



Luis Fernando Chahua Cruz

**Determinação do Fator de Segurança em Estabilidade
de Taludes utilizando Análise Limite e Programação Cônica
de Segunda Ordem**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial
para obtenção do grau de Mestre pelo Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Civil do
Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Jr.
Co-orientador: Luiz Eloy Vaz

Rio de Janeiro
Julho de 2013



Luis Fernando Chahua Cruz

**Determinação do Fator de Segurança em Estabilidade
de Taludes utilizando Análise Limite e Programação Cônica
de Segunda Ordem**

Dissertação apresentada como requisito parcial
para obtenção do grau de Mestre pelo Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Civil do
Departamento de Engenharia Civil do Centro
Técnico Científico da PUC-Rio Aprovada pela
Comissão Examinadora abaixo assinada.

Eurípedes do Amaral Vargas Jr.

Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Luiz Eloy Vaz

Co-orientador

Universidade Federal Fluminense – UFF

Tacio Mauro Pereira de Campos

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

André Maués Brabo Pereira

Universidade Federal Fluminense – UFF

José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 22 de Julho de 2013

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Luis Fernando Chahua Cruz

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidade Nacional de Engenharia (Lima-Perú) em 2007. Desenvolveu projetos de Engenharia Geotécnica nas empresas Cesel S.A. e Knight Piésold Consultitng no período 2008-2011. Ingressou no mestrado na PUC-Rio em 2011, atuando nas linhas de pesquisa de Geomecânica Computacional e Geotecnia Ambiental.

Ficha Catalográfica

Chahua Cruz, Luis Fernando

Determinação do Fator de Segurança em Estabilidade Taludes utilizando Análise Limite e Programação Cônica de Segunda Ordem / Luis Fernando Chahua Cruz; orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Jr.; co-orientador: Luiz Eloy Vaz.– Rio de Janeiro: PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2013.

v., 182 f.: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Análise Limite. 3. Programação Cônica da Segunda Ordem. 4. Estabilidade de Taludes. 5. Elementos Finitos. 6. Fator de Segurança I. Vargas Jr., Eurípedes do Amaral. II. Vaz, Luiz Eloy. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD:624

A Deus, a meus pais, e a toda minha
família pelo grande amor e apoio que
deram na minha vida.

Agradecimentos

Agradeço a Deus em primeiro lugar por me dar a alegria de viver esta nova experiência em minha vida, e porque sem ajuda dele nada acontece.

A meus orientadores Eurípedes do Amaral Vargas Jr. e Luiz Eloy Vaz, pela orientação, amizade, confiança e conhecimentos transmitidos durante o período de trabalho, e por incentivar-me sempre continuar e não desistir até o final do trabalho. Muito obrigado por seu apoio e compreensão.

A meu pai Donato e minha mãe Maria pelo amor e por me haver ensinado que a chave de todo sucesso esta na perseverança e esforço, e as minhas irmãs Geraldine e Claudia pelo amor e apoio em todo momento.

Ao amor de minha vida Martha, por seu amor, compreensão e carinho e por ser meu apoio incondicional a pesar da distancia durante este tempo.

A meus amigos da PUC-Rio: Gustavo, Raul, Jefferson, Freddy E., Freddy A., Juan, Lizardo, Rossio, Lidia, Phillip, Julio, Nilthson, Frank, Gary, Cesar, Ricardo, Renzo, Yeny, Perlita pela amizade e confiança durante estes semestres de estudo, sempre estarão presentes em minha memória e coração.

Aos professores Tacio e André que participaram na banca examinadora pelas sugestões feitas que serviram para melhorar a qualidade desta dissertação.

Ao Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio pela infraestrutura e apoio, em especial à secretaria de pós-graduação Rita por sua atenção e disponibilidade.

