

4 Método Numérico

No Capítulo 3 vimos que a geometria do poço interfere na transferência de calor e na variação do volume do anular. Vimos também que o poço de petróleo e gás pode apresentar diversas configurações, possuindo diversos anulares, com diferentes profundidades, sendo que os revestimentos podem utilizar diversos materiais e com diferentes dimensões. Nesse contexto, é necessário discretizar o poço para considerar as propriedades e parâmetros apropriados em determinada profundidade e para transformar as equações diferenciais em equações algébricas.

Nesse capítulo, inicialmente é apresentada a abordagem numérica para obtenção da temperatura ao longo da coluna de produção e nos anulares do poço. A seguir, apresenta-se a metodologia numérica para avaliar o aumento de pressão do fluido confinado em cada anular.

4.1 Discretização das Equações de Conservação no Poço

A Fig. 4.1 apresenta um esquema típico de poço em que podemos visualizar a existência de revestimentos com vários comprimentos e diâmetros. É possível ainda, utilizar diferentes fluidos nos anulares, os quais também podem possuir diferentes comprimentos. Logo, em uma determinada cota axial z , diferentes configurações do poço podem ser encontradas, o que implica que em cada cota z diferentes resistências equivalentes são encontradas, o que leva a uma variação axial do fluxo de calor perdido do poço produtor.

Para determinar a temperatura ao longo do poço, utilizou-se o método de Volumes Finitos (Patankar, 1980) para integrar as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, Eqs. (3.1), (3.4) e (3.5).

O método de volumes finitos consiste em dividir o domínio em volumes de controle e integrar as equações de conservação em cada volume de forma a garantir balanço global das grandezas de interesse. De acordo com recomendação do Patankar (1980) para evitar soluções irrealistas oscilatórias, as velocidades são armazenadas nas faces dos volumes de controle e a pressão é armazenada no

centro do volume, conforme ilustrado na Fig. 4.1.

Como a temperatura depende do gradiente de pressão, assim como a velocidade, optou-se por armazenar a temperatura na mesma posição que as velocidades, i.e., nas faces dos volumes de controle (Fig. 4.1).

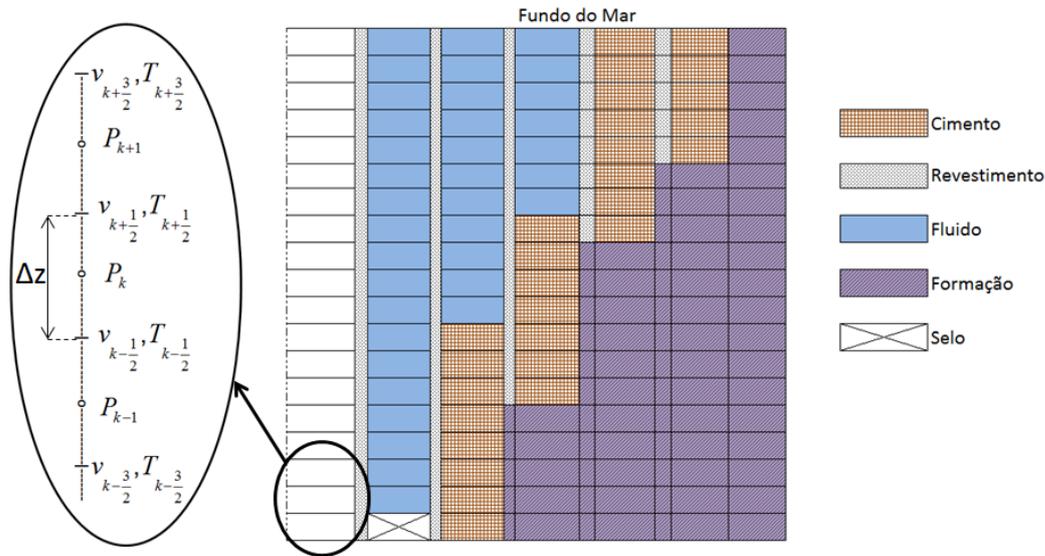


Figura 4.1: Esquema típico de poço e Malha utilizada

A velocidade é determinada a partir da integração da equação da conservação da massa, Eq. (3.1) ao longo do volume de controle k

