

Thiago Handerson Torres Eduardo

**Estudo Numérico da Evolução de
Perturbações no Escoamento Estratificado
Gás-Líquido em Tubulações Horizontais**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio

Orientador : Prof. Angela Ourivio Nieckele
Co-Orientador: Prof. Igor Braga de Paula

Rio de Janeiro
Setembro de 2014



Thiago Handerson Torres Eduardo

**Estudo Numérico da Evolução de
Perturbações no Escoamento Estratificado
Gás-Líquido em Tubulações Horizontais**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Angela Ourivio Nieckele

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica — PUC-Rio

Prof. Igor Braga de Paula

Co-Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica — PUC-Rio

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 19 de Setembro de 2014

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Thiago Handerson Torres Eduardo

Graduou-se em Engenharia Mecânica na Universidade Federal do Ceará e possui graduação sanduíche em Engenharia de Petróleo pela University of Louisiana at Lafayette (Louisiana, Estados Unidos). Trabalha na Universidade Petrobras onde ministra aulas de escoamento de óleo e gás.

Ficha Catalográfica

Eduardo, Thiago Handerson Torres

Estudo numérico da evolução de perturbações no escoamento estratificado gás-líquido em tubulações horizontais / Thiago Handerson Torres Eduardo; orientador: Angela Ourivio Nieckele; co-orientador: Igor Braga de Paula . — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Engenharia Mecânica, 2014.

v., 88 f: il. (color.) ; 30 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2014.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2. Instabilidade Hidrodinâmica. 3. Taxa de Amplificação. 4. Kelvin-Helmholtz. 5. Simulação Numérica. I. Nieckele, Angela Ourivio. II. De Paula, Igor Braga. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDD: 621

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, ao meu bom Deus que me deu tanto a oportunidade de realizar mais este sonho quanto a segurança para chegar ao bom termo. A Ele também meu agradecimento por ter me dado saúde emocional em um momento de enfermidade durante o percurso deste mestrado.

Em segundo lugar agradeço à minha família. Agradeço ao meu pai, Antônio Eduardo Filho (in memoriam), por ter gravado com brasas em minha mente que a educação é de valor inestimável. À minha mãe, Maria do Socorro Torres Eduardo, por me ensinar durante toda a minha vida que não existe sonho impossível. As minhas irmãs, Kylvia e Verônica, companheiras a toda hora. E à minha esposa Beatriz Fernandes Simplício Eduardo, companheira e ajudadora, que me apoia e me faz ver a vida de forma mais agradável.

Agradeço de forma simbólica aos livros, que nos prestam a sua opinião e conhecimento sem parcialidades.

Agradeço à Petrobras, nas pessoas do meu gerente Adelino Carlos Leandro da Silva e meu coordenador Ronaldo Barbosa Coelho da Silva, pelo apoio e compreensão prestados durante estes últimos anos.

E por fim agradeço aos meus orientadores, Angela Ourivio Nieckele e Igor Braga de Paula, pelo apoio, compreensão, paciência, disponibilidade e muitas outras qualidades que se tornaram patentes durante nosso trabalho juntos.

Resumo

Eduardo, Thiago Handerson Torres; Nieckele, Angela Ourivio; De Paula, Igor Braga. **Estudo Numérico da Evolução de Perturbações no Escoamento Estratificado Gás-Líquido em Tubulações Horizontais**. Rio de Janeiro, 2014. 88p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A estabilidade do escoamento estratificado de ar e água, sujeito a perturbações periódicas no nível de líquido, é investigada numericamente em um duto horizontal. Selecionou-se o Modelo de Dois Fluidos unidimensional para a simulação do escoamento. As equações de conservação de massa e de quantidade de movimento linear para as fases gás e líquido são discretizadas de acordo com o método dos Volumes Finitos. O acoplamento entre as equações é resolvido sequencialmente com uma versão modificada do método PRIME. Perturbações no nível de líquido foram introduzidas de maneira controlada na entrada da tubulação. A evolução dessas perturbações, ao longo da tubulação, é analisada e os resultados são comparados com as previsões fornecidas por um modelo baseado na teoria linear de Kelvin-Helmholtz. A velocidade de propagação, a frequência e o número de onda das perturbações apresentam excelente concordância entre a simulação e modelo, indicando que, de fato, ambas abordagens são capazes de prever características fundamentais dessas ondas. As taxas de crescimento previstas pelo modelo e as obtidas na simulação, também, foram comparadas apresentando razoável concordância. Os resultados mostram que a frequência da perturbação tem influência na taxa de amplificação e que ondas com frequências mais altas tendem a serem mais instáveis. Para tubulações longas, efeitos não lineares podem ser observados em regiões afastadas da entrada da tubulação. Nesse estágio é possível observar alterações no mecanismo de crescimento das perturbações.

Palavras-chave

Instabilidade Hidrodinâmica; Taxa de Amplificação; Kelvin-Helmholtz; Simulação Numérica;

Abstract

Eduardo, Thiago Handerson Torres; Nieckele, Angela Ourivio (advisor) ; De Paula, Igor Braga (co-advisor). **Numerical Study of Perturbation Evolution on Gas-Liquid Stratified Flow in Horizontal Pipes**. Rio de Janeiro, 2014. 88p. MsC Thesis — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The stability of stratified air-water flow under the influence of periodic disturbances in the liquid level is investigated numerically for a horizontal pipe. One-dimensional two-fluid model is used for flow simulation. Conservation equations for mass and linear momentum are discretized for both phases using a finite volume method. Coupling between equations is achieved by sequentially solving a modified version of PRIME method. Controlled disturbances are introduced in the flow by oscillating the liquid level at the pipe inlet. The evolution of the generated disturbances along the pipe is analyzed and the results are compared with predictions given by a model based on linear theory of Kelvin-Helmholtz (KH). An excellent agreement is obtained for velocity, frequency and wave number of the perturbations. This indicates that both approaches are capable to predict the fundamental characteristics of the waves. Amplifications rates predicted by simulation and model have been also compared and the results show a reasonable agreement. It is found that the frequency of the perturbations plays a role in the amplification rate. For increasingly higher frequencies the disturbances tends to be more unstable. The analysis is extended for long pipes, in such cases the growth rates changes at locations far from the inlet. It is conjectured that non linear mechanisms are related to observations.

Keywords

Hydrodynamic Instabilities; Amplification Rate; Kelvin-Helmholtz; Numerical Simulation;

Sumário

1	Introdução	15
1.1	Objetivo	19
1.2	Organização do Trabalho	19
2	Conceitos Básicos de Escoamento Multifásico	21
2.1	Grandezas Básicas	21
2.2	Padrão de Golfada	22
2.3	Conceitos de instabilidade hidrodinâmica	24
2.4	Instabilidade Linear	28
3	Modelagem Matemática	35
3.1	Modelo de Dois Fluidos	35
3.2	Análise de Estabilidade	41
4	Modelagem Numérica	48
4.1	Integração temporal	49
4.2	Discretização das Equações de Conservação	50
4.3	Critério de Convergência	55
4.4	Malha e Passo de Tempo	55
4.5	Metodologia de Cálculo da Taxa de Amplificação Numérica	57
4.6	Metodologia de Cálculo da Velocidade de Onda Numérica	58
5	Resultados	61
5.1	Configurações de Análise	61
5.2	Definição dos Parâmetros Numéricos	63
5.3	Comparação com o Modelo Linear	68
6	Comentários Finais	81
6.1	Conclusões	81
6.2	Recomendações	83

Lista de figuras

1.1	Padrões de Escoamento Vertical	15
1.2	Padrões de Escoamento Horizontal	16
1.3	Padrões de Escoamento (Baker, 1954)	17
1.4	Regime de Golfadas	17
1.5	Atenuadores de Golfadas	18
2.1	Célula Unitária de uma Golfada	23
2.2	Formação de golfada severa devido à acidente na tubulação	24
2.3	Desenho esq. do efeito de instabilidade na formação de golfadas	24
2.4	Experimento de Reynolds	25
2.5	Exemplos mecânicos de estado de equilíbrio	26
2.6	Tipos de instabilidades	27
2.7	Critério de estabilidade para escoamento monofásico	30
2.8	Processo de formação de Golfadas	30
2.9	Parâmetros para Escoamento Perturbado	31
2.10	Transição Estratificado-Golfadas/Roll-wave	33
3.1	Parametros geométricos	36
3.2	Condições de Contorno	39
3.3	Tipos de dados de taxa de amplificação	45
3.4	Validação Taxa de Amplificação	46
3.5	Taxa de amplificação temporal	47
4.1	Volumes de Controle	48
4.2	Esquemas de integração temporal	49
4.3	Esquemas e interação com os vizinhos	50
4.4	Amplificação da Onda	58
4.5	Envelope da transformada de Hilbert	59
4.6	Cálculo da taxa de amplificação	59
4.7	Cálculo de λ	60
5.1	Casos / Mapa de Padrões	62
5.2	Número de células por comprimento de onda	65
5.3	Teste do número de Courant preliminar.	66
5.4	Influência do comprimento da tubulação na propagação da onda	68
5.5	Curtose da onda para comprimentos diferentes de tubulação	69
5.6	Propagação da onda na tubulação	70
5.7	Velocidade da onda, casos com $U_{sG} = 0,5 \text{ m/s}$	72
5.8	Velocidade da onda, casos com $U_{sG} = 1,0 \text{ m/s}$	72
5.9	Velocidade da onda, casos com $U_{sG} = 1,5 \text{ m/s}$	73
5.10	Velocidade da onda, casos com $U_{sG} = 2,0 \text{ m/s}$	73
5.11	Velocidade da onda, casos com $U_{sL} = 0,21 \text{ m/s}$	74
5.12	Taxas de amplificação modelo KH	75
5.13	Taxas de amplificação modelo numérico	77
5.14	Taxas de amplificação vs U_{sL}	78

Lista de tabelas

3.1	Correlações para o fator de atrito	38
4.1	Dados estatísticos da golfada	57
5.1	Altura de líquido de equilíbrio h_{Leq}/D	62
5.2	Comprimento de ondas. $U_{sG} = 1\text{m/s}$ e $U_{sL} = 0,2\text{m/s}$	64

Lista de Variáveis

A	-	Área da secção transversal da tubulação;
A_k	-	Área da fase k ;
c	-	Velocidade de propagação de uma perturbação;
C_g	-	Velocidade de grupo;
c_i	-	Parte imaginária de c ;
C_o	-	Número de Courant;
c_r	-	Parte real de c ;
D	-	Diâmetro da tubulação;
D_{hi}	-	Diâmetro hidráulico da interface;
D_{hk}	-	Diâmetro hidráulico da fase k ;
f	-	Fator de atrito ou fator de integração temporal;
g	-	Aceleração da gravidade;
h_G	-	Altura de gás na secção transversal;
h_L	-	Altura de líquido na secção transversal;
\tilde{h}_L	-	Amplitude da perturbação em h_L ;
h_{Leq}	-	Altura de líquido na condição de equilíbrio;
h_{Lo}	-	Altura de líquido na entrada da tubulação;
k	-	Número de onda;
L_b	-	Comprimento de bolha;
L_s	-	Comprimento de golfada;
P	-	Pressão;
P_{ik}	-	Pressão da fase k na interface;
P_k	-	Pressão da fase k ;
Q_k	-	Vazão volumétrica da fase k ;
R	-	Constante do gás;
Re	-	Número de Reynolds;
R_i	-	Raio de curvatura da interface;
S_i	-	Perímetro da interface gás-líquido;
S_k	-	Perímetro molhado da fase k ;
T	-	Temperatura;
U	-	Velocidade fluido na direção x ;
u	-	Velocidade local do fluido na direção x ;
U_{sk}	-	Velocidade superficial da fase k ;
U_m	-	Velocidade de mistura;
v	-	Velocidade local do fluido na direção y ;

Letras Gregas

α_k	-	Fração volumétrica da fase k ;
β	-	Inclinação da tubulação;
γ	-	Fator de sub-relaxação;
Δ	-	Variação;
λ	-	Comprimento de onda;
μ	-	Viscosidade absoluta;
ν	-	Viscosidade cinemática;
ρ_k	-	Massa específica da fase k ;
σ	-	Tensão superficial;
τ_i	-	Tensão cisalhante na interface;
τ_k	-	Tensão cisalhante da fase k
ϕ	-	Variável genérica ou coeficientes de equação;
Φ	-	Variável genérica no equilíbrio;
Ψ	-	Frequência temporal;
ω	-	Frequência angular temporal;

Símbolos Matemáticos

\forall	-	Volume Total ;
\forall_k	-	Volume da fase k ;

Subscritos

G	-	Fase Gasosa;
L	-	Fase Líquida;
m	-	Mistura;
b	-	Bolha;
s	-	Golfada;
i	-	Interface gás-líquido;
P	-	Ponto principal;
E	-	Vizinho leste;
e	-	Fronteira leste;
W	-	Vizinho oeste;
w	-	Fronteira oeste;
ref	-	Referente à condição de referencia;
max	-	Referente ao valor máximo;

Sobrescritos

$'$	-	Derivada primeira;
$''$	-	Derivada segunda;
$^{\wedge}$	-	Quantidade perturbada;
max	-	Referente ao valor máximo;
$-$	-	Valor médio;
\sim	-	Média na seção transversal;
o	-	Valor antigo;
\sim	-	Referente à média aritmética;
P	-	Referente aos coeficientes da eq. de pressão;
ϕ	-	Referente a uma variável genérica.

*Cria em mim um coração puro, ó Deus, e
renova dentro de mim um espírito estável.*

Daví *Salmos 51:10, nvi.*

1

Introdução

O transporte de gás e líquido em tubulações horizontais está presente em diversas aplicações na engenharia. Dependendo de alguns fatores, tais como propriedade dos fluidos, geometria e inclinação da tubulação e vazões de líquido e gás, as fases líquida e gasosa podem se distribuir de variadas formas, dando origem à diferentes padrões de escoamento. As Figs. 1.1 e 1.2 mostram algumas destas configurações (padrões de escoamento). A Fig. 1.1 apresenta a visualização de escoamentos ao longo de uma tubulação vertical, e ilustra os padrões de *bolhas dispersas*, *capa esférica*, *golfadas* e *anular*. Já a Fig. 1.2 apresenta de forma esquemática os padrões encontrados em tubulações horizontais, onde observa-se a existência de um padrão adicional, que é o padrão *estratificado*. A distribuição das fases e, conseqüentemente, os diferentes padrões de escoamento, dependem fortemente das vazões de cada uma das fases.

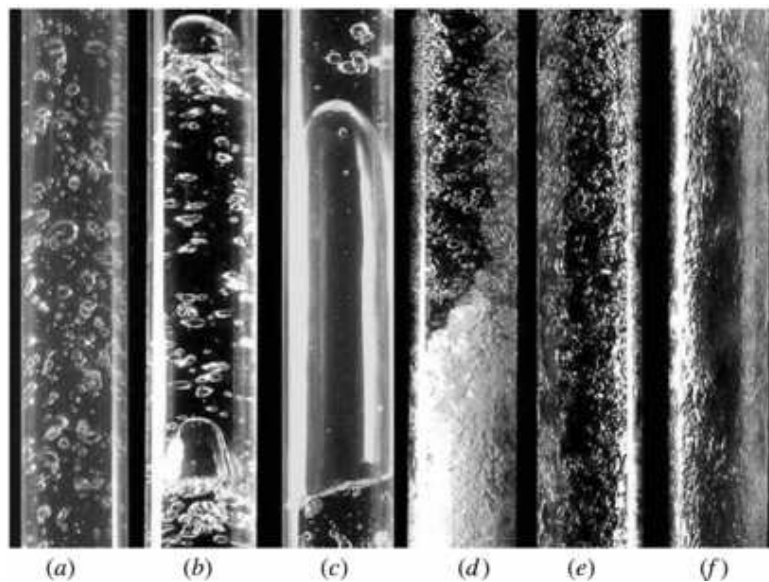


Figura 1.1: Padrões de Escoamento Vertical (extraído de Rosa (2012)): (a) Bolhas; (b) Capa Esférica; (c) Golfadas; (d) Golfadas Instáveis; (e) Semi-anular; (f) Anular.

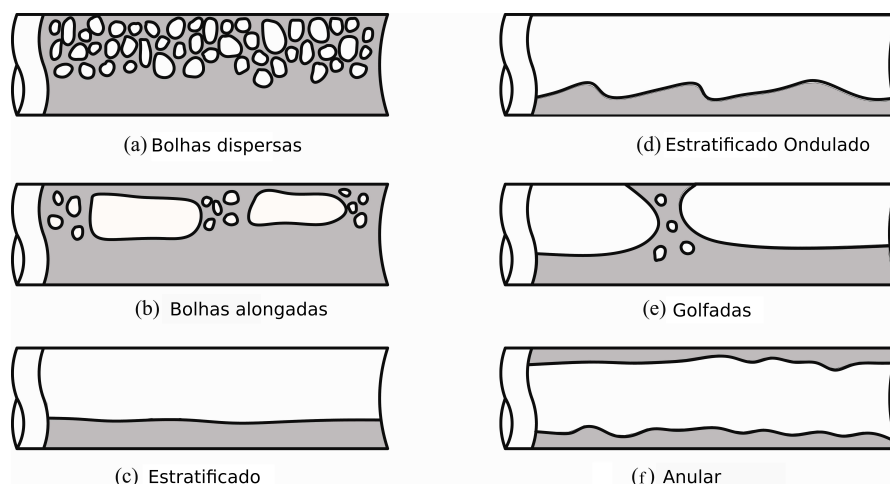


Figura 1.2: Padrões de Escoamento Horizontal (extraído de ThermalFluidCentral.org (2014))

Para auxiliar a identificar os padrões de escoamento existentes em tubulações, podem ser criados mapas de padrões de escoamento, dependentes das velocidades superficiais. Originalmente estes mapas eram construídos de forma totalmente empírica. A Fig. 1.3 ilustra um exemplo de mapa de padrões para escoamento horizontal, desenvolvido a partir de dados empíricos por Baker (1954). Hoje, modelos mecanicistas auxiliam na criação dos mesmos (Taitel e Dukler, 1976; Barnea, 1987). Note que o padrão do escoamento é determinado pelo par: vazão de líquido e de gás. Assim, para um regime inicialmente estratificado, um aumento da vazão de gás leva o escoamento para o padrão ondulado. De outra forma, um aumento de vazão de líquido leva ao padrão de golfadas.

Entre os diversos padrões de escoamento, uma atenção especial tem sido dada ao padrão de golfadas. Este escoamento ocorre com muita frequência na indústria. O padrão de *golfadas* é altamente intermitente, sendo caracterizado pela passagem sucessiva de pacotes de líquido (*golfadas*) seguidas de bolhas de gás (Lin e Hanratty, 1986), como pode ser visto esquematicamente na Fig. 1.4. A intermitência do escoamento pode causar diversos problemas como, por exemplo, fadiga dos dutos e acoplamentos, devido a vibração da tubulação. Uma outra inconveniência é que a velocidade do “pacote” de líquido é da ordem da velocidade do gás. De acordo com Harvre et al. (2000), tal característica influencia na operação dos dutos de tal maneira que os transientes de pressão (martelo hidráulico) podem ocasionar a parada de produção, causando perdas por lucro cessante. Entender os mecanismos de formação de golfadas é, portanto, de fundamental importância.

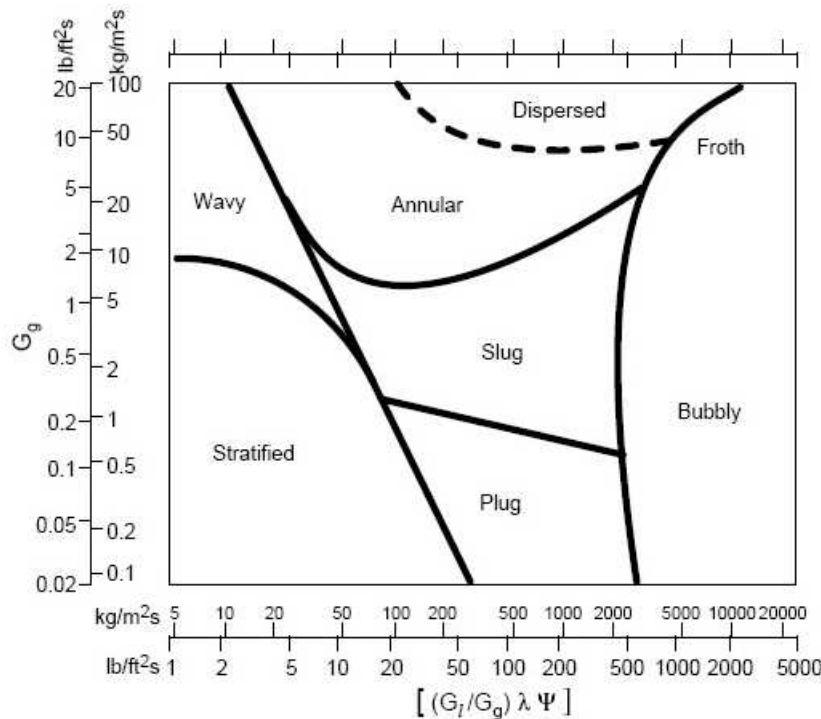


Figura 1.3: Padrões de Escoamento (Baker, 1954)



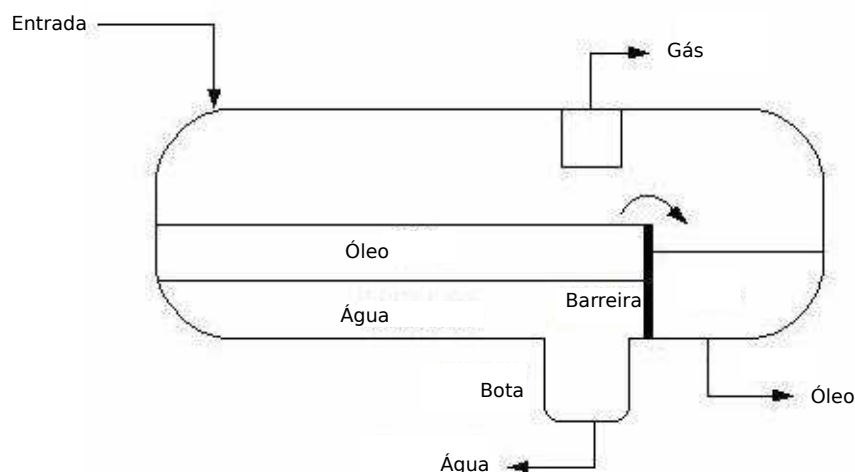
Figura 1.4: Regime de Golfadas

Para minimizar os efeitos nocivos destas flutuações de pressão e de condições de operação, é comum o uso de equipamentos tais como vasos separadores e *slug catchers*, que encontram-se ilustrados na Fig. 1.5. Porém, estes equipamentos são grandes e pesados, o que restringe o uso dos mesmos em plataformas de petróleo.

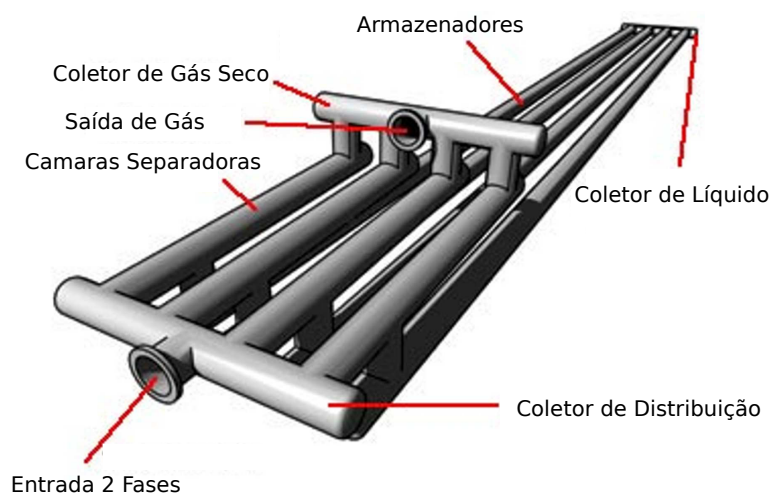
Uma das motivações deste trabalho é poder prever a formação de golfadas e, no futuro, controlar as características das golfadas ou até mesmo suprimir as mesmas. Conhecer as características das golfadas também é importante para o dimensionamento do sistema de coleta (*slug catchers*), Fig. 1.5(b), e dos vasos separadores, Fig. 1.5(a), assim como a determinação da perda de carga e dos efeitos de variação de pressão no sistema.

A formação de golfadas em tubulações horizontais pode ocorrer por diversos fatores. A evolução para o regime de golfadas é normalmente uma

evolução do regime estratificado. Fan et al. (1993) listam quatro mecanismos de iniciação de golfadas. São eles: mecanismo de Kelvin-Helmholtz (KH), evolução de ondas com amplitudes finitas não previstas pelo mecanismo de KH, coalescência de ondas e perturbações hidrodinâmicas na entrada de tubulação.



1.5(a): Vaso Separador



1.5(b): Slug catcher

Figura 1.5: Atenuadores de Golfadas

Dentre os mecanismos possíveis para modelar a transição do regime estratificado para o regime de golfadas, o mecanismo de KH merece atenção especial. Este mecanismo considera a instabilidade do escoamento estratificado na presença de perturbações infinitesimais na interface entre os fluidos. O crescimento, ou atenuação de ondas, pode ser determinado com base no balanço entre as forças gravitacionais, tensões de cisalhamento, tensões superficiais e inércia atuando no escoamento.

A formação de golfadas em tubulações inclinadas pode ter origem também em acidentes na tubulação. Já para o escoamento vertical, a coalescências de bolhas é o principal mecanismo de formação de golfadas.

1.1

Objetivo

Visando ser capaz de prever e controlar a formação de golfadas, o presente trabalho tem por objetivo compreender os mecanismos que levam a formação de uma golfada. Dessa forma, analisa-se o crescimento e/ou decaimento de uma perturbação imposta no nível de líquido de um escoamento no padrão estratificado. A taxa de amplificação das perturbações é investigada à luz da teoria estabilidade linear de Kelvin-Helmholtz (viscoso e não-viscoso) e a partir dos campos de velocidade, pressão e frações volumétricas de cada fase, obtidos com a solução numérica do escoamento.

Pretende-se investigar o efeito das vazões de líquido e gás na taxa de amplificação para o escoamento de água/ar ao longo de um duto horizontal. Considera-se, inicialmente, o escoamento estratificado e introduz-se uma perturbação na entrada. Pretende-se investigar, ainda, a influência no escoamento da frequência das perturbações impostas.

