00	10.00	2.1569	0.36
30.0	10.0	1.50	20.00	6.70	1.2201	0.36
30.0	10.0	1.75	17.14	5.75	0.997	0.44
30.0	10.0	2.00	15.00	5.04	0.8416	0.42
30.0	10.0	2.25	13.33	4.48	0.726	0.36
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						1.94

**Tabela 4.14 - Resultados da Análise Limite (Malha com 300 elementos).**

$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	10.0	1.00	30.00	10.00	2.1224	0.84
30.0	10.0	1.50	20.00	6.70	1.2013	0.41
30.0	10.0	1.75	17.14	5.75	0.9814	0.94
30.0	10.0	2.00	15.00	5.04	0.8277	0.83
30.0	10.0	2.25	13.33	4.48	0.7139	0.73
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						3.75

Tabela 4.15 - Resultados da Análise Limite (Malha com 500 elementos).

$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Colapso	Tempo (s)	
30.0	10.0	1.00	30.00	10.00	2.0608	0.98	
30.0	10.0	1.50	20.00	6.70	1.165	0.87	
30.0	10.0	1.75	17.14	5.75	0.9523	0.86	
30.0	10.0	2.00	15.00	5.04	0.803	0.83	
30.0	10.0	2.25	13.33	4.48	0.7024	0.81	
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						<b>4.35</b>	

A variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência e o correspondente valor do fator de segurança pode ser visualizada nos seguintes gráficos:

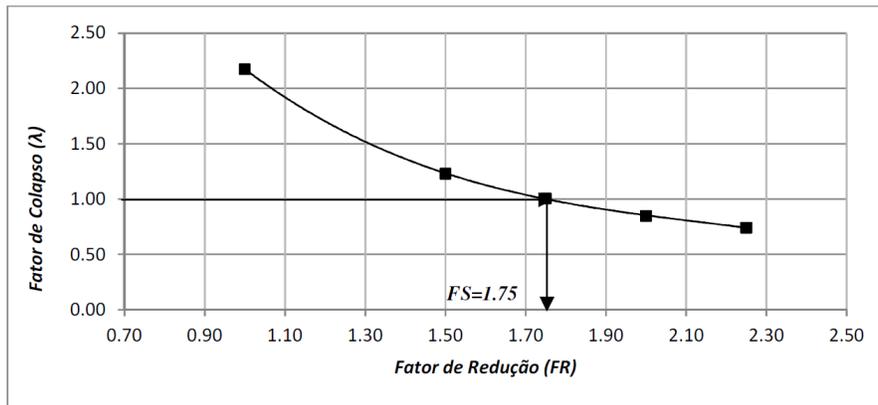


Figura 4.12 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (100 elementos) com  $FS= 1.75$ .

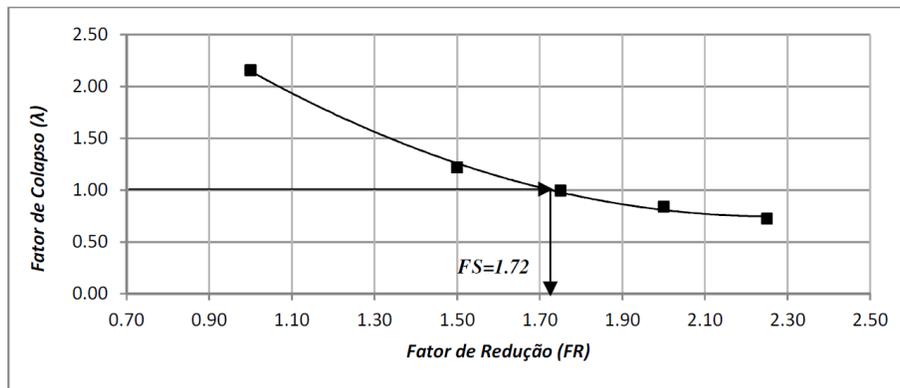
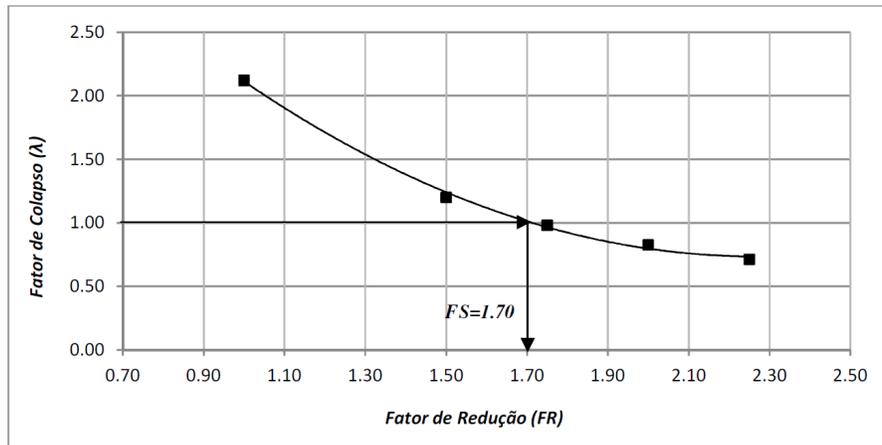
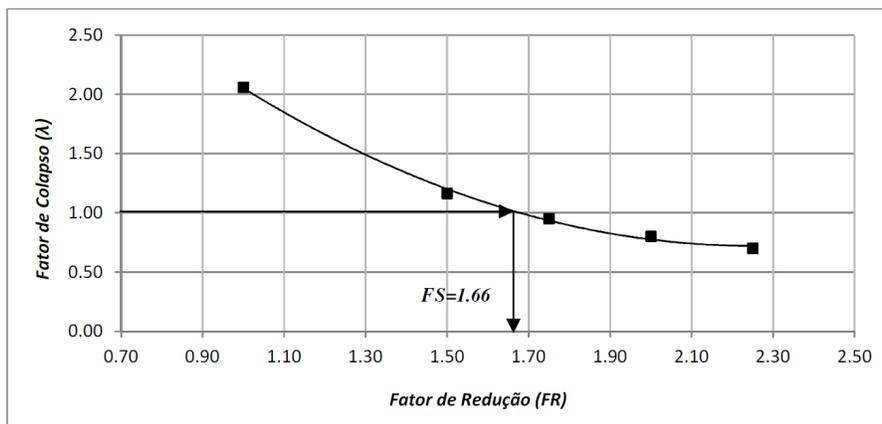


Figura 4.13 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (200 elementos) com  $FS= 1.72$ .



**Figura 4.14 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (300 elementos) com  $FS= 1.70$ .**



**Figura 4.15 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (500 elementos) com  $FS= 1.66$ .**

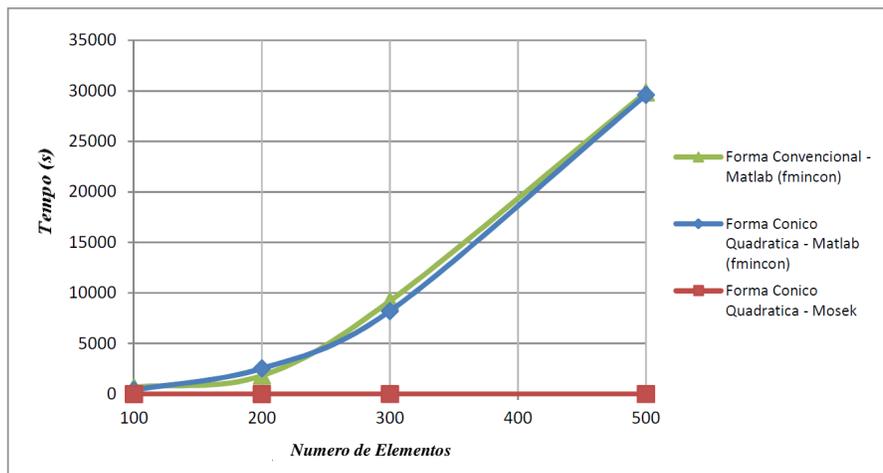
Como se podem ver os valores do fator de segurança obtidos neste caso variam entre 1.66 a 1.75. O valor tem tendência a diminuir quando o número de elementos vai incrementando.

- **Comparações**

Nos três casos analisados pode-se ver que o fator de segurança obtido tem uma variação similar, sendo esta variação entre 1.66 e 1.75. Estes valores mostram que o fator de segurança varia em relação ao número de elementos da malha de elementos finitos considerada para a análise.

Utilizando a Equação (4.1) o fator de segurança ( $FS$ ) calculado para o talude infinito é de 1.63. Verifica-se então que os valores obtidos pelo método da análise limite são próximos ao valor obtido pela solução analítica com uma diferença que varia entre 1.8 a 7.3%.

O tempo de cálculo que utiliza cada otimizador para encontrar o fator de segurança ( $FS$ ) para um dado número de elementos é mostrado na Figura 4.16, na qual se pode apreciar que quando se utiliza o otimizador do Matlab ( $fmincon$ ) com o critério de resistência na forma convencional e na forma cônica quadrática, este tempo cresce exponencialmente em relação ao incremento do número de elementos. Porém, quando se utiliza o otimizador do programa Mosek o tempo utilizado para determinar o fator de segurança é muito menor variando este entre 1.12 a 4.35 segundos. Nesse caso, o tempo de processamento é proporcional ao número de elementos da malha. Pode-se dizer então que o otimizador do programa Mosek torna-se relativamente cada vez mais eficiente à proporção que se aumenta o número de elementos da malha.



**Figura 4.16 - Variação do tempo de cálculo do fator de segurança com o número de elementos empregado pelos otimizadores.**

O mecanismo de ruptura obtido pelo campo das velocidades de deformação via solução do problema dual é mostrado na Figura 4.17, o qual é concordante com as condições do problema.

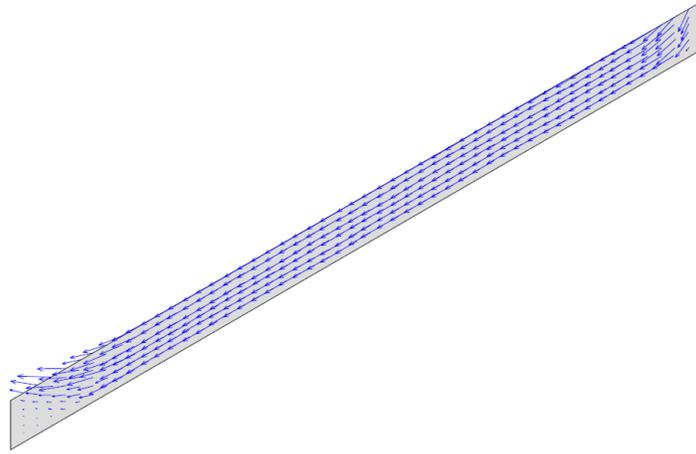


Figura 4.17 - Mecanismo de ruptura obtido com os vetores das velocidades de deformação.

#### 4.1.2. Validação 2: Talude Homogêneo.

Este exemplo é inspirado num exemplo apresentado por Griffiths (1999), no seu artigo “Slope Stability by Finite Elements”, no qual considerou um talude com a geometria que se apresenta na Figura 4.18 considerando um solo que possui coesão e atrito, no qual as propriedades geotécnicas consideradas foram as seguintes: ângulo de atrito ( $\phi$ ) de  $20^\circ$ , Coesão ( $c$ ) de  $0.05 H\gamma$  sendo  $\gamma$  o peso específico do solo e  $H$  a altura do talude que é mostrada na Figura 4.18.

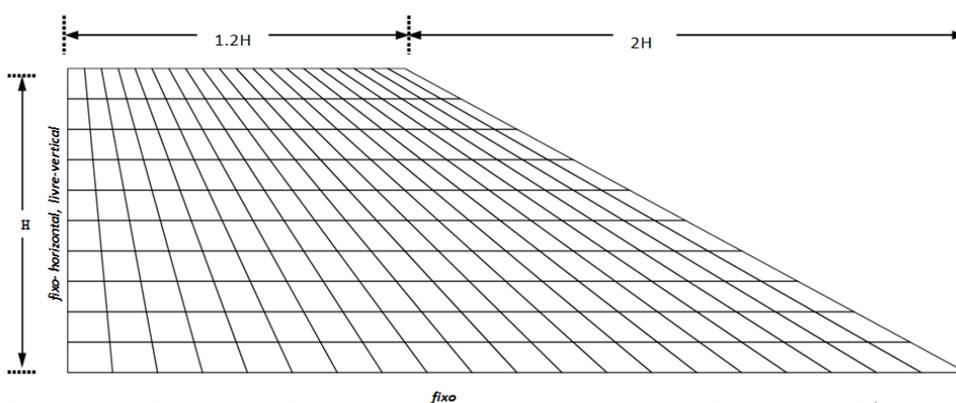
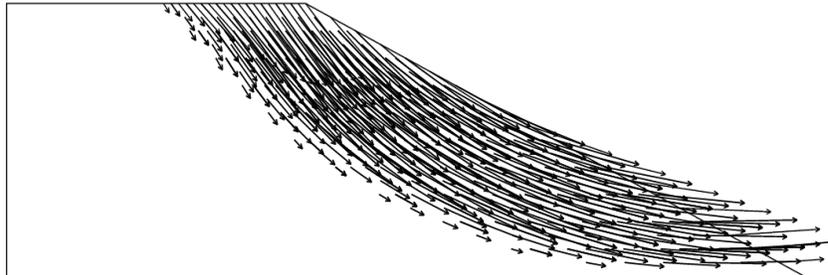


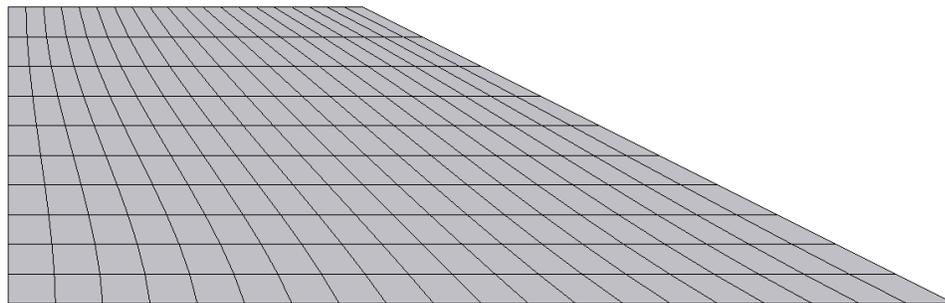
Figura 4.18 - Talude homogêneo com um ângulo de inclinação de  $26.57^\circ$ ,  $\phi=20^\circ$ ,  $c = 0.05 H \gamma$

O fator de segurança obtido com a análise elastoplástica realizada por Griffiths (1999), é de 1.40 utilizando 1000 iterações para o cálculo deste resultado e o mecanismo de ruptura obtido na sua análise é mostrado na Figura 4.19.



**Figura 4.19 - Mecanismo de ruptura do exemplo de Griffiths (1999).**

Com a finalidade de validar a ferramenta implementada para o caso do talude homogêneo, é realizada a análise de estabilidade do talude, utilizando a metodologia da análise limite e utilizando a técnica da redução da resistência para determinar o fator de segurança (*FS*). A discretização é feita utilizando elementos quadrilaterais de quatro nós Q4, utilizando como gerador de malha o programa GID 11.0.2 (Figura 4.20).



**Figura 4.20 - Malha de elementos finitos do talude com 200 elementos.**

Na geometria do talude com altura (*H*) do talude de 10 metros, os parâmetros do solo utilizados para a análise de estabilidade de talude foram: peso específico ( $\gamma$ ) de 18 kN/m<sup>3</sup>, ângulo de atrito ( $\phi$ ) de 20°, Coesão (*c*) de 9 kN/m<sup>2</sup>. As condições de contorno são as mesmas consideradas na Figura 4.18. O critério de resistência utilizado na análise é de Mohr-Coulomb.

Inicialmente se faz um teste do fator de colapso de maneira de poder fazer uma comparação dos tempos e das iterações utilizando o algoritmo junto com o otimizador do Matlab (*fmincon*) com o critério de resistência na forma convencional e na forma cônica quadrática e o algoritmo junto com o otimizador do programa Mosek com o critério de resistência na forma cônica quadrática acoplada no algoritmo desenvolvido, obtendo os resultados mostrados na Tabela 4.16, para um fator de redução da resistência igual a um ( $FR = 1$ ):

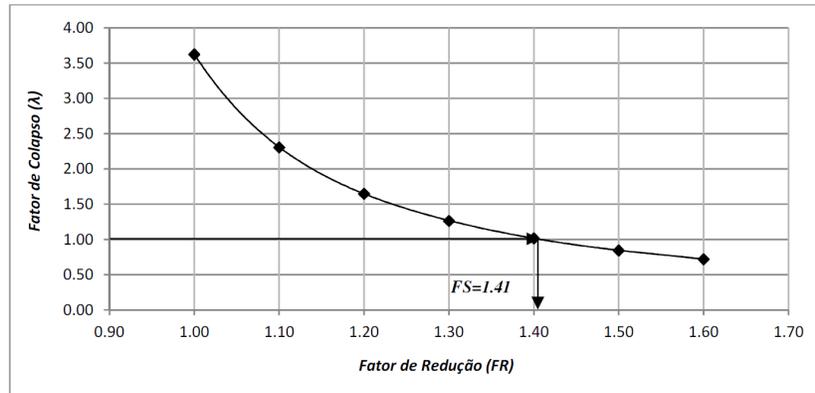
**Tabela 4.16 - Cálculo do fator de colapso utilizando os otimizadores do Matlab e do Mosek.**

Otimização	$c$ (Kpa)	$\phi$ (°)	Fator de Colapso	Nro. De Iterações	Tempo (s)
Forma Convencional (Matlab)	9.0	20.0	3.6302	1010	392.12
Forma Cônica Quadrática (Matlab)	9.0	20.0	3.6181	991	379.24
Forma Cônica Quadrática (Mosek)	9.0	20.0	3.6256	12	0.69

Em todos os casos o fator de colapso é bastante próximo, mas o tempo e o número de iterações que precisa o algoritmo utilizando o otimizador do Mosek na forma cônica quadrática são muito menores do que nos outros casos. O programa Mosek é utilizado para fazer a análise limite. A técnica da redução dos parâmetros de resistência do solo é utilizada para o cálculo do fator de segurança. A Tabela 4.17 mostra os valores dos fatores de colapso ( $\lambda$ ) obtidos para diferentes valores de fatores de redução dos parâmetros de resistência ( $FR$ ) e a Figura 4.21 mostra a variação do fator de colapso ( $\lambda$ ) com os fatores de redução da resistência ( $FR$ ):

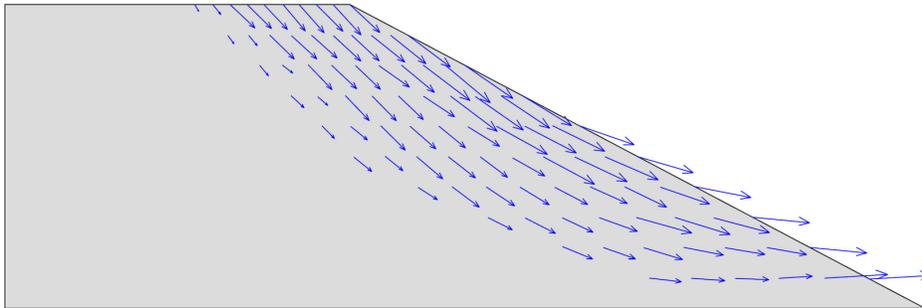
**Tabela 4.17 - Resultados da Análise Limite.**

$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Colapso	Tempo (s)
9.0	20.0	1.0	9.00	20.00	3.6256	0.64
9.0	20.0	1.1	8.18	18.31	2.3074	0.42
9.0	20.0	1.2	7.50	16.87	1.6493	0.45
9.0	20.0	1.3	6.92	15.64	1.2656	0.44
9.0	20.0	1.4	6.43	14.57	1.0174	0.42
9.0	20.0	1.5	6.00	13.64	0.8457	0.45
9.0	20.0	1.6	5.63	12.82	0.7212	0.42
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						3.24



**Figura 4.21 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência. Com o  $FS=1.41$ .**

De acordo com o gráfico o fator de segurança ( $FS$ ) é de 1.41, que é muito próximo ao valor determinado por Griffiths (1999) com uma diferença de 0.71%. O tempo utilizado na análise para obtenção do fator de colapso é de 3.24 segundos. O mecanismo de ruptura obtido pelo campo de velocidades de deformação é mostrado na Figura 4.22, o qual é parecido àquele obtido pelo método de elementos finitos (MEF) feito por Griffiths (1999).