$$\dot{m}'' = \rho_{ol_{k+1/2}} v_{k+1/2} = \rho_{ol_{k-1/2}} v_{k-1/2} \tag{4.1}$$

onde \dot{m}'' é o fluxo de massa por unidade de área, o qual é constante e igual ao valor prescrito na entrada, $\rho_{ol_{k-1/2}}$ é a massa específica na face, a qual é avaliada a partir de uma média da massa específica armazenada nos pontos nodais,

$$\rho_{ol_{k-1/2}} = \frac{1}{2}(\rho_{ol_{k-1}} + \rho_{ol_k}) \tag{4.2}$$

A pressão é obtida integrando-se a equação de conservação de quantidade de movimento (Eq. 3.4), entre pontos nodais k e $k+1$, já que a velocidade é armazenada na face do volume $k+1/2$.

A integração do termo convectivo é

$$\int_z^{z+dz} \frac{d \rho_{ol} v}{dz} dz = (\rho_{ol_{k+1}} v_{k+1})v_{k+1} - (\rho_{ol_k} v_k)v_k = \dot{m}''(v_{k+1} - v_k) \tag{4.3}$$

Para avaliar as velocidades nas faces, utilizou-se a aproximação *Upwind* (Patankar, 1980), a qual consiste em utilizar na face o valor do ponto nodal à montante do escoamento. A equação resultante para determinar a pressão é

$$P_{ol_{k+1}} = P_{ol_k} - \dot{m}'' \left(v_{k+\frac{1}{2}} - v_{k-\frac{1}{2}} \right) - \rho_{ol_{k+\frac{1}{2}}} g \Delta z - \frac{f_{k+\frac{1}{2}}}{2D_c} \rho_{ol_{k+\frac{1}{2}}} |v_{k+\frac{1}{2}}| v_{k+\frac{1}{2}} \Delta z \quad (4.4)$$

Como a temperatura também é armazenada na face do volume de controle, a equação da energia (Eq. 3.5) é integrada no mesmo volume de controle que a equação de conservação de quantidade de movimento. Utilizando a aproximação *Upwind* para o termo convectivo, obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{m}'' c_p T_{ol_{k+1/2}} = \dot{m}'' c_p T_{ol_{k-1/2}} + \alpha_{ol_{k+1/2}} T_{ol_{k+1/2}} v_{k+1/2} (P_{ol_{k+1}} - \\ P_{ol_k}) + U (T_\infty - T_{ol_{k+1/2}}) \frac{4}{D_c} \Delta z + \\ \frac{f_{k+1/2}}{2D_c} \rho_{ol_{k+1/2}} |v_{k+1/2}| v_{k+1/2}^2 \Delta z \end{aligned} \quad (4.5)$$

4.1.1 Determinação da temperatura nos revestimentos e anulares

A determinação das temperaturas nos revestimentos e anulares é facilmente obtida, com a utilização das Eqs. (3.34) a (3.38), para cada coordenada axial z , após a determinação da temperatura do óleo escoando na coluna de produção.

4.2 Determinação do Aumento de Pressão no Anular Confinado

No Capítulo 3 vimos que para calcular o aumento de pressão no anular é necessário igualar a variação de volume do fluido do anular com a variação do volume disponível para o fluido ocupar, garantindo a conservação da massa para cada anular. A variação do volume dos anulares tem contribuições devido à temperatura, pressão hidrostática e aumento de pressão do fluido confinado. O aumento de pressão de uma anular depende do aumento de pressão dos anulares vizinhos, implicando que o aumento de pressão de todos os anulares precisa ser determinado simultaneamente, através da solução do sistema dado pela Eq. (3.126),