À PUC-Rio, à CAPES e à FAPERJ , pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Resumo

Cruz, Luis Fernando Chahua; Vargas Jr, Eurípedes do Amaral; Vaz, Luiz Eloy. **Determinação do Fator de Segurança em Estabilidade de Taludes utilizando Análise Limite e Programação Cônica de Segunda Ordem.** Rio de Janeiro, 2013. 182 p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O presente trabalho tem como principal objetivo mostrar a aplicabilidade prática da análise limite pelo método de elementos finitos na avaliação de problemas de estabilidade de talude, sendo este colocado como um problema de programação matemática, no qual se precisa realizar um processo de otimização para a solução do problema. Apresenta-se um método para obter a solução do problema de estabilidade de taludes utilizando para isso a programação matemática, e fazendo ênfase na utilidade da programação cônica da segunda ordem (SOCP). Inicialmente faz uma revisão das formulações da análise limite, via o método de elementos finitos, encontradas na literatura existente. A seguir é descrita a formulação da análise limite numérica partindo do princípio do trabalho virtual para sua formulação, e utilizando a ferramenta dos elementos finitos para realizar a implementação numérica. São propostas diferentes formas de trabalhar com o critério de resistência do material, sendo a de melhor desempenho, em termos de tempo de processamento a forma cônica quadrática que permite acoplar a programação cônica da segunda ordem (SOCP) na ferramenta numérica. É acoplada a técnica da redução dos parâmetros de resistência do material com a finalidade de encontrar o fator de segurança da estrutura do talude (FS). Finalmente são apresentados exemplos de validação e aplicação, os quais permitem visualizar a eficiência da ferramenta desenvolvida em termos de tempo de processamento ao utilizar a programação cônica da segunda ordem (SOCP). Os resultados sugerem viabilidade da utilização da técnica estudada na solução de problemas relacionada à estabilidade de taludes.

Palavras-chave

Análise limite; programação cônica da segunda ordem; estabilidade de taludes; elementos finitos; fator de segurança.

Abstract

Cruz, Luis Fernando Chahua; Vargas Jr, Eurípedes do Amaral; Vaz, Luiz Eloy. **Determination of Safety Factor in Slope Stability using Limit Analysis and Second Order Conic Programming.** Rio de Janeiro, 2013. 182 p. M.Sc. Dissertation – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The main objective of this work is to show the practical applicability of limit analysis by finite element method in the evaluation of slope stability problems, and this placed as a mathematical programming problem, which you need to perform an optimization process to solve the problem. We present a method to obtain the solution of the problem of slope stability using for this mathematical programming, and making emphasis on the usefulness of the second order conic programming (SOCP). Initially, a review of formulations Limit Analysis via Finite Element Method, found in the existing literature. Then is described the Numerical Limit Analysis formulation starting from virtual work principle their formulation, and using Finite Element Method as a tool to carry out the numerical implementation. We propose different ways of working with the yield criterion of the material, being the best performing in terms of processing time the conic quadratic form that allows to coupling to the second order conic programming (SOCP) in numerical implementation. It is coupled to the technique of reducing the strength parameters of the material in order to find the safety factor of the slope of the structure (FS). Finally, examples are presented for validation and application, which allow you to view the efficiency of the developed implementation in terms of processing time with the use of second order conic programming (SOCP). The results suggest the feasibility of using the technique studied in the solution of problems related to Slope Stability.

Keywords

Limit analysis; second order conic programming; slope stability; finite elements; safety factor.

Sumário

1 Introdução	25
1.1. Relevância e Justificativa da Pesquisa	25
1.2. Estado da Arte	30
1.3. Objetivo	31
1.4. Estrutura do trabalho	31
2 Análise Limite em Geotecnia	33
2.1. Considerações do Problema da Análise Limite	33
2.1.1. Considerações da Plasticidade Perfeita	34
2.1.2. Considerações de Escoamento	35
2.1.3. Considerações sobre a Lei de Fluxo	37
2.2. Campos Admissíveis	39
2.2.1. Campo de Tensão Estaticamente Admissível	39
2.2.2. Campo de Velocidade Cinematicamente Admissível	39
2.3. Principio do Trabalho Virtual	39
2.4. Teoremas da Análise Limite	40
2.4.1. Teorema de Limite Inferior	41
2.4.2. Teorema de Limite Superior	41
2.5. Critérios de Escoamento	41
2.5.1. Critério de Mohr-Coulomb	41
2.5.2. Critério de Druker-Prager	42
2.6. Formulações Variacionais do Problema de Análise Limite	45
2.6.1. Formulação Estática	47
2.6.2. Formulação Cinemática	49
2.6.3. Formulação Mista	52
2.7. Programação Matemática	54
2.7.1. Função Lagrangeana	56
2.7.2. Dualidade	57
2.7.3. Condições de Ótimo	60