Para a determinação do escoamento bifásico utiliza-se o Modelo de Dois Fluidos. O escoamento é obtido empregando um programa disponível no Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio (Ortega, 2004; Carneiro, 2006; Inacio, 2012), que é baseado no Método de Volumes Finitos (Patankar, 1980). Visando aumentar a precisão do código, implementou-se um esquema de integração temporal de segunda ordem.

Os dados obtidos com as simulações numéricas são comparados com os resultados da teoria de estabilidade linear de Kelvin-Helmholtz, permitindo identificar a faixa de validade da teoria linear.

1.2

Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado nos seguintes capítulos: Introdução, Conceitos básicos de escoamento multifásico, Modelagem matemática e Modelagem numérica, Resultados e Conclusão.

No Capítulo 2 são apresentados diversos conceitos básicos de escoamento multifásico, comentando sobre alguns tipos de escoamento. Conceitos básicos da teoria de estabilidade também são apresentados. Ao longo do capítulo, referências às literaturas relevantes são apresentadas.

O Capítulo 3 apresenta o Modelo de Dois Fluidos unidimensional e as relações de fechamento para a solução das equações de conservação. Também é apresentada a formulação matemática da teoria linear da estabilidade de Kelvin-Helmholtz. Neste capítulo, também é realizada a validação do modelo baseado na teoria de KH.

A modelagem numérica do Modelo de Dois Fluidos unidimensional, os métodos de discretização temporal destas equações e critérios de convergência da solução são apresentados no Capítulo 4. Testes de verificação da discretização temporal de segunda ordem são apresentados.

Os resultados de simulação para os casos de escoamento estratificado com perturbação na altura de líquido são apresentados para tubulações de 5, 10 e 20m, no Capítulo 5. Tais resultados são apresentados em termos de taxa de amplificação e velocidade de onda.

Finalmente no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2

Conceitos Básicos de Escoamento Multifásico

Neste capítulo, uma introdução ao escoamento multifásico é apresentada, referenciando sempre que possível a literatura relevante, com ênfase no escoamento no padrão de golfadas. Conceitos básicos com relação a teoria de estabilidade também são discutidos.

2.1

Grandezas Básicas

A primeira definição relevante ao estudarmos um escoamento bifásico consiste no conceito de fração volumétrica α_k , onde o subscrito k indica a fase. A fração volumétrica é a fração em volume ocupada por cada uma das fases em relação ao volume total das fases (para uma dada posição na tubulação). No caso de escoamento bifásico, temos:

$$\alpha_G = \frac{\forall_G}{\forall} \quad ; \quad \alpha_L = \frac{\forall_L}{\forall} \quad (2-1)$$

onde \forall é o volume e os subscritos G e L indicam as fases gasosa e líquida, respectivamente. No caso de escoamento uni-dimensional ao longo de dutos, podemos utilizar a seguinte relação $\forall = A\Delta x$ onde A é a área da seção transversal e Δx é um elemento infinitesimal ao longo do duto. Dessa forma, as frações volumétricas podem ser representadas por frações de áreas como:

$$\alpha_G = \frac{A_G}{A} \quad ; \quad \alpha_L = \frac{A_L}{A} \quad (2-2)$$

Na literatura a fração de líquido (α_L) é mais conhecida pelo termo *hold-up* e a fração de gás (α_G) pelo termo fração de vazio (*void fraction*).

A velocidade de cada fase é definida como

$$U_G = \frac{Q_G}{A_G} \quad ; \quad U_L = \frac{Q_L}{A_L} \quad (2-3)$$

onde U é a velocidade e Q é a vazão volumétrica.

Outra definição muito importante é o conceito de velocidade superficial, U_{sG} e U_{sL} , que corresponde a velocidade que cada fase teria caso escoasse sozinha na tubulação.

$$U_{sG} = \frac{Q_G}{A} = \frac{U_G}{\alpha_G} \quad ; \quad U_{sL} = \frac{Q_L}{A} = \frac{U_L}{\alpha_L} \quad (2-4)$$

Como mencionado na introdução, os padrões de escoamento podem ser identificados em função das velocidades superficiais. De fato, as velocidades superficiais são muito empregadas na construção de mapas de regime de escoamento como, por exemplo, no caso do mapa da Figura 1.3, do mapa do trabalho de (Baker, 1954). Estas grandezas também são muito úteis por serem de fácil medição.

Uma vez que as fases escoam juntas na tubulação, é conveniente a definição de uma velocidade de mistura (U_m), conforme equação a seguir:

$$U_m = \frac{Q}{A} = \frac{Q_L + Q_G}{A} = U_{sL} + U_{sG} \quad (2-5)$$

Sendo o foco do presente trabalho a transição do regime estratificado para golfada, são apresentadas a seguir informações sobre o padrão de golfadas.

2.2

Padrão de Golfada

Um conceito importante do escoamento intermitente é o da célula unitária, definido por (Wallis, 1969) como sendo a região que abrange um pistão de líquido e uma bolha alongada. A Fig. 2.1 mostra algumas características topográficas de uma célula unitária de golfada. A primeira delas é que existe uma região em que o líquido ocupa toda a seção transversal da tubulação, onde existe gás entranhado no líquido em forma de bolhas dispersas. Em uma segunda região existe um escoamento separado, com a presença de uma fina camada de líquido que cresce até fechar a seção transversal. O comprimento da primeira região é chamado de comprimento de golfada, L_s e o comprimento do segundo é chamado de comprimento de bolha, L_b . Esta célula se repete no regime de golfadas com uma frequência diferente, variando de acordo com a geometria da tubulação e com as condições operacionais. As bolhas de gás, assim como os pistões de líquido podem viajar a diferentes velocidades, U_{bolha} e $U_{golfada}$, respectivamente. As diferentes bolhas e os pistões possuem diferentes velocidades e podem crescer ou diminuir de tamanho e também coalescer.

Na introdução foi mencionado que o padrão de golfadas pode surgir a partir de variações topográficas ou de instabilidades na interface entre as fases, e estes mecanismos de formação de golfadas são descritos a seguir:

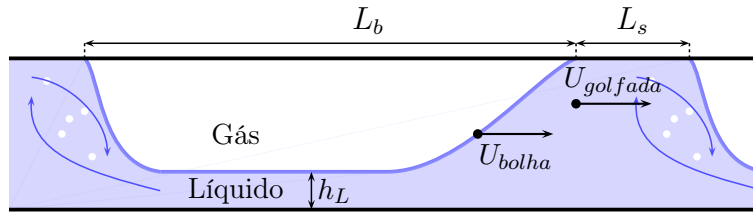


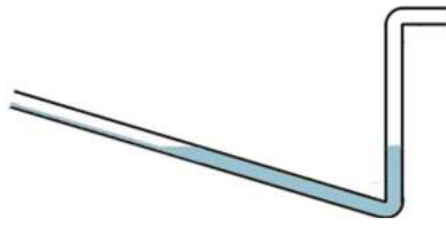
Figura 2.1: Célula Unitária de uma Golfada

2.2.1

Formação de Escoamento Intermitente

Basicamente, a formação do escoamento pode ocorrer devido a dois mecanismos principais. O primeiro é decorrente de acidentes na tubulação. Um caso particular de variação topográfica dá origem ao padrão denominado de golfada severa. Este padrão golfadas é formado em quatro etapas, as quais estão ilustradas na Fig. 2.2. Ocorre o acúmulo de líquido em uma região mais baixa da tubulação até que este líquido feche completamente a seção do tubo. Em seguida, há um aumento da pressão devido ao bloqueio do escoamento, porém líquido continua a se acumular até que a pressão seja suficiente para empurrar o pistão de líquido fazendo com que o gás passe a fluir na região onde o líquido havia se acumulado. Tendo conseguido expulsar o líquido, o gás passa a fluir livremente, porém o líquido na parte vertical retorna e há um novo acúmulo de líquido, reiniciando o processo.

O segundo mecanismo de formação de golfadas ocorre, principalmente, em tubulações horizontais ou inclinadas devido a instabilidades hidrodinâmicas no escoamento estratificado. Nesse caso a formação de golfadas ocorre devido ao crescimento de perturbações existentes na interface entre as fases do escoamento. A figura 2.3 ilustra esse processo. A relevância de mecanismos de instabilidade na formação de golfadas é consenso na literatura (Wallis, 1969; Kordyban e Ranov, 1970; Wallis e Dobson, 1973; Taitel e Dukler, 1976; Lin e Hanratty, 1986). No caso de uma perturbação instável, esta pode crescer até fechar a seção transversal do duto, dando origem à golfada.



2.2(a): Pressão de gás similar em ambos os lados do líquido.



2.2(b): A pressão de gás é elevada à montante.



2.2(c): O gás atinge a parte mais baixa da tubulação expulsando o líquido.



2.2(d): A maior parte do gás e líquido foram expurgados. A vazão é reduzida, e uma parte do líquido retorna.

Figura 2.2: Formação de golfada devido à acidente na tubulação (extraído de Bratland (2014))

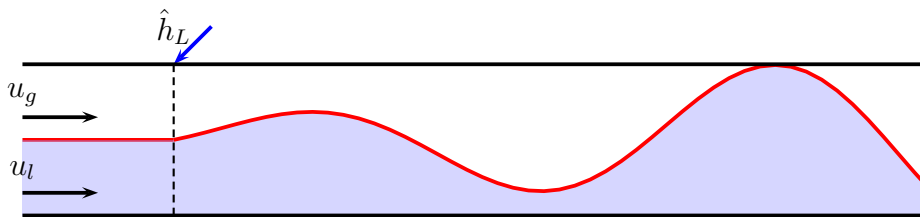


Figura 2.3: Desenho esquemático do efeito de instabilidade na formação de golfadas

2.3

Conceitos de instabilidade hidrodinâmica

Os escoamentos que ocorrem na natureza são governados pelas equações de conservação de massa, quantidade de movimento linear e energia. De um modo geral, pode-se considerar que o escoamento pode ser representado por um escoamento base, com uma perturbação superposta. De acordo com Landau e Lifshitz (1959), para determinar o escoamento base, considera-se que este encontra-se em equilíbrio. No entanto, quando perturbações são sobrepostas ao escoamento base o sistema pode se tornar instável. No estudo da instabilidade hidrodinâmica o objetivo é investigar o comportamento de um escoamento na presença de perturbações.

Um exemplo clássico do efeito da instabilidade sobre o escoamento é o trabalho de Reynolds (1883). Neste trabalho, a transição pôde ser notada através da mudança no comportamento de uma linha de tinta ao longo da tubulação (Fig. 2.4). Com base nas observações experimentais sobre o comportamento da linha de tinta, Reynolds mostrou que existe um parâmetro adimensional que governa o fenômeno. Este parâmetro é o número de Reynolds ($Re = UD/\nu$, onde U é a velocidade do escoamento, D o diâmetro da tubulação e ν a viscosidade cinemática). No estudo da instabilidade, busca-se identificar sob quais condições o escoamento se torna instável, conduzindo a um novo regime de escoamento.

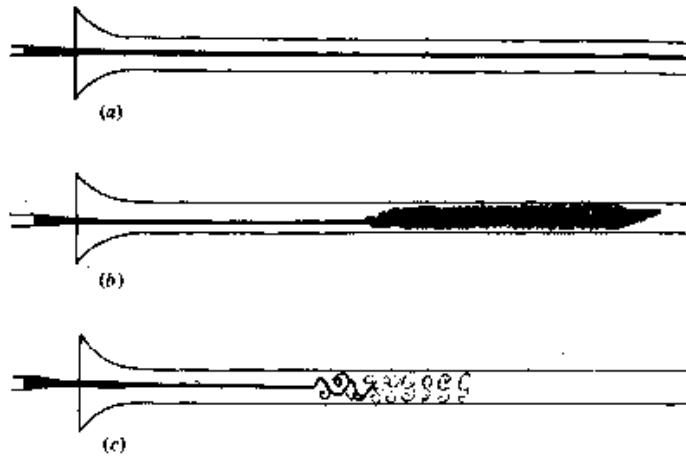


Figura 2.4: Experimento de Reynolds. (a) laminar, (b) turbulento, (c) transição

Para melhor ilustrar a estabilidade hidrodinâmica, é conveniente fazer uma analogia com a estabilidade em sistemas mecânicos. A Fig. 2.5 mostra os diversos estados de equilíbrio de sistemas mecânicos. A Fig. 2.5(a) ilustra um caso estável, pois o sistema quando perturbado tende a retornar ao seu estado inicial. O sistema é considerado instável, quando ao ser perturbado não retorna a sua condição inicial. (Fig. 2.5(b)). A Fig. 2.5(c) mostra um exemplo de estabilidade neutra, isto é, as perturbações introduzidas no sistema não crescem nem decaem. Existe ainda, casos onde o sistema é estável ou instável, dependendo da magnitude da perturbação. Se a perturbação for pequena, o sistema pode se manter estável, porém torna-se instável, caso submetido a grandes perturbações, conforme ilustrado na Fig. 2.5(d). No caso de escoamentos um comportamento similar ao dos sistemas mecânicos é observado, de modo que essa analogia ajuda a ilustrar bem o problema da instabilidade em escoamentos.

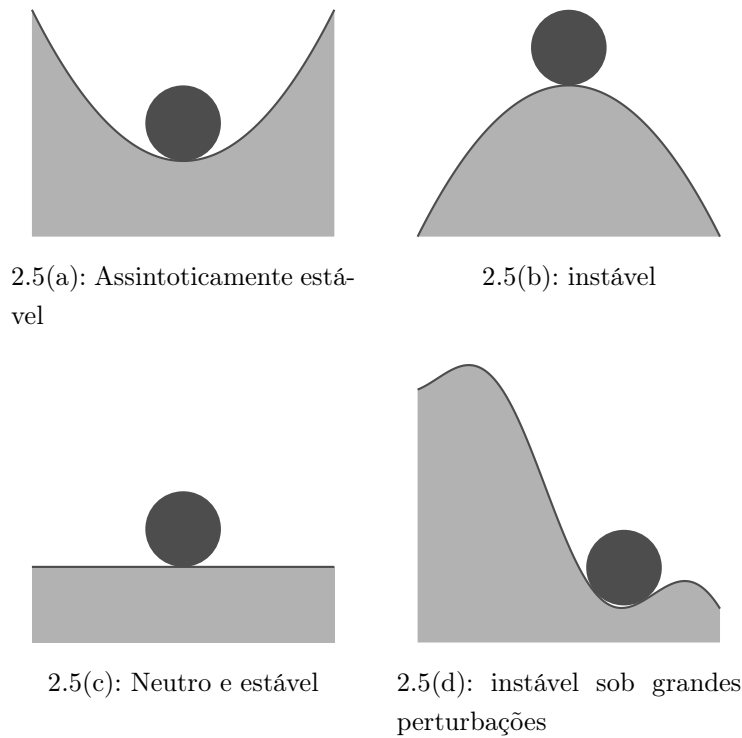


Figura 2.5: Exemplos mecânicos de estado de equilíbrio

De acordo com (Drazin, 2002) os mecanismos de instabilidade em escoamentos podem ser classificados como:

- Instabilidades de Rayleigh-Taylor:

Este tipo de instabilidade ocorre quando um fluido mais pesado encontra-se sobre um fluido mais leve. Neste caso, é fácil notar que a condição é instável, uma vez que o fluido mais pesado tende a se acomodar em baixo. Nesse caso as fontes de instabilidade são tensões normais à interface dos fluidos.

- Instabilidades de Miles:

A instabilidade de Miles trata da geração de ondas superficiais em escoamentos cisalhantes. O mecanismo invíscido proposto por ele (Miles, 1957; Miles, 1959), transfere energia dos ventos para ondas de água profunda. Este mecanismo revela que uma tensão de Reynolds induzida pelo vento é a fonte de instabilidade.

- Instabilidades induzidas por perturbações tangenciais interfaciais:

Variações ao longo do escoamento da velocidade e tensões na interface podem induzir instabilidades de diferentes tipos:

- Instabilidade induzida pela viscosidade:

Devido a um aumento das tensões interfaciais, por diferença de viscosidade dos fluidos.

- Instabilidade induzida pela gravidade:

Devido a um aumento das tensões interfaciais normais, induzido por diferença de densidade dos fluidos.

- Instabilidade induzida pela viscosidade e gravidade:

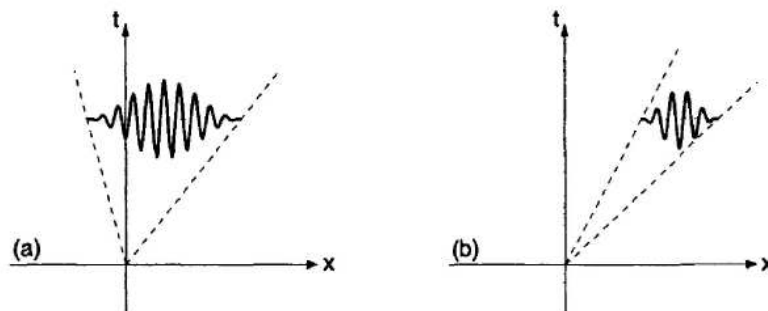
Neste caso ambos os mecanismos anteriores estão presentes e não é possível isolar a influência de um ou de outro.

- Instabilidades viscosas:

Este tipo de instabilidade está associado à condição de não deslizamento próximo a paredes. Ocorre na região da camada limite, devido a efeitos viscosos, quando um número de Reynolds crítico é ultrapassado, gerando tensões de Reynolds desestabilizadoras.

- Instabilidade interna: A instabilidade é classificada como interna quando dois ou mais tipos de instabilidades discutidos anteriormente existem simultaneamente.

Uma outra classificação das instabilidades é feita através da forma como as perturbações se propagam no escoamento. A Fig. 2.6 mostra dois tipos de instabilidades. O primeiro deles é a uma instabilidade total ou absoluta, a qual é caracterizada pela propagação de perturbações em todas as direções do escoamento e pelo seu crescimento no tempo. O segundo tipo é a instabilidade convectiva, na qual as perturbações se propagam na direção do escoamento.



2.6(a): Instabilidade absoluta.

2.6(b): Instabilidade convectiva.

Figura 2.6: Tipos de instabilidades (extraído de (Drazin, 2002))

Drazin (2002) sugere as seguintes metodologias para analisar a estabilidade hidrodinâmica de escoamentos:

- Experimentos controlados em laboratório;
- Simulações numéricas;
- Teorias linear, fracamente não-linear e não-linear;
- Teoria qualitativa de bifurcação e caos.

No presente trabalho, selecionou-se analisar a amplificação de perturbações controladas através da combinação de simulação numérica do escoamento, usando o modelo de dois fluidos e método dos volumes finitos, e da teoria instabilidade linear.

2.4

Instabilidade Linear

A teoria de instabilidade linear tem sido utilizada há muitos anos, visando auxiliar na compreensão dos escoamentos e buscando identificar parâmetros que governam a transição entre diferentes tipos de escoamento. Um dos primeiros estudos teóricos dedicados a esse tema foi o trabalho de Rayleigh (1878). Ao longo dos anos, diversas metodologias foram desenvolvidas para investigar a estabilidade de um sistema, sendo o *Método das Pequenas Perturbações*, um dos mais utilizados. Uma descrição do método pode ser encontrada no livro de Schlichting e Gersten (2000). O método consiste em considerar que um campo de uma variável genérica ϕ qualquer pode ser representado um um campo em equilíbrio Φ , somado a um campo perturbado ϕ' ,

$$\phi = \Phi + \phi' \quad (2-6)$$

Uma equação para a perturbação pode ser obtida substituindo a expressão acima na equação de conservação de ϕ . Subtraindo da equação resultante, a equação de equilíbrio para Φ , obtém-se a equação de conservação do campo perturbado. De acordo com a teoria linear, uma simplificação adicional deve ser introduzida, i.e, os termos não lineares são eliminados. Finalmente, a perturbação é escrita na forma de ondas periódicas que podem se propagar no espaço e no tempo, com amplitude e frequências variáveis.

A metodologia aplicada às equações de conservação de quantidade de movimento entre placas paralelas, bi-dimensional, na ausência de gradiente de pressão, dá origem a equação de Orr-Sommerfeld (2-8). A solução desta equação indica quando o escoamento se torna instável, dando origem ao escoamento turbulento. A equação é obtida considerando que:

$$u(x, y, t) = U(y) + u'(x, y, t) \quad ; \quad u'(x, y, t) = \hat{u}(y) e^{i(kx - \omega t)} \quad (2-7)$$

onde k é o número de onda da perturbação e ω é a frequência angular. Após a substituição nas equações de *Navier-Stokes* e eliminando os termos de \hat{u} usando a equação da continuidade, tem-se a equação de *Orr-Sommerfeld* (2-8):

$$(U - c) \left(\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial y^2} - k^2 \hat{v} \right) - \frac{\partial U^2}{\partial y^2} \hat{v} = - \frac{i}{k \text{Re}} \left(\frac{\partial^4 \hat{v}}{\partial y^4} - 2k^2 \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial y^2} + k^4 \hat{v} \right) \quad (2-8)$$

sendo c a velocidade de propagação da perturbação, dada pela relação $c = \omega/k$. Esta equação deve ser resolvida impondo como condição de contorno que:

$$\text{em } y = 0 \text{ e } y = \infty : \hat{v} = \hat{u} = \phi' = 0 \quad (2-9)$$

A equação de Orr-Sommerfeld (2-8) é um problema de autovalor. Para um dado par de valores k e Re , é possível obter uma autofunção $\hat{v}(y)$ e um autovalor $c = c_r + i c_i$. Assim, dependendo do valor de c_i , o escoamento pode ser classificado com estável ($c_i < 0$) ou instável ($c_i > 0$). A condição de transição é então $c_i = 0$. Este critério pode ser representado de forma gráfica conforme a Fig. 2.7. A região no interior da curva traçada indica que o escoamento é instável. Note que na configuração (a), o escoamento é sujeito a um gradiente adverso de pressão e está na iminência de separação (derivada zero na parede), além disso ele apresenta inflexão no perfil de velocidade. Já a configuração (b) corresponde à camada limite sobre uma placa plana. Observa-se que a região instável é ampliada quando há inflexão e gradiente adverso de pressão. Nesse caso, a região onde o escoamento é instável a perturbações é muito maior, quando comparada com o caso sem gradiente de pressão.

O mesmo tipo de metodologia utilizada para escoamento sobre placas planas pode ser aplicada ao caso de escoamentos bifásicos. De fato, essa abordagem já vem sendo aplicada no estudo de escoamentos bifásicos há algumas décadas (Lamb, 1967; Milne-Thompson, 1960; Yih, 1967; Wallis, 1969). No estudo de Taitel e Dukler (1976) foi proposta uma teoria para estabilidade de uma onda solitária em escoamento estratificado entre placas paralelas horizontais e em tubulações circulares. No trabalho de Taitel e Dukler (1977) o processo de formação de golfadas foi ilustrado conforme mostrado na Fig. 2.8. Com a passagem da golfada, o nível de líquido cai, sobe novamente e uma onda quase fecha a seção da tubulação. Há o fechamento da seção com a formação de uma nova golfada. Esta suga o líquido, e o nível cai novamente.

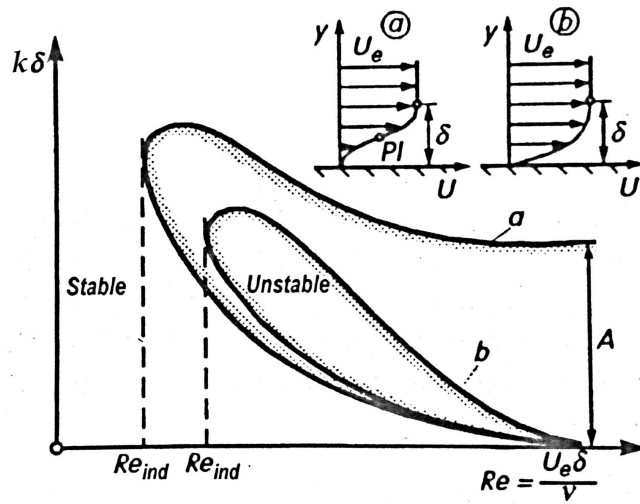


Figura 2.7: Critério de Estabilidade para escoamento monofásico em placa plana, extraído de (Schlichting e Gersten, 2000)

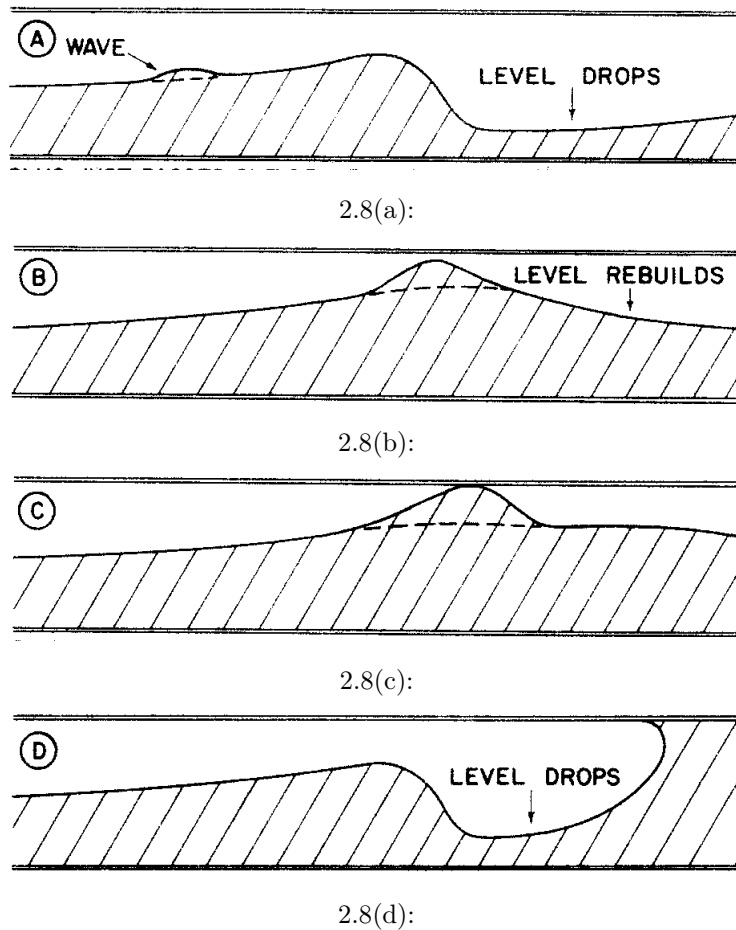


Figura 2.8: Processo de formação de Golfadas (Taitel e Dukler, 1977)

De acordo com o trabalho de Taitel e Dukler (1976), o mecanismo de instabilidade da interface pode ser descrito por uma perturbação é introduzida

no escoamento base. A velocidade do gás na crista da onda é aumentada devido ao efeito de Bernoulli, fazendo com que a onda cresça. Já a gravidade faz com que a perturbação seja estabilizada. A partir do equilíbrio entre estas duas forças o seguinte critério para instabilidade da onda foi derivado para escoamento bifásico entre placas paralelas horizontais (Eq. (2-10)).

$$U_G > C_1 \left[\frac{g(\rho_L - \rho_G) h_G}{\rho_G} \right]^{1/2} \quad (2-10)$$

$$C_1 = \left[\frac{2}{\frac{h_G}{(\hat{h}_G^{max} + h_G)} \left(\frac{h_G}{(\hat{h}_G^{max} + h_G)} + 1 \right)} \right]^{1/2} \quad (2-11)$$

onde U_G , g , ρ_L , ρ_G , h_G são, respectivamente, a velocidade do gás, a aceleração da gravidade, a massa específica do líquido e do gás e a distância entre a placa superior e a interface líquido/gás. \hat{h}_G^{max} é a altura máxima da perturbação no nível líquido. Para perturbações infinitesimais, $h_G/\hat{h}_G \rightarrow 1$, então $C_1 \rightarrow 1$, e o critério de estabilidade assume a forma proposta por Milne-Thompson (1960). Para tubos circulares, o critério é dado pela Eq.(2-12) .

$$U_G > \frac{(\hat{A}_G^{max} + A_G)}{A_G} \left[\frac{(\rho_L - \rho_G) g \cos \beta A_G}{\rho_G \frac{dA_L}{dh_L}} \right]^{1/2} \quad (2-12)$$

onde A_G é a área ocupada pelo gás, \hat{A}_G^{max} é a variação máxima da área de gás e β é a inclinação da tubulação. dA_L/dh_L é a variação da área da seção transversal de líquido em função do nível de líquido.

