Eduardo da Silva Lema Del Rio

**Uma proposta para modelagem da
propagação de incertezas em métodos de
localização cartográfica baseados em
tecnologias sem fio**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Metrologia da PUC–Rio como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Metrologia. Área de concentração: Metrologia para Qualidade e Inovação.

Orientadora: Prof^a. Elisabeth Costa Monteiro

Rio de Janeiro
Abril de 2018

Eduardo da Silva Lema Del Rio

**Uma proposta para modelagem da
propagação de incertezas em métodos de
localização cartográfica baseados em
tecnologias sem fio**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Metrologia da PUC-Rio. Aprovada pela comissão examinadora abaixo assinada.

Prof^a. Elisabeth Costa Monteiro

Orientadora

Programa de Pós-Graduação em Metrologia -
PUC-Rio

Prof. Élcio Cruz de Oliveira

Programa de Pós-Graduação em Metrologia -
PUC-Rio

Prof. Daniel Ramos Louzada

Programa de Pós-Graduação em Metrologia -
PUC-Rio

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Coordenador Setorial de Pós-graduação do
Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 06 de Abril de 2018

Todos os direitos reservados. Proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Eduardo da Silva Lema Del Rio

Engenheiro Cartógrafo pelo Instituto Militar de Engenharia (2010). Logo após formar-se trabalhou na Petrobras S.A.. Em seguida, atuou como pesquisador assistente na Kyoto University por dois anos e possui um artigo publicado relativo à produção científica desse período o qual corresponde a criação de duas novas metodologias para determinação do geóide (Del Rio, 2014a). Atua nas seguintes áreas: Geofísica, Métodos Numéricos, Geodésia, Navegação e Incertezas.

Ficha Catalográfica

Rio, Eduardo da Silva Lema Del

Uma proposta para modelagem da propagação de incertezas em métodos de localização cartográfica baseados em tecnologias sem fio / Eduardo da Silva Lema Del Rio; orientadora: Elisabeth Costa Monteiro. — 2018.

100 f: il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Centro Técnico Científico, Programa de Pós-Graduação em Metrologia, 2018.

Inclui referências bibliográficas.

1. Metrologia – dissertação. 2. Localização Cartográfica. 3. RFID. 4. Cell-ID. 5. Trilateração. 6. Metrologia. I. Monteiro, Elisabeth Costa. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Centro Técnico Científico. Programa de Pós-graduação em Metrologia. III. Título.

CDD: 389.1

Agradecimentos

À minha Orientadora, Professora Elisabeth Costa Monteiro, pelo grande auxílio durante o mestrado e por ter me acolhido como Orientadora num momento em que me lembro que meus colegas já estavam com a orientação definida e até me pressionavam a resolver essa questão da orientação, em tempo. À CAPES pela bolsa de mestrado a qual possibilitou minha vinda ao Rio para prosseguir meus estudos e à PUC-Rio pela oportunidade de desenvolver estudos aprofundados.

Ao *Google*, ferramenta de busca para a *web* revolucionária, que me poupou muito tempo entre aprendizados para manipulação de *softwares* acadêmicos e busca de informações científicas de relevância para o presente trabalho.

À *Amazon*, loja que vende produtos pela *web* onde se encontra praticamente tudo, por ter facilitado bastante, e em especial, a aquisição de livros estrangeiros, algumas vezes difíceis de encontrar por aqui, utilizados neste trabalho. A título de curiosidade, na lista mais recente dos mais ricos do mundo feita pela *Forbes*, o CEO desta companhia aparece em primeiro lugar e com relativa folga.

À Wikipedia, cuja ideia brilhante de reunir todo o conhecimento humano num lugar de acesso irrestrito através da *internet* tornou este trabalho possível. Sim, meu primeiro contato com o GUM veio após pesquisa sobre o significado dos termos relacionados à qualidade de medições, quando, a Wikipedia, recomendou o GUM. E, após a primeira leitura deste documento, tive a ideia de transformar o conceito de máximo erro numa equação matemática denominada de expressão de incerteza e da qual derivou-se o presente trabalho. Ou seja, sem a Wikipedia este trabalho, e o *paper* da SpringerPlus, não existiriam. Obrigado Mr. Wales.

Aos Profs. Élcio Cruz de Oliveira e Daniel Ramos Louzada, pela revisão do texto e pelos seus comentários que contribuíram para o enriquecimento do trabalho.

Ao Prof. Ignacio Lira da PUC-Chile, por seus valiosos comentários e por seu livro, citado ao longo do trabalho, que muito contribuiu para a construção do texto.

Aos meus pais e avós pelo auxílio e incentivo ao longo dessa caminhada.

À Zeus, por guiar meus passos.

Resumo

Rio, Eduardo da Silva Lema Del; Monteiro, Elisabeth Costa. **Uma proposta para modelagem da propagação de incertezas em métodos de localização cartográfica baseados em tecnologias sem fio**. Rio de Janeiro, 2018. 100p. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-graduação em Metrologia. Área de concentração: Metrologia para Qualidade e Inovação. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Neste trabalho, foca-se em uma solução alternativa para se expressar a incerteza de medição que é aplicada na localização por identificação por rádio-frequência (RFID). Elabora-se um modelo para a expressão da incerteza de medição, incerteza máxima possível diferencial (IMPD), que aplica-se aos métodos de identificação de células (Cell-Id ou Cid), vizinho mais próximo (VMP) e trilateração (3L) e que possa servir de auxílio à escolha dos parâmetros relevantes para localização, antes da implementação. Propõe-se uma modificação da Cell-ID, denominada Cell-ID média (MCid), e constrói-se o modelo de incertezas tanto para a Cid quanto para a MCid, levando em conta os parâmetros não considerados no modelo da literatura. Os modelos propostos neste trabalho levam, naturalmente, à definição de um alcance ótimo para as tags. Consequentemente, derivam-se fórmulas fechadas para a sua determinação direta e rápida. Com todo o ferramental construído, desenvolveu-se um experimento numérico aplicado à localização de chamadas de emergência segundo critérios do E911, cujos resultados indicaram a possibilidade de localização com a metodologia proposta, ainda que o alcance varie de 40 m em magnitude, em relação ao alcance esférico geralmente adotado na literatura. Mostrou-se como modelar a incerteza dos métodos VMP e 3L e também se comparou a incerteza de medição determinada pelo método proposto neste trabalho com a determinada tanto por simulação de Monte Carlo quanto pela lei de propagação de incertezas. Os resultados indicaram que o método proposto pode estimar a incerteza para altas probabilidades de abrangência, sendo especialmente útil quando nem todas as grandezas de entrada podem ser medidas.

Palavras-chave

Localização Cartográfica ; RFID ; Cell-ID ; Trilateração ; Metrologia

Abstract

Rio, Eduardo da Silva Lema Del; Monteiro, Elisabeth Costa (Advisor). **A proposal for modeling the uncertainty propagation in cartographic location methods based on wireless technologies**. Rio de Janeiro, 2018. 100p. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-graduação em Metrologia. Área de concentração: Metrologia para Qualidade e Inovação. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In this work, the focus is on an alternative solution for expressing the uncertainty of a measurement, which is applied in location by the identification through radio-frequency (RFID). A proposal of a model for the expression of measurement uncertainty is presented, named as the maximum possible differential uncertainty (IMPD, in Portuguese), and its application to the Cell-Id (Cid), nearest neighbor (VMP, in Portuguese) and trilateration (3L) methods that may be of use for choosing the relevant parameters for location before implementation. A modification of Cell-ID is proposed, named mean Cell-ID (MCid), and built the error model for both Cid and MCid, taking into account the parameters not considered in the literature. The models proposed in this work conducted, naturally, to the definition of an optimal range for the tags. Consequently, it is derived closed formulae for its direct and fast determination. Finally, with all the tools built, a numerical experiment applied to the location of emergency calls is developed, according to criteria for the E911 (Enhanced 911). The results indicated the possibility of positioning, even if the range shows variations of 40 m, in magnitude, in relation to the spherical range generally adopted in the literature. It was shown how to model the uncertainty of VMP and 3L, and performed a comparison between the measurement uncertainty as given by the method proposed in this work with the one determined by a Monte Carlo simulation. The results indicate that the proposed approach can estimate the measurement uncertainty for high coverage probabilities, and that it is especially useful when one or more input quantities cannot be measured.

Keywords

Cartographic Location ; RFID ; Cell-ID ; Trilateration ; Metrology

Sumário

1	Introdução	16
1.1	Dispositivos RFID	18
1.1.1	<i>Tags</i> RFID	19
1.1.2	Leitores RFID	20
1.2	Incerteza de medição e localização cartográfica	21
1.3	Objetivos	22
1.3.1	Objetivo geral	23
1.3.2	Objetivos específicos	23
1.4	Estrutura da dissertação	24
2	Proposta para definição do máximo erro possível e proposta do problema da localização	25
2.1	Propondo-se uma definição para o máximo erro possível	25
2.2	MEP para o caso em que se considera todas as grandezas de entrada	26
2.3	MEP para o caso em que uma ou mais grandezas de entrada são desconsideradas	26
2.4	MEP e incerteza de medição	28
2.5	Considerações sobre a IMPD	28
2.6	Propondo-se uma definição para a IMPD no caso da localização por RFID	29
2.7	Relações auxiliares	31
3	Modelagem da incerteza para a Cell-ID	37
3.1	Demonstrações da IMPD para a Cid	39
4	Modificação da Cell-ID e a modelagem de sua incerteza	45
4.1	Modelagem da incerteza para o Cell-ID médio	45
4.2	Demonstrações para a MCid	48
5	Determinação do alcance ótimo (ALOT) na implementação de <i>tags</i> RFID e suas variações	62
5.1	Determinação do alcance ótimo	62
5.2	Demonstrações das fórmulas do ALOT	63
5.3	Variações de alcance na localização com RFID e o alcance ótimo à luz da	64
6	Experimento numérico para a IMPD dos métodos Cid e MCid	68
6.1	Metodologia para distribuição de <i>tags</i> e sua implementação	70

6.2	Experimento numérico e análise comparativa de desempenho da IMPD para Cid e MCid aplicado à localização cartográfica	73
7	Modelagem das incertezas dos métodos Vizinho mais Próximo e Trilateração	78
7.1	Modelagem da incerteza do método Vizinho mais Próximo	78
7.2	Modelagem da incerteza do método Trilateração	79
8	Simulação numérica da incerteza pelo Método de Monte Carlo	82
8.1	O MMC aplicado à Cid	82
8.2	O MMC aplicado à MCid e ao VMP	83
8.3	Motivo do MMC não ser adequado para a Cid, MCid e VMP	83
8.4	O MMC aplicado à 3L	83
8.4.1	Experimento numérico de comparação entre a IMPD e o MMC	85
9	Discussão e conclusões	89
9.1	Discussão	89
9.2	Conclusões	94
9.3	Trabalhos futuros	96
10	Referências bibliográficas	97

Lista de figuras

1.1	Implante de <i>tag</i> RFID na mão direita	18
1.2	<i>Tags</i> de vários tipos	19
1.3	Leitor RFID e <i>tag</i> lida	20
2.1	Características relacionadas ao problema	31
3.1	Dedução da IMPD para o método Cell-ID	40
4.1	Modelagem da incerteza dos métodos Cell-ID e Cell-ID Média	46
4.2	Dedução da IMPD para o método Cell-ID média	51
5.1	Alcances variáveis e a aproximação das duas-esferas	66
8.1	Região gerada pela aplicação da 3L aos dados de entrada uniformes da simulação de Monte Carlo	85
8.2	Frequências relativas à aplicação da 3L aos dados de entrada da simulação de Monte Carlo (uniforme)	86
8.3	Região gerada pela aplicação da 3L aos dados de entrada Gaussianos da simulação de Monte Carlo	87
8.4	Frequências relativas à aplicação da 3L aos dados de entrada da simulação de Monte Carlo (Normal)	87

Lista de tabelas

1.1	Frequências de operação do RFID	20
6.1	IMPD e ALOT obtidos para o método Cid	76
6.2	IMPD e ALOT para o método MCid	76
6.3	IMPD e ALOT para os métodos Cid e MCid considerando um alcance máximo	77
8.1	Estatísticas do MMC, da LPI e da IMPD	88

Lista de quadros

8.1	Grandezas envolvidas na determinação do mensurando pelos diferentes métodos	84
-----	---	----

Lista de abreviaturas e siglas

3L – Trilateração
ALOT – Alcance Ótimo
BIPM – *Bureau International des Poids et Mesures*
Cell-Id – Identificação de células
CIA – *Central Intelligence Agency*
Cid – *Cell-ID*
CIPM – *Comité International des Poids et Mesures*
dp – desvio-padrão
E911 – *Enhanced 911*
EUA – Estados Unidos da América
FCC – *Federal Communications Commission*
fdp – função densidade de probabilidade
GNSS – *Global Navigation Satellite Systems*
GPS – *Global Positioning System*
HighFID – *High frequency* RFID
ID – *Identidade*
IEC – *International Electrotechnical Commission*
IMP – Incerteza Máxima Possível
IMPD – Incerteza Máxima Possível Diferencial
INMETRO – Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia
INS – *Inertial Navigation System*
ISO – *International Organization for Standardization*
LBS – *Location based Services*
LowFID – *Low frequency* RFID
LPI – Lei de Propagação de Incertezas
MCid – *Cell-ID* Média
MEP – Máximo Erro Possível
MMC – Método de Monte Carlo
NLOS – *Non-line-of-sight*
P&D – Pesquisa & Desenvolvimento
RFID – *Radio-frequency Identification*
RRA – Raio da Região de Abrangência
RSSI – *Received Signal Strength Indications*
RTK – *Real-time kinematic*

TV – *Television*

Ultra-HighFID – *Ultra High frequency* RFID

USB – *Universal Serial Bus*

VMP – Vizinho mais Próximo

Lista de símbolos

Q =grandeza calculada em função das grandezas de entrada $p_1, \dots, p_n$

p_n =grandeza de entrada

p_{n0} =valor medido para a grandeza de entrada p_n

δ =MEP de grandezas de entrada, e.g. $\max |p_n - p_{n0}|$

Δ =MEP de grandeza calculada indiretamente

c_i =i-ésimo coeficiente de sensibilidade associado a p_i

u_i =i-ésima incerteza-padrão associada a p_i

$\mathbf{Y}$ =vetor $\mathbf{Y}$ de componentes $y_1, \dots, y_n$

$\|\mathbf{Y}\|$ =comprimento de um vetor $\mathbf{Y}$ dado por $\sqrt{y_1^2 + \dots + y_n^2}$