2.8. Otimização Convexa	61
2.9. Otimização Cônica	64
2.9.1. Conjunto de Cones	64
2.9.2. Programação Cônica da Segunda Ordem (SOCP)	65
2.9.3. Algoritmos e Software para SOCP	66
2.9.3.1. Exemplo de Aplicação de Programação Cônica utilizando o programa Mosek	67
 3 Implementação das Ferramentas Numéricas	 70
3.1. Formulação Numérica da Análise Limite pelo Método de Elementos Finitos	71
3.1.1. Condição de Equilíbrio	71
3.1.2. Discretização Espacial	73
3.1.3. Integração Espacial	77
3.1.4. Condição de Contorno	79
3.1.5. Condição de Escoamento	79
3.1.5.1. Critério de Mohr-Coulomb na forma Cônica Quadrática	80
3.1.5.2. Critério de Drucker-Prager na forma Cônica Quadrática	83
3.2. Ferramentas de Otimização	88
3.2.1. Programa de Otimização Mosek	89
3.2.1.1. Estrutura do Problema de Otimização Cônica (Mosek)	90
3.2.1.2. Descrição geral do Problema de Otimização Cônica (Mosek)	91
3.2.2. Otimizador do Matlab (<i>fmincon</i>)	92
3.2.3. Aplicação dos otimizadores ao problema de Análise Limite	93
3.2.3.1. Problema de Análise Limite na forma convencional	93
3.2.3.2. Problema de Análise Limite na forma cônica quadrática.	94
3.2.3.3. Estimativa do valor inicial.	95
3.3. Cálculo do Fator de Segurança	98
3.4. Implementação Numérica	99
 4 Exemplos de Validação e Aplicação	 102
4.1. Exemplos de Validação	102
4.1.1. Validação 1: Talude Infinito	102
4.1.2. Validação 2: Talude Homogêneo.	115

4.1.3. Validação 3: Talude Homogêneo - Caso Tridimensional (3D)	119
4.2. Exemplos de Aplicação	122
4.2.1. Aplicação 1: Talude Homogêneo com Fundação	122
4.2.1.1. Talude Homogêneo de Solo com Atrito Alto e Coesão Baixa	122
4.2.1.2. Talude Homogêneo de Solo com Coesão Alta e Atrito Baixo	131
4.2.2. Aplicação 2: Talude de Material Heterogêneo	139
4.2.3. Aplicação 3: Talude Infinito com Percolação	143
4.2.4. Aplicação 4: Talude Natural com Fluxo em Regime Transiente	158
4.2.5. Aplicação 5: Talude Confinado 3D	169
5 Conclusões e Sugestões	172
5.1. Conclusões	172
5.2. Sugestões	175
Referências Bibliográficas	177

Lista de Figuras

Figura 1.1 - Queda de blocos e fragmentos (Varnes, 1978).	26
Figura 1.2 - Tombamento de colunas de rocha (Skinner, B.J.; Porter, S.C. 1992).	26
Figura 1.3 - Tipos de escorregamentos (a) Traslacional (b) Rotacional (Skinner, B.J. & Porter, S.C , 1992).	27
Figura 1.4 - Tensões cisalhantes mobilizadas frente à resistência ao cisalhamento.	28
Figura 1.5 - Deslizamentos ocorridos na região serrana de Rio de Janeiro.	29
Figura 2.1 - Modelo elastoplástico.	34
Figura 2.2 – Curva de tensão deformação para materiais rígido plásticos.	35
Figura 2.3 - Superfície de escoamento no espaço de tensões principais.	36
Figura 2.4 - Superfície de escoamento e o vetor de deformação plástica.	38
Figura 2.5 - Superfícies de Escoamento no espaço das tensões principais: a) Drucker-Prager e Von Misses b) Mohr-Coulomb e Tresca.	43
Figura 2.6 - Aproximação da superfície de escoamento de Drucker-Prager para Mohr Coulomb caso 3D. (Chen e Liu, 1990)	45
Figura 2.7 - Região Viável do problema.	55
Figura 2.8 - Busca da solução ótima para o problema.	56
Figura 2.9 - Ponto de Sela da Função Lagrangeana (Zörnig, 2011).	58
Figura 3.1 - (a) Elemento Quadrilateral, (b) Elemento Hexaédrico	74
Figura 3.2 - Superfície de escoamento e o vetor de deformação plástica.	79
Figura 3.3 - Variação do fator de colapso (λ) com o fator de redução (FR).	99