Brennen (2005) apresenta uma relação para a estabilidade de uma onda, com amplitude \hat{h} e comprimento λ , conforme ilustrado na Fig. 2.9. O escoamento é considerado estável quando as forças de empuxo e a força devido à tensão superficial são maiores que a força de pressão devido ao efeito de Bernoulli. O escoamento é instável quando satisfaz a relação dada pela Eq. (2-13)

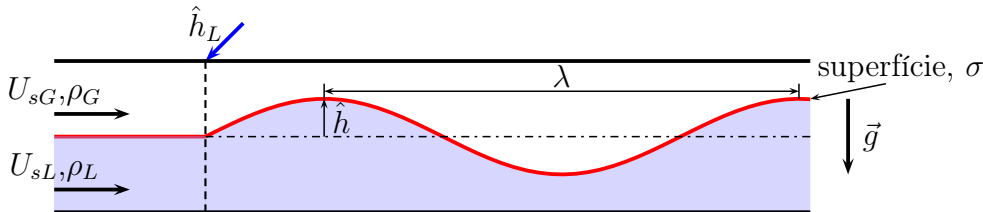


Figura 2.9: Parâmetros para Escoamento Perturbado

$$\frac{g(\rho_L - \rho_G)}{k} + \sigma k - \frac{\rho_G \rho_L (U_{sG} - U_{sL})^2}{\rho_G + \rho_L} < 0 \quad (2-13)$$

onde $k = 2\pi/\lambda$ é o número de onda, σ é a tensão superficial, e ρ é a massa específica, U_{sL} e U_{sG} são as velocidades superficiais de cada fase.

Com o intuito de melhorar a representação física da estabilidade de ondas em dutos diversos, trabalhos buscaram modelar o problema utilizando a teoria de Kelvin-Helmholtz não-viscosa (Drazin e Reid, 1981; Kordyban e Ranov, 1970; Wallis e Dobson, 1973; Taitel e Dukler, 1976). Essa abordagem inclui a tensão superficial nas equações. Kordyban e Ranov (1970) derivaram um critério de transição baseados na teoria linear não-viscosa, porém sem boa concordância com dados experimentais de Wallis e Dobson (1973). Posteriormente, Lin e Hanratty (1986), Andritsos e Hanratty (1987), Barnea e Taitel (1989), Barnea e Taitel (1993) e Funada e Joseph (2001) estenderam a teoria da estabilidade linear para incluir os efeitos da viscosidade e derivaram expressões teóricas que demonstraram alguma concordância com resultados experimentais obtidos com baixa pressão e baixas velocidades superficiais de gás. Andritsos (1992) sugeriu que a teoria de estabilidade linear é capaz de prever, razoavelmente, o comprimento e a velocidade de onda das perturbações do escoamento estratificado. Isso foi observado em posições próximas à entrada da tubulação. De acordo com Andritsos (1992), todos os modelos analisados para prever o início das golfadas falharam em descrever as características das ondas longe do ponto de iniciação das perturbações. Segundo o autor, isso ocorreu porque longe do ponto de inserção das perturbações, os efeitos não lineares eram dominantes.

O trabalho de Ujang et al. (2005) sugere que a tensão superficial tem pouca influência na formação de golfadas. Isto se deve ao fato da iniciação das golfadas ser ocasionada por ondas longas, que são amplificadas até fecharem a seção transversal da tubulação. Como a tensão superficial depende da curvatura da interface, a contribuição desse parâmetro foi considerada desprezível para a evolução de ondas longas. Porém, para ondas curtas (altas frequências) a contribuição desse termo é relevante. Valluri et al. (2008) afirma que ondas de pequenos comprimento de onda podem coalescer e formar ondas de grandes comprimentos e, só então, evoluírem em uma golfada.

Kadri et al. (2009) também estudou a transição entre regimes a partir de padrão estratificado, mostrando que uma onda pode ter velocidades diferentes dependendo da altura média de líquido e da amplitude da mesma. Além disso, o crescimento da onda pode se dar de forma diferente nas direções axial e vertical. Assim, é possível que a velocidade da crista da onda seja maior que

a velocidade de propagação média da onda, fazendo com que a onda “quebre” dando origem ao padrão de *roll-wave* e não ao padrão de golfadas (Fig. 2.10). Esse comportamento não é previsto pela teoria de Kelvin-Helmholtz.

Valluri et al. (2008) fizeram uma análise de estabilidade para o escoamento bi-dimensional estratificado comparando dados de simulação numérica direta (DNS) com a teoria linear de Orr-Sommerfeld. Neste estudo foi encontrada boa concordância para a taxa de amplificação e velocidade de onda para perturbações pequenas e de caráter harmônico. Outro resultado a ser considerado é o fato de que, a medida que a perturbação foi amplificada houve um crescimento da influência de termos não lineares. Foi conjecturado que a interação não linear entre ondas pode ser relevante no processo de formação de golfadas. Valluri et al. (2008), sugerem também que o crescimento não linear também depende da amplitude das perturbações.

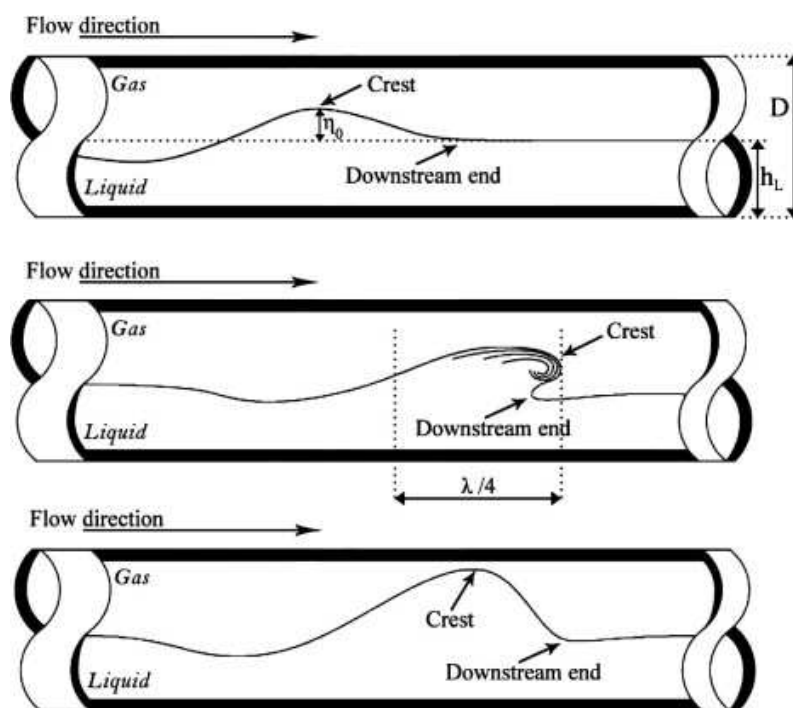


Figura 2.10: Transição Estratificado-Golfadas/Roll-wave (Kadri et al., 2009).

Andreussi et al. (1985) mostraram que *roll-waves* não lineares são uma solução possível para as equações de massa e de quantidade de movimento unidimensionais. Eles sugeriram que a formação dessas ondas está relacionada à formação de golfadas. Soleimani e Hanratty (2003) usaram a teoria de ondas longas viscosas para prever a iniciação de *roll-waves* e de golfadas. Muitos trabalhos posteriores foram dedicados à investigar e modelar a iniciação de golfadas a partir de *roll waves* (Fan et al., 1993; Ujang et al., 2005; Valluri et al., 2008; Ansari e Shokri, 2011). Apesar de muitos aspectos do

problema estarem incluídos nos modelos, eles ainda não são capazes de prever corretamente a iniciação da golfada para uma faixa grande de diâmetros e vazões. Alguns autores, como Bontozoglou (1991), mencionam que os efeitos não lineares, os quais não estão incluídos na grande maioria dos modelos, são fundamentais no processo de transição. Recentemente, Valluri et al. (2008) e Sanchis et al. (2011) sugeriram que os efeitos de interações não lineares entre ondas podem induzir um crescimento mais acelerado das ondas interfaciais e iniciar as golfadas. Devido a complexidade do problema é difícil estabelecer um único modelo que possa ser usado em uma larga faixa de parâmetros. De acordo com Bendiksen e Espedal (1992) e Kadri et al. (2009), para grandes diâmetros e para altas velocidades superficiais de gás ainda há discrepância entre dados experimentais e as previsões teóricas. Nota-se que mesmo com o desenvolvimento da teoria, ainda não há um consenso global sobre todos os estágios envolvidos na formação de golfadas.

Durante as últimas duas décadas as simulações numéricas tem provado ser uma importante ferramenta para simulação de escoamento bifásico. De fato, as simulações unidimensionais, transientes, com modelo de dois fluidos, se tornaram populares na indústria de aplicações e simulação de escoamento em dutos (Issa e Kempf, 2003; Carneiro et al., 2011). Em princípio, esta abordagem inclui os efeitos não lineares presentes nas equações de conservação de massa e de quantidade de movimento, logo não é necessário fazer diversas simplificações como as usadas na teoria da estabilidade linear. Issa e Kempf (2003) mostraram que o modelo de dois fluidos é capaz de capturar o crescimento de perturbações levando a geração e ao desenvolvimento de golfadas. Usando o modelo de dois fluidos, Carneiro et al. (2011) obtiveram boa concordância de simulações com dados experimentais, para um tubo de diâmetro de 1 polegada.

Apesar dos bons resultados na predição das características de golfadas obtidos com o modelos 1D de Dois Fluidos, não é claro se o modelo é capaz de prever as taxas de amplificação para ondas interfaciais para quaisquer faixas de vazões, frequências e amplitudes de ondas. O trabalho de Issa (2010) trata o tópico de maneira superficial e somente um faixa estreita de parâmetros foi analisada.

Visando aprofundar as informações referentes às taxas de amplificação de perturbações na iniciação de golfadas, o presente trabalho emprega o modelo de Dois Fluidos unidimensional com esse objetivo. Os resultados são comparados com a teoria clássica viscosa de Kelvin-Helmholtz (KH) (Barnea e Taitel, 1993).

3

Modelagem Matemática

A modelagem matemática selecionada nesta dissertação para determinar o escoamento bifásico é baseada no Modelo de Dois Fluidos (Ishii e Hibiki, 2006), o qual consiste na solução do conjunto de equações de conservação para cada uma das fases, juntamente com equações de transporte através das interfaces. Neste capítulo, inicialmente são apresentadas as equações de conservação relevantes ao problema de interesse, juntamente com as condições de contorno e iniciais. A partir da solução destas equações determina-se os campos de velocidade, pressão e fração volumétrica de cada uma das fases. A seguir, as equações de conservação são simplificadas de acordo com a teoria de estabilidade linear, visando determinar a taxa de amplificação de perturbações introduzidas na entrada da tubulação.

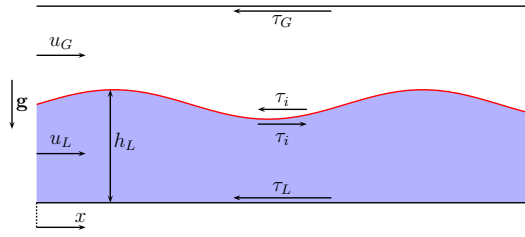
3.1

Modelo de Dois Fluidos

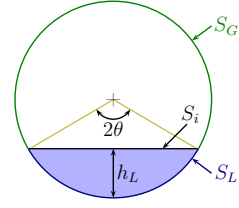
No modelo de dois fluidos, utiliza-se uma média das variáveis do escoamento na seção transversal da tubulação. Esta simplificação é muito útil, uma vez que reduz as equações para uma única dimensão devido a perda de informação da variação destas variáveis na direção normal ao escoamento (Ishii e Hibiki, 2006). Adicionalmente, considera-se a tubulação horizontal, escoamento isotérmico, fase líquida incompressível, gás modelado como gás ideal, viscosidade molecular constante, ausência de troca de massa entre as fases e difusão axial desprezível.

Uma vez que a aproximação uni-dimensional é utilizada, considera-se o escoamento estratificado como a configuração básica de distribuição de fases na seção transversal conforme, ilustrado na Fig. 3.1. Na Fig. 3.1(b), pode-se identificar os parâmetros geométricos h_L , S_G , S_L , S_i , que correspondem à altura de líquido, perímetro molhado de cada uma das fases, gasosa e líquida, e perímetro da interface. θ é o meio ângulo que define a posição da interface.

As simplificações mencionadas levam às equações de conservação de massa, Eq. (3-1), e quantidade de movimento linear, Eq. (3-2), para cada uma das fases $k = G, L$, onde G refere-se a fase gasosa e L a fase líquida.



3.1(a): Seção axial



3.1(b): Seção Transversal

Figura 3.1: Parametros geométricos

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \alpha_k) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_k \alpha_k U_k) = 0 \quad (3-1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \alpha_k U_k) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_k \alpha_k U_k U_k) = \\ - \alpha_k \frac{\partial P_{ik}}{\partial x} - \alpha_k \rho_k g \frac{\partial h_L}{\partial x} - \frac{\tau_{wk} S_k}{A} \pm \frac{\tau_i S_i}{A} \end{aligned} \quad (3-2)$$

sendo as variáveis ρ_k , U_k , P_{ik} e α_k , respectivamente, massa específica, velocidade, pressão na interface e frações volumétricas de cada fase k . g é a aceleração da gravidade, τ é a tensão cisalhante e A é área da seção transversal da tubulação ($A = \pi D^2/4$), onde D é o diâmetro da tubulação.

O segundo termo do lado direito da Eq. (3-2) representa a variação de pressão hidrostática na seção transversal da tubulação (Carneiro, 2006).

A Fig. 3.1(a) apresenta as tensões de cada uma das fases na parede τ_{wk} e na interface τ_i . Note o sinal \pm no último termo da Eq. 3-2 indicando a troca de sentido da tensão na interface.

As frações volumétricas das fases devem respeitar a seguinte relação:

$$\alpha_L + \alpha_G = 1; \quad \alpha_k = \frac{A_k}{A} \quad (3-3)$$

A massa específica da fase gasosa é modelada como gás perfeito,

$$\rho_G = \frac{P_G}{RT} \quad (3-4)$$

onde R é a constante dos gases, T é a temperatura de referência do escoamento isotérmico. P_G é a pressão média na fase gasosa, a qual pode ser aproximada como sendo igual a pressão do gás na interface, P_{iG} , i.e., $P_G = P_{iG}$.

A pressão do líquido na interface P_{iL} pode ser relacionada com a pressão do gás na interface P_{iG} , a partir do salto de pressão através interface, da seguinte forma:

$$P_{iL} = P_{iG} - \frac{\sigma}{R_i} \quad (3-5)$$

onde R_i é o raio de curvatura da interface e σ é a tensão superficial. Considerando somente a curvatura da interface resultante de uma onda na direção axial, pode-se estimar o raio de curvatura em função do nível de líquido, com a seguinte expressão, $1/R_i \approx \partial^2 h_L / \partial x^2$ (Carneiro, 2006). A pressão do líquido na interface pode então ser obtida de

$$P_{iL} = P_G - \sigma \frac{\partial^2 h_L}{\partial x^2} \quad (3-6)$$

Os parâmetros geométricos ilustrados na Fig. 3.1 estão relacionados com a altura de líquido h_L , através das seguintes relações

$$\theta = \arccos \left(1 - 2 \frac{h_L}{D} \right) \quad (3-7)$$

$$A_L = \frac{D^2}{4} (\theta - \sin \theta \cos \theta) \quad (3-8)$$

$$A_G = A - A_L \quad (3-9)$$

$$S_L = D \theta \quad (3-10)$$

$$S_i = D \sin \theta \quad (3-11)$$

$$S_G = \pi D - S_L \quad (3-12)$$

3.1.1

Tensões Cisalhantes

As tensões cisalhantes são determinadas baseadas no fator de atrito, f , considerando escoamento local hidrodinamicamente desenvolvido, de acordo

com:

$$\tau_{wk} = \frac{f_k}{2} \rho_k U_k |U_k| \quad (3-13)$$

$$\tau_i = \frac{f_i}{2} \rho_G (U_G - U_L) |U_G - U_L| \quad (3-14)$$

O fator de atrito depende do número de Reynolds e do regime de escoamento e é determinado empiricamente. De acordo com recomendação de Issa e Kempf (2003), Bonizzi (2003) e Carneiro et al. (2011), as correlações apresentadas na Tabela 3.1 são adequadas para o padrão estratificado e foram selecionadas para serem utilizadas no presente trabalho.

Tabela 3.1: Correlações para o fator de atrito

	$\mathbf{Re}_G, \mathbf{Re}_{sL}, \mathbf{Re}_i \leq 2100$ (Laminar)	$\mathbf{Re}_G, \mathbf{Re}_L, \mathbf{Re}_i > 2100$ (Turbulento)
f_L	$\frac{24}{\mathbf{Re}_{sL}}$	$0,0262(\alpha_L \mathbf{Re}_{sL})^{0,139}$
f_G	$\frac{16}{\mathbf{Re}_G}$	$0,046(\mathbf{Re}_G)^{-0,25}$
f_i	$\frac{16}{\mathbf{Re}_G}$	$0,046(\mathbf{Re}_i)^{-0,25}$

Cada uma destas correlações é definida em função de um número de Reynolds, \mathbf{Re}_{sL} , \mathbf{Re}_G e \mathbf{Re}_i , cujas definições, de acordo com Taitel e Dukler (1976)) são:

$$\mathbf{Re}_{sL} = \frac{\rho_L U_{sL} D}{\mu_L} \quad (3-15)$$

$$\mathbf{Re}_G = \frac{\rho_G U_G D_{hG}}{\mu_G} \quad (3-16)$$

$$\mathbf{Re}_i = \frac{\rho_G |U_G - U_L| D_{hG}}{\mu_G} \quad (3-17)$$

onde μ_k é a viscosidade molecular da fase k , D_{hG} é o diâmetro hidráulico da fase gasosa

$$D_{hG} = \frac{4 A_G}{S_i + S_G} \quad (3-18)$$

e U_{sL} é a velocidade superficial do líquido

$$U_{sL} = \frac{Q_L}{A} \quad (3-19)$$

3.1.2 Condições de contorno

Para resolver o conjunto de equações dado pelas Eqs. (3-1) e (3-2) é necessário definir as condições de contorno para as velocidades, pressão e fração volumétrica.

A Fig. 3.2 ilustra, esquematicamente, as condições de contorno impostas no presente trabalho. Na entrada, as velocidades superficiais de ambas as fases ($U_{sk} = Q_k/A$) são impostas e a pressão é prescrita na saída da tubulação. A fração de gás é especificada na entrada, como sendo igual a fração de gás de equilíbrio, i.e., considerando escoamento permanente estratificado.

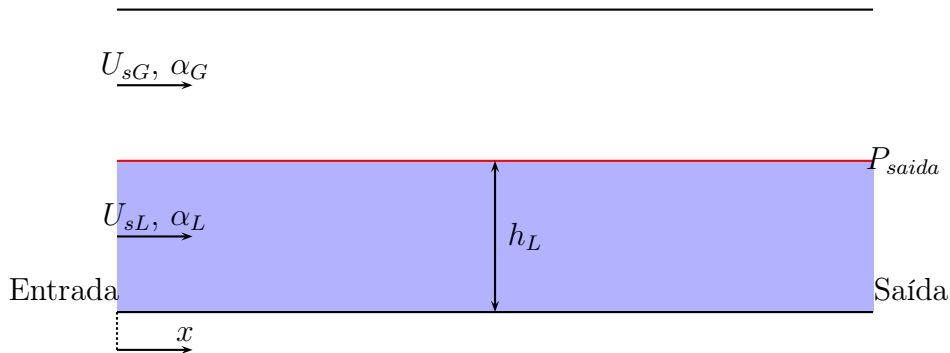


Figura 3.2: Condições de Contorno

Para determinar a fração volumétrica de gás de equilíbrio de escoamento estratificado $\alpha_{G_{eq}}$ é necessário combinar as equações de conservação de quantidade de movimento linear para ambas as fases, Eq. 3-2, simplificadas para regime permanente estratificado. Estas equações, para $h_L = h_{Leq}$ constante, são:

$$\begin{aligned} -\alpha_G \frac{\partial P_G}{\partial x} - \frac{\tau_{wG} S_G}{A} - \frac{\tau_i S_i}{A} &= 0 \\ -\alpha_L \frac{\partial P_G}{\partial x} - \frac{\tau_{wL} S_L}{A} + \frac{\tau_i S_i}{A} &= 0 \end{aligned} \quad (3-20)$$

Eliminando o gradiente de pressão das Eqs. (3-20), obtém-se:

$$-\frac{\tau_{wG} S_G}{A_G} + \frac{\tau_{wL} S_L}{A_L} - \frac{\tau_i S_i}{A} \left(\frac{1}{\alpha_L} + \frac{1}{\alpha_G} \right) = 0 \quad (3-21)$$

Note que a Eq. (3-21) é não linear, pois as tensões cisalhantes, assim como os parâmetros geométricos dependem de α_G . Dessa forma, para obter a fração volumétrica de gás de equilíbrio $\alpha_{G_{eq}}$, a Eq. (3-21) precisa ser resolvida de forma iterativa, tendo sido utilizado o método da bisseção (Hamming, 1973).

3.1.3

Condição inicial

A condição inicial para analisar o efeito de perturbações controladas no nível de líquido na entrada da tubulação, consiste no escoamento estratificado em regime permanente. Dessa forma, a fração de gás é constante ao longo de todo o domínio. Como o líquido é incompressível, a velocidade do líquido também é constante ao longo da tubulação. Porém, a pressão varia e, consequentemente, a massa específica do gás, o que leva a uma variação da velocidade da fase gasosa ao longo do domínio.

Para facilitar a presente análise, o procedimento utilizado para iniciar o estudo do efeito das perturbações controladas foi obter numericamente o escoamento estratificado permanente. Este foi obtido considerando distribuição uniforme de velocidades, pressão e fração de gás ao longo de todo o domínio, iguais as condições de contorno.

3.2

Análise de Estabilidade

A teoria de instabilidade linear aplicada ao escoamento estratificado, utilizada neste trabalho, segue a metodologia descrita por Barnea e Taitel (1993). Como primeiro passo da metodologia, considera-se ambas as fases como incompressíveis e reescreve-se as equações de conservação de massa em função do nível do líquido h_L , utilizando regra da cadeia, uma vez que $h_L = h_L(\alpha_L)$. As equações resultantes são:

$$\frac{\partial h_L}{\partial t} + U_L \frac{\partial h_L}{\partial x} + \frac{\alpha_L}{\alpha'_L} \frac{\partial U_L}{\partial x} = 0 \quad (3-22)$$

$$\frac{\partial h_L}{\partial t} + U_G \frac{\partial h_L}{\partial x} - \frac{\alpha_G}{\alpha'_L} \frac{\partial U_G}{\partial x} = 0 \quad (3-23)$$

onde

$$\alpha'_L = \frac{d \alpha_L}{d h_L} \quad (3-24)$$

$$(3-25)$$

O termo α'_L pode ser determinado a partir das relações geométricas apresentadas nas Eqs. 3-12 como:

$$\alpha'_L = \frac{2}{\pi} \sin^2 \theta \theta' \quad (3-26)$$

$$\theta' = \frac{2}{D} \frac{1}{\sin \theta} \quad (3-27)$$

A seguir, as equações de conservação de quantidade de movimento são combinadas de forma a eliminar a pressão do gás P_G , resultando em:

$$\begin{aligned} & \rho_L \frac{\partial U_L}{\partial t} - \rho_{G_{ref}} \frac{\partial U_G}{\partial t} + \rho_L U_L \frac{\partial U_L}{\partial x} - \rho_{G_{ref}} U_G \frac{\partial U_G}{\partial x} \\ & + (\rho_L - \rho_{G_{ref}}) g \frac{\partial h_L}{\partial x} - \sigma \frac{\partial^3 h_L}{\partial x^3} = F \end{aligned} \quad (3-28)$$

onde F é:

$$F = -\alpha_L \frac{\tau_{wL} S_L}{A} + \alpha_G \frac{\tau_{wG} S_G}{A} + \frac{\tau_i S_i}{A} \left(\frac{1}{\alpha_G} + \frac{1}{\alpha_L} \right) \quad (3-29)$$

A teoria de instabilidade linear consiste em considerar que é possível representar todas as grandezas relevantes ao problema de interesse em duas

parcelas. A primeira consiste do valor em regime permanente e a segunda uma perturbação em torno deste valor em regime permanente. Dessa forma, para uma grandeza genérica ϕ , tem-se:

$$\phi = \bar{\phi} + \hat{\phi} \quad (3-30)$$

$$(3-31)$$

onde $\bar{\phi}$ indica o valor em regime permanente e $\hat{\phi}$ indica o valor perturbado.