$\mathbf{XY}$ =diferença entre os vetores $\mathbf{X}$ e $\mathbf{Y}$ dada por $\mathbf{Y} - \mathbf{X}$

$\mathbf{P}_n$ =posição verdadeira de uma *tag* n

$\mathbf{X}_n$ =posição estimada de uma *tag* n

ε_n =incerteza na estimativa da posição de uma *tag* n

R_n =alcance da *tag* RFID em $\mathbf{P}_n$

h_n =altura da *tag* RFID em $\mathbf{P}_n$ acima do plano onde se encontra o usuário

$r_n = \sqrt{R_n^2 - h_n^2}$

S =corredor plano infinito onde se encontra o usuário

L =maior distância da borda do corredor S à reta que passa pelas posições estimadas das *tags*

l_0 =menor distância da borda do corredor S à reta que passa pelas posições estimadas das *tags*

B_n =distância entre as *tags* consecutivas de posições estimadas $\mathbf{X}_{n-1}$ e $\mathbf{X}_n$

$\varepsilon = \max_{1 \leq n \leq N} \{\varepsilon_n\}$

$R = R_n$, todas as *tags* são supostas de possuir o mesmo alcance

$h = \max_{1 \leq n \leq N} \{h_n\}$

$B = \max_{1 \leq n \leq N} \{B_n\}$

ρ =valor entre 0 e ε

l =valor entre 0 e L

b =valor maior ou igual a $B/2$

Δ_{Cid} =MEP para a Cell-ID

Δ_{MCid} =MEP para a Cell-ID Média

X =posição do usuário

X_0 =posição estimada do usuário por um dos métodos Cid ou MCid

$X_1 = \|\mathbf{X}_{n-1} - \mathbf{X}_n\|$

$$X_2 = \|\mathbf{X}_n \mathbf{X}\|$$

$\bar{X}_1$ = menor limite superior para X_1

$\bar{X}_2$ = menor limite superior para X_2

α = ângulo entre os vetores $\mathbf{X}_{n-1} \mathbf{X}$ e $\mathbf{X}_{n-1} \mathbf{X}_n$

β = ângulo entre os vetores $\mathbf{X}_n \mathbf{X}$ e $\mathbf{X}_{n-1} \mathbf{X}_n$

$$X_3 = \left\| \frac{\mathbf{X}_{n-1} + \mathbf{X}_n}{2} \mathbf{X} \right\|$$

$$X_4 = \left\| \frac{\mathbf{X}_{n-2} + \mathbf{X}_{n-1}}{2} \mathbf{X} \right\|$$

$\bar{X}_3$ = menor limite superior para X_3

$\bar{X}_4$ = menor limite superior para X_4

γ = ângulo entre os vetores $\frac{\mathbf{X}_{n-1} + \mathbf{X}_n}{2} \mathbf{X}$ e $\mathbf{X}_{n-1} \mathbf{X}_n$

R_{Cid} = alcance ótimo para a Cid

R_{MCid} = alcance ótimo para a MCid

$$r_{Cid} = \sqrt{R_{Cid}^2 - h^2}$$

$$r_{MCid} = \sqrt{R_{MCid}^2 - h^2}$$

$\tilde{\Delta}$ = limite superior para Δ , onde $\tilde{\Delta}$ considera alcance variável e Δ considera alcance constante

R_0 = alcance nominal

K = MEP da medição do alcance

R_{min} = alcance mínimo

R_{max} = alcance máximo

1

Introdução

Para o rastreamento em tempo real de bens e pessoas muito tem sido desenvolvido nesta área através das décadas especialmente com o advento do Sistema Global de Navegação por Satélites (sigla em inglês, GNSS), do qual o *Global Positioning System* (GPS) é o mais importante. Mas estes GNSS não esgotam as necessidades para rastreamento de bens. Com relação a isso, diversas alternativas tem sido estudadas, algumas livres do GNSS, outras trabalhando de maneira integrada com ele, como por exemplo a trilateração com sinais de TV e de celular. Não obstante, as abordagens baseadas no GNSS ainda não esgotam as necessidades para o rastreamento de bens. Uma importante abordagem alternativa é aquela baseada em dispositivos RFID (acrônimo para *Radio-frequency Identification*) e aquelas voltadas a ambientes *indoor* (Xia et al., 2017).

RFID é uma tecnologia desenvolvida como complemento aos códigos de barras e seu desenvolvimento recente inclui implantes em humanos no seu escopo, figura 1.1 e Peterson (2001). Estes implantes servem para permitir uma identificação não-ambígua do seu portador.

Posicionamento ubíquo está se tornando viável na medida em que diversas tecnologias de localização (Bensky, 2008; Groves, 2008; Do et al., 2007; De Lorenzo, 2009) estão sendo criadas. Desenhado para dar a posição de qualquer ponto sobre a Terra em qualquer momento, o GPS é a mais importante (Bensky, 2008; Groves, 2008) tecnologia de localização nos dias atuais.

Entretanto, quando se tratam de ambientes *indoor* e urbanos, por causa da ausência de linha de visada (NLOS, do inglês *non-line-of-sight*) entre satélites e receptores, a qualidade da posição estimada pode ser severamente deteriorada, o que aumenta a incerteza que passa de cerca de 10 m para valores que podem superar os 50 m (Prost, 2008). Além do mais, estas são precisamente as regiões onde a localização ubíqua seria de maior interesse, pois a maioria da população terrestre habita em zonas urbanas —e suas regiões *indoor*— (CIA, 2011), e conseqüentemente, seus terminais móveis —incluindo celulares— permanecem a maioria do tempo. Assim, localizar uma pessoa ou

objeto em qualquer lugar e a qualquer momento ainda está fora de alcance.

O posicionamento ubíquo de cada pessoa pode ser usado em diversos modos. Serviços baseados em localização (Kupper, 2005) como marketing móvel, jogos móveis, páginas amarelas móveis e serviços de emergência melhorados tornam-se disponíveis, fomentando a geração de lucros e a proteção da vida. Especial interesse encontra-se na localização de chamadas de emergência, onde geralmente tem-se um usuário chamando uma ambulância, bombeiros ou policiais. Se esta chamada puder ser localizada em tempo real, a resposta a ela será mais eficiente. De igual modo, o sensoriamento *human-centric* melhorado (Srivastava et al., 2012) (e.g., agrupamento de dados distribuídos de participantes em que se compartilham dados locais), e em particular, estudos mais aprofundados dos padrões de mobilidade humana (Gonzalez et al., 2008) baseados num rastreamento mais preciso e contínuo de um grande número de pessoas seria possível. Sendo assim, contribuições ao conhecimento sobre as leis que governam o movimento humano podem vir a ser feitas, o que pode contribuir para a compreensão sobre a dispersão de vírus biológicos (Eubank et al., 2004) e móveis (Kleinberg, 2007). Isto, por sua vez, pode tornar-se um passo em direção à previsão do espalhamento de doenças pandêmicas numa escala regional e global.

Figura 1.1: **Implante de *tag* RFID na mão direita.** Pessoas podem receber uma marca na mão direita por meio de uma *tag* RFID implantada (marca vermelha).

Figura originalmente publicada sobre CCAL 3,0 em <http://en.wikipedia.org/wiki/Hand>

1.1 Dispositivos RFID

RFID não é uma tecnologia nova, uma vez que sua origem data da 2^a. guerra mundial (Glover e Batt, 2006). Mas, como consequência da redução de custos e de tamanho (Catuto et al., 2010; Peterson, 2001; Zabow et al., 2008), o RFID está se tornando mais e mais usado na sociedade, especialmente quando funciona como um *upgrade* aos códigos de barras (Gebbers e Adamchuk, 2010; EC, 2008). Uma vantagem em relação aos códigos de barras é a de não necessitar uma linha de visada entre o leitor e o objeto. Dividem-se os dispositivos RFID em duas categorias: *tags* e leitores.

Exemplos de *tags* encontram-se na figura 1.2 e de leitor na figura 1.3. O valor do mercado mundial de RFID vem aumentando nos últimos anos e projeta-se que o mesmo valerá 18,68 bilhões de dólares em 2026.

1.1.1 *Tags* RFID

Uma *tag* RFID é um pequeno dispositivo transmissor de rádio-frequência que emite um sinal que cobre uma certa região, com uma latência conhecida (diferença de tempo entre transmissões de sinal consecutivas) e com um código identificador correspondente. Essa definição corresponde a *tags* ativas que possuem sua própria fonte de energia, tipicamente baterias; há ainda outro tipo de *tag*, a passiva, cuja característica é a de não necessitar baterias pois sua fonte de energia advém do sinal emitido pelo leitor; sua desvantagem é a de possuir alcance muito reduzido em comparação com as *tags* ativas. Ocasionalmente, a memória da *tag* será capaz de armazenar dados outros que não sua própria identidade única, os quais também podem ser transmitidos através do seu sinal. O sinal e seu código podem ser lidos por um leitor RFID, o qual também pode ser um dispositivo pequeno (i.e., pequeno o suficiente para ser carregado por uma pessoa como um celular). Além do mais, ao longo de uma dada direção, a distância das *tags* RFID em que seu sinal pode ser detectado é chamada alcance. O alcance das *tags* RFID (Glover e Batt, 2006) varia de dezenas de centímetros até dezenas ou mesmo centenas de metros. Alcances superiores a dezenas de metros, em geral, correspondem a *tags* ativas.

Nota-se que as *tags* ativas podem ser divididas em 2 tipos: *transponders* e *beacons*. A primeira aguarda o sinal do leitor para gerar um sinal de retorno, o que conserva a bateria. A segunda usa uma bateria que pode durar vários anos e transmite seu sinal independentemente do leitor e de modo contínuo, consumindo assim mais energia mas, em compensação, sendo capaz de alcances maiores.

Figura 1.2: *Tags* de vários tipos. Fonte: (Glover e Batt, 2006)

Tabela 1.1: Frequências de operação do RFID. LF, HF e UF denotam LowFID, HighFID e Ultra-HighFID, respectivamente. P e A denotam *tags* passivas e ativas, respectivamente.

Faixas de Freq.	LF	HF	UF	P	A	Alcance
125-134,2 kHz						≈ 10 cm
140-148,5 kHz						≈ 10 cm
13,56 MHz						10 cm a 1 m
865-928 MHz						1-12 m
433 MHz						$\approx 10 - 100$ m
915 MHz						$\approx 10 - 100$ m

Frequência de operação e alcance das *tags* RFID

Com relação à frequência de operação, adota-se a seguinte classificação para as *tags* RFID: LowFID, HighFID ou Ultra-HighFID correspondendo, respectivamente, a baixa, alta ou ultra-alta frequência. O LowFID opera em 125-134,2 kHz e em 140-148,5 kHz possuindo alcance de cerca de 10 cm. O HighFID opera em 13,56 MHz e possui alcance que varia de 10 cm a 1 m. O Ultra-HighFID opera em 865-928 MHz e possui alcance que varia de 1 a 12 m. Além disso, há as *tags* que operam em 433 MHz e 915 MHz, ativas, e que possuem alcance que pode chegar a 100 m ou mais. As frequências de operação do RFID e os alcances correspondentes encontram-se listados na Tabela 1.1.

Conforme apresentado, nota-se que o alcance das *tags* varia com a frequência. Sendo assim, para cada aplicação haverá geralmente uma frequência adequada.

1.1.2 Leitores RFID

Os leitores são capazes de ler mais de uma *tag* simultaneamente, embora o tempo de leitura geralmente cresça com o aumento do número de *tags* a serem

Figura 1.3: Leitor RFID e *tag* lida. Fonte: (Glover e Batt, 2006)

lidas. Além disso, nota-se que os leitores podem ser classificados da seguinte forma: fixos ou *handheld*. Os fixos são aqueles que permanecem ligados a um determinado ponto e sem se mover, os *handheld* são similares aos fixos sendo a diferença a possibilidade de movimentá-los livremente. Além disso, faz-se aqui a distinção entre abordagens *handset-based* e *network-based*. A primeira determina a localização do objeto utilizando *software* instalado no dispositivo agregado ao objeto, podendo esta informação ser transmitida para outros dispositivos. A segunda rastreia informações do objeto para então determinar sua posição podendo ou não transmitir esta informação de volta ao objeto.

Há leitores sofisticados que operam de um modo que os leva a serem chamados também de interrogadores. Um sinal é enviado pelo leitor e as *tags* iluminadas (aquelas visíveis para o leitor) transmitem de volta o sinal com o seu código para os leitores. As *tags* desse tipo podem ser semi-passivas ou passivas, sendo a diferença a presença de uma fonte de energia (semi-passiva) ou não. Em ambos os casos a *tag* depende da energia fornecida pelo leitor para funcionar e transmitir de volta o sinal. Sendo assim, torna-se importante identificar uma *tag* dentre outras também visíveis. Isto é feito pela transmissão de parte da ID da *tag* que se deseja localizar. As *tags* que possuem um código equivalente transmitem sinal em resposta para o interrogador, e então outra porção da ID é transmitida, até que somente a *tag* buscada responde ao leitor. Em geral, os dispositivos interrogadores conseguem identificar uma *tag* em 80 % dos casos ou mais. O uso de *tags* ativas contribui para o aumento da taxa de leituras bem-sucedidas.

1.2

Incerteza de medição e localização cartográfica

A avaliação da qualidade de medições na localização cartográfica deve ser caracterizada pela estimativa da incerteza de medição. A determinação do mensurando pelos métodos de localização baseia-se em um conjunto de grandezas de entrada que nem sempre são conhecidas. Caso, o método de localização utilizado considere as grandezas de entrada em sua totalidade, poderia-se utilizar a lei de propagação de incertezas, em que geralmente o mensurando é linearizado (BIPM, 2008a), ou o método de Monte Carlo, o qual considera mensurandos não-lineares bem como mensurandos dados por 2 ou mais grandezas de saída (BIPM, 2008b), para se medir a qualidade da localização. Para métodos de localização em que nem todas as grandezas de entrada são consideradas, abordagens como a lei de propagação de incertezas ou o método de Monte Carlo não se aplicam.