Figura 3.4 - Discretização feita com gerador de malha.	100
Figura 4.1 - Talude Infinito.	102
Figura 4.2 - Malhas de elementos finitos (a) 100 elementos, (b) 200 elementos, (c) 300 elementos, (d) 500 elementos.	103
Figura 4.3 - Variação do tempo de cálculo para diferentes números de elementos empregados pelos otimizadores.	105
Figura 4.4 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (100 elementos) com $FS= 1.73$.	107
Figura 4.5 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (200 elementos) com $FS= 1.72$.	107
Figura 4.6 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (300 elementos) com $FS= 1.70$.	107
Figura 4.7 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (500 elementos) com $FS= 1.66$.	108
Figura 4.8 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (100 elementos) com $FS= 1.73$.	109
Figura 4.9 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (200 elementos) com $FS= 1.71$.	110
Figura 4.10 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (300 elementos) com $FS= 1.71$.	110
Figura 4.11 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (300 elementos) com $FS= 1.67$.	110
Figura 4.12 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (100 elementos) com $FS= 1.75$.	112
Figura 4.13 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (200 elementos) com $FS= 1.72$.	112
Figura 4.14 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (300 elementos) com $FS= 1.70$.	113
Figura 4.15 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (500 elementos) com $FS= 1.66$.	113
Figura 4.16 - Variação do tempo de cálculo do fator de segurança com o número de elementos empregado pelos otimizadores.	114
Figura 4.17 - Mecanismo de ruptura obtido com os vetores das velocidades de deformação.	115

Figura 4.18 - Talude homogêneo com um ângulo de inclinação de 26.57° , $\Phi=20^\circ$, $c = 0.05 H \gamma$	115
Figura 4.19 - Mecanismo de ruptura do exemplo de Griffiths (1999).	116
Figura 4.20 - Malha de elementos finitos do talude com 200 elementos.	116
Figura 4.21 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência. Com o $FS= 1.41$.	118
Figura 4.22 - Mecanismo de ruptura obtido com os vetores de velocidade de deformação.	118
Figura 4.23 - Malha de elementos finitos 3D com 600 elementos.	119
Figura 4.24 - Malha de elementos finitos 2D com 100 elementos.	119
Figura 4.25 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência. Com o $FS= 1.27$.	121
Figura 4.26 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência. Com o $FS= 1.23$.	122
Figura 4.27 - Geometria do talude de solo granular e as condições de contorno.	123
Figura 4.28 - Malha de elementos finitos a) 80 elementos, b) 220 elementos, c) 525 elementos, d) 811 elementos.	123
Figura 4.29 - Variação do tempo de cálculo para diferente número de elementos empregado pelos otimizadores.	125
Figura 4.30 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (80 elementos). Com o $FS=1.77$.	127
Figura 4.31 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (220 elementos). Com o $FS=1.74$.	127
Figura 4.32 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (525 elementos). Com o $FS=1.71$.	128
Figura 4.33 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (811 elementos). Com o $FS=1.70$.	128
Figura 4.34 - Mecanismo de ruptura obtido com o campo de velocidade de deformação.	129
Figura 4.35 - Malha de elementos finitos e condições de contorno no programa Plaxis (808 elementos).	129