Seguindo a metodologia descrita por Barnea e Taitel (1993), todas as grandezas relevantes são rescritas como a soma de um valor em regime permanente e um valor perturbado e são introduzidas nas Eqs. (3-22), (3-23) e (3-28). Considerando que as perturbações são pequenas, termos não lineares referentes as perturbações são desprezados. Considerando ainda, que os valores médios respeitam as equações de conservação em regime permanente, pode-se combinar e simplificar estas equações, obtendo a seguinte equação para o nível de líquido perturbado \hat{h}_L :

$$\phi_1 \frac{\partial^4 \hat{h}_L}{\partial x^4} + \phi_2 \frac{\partial^2 \hat{h}_L}{\partial x^2} + \phi_3 \frac{\partial^2 \hat{h}_L}{\partial t \partial x} + \phi_4 \frac{\partial^2 \hat{h}_L}{\partial t^2} + \phi_5 \frac{\partial \hat{h}_L}{\partial x} + \phi_6 \frac{\partial \hat{h}_L}{\partial t} = 0 \quad (3-32)$$

onde os coeficientes $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5$ e ϕ_6 são apresentados a seguir. A barra representando os valores médios foi retirada para simplificar a apresentação.

$$\phi_1 = \frac{\sigma}{\alpha'_L} \quad (3-33)$$

$$\phi_2 = \left[\frac{\rho_L U_{sL}^2}{\alpha_L^3} + \frac{\rho_{Gref} U_{sG}^2}{\alpha_G^3} - \frac{(\rho_L - \rho_{Gref})g}{\alpha'_L} \right] \quad (3-34)$$

$$\phi_3 = 2 \left[\frac{\rho_L U_{sL}}{\alpha_L^2} + \frac{\rho_{Gref} U_{sG}}{\alpha_G^2} \right] \quad (3-35)$$

$$\phi_4 = \left[\frac{\rho_L}{\alpha_L} + \frac{\rho_{Gref}}{\alpha_G} \right] \quad (3-36)$$

$$\phi_5 = - \left[-\frac{1}{\alpha'_L} \frac{\partial F}{\partial h_L} \Big|_{U_{sG}, U_{sL}} - \frac{U_{sG}}{\alpha_G} \frac{\partial F}{\partial U_{sG}} \Big|_{\alpha_L, U_{sL}} + \frac{U_{sL}}{\alpha_L} \frac{\partial F}{\partial U_{sL}} \Big|_{\alpha_L, U_{sG}} \right] \quad (3-37)$$

$$\phi_6 = - \left[-\frac{\partial F}{\partial U_{sG}} \Big|_{\alpha_L, U_{sL}} + \frac{\partial F}{\partial U_{sL}} \Big|_{\alpha_L, U_{sG}} \right] \quad (3-38)$$

onde as derivadas de F com relação ao nível de líquido h_L e velocidades superficiais U_{sL} e U_{sG} são dados por:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial F}{\partial U_{sG}} \right|_{\alpha_L, U_{sL}} &= \frac{f_G \rho_{G_{ref}} S_G}{A \alpha_G^3} U_{sG} + \\ &+ \frac{f_i \rho_{G_{ref}} S_i}{A \alpha_G} \left(\frac{1}{\alpha_L} + \frac{1}{\alpha_G} \right) \left(\frac{U_{sG}}{\alpha_G} - \frac{U_{sL}}{\alpha_L} \right) \end{aligned} \quad (3-39)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial F}{\partial U_{sL}} \right|_{\alpha_L, U_{sG}} &= - \frac{f_L \rho_L S_L}{A \alpha_L^3} U_{sL} + \\ &- \frac{f_i \rho_{G_{ref}} S_i}{A \alpha_L} \left(\frac{1}{\alpha_L} - \frac{1}{\alpha_G} \right) \left(\frac{U_{sG}}{\alpha_G} - \frac{U_{sL}}{\alpha_L} \right) \end{aligned} \quad (3-40)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial F}{\partial h_L} \right|_{U_{sG}, U_{sL}} &= \frac{f_G \rho_{G_{ref}} U_{sG}^2}{2A} \xi_1 - \frac{f_L \rho_L U_{sL}^2}{2A} \xi_2 \\ &+ \frac{f_i \rho_{G_{ref}}}{2A} \left(\frac{U_{sG}}{\alpha_G} - \frac{U_{sL}}{\alpha_L} \right)^2 (\xi_3 + \xi_4) \\ &- \frac{f_i \rho_{G_{ref}}}{A} \left(\frac{U_{sG}}{\alpha_G} - \frac{U_{sL}}{\alpha_L} \right) \left(U_{sG} \frac{\alpha'_G}{\alpha_G^2} - U_{sL} \frac{\alpha'_L}{\alpha_L^2} \right) \left(\frac{S_i}{\alpha_L} + \frac{S_i}{\alpha_G} \right) \end{aligned} \quad (3-41)$$

onde:

$$\xi_1 = \left(\frac{S_G}{\alpha_G^3} \right)' = \left(\frac{S'_G + 3S_G \alpha'_L}{\alpha_G^3} \right) \quad (3-42)$$

$$\xi_2 = \left(\frac{S_L}{\alpha_L^3} \right)' = \left(\frac{S'_L - 3S_L \alpha'_L}{\alpha_L^3} \right) \quad (3-43)$$

$$\xi_3 = \left(\frac{S_i}{\alpha_G} \right)' = \frac{S'_i + S_i \alpha'_L}{\alpha_G} \quad (3-44)$$

$$\xi_4 = \left(\frac{S_i}{\alpha_L} \right)' = \frac{S'_i - S_i \alpha'_L}{\alpha_L} \quad (3-45)$$

$$S'_L = D \theta' \quad ; \quad S'_i = D \cos \theta \theta' \quad (3-46)$$

Lembrando que o nível do líquido pode ser representado por uma perturbação superposta ao valor médio, como:

$$h_L = \bar{h}_L + \hat{h}_L \quad ; \quad \bar{h}_L = h_{Leq}. \quad (3-47)$$

O sistema de equações apresentado permite que a perturbação no nível de líquido tenha o seguinte formato:

$$\hat{h}_L = \tilde{h}_L e^{i(\omega t - kx)} \quad (3-48)$$

onde \tilde{h}_L é a amplitude da perturbação, ω é a frequência angular, e k é o número

de onda da perturbação.

Após substituir a Eq. 3-48 na Eq. 3-32, pode-se obter a seguinte equação característica:

$$\phi_1 i^4 k^4 + \phi_2 i^2 k^2 - i^2 \phi_3 k \omega + \phi_4 i^2 \omega^2 - \phi_5 ki + \phi_6 \omega i = 0 \quad (3-49)$$

Esta equação pode ser resolvida de duas formas para avaliar a taxa de amplificação das perturbações. Pode-se proceder conforme Barnea e Taitel (1993), mantendo-se o número de onda k fixo, e explicitando a frequência ω . De forma alternativa, pode-se manter a frequência constante e determinar o número de onda k . As respectivas equações são:

$$k^4 - \psi_1 k^2 + (\psi_2 \omega - \psi_3 i) k - \psi_4 \omega^2 + \psi_5 \omega i = 0 \quad (3-50)$$

$$\omega^2 - (\varphi_1 k + \varphi_2 i) \omega + \varphi_3 k^2 - \varphi_4 k^4 + \varphi_5 k i = 0 \quad (3-51)$$

onde:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{\phi_3}{\phi_4} & \psi_1 &= \frac{\phi_2}{\phi_1} \\ \varphi_2 &= \frac{\phi_6}{\phi_4} & \psi_2 &= \frac{\phi_3}{\phi_1} \\ \varphi_3 &= \frac{\phi_2}{\phi_4} & \psi_4 &= \frac{\phi_5}{\phi_1} \\ \varphi_4 &= \frac{\phi_1}{\phi_4} & \psi_4 &= \frac{\phi_4}{\phi_1} \\ \varphi_5 &= \frac{\phi_5}{\phi_4} & \psi_5 &= \frac{\phi_6}{\phi_1} \end{aligned}$$

A equação para ω possui duas raízes $\omega_1 = \omega_{r1} + i \omega_{i1}$ e $\omega_2 = \omega_{r2} + i \omega_{i2}$. A taxa de amplificação é dada pelo valor negativo da parte imaginária das raízes.

Já a equação para o número de onda k possui quatro raízes. Neste caso a taxa de amplificação é dada pelo valor positivo da parte imaginária da raízes.

A Fig. 3.3(a) ilustra como a taxa de amplificação $-\omega_i$, obtida a partir da solução da Eq. 3-51, varia com o comprimento de onda λ , sendo $\lambda = 2\pi/k_i$, para um dado par de velocidades superficiais. Já a Fig. 3.3(b) apresenta a dependência da taxa de amplificação k_i , obtida pela solução da Eq.3-50, com a frequência ω .

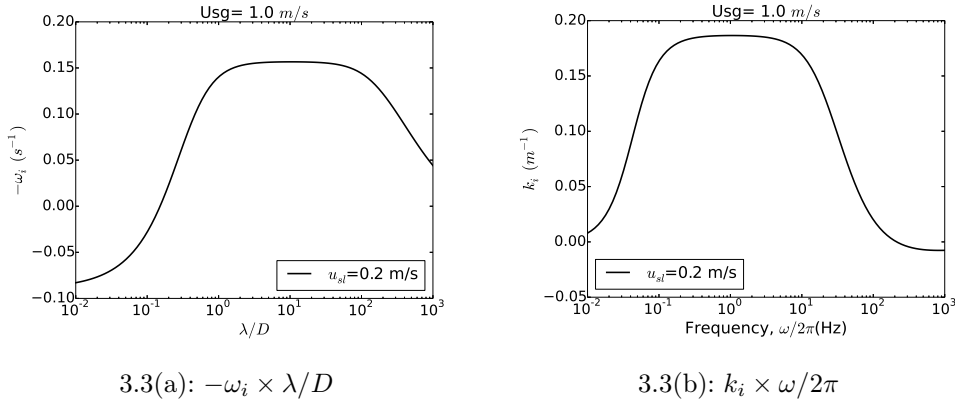


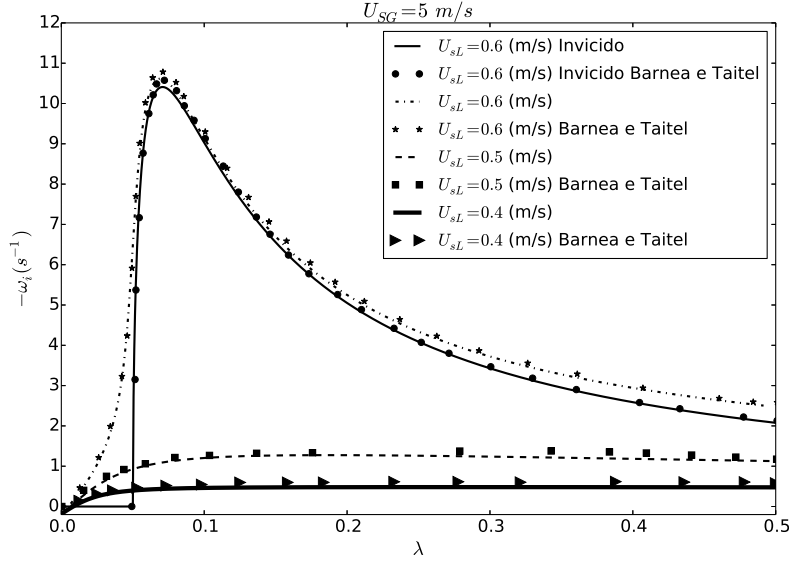
Figura 3.3: Tipos de dados de taxa de amplificação

Uma determinada onda é considerada instável se a taxa de amplificação é positiva, levando ao crescimento da perturbação. Para escoamentos em uma tubulação fechada, como é o caso do presente estudo, o crescimento contínuo da onda levará ao fechamento da seção, ou seja, à formação da golfada. Caso contrário, se a taxa de amplificação é negativa, a perturbação decairá e a onda é dita estável.

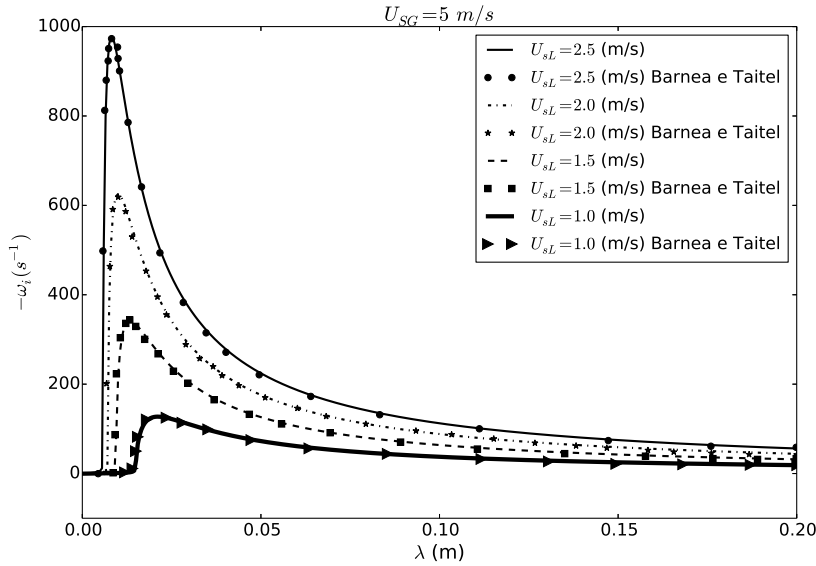
3.2.1

Validação da Metodologia de Previsão de Taxa de Amplificação Teórica

Como mencionado, a taxa de amplificação de uma perturbação pode ser determinada de duas formas: através do número de onda k_i ou frequência $-\omega_i$. Para validar o algoritmo implementado (em *Python*), a fim de determinar a taxa de amplificação correspondente a um par de velocidades superficiais, inicialmente, buscou-se reproduzir os dados apresentados por Barnea e Taitel (1993). Selecionou-se exatamente a mesma configuração e casos investigados por Barnea e Taitel (1993). O diâmetro da tubulação é de 5 cm e os fluidos são ar e água a 20°C e P_{atm} . As Figs. 3.4(a) e 3.4(b) apresentam boa concordância entre os resultados obtidos neste trabalho e os apresentados em Barnea e Taitel (1993).



3.4(a):



3.4(b):

Figura 3.4: Validação Taxa de Amplificação

O passo seguinte, para validar o algoritmo implementado, consistiu em comparar a taxa de amplificação obtida através das duas formulações, dadas pelas equações Eqs. (3-50) e (3-51), para um dado par de velocidades superficiais. O procedimento utilizado consiste em obter a taxa de amplificação em termos de frequência $-w_i$ a partir da taxa de amplificação k_i . Isto pode ser feito utilizando a transformada de Gaster (Gaster, 1962; Juniper et al., 2011). De acordo com Gaster, a velocidade de grupo C_g permite relacionar o crescimento no tempo com o crescimento no espaço, na seguinte forma:

$$-\omega_i = C_g k_i; \quad C_g = d\omega_r/dk_r. \quad (3-52)$$

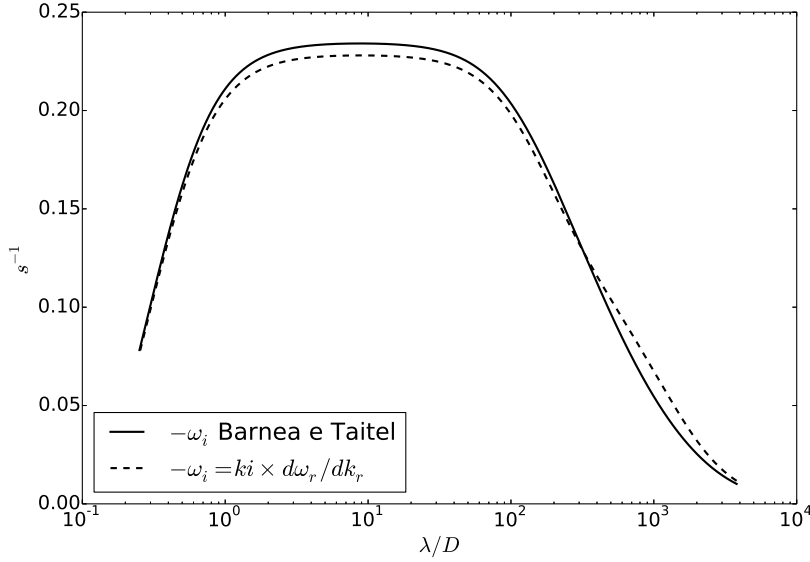


Figura 3.5: Taxa de amplificação temporal

A velocidade de grupo foi obtida numericamente, i.e., para dois valores de número de onda k_r e $k_r + dk_r$ resolvendo-se a Eq. 3-51, obtém-se a correspondente variação de ω_r . Com estas duas variações, calcula-se a velocidade de grupo C_g . O incremento dk_r utilizado foi igual a 10^{-6} . Obtendo-se a taxa de amplificação espacial k_i e com o valor da velocidade de grupo, tem-se então a taxa de amplificação temporal. A Fig. 3.5 apresenta valores para $-\omega_i$ calculados pela metodologia deste trabalho e os dados de Barnea e Taitel (1993) e excelente concordância é obtida, validando esta metodologia.

4

Modelagem Numérica

As equações de conservação (3-1) e (3-2) foram discretizadas baseadas no método de Volumes Finitos (Patankar, 1980). O método consiste em dividir o domínio computacional em volumes de controle e integrar as equações de conservação no tempo e no espaço, em cada um dos volumes de controle, de forma a garantir conservação global de todas as grandezas de interesse.

Os volumes de controle onde todas as grandezas escalares são armazenadas é o volume de controle principal, ilustrado na Fig. 4.1(a). Os pontos nodais no centro do volume de controle são representados por letras maiúsculas, sendo o ponto P o nó principal, com vizinhos leste, E , e oeste, W . As faces dos volumes de controle são identificadas com as letras minúsculas, e , w , leste e oeste, respectivamente. De acordo com recomendação de Patankar (1980), para evitar soluções irrealistas, oscilatórias, as velocidades são armazenadas em volumes de controles deslocados em relação ao volume de controle principal, conforme ilustrado na Fig. 4.1(b).

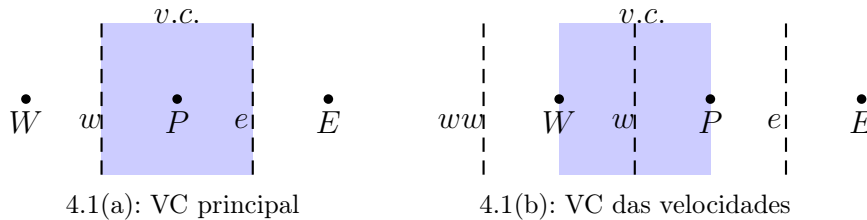


Figura 4.1: Volumes de Controle

O código desenvolvido por Ortega (2004) e Carneiro (2006) utiliza a aproximação *Upwind* de primeira ordem (Patankar, 1980) para avaliação dos fluxos convectivos de massa e quantidade de movimento nas faces dos volumes de controle. Com relação a integração temporal, este utiliza o método de Euler implícito de primeira ordem. Visando incrementar a precisão do código, implementou-se no presente trabalho o método de Crank-Nicolson, que corresponde a uma integração temporal de segunda ordem.

A cada passo de tempo, as equações de conservação são resolvidas através de um algoritmo baseado no método *PRIME* (Nieckele et al., 2013), para lidar com o acoplamento velocidade-pressão. Este método consiste em resolver as

equações de conservação de forma sequencial. A fração de vazio é obtida a partir da equação de conservação da massa de gás, enquanto que as velocidades do gás e do líquido são obtidas resolvendo as respectivas equações de quantidade de movimento. A pressão é determinada indiretamente a partir da equação de conservação de massa global, combinadas com as equações explícitas de quantidade de movimento. O sistema algébrico de cada equação é resolvido com o algoritmo TDMA (Patankar, 1980).

A metodologia aplicada para a solução do escoamento já foi testada em diversas aplicações, sendo capaz de capturar a formação de golfadas a partir de um escoamento estratificado com boa concordância com dados experimentais (Carneiro et al., 2011; Nieckele et al., 2013).

4.1

Integração temporal

A integração temporal de uma grandeza genérica ϕ entre dois instantes de tempo pode ser representada por:

$$\int \phi dt = [f \phi + (1 - f) \phi^o] \Delta t \quad (4-1)$$

onde ϕ é o valor no novo instante de tempo $t + dt$ e ϕ^o é o valor conhecido do instante de tempo anterior t . O fator f pode assumir qualquer valor entre zero e um, representando diferentes perfis de ϕ dentro do intervalo de tempo. A Fig. 4.2 ilustra os três principais métodos de integração temporal: Euler Explícito, $f = 0$, Euler Implícito, $f = 1$, e Crank-Nicolson, $f = 0,5$.

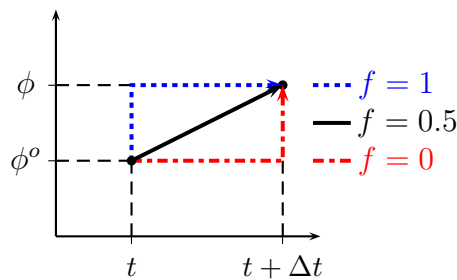


Figura 4.2: Esquemas de integração temporal

A Figura 4.3 ilustra as dependências dos vizinhos ao ponto nodal principal para cada um dos métodos. Os métodos de Euler Implícito $f = 1$ e Euler Explícito $f = 0$ são métodos de primeira ordem de integração. O método implícito é totalmente estável, enquanto que o método explícito somente é estável sob certas condições (passos de tempo muito pequenos). A estabilidade referida neste caso tem a ver com os valores positivos dos coeficientes das

equações de conservação discretizadas, conforme Patankar (1980). O método de Crank-Nicolson é de segunda ordem, e por isso, envolve mais vizinhos na integração temporal. Do ponto de vista matemático este método é considerado estável, implicando que eventuais oscilações numéricas, caso o passo de tempo não seja pequeno o suficiente, decairão. Como estamos interessados em alta precisão temporal, com pequenos passos de tempo para captar as amplificações das perturbações introduzidas no escoamento, este método foi selecionado.

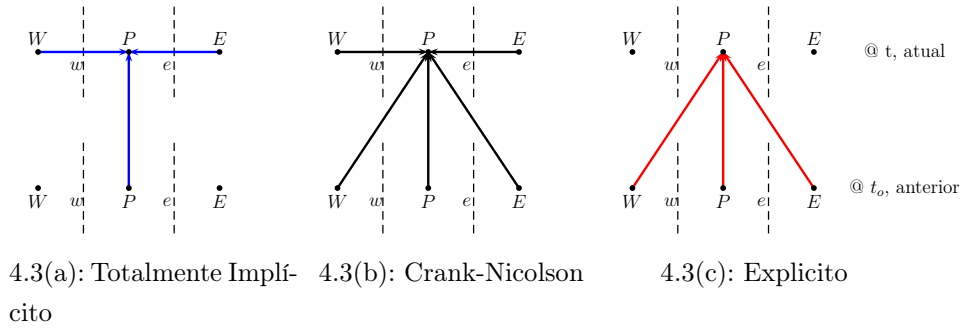


Figura 4.3: Esquemas e interação com os vizinhos

4.2

Discretização das Equações de Conservação

As equações de conservação discretizadas são apresentadas a seguir. Como mencionado, utilizou-se aproximação *Upwind* para aproximar os fluxos convectivos e o fator f para a integração temporal, de forma a facilitar a seleção do método de integração temporal.

Com a aproximação *Upwind*, os valores das grandezas de interesse nas faces são avaliados em função do sentido da velocidade U_k . Por exemplo, para uma grandeza genérica na face e , ϕ_e , tem-se:

$$\tilde{\phi}_e = [[\text{sign}(U_{ke}), 0]] \phi_P - [[\text{sign}(-U_{ke}), 0]] \phi_E \quad (4-2)$$

onde o símbolo $[[a, b]]$ significa o máximo entre a e b .

4.2.1

Fração volumétrica do gás

A fração volumétrica do gás, ou fração de vazio, α_G é obtida a partir da equação de conservação de massa do gás:

$$\frac{\partial(\rho_G \alpha_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \alpha_G U_G)}{\partial x} = 0 \quad (4-3)$$

é integrada no tempo e no espaço através do volume de controle principal, Fig. 4.1(a), com tamanho Δx . Dividindo o resultado por Δt , obtém-se:

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho_G \alpha_G)_P - (\rho_G \alpha_G)_P^o}{\Delta t} A \Delta x + [\tilde{F}_e \tilde{\alpha}_e - \tilde{F}_w \tilde{\alpha}_w] f + \\ & [\tilde{F}_e^o \tilde{\alpha}_e^o - \tilde{F}_w^o \tilde{\alpha}_w^o] (1 - f) = 0 \end{aligned} \quad (4-4)$$

onde \tilde{F} é um pseudo fluxo de massa

$$\tilde{F} = \tilde{\rho}_G U_G A \quad (4-5)$$

sendo a massa específica da Eq. (4-5) avaliada com a aproximação *Upwind*.