**Figura 4.22 - Mecanismo de ruptura obtido com os vetores de velocidade de deformação.**

### 4.1.3.

#### Validação 3: Talude Homogêneo - Caso Tridimensional (3D)

Com a finalidade de validar o programa para a análise em 3D, é analisado o problema de estabilidade do talude em estado plano de deformações, para o qual é obtido o fator de segurança mediante a análise 3D e 2D. Os dois fatores de segurança (*FS*) devem ser similares ou próximos. A Figura 4.23 mostra a geometria do talude onde a inclinação do talude é de  $30^\circ$ , a discretização é feita com o gerador de malha GID 11.0.2, utilizando elementos hexaédricos de 8 nós (BRICK8), utilizando 600 elementos na malha de elementos finitos. A Figura 4.24 mostra a discretização feita para o mesmo talude para o caso 2D, no qual se utilizaram 100 elementos quadriláteros de quatro nós Q4

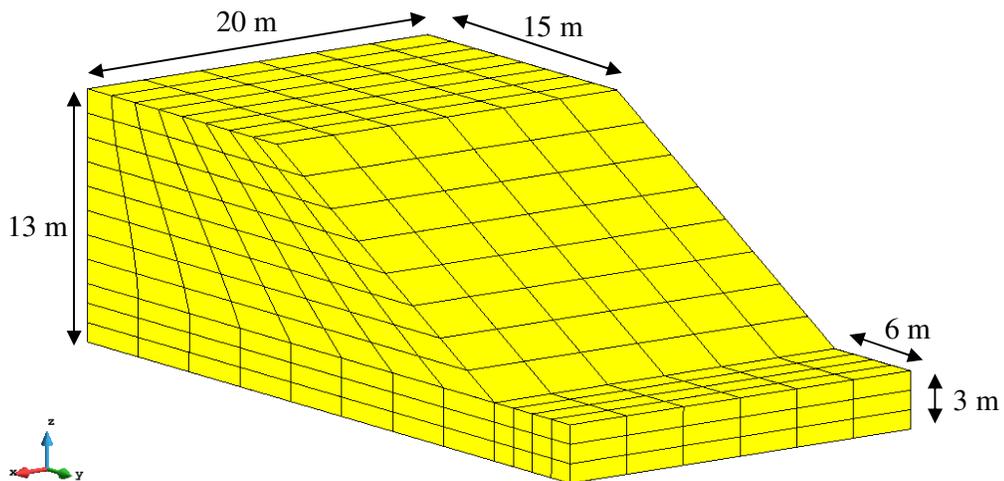


Figura 4.23 - Malha de elementos finitos 3D com 600 elementos.

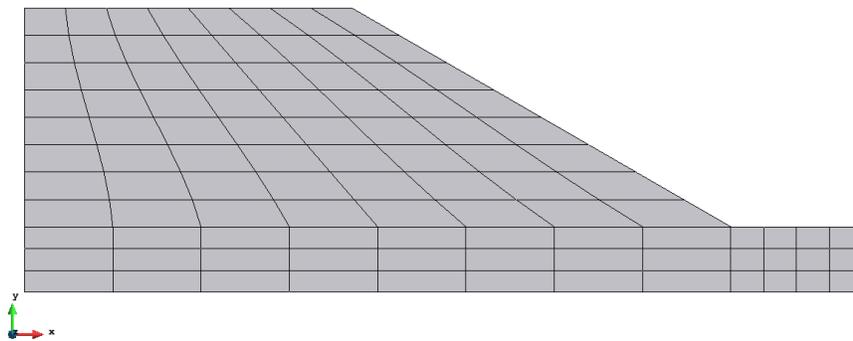


Figura 4.24 - Malha de elementos finitos 2D com 100 elementos.

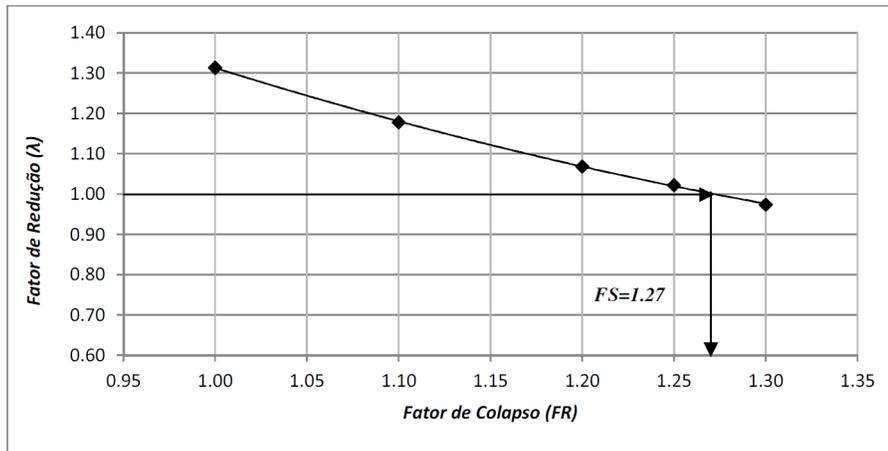
Os parâmetros do solo considerados na análise foram: peso específico ( $\gamma$ ) de 17 kN/m<sup>3</sup>, ângulo de atrito ( $\phi$ ) de 5°, coesão ( $c$ ) de 30 kN/m<sup>2</sup>. O critério de resistência utilizado é de Drucker-Prager para os casos 3D e 2D.

Quando se analisa o caso 3D, deve-se levar em conta que para que este cumpra com a condição de estado plano de deformação, os nós na fronteira paralelos ao plano yz sejam restringidos na direção do eixo  $x$ . Nos outros nós do correspondente aos contornos as velocidades são restringidas nos três eixos. O programa Mosek com o critério de resistência na forma cônica quadrática é utilizado na rotina para fazer a análise e a técnica da redução dos parâmetros de resistência do solo é utilizada para a obtenção do fator de segurança. A Tabela 4.18 mostra os valores dos fatores de colapso ( $\lambda$ ) obtidos para diferentes valores de fatores de redução dos parâmetros de resistência ( $FR$ ):

**Tabela 4.18 - Resultados da Análise Limite 3D.**

$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Redução	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	5.0	30.00	5.00	1.00	1.3135	1.48
30.0	5.0	27.27	4.55	1.10	1.1782	1.45
30.0	5.0	25.00	4.17	1.20	1.0685	1.47
30.0	5.0	24.00	4.00	1.25	1.0223	1.56
30.0	5.0	23.08	3.85	1.30	0.9741	1.43
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						<b>7.39</b>

A figura 4.25 mostra a variação do fator de colapso ( $\lambda$ ) com os fatores de redução da resistência ( $FR$ ). O valor do fator de segurança obtido via análise limite é de 1.27 e o tempo que a ferramenta utilizou para a obtenção do fator de segurança é de 7.39 segundos.



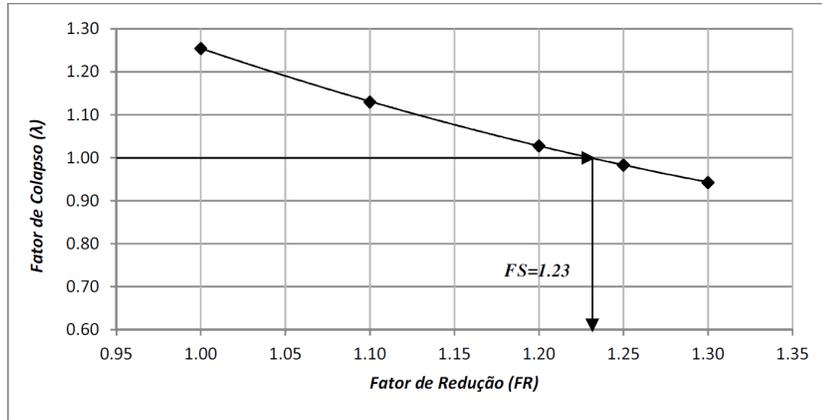
**Figura 4.25 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência. Com o  $FS= 1.27$ .**

A seguir, este mesmo problema é analisado em 2D, para o qual é considerada a discretização que se mostra na Figura 4.24. Nessa análise, consideram-se as mesmas propriedades do solo usadas no caso 3D. O critério de escoamento considerado também é o mesmo, ou seja, o critério de Drucker-Prager. Utiliza-se o otimizador do programa Mosek para realizar a análise, considerando o critério de resistência na forma cônica quadrática. A Tabela 4.19 mostra os valores dos fatores de colapso ( $\lambda$ ) obtidos para diferentes valores de fatores de redução dos parâmetros de resistência ( $FR$ ):

**Tabela 4.19 - Resultados da Análise Limite 2D.**

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	5.0	30.00	5.00	1.00	1.2545	0.41
30.0	5.0	27.27	4.55	1.10	1.1300	0.42
30.0	5.0	25.00	4.17	1.20	1.0278	0.42
30.0	5.0	24.00	4.00	1.25	0.9833	0.47
30.0	5.0	23.08	3.85	1.30	0.9425	0.44
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						<b>2.16</b>

A Figura 4.26 mostra a variação do fator de colapso ( $\lambda$ ) com os fatores de redução da resistência ( $FR$ ). O valor do fator de segurança obtido via análise limite é de 1.23 e o tempo que a ferramenta utilizou para a obtenção do fator de segurança é de 2.16 segundos.



**Figura 4.26 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência. Com o  $FS= 1.23$ .**

Os valores dos fatores de segurança obtidos via análise limite, para o caso 3D ( $FS=1.27$ ) e 2D ( $FS=1.23$ ) são próximos, com uma diferença de 3.25%.

## 4.2. Exemplos de Aplicação

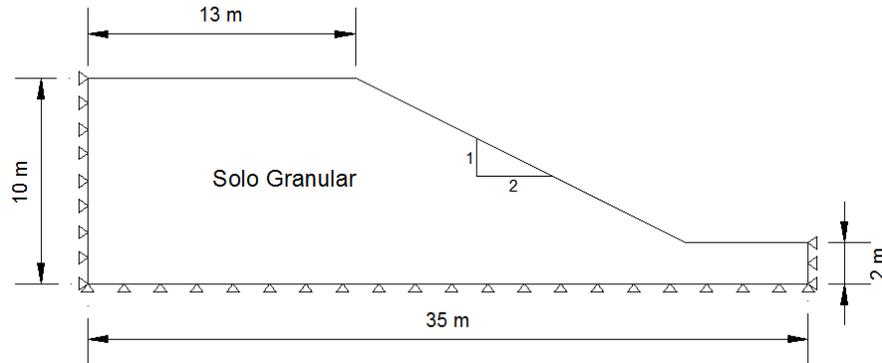
### 4.2.1. Aplicação 1: Talude Homogêneo com Fundação

Como exemplo de ilustração, dois casos de taludes homogêneos com fundação são apresentados. O primeiro caso corresponde a um solo de material granular e o segundo caso corresponde a um solo de material argiloso. O mecanismo de ruptura e o fator de segurança destas análises são comparados com aqueles obtidos pelo programa de elementos finitos Plaxis 2D (Brinkgreve et. al., 2010) que utiliza análise elastoplástica para a formulação do problema. Estes exemplos também servem para fazer a comparação da eficiência da ferramenta desenvolvida em termos do tempo de análise. Deve se ter em conta neste exemplo que os parâmetros utilizados são valores para testar o algoritmo e não valores de ensaios de laboratório.

#### 4.2.1.1. Talude Homogêneo de Solo com Atrito Alto e Coesão Baixa

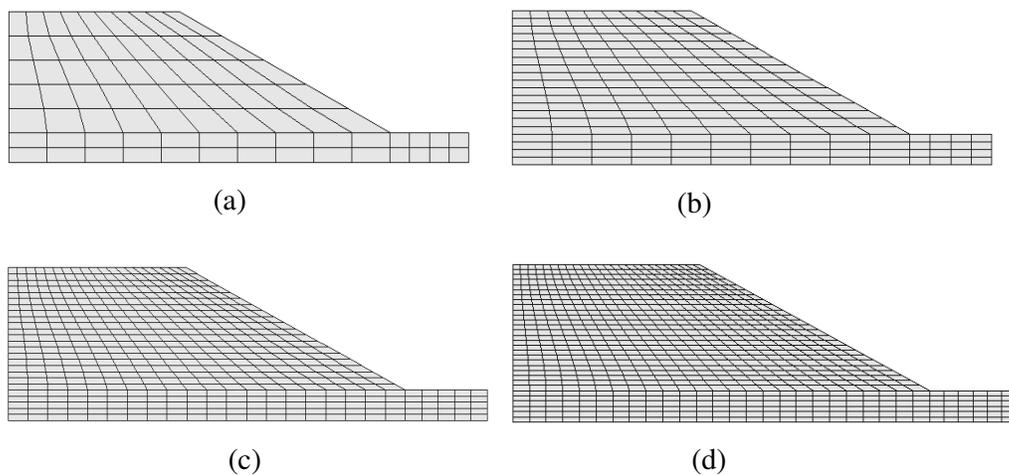
A Figura 4.27 apresenta a geometria do problema de talude para solo com atrito alto e coesão baixa e as condições de contorno consideradas na análise. As

propriedades do material considerado na análise são: peso específico ( $\gamma$ ) de 18 kN/m<sup>3</sup>, ângulo de atrito ( $\phi$ ) de 30° e coesão ( $c$ ) de 5 kN/m<sup>2</sup>. O critério de ruptura utilizado é o de Mohr-Coulomb e o problema é analisado pelo método da análise limite.



**Figura 4.27 - Geometria do talude de solo granular e as condições de contorno.**

O meio contínuo para análise do problema é discretizado por uma malha de elementos finitos quadrilaterais de quatro nós Q4 (Figura 4.28), utilizando o programa GID 11.0.2. Com a finalidade de comparar a eficiência dos otimizadores do programa Mosek e Matlab, são consideradas 4 malhas de elementos finitos com 80, 220, 525 e 811 elementos respectivamente.



**Figura 4.28 - Malha de elementos finitos a) 80 elementos, b) 220 elementos, c) 525 elementos, d) 811 elementos.**

São realizados testes de tempo de processamento com os diversos otimizadores para determinar o fator de colapso, utilizando o critério de resistência na forma convencional e na forma cônica quadrática. O primeiro teste é realizado usando um fator da resistência ( $FR$ ) de 1.5 para o cálculo do fator de colapso para as diversas malhas apresentadas na figura 4.28. Os resultados deste teste são mostrados nas Tabelas 4.20, 4.21 e 4.22.

**Tabela 4.20 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Matlab utilizando programação na forma convencional.**

Nro. Elementos	$c$ (Kpa)	$\phi$ (°)	Fator de redução	Fator de Colapso	Nro. de Iterações	Tempo (s)
80	5.0	30.0	1.5	2.7157	538	47.29
220	5.0	30.0	1.5	2.6224	891	463.06
525	5.0	30.0	1.5	2.0973	1578	6960.30
811	5.0	30.0	1.5	2.0279	2750	13326.30

**Tabela 4.21 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Matlab utilizando programação na forma cônico quadrática.**

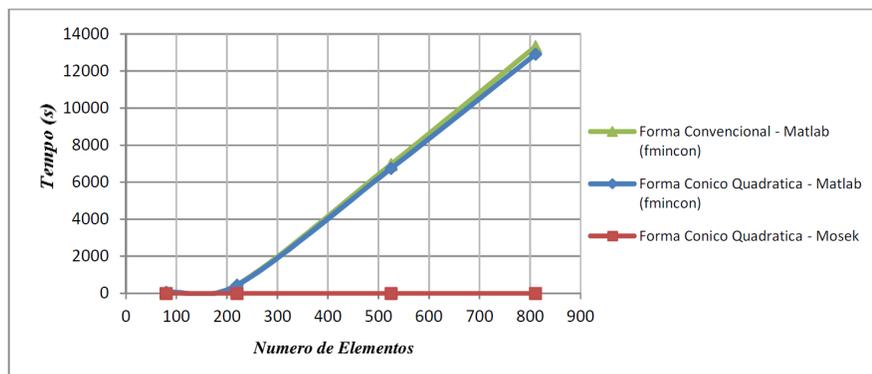
Nro. Elementos	$c$ (Kpa)	$\phi$ (°)	Fator de redução	Fator de Colapso	Nro. de Iterações	Tempo (s)
80	5.0	30.0	1.5	2.7159	450	69.35
220	5.0	30.0	1.5	2.6227	936	440.06
525	5.0	30.0	1.5	2.0971	1349	6747.12
811	5.0	30.0	1.5	2.0279	2323	12914.3

**Tabela 4.22 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Mosek utilizando programação na forma cônico quadrática.**

Nro. Elementos	$c$ (Kpa)	$\phi$ (°)	Fator de redução	Fator de Colapso	Nro. de Iterações	Tempo (s)
80	5.0	30.0	1.5	2.7160	12	0.55
220	5.0	30.0	1.5	2.6227	13	0.64
525	5.0	30.0	1.5	2.0971	14	0.71
811	5.0	30.0	1.5	2.0281	14	0.86

Dos valores obtidos pode-se ver que o valor do fator de colapso ( $\lambda$ ) obtido nas três diferentes formas é bastante parecido para o número de elementos correspondente. Este valor do fator de colapso tem tendência a ser menor quando se incrementa o número de elementos em todos os casos. O tempo requerido pelo otimizador do Matlab quando usa a critério de resistência na forma convencional

ou na forma cônica quadrática é bem maior do que aquele utilizado pelo otimizador do programa Mosek quando se usa o critério de resistência na forma cônica quadrática. O tempo para encontrar o fator de colapso ( $\lambda$ ) utilizando o otimizador do Matlab varia exponencialmente quando se incrementa o número de elementos da malha, enquanto o otimizador do programa Mosek utiliza um tempo muito pequeno, praticamente independente do número de elementos da malha para o cálculo do fator de colapso ( $\lambda$ ) como mostra a Figura 4.29. Similarmente, o número de iterações se mantém praticamente constante e independente do tamanho da malha quando se utiliza o otimizador do Mosek enquanto esse número cresce significativamente com o tamanho da malha quando se utiliza o otimizador do Matlab.



**Figura 4.29 - Variação do tempo de cálculo para diferente número de elementos empregado pelos otimizadores.**

Como o otimizador do programa Mosek acoplado à ferramenta desenvolvida se torna mais eficiente, então a análise de estabilidade do talude é realizada pelo método de análise limite com o uso deste otimizador. Além disso, utiliza-se a técnica da redução da resistência para o cálculo do fator de segurança ( $FS$ ). Quatro malhas diferentes são empregadas de maneira a visualizar a tendência dos resultados com a variação do número de elementos. As tabelas 4.23, 4.24, 4.25 e 4.26 apresentam os resultados da análise limite.

Tabela 4.23 - Resultados da Análise Limite (Malha com 80 elementos).

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Tempo (s)
5.0	30.0	1.5	3.333	21.05	2.7160	0.55
5.0	30.0	1.6	3.125	19.84	1.7487	0.45
5.0	30.0	1.7	2.941	18.76	1.2279	0.62
5.0	30.0	1.8	2.778	17.78	0.9344	0.41
5.0	30.0	1.9	2.632	16.90	0.7496	0.61
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						2.84

Tabela 4.24 - Resultados da Análise Limite (Malha com 220 elementos).