A incerteza da medição pelo método de localização pela identificação de células (Cell-ID ou Cid) assim como pelo Vizinho mais próximo (VMP), geralmente é estimada pelo que é denominado na literatura de modelo de erros. A abordagem apresenta limitações por não considerar diversos parâmetros como a incerteza das coordenadas dos pontos de referência, a distância entre os pontos de referência e variações no tamanho das células. Sendo assim, nem a lei de propagação de incertezas nem o método de Monte Carlo poderão ser aplicados para se determinar a incerteza da medição envolvida. Por sua vez, outro método de localização, a Trilateração (3L), todas as grandezas de entrada são consideradas na metodologia e, conseqüentemente, pode-se usar tanto a lei de propagação de incertezas quanto o método de Monte Carlo para se avaliar a qualidade de medições baseadas neste método de localização.

1.3

Objetivos

Este trabalho visa à construção de um modelo de propagação de incertezas que leve em consideração: grandezas não-lineares, mensurandos dados por 2 ou mais grandezas de saída e casos em que 1 ou mais grandezas de entrada são desconsideradas.

Portanto, busca-se uma alternativa para modelar a incerteza de medição que supere essas limitações, em especial a impossibilidade de considerar a totalidade das grandezas de entrada; aspecto que inviabilizaria a aplicação tanto do método de Monte Carlo quanto da lei de propagação de incertezas.

Propõe-se uma alternativa para determinação da incerteza de medição baseada no uso do máximo erro possível (MEP) e denominada incerteza máxima possível diferencial (IMPD). A IMPD é aplicada aos métodos de localização por identificação de células (Cid), Vizinho mais próximo (VMP) e trilateração (3L). Para a Cid e o VMP nem a LPI nem o MMC podem ser aplicados. No caso da 3L, tanto um como o outro podem ser considerados para se avaliar a qualidade da medição. Portanto, a 3L permite sua utilização para se fazer uma análise comparativa da IMPD com a LPI e o MMC.

Neste trabalho considera-se o emprego de dispositivos RFID, tecnologia de baixo custo, para localização em tempo real de pessoas e, particularmente para o método de localização Cell-Id, avalia-se sua viabilidade para atender o requisito de qualidade de chamadas de emergência (E911, *Enhanced 911*, utilizado nos EUA segundo a *Federal Communications Commission*, FCC). No caso, o E911 exige que a localização da chamada de emergência seja feita com incerteza igual ou inferior a 50 m.

1.3.1

Objetivo geral

Determinar a propagação da incerteza de medição antes da implementação do sistema de posicionamento, objetivando auxiliar a escolha do método utilizado para a localização, bem como dos parâmetros envolvidos, considerando a localização cartográfica.

1.3.2

Objetivos específicos

- Propor uma expressão matemática que forneça a incerteza de medição de tal modo a contornar a limitação de não se conhecer os valores e a distribuição de todas as grandezas de entrada;
- Determinar a propagação de incertezas para o método Cell-ID utilizando metodologia proposta;
- Propor modificações na metodologia de localização por Cell-ID, com o propósito de diminuir a incerteza final obtida para a estimativa da localização do usuário mantendo-se ainda a simplicidade do método original;
- Determinar a propagação de incertezas para a Cell-Id modificada, utilizando-se a metodologia proposta;
- Determinar o alcance ótimo para o posicionamento por identificação de células, para o qual a incerteza na estimativa da posição do usuário é minimizada e determinação da propagação de incertezas para o caso da região iluminada não ser esférica;
- Propor metodologia para distribuição de *tags* RFID ao longo de regiões urbanas e *indoor*;
- Analisar, comparativamente, o desempenho das metodologias Cell-ID e sua modificação, considerando a aplicação na localização de chamadas de emergência, determinando os parâmetros de implementação adequados;
- Determinar a propagação de incertezas do método vizinho mais próximo, utilizando a metodologia proposta;
- Determinar a propagação de incertezas do método trilateração por meio da metodologia proposta para expressar incerteza assim como pela Lei de Propagação de Incertezas e pelo Método de Monte Carlo e fazer análise comparativa por meio de simulação numérica;

1.4

Estrutura da dissertação

No capítulo 2, define-se o conceito de máximo erro possível, do qual deriva-se uma expressão de incerteza de medição a ser denominada Incerteza Máxima Possível Diferencial (IMPD) que pode ser utilizada para o caso em que nem todas as grandezas de entrada são consideradas. Apresenta-se um exemplo prático de aplicação para localização cartográfica utilizando dispositivos RFID, e derivam-se fórmulas matemáticas que servem de auxílio para o raciocínio desenvolvido nos capítulos 3–5.

Após os conceitos iniciais de máximo erro possível e modelo de incertezas desenvolvidos no capítulo 2, apresenta-se o algoritmo relativo ao método Cell-ID no capítulo 3 e utilizam-se o conceito, o exemplo e algumas das relações auxiliares do capítulo 2 para se determinar a IMPD deste método de localização.

No capítulo 4, utilizando os conceitos e relações apresentados no capítulo 2, desenvolve-se um algoritmo de posicionamento que consiste numa modificação da Cell-ID, a ser denominada Cell-ID média. Em seguida, determina-se a IMPD deste novo método.

No capítulo 5, utilizam-se as fórmulas deduzidas nos capítulos 3 e 4 para a IMPD a fim de se obter o alcance ótimo. Assim, define-se e calcula-se o alcance que minimiza a incerteza do método de localização considerado seja ele a Cell-Id ou a Cell-Id média. Além de se propor uma maneira de se expressar a incerteza quando variações de alcance tomam lugar.

No capítulo 6, desenvolve-se um experimento numérico utilizando-se todas as fórmulas deduzidas nos capítulos 3–5 para se determinar a viabilidade de se localizar chamadas de emergência por meio da Cell-Id e Cell-Id média.

No capítulo 7, são apresentados outros 2 métodos de localização: Vizinho mais Próximo e trilateração. Mostra-se como determinar a IMPD para estes 2 métodos.

No capítulo 8, utilizam-se o método de Monte Carlo e a lei de propagação de incertezas para determinar a propagação de incertezas da trilateração por meio de um experimento numérico a fim de comparar estes 2 métodos com a IMPD proposta no capítulo 2.

A discussão dos resultados e as conclusões do trabalho bem como propostas para trabalhos futuros são apresentadas no capítulo 9.

2

Proposta para definição do máximo erro possível e proposta do problema da localização

A exatidão de uma medição é definida como: “Grau de concordância entre um valor medido e um valor verdadeiro dum mensurando” (INMETRO, 2012). Em geral, não se sabe o valor verdadeiro de uma grandeza (i.e., o mensurando), incerteza definicional, e, como no caso particular de uma abordagem de posicionamento baseada em RFID, tem-se infinitas possibilidades para ela, sendo fontes de incerteza neste caso:

- a distância entre *tags*;
- o alcance das *tags*;
- a incerteza da medição das coordenadas de cada *tag*.

A exatidão é uma característica do procedimento de medição que, geralmente, não é quantificável (Kacker et al., 2007), por ser um conceito qualitativo (BIPM, 2008a). Em tais instâncias, a referência, num sentido quantitativo, não deve ser feita à sua exatidão. Em vez disso, deve ser feita à sua incerteza (geralmente, a incerteza-padrão, que é expressa como o desvio-padrão da medição em questão (BIPM, 2008a)).

2.1

Propondo-se uma definição para o máximo erro possível

Para que se evitem os prejuízos de limitações da precisão e para que se possa prever a qualidade de uma medição indireta a partir unicamente da incerteza da medição de cada uma de suas grandezas de entrada, pode-se expressar a incerteza de uma medição a partir de seu máximo erro possível (MEP).

2.2

MEP para o caso em que se considera todas as grandezas de entrada

Se uma grandeza q é medida diretamente como q_0 , então o MEP é denotado por δ , onde $\delta = \max_{q \in A} |q - q_0|$, A sendo o conjunto de todos os valores possíveis para q . Para medições indiretas, isto é equivalente à máxima propagação de erros nos dados de entrada. De fato, o MEP da medição indireta de uma grandeza (mensurando) pode ser determinado se o MEP da medição de cada uma de suas grandezas de entrada é conhecido.

Dada uma grandeza (descrita por um conjunto de uma ou mais grandezas de saída) $\mathbf{Q} = (Q_1, Q_2, \dots, Q_m)$ que é calculada como uma função das grandezas de entrada $p_1, p_2, \dots, p_n$, assume-se que cada uma dessas grandezas de entrada são respectivamente medidas como $p_{10}, p_{20}, \dots, p_{n0}$. Denotando-se o MEP da medição de cada uma destas grandezas de entrada por $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$, respectivamente —i.e., $\delta_i = \max_{p_i \in A_i} |p_i - p_{i0}|$, $1 \leq i \leq n$; $\Delta(\mathbf{Q}(p_1, p_2, \dots, p_n))$ denota o MEP da medição do mensurando $\mathbf{Q}$ e é dado pela Equação seguinte ($m, n \geq 1$):

$$\begin{aligned} \Delta(\mathbf{Q}(p_1, p_2, \dots, p_n)) = \\ \max \{ \|\mathbf{Q}(p_1, p_2, \dots, p_n) - \mathbf{Q}(p_{10}, p_{20}, \dots, p_{n0})\| \}, \\ |p_1 - p_{10}| \leq \delta_1, |p_2 - p_{20}| \leq \delta_2, \dots, |p_n - p_{n0}| \leq \delta_n \quad (2-1) \end{aligned}$$

Deste modo, a eq. (2-1) pode ser uma ferramenta para avaliar a qualidade da medição de qualquer grandeza, caso o MEP de medições diretas possa ser determinado. A próxima subseção aborda outra situação de interesse, quando se desconhece uma ou mais grandezas de entrada.

2.3

MEP para o caso em que uma ou mais grandezas de entrada são desconsideradas

Caso, para a medição do mensurando $\mathbf{Q}(p_1, p_2, \dots, p_l, \dots, p_n)$, se desconsiderem uma ou mais grandezas de entrada, como por exemplo, as grandezas de p_{l+1} em diante, com $l \geq 1$ e $n \geq 2$, tem-se que o mensurando passa a ser estimado por $\mathbf{Q}_1(p_1, p_2, \dots, p_l)$. Essa estimativa, embora geralmente menos exata pode ser útil quando há limitações para os métodos de medição disponíveis em que só se pode medir parte das grandezas de entrada. Agora, surge uma pergunta, se esta é uma estimativa do mensurando, ainda que menos exata, ela possuirá um erro, como avaliar a incerteza desta estimativa?

A abordagem natural seria utilizar a lei de propagação de incertezas.

Considerando que cada uma das grandezas de entrada p_i consideradas foram medidas com incerteza-padrão u_i , $i \leq l$ e que os coeficientes de sensibilidade c_i para as grandezas de entrada consideradas são conhecidos, $i \leq l$, tem-se que a incerteza-padrão combinada da estimativa do mensurando é (BIPM, 2008a):

$$u_c = \sqrt{c_1^2 u_1^2 + \dots + c_l^2 u_l^2 + c_{l+1}^2 u_{l+1}^2 + \dots + c_n^2 u_n^2}$$

Note-se que a incerteza-padrão combinada não está definida para o caso em que uma ou mais grandezas de entrada são desconsideradas, pois como as grandezas de entrada $p_{l+1}, \dots, p_n$ não foram medidas, suas incertezas-padrão não estão definidas (considera-se que tanto para a avaliação tipo A quanto para a avaliação tipo B, a incerteza-padrão não está definida, no caso da última, ela só faz sentido caso seja feita uma estimativa da grandeza de entrada, o que não é o caso para as grandezas de entrada $p_{l+1}, \dots, p_n$ já que somente as grandezas de entrada $p_1, \dots, p_l$ estão sendo medidas), e muito menos seus coeficientes de sensibilidade c_j , $n \geq j \geq l+1$, uma vez que estes dependem de uma estimativa da grandeza de entrada correspondente p_j , $n \geq j \geq l+1$, a qual pode não ser feita, por exemplo, devido a limitações de equipamentos disponíveis. A indefinição das incertezas-padrão e dos coeficientes de sensibilidade das grandezas desconsideradas termina por contaminar a avaliação da incerteza-padrão combinada do mensurando que torna-se também não definida. Neste trabalho, considerou-se que o BIPM (2008a) pressupõe que a relação funcional que fornece o mensurando a partir das grandezas de entrada determinaria o mensurando caso as grandezas de entrada fossem conhecidas também com incerteza nula. Assim, caso sejam desconsideradas uma ou mais grandezas de entrada, a função correspondente não seria suficiente para determinar um valor verdadeiro do mensurando a partir somente das grandezas de entrada sendo consideradas. Por isso, considera-se que a expressão da incerteza-padrão combinada presente em BIPM (2008a) deva ser aplicada à função que leva em conta todas as grandezas de entrada.

Portanto, propõe-se neste trabalho uma alternativa que visa a fornecer uma avaliação da incerteza de medição para o caso em que uma ou mais grandezas de entrada são desconsideradas. A solução proposta utiliza o MEP, mas de uma maneira um pouco distinta da eq. (2-1). Considere-se que A é o conjunto de todos os valores possíveis para o mensurando $\mathbf{Q}$, então, o MEP correspondente pode ser determinado por:

$$\Delta = \max_{\mathbf{Q} \in A} \|\mathbf{Q} - \mathbf{Q}_0\| \quad (2-2)$$

onde $\mathbf{Q}_0$ é o valor medido do mensurando $\mathbf{Q}$. Note-se que a eq. (2-2) só pode ser usada caso o conjunto de todos os valores possíveis do mensurando possa

ser determinado. Casos em que A é parcialmente ou totalmente desconhecido não são abordados neste trabalho.

2.4

MEP e incerteza de medição

O erro de uma medição seria muito adequado para se avaliar a qualidade de uma medição. Todavia, o conhecimento do erro implicaria no conhecimento dum valor verdadeiro do mensurando. Assim, recorreu-se ao MEP para avaliar a qualidade de uma medição conforme mostrado nas eqs. (2-1) e (2-2). Mas, note-se que o MEP fornece não um ponto, mas sim uma região em torno do valor medido do mensurando na qual se encontra um valor verdadeiro do mensurando. Ora, uma região de valores que podem ser razoavelmente atribuídos ao mensurando é justamente a ideia que fundamenta a definição de incerteza de medição (BIPM, 2008a; Lira, 2002). Ou seja, o MEP serve como um meio de expressar a incerteza de medição de uma grandeza. Sendo o MEP correspondente ao pior dos casos, adota-se a nomenclatura presente em Albertazzi e Sousa (2018), denominando a incerteza correspondente ao MEP de incerteza máxima possível diferencial (IMPD). Denomina-se a mesma de IMPD por ser ela baseada no comprimento de vetores diferença, em contraste com a incerteza máxima possível (IMP) presente em Albertazzi e Sousa (2018) que é calculada usando-se a incerteza-padrão.