$$[(\Delta V_a)_{apb}] = [\text{Flex}][\Delta P_{apb}] \quad (4.6)$$

Como mencionado a matriz de flexibilidade [Flex] só depende de parâmetros geométricos e propriedades dos revestimentos, que neste trabalho são consideradas constantes. Porém $(dV_{a_j})_{apb}$ depende do aumento de pressão, pois a massa específica do anular é função da pressão final. Isto implica na necessidade de uma solução iterativa para determinar o aumento de pressão do fluido confinado. A solução obtida deve garantir conservação de massa em cada anular j , i.e., a diferença entre a massa inicial e final de todos os anulares deve ser inferior a uma tolerância, tol . A solução do sistema converge quando:

$$Resto_{massa} = \max [\Delta m_j] < tol \tag{4.7}$$

onde, o resíduo de massa do anular j é

$$\Delta m_j = m_{a,ini,j} - \sum_k \rho_{a,fin,jk} (V_{a,ini,j} + \Delta V_{a,jk}) \tag{4.8}$$

Para resolver a não linearidade do sistema, utilizou-se o método numérico de Newton-Raphson para obter novos valores de pressão no anular até que a conservação de massa fosse atingida.

O objetivo do método numérico de Newton-Raphson é encontrar a raiz da função. Para isso, busca-se uma aproximação dessa raiz através de um processo iterativo, onde a cada passo, refina-se a aproximação até obter a solução. De acordo com o método de Newton-Raphson, a cada iteração w , a correção no acréscimo de pressão ΔP_{apb} é dado por

$$([\Delta P_{apb}]_w - [\Delta P_{apb}]_{w-1}) [J]_w = -[\Delta m]_w \tag{4.9}$$

onde $[J]$ é a matriz Jacobiana do sistema, que reflete a influência da variação de ΔP_{apb} no resíduo do balanço de massa Δm de cada anular j

$$[J]_w = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta m_{a_1}}{\partial \Delta p_{apb_{a_1}}} & \dots & \frac{\partial \Delta m_{a_1}}{\partial \Delta p_{apb_{a_N}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta m_{a_N}}{\partial \Delta p_{apb_{a_1}}} & \dots & \frac{\partial \Delta m_{a_N}}{\partial \Delta p_{apb_{a_N}}} \end{bmatrix}_w \tag{4.10}$$

As derivadas parciais podem ser avaliadas conforme equação abaixo.

$$\frac{\partial \Delta m_{a_j}}{\partial \Delta p_{apb_{a_\ell}}} = \frac{\Delta m_{a_j}^+ - \Delta m_{a_j}}{G} \quad (4.11)$$

$$\Delta m_{a_j}^+ = \Delta m_{a_j} \left(\Delta P_{apb_{a_1}}, \Delta P_{apb_{a_\ell}} + G, \dots, \Delta P_{apb_{a_N}} \right) \quad (4.12)$$

onde $\Delta m_{a_j}^+$ é a variação de massa do anular j avaliada com acréscimo da diferença de pressão (G) no anular ℓ , e Δm_{a_j} é a variação de massa avaliada com a pressão do anular j utilizada na última verificação.

Nesse trabalho, utilizou-se como tolerância de convergência o valor de tol igual 10^{-9} da massa inicial do anular e considerou-se G sendo 20 psi.

4.3 Diagrama de Fluxo

A Fig. 4.2 apresenta o fluxograma do modelo implementado para obtenção do perfil de pressão e temperatura dentro da coluna de produção e a distribuição de temperatura nos anulares do poço. Já a Fig. 4.3 apresenta o fluxograma do modelo implementado para cálculo do aumento de pressão no anular confinado e a Fig. 4.4 o fluxograma para cálculo do aumento de volume do fluido sem que haja restrição a sua expansão.