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Tempo (s)
5.0	30.0	1.5	3.333	21.05	2.6227	0.64
5.0	30.0	1.6	3.125	19.84	1.6357	0.52
5.0	30.0	1.7	2.941	18.76	1.1578	0.48
5.0	30.0	1.8	2.778	17.78	0.8878	0.45
5.0	30.0	1.9	2.632	16.90	0.7157	0.71
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						2.80

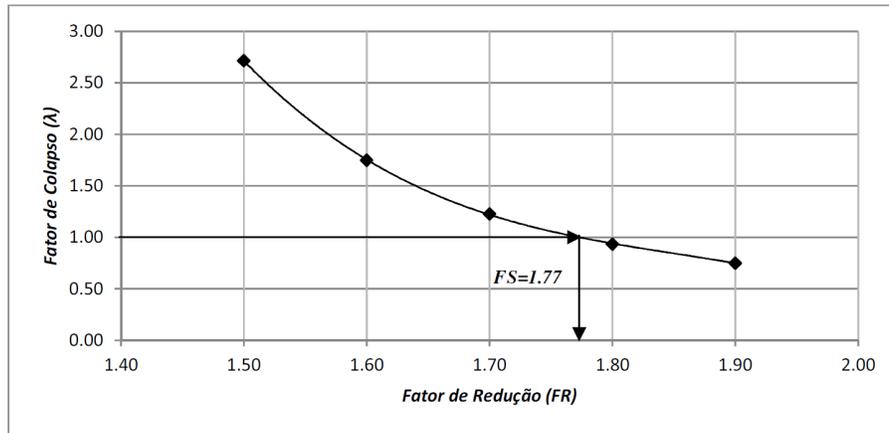
Tabela 4.25 - Resultados da Análise Limite (Malha com 525 elementos).

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Tempo (s)
5.0	30.0	1.5	3.333	21.05	2.0971	0.73
5.0	30.0	1.6	3.125	19.84	1.4133	0.50
5.0	30.0	1.7	2.941	18.76	1.0410	0.51
5.0	30.0	1.8	2.778	17.78	0.8141	0.54
5.0	30.0	1.9	2.632	16.90	0.6605	0.79
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						3.07

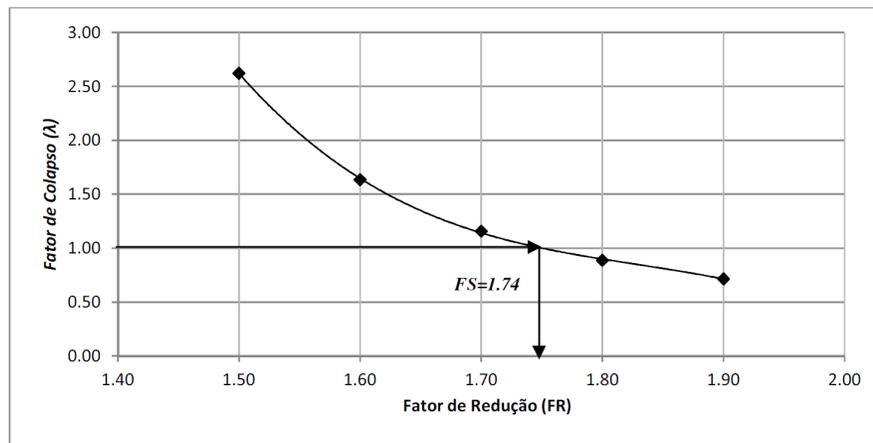
Tabela 4.26 - Resultados da Análise Limite (Malha com 811 elementos).

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Tempo (s)
5.0	30.0	1.5	3.333	21.05	2.0281	0.86
5.0	30.0	1.6	3.125	19.84	1.3822	0.71
5.0	30.0	1.7	2.941	18.76	1.0244	0.70
5.0	30.0	1.8	2.778	17.78	0.8015	0.74
5.0	30.0	1.9	2.632	16.90	0.6517	0.95
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						3.96

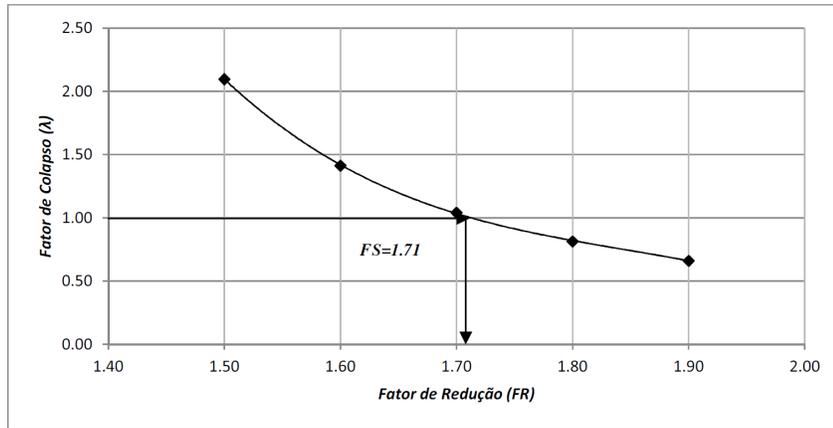
As Figuras 4.30, 4.31, 4.32 e 4.33 apresentam a variação do fator de colapso ( $\lambda$ ) com fator de redução da resistência ( $FR$ ) e o fator de segurança obtido.



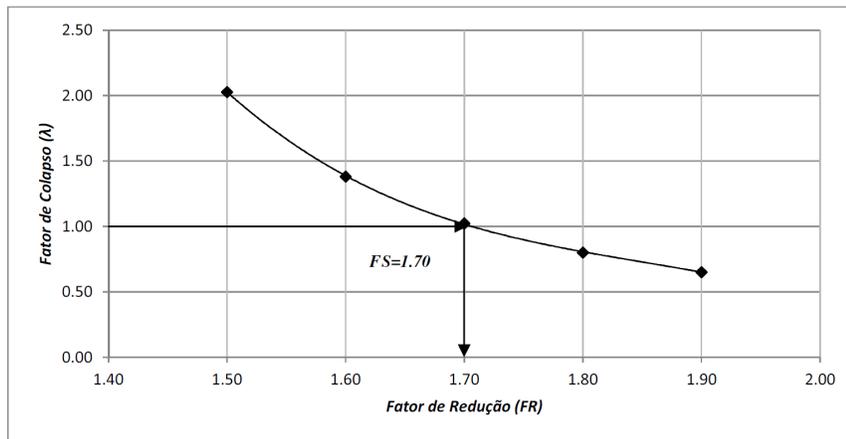
**Figura 4.30 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (80 elementos). Com o  $FS=1.77$ .**



**Figura 4.31 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (220 elementos). Com o  $FS=1.74$ .**

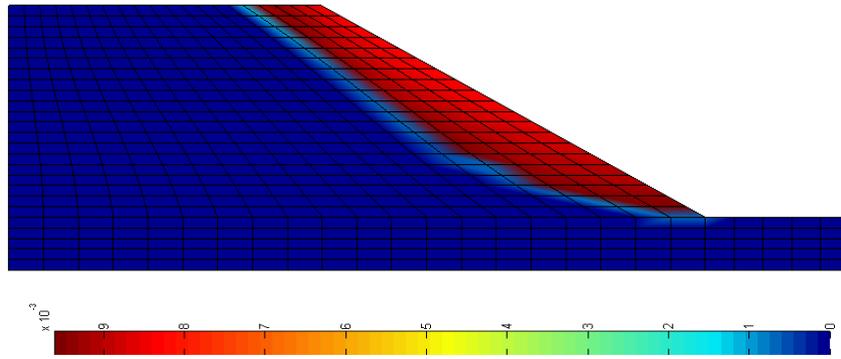


**Figura 4.32 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (525 elementos). Com o  $FS=1.71$ .**



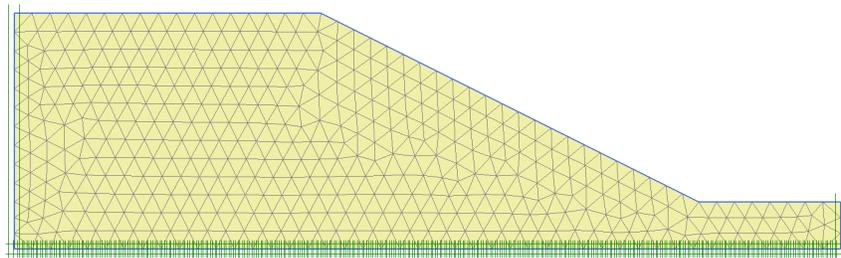
**Figura 4.33 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (811 elementos). Com o  $FS=1.70$ .**

Pode-se ver que o fator de segurança varia entre 1.70 e 1.77, este valor tem tendência a diminuir quando a malha é mais refinada, além disso, os tempos requeridos pelo método da análise limite variam entre 2.84 e 3.96 segundos. O mecanismo de ruptura é obtido através do campo de velocidades de deformação como mostrado na Figura 4.34.



**Figura 4.34 - Mecanismo de ruptura obtido com o campo de velocidade de deformação.**

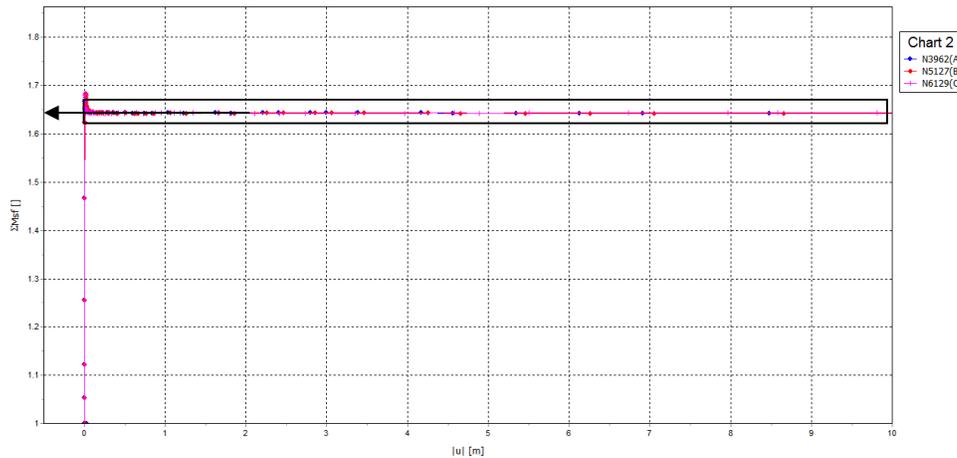
A seguir, este problema é analisado com o programa comercial de elementos finitos Plaxis 2D (Brinkgreve et. al., 2010). A malha de elementos finitos e as condições de contorno utilizadas nessa análise são apresentadas na Figura 4.35. Os elementos utilizados pelo programa são do tipo triangular de 15 nós (T15). Para esta análise são considerados os mesmos parâmetros dos materiais adotados anteriormente.



**Figura 4.35 - Malha de elementos finitos e condições de contorno no programa Plaxis (808 elementos).**

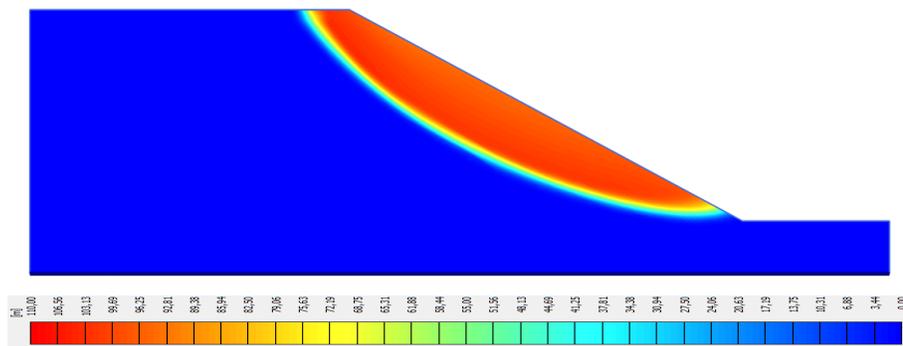
Para obter o fator de segurança com este programa é realizada uma análise elastoplástica. Escolhe-se inicialmente um o mais pontos da malha na região onde se supõe que ocorra o colapso. Traça-se então uma curva que relaciona o deslocamento nodal deste ponto da malha versus o fator de redução da resistência cuja notação no programa é com as siglas  $\Sigma Msf$ . O valor do fator de segurança é definido no ponto no qual o deslocamento nodal toma um valor assintótico, o valor de redução da resistência no programa Plaxis ( $\Sigma Msf$ ) nesse ponto representa o valor do fator de segurança da estrutura do talude.

A curva do deslocamento nodal e os fatores de redução do programa,  $\Sigma Msf$ , são apresentados na Figura 4.36.



**Figura 4.36 - Curva do fator de redução do programa ( $\Sigma Msf$ ) versus deslocamentos nodais.  $FS=1.65$ .**

O fator de segurança ( $FS$ ) obtido com o programa Plaxis é 1.65, utilizando um tempo de 22 segundos para a análise elastoplástica. Este resultado difere dos resultados obtidos pelo método da análise limite entre 3.0 a 7.3%. A diferença vai diminuindo quando se aumenta o número de elementos da malha na Análise Limite. O tempo de processamento requerido pela análise limite é menor do que o necessário para a análise elastoplástica com o programa Plaxis 2D (Brinkgreve et al., 2010). O mecanismo de ruptura obtido pelo campo de deslocamentos é apresentado na Figura 4.37

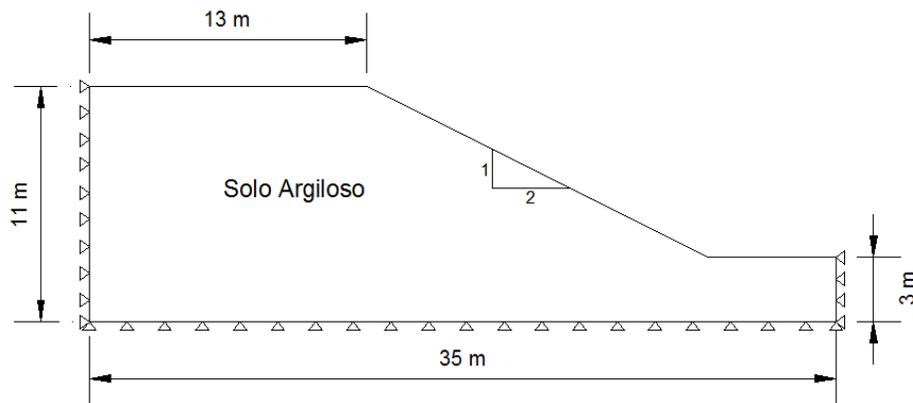


**Figura 4.37 - Mecanismo de ruptura obtido pelo campo de deslocamentos obtido na análise elastoplástica.**

O mecanismo de ruptura obtido via análise elasto-plástica com o programa Plaxis 2D (Brinkgreve et. al., 2010) e aquele obtido via análise limite são qualitativamente similares e correspondem ao mecanismo de ruptura típico em materiais com baixa coesão onde a superfície de ruptura se caracteriza por ser superficial.

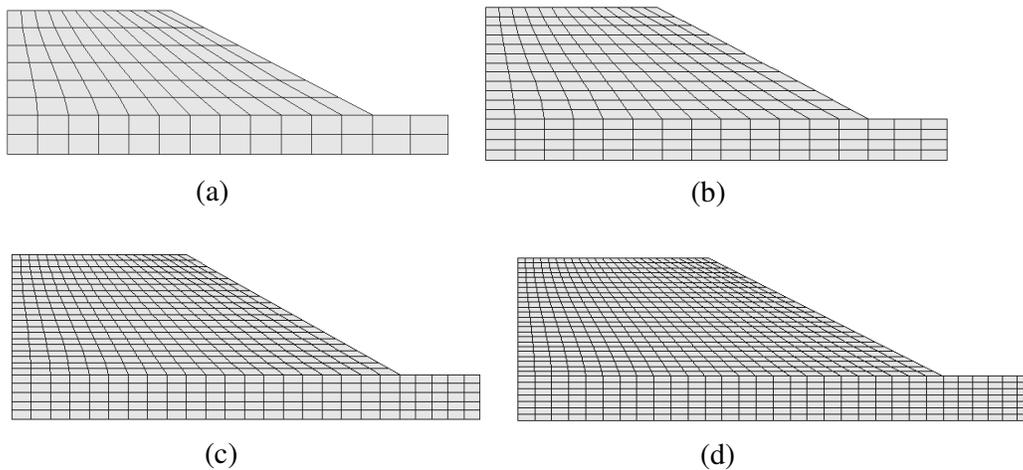
#### 4.2.1.2. Talude Homogêneo de Solo com Coesão Alta e Atrito Baixo

Na Figura 4.38 apresenta-se a geometria do problema de talude para solo com coesão alta e atrito baixo e as condições de contorno consideradas para análise. As propriedades do material considerado na análise são: peso específico ( $\gamma$ ) de  $17 \text{ kN/m}^3$ , ângulo de atrito ( $\phi$ ) de  $4^\circ$ , coesão ( $c$ ) de  $25 \text{ kN/m}^2$ . O critério de ruptura utilizado é o de Mohr-Coulomb. O problema é analisado pelo método da análise limite.



**Figura 4.38 - Geometria do talude de solo argiloso e as condições de contorno.**

O meio contínuo para análise do problema é discretizado com uma malha de elementos finitos quadrilaterais de quatro nós Q4 (Figura 4.39) utilizando o programa GID 11.0.2. Com a finalidade de comparar a eficiência dos otimizadores do programa Mosek e Matlab, quatro diferentes 4 malhas de elementos finitos são consideradas com 100, 220, 525 e 820 elementos, respectivamente.



**Figura 4.39 - Malha de elementos finitos a) 100 elementos, b) 220 elementos, c) 525 elementos, d) 820 elementos.**

É realizado um teste do tempo de processamento que utiliza os diversos otimizadores apresentados previamente para determinar o fator de colapso ( $\lambda$ ). O critério de resistência é utilizado tanto na forma convencional quanto na forma cônica quadrática. Este teste é realizado usando um fator de redução ( $FR$ ) da resistência de 1.0 para todos os casos, nas Tabelas 4.27, 4.28 e 4.29, são mostrados os resultados do teste realizado.

**Tabela 4.27 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Matlab utilizando programação na forma convencional.**

Nro. Elementos	$c$ (Kpa)	$\phi$ (°)	Fator de redução	Fator de Colapso	Nro. de Iterações	Tempo (s)
100	25.0	4.0	1.0	1.6316	1796	96.54
220	25.0	4.0	1.0	1.6252	1909	594.78
525	25.0	4.0	1.0	1.5978	2359	6745.30
820	25.0	4.0	1.0	1.5921	2983	12753.70

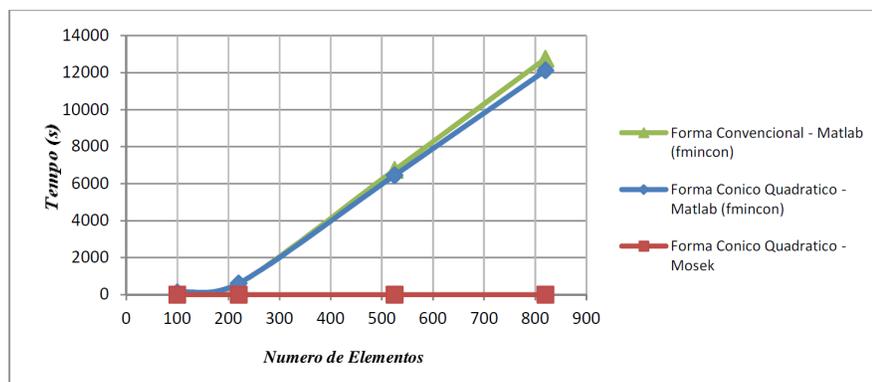
**Tabela 4.28 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Matlab utilizando programação na forma cônica quadrática.**

Nro. Elementos	$c$ (Kpa)	$\phi$ (°)	Fator de redução	Fator de Colapso	Nro. de Iterações	Tempo (s)
100	25.0	4.0	1.0	1.6316	1818	133.43
220	25.0	4.0	1.0	1.6252	1821	615.83
525	25.0	4.0	1.0	1.5978	2210	645.20
820	25.0	4.0	1.0	1.5921	2750	12123.60

**Tabela 4.29 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Mosek utilizando programação na forma cônica quadrática.**

Nro. Elementos	$c$ (Kpa)	$\phi$ (°)	Fator de redução	Fator de Colapso	Nro. de Iterações	Tempo (s)
100	25.0	4.0	1.0	1.6318	11	0.45
220	25.0	4.0	1.0	1.6252	13	0.51
525	25.0	4.0	1.0	1.5979	14	0.55
820	25.0	4.0	1.0	1.5922	15	0.61

Dos valores obtidos pode-se ver que o valor do fator de colapso obtido para as três diferentes formas são bastante parecidos para o número de elementos correspondente. Este valor do fator de colapso tem tendência a ser menor quando se incrementa o número de elementos em todos os casos. O tempo gasto pelo otimizador do Matlab (*fmincon*) quando usa a critério de resistência na forma convencional ou na forma cônica quadrática é bastante maior do que aquele utilizado pelo otimizador do programa Mosek quando se usa o critério de resistência na forma cônica quadrática. O tempo para encontrar o fator de colapso utilizando o otimizador do Matlab varia exponencialmente quando se incrementa o número de elementos. O otimizador do programa Mosek utiliza um tempo muito pequeno para o cálculo do fator de colapso como mostra a Figura 4.40, variando pouco com o tamanho da malha. Similarmente, o número de iterações tem o mesmo comportamento que o tempo de processamento.