2.5

Considerações sobre a IMPD

Primeiro, assumiu-se para a determinação das eqs. (2-1) e (2-2) que as grandezas de entrada são descorrelacionadas. O caso de haver correlação não é abordado neste trabalho.

Segundo, geralmente, ao se determinar a incerteza de medição, interessa-se pela Probabilidade de Abrangência associada. Para se determinar a Probabilidade de Abrangência geralmente necessita-se conhecer a distribuição de probabilidade das grandezas de entrada para determinar a distribuição do mensurando, a qual pode ser por exemplo, Normal, t de Student ou Retangular. Sabendo-se a distribuição do mensurando, pode-se determinar o fator de abrangência k que fornecerá uma incerteza expandida com a Probabilidade de Abrangência desejada. Para a IMPD, a Probabilidade de Abrangência é teoricamente de 100 % e essa é uma de suas vantagens, fornecer uma Probabilidade de Abrangência sem a necessidade do conhecimento da distribuição do mensurando. Mas, neste trabalho, como lida-se com localização de pessoas,

assume-se que todos os pontos da região à qual pertence a pessoa são igualmente prováveis, o que fornece uma distribuição retangular—despreza-se o fato de que é mais provável encontrar-se pessoas nas calçadas do que nas ruas, para regiões urbanas.

Terceiro, a Probabilidade de Abrangência da IMPD na prática não será de 100 %, mas poderá ser bem próximo a isso. Considera-se que todas as grandezas de entrada foram medidas com uma incerteza cuja Probabilidade de Abrangência da incerteza expandida é o mesmo para todas elas (mesmo que as incertezas-padrão sejam distintas, basta calcular um fator de abrangência para cada uma delas que forneça a Probabilidade de Abrangência desejada), deste modo a Probabilidade de Abrangência da IMPD será o mesmo das grandezas de entrada. Para fins ilustrativos, considere-se grandezas de entrada com distribuição normal, a aplicação visada para o mensurando dita a Probabilidade de Abrangência a ser utilizada. Por exemplo, caso uma Probabilidade de Abrangência de 95 % seja suficiente pode-se usar um fator de abrangência $k = 1,96$ para as grandezas de entrada. Ou, caso deseje-se uma Probabilidade de Abrangência tão próxima do valor teórico de 100 % quanto possível pode-se usar $k \geq 3$. Note-se que, após um certo ponto, aumentos no valor do fator de abrangência proporcionam leves aumentos na Probabilidade de Abrangência. Portanto, deve-se pesar os benefícios de uma Probabilidade de Abrangência mais elevada contra os malefícios de uma incerteza mais elevada.

2.6

Propondo-se uma definição para a IMPD no caso da localização por RFID

Para se construir um modelo de propagação de incertezas para métodos de localização, busca-se enunciar o problema de forma rigorosa, a seguir, e de tal forma que a solução deste problema seja o próprio modelo de propagação de incertezas. O modelo de propagação de incertezas é uma formulação que transforma incertezas de entrada na incerteza final da medição principal (neste caso, a medição da localização do usuário).

Define-se o problema como segue: dado um corredor plano S com largura $L + l_0$ e comprimento infinito; dadas N tags RFID estáticas, $N \geq 1$, agregadas a pontos com posições verdadeiras $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_n, \dots, \mathbf{P}_N$ e com posições medidas previamente $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n, \dots, \mathbf{X}_N$ onde ε_n é a incerteza (i.e., a IMPD) correspondente à medição das coordenadas da tag RFID agregada ao ponto $\mathbf{P}_n$, R_n é o alcance da n -ésima tag RFID e h_n é a altura da n -ésima tag RFID acima do plano onde o usuário se encontra; dado que o usuário carrega um leitor RFID, que ele está dentro da região S , que ele detectou pelo menos

uma *tag* RFID, que ele está entre duas *tags* RFID, que sua posição verdadeira num determinado momento é $\mathbf{X}$ e que sua posição estimada pela abordagem RFID neste mesmo momento é $\mathbf{X}_0$, o problema é calcular a IMPD da estimação da posição do usuário com um método de posicionamento *wireless*, onde a , à luz das eq. (2-1) e (2-2), é dada pela eq. (2-3); $B_n = \|\mathbf{X}_{n-1}\mathbf{X}_n\|$, $1 < n \leq N$, $r_n = \sqrt{R_n^2 - h_n^2}$, L e l_0 são parâmetros geométricos envolvidos neste problema e ilustrados na figura. 2.1.

$$\Delta(\mathbf{X}) = \max_{\mathbf{X} \in S} \|\mathbf{X}_0\mathbf{X}\| \quad (2-3)$$

A IMPD varia de acordo com vários fatores, incluindo as posições das *tags* RFID e as incertezas das posições das *tags* RFID. Uma vez que, as *tags* RFID estão provavelmente próximas umas das outras, o efeito das incertezas das posições das *tags* RFID sobre a posição calculada do usuário não pode ser deixado de ser levado em consideração. Ao mesmo tempo, o cálculo preliminar da posição de cada *tag* RFID consome bastante tempo e, dependendo dos padrões de qualidade a serem atingidos, pode elevar custos pois seu número é provavelmente muito grande. Então, considera-se as incertezas das posições das *tags* RFID no modelo de incertezas desenvolvido neste trabalho, i.e. um modelo que permita determinar a incerteza final da localização baseada na incerteza de cada grandeza de entrada, para se determinar a qualidade que será requerida na medição da posição de cada *tag* RFID, a fim de se alcançar um padrão de qualidade estabelecido de antemão.

A solução apresentada nos capítulos 3–7 considera as seguintes hipóteses adicionais: as *tags* RFID possuem um alcance constante e portanto esférico R_n (este modelo de alcance esférico é útil para determinar o MEP quando variações de alcance também são levadas em conta);

$\min_{1 \leq n \leq N} \left\{ r_n = \sqrt{R_n^2 - h_n^2} \right\}$ é suposto maior que $L + \varepsilon$, onde $\varepsilon = \max_{1 \leq n \leq N} \{\varepsilon_n\}$. Deste modo, o sinal das *tags* RFID cobre toda a largura do corredor plano S (de outro modo, uma pessoa caminhando próximo o bastante de uma das bordas do corredor cruzaria a *tag* mais próxima sem detectá-la). Sem perda de generalidade: assume-se que $\mathbf{X}_{n-1}\mathbf{X}_n$, $1 < n \leq N$, é paralelo ao eixo do corredor; assume-se que as *tags* RFID estão continuamente transmitindo seus sinais (i.e., suas latências são pequenas o bastante para serem desprezadas); substitui-se cada ε_n , $1 \leq n \leq N$, por $\varepsilon = \max_{1 \leq n \leq N} \{\varepsilon_n\}$; assume-se $\varepsilon < \min_{1 \leq n \leq N} \left\{ \frac{B_n}{2} \right\}$ para se preservar a topologia das *tags* RFID ao longo de S e ao invés de se considerar cada B_n , $1 \leq n \leq N$, cada h_n , $1 \leq n \leq N$, e cada R_n , $1 \leq n \leq N$, em particular, substitui-se cada B_n por $B = \max_{1 \leq n \leq N} \{B_n\}$, cada h_n por $h = \max_{1 \leq n \leq N} \{h_n\}$ e considera-se que as *tags* RFID tem o mesmo alcance R , i.e., $R_n = R$, $\forall n$, $1 \leq n \leq N$.

Figura 2.1: **Características relacionadas ao problema.** Nesta figura, comprimentos e vetores são apresentados, sendo que os vetores estão em negrito. A região sob a cobertura do sinal das *tags* RFID está sombreada e compreende uma união de círculos, cada qual centrado na posição verdadeira $\mathbf{P}_n$ da n -ésima *tag* RFID e de raio r_n , $1 \leq n \leq N$. A maior distância das bordas do corredor à reta que passa através das posições estimadas das *tags* $\mathbf{X}_{n-1}\mathbf{X}_n$ é denotada por L e a menor distância por l_0 . O círculo branco centrado na posição estimada $\mathbf{X}_n$ da n -ésima *tag* mostra a incerteza da posição da *tag* e tem raio ε_n , $1 \leq n \leq N$.

2.7

Relações auxiliares

A seguir, são deduzidas algumas Equações que servirão de auxílio às demonstrações a serem apresentadas nos capítulos subsequentes, capítulos 3 e 4. Primeiramente, definem-se três funções e um conjunto de hipóteses a serem mantidas ao longo deste trabalho:

$$\begin{cases} G(r) = b^2 - r\rho - b\sqrt{(r - \rho)^2 - l^2} \\ r(b) = \sqrt{\frac{b^2 - \rho^2 + l^2}{b^2 - \rho^2}} b \\ F(b, r, \rho, l) = \sqrt{b^2 + (r - \rho)^2 - 2b\sqrt{(r - \rho)^2 - l^2}} \end{cases}$$

onde as hipóteses são as seguintes:

$$b \geq \frac{B}{2}, \quad |l| \leq L, \quad |\rho| \leq \varepsilon < \frac{B}{2}, \quad r \geq L + \varepsilon \quad (2-4)$$

Observa-se que b é um número real maior ou igual a $B/2$ e que na prática, $b = B/2$, B ou $3B/2$.

Em seguida, deduz-se um conjunto de Equações que servirão de relações auxiliares para as demonstrações a serem desenvolvidas em capítulos subsequentes.

$$\begin{aligned} \rho > \frac{\sqrt{4b^2+l^2}-l}{2} &\Rightarrow G(r) < 0, \forall r, r \geq L + \varepsilon \\ \rho &\leq \frac{\sqrt{4b^2+l^2}-l}{2} \Rightarrow \begin{cases} G(r) > 0, \text{ se } \sqrt{\frac{b^2-\rho^2+l^2}{b^2-\rho^2}}b > r \geq L + \varepsilon \\ G(r) \leq 0, \text{ se } r \geq \sqrt{\frac{b^2-\rho^2+l^2}{b^2-\rho^2}}b \end{cases} \end{aligned} \quad (2-5)$$

Prova $G(r)$ é decrescente, uma vez que sua primeira derivada é negativa:

$$G'(r) = - \left(\rho + \frac{b(r-\rho)}{\sqrt{(r-\rho)^2 - l^2}} \right) \Rightarrow G'(r) < 0 \quad (2-6)$$

Então, $G(r)$ não possui mais que um zero no intervalo $[l + \rho, \infty)$. Para determinar o sinal de $G(r)$, calcula-se o sinal de $G(l + \rho)$:

$$G(l + \rho) = - \left(\rho + \frac{\sqrt{4b^2+l^2}+l}{2} \right) \left(\rho - \frac{\sqrt{4b^2+l^2}-l}{2} \right) \quad (2-7)$$

Se $\rho > \frac{\sqrt{4b^2+l^2}-l}{2}$, então $G(l + \rho)$ é negativa e portanto $G(r)$ é também negativa para maiores valores de r , uma vez que $G(r)$ é decrescente. Caso contrário, $G(l + \rho)$ é positivo e portanto, $G(r)$ seria positivo para valores de r menores que o zero de $G(r)$ e negativo para valores de r maiores que o zero de $G(r)$. O zero da função $G(r)$ é $\sqrt{\frac{b^2-\rho^2+l^2}{b^2-\rho^2}}b$. ■

$$\rho < \frac{\sqrt{4b^2+l^2}-l}{2} \Rightarrow r'(b) > 0 \quad (2-8)$$

Prova Derivando-se $r^2(b)$ vem:

$$r^2(b) = \frac{b^4 - \rho^2 b^2 + l^2 b^2}{b^2 - \rho^2} \quad (2-9)$$

o que implica

$$2r(b)r'(b) = 2b \frac{b^4 - 2\rho^2 b^2 - l^2 \rho^2 + \rho^4}{(b^2 - \rho^2)^2} \quad (2-10)$$

e por sua vez, leva a

$$\frac{r(b)(b^2 - \rho^2)^2}{b} r'(b) = -(b^2 - \rho^2 + l\rho) \left(\rho + \frac{\sqrt{4b^2+l^2}+l}{2} \right) \left(\rho - \frac{\sqrt{4b^2+l^2}-l}{2} \right) \quad (2-11)$$

Exceto pelo último fator da Equação anterior, cada fator do membro direito é positivo, concluindo assim a prova. ■

$$r(b) > \sqrt{b^2 + l^2} - \rho \quad (2-12)$$

Prova Defina-se a função $H(b)$:

$$H(b) = r^2(b) - \left(\sqrt{b^2 + l^2} - \rho \right)^2 = \left(r(b) + \left(\sqrt{b^2 + l^2} - \rho \right) \right) \left(r(b) - \left(\sqrt{b^2 + l^2} - \rho \right) \right) \quad (2-13)$$

Fatorando-se $H(b)$:

$$(b^2 - \rho^2)H(b) = \rho \left(\rho - \sqrt{b^2 + l^2} \right) \left(\rho - \frac{\sqrt{(3b)^2 + l^2} + \sqrt{b^2 + l^2}}{2} \right) \left(\rho + \frac{\sqrt{(3b)^2 + l^2} - \sqrt{b^2 + l^2}}{2} \right) \Rightarrow H(b) > 0 \quad (2-14)$$

■

$$\rho < \frac{\sqrt{4b^2 + l^2} - l}{2} \Rightarrow r(b) < \sqrt{4b^2 + l^2} - \rho \quad (2-15)$$

Prova Defina-se a função $I(b)$:

$$I(b) = r^2(b) - \left(\sqrt{4b^2 + l^2} - \rho \right)^2 = \left(r(b) + \left(\sqrt{4b^2 + l^2} - \rho \right) \right) \left(r(b) - \left(\sqrt{4b^2 + l^2} - \rho \right) \right) \quad (2-16)$$

Fatorando-se $I(b)$:

$$(b^2 - \rho^2)I(b) = \left(\rho - \frac{\sqrt{4b^2 + l^2} + l}{2} \right) \left(\rho - \frac{\sqrt{16b^2 + l^2} + \sqrt{4b^2 + l^2}}{2} \right) \left(\rho + \frac{\sqrt{16b^2 + l^2} + \sqrt{4b^2 + l^2}}{2} \right) \left(\rho - \frac{\sqrt{4b^2 + l^2} - l}{2} \right) \quad (2-17)$$