Figura 4.36 - Curva do fator de redução do programa (ΣM_{sf}) versus deslocamentos nodais. $FS=1.65$.	130
Figura 4.37 - Mecanismo de ruptura obtido pelo campo de deslocamentos obtido na análise elastoplástica.	130
Figura 4.38 - Geometria do talude de solo argiloso e as condições de contorno.	131
Figura 4.39 - Malha de elementos finitos a) 100 elementos, b) 220 elementos, c) 525 elementos, d) 820 elementos.	132
Figura 4.40 - Variação do tempo de calculo para diferente número de elementos empregado pelos otimizadores.	133
Figura 4.41 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (100 elementos). Com o $FS= 1.48$.	135
Figura 4.42 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (220 elementos). Com o $FS= 1.46$.	135
Figura 4.43 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (525 elementos). Com o $FS= 1.44$.	136
Figura 4.44 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (820 elementos). Com o $FS= 1.44$.	136
Figura 4.45 - Mecanismo de ruptura obtido com o campo de velocidade de deformação.	137
Figura 4.46 - Malha de elementos finitos e condições de contorno no programa Plaxis (544 elementos).	137
Figura 4.47 - Curva do fator de redução do programa (ΣM_{sf}) versus deslocamentos nodais. $FS=1.42$.	138
Figura 4.48 - Mecanismo de ruptura obtido pelo campo de deslocamentos obtido na análise elastoplástica.	138
Figura 4.49 - Geometria e condições do contorno do talude com material heterogêneo.	139
Figura 4.50 - Malha de elementos finitos do problema de talude heterogêneo (864 elementos).	139
Figura 4.51 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (864 elementos). Com o $FS= 1.43$.	141
Figura 4.52 - Mecanismo de ruptura do talude com as velocidades de deformação.	141

Figura 4.53 - Malha de elementos finitos e condições de contorno no programa Plaxis.	142
Figura 4.54 - Curva do fator de redução do programa (ΣMsf) versus deslocamentos nodais. $FS=1.38$.	142
Figura 4.55 - Mecanismo de ruptura obtido pelo campo de deslocamentos obtido da análise elastoplástica.	143
Figura 4.56 - Geometria do talude do solo.	145
Figura 4.57 - Curva característica do solo residual.	145
Figura 4.58 - Frente de avanço no perfil do solo	146
Figura 4.59 - Malha de elementos Finitos (500 elementos) para uma profundidade de infiltração $h=0.00$ m.	147
Figura 4.60 - Malha de elementos Finitos (500 elementos) para uma profundidade de infiltração $h=0.30$ m.	148
Figura 4.61 - Malha de elementos Finitos (500 elementos) para uma profundidade de infiltração $h=0.50$ m.	148
Figura 4.62 - Malha de elementos Finitos (500 elementos) para uma profundidade de infiltração $h=0.80$ m.	149
Figura 4.63 - Malha de elementos Finitos (500 elementos) para uma profundidade de infiltração $h=1.00$ m.	149
Figura 4.64 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (prof. infiltração = 0.00 m). Com o $FS= 2.43$.	152
Figura 4.65 - Variação do fator de colapso com o fator de redução da resistência (prof. infiltração = 0.30 m). Com o $FS= 2.40$.	153
Figura 4.66 - Variação do Fator de colapso com o fator de redução da resistência (prof. infiltração = 0.50 m). Com o $FS= 2.37$.	153
Figura 4.67 - Variação do Fator de colapso com o fator de redução da resistência (prof. infiltração = 0.80 m). Com o $FS= 2.34$.	154
Figura 4.68 - Variação do Fator de colapso com o fator de redução da resistência (prof. infiltração = 1.00 m). Com o $FS= 1.69$.	154
Figura 4.69 - Variação do fator de Segurança (FS) com a profundidade de infiltração.	155
Figura 4.70 - Regime permanente com fluxo paralelo ao plano de inclinação do talude.	156