**Figura 4.40 - Variação do tempo de calculo para diferente número de elementos empregado pelos otimizadores.**

Como o otimizador do programa Mosek acoplado à ferramenta desenvolvida torna o processo mais eficiente, a análise de estabilidade do talude é realizada pelo método de análise limite com o uso deste otimizador. Além disso, utiliza-se a técnica da redução da resistência para o cálculo do fator de segurança ( $FS$ ). Quatro diferentes malhas são utilizadas de maneira a visualizar a tendência dos resultados com a variação do número de elementos. As Tabelas 4.30, 4.31, 4.32 e 4.33 apresentam os resultados da análise limite.

**Tabela 4.30 - Resultados da Análise Limite (Malha com 100 elementos).**

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Tempo (s)
25.0	4.0	1.00	25.00	4.00	1.6318	0.45
25.0	4.0	1.20	20.83	3.33	1.2935	0.47
25.0	4.0	1.30	19.23	3.08	1.1720	0.46
25.0	4.0	1.40	17.86	2.86	1.0713	0.44
25.0	4.0	1.50	16.67	2.67	0.9866	0.49
25.0	4.0	1.60	15.63	2.50	0.9143	0.51
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						<b>2.82</b>

**Tabela 4.31 - Resultados da Análise Limite (Malha com 220 elementos).**

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Tempo (s)
25.0	4.0	1.00	25.00	4.00	1.6252	0.51
25.0	4.0	1.20	20.83	3.33	1.2870	0.52
25.0	4.0	1.30	19.23	3.08	1.1653	0.47
25.0	4.0	1.40	17.86	2.86	1.0645	0.47
25.0	4.0	1.50	16.67	2.67	0.9796	0.55
25.0	4.0	1.60	15.63	2.50	0.9071	0.55
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						<b>3.07</b>

**Tabela 4.32 - Resultados da Análise Limite (Malha com 525 elementos).**

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Tempo (s)
25.0	4.0	1.00	25.00	4.00	1.5979	0.55
25.0	4.0	1.20	20.83	3.33	1.2653	0.50
25.0	4.0	1.30	19.23	3.08	1.1459	0.49
25.0	4.0	1.40	17.86	2.86	1.0470	0.52
25.0	4.0	1.50	16.67	2.67	0.9638	0.64
25.0	4.0	1.60	15.63	2.50	0.8928	0.58
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						<b>3.28</b>

Tabela 4.33 - Resultados da Análise Limite (Malha com 820 elementos).

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Tempo (s)
25.0	4.0	1.00	25.00	4.00	1.5922	0.61
25.0	4.0	1.20	20.83	3.33	1.2611	0.53
25.0	4.0	1.30	19.23	3.08	1.1421	0.59
25.0	4.0	1.40	17.86	2.86	1.0436	0.53
25.0	4.0	1.50	16.67	2.67	0.9608	0.62
25.0	4.0	1.60	15.63	2.50	0.8900	0.73

$\Sigma$  Total 3.61

As Figuras 4.41, 4.42, 4.43 e 4.44 apresentam a variação do fator de colapso ( $\lambda$ ) com fator de redução da resistência ( $FR$ ) e o fator de segurança obtido.

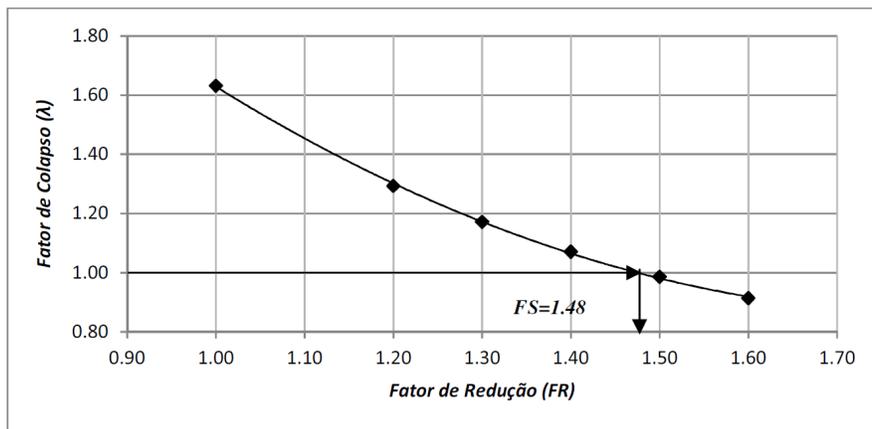


Figura 4.41 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (100 elementos). Com o  $FS=1.48$ .

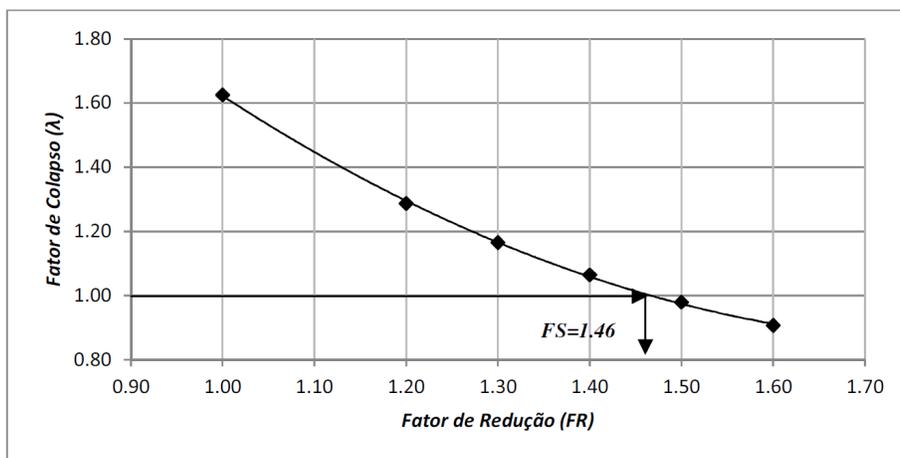
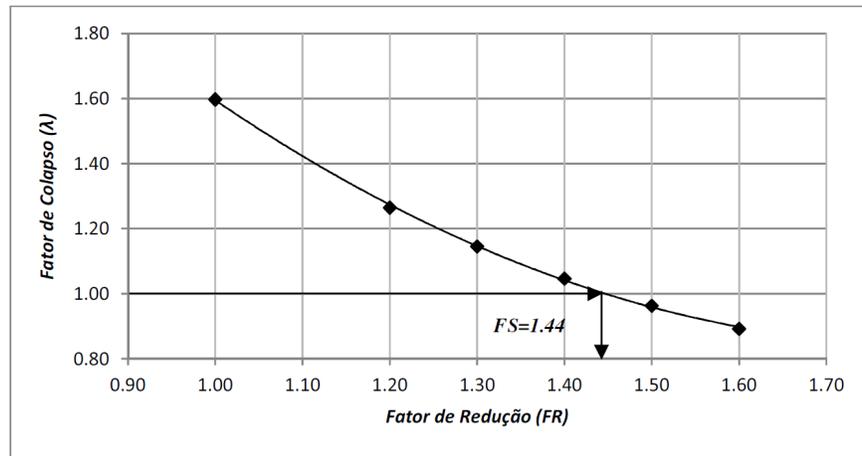
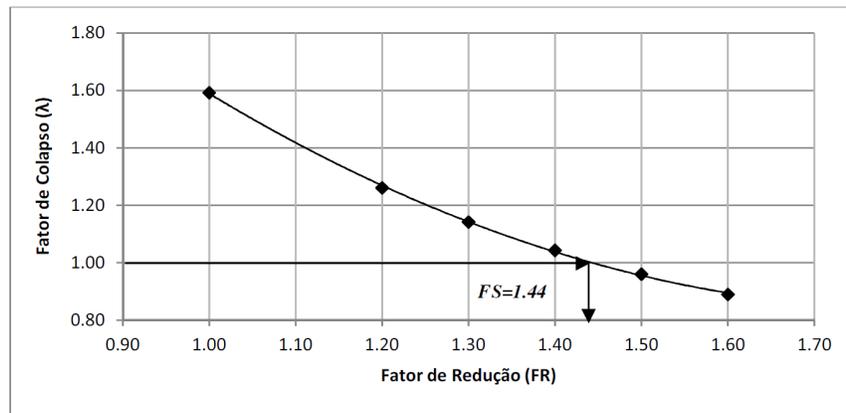


Figura 4.42 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (220 elementos). Com o  $FS=1.46$ .

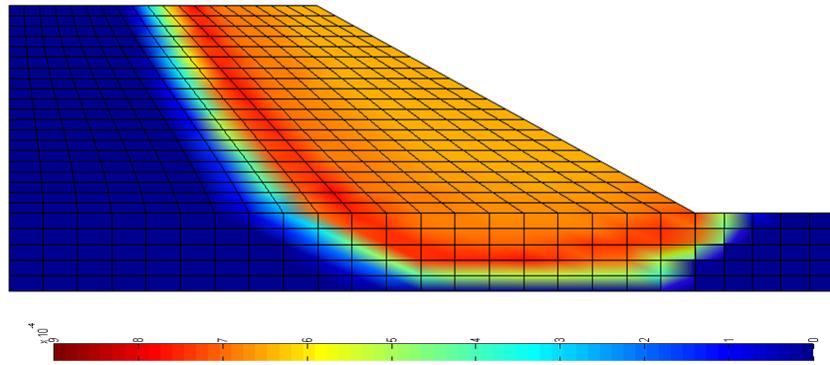


**Figura 4.43 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (525 elementos). Com o  $FS=1.44$ .**



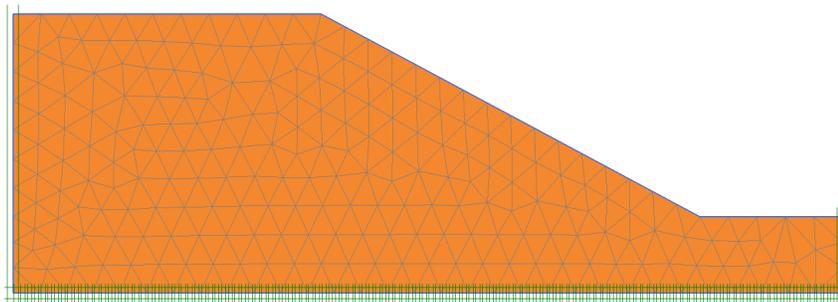
**Figura 4.44 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (820 elementos). Com o  $FS=1.44$ .**

Pode-se ver que o fator de segurança ( $FS$ ) varia entre 1.44 e 1.48. Este valor tem tendência a diminuir quando a malha é mais refinada. Além disso, os tempos requeridos pelo método da análise limite variam entre 2.82 e 3.61 segundos. O mecanismo de ruptura é obtido através do campo de velocidades de deformação. Este campo é mostrado na Figura 4.45.



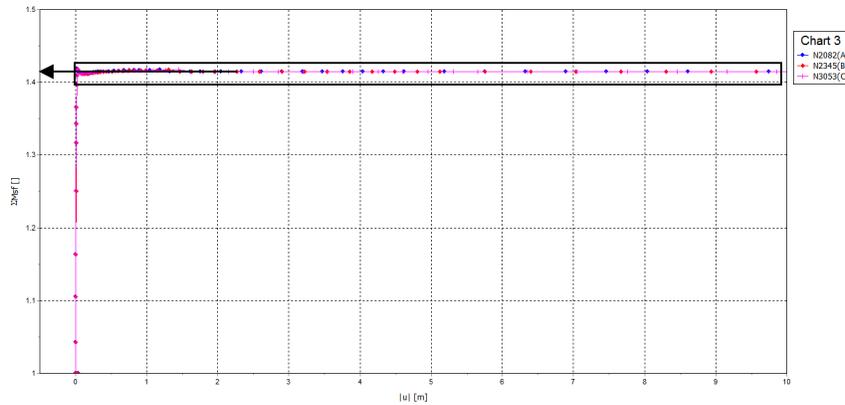
**Figura 4.45 - Mecanismo de ruptura obtido com o campo de velocidade de deformação.**

A seguir, este problema é analisado com o programa comercial de elementos finitos Plaxis 2D (Brinkgreve et. al., 2010), cuja malha de elementos finitos e as condições de contorno são apresentadas na Figura 4.46. Os elementos utilizados pelo programa são do tipo triangular de 15 nós (T15). Para esta análise são considerados os mesmos parâmetros dos materiais anteriormente definidos.



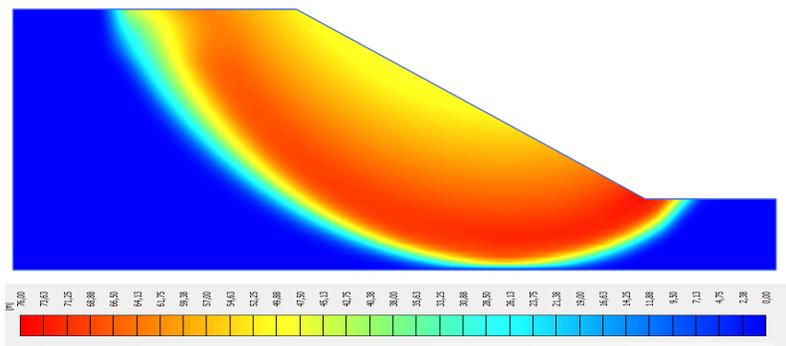
**Figura 4.46 - Malha de elementos finitos e condições de contorno no programa Plaxis (544 elementos).**

A análise elastoplástica desenvolvida pelo programa Plaxis 2D (Brinkgreve et. al., 2010), permite obter a curva do deslocamento nodal e o fator de redução do programa ( $\Sigma Msf$ ), com o qual se pode obter o fator de segurança. Esta curva é apresentada na Figura 4.47.



**Figura 4.47 - Curva do fator de redução do programa ( $\Sigma M_{sf}$ ) versus deslocamentos nodais.  $FS=1.42$ .**

O fator de segurança ( $FS$ ) obtido com o programa Plaxis é 1,42, utilizando um tempo de processamento de 16 segundos para a análise elasto-plástica. Este resultado difere dos resultados obtidos pelo método da Análise Limite entre 1.4 a 4.2%. A diferença vai diminuindo à proporção que o número de elementos da malha de análise limite aumenta. O tempo de processamento requerido pela análise limite é menor do que o necessário para a análise elasto-plástica. O mecanismo de ruptura obtido pelo campo de deslocamentos é apresentado na Figura 4.48



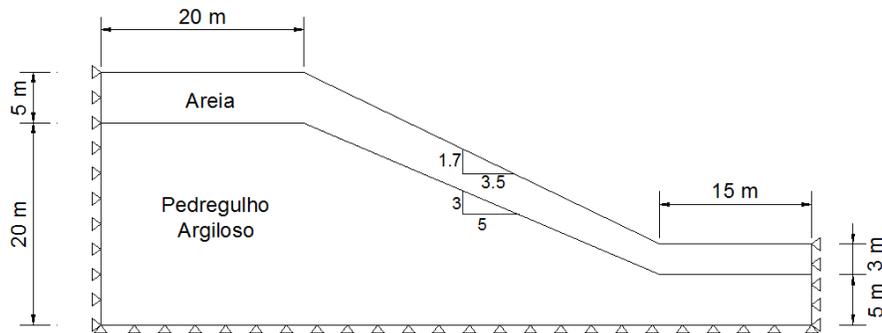
**Figura 4.48 - Mecanismo de ruptura obtido pelo campo de deslocamentos obtido na análise elasto-plástica.**

O mecanismo de ruptura obtido via análise elasto-plástica com o programa Plaxis e aquele obtido via Análise Limite são qualitativamente similares e correspondem ao mecanismo de ruptura típico em solos com coesão alta e atrito baixo onde a superfície de ruptura se caracteriza por ser profunda.

#### 4.2.2.

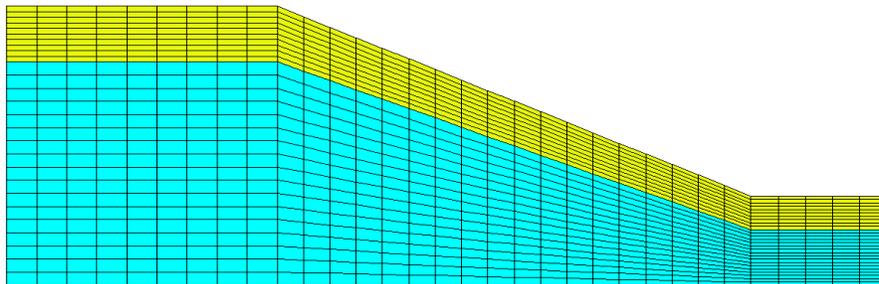
#### Aplicação 2: Talude de Material Heterogêneo

Os casos mais comuns que se apresentam na realidade são taludes com materiais heterogêneos. O seguinte exemplo envolve um talude com duas camadas de solo de materiais diferentes, nomeadamente, granular (areia e pedregulho argiloso), no qual a camada superior é menos resistente do que o material da camada inferior. A Figura 4.49 mostra a geometria do talude e as condições de contorno consideradas para o problema.



**Figura 4.49 - Geometria e condições do contorno do talude com material heterogêneo.**

A malha de elementos finitos utilizada para o problema é obtida com o gerador de malha do programa Mtool 5.1 do Tecgraf/Puc-Rio, utilizando 864 elementos do tipo quadrilateral de quatro nós (Q4) e 924 nós. A Figura 4.50 mostra a discretização do meio contínuo realizada.



**Figura 4.50 - Malha de elementos finitos do problema de talude heterogêneo (864 elementos).**

O critério de resistência utilizado nesta análise é o de Mohr Coulomb e as propriedades dos materiais utilizados para a análise são apresentadas na Tabela 4.34.

**Tabela 4.34 - Propriedades dos solos.**

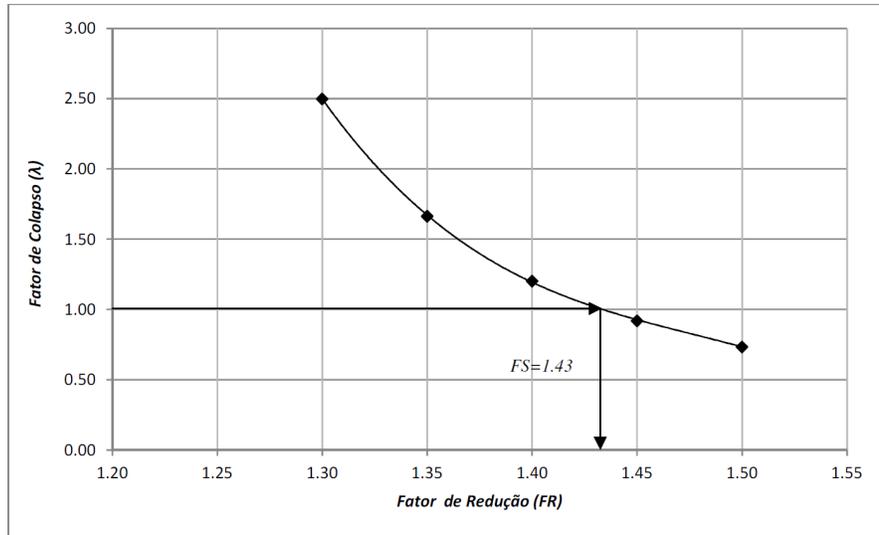
Camada	Tipo de Solo	Coesão (kN/m <sup>2</sup> )	Ângulo de atrito (°)	Peso Específico (kN/m <sup>3</sup> )
Superior	Areia	4.0	29.0	17.0
Inferior	Pedregulho Argiloso	10.0	35.0	20.0

Como visto nos exemplos de validação e no exemplo precedente, o otimizador do programa Mosek apresenta a melhor eficiência computacional em termos de tempo de processamento. Com base nessa constatação, este exemplo é realizado utilizando o método de análise limite com o critério de resistência na forma cônica quadrática empregando o otimizador do programa Mosek, e o fator de segurança (*FS*) é obtido utilizando a técnica da redução da resistência. Os resultados da análise limite são mostrados na Tabela 4.35.