■

$$\rho \leq \frac{\sqrt{4b^2 + l^2} - l}{2} \Rightarrow r(b) < \sqrt{b^2 + l^2} + \rho \quad (2-18)$$

Prova Defina-se a função $J(b)$:

$$J(b) = r^2(b) - \left(\sqrt{b^2 + l^2} + \rho \right)^2 = \left(r(b) + \left(\sqrt{b^2 + l^2} + \rho \right) \right) \left(r(b) - \left(\sqrt{b^2 + l^2} + \rho \right) \right) \quad (2-19)$$

Fatorando-se $J(b)$:

$$(b^2 - \rho^2)J(b) = \rho \left(\rho + \sqrt{b^2 + l^2} \right) \left(\rho + \frac{\sqrt{(3b)^2 + l^2} + \sqrt{b^2 + l^2}}{2} \right) \left(\rho - \frac{\sqrt{(3b)^2 + l^2} - \sqrt{b^2 + l^2}}{2} \right) \quad (2-20)$$

Tão logo $\rho \leq \frac{\sqrt{4b^2 + l^2} - l}{2}$, se $\frac{\sqrt{4b^2 + l^2} - l}{2} \leq \frac{\sqrt{(3b)^2 + l^2} - \sqrt{b^2 + l^2}}{2}$ então $J(b)$ é negativa. De fato, fatorando-se

$$\left(\sqrt{(3b)^2 + l^2} - \sqrt{b^2 + l^2} \right) - \left(\sqrt{4b^2 + l^2} - l \right) \quad (2-21)$$

leva a:

$$\begin{aligned} & \left(2b^2 + l\sqrt{9b^2 + l^2} + \sqrt{4b^2 + l^2}\sqrt{b^2 + l^2} \right) \\ & \quad \left(\sqrt{9b^2 + l^2} + \sqrt{b^2 + l^2} + \sqrt{4b^2 + l^2} + l \right) \\ & \quad \left[\left(\sqrt{(3b)^2 + l^2} - \sqrt{b^2 + l^2} \right) - \left(\sqrt{4b^2 + l^2} - l \right) \right] = 8b^2l \left(l + \sqrt{9b^2 + l^2} \right) \end{aligned} \quad (2-22)$$

Provando-se assim que $\rho < \frac{\sqrt{(3b)^2 + l^2} - \sqrt{b^2 + l^2}}{2}$ e $J(b)$ é negativa. ■

$$\frac{\partial F(b, r, \rho, l)}{\partial l} = \frac{bl}{F(b, r, \rho, l)\sqrt{(r - \rho)^2 - l^2}} \quad (2-23)$$

Prova Trivial. ■

$$\frac{\partial F(b, r, \rho, l)}{\partial \rho} = -\frac{r - \rho}{F(b, r, \rho, l)\sqrt{(r - \rho)^2 - l^2}} \left(\sqrt{(r - \rho)^2 - l^2} - b \right) \quad (2-24)$$

Prova Trivial. ■

$$\frac{\partial F(b, r, \rho, l)}{\partial r} = -\frac{\partial F(b, r, \rho, l)}{\partial \rho} \quad (2-25)$$

Prova Trivial. ■

$$\left[r(b) - \left(\sqrt{\left(\frac{2b}{3} \right)^2 + l^2} + \rho \right) \right] \phi = \left(\rho - \frac{\sqrt{(8b/3)^2 + l^2} - \sqrt{(2b/3)^2 + l^2}}{2} \right) \left(\rho - \frac{\sqrt{(4b/3)^2 + l^2} - \sqrt{(2b/3)^2 + l^2}}{2} \right), \quad \phi > 0 \quad (2-26)$$

Prova Definam-se as funções auxiliares

$$K(b) = \sqrt{\left(\frac{2b}{3} \right)^2 + l^2} + \rho \text{ e } M(b) = K(b) - \rho \quad (2-27)$$

Então:

$$9(b^2 - \rho^2)(r(b) + K(b))(r(b) - K(b)) = \rho^2(3M(b))^2 - 6\rho(b^2 - \rho^2)(3M(b)) + 5b^4 + 9\rho^4 - 18b^2\rho^2 \quad (2-28)$$

O membro direito da Equação anterior é um polinômio de segundo grau na variável $3M(b)$. Fatorando-o:

$$9\rho^2(b^2 - \rho^2)(r(b) + K(b))(r(b) - K(b)) = (3\rho^2 + 3M(b)\rho - b^2)(3\rho^2 + 3M(b)\rho - 5b^2) \quad (2-29)$$

Com isso, tem-se um produto de polinômios de segundo grau em ρ . Fatorando-se cada um deles:

$$\rho^2(b^2 - \rho^2)(r(b) + K(b))(r(b) - K(b)) = \left(\rho + \frac{3M(b) + \sqrt{(4b)^2 + (3l)^2}}{6} \right) \left(\rho + \frac{3M(b) + \sqrt{(8b)^2 + (3l)^2}}{6} \right) \left(\rho - \frac{\sqrt{(8b/3)^2 + l^2} - M(b)}{2} \right) \left(\rho - \frac{\sqrt{(4b/3)^2 + l^2} - M(b)}{2} \right) \quad (2-30)$$

Concluindo-se a demonstração. ■

$$\left[r(b) - \left(\sqrt{\left(\frac{2b}{3} \right)^2 + l^2} + \rho \right) \right] \omega = \rho - \frac{\sqrt{(4b/3)^2 + l^2} - \sqrt{(2b/3)^2 + l^2}}{2},$$

$$b \geq \frac{3B}{4}, \quad |l| \leq L, \quad B \geq \sqrt{\frac{64}{105}}L, \quad \omega < 0 \quad (2-31)$$

Prova Começando-se da eq. (4-31), se for mostrado que

$$\frac{2b}{3} < \frac{\sqrt{(8b/3)^2 + l^2} - \sqrt{(2b/3)^2 + l^2}}{2} \quad (2-32)$$

sob as hipóteses aqui consideradas, a prova é concluída, uma vez que $b \geq \frac{3B}{4}$ e $\frac{B}{2} > \rho$, segue: $\rho \leq \frac{2b}{3}$. Isto é feito pela fatoração seguinte:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{8b}{3} \sqrt{\left(\frac{2b}{3}\right)^2 + l^2} + \frac{44b^2}{9} \right) \left(\frac{4b}{3} + \sqrt{\left(\frac{8b}{3}\right)^2 + l^2} + \sqrt{\left(\frac{2b}{3}\right)^2 + l^2} \right) \\ & \left[\frac{2b}{3} - \frac{1}{2} \left(\sqrt{\left(\frac{8b}{3}\right)^2 + l^2} - \sqrt{\left(\frac{2b}{3}\right)^2 + l^2} \right) \right] = -\frac{8b^2}{9} \left(\frac{105b^2}{9} - 4l^2 \right) \end{aligned} \quad (2-33)$$

■

$$\frac{\sqrt{(2b)^2 + l^2} - l}{2} < \frac{\sqrt{(8b/3)^2 + l^2} - \sqrt{(2b/3)^2 + l^2}}{2} \quad (2-34)$$

Prova Defina-se a função

$$N(b) = \left(\sqrt{(2b)^2 + l^2} - l \right) / 2 - \left(\sqrt{(8b/3)^2 + l^2} - \sqrt{(2b/3)^2 + l^2} \right) / 2 \quad (2-35)$$

Para se mostrar que $N(b)$ é sempre negativa conclui a demonstração. Isto pode ser feito através da fatoração seguinte:

$$\begin{aligned} & 3 \left(\sqrt{(2b)^2 + l^2} \sqrt{(2b)^2 + (3l)^2} + l \sqrt{(8b)^2 + (3l)^2} + 4b^2 \right) \\ & \left(\sqrt{(2b)^2 + l^2} + \sqrt{(2b/3)^2 + l^2} + \sqrt{(8b/3)^2 + l^2} + l \right) \\ & N(b) = - \left(24b^2 l^2 + 8b^2 l \sqrt{(8b)^2 + (3l)^2} \right) \end{aligned} \quad (2-36)$$

o que conclui a prova. ■

Neste Capítulo definiu-se uma expressão de incerteza que leva em conta uma análise do pior dos casos. Além disso, propôs-se matematicamente um problema de localização tendo em vista a tecnologia RFID. Este problema é resolvido nos Capítulos 3, 4 e 7 à luz da expressão de incerteza correspondente à .

3

Modelagem da incerteza para a Cell-ID

Para construir o modelo de propagação de incerteza, primeiro se calcula a IMPD quando o método Cell-ID (Cid) é usado para localizar o usuário — este método também é denominado por *proximity sensing* quando dispositivos RFID são considerados (Kupper, 2005). Cid é o mais simples (Bensky, 2008; Groves, 2008) método de posicionamento *wireless*, em que as coordenadas do usuário são aquelas da última (referida também por n -ésima, $n \geq 1$) *tag* RFID lida pelo leitor RFID do usuário.

O modelo de incertezas corrente para o método Cid (denominado geralmente de modelo de erros) consiste em se aproximar a incerteza pelo tamanho da célula, ou, equivalentemente, ao máximo alcance da *tag* (Kupper, 2005; Fu e Retscher, 2009; Retscher e Fu, 2009). Este modelo é muito limitado por não considerar as incertezas das medições das posições das *tags*. Além do mais, o comportamento da incerteza com relação ao alcance das *tags* pode ser bem distinto, mesmo que, num caso extremo, ε — a incerteza da medição das posições das *tags* — é desprezada.

Note-se que a Cid mede a posição do usuário baseada na posição da última *tag* detectada. Todavia, o mensurando neste caso não é função somente da posição da última *tag* detectada e sim de outros parâmetros. Por exemplo, para se estabelecer uma relação funcional que forneça o valor do mensurando necessitaria-se, além da posição da última *tag* detectada, da distância do usuário até ela e da direção do usuário dada pela linha de visada que pode ser dada como o ângulo entre o vetor que une a posição da *tag* ao usuário e a reta que passa pelas posições estimadas das *tags*. Assim, denotando-se a distância por d , o ângulo por Ω e utilizando-se a notação do BIPM (2008a), o mensurando Y seria $Y = \mathbf{X} = f(\mathbf{X}_i, d, \Omega)$. Vê-se assim que a Cid desconsidera os termos d e Ω , e portanto a incerteza-padrão combinada associada a ela não está definida conforme argumento proposto na seção 2.3 do capítulo 2. Assim, necessita-se de outra abordagem para se avaliar a incerteza da Cid. Propõe-se, neste trabalho, expressar a incerteza de acordo com a eq. (2-2) proposta na seção 2.3 do capítulo 2.

Assim, à luz do conceito da , a incerteza do método Cid é ilustrada na figura 2.1 e dada por:

$$\Delta_{Cid} = \max_{\mathbf{X} \in S} \{ \bar{X}_1; \bar{X}_2 \} \quad (3-1)$$

onde $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ são os menores limites superiores de $X_1 = \|\mathbf{X}_{n-1}\mathbf{X}\|$ e $X_2 = \|\mathbf{X}_n\mathbf{X}\|$ respectivamente.

Para se chegar à uma fórmula analítica para Δ_{Cid} usa-se um número de desigualdades. Usando-se a desigualdade triangular como ponto de partida, $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ foram ambos calculados, de acordo com um número de cálculos matemáticos detalhados na seção 3.1 e ilustrados na figura 3.1, como (a desigualdade triangular é aplicada ao triângulo definido pelos pontos X_n , P_n e X , figura 3.1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X}_1 = \begin{cases} \bar{X}_{1a}, & \text{se } L + \varepsilon \leq r \leq r_B \\ \bar{X}_{1b}, & \text{se } r \geq r_B \end{cases} \\ \bar{X}_2 = r + \varepsilon, \quad r \geq L + \varepsilon \end{array} \right. \quad \text{em que:} \quad (3-2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X}_{1a} = \sqrt{B^2 + (r - \varepsilon)^2 - 2B\sqrt{(r - \varepsilon)^2 - L^2}} \\ \bar{X}_{1b} = \sqrt{B^2 + (r + \varepsilon)^2 - 2B\sqrt{(r + \varepsilon)^2 - L^2}} \\ r_B = \sqrt{\frac{B^2 + L^2 - \varepsilon^2}{B^2 - \varepsilon^2}} B \end{array} \right.$$

As eqs. 3-1 e 3-2 por si só já resolvem o problema. Mas, para obter fórmulas diretas para Δ_{Cid} e para se obter um alcance ótimo a partir delas, desenvolveu-se matematicamente equações que levam a uma expressão direta da IMPD do método Cid, a qual é dada pelas Eqs. (3-3) e (3-4). A dedução dessas Equações também se encontra na seção 3.1.

$$\varepsilon < \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow \Delta_{Cid}(R) = \begin{cases} \bar{X}_{1a}, & \text{se } L + \varepsilon \leq r \leq \sqrt{\frac{(B/2)^2 + L^2 - \varepsilon^2}{(B/2)^2 - \varepsilon^2}} \frac{B}{2} \\ \bar{X}_2, & \text{se } r \geq \sqrt{\frac{(B/2)^2 + L^2 - \varepsilon^2}{(B/2)^2 - \varepsilon^2}} \frac{B}{2} \end{cases} \quad (3-3)$$

$$\frac{B}{2} > \varepsilon \geq \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow \Delta_{Cid}(R) = \bar{X}_2, \text{ se } r \geq L + \varepsilon \quad (3-4)$$

em que $\bar{X}_{1a}$ e $\bar{X}_2$ são dados pela eq. (3-2), $r = \sqrt{R^2 - h^2}$.

Nota-se que apesar das incertezas das coordenadas das *tags* não serem geralmente levadas em conta, este não é o caso em robótica. Neste caso (Meiller e Fabiani, 1999), a incerteza da posição é denotada por u e também corresponde à .

3.1

Demonstrações da IMPD para a Cid

A modelagem de incertezas e seus parâmetros relacionados são mostrados na figura 3.1. A IMPD ocorre em uma das seguintes situações: quando o leitor RFID do usuário detecta uma *tag* distinta da última que ele detectou — esta última *tag* pode ou não, estar sendo detectada neste momento; no exato momento imediatamente antes desta *tag* distinta ser detectada; quando o leitor RFID do usuário cessa de detectar a última *tag* detectada; no exato momento imediatamente antes desta última *tag* detectada cessar de ser detectada.