Figura 4.71 - Variação do Fator de colapso com o fator de redução da resistência (Regime Permanente). Com o $FS= 1.16$.	157
Figura 4.72 - Caso de estudo da zona Montanhosa de Mettman Ridge (Borja, 2011)	158
Figura 4.73 - Curva $k(\psi)$ da Hidráulica típica de um solo	159
Figura 4.74 - Curva característica $C(\psi)$ típica de um solo	160
Figura 4.75 - (a) Poropressões no talude após 24 h (1 dia) de chuva com taxa de 6mm/h (b) Zona crítica do talude.	162
Figura 4.76 - (a) Poropressões no talude após 25.7 h (1.07 dia) de chuva com taxa de 40mm/h (b) Zona crítica do talude.	163
Figura 4.77 - Malha de elementos Finitos com 808 elementos.	165
Figura 4.78 - Variação da Carga de colapso com o fator de redução da resistência ($t=0.0$ horas). Com o $FS= 1.430$.	167
Figura 4.79 - Variação da Carga de colapso com o fator de redução da resistência ($t=24.0$ horas). Com o $FS= 1.240$.	167
Figura 4.80 - Variação da Carga de colapso com o fator de redução da resistência ($t=25.7$ horas). Com o $FS= 1.086$.	168
Figura 4.81 - Malha de elementos finitos (3300 elementos).	169
Figura 4.82 - Variação do Fator de colapso com o fator de redução da resistência. Com o $FS= 1.60$.	170
Figura 4.83 – Distribuição das velocidades de deformação (a) Vista tridimensional, (b) Vista da secção.	171

Lista de Tabelas

Tabela 1.1 Fatores deflagradores dos movimentos de massa. (Varnes, 1978)	28
Tabela 2.1 - Classificação dos Problemas de Programação Matemática	56
Tabela 3.1 - Coordenadas paramétricas dos pontos de integração e fatores de ponderação para o elemento quadrilateral de 4 nós.	78
Tabela 3.2 - Coordenadas paramétricas dos pontos de integração e fatores de ponderação para o elemento hexaédrico de 8 nós.	78
Tabela 4.1 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Matlab utilizando programação na forma convencional.	104
Tabela 4.2 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Matlab utilizando programação na forma cônica quadrática.	104
Tabela 4.3 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Mosek utilizando programação na forma cônica quadrática.	104
Tabela 4.4 - Resultados da Análise Limite (Malha com 100 elementos).	106
Tabela 4.5 - Resultados da Análise Limite (Malha com 200 elementos).	106
Tabela 4.6 - Resultados da Análise Limite (Malha com 300 elementos).	106
Tabela 4.7 - Resultados da Análise Limite (Malha com 500 elementos).	106
Tabela 4.8 - Resultados da Análise Limite (Malha com 100 elementos).	108
Tabela 4.9 - Resultados da Análise Limite (Malha com 200 elementos).	108
Tabela 4.10 - Resultados da Análise Limite (Malha com 300 elementos).	109

Tabela 4.11 - Resultados da Análise Limite (Malha com 500 elementos).	109
Tabela 4.12 - Resultados da Análise Limite (Malha com 100 elementos).	111
Tabela 4.13 - Resultados da Análise Limite (Malha com 200 elementos).	111
Tabela 4.14 - Resultados da Análise Limite (Malha com 300 elementos).	111
Tabela 4.15 - Resultados da Análise Limite (Malha com 500 elementos).	112
Tabela 4.16 - Cálculo do fator de colapso utilizando os otimizadores do Matlab e do Mosek.	117
Tabela 4.17 - Resultados da Análise Limite.	117
Tabela 4.18 - Resultados da Análise Limite 3D.	120
Tabela 4.19 - Resultados da Análise Limite 2D.	121
Tabela 4.20 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Matlab utilizando programação na forma convencional.	124
Tabela 4.21 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Matlab utilizando programação na forma cônico quadrática.	124
Tabela 4.22 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Mosek utilizando programação na forma cônico quadrática.	124
Tabela 4.23 - Resultados da Análise Limite (Malha com 80 elementos).	126
Tabela 4.24 - Resultados da Análise Limite (Malha com 220 elementos).	126
Tabela 4.25 - Resultados da Análise Limite (Malha com 525 elementos).	126
Tabela 4.26 - Resultados da Análise Limite (Malha com 811 elementos).	126
Tabela 4.27 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Matlab utilizando programação na forma convencional.	132
Tabela 4.28 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Matlab utilizando programação na forma cônico quadrática.	132