A equação de discretização resultante para a fração volumétrica de gás é:

$$a_P^{\alpha_G} \alpha_{G,P} = a_E^{\alpha_G} \alpha_{G,E} + a_W^{\alpha_G} \alpha_{G,W} + b^{\alpha_G} \quad (4-6)$$

onde:

$$\begin{aligned} a_W^{\alpha_G} &= [[\tilde{F}_w, 0]] f & ; & & a_E^{\alpha_G} &= [[-\tilde{F}_e, 0]] f \\ a_W^{\alpha_{G^o}} &= [[\tilde{F}_w^o, 0]] (1 - f) & ; & & a_E^{\alpha_{G^o}} &= [[-\tilde{F}_e^o, 0]] (1 - f) \\ a_P^{\alpha_{G^o}} &= \rho_{G,P}^o A \frac{\Delta x}{\Delta t} - a_W^{\alpha_{G^o}} - a_E^{\alpha_{G^o}} - (\tilde{F}_e^o - \tilde{F}_w^o) (1 - f) \\ a_P^{\alpha_G} &= \rho_{G,P} A \frac{\Delta x}{\Delta t} + a_W^{\alpha_G} + a_E^{\alpha_G} + (\tilde{F}_e - \tilde{F}_w) f \\ b^{\alpha_G} &= a_P^{\alpha_{G^o}} \alpha_{G,P}^o + a_E^{\alpha_{G^o}} \alpha_{G,E}^o + a_W^{\alpha_{G^o}} \alpha_{G,W}^o \end{aligned}$$

4.2.2

Velocidades

As velocidades U_G e U_L são determinadas através da solução das equações de conservação de quantidade de movimento para cada fase k , onde $k = L, G$. Estas equações podem ser representadas por:

$$\frac{\partial(\rho_k \alpha_k U_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_k \alpha_k U_k^2)}{\partial x} = -\alpha_K \frac{\partial P_G}{\partial x} + S_{c_k} + S_{p_k} U_k \quad (4-7)$$

onde os termos de fontes, S_{c_k} e S_{p_k} de cada equação são:

$$S_{c_G} = -\alpha_G \rho_G g \frac{\partial h_L}{\partial x} + \frac{f_i \rho_G |U_G - U_L|}{2 A} U_L \quad (4-8)$$

$$S_{p_G} = - \left[\frac{f_G \rho_G |U_G|}{2 A} + \frac{f_i \rho_G |U_G - U_L|}{2 A} \right] \quad (4-9)$$

$$S_{c_L} = -\alpha_L \rho_L g \frac{\partial h_L}{\partial x} + \frac{f_i \rho_G |U_G - U_L|}{2 A} U_G + \alpha_L \sigma \frac{\partial^3 h_L}{\partial x^3} \quad (4-10)$$

$$S_{p_L} = - \left[\frac{f_L \rho_L |U_L|}{2 A} + \frac{f_i \rho_G |U_G - U_L|}{2 A} \right] \quad (4-11)$$

A equação discretizada de quantidade de movimento para a fase k , é obtida integrando a respectiva equação de conservação, (Eq. 4-7), no volume controle deslocado de tamanho Δx , centrado na fase w , Fig. 4.1(b). A equação discretizada resultante é:

$$\frac{a_{k,w}}{\gamma} U_{k,w} = a_{k,ww} U_{k,ww} + a_{k,e} U_{k,e} - \alpha_{k,w} A (P_{G,P} - P_{G,W}) f + b_k \quad (4-12)$$

onde:

$$\begin{aligned} a_{k,ww} &= [[F_{k,W}, 0]] f & ; & & a_{k,e} &= [[-F_{k,P}, 0]] f \\ a_{k,w}^o &= [[F_{k,W}^o, 0]] (1-f) & ; & & a_{k,e}^o &= [[-F_{k,P}^o, 0]] (1-f) \\ a_{k,w}^o &= \rho_{k,w}^o \alpha_{k,w}^o A \frac{\Delta x}{\Delta t} - a_{k,ww}^o - a_{k,e}^o - [(F_{k,P}^o - F_{k,W}^o) - S_{p,w}^o A \Delta x] (1-f) \\ a_{k,w} &= a_{k,ww} + a_{k,e} + a_{k,w}^o + a_{k,w}^o + a_{k,e}^o - [S_{p,w} f + S_{p,w}^o (1-f)] A \Delta x; \\ b &= a_{k,w}^o U_{k,w}^o + a_{k,ww}^o U_{k,ww}^o + a_{k,e}^o U_{k,e}^o - \alpha_k A (P_{k,P}^o - P_{k,W}^o) (1-f) \\ &\quad + [S_{c_k,w} f + S_{c_k,w}^o (1-f)] A \Delta x + (1-\gamma) \frac{a_{k,w}}{\gamma} U_{k,w}^* \end{aligned}$$

sendo F o fluxo de massa:

$$F_k = \rho_k \alpha_k U_k A \quad (4-13)$$

Neste caso, as faces dos volumes de controle coincidem com os pontos

nodais principais. Portanto, os fluxos de massa devem ser avaliados nos pontos nodais principais em função dos fluxos de massa utilizados na equação de conservação de massa, de acordo com:

$$F_{k,P} = \frac{(F_{k,w} + F_{k,e})}{2} \quad \text{e} \quad F_{k,W} = \frac{(F_{k,ww} + F_{k,w})}{2} \quad (4-14)$$

onde $F_{k,ww}$, $F_{k,w}$ e $F_{k,e}$ são os fluxos de massa avaliados nas posições ww , w e e . Para a posição w , o fluxo é definido como:

$$F_{k,w} = \check{\rho}_{k,w} \check{\alpha}_{k,w} U_{k,w} A. \quad (4-15)$$

onde a massa específica e fração de vazio são obtidas com média aritmética. Para a posição w , uma variável genérica ϕ é:

$$\check{\phi}_w = \frac{(\phi_P + \phi_W)}{2} \quad (4-16)$$

Na Eq. (4-12), o parâmetro γ é o fator de sub-relaxação, o qual deve ser utilizado para controlar a taxa de convergência, pois a equação é não linear.

4.2.3 Pressão

De acordo com a metodologia da família do SIMPLE (Patankar, 1980), a pressão é determinada de forma indireta, utilizando a equação de conservação de massa global. Esta equação pode ser obtida somando-se as equações de conservação de massa para cada fase. No entanto, como a massa específica dos líquidos é muito maior do que a dos gases, (Issa e Kempf, 2003) e (Nieckele et al., 2013) recomendam normalizar as equações com relação a massa específica de referência antes de somá-las, tal que:

$$\frac{1}{\rho_{G_{ref}}} \frac{\partial(\rho_G \alpha_G)}{\partial t} + \frac{1}{\rho_{G_{ref}}} \frac{\partial(\rho_G \alpha_G U_G)}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_L}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_L U_L)}{\partial x} = 0 \quad (4-17)$$

Esta equação pode então ser integrada no volume de controle principal. Lembrando que $\alpha_L = 1 - \alpha_G$, obtém-se:

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{(\rho_{G,P}\alpha_{G,P} - \rho_{G,P}^o\alpha_{G,P}^o)}{\rho_{G_{ref}}} + [(1 - \alpha_{G,P}) - (1 - \alpha_{G,P}^o)] \right\} \frac{A\Delta x}{\Delta t} \\
& + \frac{(\rho_{G,e}\alpha_{G,e}U_{G,e}A - \rho_{G,w}\alpha_{G,w}U_{G,w}A)}{\rho_{G_{ref}}} \\
& + (\alpha_{L,e}U_{L,e}A - \alpha_{L,w}U_{L,w})A = 0
\end{aligned} \quad (4-18)$$

Para avaliar o termo transiente, deve-se lembrar que a fase gasosa se comporta como gás perfeito, logo, a massa específica do gás deve ser escrita como:

$$\rho_{G,P} = \frac{P_{G_P}}{R_G T_{ref}} = \frac{P_{G_P}}{P_{G_{ref}}} \rho_{G_{ref}} \quad (4-19)$$

Os termos de fluxo de massa na equação de conservação de massa global, devem ser tratados, segundo a metodologia do algoritmo SIMPLER (Patankar, 1980), i.e., a velocidade na face do volume de controle principal, deve ser determinada a partir da equação explícita de quantidade de movimento. Por exemplo, para a face w :

$$U_{k,w} = \hat{U}_{K,w} + du_{K,w} (P_{G,W} - P_{G,P}) \quad (4-20)$$

onde:

$$\begin{aligned}
\hat{U}_{K,w} &= \frac{(a_{k,ww}U_{k,ww} + a_{k,e}U_{k,e} + b_k)}{a_{k,w}/\gamma} \\
du_{k,w} &= \frac{\alpha_{k,w}A}{a_{k,w}/\gamma}
\end{aligned}$$

Substituindo a Eq. (4-20) correspondente as faces leste e e oeste w para avaliar os fluxos de massa na Eq. (4-18), juntamente com a Eq. (4-19) no termo transiente, obtêm-se a seguinte equação de discretização para a pressão P_G :

$$a_P^P P_{G_P} = a_W^P P_{G_W} + a_E^P P_{G_E} + b^P \quad (4-21)$$

sendo que os coeficientes podem ser escritos conforme abaixo:

$$a_W^P = \left[\frac{\rho_{G,w} \alpha_{G,w} du_{G,w}}{\rho_{G_{ref}}} + \alpha_{L,w} du_{L,w} \right] A \quad (4-22)$$

$$a_E^P = \left[\frac{\rho_{G,e} \alpha_{G,e} du_{G,e}}{\rho_{G_{ref}}} + \alpha_{L,e} du_{L,e} \right] A \quad (4-23)$$

$$a_P^P = \left[\frac{\rho_{G,e} \alpha_{G,e} du_{G,e} + \rho_{G,w} \alpha_{G,w} du_{G,w}}{\rho_{G_{ref}}} + \alpha_{L,e} du_{L,e} + \alpha_{L,w} du_{L,w} \right] A + \quad (4-24)$$

$$\frac{\alpha_{G,P}}{P_{G_{ref}}} \frac{A \Delta x}{\Delta t} \quad (4-25)$$

$$b^P = \left\{ \frac{P_P^o \alpha_{G,P}^o}{P_{G_{ref}}} - [(1 - \alpha_{G,P}) - (1 - \alpha_{G,P}^o)] \right\} \frac{A \Delta x}{\Delta t} \quad (4-26)$$

$$- \left\{ \frac{\rho_{G,e} \alpha_{G,e} \hat{U}_{G,e} - \rho_{G,w} \alpha_{G,w} \hat{U}_{G,w}}{\rho_{G_{ref}}} + \alpha_{L,e} \hat{U}_{L,e} - \alpha_{L,w} \hat{U}_{L,w} \right\} A \quad (4-27)$$

De acordo com o método PRIME modificado (Nieckele et al., 2013) e descrito em detalhes em (Ortega e Nieckele, 2005), após a obtenção do campo de pressão através da solução do sistema algébrico dado pela Eq. (4-21), as velocidades de ambas as fases são corrigidas com a Eq. (4-20).

4.3

Crítério de Convergência

A cada passo de tempo, os sistemas algébricos correspondentes à fração de gás, velocidades do líquido e do gás e pressão devem estar convergidos. Como critério de convergência garante-se que o maior resíduo de todas as equações é inferior a uma tolerância pré-definida.

$$Resto_{max} = \max(Resto_P, Resto_{U_G}, Resto_{U_L}, Resto_\alpha) \leq tol \quad (4-28)$$

onde o resíduo para uma variável a genérica ϕ é

$$Resto_\phi = \max[a_P^\phi \phi_P - (a_W^\phi \phi_W + a_E^\phi \phi_E + b_P^\phi)] \quad (4-29)$$

Neste trabalho utilizou tolerância $tol = 1 \times 10^{-5}$.

4.4

Malha e Passo de Tempo

Para definir a malha adequada a ser utilizada é necessário realizar um teste de malha, de forma a garantir que a solução independa do espaçamento. A definição do passo de tempo também deve ser tal que não haja perda de

informação do escoamento devido a um passo de tempo demasiadamente longo. Logo, o passo de tempo deve depender da malha utilizada. Para cada caso, um teste de malha e passo de tempo deve ser realizado. Estes são apresentados no Capítulo de Resultados.

Um bom critério para definir o passo de tempo é através do número de *Courant*, sendo este definido da seguinte forma:

$$C_o = \frac{U_{max} \Delta t}{\Delta x}. \quad (4-30)$$

onde U_{max} é a maior velocidade presente no escoamento.

O número de *Courant* deve ser sempre menor do que 1, implicando que em um passo de tempo, uma partícula de fluido deverá se deslocar menos do que um volume de controle.

A escolha do valor do C_o impacta diretamente no tempo de solução, uma vez que quanto menor o C_o mais passos de tempo são resolvidos.

4.4.1

Validação do Esquema de Segunda Ordem

Uma vez que o programa base utilizado no presente trabalho já foi extensivamente validado, para investigar a implementação da integração temporal de segunda ordem, realizou-se um teste, comparando-se as soluções obtidas com os modelos de integração temporal de primeira e segunda ordem.

Selecionou-se dois casos de escoamento no regime de golfadas, para os quais existem dados experimentais disponíveis (Fonseca Jr., 2009). O escoamento no padrão de golfadas é útil para teste transiente, por ser intrinsecamente transiente, intermitente. A tubulação modelada tem 10 m de comprimento e o diâmetro é igual a 24 mm. Os fluidos são água e ar. A pressão na saída é atmosférica. Manteve-se a velocidade superficial do gás igual a $U_{sG} = 0,788$ m/s. Para o Caso 1, a velocidade superficial do líquido é $U_{sL} = 0,295$ m/s e para o Caso 2, $U_{sL} = 0,393$ m/s. Foi utilizada uma discretização espacial de modo que $\Delta x/D = 1$. O passo de tempo foi definido em função do número de Courant $C_o = 0.05$ (ver Eq.(4-30)).

Os resultados para as grandezas estatisticamente permanente das golfadas, correspondentes ao comprimento da bolha de Taylor L_B , velocidade de translação da golfada U_s , e frequência $\Psi = \omega/(2\pi)$ obtidos para o escoamento no padrão de golfadas, são apresentados na Tabela 4.1. Na mesma tabela, encontram-se os dados experimentais de Fonseca Jr. (2009). Observa-se que melhor concordância com os dados experimentais foi obtida com o esquema

de 2^a. ordem. Este resultado contribui para não só validar a metodologia implementada, mas demonstrar a maior precisão do método de 2^a ordem, como esperado.

Tabela 4.1: Dados estatísticos da golfada

$U_{sG} = 0,788 \text{ m/s}$						
Caso 1- $U_{sL} = 0,295 \text{ m/s}$				Caso 2- $U_{sL} = 0,393 \text{ m/s}$		
	1a ordem	2a ordem	Exp.	1a ordem	2a ordem	Exp.
L_B/D	150,38	117,335	109.69	79,38	54,15	68,01
U_s	1,21	1,27	1,31	1,34	1,42	1,35
ν	0,23	0,35	0,60	0,57	0,87	0,95

4.5

Metodologia de Cálculo da Taxa de Amplificação Numérica

Inicialmente obtém-se a solução do problema numérico para a condição de equilíbrio, impondo-se os valores desejados das velocidades superficiais na entrada, assim como a fração de gás de equilíbrio $\alpha_{G_{eq}}$ (por conseguinte h_{Leq}). Como os valores de equilíbrio são estimados considerando propriedades constantes, a solução numérica obtida para o regime permanente apresenta um nível de líquido estabilizado ligeiramente diferente ao imposto na entrada (h_{Lo}) devido a mudanças nas propriedades causadas pelo gradiente de pressão. Uma perturbação senoidal é então imposta sobre o nível de líquido \hat{h}_L . A Fig. 4.4 ilustra o nível de equilíbrio e a variação do mesmo ao longo do domínio.

A fração de gás na entrada é facilmente obtida a partir do nível do líquido, assim como todos os outros parâmetros geométricos conforme discutido no Cap. (3).

Visando a obtenção de um sinal senoidal centrado com média nula, subtrai-se h_L perturbado de nível estabilizado obtido da simulação inicial sem perturbação, h_{Lo} . O sinal desejado é exemplificado na Fig. 4.5.

A partir do sinal centrado (média zero), realiza-se uma transformada de Hilbert (Tropea et al., 2007) de forma a traçar um envelope de amplitudes para a perturbação. Uma função complexa pode ser definida conforme a Eq. (4-31) e a amplitude conforme a Eq. (4-32).

$$z(x) = \hat{h}_L(x) + iTH(\hat{h}_L(x)) \quad (4-31)$$

$$A(x) = ||z|| \quad (4-32)$$

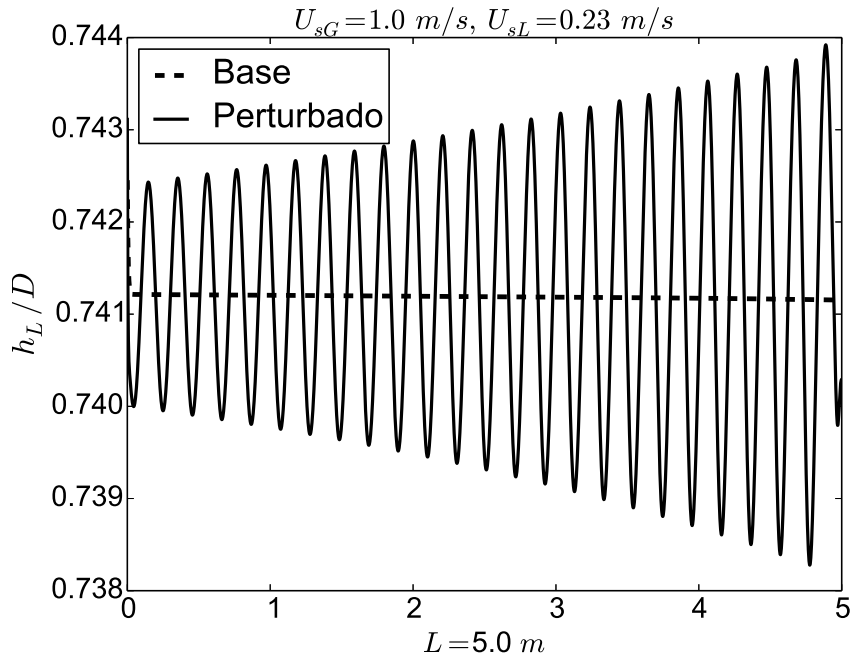


Figura 4.4: Amplificação da Onda

onde z é a função complexa e TH é a transformada de Hilbert. Já a transformada de Hilbert para uma função discreta pode ser definida como a seguir:

$$z(x = x_n) = f f t^{-1} \left\{ b_n f f t \left[\hat{h}_L(x) \right] \right\} \quad (4-33)$$

onde $f f t$ denota a transformada rápida de Fourier e:

$$b_n = \begin{cases} 2 & \text{para } 0 \leq n < N/2 \\ 0 & \text{para } N/2 \leq n < N \end{cases} \quad (4-34)$$

De posse do envelope de amplitude de onda calcula-se o coeficiente angular da reta da curva do envelope em escala logarítmica, que é a taxa de amplificação (Fig. 4.6).

4.6

Metodologia de Cálculo da Velocidade de Onda Numérica

A velocidade de onda c é igual a:

$$c = \Psi \times \lambda = \omega/k \quad (4-35)$$

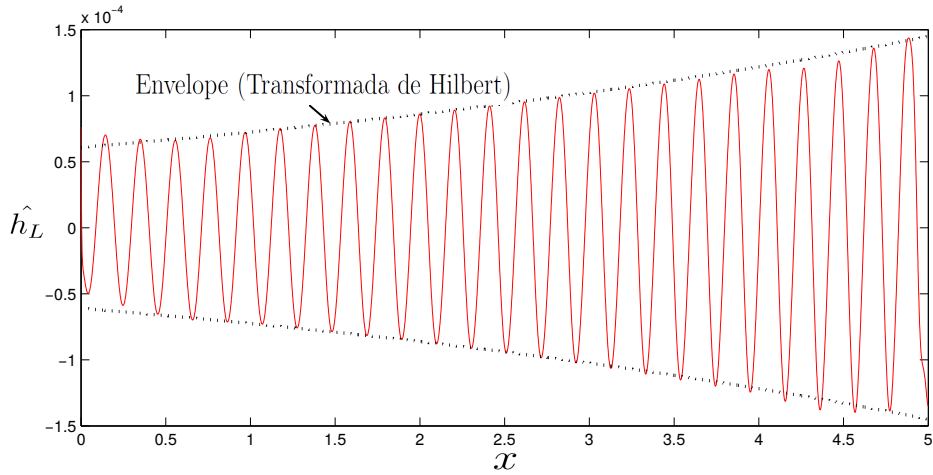


Figura 4.5: Envelope da transformada de Hilbert (Caso: $U_{sG} = 1$ m/s, $U_{sL} = 0.23$ m/s e $\Psi = 4$ Hz)

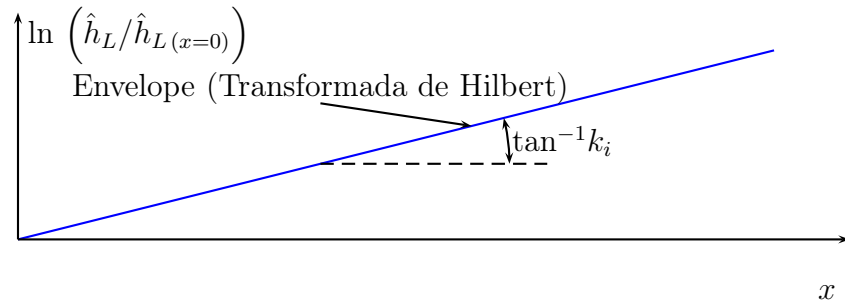


Figura 4.6: Cálculo da taxa de amplificação

onde Ψ é a frequência da onda e λ é o comprimento de onda. Para uma situação contínua, λ pode ser avaliado de forma bastante simples, como a distância entre dois picos ou dois vales da onda. Porém, para o caso numérico medir este valor é mais complicado, uma vez que a onda é discreta, e o valor de máximo numérico pode não corresponder ao máximo da onda. A Fig. 4.7 exemplifica este efeito da discretização. Assim, para minimizar o erro no cálculo de λ , mede-se o valor entre dois picos com o maior número de onda entre eles. Logo, o valor de λ corresponde ao valor medido dividido pelo número de ondas no intervalo ($\lambda_n = L_n/N$). Quanto mais ondas existirem entre os picos de medição, mais o valor do comprimento L_n numérico se aproxima do valor de L correspondente à onda contínua e consequentemente menor é o erro.

O procedimento para calcular a velocidade de onda consiste em determinar (ao longo do domínio e para um determinado instante de tempo) os máximos dos níveis de líquido h_L^{max} , comparando os valores destes com os valores dos pontos nodais vizinhos, identificando assim a coordenada de

ocorrência do máximo local $x_{h_L}^{max}$. O comprimento de onda médio pode então ser determinado como a distância total entre o último e primeiro máximo, dividido pelo número de intervalos entre os máximos.

$$\lambda_n = \frac{x_{h_L N}^{max} - x_{h_L 1}^{max}}{N - 1} \quad (4-36)$$

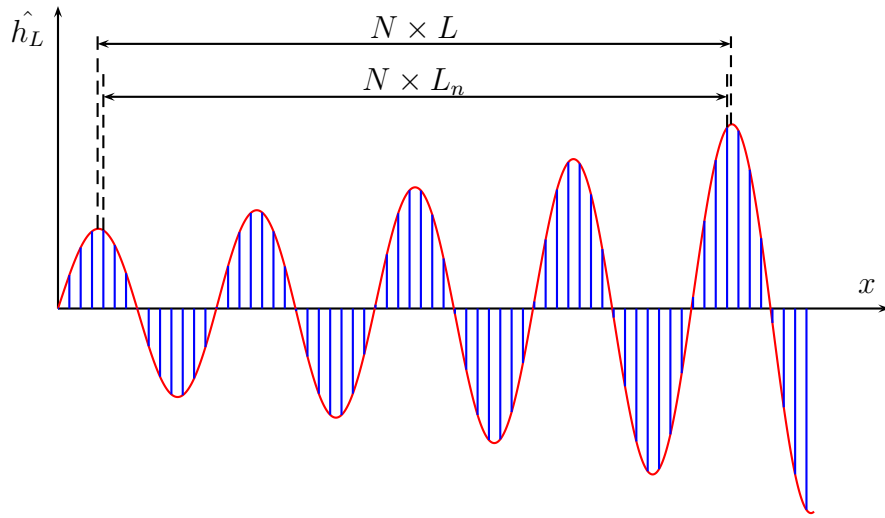


Figura 4.7: Cálculo de λ

5 Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações do escoamento estratificado em uma tubulação horizontal, realizadas utilizando o modelo de Dois Fluidos e os resultados obtidos com o modelo linear de Kelvin-Helmoltz, proposto no trabalho de Barnea e Taitel (1993). Inicialmente, os casos selecionados para serem investigados são definidos. A seguir, são apresentados os critérios utilizados para a definição dos parâmetros numéricos necessários para as simulações. Finalmente, os resultados obtidos são apresentados e comparados com o modelo linear de Kelvin-Helmoltz.

5.1 Configurações de Análise

Os fluidos de trabalho selecionados para este estudo foram o ar, para a fase gasosa, e a água, para a fase líquida. Considerou-se o escoamento isotérmico, sendo a temperatura de referência igual a $T_{ref} = 25^{\circ}\text{C}$. A massa específica do ar foi obtida pela equação de gases ideais, sendo a constante do gás igual a $R_G = 287 \text{ Nm}/(\text{kgK})$. A viscosidade molecular do ar foi definida igual a $\mu_G = 1,970 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$. As propriedades da água foram definidas como: massa específica, $\rho_L = 997,1 \text{ kg/m}^3$ e viscosidade molecular $\mu_L = 8,90 \times 10^{-4} \text{ Pa s}$. O diâmetro interno da tubulação analisada foi mantido constante em todas as análises, sendo igual a $D = 0,0508 \text{ m}$. Investigou-se o escoamento em tubulações com diferentes comprimentos, sendo a mais curta com comprimento igual a $L=5 \text{ m}$ e a mais comprida com $L=20 \text{ m}$. Na entrada da tubulação foram impostas velocidades superficiais de líquido U_{sL} e gás U_{sG} . Ainda na entrada, a fração volumétrica do gás α_G , correspondente a altura de líquido de equilíbrio h_{Leq} também foi imposta. A pressão de saída da tubulação foi mantida constante e igual a pressão atmosférica.

Para selecionar os casos a serem analisados, construiu-se uma mapa de padrões de escoamento (Fig.5.1) de acordo com o modelo de Taitel e Dukler (1976). Buscando-se um melhor entendimento dos mecanismos responsáveis pela iniciação das golfadas, optou-se por concentrar as investigações na faixa de transição entre os regimes estratificado para golfada e ondulado para

golfada. Dez casos, correspondentes a dez pares de velocidades superficiais, foram selecionados para serem investigados e encontram-se na Tab. 5.1, a qual também apresenta a altura de líquido de equilíbrio h_{Leq} , normalizada pelo diâmetro D da tubulação. Os casos foram selecionados por encontrarem-se próximo da região de transição dos regimes estratificado e ondulado para golfada, conforme pode ser observado no mapa de padrão ilustrado na Fig.5.1, onde os casos simulados foram adicionados ao mapa para ilustrar a região de abrangência do presente estudo.