**Tabela 4.35 - Resultados da Análise Limite.**

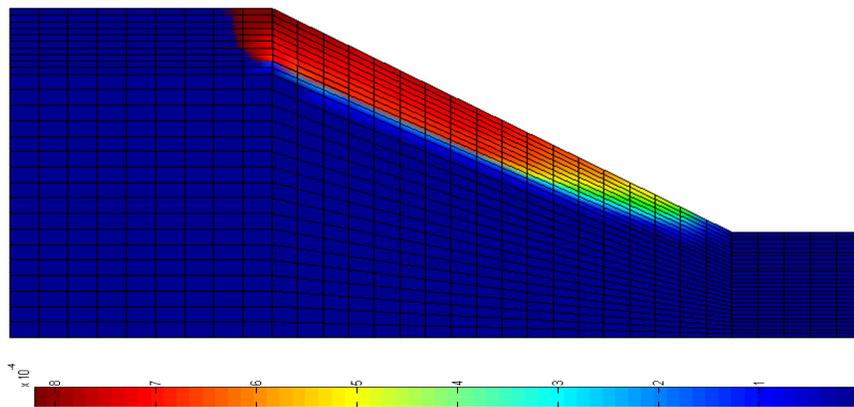
	Parâmetros dos Solos				Fator de Colapso	Tempo (s)
	Areia		Pedregulho Argiloso			
	$c_1$	$\phi_1$	$c_2$	$\phi_2$		
	4.0	29.0	10.0	35.0		
Fator de redução	$c_{1red}$	$\phi_{1red}$	$c_{2red}$	$\phi_{2red}$		
1.30	3.08	23.09	7.69	28.31	2.4996	0.72
1.35	2.96	22.32	7.41	27.41	1.6649	0.76
1.40	2.86	21.60	7.14	26.57	1.2031	0.72
1.45	2.76	20.92	6.90	25.78	0.9212	0.71
1.50	2.67	20.28	6.67	25.02	0.7351	0.72
<b>Σ Total</b>						<b>3.63</b>

A Figura 4.51 apresenta a variação do fator de colapso ( $\lambda$ ) em função do fator de redução (*FR*). O fator do valor de segurança (*FS*) obtido é de 1.43, e o tempo empregado pela ferramenta desenvolvida é de 3.63 segundos.



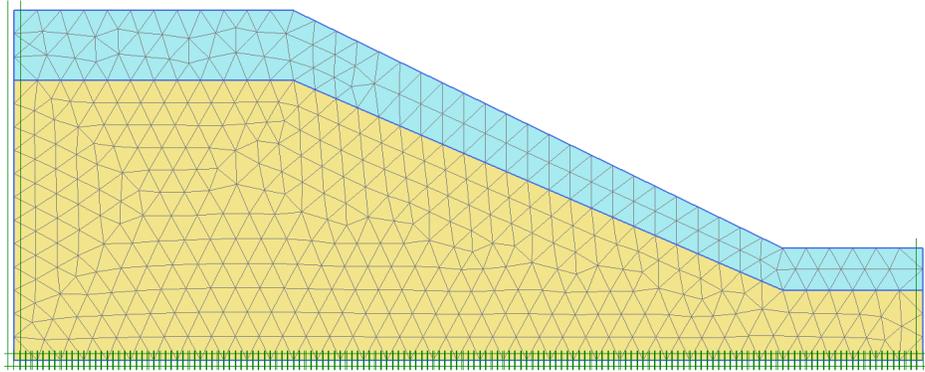
**Figura 4.51 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (864 elementos). Com o  $FS= 1.43$ .**

A Figura 4.52 apresenta o mecanismo de ruptura no talude através do campo de velocidades de deformação. Pode-se ver que o colapso do talude ocorre na zona da camada superior onde às propriedades do solo são menores.



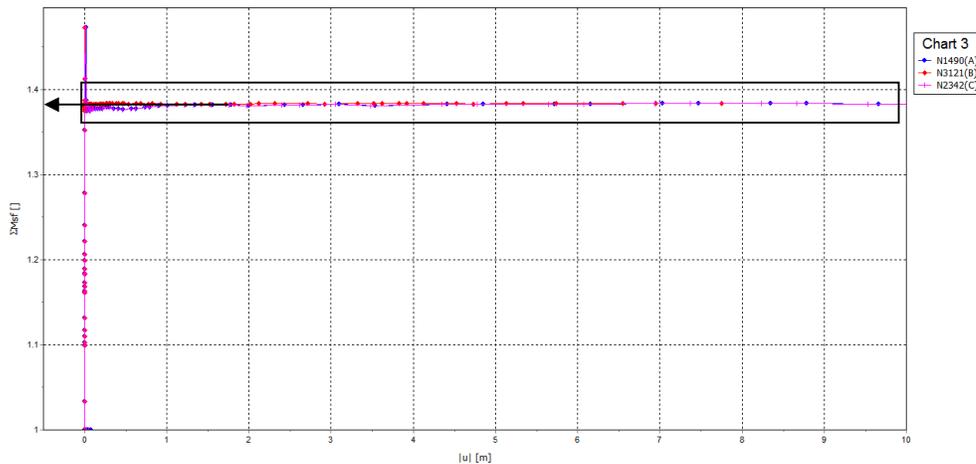
**Figura 4.52 - Mecanismo de ruptura do talude com as velocidades de deformação.**

A seguir o problema é analisado através da análise elastoplástica do programa Plaxis. A discretização do meio contínuo é feita utilizando 820 elementos de o tipo triangular de 15 nós (T15). A figura 4.53 mostra a discretização e as condições de contorno impostas no programa Plaxis (Brinkgreve et. al., 2010).



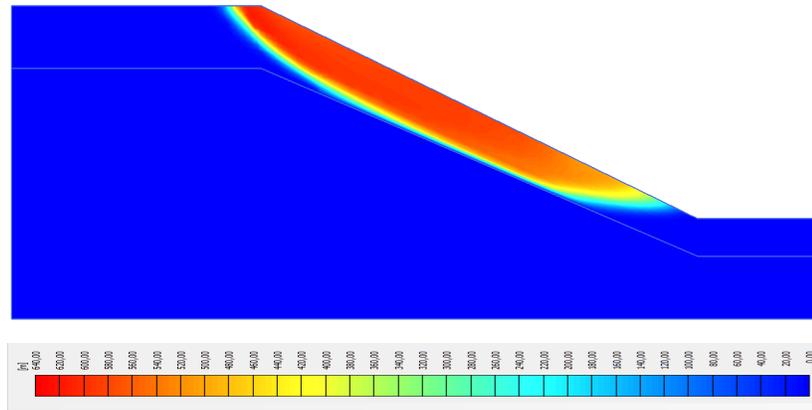
**Figura 4.53 - Malha de elementos finitos e condições de contorno no programa Plaxis.**

A análise elastoplástica desenvolvida pelo programa Plaxis 2D (Brinkgreve et. al., 2010), permite obter a curva do deslocamento nodal e fator de redução do programa ( $\Sigma Msf$ ), com o qual pode-se obter o fator de segurança, esta curva é apresentada na Figura 4.54.



**Figura 4.54 - Curva do fator de redução do programa ( $\Sigma Msf$ ) versus deslocamentos nodais.  $FS=1.38$ .**

O fator de segurança ( $FS$ ) obtido com o programa Plaxis é 1.38, utilizando um tempo de 56 segundos para a análise elastoplástica. Este resultado difere dos resultados obtidos pelo método da análise limite em 3.6% e o tempo de processamento requerido pela análise limite é menor do que o necessário para a análise feita pelo programa Plaxis 2D (Brinkgreve et. al., 2010). O mecanismo de ruptura obtido pelo campo de deslocamentos é apresentado na Figura 4.55.



**Figura 4.55 - Mecanismo de ruptura obtido pelo campo de deslocamentos obtido da análise elastoplástica.**

O mecanismo de ruptura obtido via análise elastoplástica com o programa Plaxis 2D (Brinkgreve et. al., 2010) e aquele obtido via análise limite, são qualitativamente similares. Em ambos os casos pode-se apreciar que o movimento ocorre através do solo de menor resistência ou seja na camada superior.

#### **4.2.3. Aplicação 3: Talude Infinito com Percolação**

Nos solos do estado do Rio de Janeiro é comum encontrar problemas nas encostas devido à presença de percolação ou infiltração de água no solo. Antes da ocorrência da infiltração da água, o solo se encontra em estado parcialmente saturado no qual existe um potencial matricial ou sucção mátrica que decorre das forças de capilaridade e de adsorção originadas da interação entre a matriz do solo e a água.

Em solos não saturados, em resposta aos fenômenos capilares devido à tensão superficial da água, ocorre a formação de meniscos, nos quais a água se encontra em uma pressão inferior do que a pressão do ar (Reichardt e Timm, 2004). Nesse caso é criada então uma coesão aparente no solo. Com base no conceito de variáveis de tensão, Fredlund et. al. (1978) propuseram uma expressão para a resistência ao cisalhamento ( $\tau$ ) para solos não saturados apresentada na Equação (4.2).

$$\tau = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (4.2)$$

onde:

$c'$ ,  $\phi'$ : Parâmetros efetivos de resistência do solo saturado.

$(\sigma_n - u_a)$ : Tensão normal líquida.

$(u_a - u_w)$ : Sucção mátrica.

$\phi^b$ : Parâmetro que quantifica um aumento na resistência devido a um incremento na sucção mátrica.

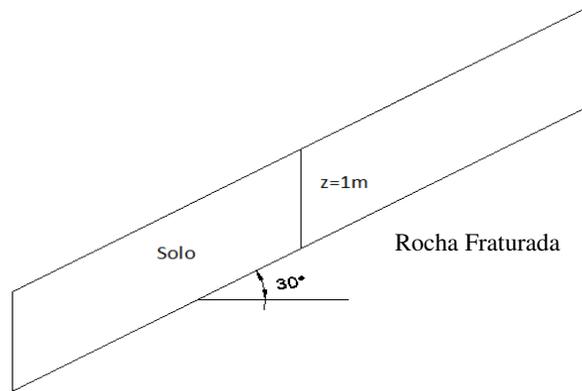
Define-se então uma variável conhecida como coesão aparente. Essa variável é definida pela Equação (4.3).

$$c_{ap} = c' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (4.3)$$

onde  $c_{ap}$  é a coesão aparente do solo não saturado.

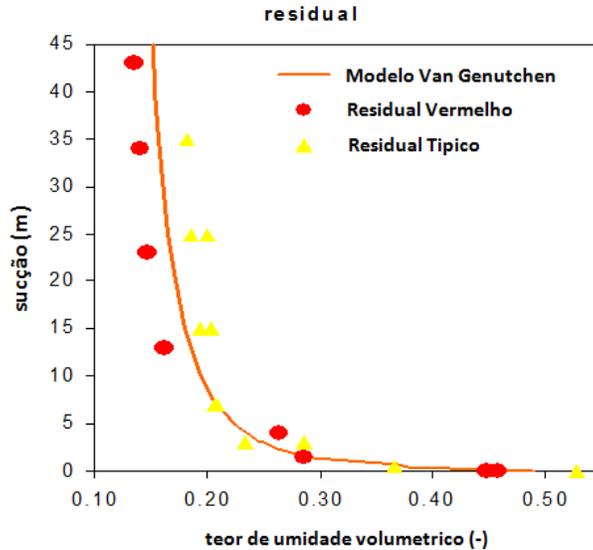
Fisicamente a coesão aparente pode ser visualizada como uma resistência à tração do solo não saturado. É de se esperar que a coesão aparente cresça com o aumento da sucção até um determinado limite a partir do qual a mesma fique constante (De Campos, 1997). O parâmetro da coesão efetiva ( $c'$ ) é resultado da linearização de resultados em ensaios envolvendo solos que na realidade apresentam envoltórias não lineares. Abstraindo deste fato, a coesão efetiva esta relacionada à existência de uma resistência à tração do solo saturado que pode ser propiciada pela ocorrência de cimentação em solos sedimentares ou residuais (De Campos, 1997).

Com este breve preâmbulo da teoria da resistência em solos parcialmente saturados, agora o exemplo de aplicação consiste em analisar um talude infinito de solo residual não saturado cuja geometria é mostrada na Figura 4.56 cuja inclinação ( $\beta$ ) é de  $30^\circ$  e a profundidade do solo é de 1m, as propriedades do solo residual são: Coesão efetiva ( $c'$ ) de  $4 \text{ kN/m}^2$ , ângulo de atrito ( $\phi'$ ) de  $34^\circ$ , peso específico do solo em estado natural inicial ( $\gamma_n$ ) de  $18 \text{ kN/m}^3$ , parâmetro  $\phi^b$  de  $15^\circ$ , peso específico do solo em estado saturado ( $\gamma_{sat}$ ) de  $20 \text{ kN/m}^3$ , porosidade de 0.5, grau de saturação inicial ( $S_r$ ) de 60%.



**Figura 4.56 - Geometria do talude do solo.**

Para obter a sucção mátrica inicial do solo deve-se utilizar a relação entre a sucção e a saturação do solo, esta relação esta dada pela curva característica do solo ou curva de retenção. Na Figura 4.57 se mostra a curva característica do solo. Com os dados fornecidos sabe-se que o teor de umidade volumétrica inicial é 0.30 e a carga de sucção mátrica inicial ( $u_a - u_w$ ) é de 2m.



**Figura 4.57 - Curva característica do solo residual.**

Para isso, calculam-se os fatores de segurança para distintos valores da frente de avanço da água. Na Figura 4.58 se pode ver o caso geral quando ocorre uma frente de avanço da infiltração no solo.

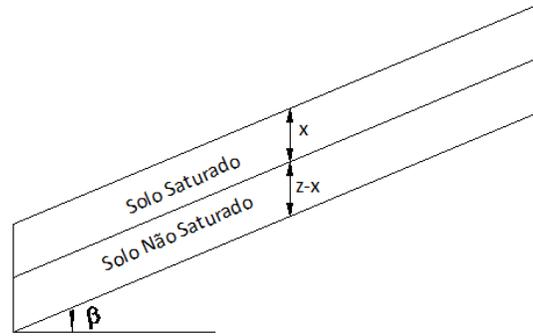


Figura 4.58 - Frente de avanço no perfil do solo

Neste caso é possível demonstrar que o fator de segurança ( $FS$ ) é dado pela Equação (4.4):

$$FS = \frac{c' + (u_a - u_w) \tan \phi^b + (\gamma_{sat} x - \gamma_n (z - x)) \cos^2 \beta \tan \phi'}{(\gamma_{sat} x + \gamma_n (z - x)) \cos \beta \operatorname{sen} \beta} \quad (4.4)$$

Onde:

$c'$ ,  $\phi'$ : Parâmetros efetivos de resistência do solo saturado.

$(u_a - u_w)$ : Sucção mátrica do solo.

$\phi^b$ : Parâmetro que quantifica um aumento na resistência devido a um aumento na sucção mátrica.

$\gamma_{sat}$ : Peso específico saturado do solo.

$\gamma_n$ : Peso específico inicial do solo.

$x$ : Frente de avance vertical da água devido à infiltração.

Deve-se ter em conta que quando a frente de umedecimento atinge a profundidade total do solo, deve-se considerar segundo a equação 4.3 que a sucção mátrica é zero, devido a que o perfil do solo se encontra saturado.

A expressão 4.3 é utilizada para determinar, o fator de segurança no início, e quando a frente de umedecimento está a uma profundidade vertical de 0.30, 0.50, 0.80 e 1.00 m. Os resultados são mostrados na Tabela 4.36.

Tabela 4.36 - Variação do Fator de Segurança com a profundidade de Infiltração.

Etapa da Infiltração	Profundidade vertical x (m)	Fator de Segurança (FS)
Sem Infiltração	0.00	2.35
Avanço da Infiltração no solo	0.30	2.31
	0.50	2.28
	0.80	2.25
Infiltração na superfície rochosa	1.00	1.63

O fator de segurança ( $FS$ ) para estabilidade de talude deste solo é obtido utilizando a análise limite. A análise é feita com uma malha de elementos finitos com 500 elementos do tipo quadrilateral de quatro nós Q4, obtido com o gerador de malha do programa Mtool 5.1 (Tecgraf/Puc-Rio). Nas Figuras 4.59 e 4.63 apresentam-se as malhas utilizadas na análise para as profundidades do frente de umedecimento, respectivamente. Em todos os casos as condições de contorno de velocidade nula são impostas nos nós localizados nas zonas laterais e na zona da base da estrutura do talude.