Tabela 4.29 - Fatores de colapso obtidos com otimizador do Mosek utilizando programação na forma cônico quadrática.	133
Tabela 4.30 - Resultados da Análise Limite (Malha com 100 elementos).	134
Tabela 4.31 - Resultados da Análise Limite (Malha com 220 elementos).	134
Tabela 4.32 - Resultados da Análise Limite (Malha com 525 elementos).	134
Tabela 4.33 - Resultados da Análise Limite (Malha com 820 elementos).	135
Tabela 4.34 - Propriedades dos solos.	140
Tabela 4.35 - Resultados da Análise Limite.	140
Tabela 4.36 - Variação do Fator de Segurança com a profundidade de Infiltração.	147
Tabela 4.37 - Resultados da Análise Limite para uma profundidade de infiltração de 0.00 m.	150
Tabela 4.38 - Resultados da Análise Limite para uma profundidade de infiltração de 0.30m.	150
Tabela 4.39 - Resultados da Análise Limite para uma profundidade de infiltração de 0.50 m.	151
Tabela 4.40 - Resultados da Análise Limite para uma profundidade de infiltração de 0.80 m.	151
Tabela 4.41 - Resultados da Análise Limite para uma profundidade de infiltração de 1.00 m.	152
Tabela 4.42 - Resultados da Análise Limite no caso do fluxo em regime permanente.	157
Tabela 4.43 - Resultados da Análise Limite para $t = 0.0$ horas.	166
Tabela 4.44 - Resultados da Análise Limite para $t = 24.0$ horas.	166
Tabela 4.45 - Resultados da Análise Limite para $t = 25.7$ horas.	166
Tabela 4.46 - Resultados dos Fatores de Segurança.	168
Tabela 4.47 - Resultados da Análise Limite 3D.	170

Lista de Símbolos

σ_0	Tensão de escoamento.
ε	Deformação Plástica.
ε^e	Deformação Elástica.
ε^p	Deformação Plástica.
E	Modulo de Young.
$F(\sigma)$	Superfície ou critério de escoamento.
$\dot{\varepsilon}$	Taxa ou velocidade de deformação total.
$\dot{\varepsilon}^e$	Taxa ou velocidade de deformação elástica.
$\dot{\varepsilon}^p$	Taxa ou velocidade de deformação plástica.
Dp	Dissipação plástica por unidade de volume.
ω	Fator de proporcionalidade.
ϕ	Ângulo de atrito do material.
c	Coesão do material.
K	Parâmetro do material. (Critério de Drucker-Prager)
α	Parâmetro do material. (Critério de Drucker-Prager)
p	Tensão media.
q	Tensão cisalhante máxima.
σ_x	Tensão Normal segundo o eixo x
σ_y	Tensão Normal segundo o eixo x
τ_{xy}	Tensão Cisalhante no plano xy
V	Volume ocupado por um corpo de material rígido-plástico ideal.
St	Fronteira ou contorno.
f	Forças de volume aplicadas no domínio.
T	Forças aplicadas no contorno do sistema.
η	Vetor normal à superfície.
λ	Fator do colapso do sistema.
σ	Campo de tensões.
$\dot{u}$	Campo de velocidades.