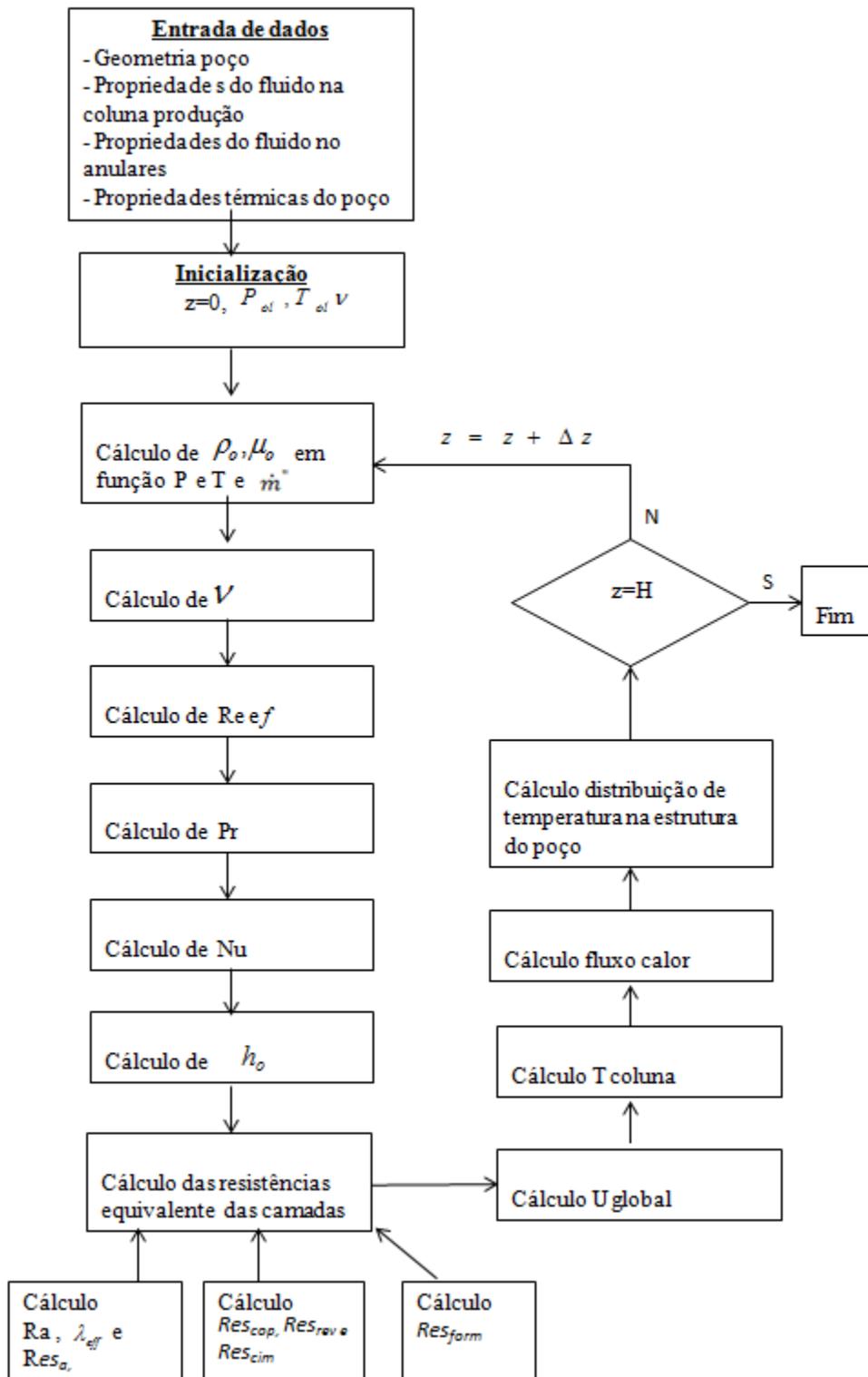


Figura 4.2: Fluxograma do modelo térmico

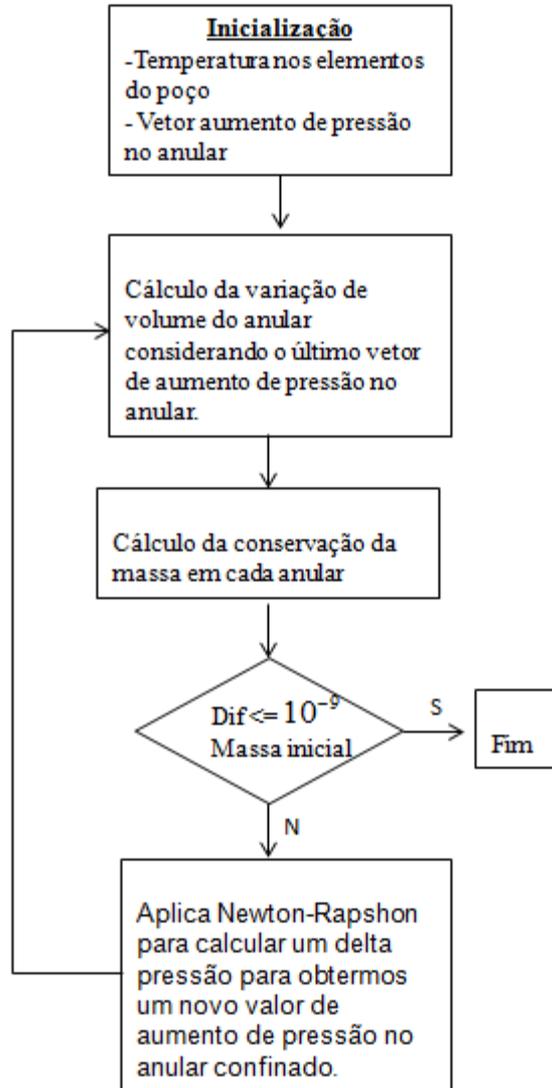