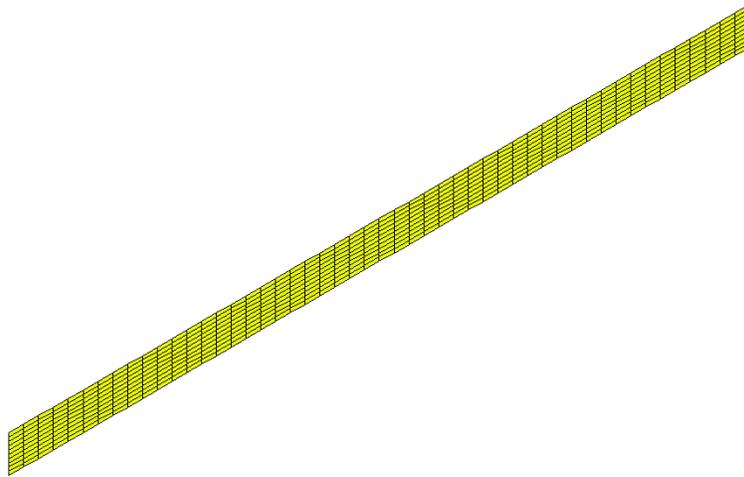
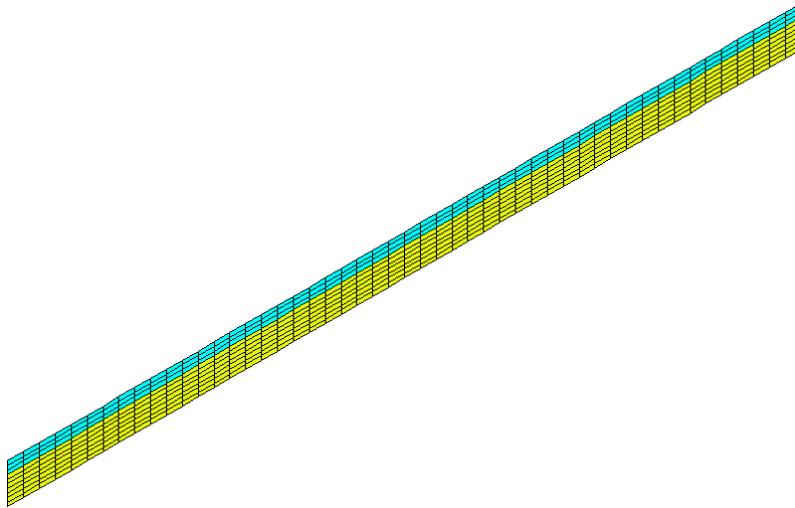
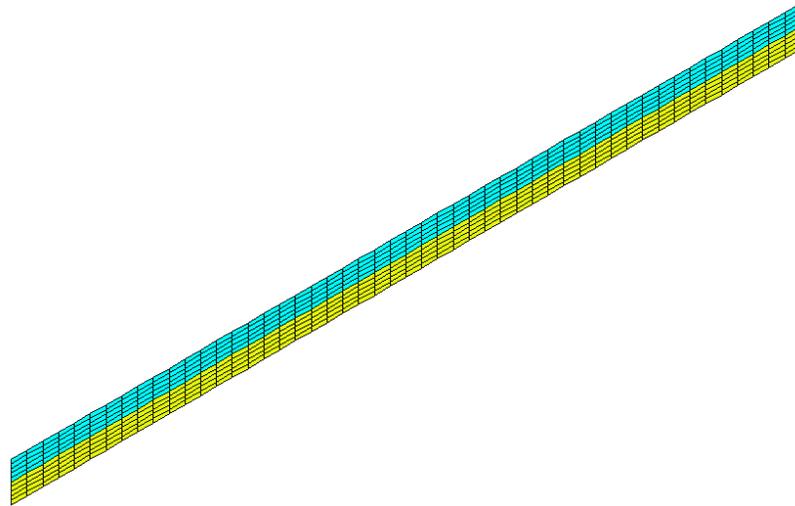


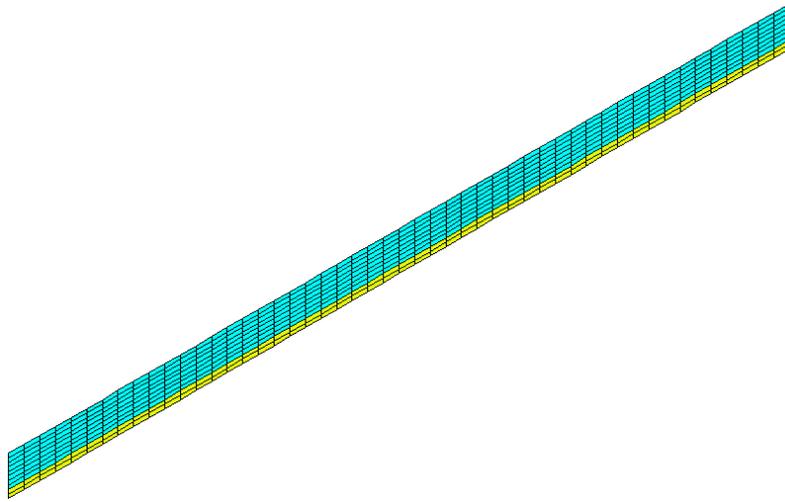
Figura 4.59 - Malha de elementos Finitos (500 elementos) para uma profundidade de infiltração  $h=0.00$  m.



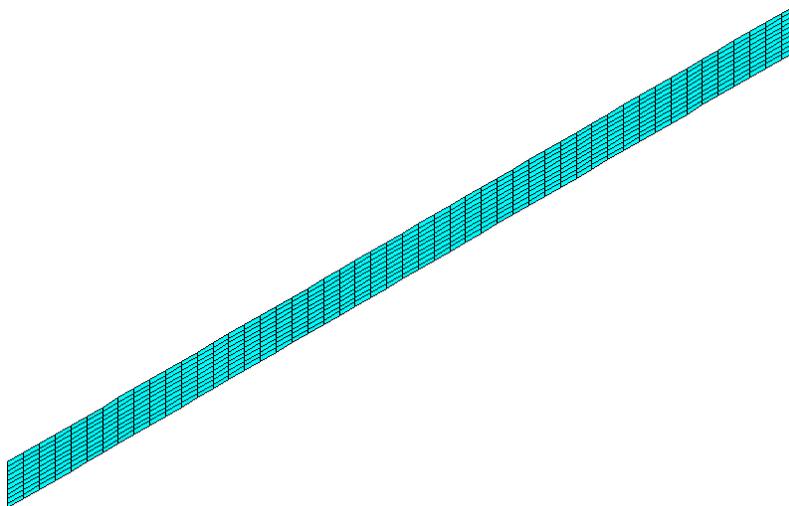
**Figura 4.60 - Malha de elementos Finitos (500 elementos) para uma profundidade de infiltração  $h=0.30$  m.**



**Figura 4.61 - Malha de elementos Finitos (500 elementos) para uma profundidade de infiltração  $h=0.50$  m.**



**Figura 4.62 - Malha de elementos Finitos (500 elementos) para uma profundidade de infiltração  $h=0.80$  m.**



**Figura 4.63 - Malha de elementos Finitos (500 elementos) para uma profundidade de infiltração  $h=1.00$  m.**

Utiliza-se o método de análise limite com o critério na forma cônica quadrática empregando o otimizador do programa Mosek para a análise e o fator de segurança ( $FS$ ) é obtido utilizando a técnica da redução da resistência.

Se utilizaram os parâmetros de resistência de coesão efetiva ( $c'$ ) de 4 kN/m<sup>2</sup>, ângulo de atrito ( $\phi'$ ) de 34°, sucção mátrica inicial ( $u_a - u_w$ ) de 19.62 kN/m<sup>2</sup> (correspondente à 2m de carga de pressão negativa inicial) e parâmetro  $\phi^b = 15^\circ$ . Nas tabelas 4.37 e 4.38 estão apresentados os resultados da análise limite para diversos valores da profundidade de infiltração ( $h$ ).

**Tabela 4.37 - Resultados da Análise Limite para uma profundidade de infiltração de 0.00 m.**

<b>Parâmetros do solo</b>		
$c'$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\phi'$ (°)	$(u_a - u_w) \tan \phi^b$ (kN/m <sup>2</sup> )
4.0	34.0	5.20
<b>Fator de redução</b>	<b>Fator de Colapso</b>	<b>Tempo (s)</b>
2.00	1.5591	0.50
2.30	1.1285	0.36
2.50	0.9528	0.52
2.60	0.8839	0.45
<b><math>\Sigma</math> Total</b>		1.83

**Tabela 4.38 - Resultados da Análise Limite para uma profundidade de infiltração de 0.30m.**

<b>Parâmetros do solo</b>		
$c'$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\phi'$ (°)	$(u_a - u_w) \tan \phi^b$ (kN/m <sup>2</sup> )
4.0	34.0	5.20
<b>Fator de redução</b>	<b>Fator de Colapso</b>	<b>Tempo (s)</b>
2.00	1.5129	0.41
2.30	1.0949	0.44
2.50	0.9243	0.31
2.60	0.8575	0.41
<b><math>\Sigma</math> Total</b>		1.57

**Tabela 4.39 - Resultados da Análise Limite para uma profundidade de infiltração de 0.50 m.**

<b>Parâmetros do solo</b>		
$c'$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\phi'$ (°)	$(u_a - u_w) \tan \phi^b$ (kN/m <sup>2</sup> )
4.0	34.0	5.20
<b>Fator de redução</b>	<b>Fator de Colapso</b>	<b>Tempo (s)</b>
2.00	1.4829	0.45
2.30	1.0733	0.41
2.50	0.9061	0.44
2.60	0.8406	0.51
<b><math>\Sigma</math> Total</b>		1.81

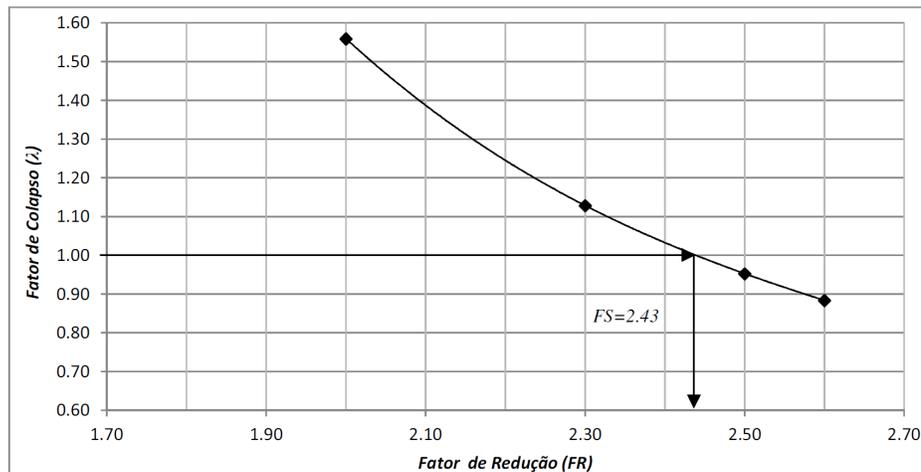
**Tabela 4.40 - Resultados da Análise Limite para uma profundidade de infiltração de 0.80 m.**

<b>Parâmetros do solo</b>		
$c'$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\phi'$ (°)	$(u_a - u_w) \tan \phi^b$ (kN/m <sup>2</sup> )
4.0	34.0	5.20
<b>Fator de redução</b>	<b>Fator de Colapso</b>	<b>Tempo (s)</b>
2.00	1.4416	0.47
2.30	1.0435	0.34
2.50	0.8810	0.50
2.60	0.8173	0.44
<b><math>\Sigma</math> Total</b>		1.75

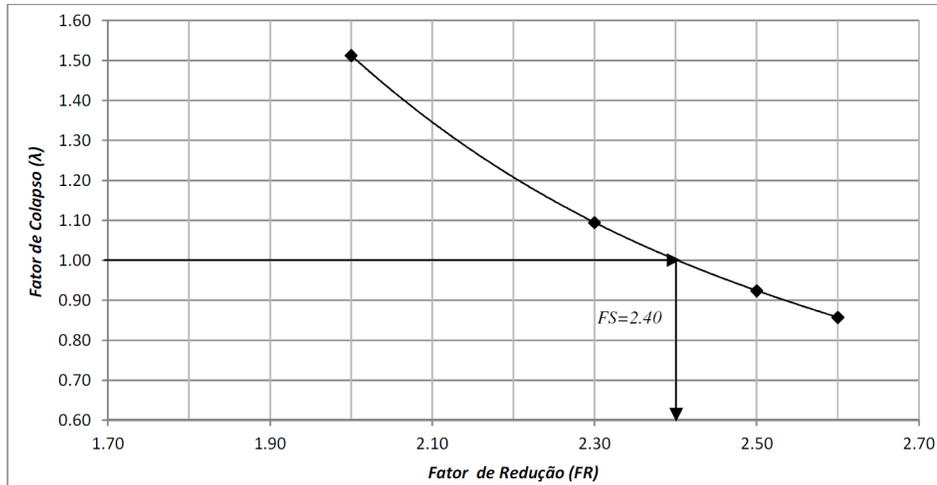
**Tabela 4.41 - Resultados da Análise Limite para uma profundidade de infiltração de 1.00 m.**

Parâmetros do solo		
$c'$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\phi'$ ( <sup>o</sup> )	
4.0	34.0	
Fator de redução	Fator de Colapso	Tempo (s)
1.60	1.2517	0.44
1.65	1.1108	0.55
1.70	0.9980	0.38
1.75	0.9059	0.44
<b><math>\Sigma</math> Total</b>		1.81

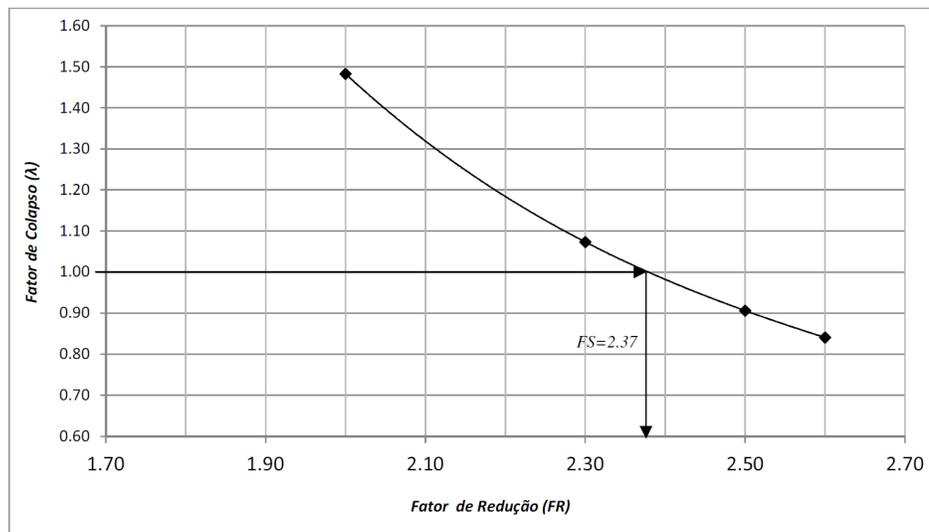
As Figuras 4.64, 4.65, 4.66, 4.67 e 4.68 apresentam a variação do fator de colapso ( $\lambda$ ) com fator de redução da resistência ( $FR$ ) e o fator de segurança obtido.



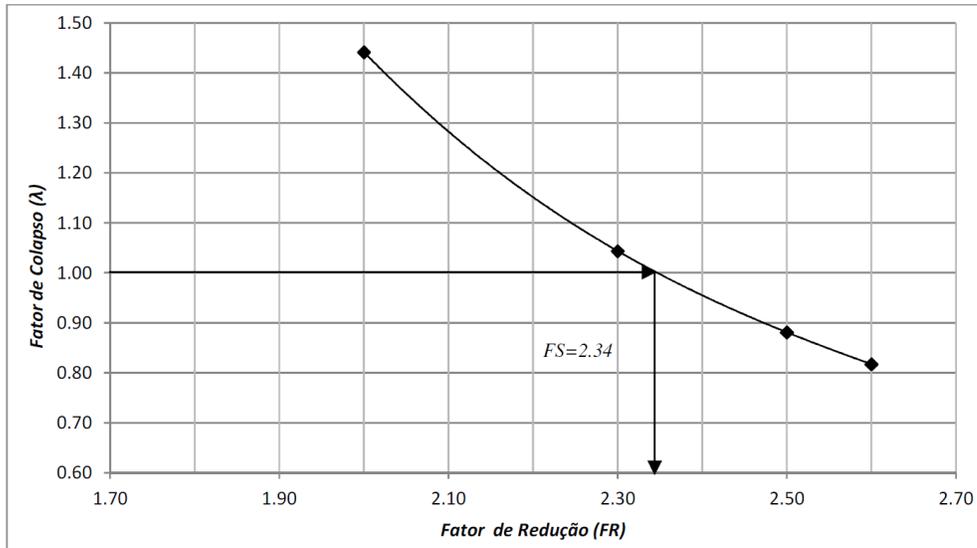
**Figura 4.64 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (prof. infiltração = 0.00 m). Com o  $FS=2.43$ .**



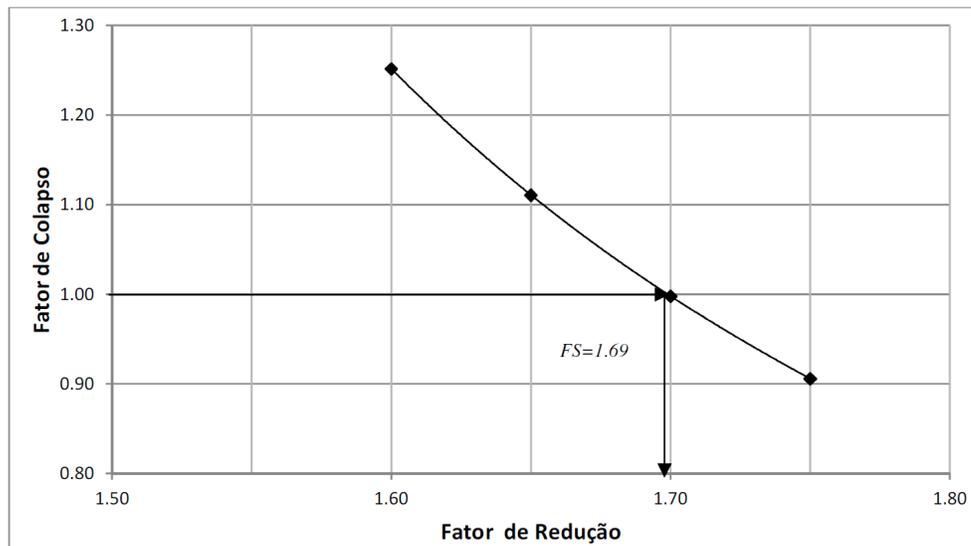
**Figura 4.65 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (prof. infiltração = 0.30 m). Com o  $FS= 2.40$ .**



**Figura 4.66 - Variação do Fator de colapso com o fator de redução da resistência (prof. infiltração = 0.50 m). Com o  $FS= 2.37$ .**

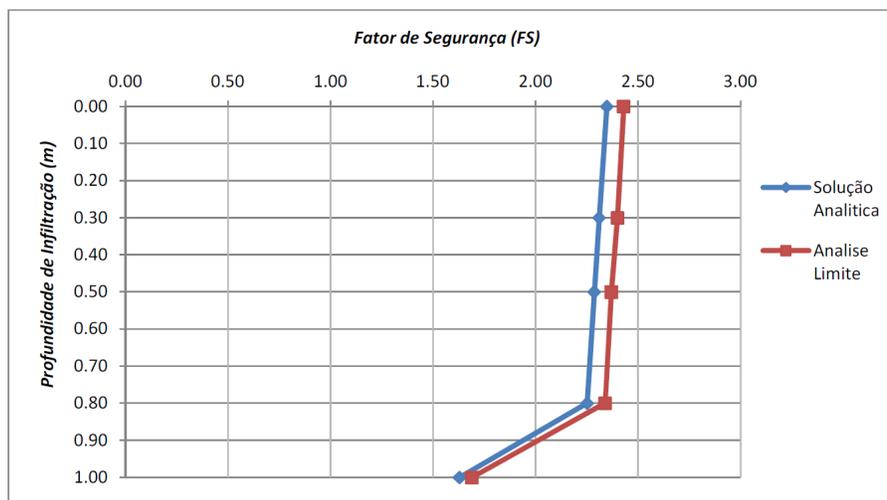


**Figura 4.67 - Variação do Fator de colapso com o fator de redução da resistência (prof. infiltração = 0.80 m). Com o  $FS= 2.34$ .**



**Figura 4.68 - Variação do Fator de colapso com o fator de redução da resistência (prof. infiltração = 1.00 m). Com o  $FS= 1.69$ .**

Comparando os resultados obtidos pelo método da análise limite e pela solução analítica (Equação 4.4), pode-se ver que os resultados são próximos. O tempo de análise necessário para obter os resultados da análise limite numérica varia entre 1.57 a 1.83 segundos. Na figura 4.69, pode-se ver que quando a profundidade de infiltração varia o fator de segurança também varia proporcionalmente para os pontos avaliados. Pode-se ver uma correspondência na variação do fator de segurança em ambos os métodos. Pode-se dizer que devido à proximidade dos resultados do fator de segurança o plano potencial de ruptura se encontra na zona da interface entre o solo e a rocha impermeável.



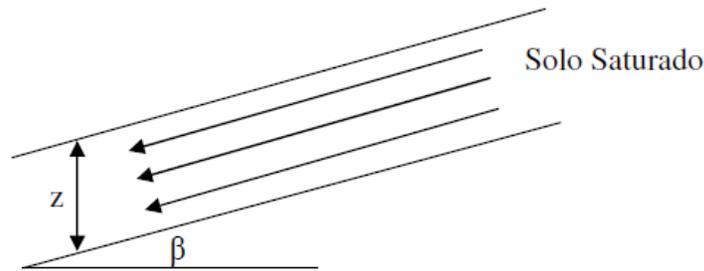
**Figura 4.69 - Variação do fator de Segurança (FS) com a profundidade de infiltração.**

Para o caso de tempos maiores do que o correspondente à profundidade de infiltração de  $h = 1.00$  m, ocorre no talude um regime permanente (Figura 4.70) no qual as tensões são afetadas pela poropressão presente no solo. Este caso de regime permanente cria no talude um gradiente hidráulico dada pelo seno do ângulo de inclinação do talude. A resistência ao cisalhamento ( $\tau$ ) no plano da interface solo-rocha é dada pela seguinte equação:

$$\tau = c' + (\sigma_n - U) \tan \phi' \quad (4.5)$$

$c'$ ,  $\phi'$ : Parâmetros efetivos de resistência do solo saturado.