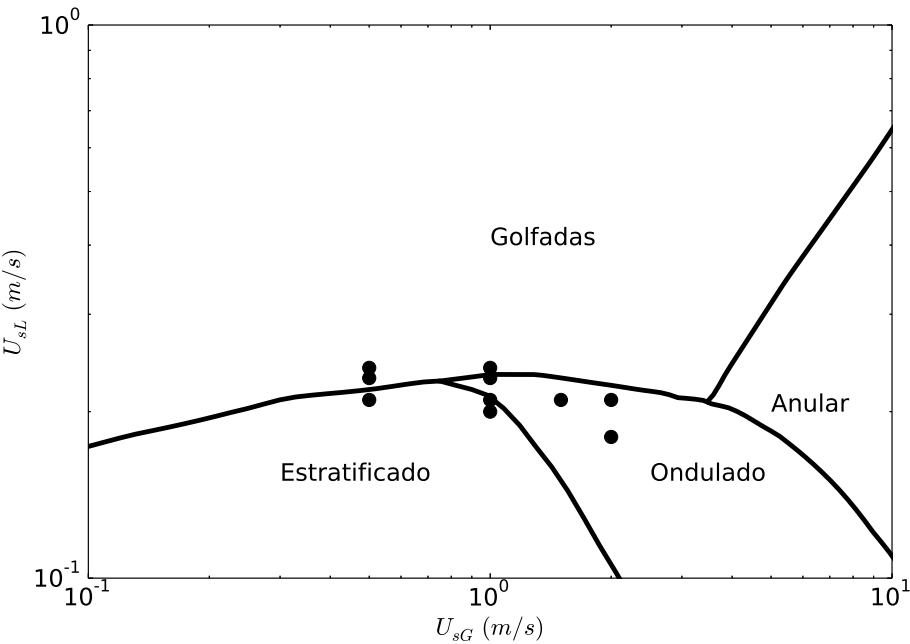


Figura 5.1: Casos / Mapa de Padrões

Tabela 5.1: Altura de líquido de equilíbrio h_{Leq}/D

		U_{sL}				
		0,18	0,2	0,21	0,23	0,24
U_{sG}	0,5			0,799	0,807	0,811
	1,0	0,727		0,732	0,742	0,747
	1,5			0,685		
	2,0	0,629			0,650	

A altura de líquido de equilíbrio é determinada considerando o gás como incompressível, e este valor é fornecido ao código e, por se tratar de um valor obtido para a condição de equilíbrio do escoamento, é denominado h_{Leq} (indicado na Tab 5.1).

As perturbações impostas no nível do líquido na entrada da tubulação h_{Leq} foram geradas por meio de uma oscilação periódica, com amplitude

\tilde{h}_L e frequência $\Psi = \omega/2\pi$ controladas. Quatro frequências distintas de perturbações foram selecionadas para este estudo, sendo elas iguais a 2, 4, 8 e 12 Hz. Já a amplitude foi ajustada para 1% da altura de equilíbrio de líquido (ver Tab. 5.1).

5.2

Definição dos Parâmetros Numéricos

Antes da apresentação dos resultados é importante definir os parâmetros numéricos que foram utilizados no presente estudo. Como mencionado no Capítulo Método Numérico, o programa desenvolvido é baseado em uma discretização espacial de primeira ordem. Já para a discretização temporal, implementou-se no presente trabalho uma discretização temporal de segunda ordem, visando tornar o algoritmo de solução mais preciso. Logo, os principais parâmetros numéricos associados com a discretização das equações de conservação referem-se ao espaçamento da malha e passo de tempo. Dessa forma, inicialmente, apresenta-se o teste de malha realizado, o qual norteou a definição do número de células utilizadas nas simulações. A seguir, apresenta-se um teste de validação da implementação do algoritmo de segunda ordem, comparando-se os resultados das previsões obtidas com os resultados da discretização de primeira ordem. Este teste também possibilitou a definição do número de Courant adequado para a integração temporal.

Dando continuidade aos testes realizados na etapa de definição de parâmetros, investigou-se a influência do tamanho do domínio de cálculo, com relação a propagação de efeitos lineares associados com a perturbação introduzida na altura do nível do líquido.

5.2.1

Teste de malha

Para possibilitar a realização de uma análise numérica é necessário realizar um teste de convergência de malha, visando garantir a obtenção de uma solução que independa da mesma. De acordo com Issa (2010), para o presente problema, o parâmetro relevante para esse teste é a razão entre número de células de cálculo por comprimento de onda das oscilações do nível de líquido (N/λ). O comprimento de onda λ pode ser estimado a partir da análise linear de Kelvin-Helmholtz, pois $\lambda = 2\pi/k_r$, onde k_r é o número de onda, o qual depende das velocidades superficiais e frequência da perturbação. Issa (2010) sugere que a razão N/λ deve ser sempre maior do que 50.

O teste de malha foi realizado para uma tubulação com $L=5\text{m}$ e velocidades superficiais de gás e líquido iguais a $U_{sG} = 1\text{m/s}$ e $U_{sL} =$

0,2m/s, respectivamente. Para a condição do teste de malha, os valores dos comprimentos de onda para diferentes frequências de perturbação são mostrados na Tab. 5.2. Nota-se que, de acordo com o modelo linear de Kelvin-Helmholtz a frequência das perturbações é inversamente proporcional ao seu comprimento de onda.

Tabela 5.2: Comprimento de ondas. $U_{sG} = 1\text{m/s}$ e $U_{sL} = 0,2\text{m/s}$

Ψ (Hz)	λ (m)
2	0,397
4	0,200
8	0,101
12	0,068

A Fig. 5.2 mostra a variação da taxa de crescimento das perturbações (k_i), obtidas a partir das simulações com o modelo de dois fluidos para o par $U_{sG} = 1,0\text{ m/s}$ e $U_{sL} = 0,2\text{ m/s}$ utilizando diferentes razões N/λ . As taxas de crescimento das oscilações foram estimadas seguindo a metodologia descrita no capítulo 3. Os dados mostram que, para as frequências de oscilação acima de 2 Hz, houve uma tendência de convergência nos valores de k_i para malhas com mais de 50 pontos por comprimento de onda, o que concorda com as observações de Issa (2010). Esse comportamento já era esperado, uma vez que o modelo de Dois Fluidos utilizado nesse trabalho segue a mesma metodologia proposta por Issa. Porém, observa-se que no presente trabalho, para frequência de oscilação de 2 Hz, a taxa de amplificação só apresenta independência com a malha para $N/\lambda > 200$.

Com base no teste de malha, definiu-se que a discretização espacial utilizada nas simulações deveria manter a razão N/λ sempre acima de 50. Assim, casos com frequência de perturbação mais elevadas, que de acordo com a Tab. 5.2 possuem comprimentos de onda menores, necessitaram de uma maior resolução espacial. Portanto, a malha selecionada para as análises a serem apresentadas na próxima seção foi definida com um número total de células igual a $N_{total} = 4000$. Este número total de células respeita o limite sugerido por Issa (2010), sendo adequado para os casos com frequência igual a 2 Hz e 4Hz, pois corresponde a $N/\lambda = 317$ e 160, respectivamente. Para os caso de frequência de oscilação de 8 Hz e 12 Hz, a razão N/λ é igual a 80 e 54, respectivamente, sendo muito próxima do limite $N/\lambda > 50$, o que pode resultar em solução com pouco refinamento. Porém, esta foi a malha utilizada, pois a medida que aumenta-se o número de células, o esforço computacional

torna-se muito elevado, resultando em uma demanda de tempo extremamente elevada para uma única simulação.

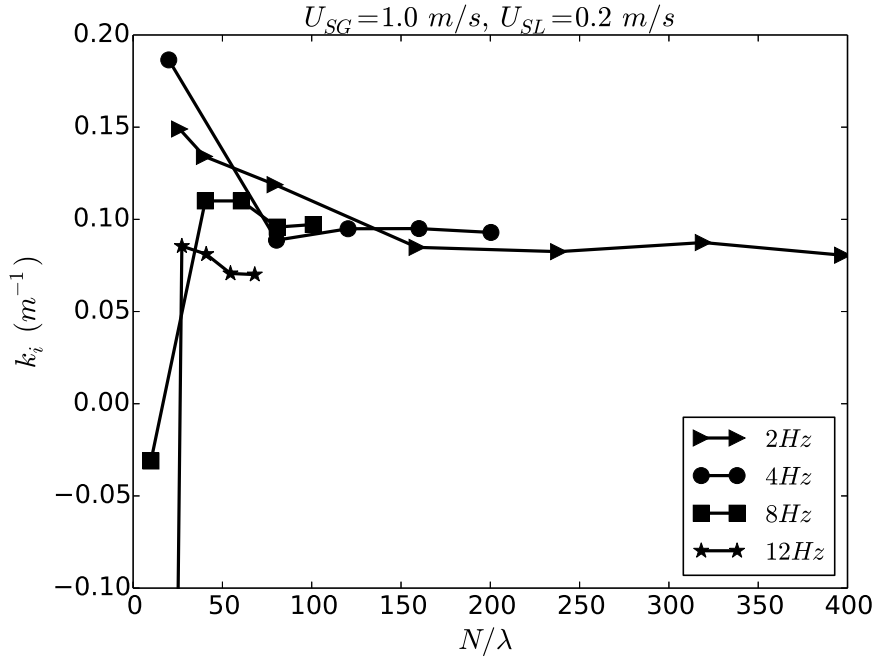


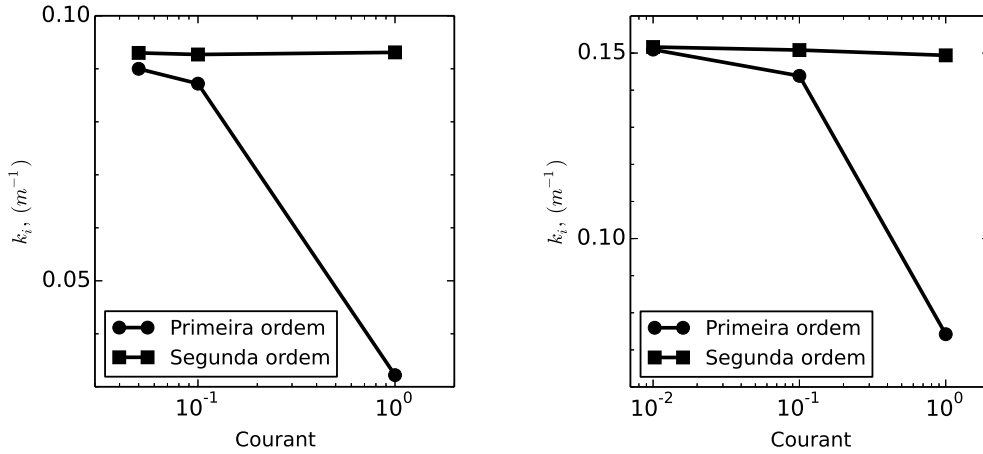
Figura 5.2: Número de células por comprimento de onda

5.2.2

Teste da discretização temporal

Visando validar a implementação do algoritmo de integração temporal de segunda ordem desenvolvido neste trabalho, comparou-se as taxas de amplificação k_i das perturbações obtidas com os algoritmos de primeira e segunda ordem para dois casos, correspondentes aos seguintes parâmetros: (a) $U_{sG} = 1,0$ m/s; $U_{sL} = 0,20$ m/s; $\Delta x/D = 0,05$ e frequência de perturbação de 2 Hz (b) $U_{sG} = 1,0$ m/s; $U_{sL} = 0,23$ m/s; $\Delta x/D = 0,1$ e frequência de perturbação de 4 Hz.

O teste realizado consistiu em reduzir o número de Courant, C_o , i.e., o passo de tempo Δt , de forma a obter um valor para a taxa de amplificação independente do mesmo. Os resultados dos testes apresentados na Fig. 5.3 mostram claramente que a discretização temporal de primeira ordem é mais sensível a variação do número de Courant. Observa-se para ambos os casos, que utilizam malhas com resolução espacial diferentes, que somente para número de Courant muito pequeno, obtém-se independência da solução no passo de tempo, quando a integração de primeira ordem é utilizada. Observa-se que com a discretização de segunda ordem, a taxa de amplificação não varia com o número de Courant, indicando que $C_o = 1$ já apresenta resultados satisfatórios,



5.3(a): $U_{sG} = 1,0$ m/s; $U_{sL} = 0,20$ m/s; $\Delta x/D = 0,05$ e $\Psi = 2$ Hz
 5.3(b): $U_{sG} = 1,0$ m/s; $U_{sL} = 0,23$ m/s; $\Delta x/D = 0,1$ e $\Psi = 4$ Hz

Figura 5.3: Teste do número de Courant preliminar.

devido a sua maior precisão. Este resultado é altamente positivo, pois permite a utilização de passos de tempo maiores nas simulações, o que auxilia a reduzir o tempo das simulações. Como o passo de tempo é proporcional ao tamanho da malha, o emprego de um número de Courant maior, se mostrou bastante conveniente para a execução do presente trabalho, uma vez que as malhas espaciais requeridas foram bastante refinadas.

De acordo com os testes realizados, nas simulações apresentadas na próxima seção, empregou-se discretização temporal de segunda ordem, tendo sido adotado um valor de C_o fixo e igual a 1 para melhorar o desempenho computacional (tempo de simulação) sem comprometer a solução do problema.

5.2.3

Tamanho da tubulação

Para que uma golfada se forme é preciso que o domínio computacional seja grande o suficiente para que ocorra evolução de perturbações não lineares, que eventualmente causam o fechamento da seção transversal com o líquido. De acordo Nieckele et al. (2013) e Simoes et al. (2014), uma malha com espaçamento $\Delta x/D = 0,5$ em geral é suficiente para capturar golfadas. Porém, como vimos no teste de malha para capturar a amplificação de perturbações é preciso utilizar uma malha bem fina. A malha selecionada de 4000, para uma tubulação de 5m resulta em uma resolução de $\Delta x/D = 0,025$. O uso deste refino em um domínio grande requer alta demanda computacional, dificultando a obtenção da solução.

Por outro lado, tendo por objetivo comparar os resultados das simulações numéricas com o modelo de dois fluidos com os resultados do modelo linear

de Kelvin-Helmholtz, é preciso identificar a região do domínio computacional na qual as perturbações se propagam linearmente. Se for possível utilizar um domínio computacional pequeno, a demanda computacional será significativamente menor.

A ideia do presente teste consistiu em avaliar se tubulações curtas exercem alguma influência sobre a evolução das perturbações. Foi analisada a evolução de uma perturbação com frequência de 2 Hz em tubulações de 5 m, 10 m e 20 m, sendo as velocidades superficiais iguais a $U_{sG} = 1,0$ m/s; $U_{sL} = 0,20$ m/s. Para as duas tubulações mais longas, utilizou-se o número total de pontos igual a 5000. A malha utilizada para os três casos, correspondeu a $\Delta x/D = 0,025$, 0,04 e 0,08, para as tubulações de 5 m, 10 m e 20 m, respectivamente. Conforme a metodologia descrita no capítulo 3, a partir do envelope das ondas obtidas devido à introdução de uma perturbação no nível do líquido, é possível identificar sua taxa de amplificação linear. A Fig. 5.4 mostra as curvas de amplitude do envelope de ondas obtidas para os três comprimentos de tubulação. Nota-se que para os comprimentos da tubulação avaliados não houve variação significativa da taxa de crescimento das perturbações. Isso mostra que tubulações de 5m são adequadas para a análise dos estágios lineares da evolução das perturbações. Como o objetivo deste trabalho é estudar o regime linear da transição do escoamento estratificado para o regime de golfadas, optou-se por utilizar tubulações de 5 m de comprimento nas simulações.

Para identificar o comprimento da tubulação a partir do qual os efeitos não lineares passam a ser relevantes, avaliou-se a curtose das flutuações do nível de líquido ao longo da tubulação de 20m. A curtose é uma medida da dispersão, e caracteriza o “achatamento” da curva da função, e pode ser definida por:

$$K = \frac{1/N \sum_{i=1}^N (\hat{h}_L - \bar{h}_L)^4}{[1/N \sum_{i=1}^N (\hat{h}_L - \bar{h}_L)^2]^2} \quad (5-1)$$

onde \bar{h}_L indica o valor médio e \hat{h}_L indica o valor perturbado.

De acordo com Bendat e Piersol (2010), a curtose é uma medida que caracteriza a forma de uma distribuição de probabilidades. Esse parâmetro é utilizado para avaliar se um conjunto de dados contém picos proeminentes que se afastam do valor de desvio padrão da amostra. Ele permite, por exemplo, avaliar se as ondas deixam de seguir as características puramente senoidais e passam a apresentar distorções de forma, típicas de estágios não-lineares. Essa medida estatística, foi utilizada anteriormente no trabalho de Andritsos (1992)

para identificar estágios próximos a formação de golfadas, que são governados por efeitos não lineares. O valor de curtose para uma onda do tipo seno é igual a 1,5.

A Fig. 5.5 apresenta a curtose do nível do líquido perturbado ao longo de tubulações com três comprimentos diferentes. Analisando a figura é possível notar que a distâncias de 5m e 10m da entrada da tubulação, as ondas ainda têm características similares a uma senoide. A partir de 10m a curva de curtose aumenta substancialmente, evidenciando um comportamento não linear. Nesse estágio, é bem provável que o comportamento das perturbações não seja bem previsto por modelos baseados em teorias lineares.

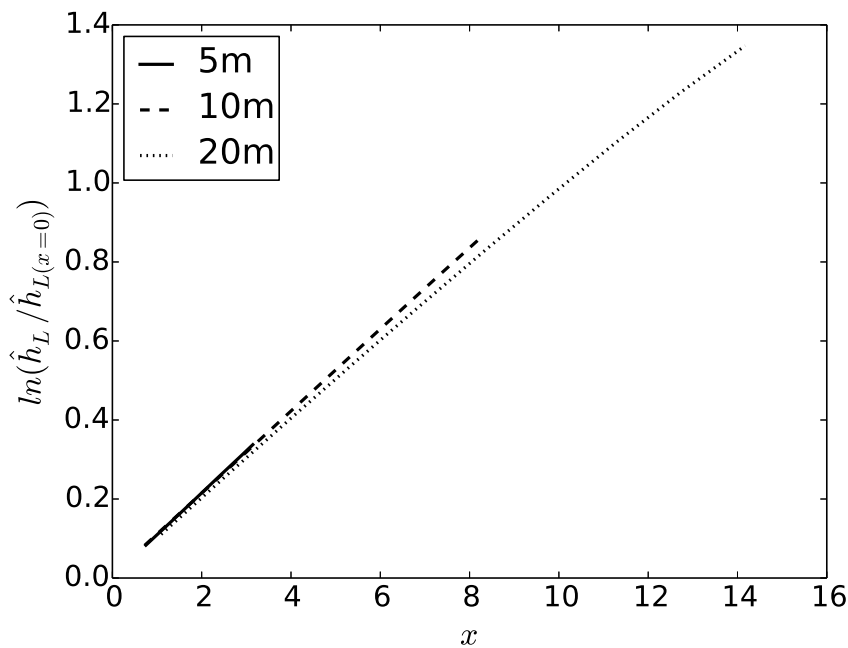


Figura 5.4: Influência do comprimento da tubulação na propagação da onda ($U_{sl} = 1,0$ m/s, $U_{sl} = 0,2$ m/s, $\Psi = 2$ Hz)

5.3

Comparação com o Modelo Linear

Como foi discutido na secção 4.5, primeiramente foi resolvido o escoamento não perturbado até a convergência da condição de equilíbrio, visando incorporar os efeitos de compressibilidade na solução do escoamento estratificado. Somente após a estabilização do escoamento é que foram introduzidas as perturbações no nível do líquido (e consequentemente) na fração de líquido de entrada (α_L). As figuras 5.6(a) e 5.6(b) exemplificam a evolução no tempo e no espaço de perturbações introduzidas no escoamento para dois casos, após a introdução da perturbação.

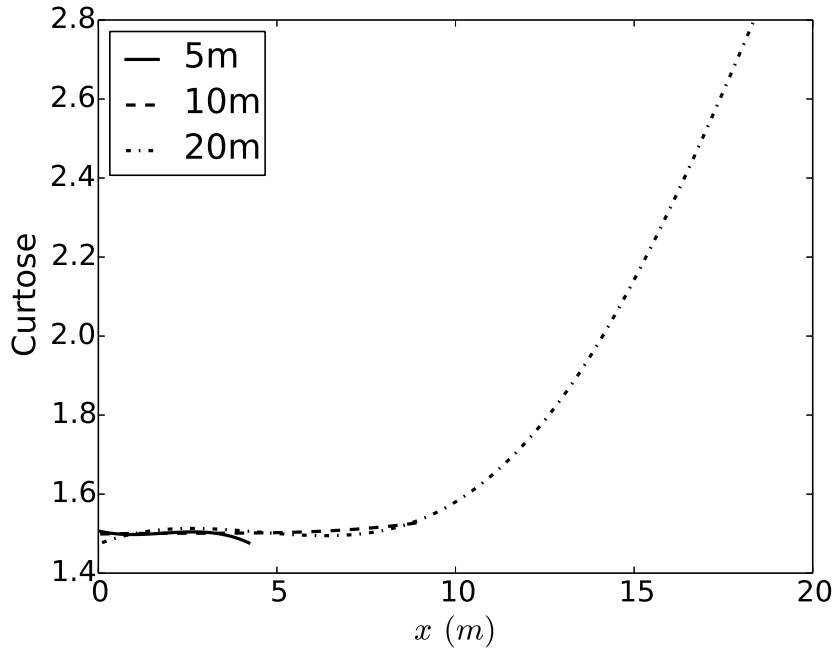
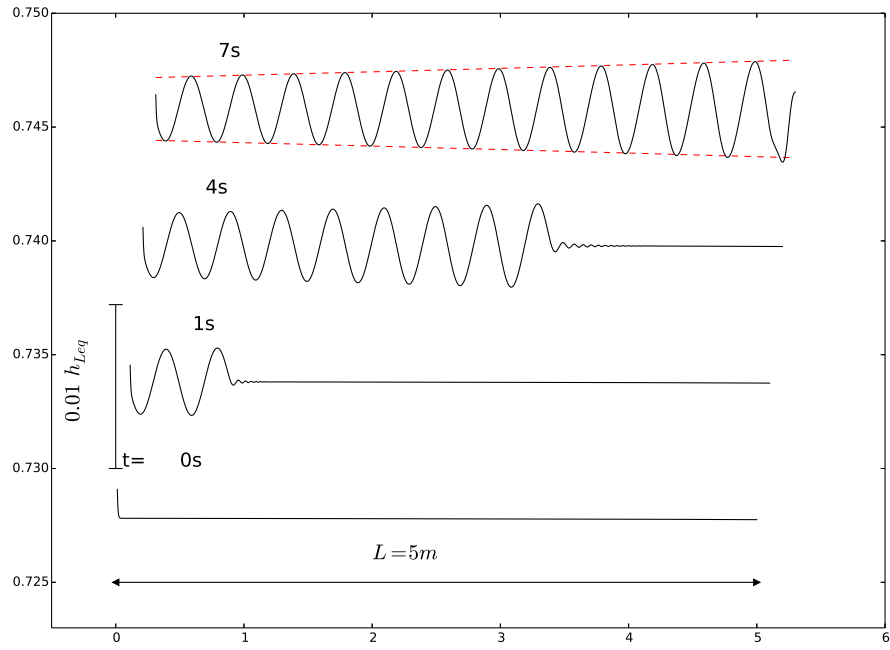


Figura 5.5: Curtose da onda para comprimentos diferentes de tubulação ($U_{sl} = 1,0$ m/s, $U_{sl} = 0,2$ m/s, $\Psi = 2\text{Hz}$)

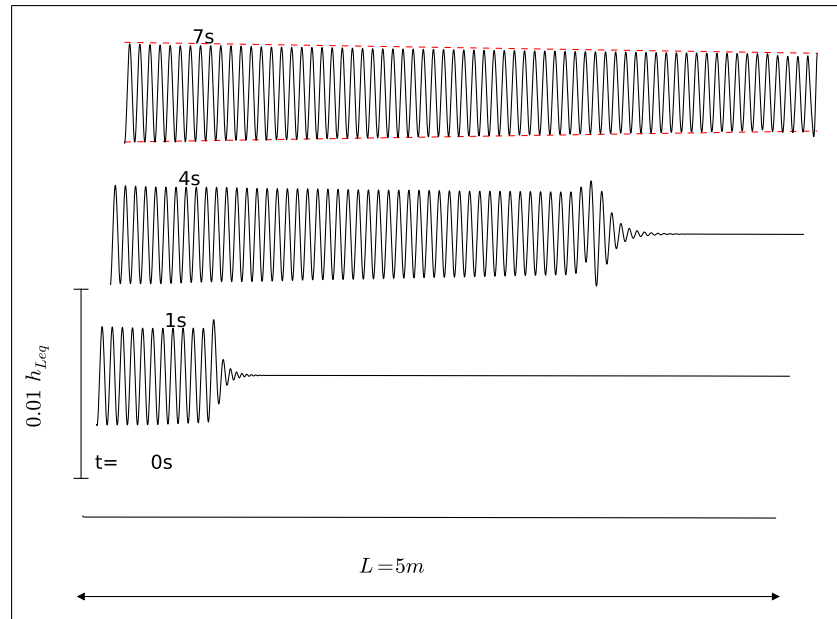
O caso ilustrado na Fig.5.6(a) se refere a uma onda com frequência de excitação igual a 2 Hz, em um escoamento com velocidades superficiais de gás e líquido iguais a $U_{sG} = 1,0$ m/s e $U_{sL} = 0,2$ m/s, respectivamente. Nesse caso observa-se um pequeno crescimento das ondas a medida em que elas se propagam na direção do escoamento.

A Fig. 5.6(b) corresponde ao caso com frequência da perturbação igual a 12 Hz e velocidades superficiais do gás e líquido iguais a $U_{sG} = 0,5$ m/s e $U_{sL} = 0,21$ m/s, respectivamente. Para esse segundo caso, observa-se um leve decaimento na amplitude das oscilações a medida em que estas se deslocam em direção a saída da tubulação.