$\dot{\wedge}$	Fatores de Plastificação.
s_v	Vetor das variáveis de folga.
x	Vetor das variáveis.
$h(x)$	Função das restrições de igualdade.
$c(x)$	Função das restrições de desigualdade.
$L(x, \lambda, \mu)$	Função Lagrangeana.
λ_k	Multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade.
μ_i	Multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade.
σ	Vetor do campo de tensões.
∇	Operador diferencial do equilíbrio estático.
∇^T	Operador diferencial das relações de compatibilidade.
$\text{epi } f$	Epígrafe da função f .
$\mathcal{K}$	Conjunto chamado cone.
$\{\dot{u}\}$	Campo de Velocidades Nodais.
$\{\sigma\}$	Vetor de Campo de Tensões
$\{\hat{\sigma}\}$	Vetor de Campo de Tensões Nodais.
$\{\dot{\varepsilon}\}$	Vetor de Campo de deformações.
$[N_u]$	Matriz de interpolação de velocidades.
$[N_\sigma]$	Matriz de interpolação de tensões.
$[B]$	Matriz de relação de deformação deslocamento.
Ω^e	Domínio elementar.
$\sum_e$	Montagem da matriz ou vetor global.
r, s, t	Coordenadas paramétricas dos elementos.
ρ	Variáveis no espaço cônico quadrático.
D, d	Matriz e vetor de transformação no espaço cônica quadrática.
l^c, u^c	Limite inferior e superior das restrições.
l^x, u^x	Limite inferior e superior das variáveis.
c^T, c^f	Vetores de com elementos constantes.

κ_i	Cone na forma quadrática ou um cone rotativo.
κ_q	Cone quadrático de segunda ordem.
κ^*	Cone Dual.
A_{eq}, b_{eq}	Matriz e vetor das restrições lineares de igualdade do problema.
A, b	Matriz e vetor das restrições lineares de desigualdade do problema.
$c(x), c_{eq}(x)$	Vetores das restrições de igualdade e desigualdade não linear do problema.
lb, ub	Vetores dos limites inferiores e superiores.
B_e	Matriz de relação da deformação e deslocamento do elemento e.
K_e	Matriz de rigidez do elemento e.
A^e	Área do elemento.
C_e	Matriz constitutiva para o estado plano de deformações no elemento e.
r_i, s_i, t_i	Pontos de Gauss do elemento paramétrico.
$W_{r_i}, W_{s_i}, W_{t_i}$	Fatores de ponderação.
J_e	Matriz Jacobiana do elemento.
d	Vetor dos deslocamentos a nível global.
f_o	Vetor das forças nodais.
K	Matriz de rigidez a nível global.
C_{red}	Coesão reduzida.
ϕ_{red}	Ângulo de atrito reduzido.
FR	Fator de redução.
FS	Fator de segurança.
γ	Peso específico do solo.
β	Ângulo de inclinação do talude.
H	Profundidade Vertical do solo.
ΣM_{sf}	Fator de redução do programa Plaxis.
c', ϕ'	Parâmetros efetivos de resistência do solo saturado.
τ	Tensão cisalhante

$(\sigma_n - u_a)$	Tensão normal líquida atuante
$(u_a - u_w)$	Sucção mátrica.
ϕ^b	Parâmetro que quantifica um aumento na resistência devido a um aumento na sucção mátrica.
c_{ap}	Coesão aparente do solo não saturado.
γ_{sat}	Peso específico saturado do solo.
γ_n	Peso específico inicial do solo.
γ_w	Peso específico da água.
j_x	Componente horizontal da força de percolação.
j_y	Componente vertical da força de percolação.
ψ	Carga de pressão do solo.
$k(\psi)$	Condutividade Hidráulica do material.
$C(\psi)$	Capacidade de retenção específica
g, S_r	Grau de saturação do solo.
g_r	Grau de saturação residual.
g_s	Grau de saturação máximo.
a	Parâmetro relacionado com a pressão de entrada do ar.
n	Parâmetro empírico que define a forma da curva.
χ	Parâmetro de Bishop.

Lista de Abreviaturas

MEF	Método dos Elementos Finitos.
MDF	Método das Diferencias Finitas.
MED	Método dos Elementos Discretos.
PPTM	Princípio do Trabalho Plástico Máximo.
SOC	Programação Cônica de Segunda Ordem.
PL	Programação Linear.
PNL	Programação Não Linear.
PQ	Programação Quadrática.
PC	Programação Cônica.
PP	Problema Primal.
PD	Problema Dual.
FS	Fator de Segurança.
FR	Fator de Redução.
2D	Bidimensional.
3D	Tridimensional.