$(\sigma_n - U)$ : Tensão efetiva atuante no plano de ruptura.



**Figura 4.70 - Regime permanente com fluxo paralelo ao plano de inclinação do talude.**

É possível demonstrar que o fator de segurança neste caso está dado pela seguinte equação:

$$FS = \frac{c' + (\gamma_{sat} - \gamma_w)z \cos^2 \beta \tan \phi'}{\gamma_{sat} z \cos \beta \sin \beta} \quad (4.6)$$

$c'$ ,  $\phi'$ : Parâmetros efetivos de resistência do solo saturado.

$\gamma_{sat}$ ,  $\gamma_w$ : Peso específico saturado e peso específico da água respectivamente.

Substituindo os valores dos parâmetros efetivos e dos pesos específicos do solo na equação 4.6, o fator de segurança obtido é de 1.06.

Para se obter o fator de segurança via análise limite é incorporado as forças de corpo que representam as forças de percolação cujas componentes por unidade de volume horizontal ( $j_x$ ) e vertical ( $j_y$ ) da força de percolação estão em função do ângulo de inclinação ( $\beta$ ) e peso específico da água ( $\gamma_w$ ), e estão dadas pelas seguintes equações:

$$j_x = \sin \beta \cos \beta \gamma_w \quad (4.7)$$

$$j_y = \sin^2 \beta \gamma_w \quad (4.8)$$

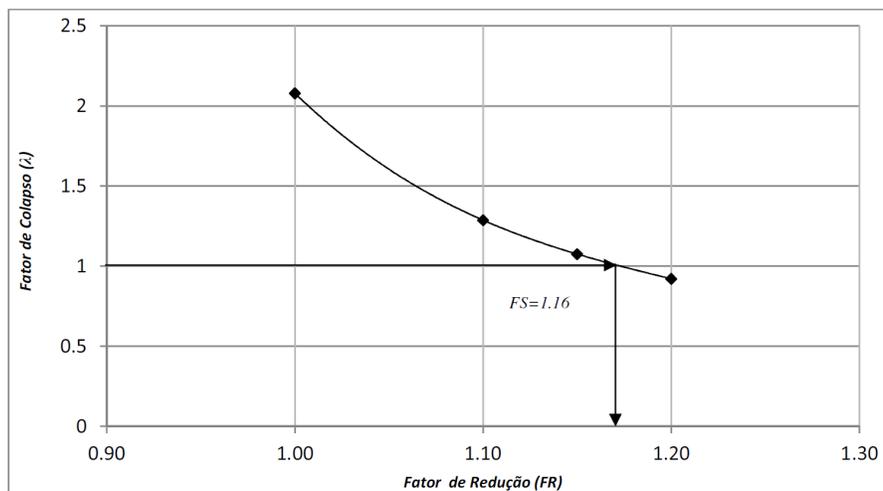
Segundo estas equações a componente horizontal da força de percolação por unidade de volume ( $j_x$ ) é 4.24 kN/m<sup>3</sup> e a vertical ( $j_y$ ) é 2.45 kN/m<sup>3</sup>. Na tabela

4.42 são apresentados os resultados do fator de colapso ( $\lambda$ ) calculado via análise limite usando o critério de resistência na forma cônica quadrática.

**Tabela 4.42 - Resultados da Análise Limite no caso do fluxo em regime permanente.**

Parâmetros dos Solos		
$c'$ (kN/m <sup>2</sup> )		$\phi'$ (°)
4.0		34.0
Fator de redução	Fator de Colapso ( $\lambda$ )	Tempo (s)
1.00	2.079	0.40
1.10	1.2868	0.45
1.15	1.0754	0.47
1.20	0.9210	0.45
<b><math>\Sigma</math> Tempo Total</b>		<b>1.77</b>

A Figura 4.71 apresenta a variação do fator de colapso ( $\lambda$ ) com fator de redução da resistência ( $FR$ ) e o fator de segurança obtido.



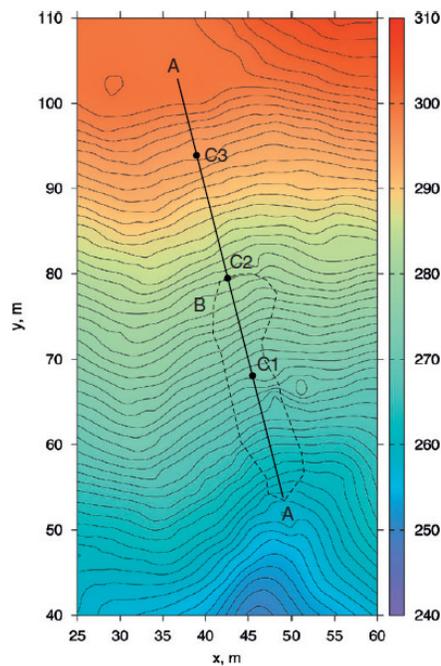
**Figura 4.71 - Variação do Fator de colapso com o fator de redução da resistência (Regime Permanente). Com o  $FS=1.16$ .**

O fator de segurança ( $FS$ ) via análise limite é de 1.16, que é próximo ao obtido pela Equação (4.5) para o caso de regime permanente. O tempo necessário para o processo de otimização foi de 1.77 segundos.

#### 4.2.4.

#### Aplicação 4: Talude Natural com Fluxo em Regime Transiente

Este exemplo de aplicação corresponde a uma encosta natural localizada na zona montanhosa de Mettman Ridge ao Norte de Coos Bay na Cordilheira da Costa do Estado Norteamericano do Oregon que é mostrada na Figura 4.72. Este caso foi estudado por R. Borja (2011) utilizando um modelo hidromecânico com deformação contínua, onde se tem uma encosta composta de material coluvionar muito raso com uma espessura de 1.0 até 2.0 m derivado do intemperismo da rocha fresca, a inclinação média do talude é de  $39.4^\circ$ . Para o modelagem foi considerada uma chuva variável com uma taxa de precipitação de 6 mm/h durante 24 h seguida de uma chuva de 40 mm/h durante 1.7 h. O material inicialmente se encontra em estado não saturado com uma sucção inicial de -1.50 kPa.



**Figura 4.72 - Caso de estudo da zona Montanhosa de Mettman Ridge (Borja, 2011)**

Uma análise de fluxo transiente é realizada com a finalidade de obter as poropressões dentro na estrutura do solo após o tempo que interagem com as taxas de infiltração impostas (24 h e 25.7 h). Para esta análise é utilizado um programa comercial de elementos finitos Feflow 6.1 para a simulação de fluxo subsuperficial com o qual se resolve a equação de Richards (1931) que governa o

fluxo de um fluido em meios porosos parcialmente saturados e que é dado pela Equação (4.9) pelo método de elementos finitos:

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ k(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ k(\psi) \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) \right] \quad (4.9)$$

Onde:

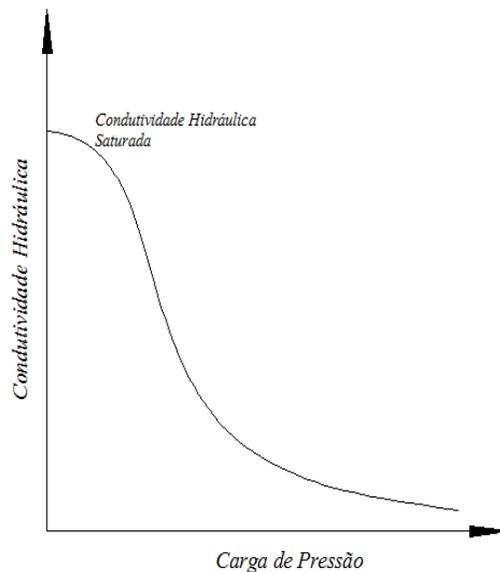
$\psi$ : Carga de pressão do solo.

$k(\psi)$  : Condutividade Hidráulica do material.

$x, z$  : Sistema de coordenadas horizontal e vertical.

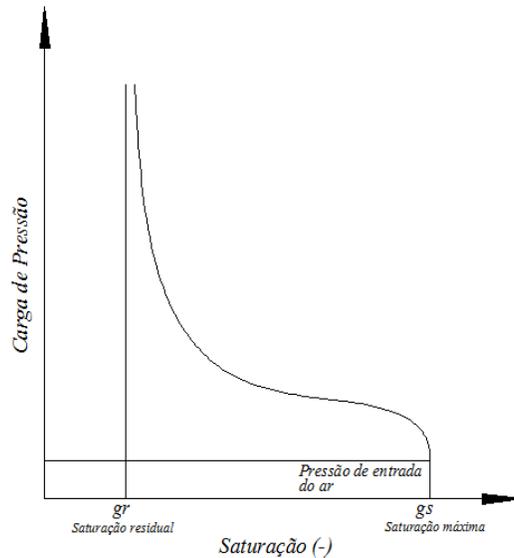
$C(\psi)$ : Capacidade de retenção específica que é a relação entre o grau de saturação ou teor de umidade do solo com a carga de pressão.

As funções  $k(\psi)$  e  $C(\psi)$ , presentes na Equação (4.9) precisam ser conhecidas para a solução da equação de Richards. A curva condutividade hidráulica do material que varia de acordo com a carga de pressão presente no material tem o aspecto representado na Figura 4.73.



**Figura 4.73 - Curva  $k(\psi)$  da Hidráulica típica de um solo**

A segunda propriedade importante que se precisa conhecer para a solução da equação de Richards é curva de retenção do solo ou curva característica do solo (Figura 4.74), que é a relação existente entre a saturação e sucção presente no solo.



**Figura 4.74 - Curva característica  $C(\psi)$  típica de um solo**

Entre os modelos matemáticos existentes para representar a curva características  $C(\psi)$ , o mais usado é o modelo de Van Genuchten (1980), que propõe a seguinte equação para a curva característica do solo:

$$g(\psi) = gr + (gs - gr) \left[ 1 + (a\psi)^n \right]^{-m} \quad (4.10)$$

Onde:

$g$  : Grau de saturação do solo.

$gr$ : Grau de saturação residual.

$gs$ : Grau de saturação máximo.

$a$ : Parâmetro relacionado com a pressão de entrada do ar.

$n$ : Parâmetro empírico que define a forma da curva.

$$m = (n-1)/n$$

A condutividade hidráulica o modelo de Van Genuchten (1980) pode então ser obtida pela expressão (4.11) em função de  $\theta(\psi)$  que relaciona a variação do grau de saturação do solo:

$$k(\psi) = k_s \theta^{1/2} \left[ 1 - (1 - \theta^{1/m})^m \right]^2, \quad \theta(\psi) = \frac{g(\psi) - gr}{gs - gr} \quad (4.11)$$

Onde  $k_s$  é a condutividade hidráulica no caso do solo saturado, para o material de estudo os parâmetros que foram considerados de acordo com Borja (2006), são os seguintes:

- Condutividade hidráulica saturada ( $k_s$ ) de 0.034 cm/s
- Grau de saturação residual ( $gr$ ) de 0.32,
- Grau de saturação máximo ( $gs$ ) de 1.00,
- Parâmetro ( $a$ ) de  $0.25 \text{ cm}^{-1}$ ,
- Parâmetro ( $n$ ) de 3,
- Porosidade do solo é 0.50.

Na análise são utilizados 80000 elementos triangulares para a malha de elementos finitos. Nos nós na superfície do talude são impostas as condições de contorno de taxas de precipitação de 6 mm/h entre 0 até 24 horas e de 40 mm/h entre 24 horas (1 dia) até 25.7 horas (1.07 dias). Além disso, coloca-se uma condição de superfície livre (“seepage conditions”) com a condição de que a carga hidráulica máxima seja a própria carga de elevação. A condição inicial para toda a camada do talude foi uma pressão negativa ou sucção de -1,50 kPa aplicada em todos os nós no tempo zero da simulação. Com esta informação foi realizada a análise de fluxo transiente. O tempo de processamento para realizar a simulação foi de 2h 25min, obtendo-se as cargas de pressão ou poropressões na camada do solo coluvionar. Nas figuras 4.75 e 4.76 são mostradas as distribuições destas poropressões em toda a estrutura do solo da encosta e são mostradas as zonas críticas no talude após o análise de fluxo transiente.

Pode-se ver que as poropressões máximas nos dois casos estão localizadas entre 15 e 20 metros medidos horizontalmente do ponto mais baixo do perfil do talude, que estão na ordem de 2.36 kPa depois de 24 horas e de 4.18 kPa depois de 25.7 horas.

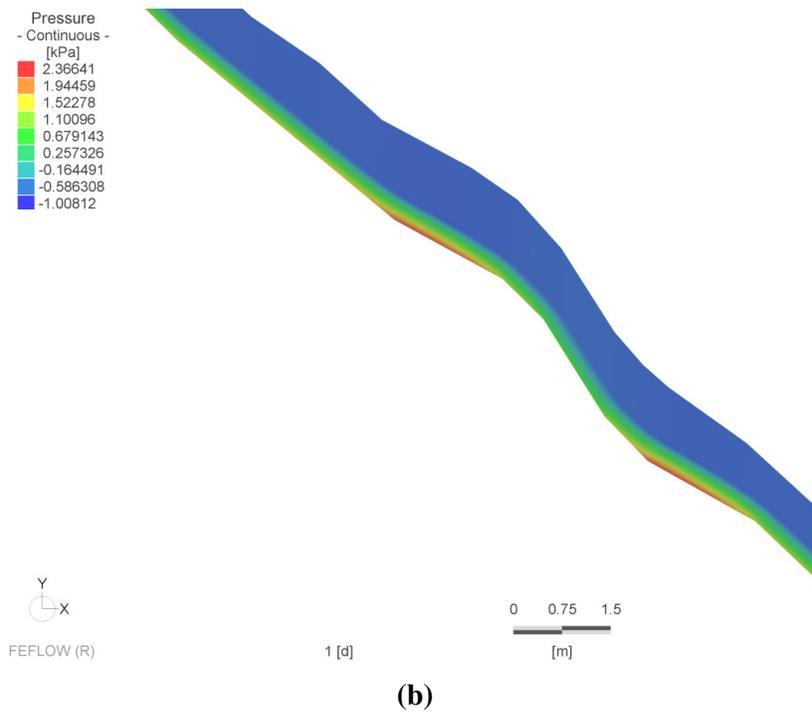
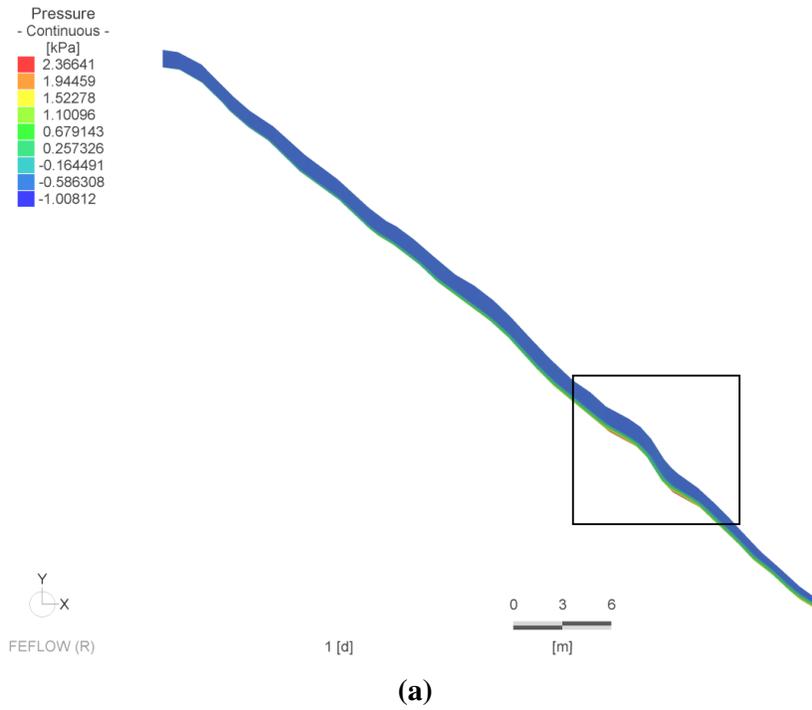
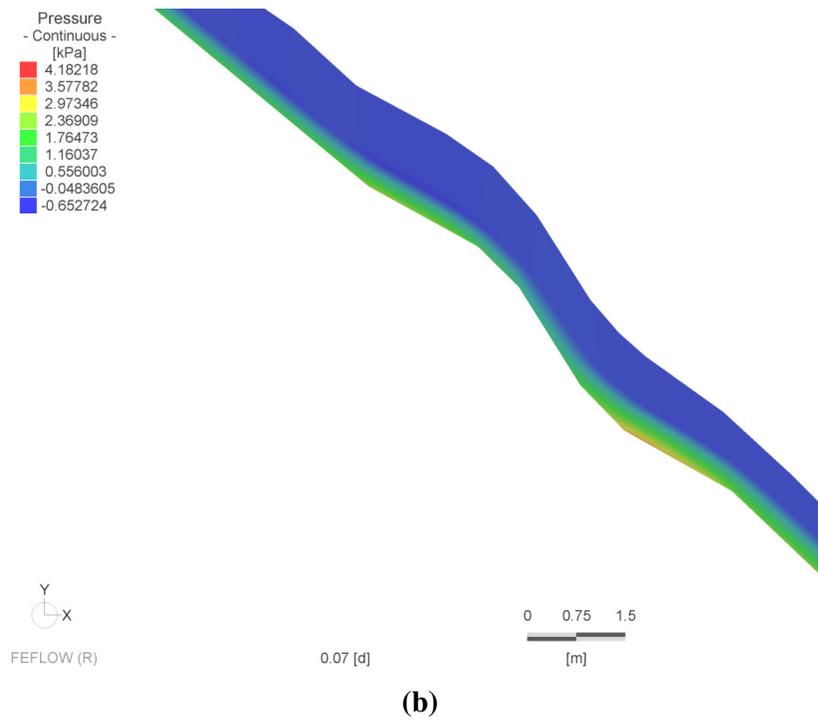
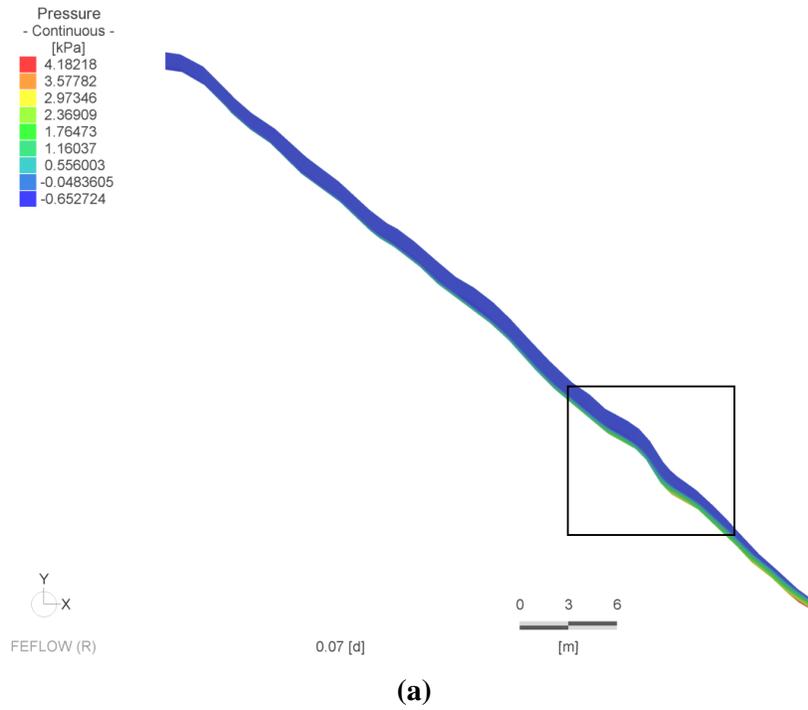


Figura 4.75 - (a) Poropressões no talude após 24 h (1 dia) de chuva com taxa de 6mm/h (b) Zona crítica do talude.