Em ambos os casos a região da frente de propagação das perturbações apresenta um comportamento diferente do restante do trem de onda. É sabido que regiões próximas ao início e ao final de trens de onda, exibem um rico conteúdo espectral, composto de diversas frequências. Por isso, as perturbações nessas regiões podem, de fato, apresentar um comportamento diferente do restante do trem de onda. Sendo assim, buscou-se simular o escoamento até um tempo suficiente para que o início do trem de onda deixasse o domínio computacional. Para isso foi necessário simular os casos por um tempo grande o suficiente para que a onda no interior do domínio estivesse livre da influência desta perturbação inicial. O tempo de simulação considerado após o início da geração de perturbações foi de 50s.



5.6(a): Propagação da onda ($U_{sG} = 1.0$, $U_{sL} = 0.2$, $\Psi = 2Hz$)



5.6(b): Propagação da onda ($U_{sG} = 0.5$, $U_{sL} = 0.21$, $\Psi = 12Hz$)

Figura 5.6: Propagação da onda na tubulação

Conforme descrito nas secções 4.5 e 4.6, a partir da evolução espacial

e temporal da altura do nível de líquido é possível determinar a taxa de amplificação da onda, assim como a sua velocidade $C = \Psi \times \lambda = \omega/k$. Se as perturbações estiverem se propagando linearmente, os resultados das previsões numéricas devem se aproximar dos resultados do modelo linear. Este tipo de investigação é apresentado a seguir.

5.3.1

Velocidade de onda

A velocidade da onda foi determinada para os dez casos indicados na Tab. 5.1. Para cada um dos casos, investigou-se a influência da frequência da perturbação. Compara-se para todos os casos, nas Figs. 5.7 a 5.10, os valores determinados a partir dos resultados das simulações com os valores da velocidade da onda obtidos com o modelo linear de Kelvin-Helmholtz (KH).

Analisando a Fig. 5.7, correspondente aos casos com velocidade superficial do gás $U_{sG} = 0,5$ m/s, observa-se que a velocidade da onda C cresce com o aumento da frequência da perturbação F . Observa-se ainda que a velocidade da onda C também cresce com o aumento da velocidade superficial do líquido U_{sL} . Ainda analisando esta figura observa-se boa concordância entre os resultados do modelo de Dois Fluidos e o modelo de Kelvin-Helmholtz. Não só os resultados apresentam as mesmas tendências, como as diferenças entre os valores são relativamente pequenas.

Analisando os resultados obtidos para todos os outros casos, nas Fig. 5.7, 5.8, 5.9 e 5.10, observa-se que há um aumento moderado da velocidade de onda com o aumento da frequência da perturbação. Aliás, todas as características descritas acima se repetem para todos os casos. Adicionalmente, pode-se afirmar que as comparações entre as velocidades de onda apresentam excelente concordância com os valores do modelo de KH.

A influência do aumento da velocidade do gás na velocidade da onda C , mantendo-se a velocidade do líquido constante e igual a $U_{sL} = 0,21$ m/s pode ser verificada na Fig. 5.11. Observa-se uma diminuição da velocidade da onda relacionada ao aumento da velocidade do gás.

A Tab. 5.1 ajuda a elucidar a variação da velocidade de onda com as velocidades de gás e líquido. Para uma mesma velocidade de gás, o aumento na velocidade de líquido faz com que haja um h_L de equilíbrio maior. Já o aumento da velocidade do gás tem efeito exatamente contrário, fazendo com que o h_L seja menor. Ottens et al. (1999) afirma que a velocidade da onda é diretamente dependente da altura de líquido. Os dados das simulações e do modelo confirmam as observações de Ottens.

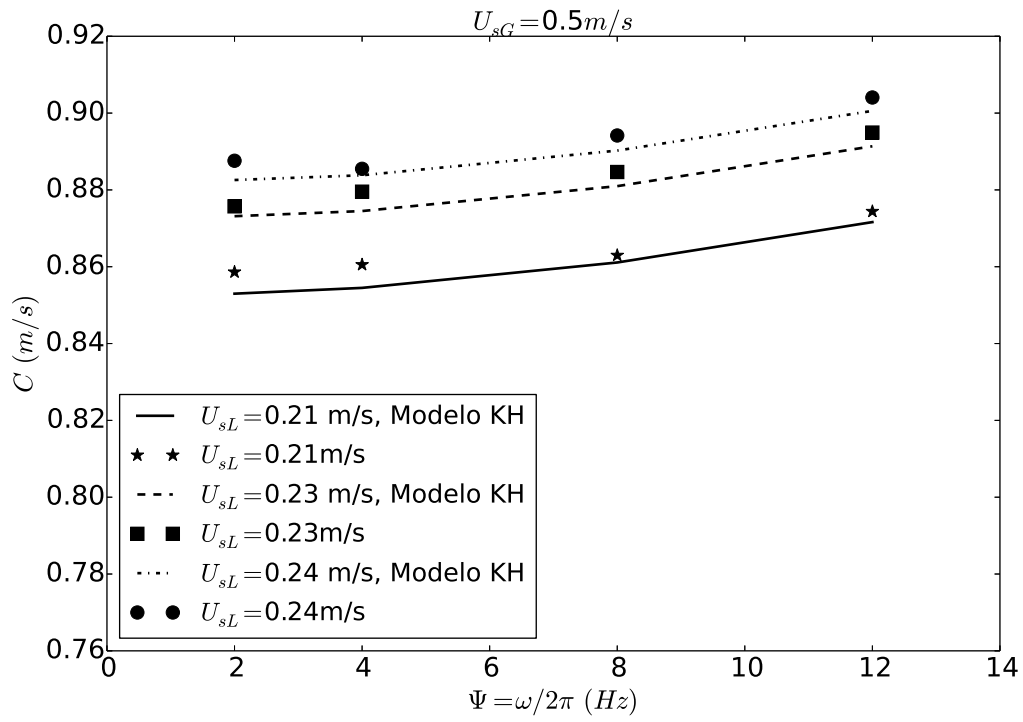


Figura 5.7: Velocidade da onda, casos com $U_{sG} = 0,5$ m/s

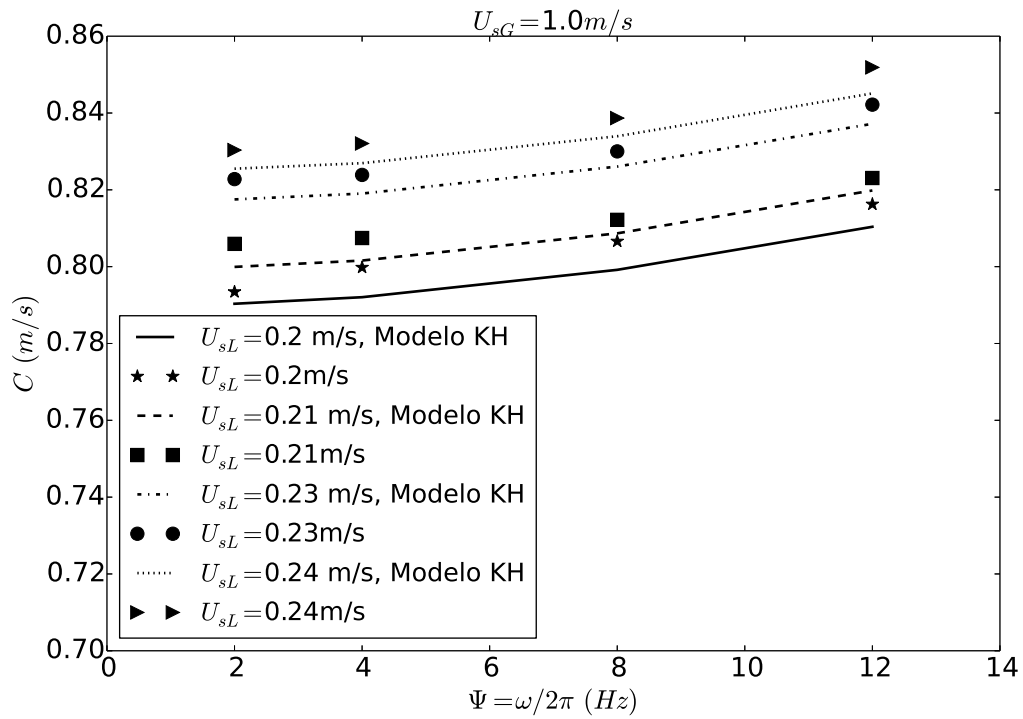


Figura 5.8: Velocidade da onda, casos com $U_{sG} = 1,0$ m/s

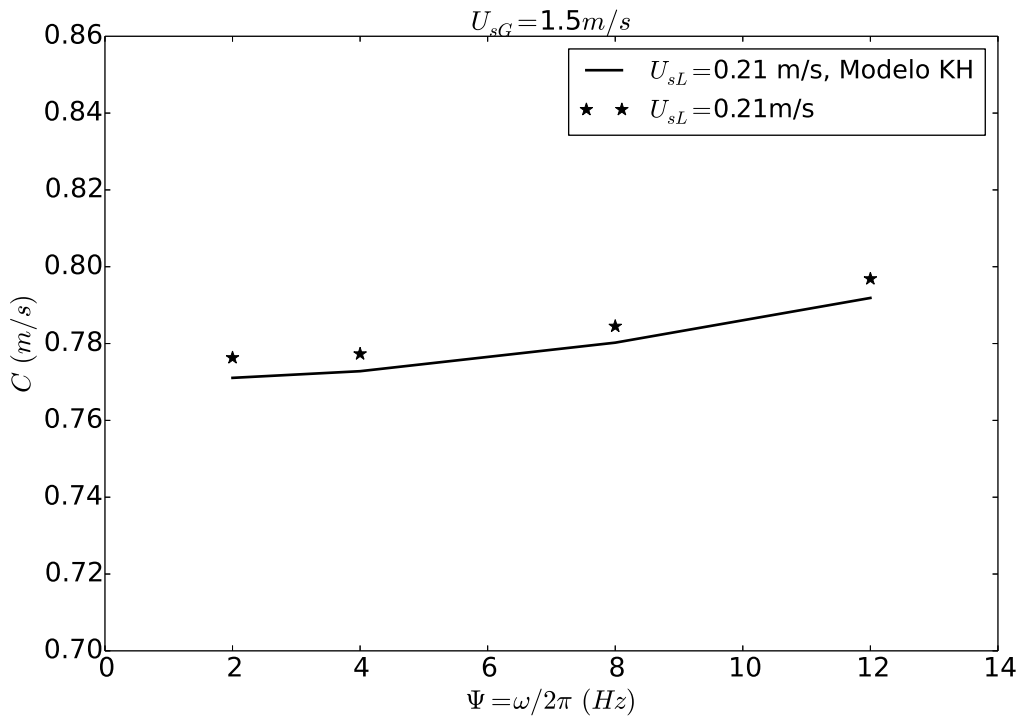


Figura 5.9: Velocidade da onda, casos com $U_{sG} = 1,5 \text{ m/s}$

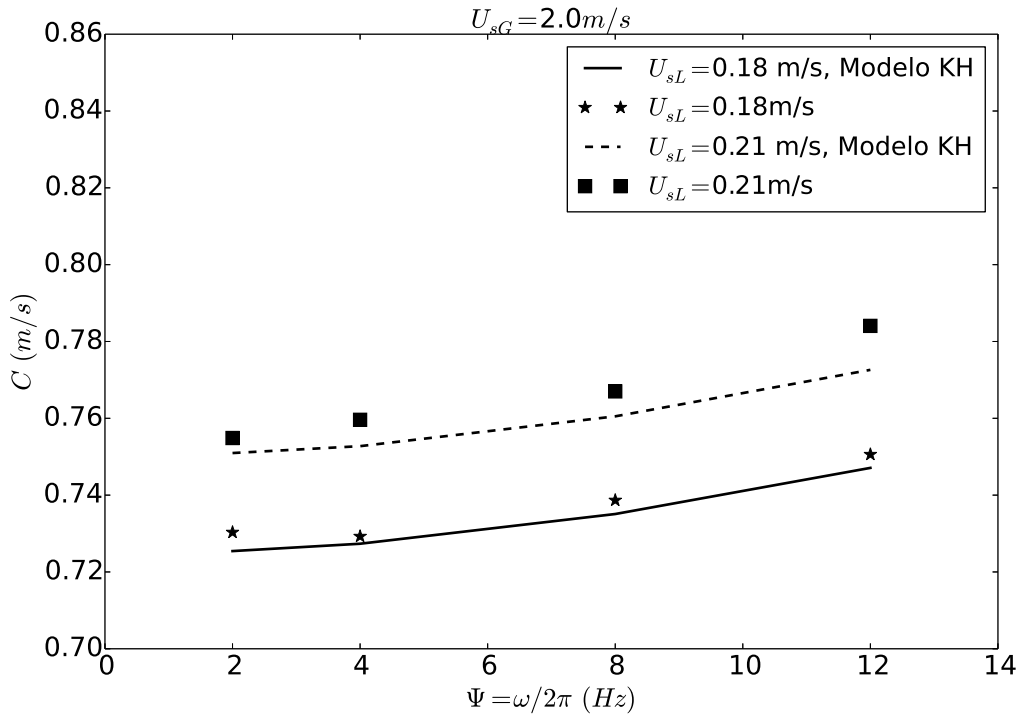


Figura 5.10: Velocidade da onda, casos com $U_{sG} = 2,0 \text{ m/s}$

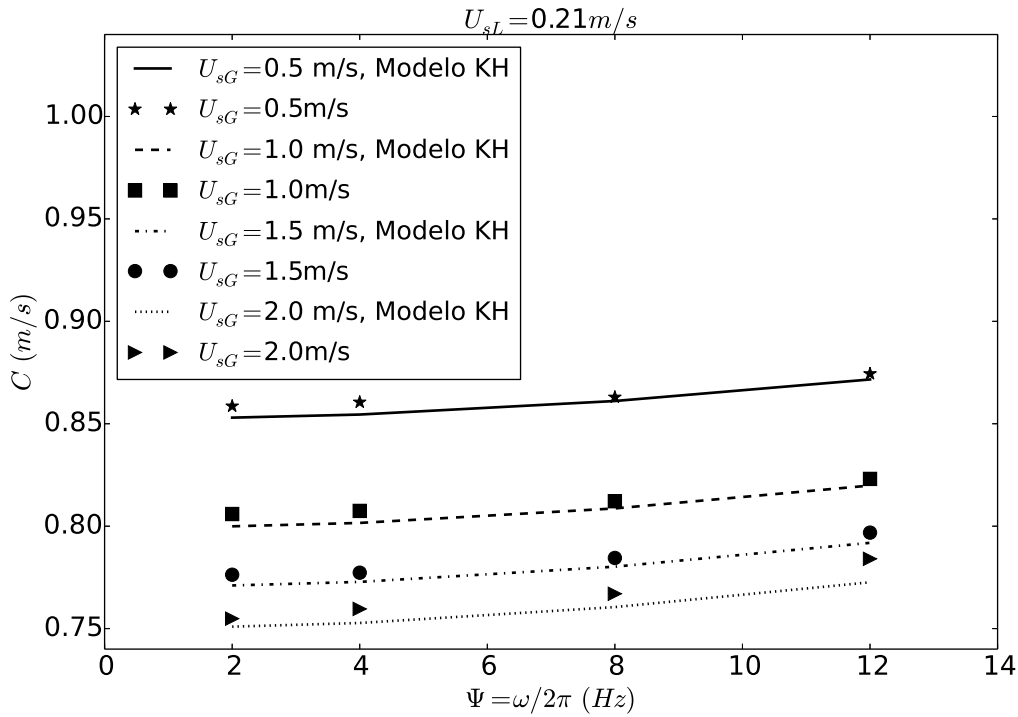


Figura 5.11: Velocidade da onda, casos com $U_{sL} = 0,21$ m/s

5.3.2

Taxa de amplificação

A taxa de amplificação das perturbações introduzidas na altura de equilíbrio das fases foi analisada para todos os casos da Tab. 5.1. Nessa análise foram confrontados os resultados obtidos a partir do modelo de K-H e os resultados da simulação numérica com o Modelo de Dois Fluidos.

As previsões fornecidas pelo modelo de K-H são mostradas nas Figs. 5.12 para ondas em uma ampla faixa de frequências. As velocidades superficiais e as condições são as mesmas descritas na seção 1 deste Capítulo. De acordo com as figuras, o modelo linear mostra que frequências na faixa de 0,1 a 10 Hz são as mais instáveis. Vale lembrar que isso só é válido para a faixa de parâmetros investigada nesse trabalho. Para velocidades mais altas, como por exemplo àquelas utilizadas na validação do modelo de K-H, as faixas de frequências instáveis podem ser diferentes.

Nos gráficos da Fig. 5.12, observa-se que dentro da larga faixa de ondas instáveis o modelo não prevê uma seleção de ondas em frequências específicas. Na faixa de frequências em que as ondas são instáveis as taxas de amplificação são parecidas, sugerindo que em condições próximas da transição de regimes, a frequência das perturbações não exerce muita influência no processo de formação de golfadas.

Nos casos analisados a velocidade de gás foi variada de 0,5 a 2,0 m/s, sendo a razão entre a máxima e mínima velocidade do gás analisada igual a quatro. Já a velocidade de líquido mínima foi de 0,18 m/s, enquanto que a máxima foi de 0,24 m/s, o que corresponde a uma variação de aproximadamente 33%. Comparando-se casos da Fig. 5.12 com mesma velocidade de líquido e diferentes velocidades de gás, é possível notar que não há grande alteração nas taxas de amplificação das perturbações. Por outro lado, mantendo-se a velocidade de gás constante e variando-se a de líquido, nota-se que pequenas mudanças na velocidade do líquido implicam em alterações significativas nas taxas de crescimento das perturbações. Esses resultados são compatíveis com o mapa de padrão de escoamento, apresentado na figura 5.1, onde é possível observar que para uma velocidade de gás constante o aumento da velocidade superficial de líquido leva a transição do regime estratificado para o de golfada, conforme já comentado.

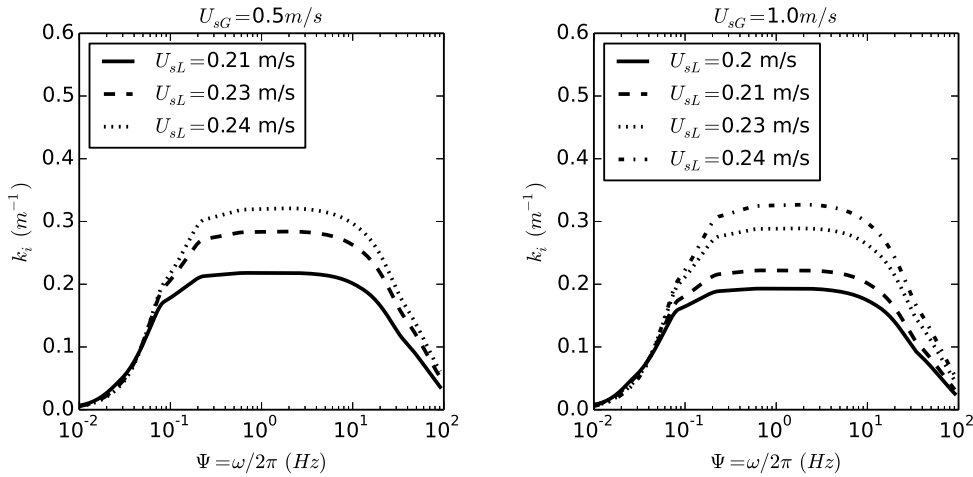
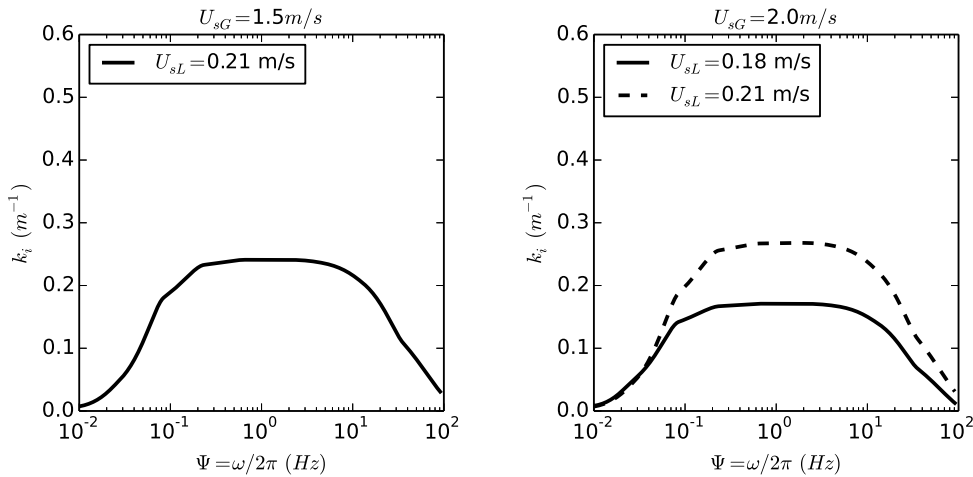
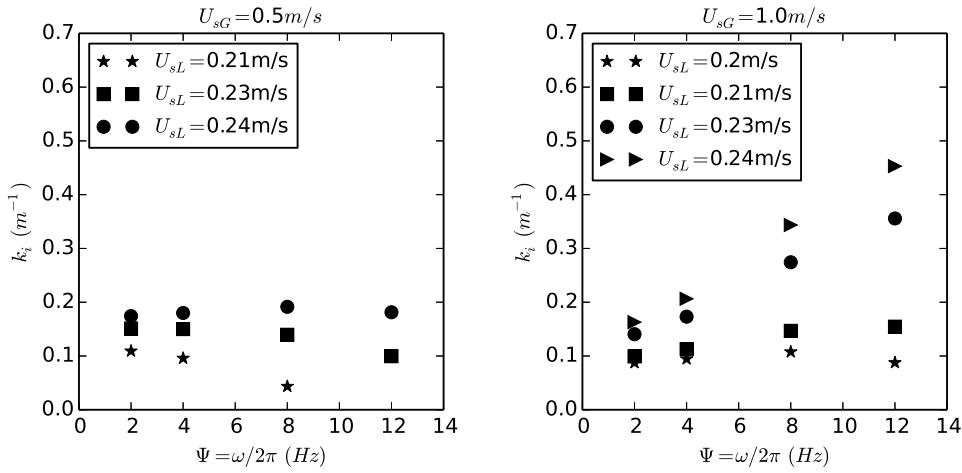
5.12(a): Modelo de KH para $U_{sG} = 0,5$ m/s5.12(b): Modelo de KH para $U_{sG} = 1,0$ m/s5.12(c): Modelo de KH para $U_{sG} = 1,5$ m/s5.12(d): Modelo de KH para $U_{sG} = 2,0$ m/s

Figura 5.12: Taxas de amplificação modelo KH

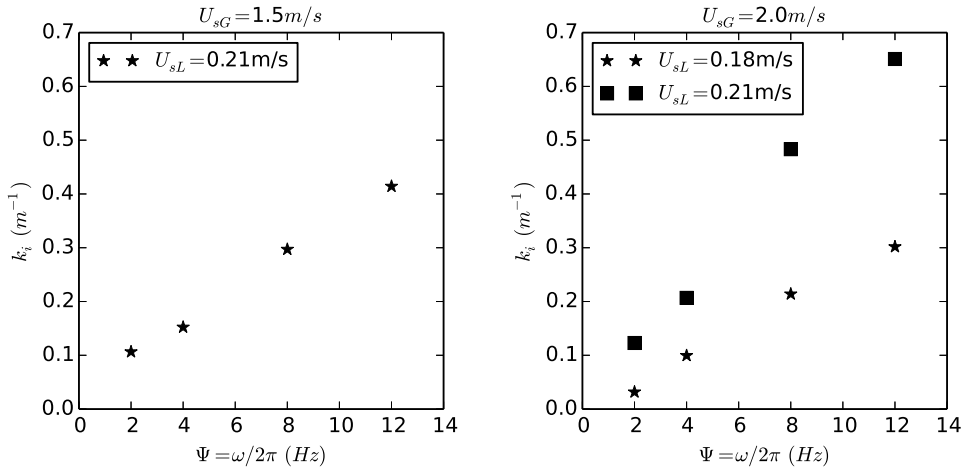
Os valores de taxa de crescimento obtidos a partir das simulações numéricas, para todos os casos analisados são apresentados na Fig. 5.13. A metodologia utilizada para a obtenção dos valores de k_i a partir dos dados instantâneos de h_L ao longo da tubulação encontra-se descrita no capítulo 3. Os resultados para as taxas de crescimento obtidas a partir das simulações foram apresentadas de forma análoga ao realizado para os resultados da teoria linear de Kelvin-Helmholtz, i.e, foram agrupadas de acordo com a velocidade superficial de gás. Os dados mostram uma variação significativa das taxas de amplificação com a mudança da velocidade de líquido, conforme já havia sido observado nas previsões do modelo de K-H. Nos casos mostrados na Fig. 5.13(a) para $U_{sG}=0,5$ m/s, observa-se que as variações nos valores de k_i foram mais significativas para frequências de 8 Hz e 12 Hz. Isso é claramente observado no caso com velocidade superficial de líquido de 0,21 m/s, onde as taxas de amplificação se tornam negativas para a frequência de 12Hz, enquanto que nas demais frequências essa taxa é positiva. Para velocidades de líquido mais altas (0,23 m/s e 0,24 m/s) não foi possível notar grandes variações da taxa de crescimento com a frequência. Esse comportamento concorda qualitativamente com o que foi observado no modelo de K-H.

Na Fig. 5.13(b), correspondente a $U_{sG} = 1,0$ m/s, observa-se que para velocidades do líquido mais baixas não há variação significativa das taxas de amplificação com a frequência. No entanto, nos casos com velocidades de líquido iguais a 0,23 e 0,24 m/s, ocorreu uma variação notável das taxas de crescimento com a frequência das perturbações. Novamente, as maiores variações foram observadas nas frequências de 8 Hz e 12 Hz.

Nos casos com velocidades superficiais de gás iguais a 1,5 m/s e 2,0 m/s, que correspondem as Figs. 5.13(c) e 5.13(d), a variação dos valores da taxa de amplificação ocorreu para todas as vazões de líquido analisadas. Assim como nos casos anteriores, as maiores variações ocorreram nas frequências de 8 Hz e 12 Hz. Esses resultados sugerem que as previsões do modelo linear não concordam bem com o modelo de Dois Fluidos. Isso fica evidente para frequências de 8 Hz e 12 Hz, no entanto isso não é válido para frequências de 2 Hz e 4 Hz. Uma possível explicação para esse comportamento é o aumento dos valores das derivadas espaciais dh_L/dx com o aumento da frequência, o que pode fazer com que termos de ordem mais alta, que são desprezados no modelo de K-H, passem a ser relevantes à solução do problema.