Figura 4.3:: Fluxograma do aumento de pressão

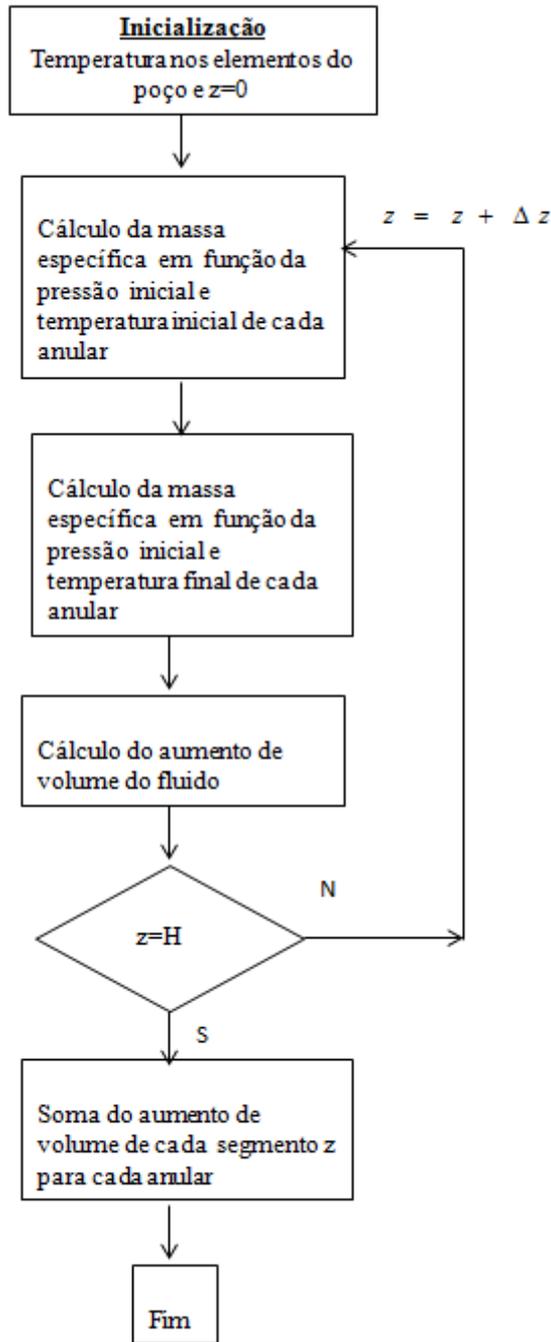


Figura 4.4: Fluxograma do aumento de volume fluido