Em outras palavras, a é observada na interseção do contorno da superfície correspondente ao sinal da última *tag* RFID detectada e a região correspondente ao corredor plano S , Figs. 2.1 e 3.1. Sem perda de generalidade, considera-se que o leitor do usuário detectou primeiro a *tag* agregada a $\mathbf{X}_{n-1}$ e irá agora detectar aquela em $\mathbf{X}_n$. Mantendo as hipóteses gerais do trabalho, uma vez que ε é a IMPD da medição da posição das *tags* RFID, seja ρ , $\rho \leq \varepsilon$, o erro desta medição e considere-se que quando a é observada o usuário está a uma distância l , $|l| \leq L$, da reta que passa por $\mathbf{X}_{n-1}\mathbf{X}_n$. Ângulos estão referenciados a um semi-eixo paralelo ao vetor $\mathbf{X}_{n-1}\mathbf{X}_n$ e medidos em sentido antihorário. Então, da figura 3.1:

$$X_1 \cos \alpha - X_2 \cos \beta = B, \quad \frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{3\pi}{2} \text{ e } -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2} \quad (3-5)$$

em que

$$\begin{cases} X_1 |\cos \alpha| = \sqrt{X_1^2 - l^2} \\ X_2 \cos \beta = -\sqrt{X_2^2 - l^2} \end{cases} \quad (3-6)$$

A desigualdade triangular aplicada ao triângulo $X_n P_n X$ leva a:

$$r - \rho \leq X_2 \leq r + \rho, \quad 0 < \rho \leq \varepsilon \quad (3-7)$$

onde a igualdade ocorre se e somente se $\mathbf{P}_n$, $\mathbf{X}$ e $\mathbf{X}_n$ são colineares. Será deduzida uma desigualdade similar para X_1 tomando a eq. (3-7) como ponto de partida. Considere-se dois casos, cada qual correspondente a um intervalo de alcance particular:

caso a $r \leq \sqrt{B^2 + l^2} - \rho$

A eq. (3-7) leva a:

$$\begin{cases} r \leq \sqrt{B^2 + l^2} - \rho \\ X_2 \leq r + \rho \end{cases} \Rightarrow X_2 \leq \sqrt{B^2 + l^2} \quad (3-8)$$

então, $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$. Assim, das Eqs. (3-5) e (3-6):

Figura 3.1: **Dedução da IMPD para o método Cell-ID.** Ângulos são representados por letras gregas, vetores por letras latinas em negrito e comprimentos tanto por letras latinas quanto gregas. Os ângulos encontram-se orientados segundo um eixo paralelo ao vetor $\mathbf{X}_{n-1}\mathbf{X}_n$ num sentido antihorário. O MEP ocorre no contorno da região delimitada pelo sinal da *tag*, aqui um círculo centrado em $\mathbf{P}_n$ e com raio r .

$$-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sqrt{X_2^2 - l^2} + \sqrt{X_1^2 - l^2} = B \quad (3-9)$$

Da eq. (3-7):

$$-\sqrt{(r + \rho)^2 - l^2} \leq -\sqrt{X_2^2 - l^2} \leq -\sqrt{(r - \rho)^2 - l^2} \quad (3-10)$$

o que implica pela eq. (3-9):

$$B - \sqrt{(r + \rho)^2 - l^2} \leq \sqrt{X_1^2 - l^2} \leq B - \sqrt{(r - \rho)^2 - l^2} \quad (3-11)$$

como se assume $r \leq \sqrt{B^2 + l^2} - \rho$, ambos os membros da desigualdade anterior, (3-11), podem ser elevados ao quadrado:

$$\left(B - \sqrt{(r + \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2 \leq X_1^2 \leq \left(B - \sqrt{(r - \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2 \Rightarrow \quad (3-12)$$

e portanto, de (3-12) vem:

$$r \leq \sqrt{B^2 + l^2} - \rho \Rightarrow \sqrt{\left(B - \sqrt{(r + \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2} \leq X_1 \leq \sqrt{\left(B - \sqrt{(r - \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2} \quad (3-13)$$

■

caso b $r \geq \sqrt{B^2 + l^2} - \rho$

Neste intervalo de alcance, dois subcasos são considerados, cada um correspondente a um dado intervalo de ângulo.

caso b1 $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

Para este intervalo de ângulos, a eq. (3-9) é satisfeita. Então, considerando esta equação juntamente com a eq. (3-7), sobre manipulações algébricas análogas às do caso a, segue:

$$B - \sqrt{(r + \rho)^2 - l^2} \leq \sqrt{X_1^2 - l^2} \leq B - \sqrt{(r - \rho)^2 - l^2} \quad (3-14)$$

e assim, de (3-14), vem:

$$\begin{cases} r \geq \sqrt{B^2 + l^2} - \rho \\ -\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2 \end{cases} \Rightarrow X_1 \leq \sqrt{\left(B - \sqrt{(r - \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2} \quad (3-15)$$

caso b2 $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$

Aqui, Eqs. (3-5) e (3-6) implicam:

$$\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sqrt{X_2^2 - l^2} - \sqrt{X_1^2 - l^2} = B \quad (3-16)$$

Da eq. (3-7):

$$\sqrt{(r - \rho)^2 - l^2} \leq \sqrt{X_2^2 - l^2} \leq \sqrt{(r + \rho)^2 - l^2} \xRightarrow{\text{eq. (3-16)}} \quad (3-17)$$

tão logo considerou-se $r \geq \sqrt{B^2 + l^2} - \rho$, o membro direito da desigualdade anterior, (3-17), pode ser elevado ao quadrado.

$$X_1^2 \leq \left(B - \sqrt{(r + \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2 \quad (3-18)$$

o que implica:

$$\begin{cases} r \geq \sqrt{B^2 + l^2} - \rho \\ \pi/2 \leq \alpha \leq 3\pi/2 \end{cases} \Rightarrow X_1 \leq \sqrt{\left(B - \sqrt{(r + \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2} \quad (3-19)$$

Então, as Eqs. (3-15) e (3-19) levam a:

$$r \geq \sqrt{B^2 + l^2} - \rho \Rightarrow X_1 \leq \max \left\{ \sqrt{\left(B - \sqrt{(r - \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2}; \sqrt{\left(B - \sqrt{(r + \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2} \right\} \quad (3-20)$$

■

A fim de se obter a expressão final correspondente ao caso b, seja determinado o menor limite superior para X_1 de duas possibilidades, $\bar{X}_{1a}$ e $\bar{X}_{1b}$:

$$\begin{cases} \bar{X}_{1a} = \sqrt{\left(B - \sqrt{(r - \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2} \\ \bar{X}_{1b} = \sqrt{\left(B - \sqrt{(r + \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2} \end{cases} \quad (3-21)$$

fatorando-se $\bar{X}_{1a} - \bar{X}_{1b}$:

$$\bar{X}_{1a} - \bar{X}_{1b} = \frac{4}{\bar{X}_{1a} + \bar{X}_{1b}} \left(\frac{\sqrt{(r+\rho)^2 - l^2} - \sqrt{(r-\rho)^2 - l^2}}{2B + \sqrt{(r+\rho)^2 - l^2} - \sqrt{(r-\rho)^2 - l^2}} \right) (B^2 - r\rho - B\sqrt{(r-\rho)^2 - l^2}) \quad (3-22)$$

A eq. (3-22) pode ser reescrita como:

$$(\bar{X}_{1a} - \bar{X}_{1b}) \beta = B^2 - r\rho - B\sqrt{(r-\rho)^2 - l^2}, \quad \beta > 0 \quad (3-23)$$

À luz da eq. (2-5), o sinal de $\bar{X}_{1a} - \bar{X}_{1b}$ depende da magnitude de B e da magnitude do alcance, se r está acima ou abaixo de $r(B)$ uma vez que $r(B)$ é sempre superior que $\sqrt{B^2 + l^2} - \rho$ da eq. (2-12).

Se $B \geq 2L/3$ então $(\sqrt{4B^2 + l^2} - l)/2 \geq B/2$ da fatoração seguinte:

$$\frac{\sqrt{4B^2 + l^2} - l}{2} - \frac{B}{2} = \frac{3B}{2(\sqrt{4B^2 + l^2} + B + l)} \left(B - \frac{2}{3}L \right) \quad (3-24)$$

Portanto, denotando-se o menor limite superior de X_1 e X_2 por $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ respectivamente, das Eqs. (2-5), (2-12) (3-9) e (3-23), com $b = B$ onde aplicável, segue:

$$B \geq \frac{2}{3}L \text{ e } \varepsilon < \frac{B}{2} \Rightarrow \begin{cases} \bar{X}_1 = \begin{cases} \bar{X}_{1a} = F(B, r, \rho, l), & \text{se } l + \rho \leq r \leq r(B) \\ \bar{X}_{1b} = F(B, r, -\rho, l), & \text{se } r \geq r(B) \end{cases} \\ \bar{X}_2 = r + \rho, & \text{se } r \geq l + \rho \end{cases} \quad (3-25)$$

$$B < \frac{2}{3}L \text{ e } \frac{\sqrt{4B^2 + l^2} - l}{2} < \varepsilon < \frac{B}{2} \Rightarrow \begin{cases} \bar{X}_1 = \bar{X}_{1b} = F(B, r, -\rho, l), & \text{se } r \geq l + \rho \\ \bar{X}_2 = r + \rho, & \text{se } r \geq l + \rho \end{cases} \quad (3-26)$$

$$B < \frac{2}{3}L \text{ e } \varepsilon \leq \frac{\sqrt{4B^2 + l^2} - l}{2} \Rightarrow \begin{cases} \bar{X}_1 = \begin{cases} \bar{X}_{1a} = F(B, r, \rho, l), & \text{se } l + \rho \leq r \leq r(B) \\ \bar{X}_{1b} = F(B, r, -\rho, l), & \text{se } r \geq r(B) \end{cases} \\ \bar{X}_2 = r + \rho, & \text{se } r \geq l + \rho \end{cases} \quad (3-27)$$

Além do mais, uma vez que $r(B) < \sqrt{4B^2 + L^2} - \varepsilon < L + \varepsilon$ quando $\varepsilon > (\sqrt{4B^2 + L^2} - L)/2$, fazendo-se $\rho = \varepsilon$ e $b = B$ na eq. (2-15); Eqs. (3-25),

(3-26) e (3-27) podem ser sinteticamente expressas pela eq. (3-2).

A é o maior dentre $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$. Fatorando-se $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ baseado na Equação anterior:

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 = \begin{cases} \frac{4}{\bar{X}_{1a} + \bar{X}_2} \left(\left(\frac{B}{2} \right)^2 - r\rho - \frac{B}{2} \sqrt{(r - \rho)^2 - l^2} \right), & \text{se } \bar{X}_1 = \bar{X}_{1a} \\ \frac{2B}{\bar{X}_{1b} + \bar{X}_2} \left(\frac{B}{2} - \sqrt{(r + \rho)^2 - l^2} \right), & \text{se } \bar{X}_1 = \bar{X}_{1b} \end{cases} \quad (3-28)$$

Se $B \geq 2L/3$ ou $[B < 2L/3 \text{ e } \varepsilon \leq (\sqrt{4B^2 + l^2} - l)/2]$ então a relação de ordem entre $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ depende da relação de ordem entre r e $r(B)$. Primeiro, se $r \geq r(B)$ então, da eq. (2-12), $r \geq \sqrt{B^2 + l^2} - \rho$ e assim

$$r \geq \sqrt{(B/2)^2 + l^2} - \rho \quad (3-29)$$

o que, por sua vez, implica $\bar{X}_1 - \bar{X}_2 < 0$ da eq. (3-28). Segundo, se $r \leq r(B)$ o sinal de $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ segue da eq. (2-5) considerando-se $b = B/2$ nela. Então, dois casos adicionais devem ser considerados. Se $\rho \geq (\sqrt{B^2 + l^2} - l)/2$, então segue imediatamente que $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ é negativo. Caso contrário, se $\rho \leq (\sqrt{B^2 + l^2} - l)/2$, uma vez que $r(B/2) < r(B)$ da eq. (2-5), o sinal de $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ irá depender se r está acima ou abaixo de $r(B/2)$.

Por outro lado, se $B < 2L/3$ e $(\sqrt{4B^2 + l^2} - l)/2 \leq \varepsilon < B/2$ então $L + \varepsilon \geq \sqrt{4B^2 + l^2} - \varepsilon > \sqrt{(B/2)^2 + l^2} - \varepsilon$. Uma vez que $\bar{X}_1 = \bar{X}_{1b}$ nos intervalos considerados, $\bar{X}_2$ é sempre maior que $\bar{X}_1$.

Portanto, do que foi mencionado anteriormente:

$$\begin{aligned} \rho \leq \frac{\sqrt{B^2 + l^2} - l}{2} &\Rightarrow \begin{cases} \bar{X}_1 > \bar{X}_2, & \text{se } L + \varepsilon \leq r \leq \sqrt{\frac{(B/2)^2 - \rho^2 + l^2}{(B/2)^2 - \rho^2}} \frac{B}{2} \\ \bar{X}_1 = \bar{X}_2, & \text{se } r = \sqrt{\frac{(B/2)^2 - \rho^2 + l^2}{(B/2)^2 - \rho^2}} \frac{B}{2} \\ \bar{X}_1 < \bar{X}_2, & \text{se } r > \sqrt{\frac{(B/2)^2 - \rho^2 + l^2}{(B/2)^2 - \rho^2}} \frac{B}{2} \end{cases} \\ \rho > \frac{\sqrt{B^2 + l^2} - l}{2} &\Rightarrow \bar{X}_1 < \bar{X}_2, \quad r \geq L + \varepsilon \end{aligned} \quad (3-30)$$

Fazendo-se $b \geq B/2$ na eq. (2-8), encontra-se que $r(b)$ é monotônica crescente para $b \geq B/2$ se $\rho \leq (\sqrt{B^2 + l^2} - l)/2$ —note que $b \geq B/2$ implica

$$(\sqrt{4b^2 + l^2} - l)/2 \leq (\sqrt{B^2 + l^2} - l)/2 \quad (3-31)$$

Assim, da eq. (3-25) $\bar{X}_{1b}$ não pode ser a IMPD da Cid, à luz da eq. (3-30), uma vez que $r(B/2) < r(B)$.