**Figura 4.76 - (a) Poropressões no talude após 25.7 h (1.07 dia) de chuva com taxa de 40mm/h (b) Zona crítica do talude.**

Após a análise de fluxo transiente se realiza o análise de estabilidade do talude via análise limite. Neste caso se utiliza o critério de resistência de Mohr Coulomb em termos das tensões efetivas, tendo em conta o efeito das poropressões devido ao processo de infiltração.

É necessário realizar um artifício nas condições da formulação do equilíbrio (condição estática) com a finalidade de melhorar o processo de otimização. Com essa finalidade, são modificadas as equações de equilíbrio no espaço das tensões do critério de Mohr-Coulomb na forma cônica quadrática como é mostrado na Equação (3.79), que são utilizadas nos exemplos de aplicação precedentes. Além disso, é incluído um vetor de forças horizontais ( $f_h$ ) nas equações de equilíbrio de forma a tornar mais estável a solução numérica do problema. A formulação usada é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar:} & \quad -\lambda \\ \text{Sujeito a:} & \quad [G][D]^{-1}\{\rho\} = f_0 + \lambda \cdot f_h + [G][D]^{-1}d \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\rho \in \kappa \quad (4.13)$$

Onde:

$D, d$  : Matriz e vetor de transformação no espaço cônico quadrático.

$[G]$ : Matriz de equilíbrio.

$f_0$  : Vetor das forças de volume devido às forças de gravidade.

$f_h$  : Vetor de forças estabilizantes horizontais.

$\lambda$  : Fator de amplificação das forças iniciais

$\rho$  : Variáveis das tensões na forma cônica quadrática.

Como se pode ver é criado um vetor de forças horizontais associada a um fator de colapso ( $\lambda$ ) que deve ser minimizado em cada etapa da análise. Em cada etapa, o fator de redução ( $FR$ ) é aumentado. A solução é encontrada quando o fator de colapso ( $\lambda$ ) é igual à zero para um dado valor do fator de redução ( $FR$ ).

Os parâmetros de tensão efetiva utilizados para análise de estabilidade são os seguintes: coesão efetiva ( $c'$ ) de 4 kN/m<sup>2</sup>, ângulo de atrito ( $\phi'$ ) de 40°, peso específico do solo em estado natural ( $\gamma_n$ ) de 16.0 kN/m<sup>3</sup>, força de volume

horizontal ( $\gamma_h$ ) de  $0.15 \text{ kN/m}^3$ , uma sucção inicial ( $u_a - u_w$ ) de  $-1.50 \text{ kPa}$ , o parâmetro que quantifica um aumento na resistência devido a um aumento na sucção ( $\phi^b$ ), é definido por Borja (2011) substituindo o parâmetro de Bishop (1959), apresentado na equação 4.14, pelo grau de saturação do material:

$$\chi = \frac{\tan \phi^b}{\tan \phi'} \quad (4.14)$$

Onde  $\chi$  é o parâmetro de Bishop. O valor do parâmetro  $\phi^b$  que corresponde à sucção inicial no solo de  $-1.50 \text{ kPa}$ , é  $17.15^\circ$ . O critério de resistência utilizado é o de Mohr-Coulomb. Para discretização do meio contínuo foi realizada a geração da malha de elementos finitos utilizando o programa GID 11.0.2, utilizando 808 elementos do tipo quadrangular de 4 nós (Q4).



Figura 4.77 - Malha de elementos Finitos com 808 elementos.

As poropressões obtidas para cada tempo de análise são acopladas à análise limite. São criados arquivos de saída em formato *neutral file* (.nf) para exportar os resultados do programa Feflow 6.1. As localizações das poropressões exportadas correspondem aos centroides de cada elemento da malha criada com o programa GID 11.0.2, os resultados obtidos pela análise limite são apresentados nas tabelas 4.43, 4.44 e 4.45:

**Tabela 4.43 - Resultados da Análise Limite para t = 0.0 horas.**

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Carga de Colapso (kN/m <sup>3</sup> )	Tempo (s)
4.0	40.0	1.00	4.00	40.00	26.8769	4.0315	0.38
4.0	40.0	1.40	2.86	30.94	1.2977	0.1947	0.45
4.0	40.0	1.45	2.76	30.06	-1.2344	-0.1852	0.72
4.0	40.0	1.50	2.67	29.22	-3.6532	-0.5480	0.45
4.0	40.0	1.55	2.58	28.43	-5.9660	-0.8949	0.69
<b><math>\Sigma</math> Total</b>							2.69

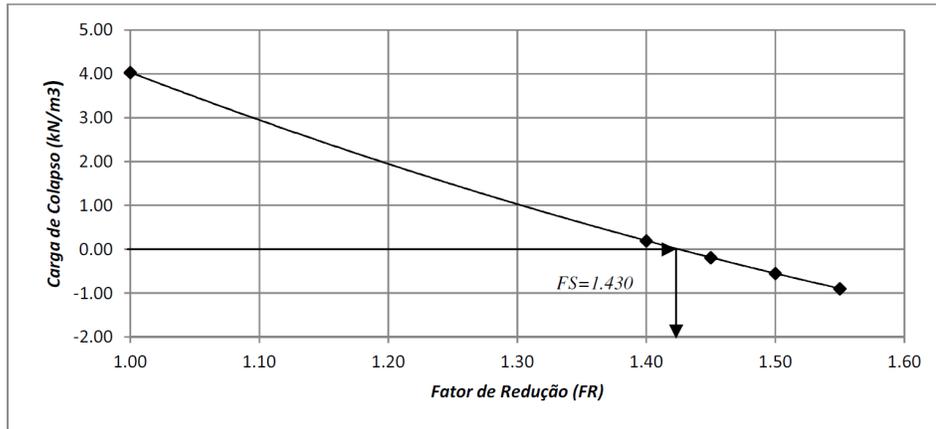
**Tabela 4.44 - Resultados da Análise Limite para t = 24.0 horas.**

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Carga de Colapso (kN/m <sup>3</sup> )	Tempo (s)
4.0	40.0	1.00	4.00	40.00	15.4200	2.3130	0.58
4.0	40.0	1.15	3.48	36.12	5.5395	0.8309	0.48
4.0	40.0	1.25	3.20	33.87	-0.2417	-0.0363	0.36
4.0	40.0	1.30	3.08	32.84	-2.9396	-0.4409	0.37
<b><math>\Sigma</math> Total</b>							1.79

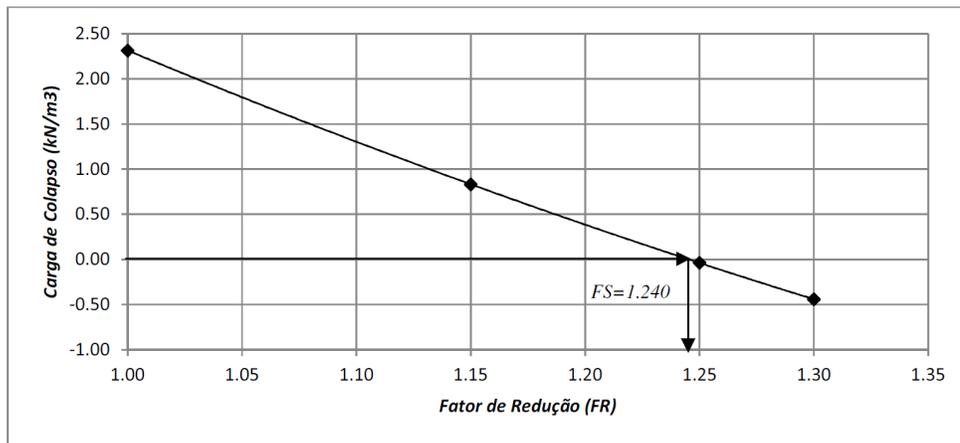
**Tabela 4.45 - Resultados da Análise Limite para t = 25.7 horas.**

$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Redução	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ ( $^{\circ}$ )	Fator de Colapso	Carga de Colapso (kN/m <sup>3</sup> )	Tempo (s)
4.0	40.0	1.00	4.00	40.00	6.1753	0.9263	0.41
4.0	40.0	1.05	3.81	38.63	2.5083	0.3762	0.66
4.0	40.0	1.10	3.64	37.34	-0.9888	-0.1483	0.34
4.0	40.0	1.15	3.48	36.12	-4.3164	-0.6475	0.34
<b><math>\Sigma</math> Total</b>							1.75

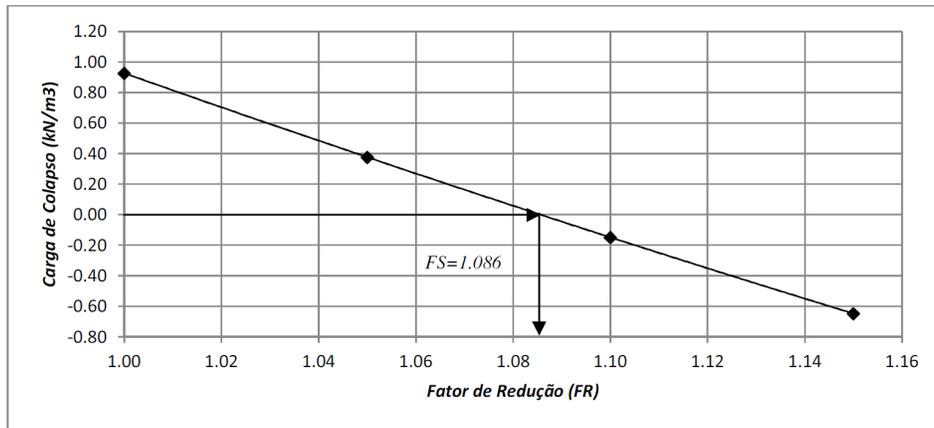
As Figuras 4.78, 4.79 e 4.80 apresentam a variação do fator de colapso ( $\lambda$ ) com fator de redução da resistência ( $FR$ ) e o fator de segurança ( $FS$ ) obtido em cada caso, os tempos que se utilizaram para as análises foram de 2.69, 1.79, 1.75 segundos respectivamente.



**Figura 4.78 - Variação da Carga de colapso com o fator de redução da resistência (t=0.0 horas). Com o  $FS= 1.430$ .**



**Figura 4.79 - Variação da Carga de colapso com o fator de redução da resistência (t=24.0 horas). Com o  $FS= 1.240$ .**



**Figura 4.80 - Variação da Carga de colapso com o fator de redução da resistência (t=25.7 horas). Com o  $FS= 1.086$ .**

Existe uma diminuição do fator de segurança de 1.43 no instante inicial para 1.24 (13.2%) no tempo de 24.00 horas e para 1.086 (24.1%) no tempo de 25.7 devido ao efeito da poropressão criado ao longo do tempo durante o processo de infiltração devido à chuva na zona montanhosa de Mettman Ridge. Os resultados obtidos através de equilíbrio limite por Borja (2011) utilizando os métodos de Bishop (1955) e Spencer (1967) são apresentados na tabela 4.46 e são comparados com os resultados deste exemplo. Pode-se ver que os valores dos fatores de segurança ( $FS$ ) obtidos pelos métodos de equilíbrio limite utilizados por Borja (2011) são muito similares àqueles obtidos pelo método de análise limite, com o algoritmo implementado.

**Tabela 4.46 - Resultados dos Fatores de Segurança.**

Tempo (horas)	Equilíbrio Limite R. Borja (2012)		Análise Limite
	Bishop	Spencer	
0.0	-	-	1.430
24.0	1.260	1.259	1.240
25.7	1.122	1.121	1.086

#### 4.2.5. Aplicação 5: Talude Confinado 3D

Nesta aplicação mostra a utilidade do método da análise limite para problemas geotécnicos tridimensionais (3D), neste é analisado um problema do talude confinado, este caso é diferente do caso de estado plano de deformações pelas condições de confinamento que se impõe à estrutura. Esta condição não é possível ser representada através de uma análise em estado plano de deformação (2D) sendo necessário utilizar uma análise tridimensional (3D). A geometria da estrutura é a mesma do exemplo de validação 4.1.3, a figura 4.70 mostra a malha de elementos finitos obtida com o gerado de malha do programa GID 11.0.2, a malha esta conformada por 3300 elementos do tipo hexaédrico de 8 nós (BRICK 8). Os parâmetros do solo considerados na análise foram:  $\gamma = 17 \text{ kN/m}^3$ , ângulo de atrito ( $\phi$ ) =  $5^\circ$ , coesão ( $c$ ) =  $30 \text{ kN/m}^2$ . E o critério de resistência utilizado foi de Drucker-Prager.

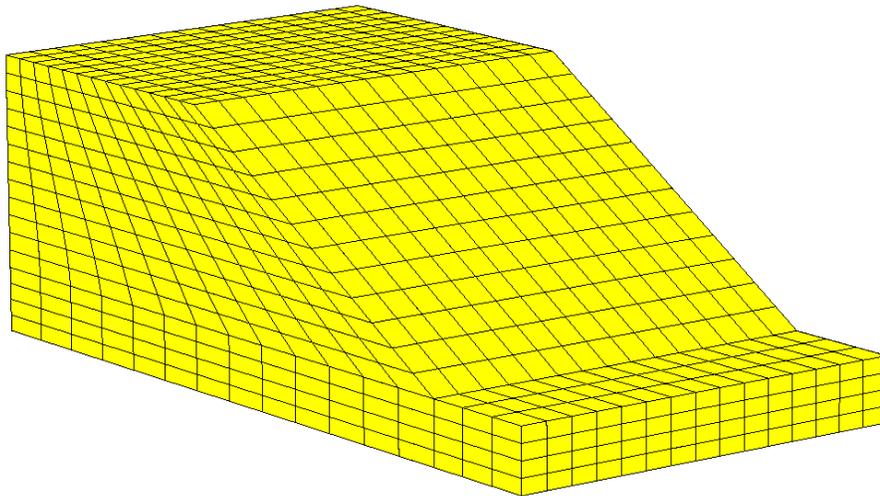


Figura 4.81 - Malha de elementos finitos (3300 elementos).

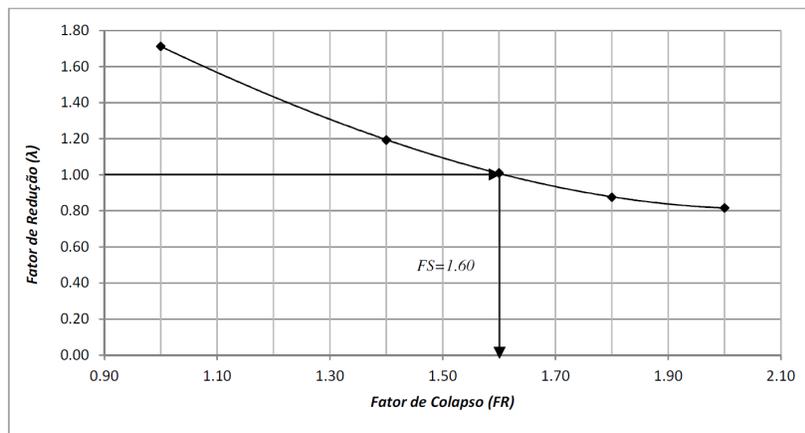
É utilizado o programa Mosek com o critério de resistência na forma cônica quadrática e a técnica da redução dos parâmetros de resistência do solo é utilizada para a obtenção do fator de segurança. Neste exemplo as condições de contorno de velocidade prescrita nula nas três direções são aplicadas nos nós de todas as faces do solo com exceção da face da superfície do talude e da superfície superior

da estrutura. A tabela 4.42 mostra os valores dos fatores de colapso ( $\lambda$ ) obtidos para diferentes valores de fatores de redução dos parâmetros de resistência ( $FR$ ):

**Tabela 4.47 - Resultados da Análise Limite 3D.**

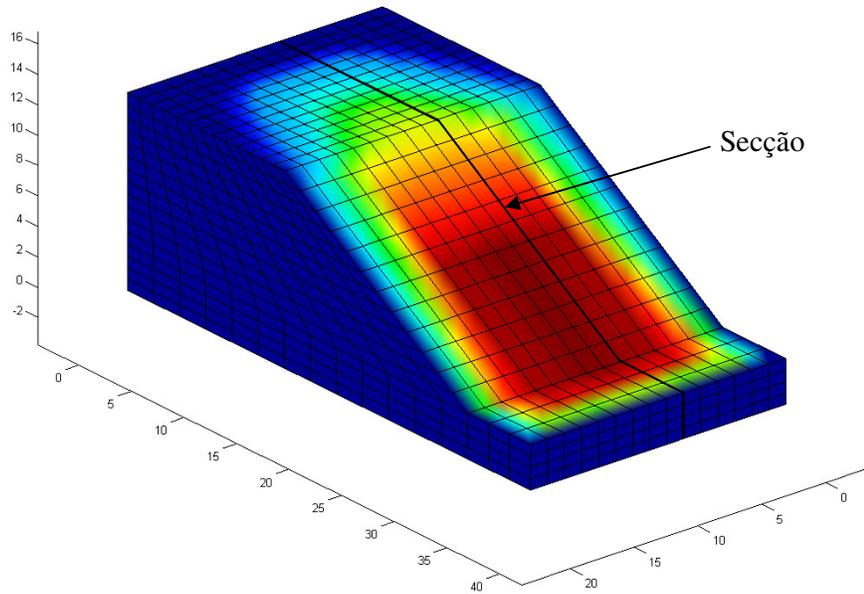
$c$ (kPa)	$\phi$ (°)	$c_{red}$ (kPa)	$\phi_{red}$ (°)	Fator de Redução	Fator de Colapso	Tempo (s)
30.0	5.0	30.00	5.00	1.00	1.7121	14.48
30.0	5.0	21.43	3.58	1.40	1.1932	17.08
30.0	5.0	18.75	3.13	1.60	1.0104	15.64
30.0	5.0	16.67	2.78	1.80	0.8757	16.65
30.0	5.0	15.00	2.50	2.00	0.8166	15.54
<b><math>\Sigma</math> Total</b>						<b>79.39</b>

A figura 4.82 mostra a variação do fator de colapso ( $\lambda$ ) com os fatores de redução da resistência ( $FR$ ). O valor do fator de segurança obtido via análise limite foi de 1.60, o tempo que a ferramenta utilizou para a obtenção do fator de segurança é de 79.39 segundos (1.32 minutos).

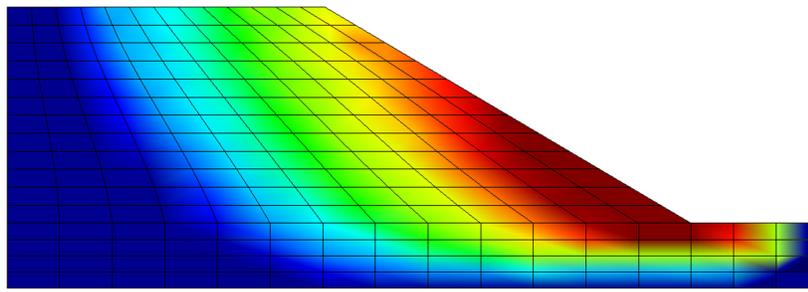


**Figura 4.82 - Variação do Fator de colapso com o fator de redução da resistência. Com o FS= 1.60.**

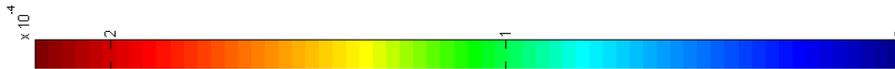
A Figura 4.83 apresenta a distribuição das velocidades de deformação que formam o mecanismo de ruptura no talude em vista tridimensional e em secção.



(a)



(b)



**Figura 4.83 – Distribuição das velocidades de deformação (a) Vista tridimensional, (b) Vista da secção.**

Pode-se ver que neste caso, o fator de segurança é maior do que no caso da análise de talude 3D considerando o estado plano de deformação. Este fato é devido a que neste exemplo as condições de velocidade nulas impostas no contorno nas faces laterais da estrutura do talude implicam em uma resistência nas paredes laterais o qual simula o efeito do confinamento lateral do talude.