5.13(a): Modelo de numérico para $U_{sG} = 0,5 m/s$ 5.13(b): Modelo de numérico para $U_{sG} = 1,0 m/s$

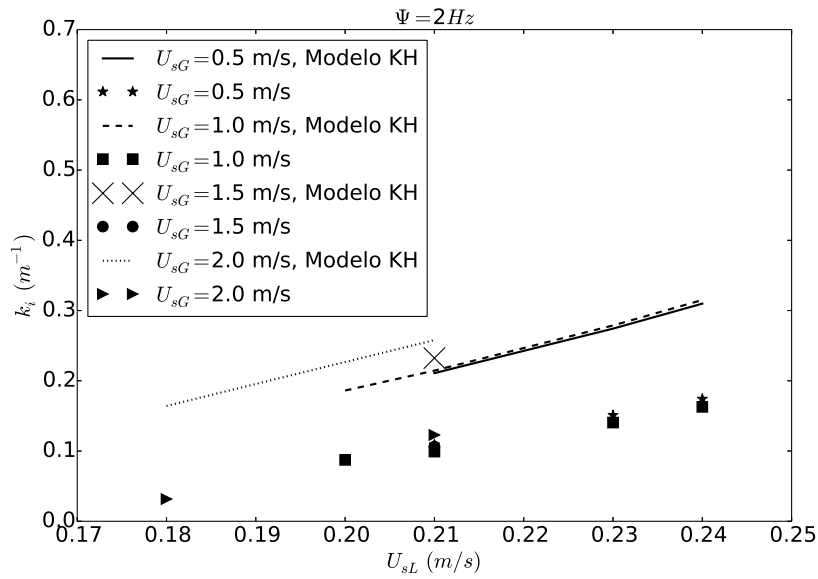


5.13(c): Modelo de numérico para $U_{sG} = 1,5 m/s$ 5.13(d): Modelo de numérico para $U_{sG} = 2,0 m/s$

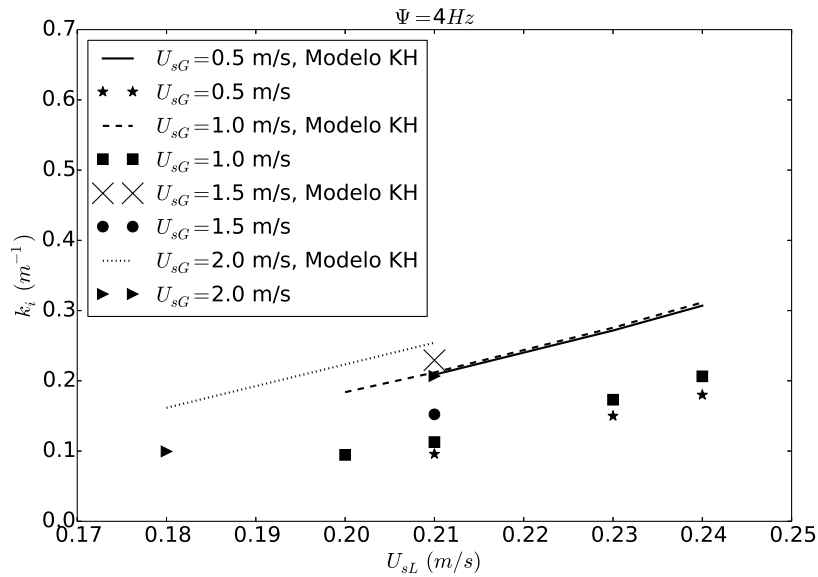
Figura 5.13: Taxas de amplificação modelo de Dois Fluidos

Para se avaliar os resultados de taxa de amplificação nas frequências de 2 e 4 Hz, buscou-se agrupar os dados em função dessas frequências. A Fig. 5.14(a) mostra a variação da taxa de amplificação de uma perturbação de 2 Hz de acordo com a mudança da velocidade de líquido. Observa-se tanto na simulação como no modelo de K-H, que a taxa de amplificação varia quase que linearmente com a velocidade de líquido. Apesar de haver uma diferença determinística e quase constante entre os resultados das duas metodologias, é possível observar que qualitativamente a sensibilidade da variação da taxa de amplificação com a velocidade de líquido é similar. No caso com frequência de 4 Hz, mostrado na Fig. 5.14(b), também nota-se uma concordância entre os modelos no que diz respeito a variação da taxa de amplificação com a velocidade de líquido. Isso sugere que a sensibilidade às mudanças na velocidade

do líquido é parecida nos dois modelos, apesar dos valores absolutos de k_i serem diferentes.



5.14(a): Variação da taxa de amplificação com U_{sL} , $\Psi = 2$ Hz

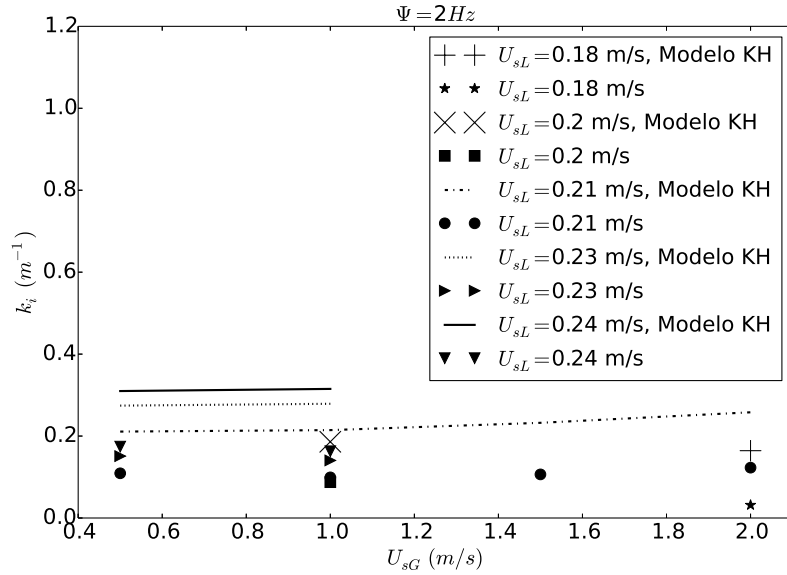


5.14(b): Variação da taxa de amplificação com U_{sL} , $\Psi = 4$ Hz

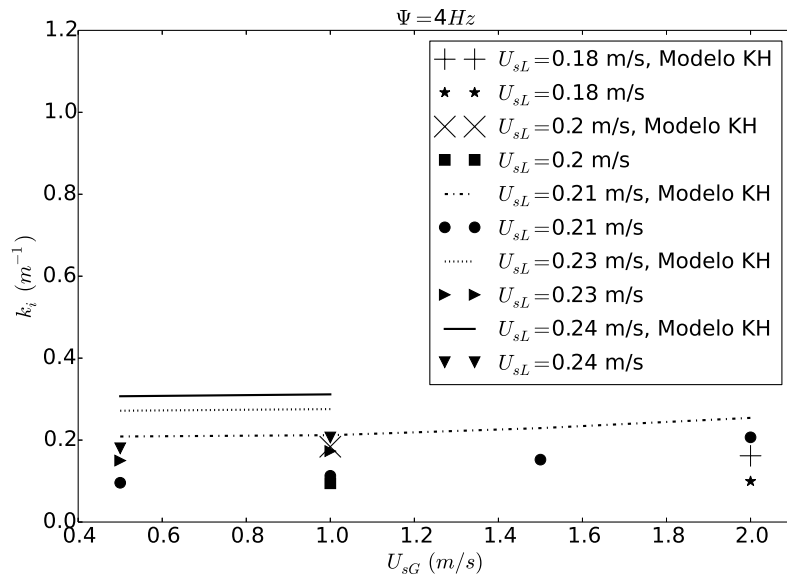
Figura 5.14: Taxas de amplificação vs U_{sL}

Essa análise também foi estendida para se avaliar a influência da velocidade superficial de gás sobre as taxas de amplificação das perturbações. Os resultados para as frequências de 2 Hz e 4 Hz são mostrados nas Figs. 5.15 (a) e (b), respectivamente. A Fig. 5.15(a) mostra uma concordância qualitativa entre as previsões do modelo linear e as simulações, mesmo com uma diferença nos valores absolutos de taxa de crescimento. Os dados sugerem que as taxas de crescimento são menos sensíveis a variações da velocidade de gás. De fato, analisando-se o mapa de regimes da Fig. 5.1, pode-se inferir que a fronteira

de transição entre o regime de escoamento estratificado e de golfada é muito mais dependente da variação da velocidade de líquido do que da velocidade de gás. Uma das possíveis causas para esta diferença entre resultados dos dois modelos reside no fato de que o modelo de K-H não considera a variação das propriedades do gás ao longo da tubulação.



5.15(a): Variação da taxa de amplificação com U_{sG} , $\Psi = 2$ Hz



5.15(b): Variação da taxa de amplificação com U_{sG} , $\Psi = 4$ Hz

Figura 5.15: Taxas de amplificação vs U_{sG}

Os resultados obtidos sugerem que para frequências baixas o modelo de K-H é capaz de reproduzir razoavelmente a sensibilidade da taxa de amplificação às variações dos parâmetros do escoamento, tais como a velocidade superficial de líquido e de gás. Talvez por esse motivo é que os critérios de

transição, baseados no modelo de K-H, tenham obtido algum sucesso em mapas de regime para a predição da transição do regime de escoamento estratificado para o regime de golfadas. No entanto, fica claro que o mecanismo de formação das golfadas não é bem capturado por pelo menos um dos modelos utilizados nesse trabalho. Isso evidencia a necessidade de dados experimentais na literatura, acerca da taxa de amplificação das perturbações, para a validação dos modelos.

Uma observação que deve ser lembrada é que qualquer perturbação com taxa de amplificação positiva e $h_L/D \geq 0,5$ (Brauner e Maron, 1991; Bendiksen e Espedal, 1992; Barnea e Taitel, 1993; Soleimani e Hanratty, 2003; Ujang et al., 2005; Sanchis et al., 2011) formarão golfadas, desde que a tubulação seja grande o suficiente. Apesar de não termos formação de golfadas periódicas nos casos apresentados, para tubulações maiores que $L = 20$ m, a presença destas pode ser classificada como extremamente provável.

6

Comentários Finais

No presente trabalho investigou-se a estabilidade do escoamento estratificado de gás e líquido em uma tubulação horizontal. De acordo com Andritsos (1992), existem diversos modelos na literatura que foram desenvolvidos com o objetivo de descrever a instabilidade do escoamento e consequentemente prever a iniciação de golfadas. Ainda segundo Andritsos (1992), todos esses modelos carecem de validação das taxas de amplificação das perturbações. A análise de taxas de amplificação é importante pois permite avaliar o quão bem o modelo representa a dinâmica do escoamento. De acordo com Sanchis et al. (2011), a validação de modelos existentes ainda é feita, basicamente, através da comparação com mapas experimentais de transição de regimes.

A estabilidade do escoamento simulado com o modelo de Dois Fluidos, foi analisada a partir de perturbações controladas que foram introduzidas na entrada da tubulação. Perturbações senoidais foram introduzidas no nível de líquido correspondente a condição de equilíbrio.

A seguir são apresentadas algumas conclusões obtidas do presente trabalho e, mais a diante, recomendações de trabalhos futuros são sugeridas.

6.1

Conclusões

Uma metodologia para avaliação da estabilidade linear do escoamento, baseada na teoria de Kelvin-Helmholtz, foi implementada e validada. A formulação proposta no presente trabalho foi derivada para estimação de taxas de amplificação espaciais das perturbações, enquanto que a formulação original do trabalho de Barnea e Taitel (1993) era baseada na instabilidade temporal. A formulação espacial foi escolhida para facilitar a comparação dos resultados do modelo com as simulações numéricas, já que nesse caso o crescimento das perturbações ocorre ao longo da tubulação. Para a validação do modelo linear implementado em relação a formulação original, utilizou-se a transformação de Gaster. Essa transformação utiliza a velocidade de grupo das perturbações para mapear taxas de crescimento temporais em espaciais e vice versa.

Um algoritmo de integração temporal foi implementado e mostrou-

se bem superior ao algoritmo baseado na integração de primeira ordem, permitindo a utilização de passos de tempo significativamente maiores, sem prejudicar a precisão e ao mesmo tempo, acelerando o processo de obtenção da solução.

Verificou-se que a determinação numérica da taxa de amplificação é muito sensível à malha, isto implica na necessidade de utilização de malhas muito finas, de forma a obter convergência dos resultados, o que leva a alta demanda computacional. Quanto maior a frequência da perturbação, menor o comprimento de onda, forçando a utilização de malhas ainda mais refinadas. As malhas necessárias para a convergência dos resultados ficaram muito mais finas do que as que são normalmente empregadas nas simulações de escoamentos intermitentes. Isso sugere que as simulações de escoamentos intermitentes com malhas grosseiras, podem até prever o comportamento estatístico das golfadas, mas provavelmente devem falhar na previsão do local de inicialização das golfadas.

O comprimento da tubulação não apresentou influência nos resultados da taxa de amplificação das ondas, quando as perturbações são lineares. Porém, para tubulações longas ($L/D > 200$), indícios de efeitos não lineares foram observados. No caso de tubulações muito longas ($L/D \gg 200$) esses efeitos podem se tornar significativos e conduzir a formação de golfadas.

Os resultados das previsões para a taxa de amplificação e velocidade de onda obtidas com o Modelo de Dois Fluidos foram comparados com os resultados do modelo linear de Kelvin-Helmholtz. Observou-se boa concordância entre os dois modelos para a velocidade da onda. Esta cresce com o aumento da velocidade do líquido e com a frequência, mas diminui com o aumento da velocidade do gás.

Os resultados obtidos com o modelo de Dois Fluidos para a taxa de amplificação apresentaram aproximadamente as mesmas tendências que o modelo linear de Kelvin-Helmholtz, mas diferenças razoáveis nos valores médios foram observadas.

A análise dos resultados sugere que o modelo de K-H e o modelo de Dois Fluidos preveem a mesma tendências de variação das taxas de amplificação com as velocidades de líquido e gás. No entanto, diferenças sistemáticas foram observadas nos valores das previsões dadas pelo modelo de K-H e pela simulação numérica usando o modelo de dois fluidos.

6.2

Recomendações

Como recomendação de trabalhos futuros, sugere-se a investigação de teorias não lineares para prever a amplificação das perturbações introduzidas no nível de líquido do escoamento. A consideração da compressibilidade do gás também pode auxiliar a representar melhor o crescimento das instabilidades.

Do ponto de vista numérico, sugere-se a incorporação de um modelo numérico com processamento paralelo de forma a tornar viável a obtenção da solução em malha extremamente fina, em tempo viável. Recomenda-se ainda a introdução de algoritmos de integração espacial de segunda ordem (ou maior), para ajudar a aumentar a precisão da previsão da amplificação das ondas.

A utilização de domínios mais longos, assim como tubulações tri-dimensionais, também podem auxiliar a representar de forma mais realista o escoamento.

Como o modelo de Dois Fluidos envolve a solução de um conjunto de equações para cada fase, recomenda-se ainda a utilização do modelo VOF (Volume of Fluid), o qual resolve somente um conjunto de equações. Como a demanda computacional é elevada, devido a necessidade de utilização de malhas muito finas, a redução do número de equações a resolver implicará em elevado ganho computacional.

Referências Bibliográficas

- ANDREUSSI, P.; ASALI, J.; HANRATTY. **Initiation of Roll Waves in Gas-Liquid Flows**. *AIChE Journal*, Vol. 31, p. 119–126, 1985.
- ANDRITSOS, N. **Statistical Analysis of Waves in Horizontal Stratified Gas-Liquid Flow**. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 18, p. 465–473, 1992.
- ANDRITSOS, N.; HANRATTY, T. **Interfacial Stabilities for Horizontal Gas-liquid Flows in Pipelines**. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 13, n. No. 5, p. 583–603, 1987.
- ANSARI, M. R.; SHOKRI, V. **Numerical Modeling of Slug Flow Initiation in a Horizontal Channels Using a Two-Fluid Model**. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 32, p. 145–155, 2011.
- BAKER, O. **Simltaneous flow of Oil and Gas**. *Oil and Gas Journal*, vol.53, p. 185–195, 1954.
- BARNEA, D. **A unified model for predicting flow-pattern transitions for the whole range of pipe inclinations**. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 13, p. 1–12, 1987.
- BARNEA, D.; TAITEL, Y. **Transient-Formulation Modes and Stability of Steady-State Annular Flow**. *Chemical Engineering Science*, Vol. 44, n. No. 2, p. 325–332, 1989.
- BARNEA, D.; TAITEL, Y. **Kelvin-Helmholtz Stability Criteria Stratified Flow: Viscous versus Non-Viscous (Inviscid) Approaches**. *International Journal of Multiphase Flow*, vol.19, n. n.4, p. 639–649, 1993.
- BENDAT, J. S.; PIERSON, A. G. **Random Data: Analysis and Measurement Procedures**. [S.l.]: John Wiley and Sons, Inc., 2010.
- BENDIKSEN, K.; ESPEDAL, M. **Onset of Slugging in Horizontal Gas Liquid Pipe Flow**. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 18, n. No. 2, p. 237–247, 1992.
- BONIZZU, M. **Transient one-dimensional modelling of multi-phase slug flows**. Tese (Doutorado) — Imperial College, University of London, 2003.
- BONTOZOGLOU, Z. **Weakly Nonlinear Kelvin-Helmholtz Waves Between Fluids of Finite Depth**. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 17, n. No. 4, p. 509–518, 1991.
- BRATLAND, O. **Multiphase Flow Assurance**. 2014. Disponível em: <www.drbratland.com/PipeFlow2/chapter1.html>.

- BRAUNER, N.; MARON, D. M. **Analysis of Stratified/Nonstratified Transitional Boundaries in Horizontal Gas-Liquid Flows.** *Chemical Engrneerrng Science*, Vol. 46, n. No. 1, p. 1849–1859, 1991.
- BRENNEN, C. E. **Fundamental of Multiphase Flow.** [S.l.]: Cambridge University Press, 2005.
- CARNEIRO, J. **Simulação Numérica de Escoamentos Bifásicos no Regime de golfadas em Tubulações Horizontais e Levemente Inclínadas.** Dissertação (Mestrado) — PUC-Rio, 2006.
- CARNEIRO, J.; JR., R. F.; ORTEGA, A.; CHUCUYA, R.; NIECKELE, A.; AZEVEDO, L. **Statistical Characterization of Two-Phase Slug Flow in a Horizontal Pipe.** *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science & Engineering*, Vol. XXXIII, n. No. 3, p. 251–258, 2011.
- DRAZIN, P. G. **Introduction to Hydrodynamic Stability.** Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- DRAZIN, P. G.; REID, W. H. **Hydrodynamic Stability.** Cambridge: Cambridge University Press, 1981.
- FAN, Z.; LUSSEYRAN, F.; HANRATTY, T. **Initiation of Slugs in Horizontal Gas-Liquid Flows.** *AIChE Journal*, Vol. 39, n. No. 11, p. pp-1741–1753, 1993.
- FONSECA JR., R. **Medição do Campo Instantâneo de Velocidade do LÃquido no Escoamento Bifásico Intermitente em Tubos Horizontais e Inclínados.** Dissertação (Mestrado) — PUC-Rio, 2009.
- FUNADA, T.; JOSEPH, D. **Viscous Potential Flow Analisys of Kelvin-Helmholtz Instability in a Channel.** *Journal of Fluid Mechanics*, v. 445, p. 263–283, 2001.
- GAster, M. **A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hidrodynamic stability .** *Journal of Fluid Mechanics*, v. 14, p. 222–224, 1962.
- HAMMING, R. W. **Numerical Methods for Scientists and Engineers.** New York: McGraw-Hill, Inc. (Reprinted by Dover Publication, Inc.), 1973.
- HARVRE, K.; STORNES, K.; STRAY, H. **taming slug flow in pipelines.** *ABB report*, 2000.
- INACIO, J. R. G. **Simulação do Regime Intermitente em Tubulações Verticais Utilizando o Modelo de Dois Fluidos com Diferentes Relações de Fechamento.** Dissertação (Mestrado) — PUC-Rio, 2012.
- ISHII, M.; HIBIKI, T. **Thermo-fluid Dynamics of Two-phase Flow.** [S.l.]: Springer-Verlag, 2006.

- ISSA, R. **Review of Applicability of the One-dimensional Two-fluid Model to the Prediction of Wave Growth and Slug Evolution in Horizontal Pipes.** *Proceedings 6th International Symposium on Multiphase Flow, Heat Mass Transfer and Energy Conversion, American Institute of Physics, CPI207*, p. 74–80, 2010.
- ISSA, R.; KEMPF, M. **Simulation of Slug Flow in Horizontal and Nearly Horizontal Pipes with the Two-Fluid Model.** *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 29, p. 69–95, 2003.
- JUNIPER, M.; ILLINGWORTH, S.; SCHMID, P.; THEOFILIS, V.; WHIDBOURNE, J.; HANIFI, A.; GOVINDARAJAN, R.; SHERWIN, S.; PAPADAKIS, G.; CANTWELL, C. **Local Linear Instability Analysis.** In: *Advanced Instability Methods*. [S.l.: s.n.], 2011.
- KADRI, U.; MUDDE, R.; OLIEMANS, R.; BONIZZI, M.; ANDREUSSI, P. **Prediction of the Transition from Stratified to Slug Flow or Roll-Waves in Gas-liquid Horizontal Pipes.** *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 35, p. 1001–1010, 2009.
- KORDYBAN, E. S.; RANOV, T. **Mechanism of Slug Formation in Horizontal Two-Phase Flow.** *Journal of Basic Engineering*, Vol. 92, n. No. 4, p. 857–864, 1970.
- LAMB, H. **Hydrodynamics.** Sexta edição. [S.l.]: Cambridge University Press, 1967.
- LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. **Fluid Mechanics: A Course of Theoretical Physics.** Sexta edição. [S.l.]: Pergamon Press, 1959.
- LIN, P.; HANRATTY, T. **Prediction of the Initiation of Slugs with Linear Stability Theory.** *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 12, n. No. 1, p. 79–98, 1986.
- MILES, J. W. **On the generation of surface waves by shear flows.** *Journal of Multiphase Flow*, n. 3, p. 185–204, 1957.
- MILES, J. W. **On the generation of surface waves by shear flows, parte 2.** *Journal of Multiphase Flow*, n. 6, p. 568–582, 1959.
- MILNE-THOMPSON, L. M. **Theoretical Hydraulics.** [S.l.]: Macmillan, 1960.
- NIECKELE, A.; CARNEIRO, J.; CHUCUJA, R.; AZEVEDO, J. **Initiation and Statistical evolution of horizontal slug flow with a Two-Fluid Model.** *ASME J. Fluids Engineering*, Vol. 135, p. 121302–1,121302–11, 2013.
- ORTEGA, A. J. **Análise do Padrão Slug em Tubulações Horizontais Utilizando o Modelo de Dois Fluidos.** Dissertação (Mestrado) — PUC-Rio, 2004.
- ORTEGA, A. J.; NIECKELE, A. O. **Simulation of Horizontal Two-Phase Slug Flows Using the Two-Fluid Model with a Conservative and Non-Conservative Formulation.** *Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Ouro Preto, MG, 2005.

OTTENS, M.; KLINKSPOOR, K.; HOEFSLOOT, H. C. J.; HAMERSMA, P. J. **Wave characteristics during cocurrent gas-liquid pipe flow.** *Experimental Thermal and Fluid Science*, 1999.

PATANKAR, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.** [S.l.]: Taylor & Francis, 1980.

RAYLEIGH, L. **On the instability of Jets.** *Proc. London Math. Soc. (1878) s1-10 (1): 4-13.*, s1-10, p. 4–13, 1878.

REYNOLDS, O. **An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel chanel.** *Philos. Trans. Soc. Lond., A*, p. 935–982, 1883.

ROSA, E. S. **Escoamento Multifásico Isotérmico.** [S.l.]: Bookman, 2012.

SANCHIS, A.; JOHNSON, G. W.; JENSEN, A. **The Formation of Hydrodynamic Slugs by the Interaction of Waves in Gas-Liquid Two-Phase Pipe Flow.** *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 37, p. 358–368, 2011.

SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K. **Boundary Layer Theory.** Berlin: Springer, 2000.

SIMÕES, E. F.; CARNEIRO, J. N. E.; NIECKELE, A. O. **Numerical prediction of non-boiling heat transfer in horizontal stratified and slug flow by the two-fluid model.** *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, Vol. 47, p. 135–145, 2014.

SOLEIMANI, A.; HANRATTY, T. **Critical Liquid Flows for the Transition from the Pseudo-Slug and Stratified Patterns to Slug Flow.** *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 29, p. 51–67, 2003.

TAITEL, Y.; DUKLER, A. **A Model for predicting flow Regime transitions in horizontal and ear horizontal gas-liquid flow.** *AIChE Journal*, v. 22, p. 47–55, 1976.

TAITEL, Y.; DUKLER, A. **A model for Slug Frequency During Gas-liquid Flow in Horizontal and near Horizontal Gas-liquid Flow.** *Journal of Multiphase Flow*, v. 22, p. 47–55, 1977.

THERMALFLUIDCENTRAL.ORG. **Two-Phase Flow Patterns in Horizontal Tubes.** 2014. Disponível em: <https://www.thermalfluidscentral.org/encyclopedia/index.php/Two-Phase_Flow_Patterns_in_Horizontal_Tubes>.

TROPEA, C.; YARIN, A. L.; FOSS, J. F. **Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics.** [S.l.]: Springer, 2007.

UJANG, P. M.; LAWRENCE, C.; HALE, C.; HEWITT, G. **Slug Initiation and Evolution in Two-phase Horizontal Flow.** *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 53, p. 29–39, 2005.

VALLURI, P.; SPELT, P.; LAWRENCE, C.; HEWITT, G. **Numerical Simulation of the Onset of Slug Initiation in Laminar Horizontal Channel Flow.** *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 34, p. 206–225, 2008.

WALLIS, G.; DOBSON, J. **The Onset of Slugging in Horizontal Stratified Air-Water Flow.** *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 1, p. 173–193, 1973.

WALLIS, G. B. **One-dimensional Two-phase Flow.** [S.l.]: McGraw-Hill, 1969.

YIH, C. S. **Instability due to viscosity stratification.** *Journal of Fluid Mechanics*, v. 27, p. 337–352, 1967.