Para se calcular a incerteza em termos da IMPD para o método Cid deve-se determinar ρ e l para os quais o erro é o maior. Primeiro, se $\rho > (\sqrt{B^2 + l^2} - l)/2$ então a IMPD iguala-se a $\bar{X}_2$ da equação anterior. $\bar{X}_2$ é monotônica crescente na variável ρ , então a é observada para $\rho = \varepsilon$. Se $\rho \leq (\sqrt{B^2 + l^2} - l)/2$ então a IMPD pode ser $\bar{X}_1$ ou $\bar{X}_2$. Se ele iguala-se a $\bar{X}_2$ a IMPD ocorre quando $\rho = \varepsilon$. Caso contrário, se ele iguala-se

a $\bar{X}_1$ então $r \leq r(B/2)$. Da eq. (2-18), com $b = B/2$, segue $r(B/2) < \sqrt{(B/2)^2 + l^2} + \rho$, e portanto $r < \sqrt{(B/2)^2 + l^2} + \rho$, o que implica da eq. (2-24) que $\bar{X}_{1a} = F(B, r, \rho, l)$ é monotônica crescente na variável ρ . $F(B, r, \rho, l)$ é sempre monotônico crescente na variável l como uma consequência da eq. (2-23). Fazendo-se $\rho_1 < \varepsilon$ e $l_1 < L$, então:

$$\begin{cases} F(B, r, \rho_1, l_1) < F(B, r, \varepsilon, l_1) \\ F(B, r, \varepsilon, l_1) < F(B, r, \varepsilon, L) \end{cases} \Rightarrow \quad (3-32)$$

assim, de (3-32) vem:

$$F(B, r, \rho_1, l_1) < F(B, r, \varepsilon, L), \quad \forall \rho_1 < \varepsilon, \quad \forall l_1 < L, \quad r \leq r\left(\frac{B}{2}\right) \quad (3-33)$$

Assim, a IMPD do método Cid ocorre quando $\rho = \varepsilon$ e $l = L$; segue, fazendo-se estas substituições na eq. (3-30), que faz surgir suas fórmulas diretas dadas pelas Eqs. (3-2–3-4).

Neste capítulo, desenvolveu-se a dedução da IMPD para o método de localização Cid tendo em vista a utilização de dispositivos RFID. As fórmulas fornecem diretamente o valor da incerteza à luz da . Embora tais fórmulas necessitem de uma dedução relativamente extensa sua principais vantagens são:

- Fornecer rapidamente e diretamente o valor da incerteza o que simplifica bastante simulações
- Possibilitar a determinação de um alcance ótimo

O alcance ótimo é definido e determinado no Capítulo 5.

4

Modificação da Cell-ID e a modelagem de sua incerteza

O método Cid pode apresentar incertezas muito elevadas (Bensky, 2008). Portanto, objetivando reduzir a incerteza de medição, sem alterar os recursos convencionalmente empregados e mantendo a simplicidade de implementação, apresenta-se uma proposta de modificação do algoritmo de localização pelo método Cell-ID, denominado Cell-ID média (MCid).

No novo método proposto, MCid, o algoritmo de localização funciona da seguinte forma:

- se o leitor RFID está detectando duas ou mais *tags* RFID num dado momento, a posição do usuário é a média aritmética das posições das duas últimas *tags* RFID (i.e., a $n - 1$ -ésima e a n -ésima, $n \geq 2$) lidas;
- a posição do usuário é a da última *tag* RFID (i.e., a n -ésima) lida caso contrário.

4.1

Modelagem da incerteza para o Cell-ID médio

A IMPD para a MCid é regida pelo número de *tags* detectadas num dado momento. Isto depende do intervalo de alcance considerado. Se $r < \sqrt{(B/2)^2 + L^2} - \varepsilon$ então no máximo uma *tag* detectada em todos os momentos, e portanto, a IMPD para a MCid é idêntica à IMPD para a Cid neste caso. Se $\sqrt{(B/2)^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < \min \left\{ \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon; \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \right\}$ então no máximo 2 *tags* podem ser detectadas num dado momento. Além do mais, o leitor não detectará duas *tags*. Portanto, a é igual a $\max_{\mathbf{X} \in S} \{ \bar{X}_1; \bar{X}_2; \bar{X}_3 \}$ neste caso, em que $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$ e $\bar{X}_3$ são os menores limites superiores de $X_1 = \|\mathbf{X}_{n-1}\mathbf{X}\|$, $X_2 = \|\mathbf{X}_n\mathbf{X}\|$ e $X_3 = \|\mathbf{X} - (\mathbf{X}_{n-1} + \mathbf{X}_n)/2\|$, respectivamente, cada qual ilustrado na figura 4.1. Mas, na eq. (4-25), presente na seção 4.2 deste capítulo e correspondente ao caso b da dedução lá presente, mostra-se que $\bar{X}_2$ é maior que $\bar{X}_3$ neste intervalo de alcances, assim implicando uma IMPD igual a $\max_{\mathbf{X} \in S} \{ \bar{X}_1; \bar{X}_2 \}$ neste mesmo intervalo de alcances. Se $\sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon \leq r < \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon$ então uma *tag* é detectada em qualquer momento e ainda não

Figura 4.1: **Modelagem da incerteza dos métodos Cell-ID e Cell-ID Média.** Esta figura ilustra um momento hipotético quando a é observada. Comprimentos estão digitados com fonte normal e vetores com negrito. A região sob a cobertura do sinal da n -ésima tag RFID, $1 \leq n \leq N$, está sombreada e compreende um círculo centrado em sua posição verdadeira $\mathbf{P}_n$ e raio r . A maior distância das bordas do corredor à reta que passa através da posição estimada das tags $\mathbf{X}_{n-1}\mathbf{X}_n$ é denotada por L e a menor distância por l_0 . O círculo branco centrado na posição estimada $\mathbf{X}_n$ da n -ésima tag, $1 \leq n \leq N$, mostra a incerteza da posição da tag e tem raio ε para todas as tags. Dependendo do método empregado, a IMPD na situação ilustrada pode ser X_1 , X_2 ou X_3 .

é possível ao leitor estar sempre detectando duas tags. Duas tags são detectadas apenas em alguns dos pontos entre as duas últimas tags detectadas e não em cada um deles. Isto implica uma IMPD igual a $\max_{\mathbf{X} \in S} \{\bar{X}_1; \bar{X}_3\}$ neste caso. Se $r \geq \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon$ então ao menos uma tag é detectada em qualquer momento e pode ocorrer, dependendo das tags estarem mais próximas ou mais afastadas umas das outras, que duas tags são sempre detectadas, o que implica uma IMPD igual a $\max_{\mathbf{X} \in S} \{\bar{X}_1; \bar{X}_3; \bar{X}_4\}$ para estes alcances. $\bar{X}_4$ é o menor limite superior de X_4 , onde $X_4 = \|\mathbf{X} - (\mathbf{X}_{n-2} + \mathbf{X}_{n-1})/2\|$. Mas, conforme mostra-se na eq. (4-54), presente na seção 4.2 deste capítulo e correspondente ao caso d2, $\max_{\mathbf{X} \in S} \{\bar{X}_1; \bar{X}_3; \bar{X}_4\} = \max_{\mathbf{X} \in S} \{\bar{X}_3; \bar{X}_4\}$. Portanto, a incerteza à luz do conceito da IMPD para o método MCid é ilustrada pela figura 4.1 e dada por:

$$\Delta_{MCid}(R) = \begin{cases} \max \{\bar{X}_1; \bar{X}_2\}, & \text{se } L + \varepsilon \leq r < \min \left\{ \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon; \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon \right\} \\ \max \{\bar{X}_1; \bar{X}_3\}, & \text{se } \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon \leq r < \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \\ \max \{\bar{X}_3; \bar{X}_4\}, & \text{se } r \geq \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \end{cases} \quad (4-1)$$

onde $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ são dados pela eq. (3-2), $\bar{X}_3$ e $\bar{X}_4$ são dados pela eq. (4-2). Os detalhes da determinação de $\bar{X}_3$ e $\bar{X}_4$ estão na subseção seguinte, figura 4.2.

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X}_3 = \sqrt{(B/2)^2 + (r + \varepsilon)^2 - B\sqrt{(r + \varepsilon)^2 - L^2}}, \text{ se } r \geq \sqrt{(B/2)^2 + L^2} - \varepsilon \\ \bar{X}_4 = \begin{cases} \bar{X}_{4a}, & \text{se } L + \varepsilon \leq r \leq r_{3B/2} \\ \bar{X}_{4b}, & \text{se } r \geq r_{3B/2} \end{cases} \end{array} \right.$$

em que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X}_{4a} = \sqrt{(3B/2)^2 + (r - \varepsilon)^2 - 3B\sqrt{(r - \varepsilon)^2 - L^2}} \\ \bar{X}_{4b} = \sqrt{(3B/2)^2 + (r + \varepsilon)^2 - 3B\sqrt{(r + \varepsilon)^2 - L^2}} \\ r_{3B/2} = \sqrt{\frac{(3B/2)^2 + L^2 - \varepsilon^2}{(3B/2)^2 - \varepsilon^2}} \frac{3B}{2} \end{array} \right. \quad (4-2)$$

As fórmulas diretas para o problema são dadas pelas Eqs. (4-3), (4-4) e (4-5). As deduções também constam da seção 4.2.

$$\varepsilon \leq \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid}(R) = \left\{ \begin{array}{l} \bar{X}_{1a}, \text{ se } L + \varepsilon \leq r < \sqrt{\frac{(B/2)^2 + L^2 - \varepsilon^2}{(B/2)^2 - \varepsilon^2}} \frac{B}{2} \\ \bar{X}_2, \text{ se } \sqrt{\frac{(B/2)^2 + L^2 - \varepsilon^2}{(B/2)^2 - \varepsilon^2}} \frac{B}{2} \leq r < \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon \\ \bar{X}_{1a}, \text{ se } \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon \leq r < \sqrt{\frac{(3B/4)^2 + L^2 - \varepsilon^2}{(3B/4)^2 - \varepsilon^2}} \frac{3B}{4} \\ \bar{X}_3, \text{ se } \sqrt{\frac{(3B/4)^2 + L^2 - \varepsilon^2}{(3B/4)^2 - \varepsilon^2}} \frac{3B}{4} \leq r < \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \\ \bar{X}_{4a}, \text{ se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < \sqrt{\frac{B^2 + L^2 - \varepsilon^2}{B^2 - \varepsilon^2}} B \\ \bar{X}_3, \text{ se } r \geq \sqrt{\frac{B^2 + L^2 - \varepsilon^2}{B^2 - \varepsilon^2}} B \end{array} \right. \quad (4-3)$$

$$\frac{\sqrt{B^2 + L^2} - L}{2} > \varepsilon > \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid}(R) = \left\{ \begin{array}{l} \bar{X}_{1a}, \text{ se } L + \varepsilon \leq r < \sqrt{\frac{(B/2)^2 + L^2 - \varepsilon^2}{(B/2)^2 - \varepsilon^2}} \frac{B}{2} \\ \bar{X}_2, \text{ se } \sqrt{\frac{(B/2)^2 + L^2 - \varepsilon^2}{(B/2)^2 - \varepsilon^2}} \frac{B}{2} \leq r < \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \\ \bar{X}_{4a}, \text{ se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < \sqrt{\frac{B^2 + L^2 - \varepsilon^2}{B^2 - \varepsilon^2}} B \\ \bar{X}_3, \text{ se } r \geq \sqrt{\frac{B^2 + L^2 - \varepsilon^2}{B^2 - \varepsilon^2}} B \end{array} \right. \quad (4-4)$$

$$\min \left\{ \frac{B}{2}; \frac{\sqrt{4B^2 + L^2} - L}{2} \right\} > \varepsilon \geq \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid}(R) = \left\{ \begin{array}{l} \bar{X}_{4a}, \text{ se } L + \varepsilon \leq r < \sqrt{\frac{B^2 + L^2 - \varepsilon^2}{B^2 - \varepsilon^2}} B \\ \bar{X}_3, \text{ se } r \geq \sqrt{\frac{B^2 + L^2 - \varepsilon^2}{B^2 - \varepsilon^2}} B \end{array} \right. \quad (4-5)$$

$$\frac{B}{2} > \varepsilon > \frac{\sqrt{4B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow \Delta_{MCid}(R) = \bar{X}_3, \text{ se } r \geq L + \varepsilon \quad (4-6)$$

onde $\bar{X}_{1a}$ e $\bar{X}_2$ são dados pela eq. (3-2), $\bar{X}_3$ e $\bar{X}_{4a}$ são dados pela eq. (4-2), $r = \sqrt{R^2 - h^2}$.

4.2

Demonstrações para a MCid

A modelagem da incerteza proposta no presente trabalho e seus parâmetros relacionados estão mostrados na figura 4.2. O instante quando a é observada depende do número de *tags* sendo simultaneamente detectadas. Se duas *tags* nunca são detectadas simultaneamente então MCid é idêntica à Cid e também o é a ocorrência da . Se pelo menos duas *tags* podem ser detectadas ao mesmo tempo então surgem quatro possibilidades: primeiro, nenhuma *tag* está sendo detectada quando uma *tag* distinta é detectada; segundo, *tags* não são mais detectadas quando o leitor cessa de detectar a última *tag* detectada; terceiro, uma *tag* está sendo detectada num instante quando outra *tag* é detectada; quarto, duas ou mais *tags* estão sendo detectadas ao mesmo tempo quando o leitor cessa de detectar uma delas. Nos dois primeiros casos, MCid é equivalente à Cid; portanto, o *locus* dos pontos nos quais a é observada é aquele descrito no começo da demonstração da IMPD para a Cid. No terceiro e quarto casos, se duas ou mais *tags* estão sendo detectadas ao mesmo tempo então a IMPD ocorre em um dos seguintes instantes: no exato momento quando o leitor RFID do usuário cessa de detectar uma das duas últimas *tags* detectadas; no exato momento imediatamente antes de ele cessar de detectar uma das duas últimas *tags* detectadas. Caso contrário, a IMPD ocorre em um dos seguintes instantes: no exato instante quando o leitor RFID do usuário passa a detectar duas *tags* simultaneamente; no exato instante imediatamente antes dele passar a detectar duas *tags* simultaneamente.

Em outras palavras, se pelo menos duas *tags* estão sendo simultaneamente detectadas, a é observado na interseção do contorno da superfície correspondente à região coberta simultaneamente pelos sinais das duas últimas *tags* RFID detectadas e a região correspondente ao corredor plano S , Figs. 2.1 and 4.2. Sem perda de generalidade, considera-se que o leitor do usuário detectou primeiro a *tag* agregada a $\mathbf{X}_{n-2}$ e vai agora detectar as *tags* em $\mathbf{X}_{n-1}$ e $\mathbf{X}_n$, respectivamente. Mantendo-se as hipóteses gerais deste trabalho, X_1 e X_2 foram ambos calculados anteriormente e seus menores limites superiores $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ são dados pelas eqs. (3-25), (3-26) e (3-27). Ângulos ainda estão referenciados a um semi-eixo paralelo ao vetor $\mathbf{X}_{n-1}\mathbf{X}_n$ e são também medidos num sentido antihorário. Assim, X_3 segue da figura 4.2:

$$\begin{cases} X_3 \cos \gamma - X_2 \cos \beta = \frac{B}{2}, \frac{\pi}{2} \leq \gamma \leq \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{3\pi}{2} \\ X_3 \cos \gamma = -\sqrt{X_3^2 - l^2} \end{cases} \quad (4-7)$$

A eq. (3-7) implica:

$$(r - \rho)^2 - l^2 \leq X_2^2 - l^2 \leq (r + \rho)^2 - l^2 \quad (4-8)$$

o que por sua vez, da eq. (4-7), implica:

$$\sqrt{(r - \rho)^2 - l^2} - \frac{B}{2} \leq \sqrt{X_3^2 - l^2} \leq \sqrt{(r + \rho)^2 - l^2} - \frac{B}{2} \quad (4-9)$$

Quando $r \geq \sqrt{(B/2)^2 + l^2} - \rho$ ambos os membros da desigualdade anterior, (4-9), podem ser elevados ao quadrado. No intervalo de ângulos γ considerado na eq. (4-7) tem-se $X_2 \geq \sqrt{(B/2)^2 + l^2}$. Então, da eq. (3-7):

$$\begin{cases} X_2 \leq r + \rho \\ \sqrt{(B/2)^2 + l^2} \leq X_2 \end{cases} \Rightarrow r \geq \sqrt{(B/2)^2 + l^2} - \rho \quad (4-10)$$

Portanto, segue para X_3 :

$$\begin{aligned} r \geq \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + l^2} - \rho \Rightarrow \\ \sqrt{\left(\frac{B}{2} - \sqrt{(r - \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2} \leq X_3 \leq \sqrt{\left(\frac{B}{2} - \sqrt{(r + \rho)^2 - l^2}\right)^2 + l^2} \end{aligned} \quad (4-11)$$

Não há propósito na consideração de distintos intervalos para o ângulo γ . Para tais ângulos, $r < \sqrt{(B/2)^2 + l^2} - \rho$ e portanto X_3 não estaria definido porque o leitor RFID do usuário jamais detectaria mais do que uma *tag* RFID num dado instante.

Denotando-se o menor limite superior de X_3 por $\bar{X}_3$, há quatro possibilidades para a IMPD do método MCid: $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$, $\bar{X}_3$ ou $\bar{X}_4$, em que $\bar{X}_4$ é o menor limite superior de

$$X_4 = \|\mathbf{X} - (\mathbf{X}_{n-2} + \mathbf{X}_{n-1})/2\| \quad (4-12)$$

A expressão de $\bar{X}_4$ é determinada fazendo-se as substituições seguintes na dedução relativa ao método Cid: B para $3B/2$, X_1 para X_4 , $\bar{X}_{1a}$ para $\bar{X}_{4a}$, $\bar{X}_{1b}$ para $\bar{X}_{4b}$, $\bar{X}_1$ para $\bar{X}_4$. Portanto, fazendo-se $\rho = \varepsilon$, $l = L$ e mudando-se B por $3B/2$ na eq. (3-23) segue:

$$(\bar{X}_{4a} - \bar{X}_{4b}) \theta = \left(\frac{3B}{2}\right)^2 - r\varepsilon - \frac{3B}{2} \sqrt{(r - \varepsilon)^2 - L^2}, \quad \beta > 0 \quad (4-13)$$

À luz da eq. (2-5), a solução depende de $(\sqrt{9B^2 + L^2} - L)/2$ ser maior ou menor que $B/2$. Isto pode ser determinado da fatoração seguinte:

$$\frac{\sqrt{9B^2 + L^2} - (B + L)}{2} = \frac{B}{\sqrt{9B^2 + L^2} + B + L} (4B - L) \quad (4-14)$$

Portanto:

$$B \geq \frac{L}{4} \text{ e } \varepsilon < \frac{B}{2} \Rightarrow \bar{X}_4 = \begin{cases} \bar{X}_{4a} = F(3B/2, r, \varepsilon, L), & \text{se } L + \varepsilon \leq r \leq r(3B/2) \\ \bar{X}_{4b} = F(3B/2, r, -\varepsilon, L), & \text{se } r \geq r(3B/2) \end{cases} \quad (4-15)$$

$$B < \frac{L}{4} \text{ e } \frac{\sqrt{9B^2 + L^2} - L}{2} < \varepsilon < \frac{B}{2} \Rightarrow \bar{X}_4 = \bar{X}_{4b} = F(3B/2, r, -\varepsilon, L), \text{ se } r \geq L + \varepsilon \quad (4-16)$$

$$B < \frac{L}{4} \text{ e } \varepsilon \leq \frac{\sqrt{9B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow \bar{X}_4 = \begin{cases} \bar{X}_{4a} = F(3B/2, r, \varepsilon, L), & \text{se } L + \varepsilon \leq r \leq r(3B/2) \\ \bar{X}_{4b} = F(3B/2, r, -\varepsilon, L), & \text{se } r \geq r(3B/2) \end{cases} \quad (4-17)$$

Além do mais, uma vez que $r(3B/2) < \sqrt{9B^2 + L^2} - \varepsilon < L + \varepsilon$ quando $\varepsilon > (\sqrt{9B^2 + L^2} - L)/2$, fazendo-se $\rho = \varepsilon$ e $b = 3B/2$ na eq. (2-15); as Eqs. (4-15), (4-16) e (4-17) podem ser expressas sinteticamente pela eq. (4-2).

Conforme mostrado no capítulo 3, a IMPD de $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ ocorre quando $\rho = \varepsilon$ e $l = L$. Ao mesmo tempo, $\bar{X}_{4b}$ não é candidato à IMPD do método MCid, conforme mostrado ao longo desta seção. Consequentemente, a IMPD de $\bar{X}_4$ também ocorre quando $\rho = \varepsilon$ e $l = L$ pois seu cálculo é análogo ao de $\bar{X}_1$. Com relação a $\bar{X}_3$, isto também é verdade, uma vez que $\bar{X}_3 = F(\frac{B}{2}, -r, \rho, l)$. Fazendo-se $b = \frac{B}{2}$ e substituindo-se r por $-r$ na eq. (2-23) implica $\bar{X}_3$ ser monotônica crescente na variável l . As mesmas substituições na eq. (2-24) implicam $\bar{X}_3$ ser monotônica crescente na variável ρ , uma vez que $r \geq \sqrt{(B/2)^2 + l^2} - \rho$ (doutro sorte, $\bar{X}_3$ não estaria definido). Faça-se $\rho_1 < \varepsilon$ e $l_1 < L$, então:

$$\begin{cases} F(B/2, -r, \rho_1, l_1) < F(B/2, -r, \varepsilon, l_1) \\ F(B/2, -r, \varepsilon, l_1) < F(B/2, -r, \varepsilon, L) \end{cases} \Rightarrow \quad (4-18)$$

$$F(B/2, -r, \rho_1, l_1) < F(B/2, -r, \varepsilon, L), \quad \forall \rho_1 < \varepsilon, \forall l_1 < L, r \geq \sqrt{(B/2)^2 + l^2} - \rho \quad (4-19)$$

Mostra-se que apenas $\bar{X}_{4a}$ é um candidato à IMPD do método MCid. A IMPD de $\bar{X}_4$ ocorre quando $\rho = \varepsilon$ e $l = L$, num procedimento análogo ao usado para $\bar{X}_1$. Então, a IMPD para o método MCid também ocorre quando

Figura 4.2: **Dedução da IMPD para o método Cell-ID média.** Ângulos são representados por letras gregas, vetores por letras latinas em negrito e comprimentos tanto por letras gregas quanto por letras latinas. Os ângulos estão orientados segundo um eixo paralelo ao vetor $\mathbf{X}_{n-1}\mathbf{X}_n$ num sentido antihorário. A IMPD ocorre no contorno da região delimitada pelo sinal da *tag*, aqui um círculo centrado em $\mathbf{P}_n$ e com raio r —note que esta região pode corresponder à intersecção das regiões delimitadas pelas duas últimas *tags* detectadas, caso pelo menos duas *tags* possam ser simultaneamente detectadas.

$$\rho = \varepsilon \text{ e } l = L.$$

O menor limite superior de X_3 , denotado por $\bar{X}_3$, segue da eq. (4-11) e é dado por:

$$\bar{X}_3 = F\left(\frac{B}{2}, -r, \varepsilon, L\right), \text{ se } r \geq \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} - \varepsilon \quad (4-20)$$

Para determinar a IMPD correspondente ao método MCid, considerem-se quatro casos, cada qual correspondente a um intervalo de alcance distinto.

caso a $L + \varepsilon \leq r < \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} - \varepsilon$

Neste intervalo, no máximo uma *tag* RFID é detectada num dado instante. Então, MCid é idêntica à Cid neste caso, o que leva à seguinte :

$$\Delta_{MCid} = \max\{\bar{X}_1; \bar{X}_2\}, \text{ se } L + \varepsilon \leq r < \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} - \varepsilon \quad (4-21)$$

■

caso b $\sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < \min\left\{\sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon; \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon\right\}$

Neste intervalo, no máximo duas *tags* RFID podem ser detectadas num dado instante. Além do mais, o leitor nunca detectará duas *tags* simultaneamente em todos os instantes, mas somente em alguns instantes. A IMPD neste

caso é $\max \{ \bar{X}_1; \bar{X}_2; \bar{X}_3 \}$. Entretanto, fatorando-se $\bar{X}_3 - \bar{X}_2$ leva a:

$$\bar{X}_3 - \bar{X}_2 = \frac{B^2}{(\bar{X}_3 + \bar{X}_2) \left((B/2)^2 + B\sqrt{(r+\varepsilon)^2 - L^2} \right)} \left(\left(\frac{B}{4} \right)^2 - (r+\varepsilon)^2 + L^2 \right) \quad (4-22)$$

tão logo $r \geq \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} - \varepsilon$, também segue que $r > \sqrt{\left(\frac{B}{4}\right)^2 + L^2} - \varepsilon$, o que implica $\bar{X}_3 - \bar{X}_2 < 0$. Deste modo, $\bar{X}_3$ não pode ser o maior dentre $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$ e $\bar{X}_3$, e daí:

$$\Delta_{MCid} = \max \{ \bar{X}_1; \bar{X}_2 \}, \text{ se } \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < \min \left\{ \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon; \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \right\} \quad (4-23)$$

As eqs. (4-21) e (4-23) podem ser unidas na equação seguinte:

$$\Delta_{MCid} = \max \{ \bar{X}_1; \bar{X}_2 \}, \text{ se } L + \varepsilon \leq r < \min \left\{ \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon; \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \right\} \quad (4-24)$$

Resolvendo-se a eq. (4-24) pela eq. (3-30), com $l = L$ e $\rho = \varepsilon$, como $r(\frac{B}{2}) < \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon$ e $r(\frac{B}{2}) < \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon$, fazendo-se $l = L$ e $\rho = \varepsilon$ nas Eqs. (2-15) e (2-18) respectivamente, leva a:

$$\varepsilon < \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow \Delta_{MCid} = \begin{cases} \bar{X}_{1a}, & \text{se } L + \varepsilon \leq r < r(\frac{B}{2}) \\ \bar{X}_2, & \text{se } r(\frac{B}{2}) \leq r < \min \left\{ \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon; \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \right\} \end{cases} \quad (4-25)$$

A eq. (4-25) é uma das utilizadas na seção 4.1 para se mostrar que a IMPD corresponde a $\max_{\mathbf{x} \in S} \{ \bar{X}_1; \bar{X}_2 \}$ para o intervalo de alcances dado por $\sqrt{(B/2)^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < \min \left\{ \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon; \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \right\}$.

$$\frac{B}{2} > \varepsilon \geq \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \bar{X}_2, \text{ se}$$

$$L + \varepsilon \leq r < \min \left\{ \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon; \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \right\} \quad (4-26)$$

■

caso c $\sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \leq r < \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon$

Neste caso, o leitor RFID do usuário irá sempre detectar pelo menos uma *tag*. O leitor nunca detectará duas *tags* simultaneamente em todos os momentos, mas apenas em alguns instantes. Então:

$$\Delta_{MCid} = \max \{ \bar{X}_1; \bar{X}_3 \}, \text{ se } \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \leq r < \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \quad (4-27)$$

Para fatorar-se $\bar{X}_1 - \bar{X}_3$, primeiro, se $r \leq r(B)$ eq. (3-25) com $\rho = \varepsilon$ e $l = L$ leva a $\bar{X}_1 - \bar{X}_3 = \bar{X}_{1a} - \bar{X}_3$. Uma vez que, $r(B) > \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon$ fazendo-se $b = B$, $l = L$ e $\rho = \varepsilon$ na eq. (2-12) sempre tem-se que $\bar{X}_1 - \bar{X}_3 = \bar{X}_{1a} - \bar{X}_3$ neste intervalo de alcance. Assim:

$$\bar{X}_{1a} - \bar{X}_3 = \frac{B/2 + \sqrt{(r + \varepsilon)^2 - L^2} - \sqrt{(r - \varepsilon)^2 - L^2}}{\left(3B/2 + \sqrt{(r + \varepsilon)^2 - L^2} - \sqrt{(r - \varepsilon)^2 - L^2}\right) (\bar{X}_{1a} + \bar{X}_3)}$$

$$\left(\left(\frac{3B}{4}\right)^2 - r\rho - \frac{3B}{4} \sqrt{(r - \varepsilon)^2 - L^2} \right) \quad (4-28)$$

o que é equivalente a:

$$r \leq r(B) \Rightarrow \bar{X}_1 - \bar{X}_3 = (\bar{X}_{1a} - \bar{X}_3) \beta =$$

$$\left(\frac{3B}{4} \right)^2 - r\varepsilon - \frac{3B}{4} \sqrt{(r - \varepsilon)^2 - L^2}, \beta > 0 \quad (4-29)$$

Fazendo-se $b = 3B/4$ na eq. (2-5), pode-se verificar que o sinal de $\bar{X}_{1a} - \bar{X}_3$ depende de: a magnitude de ε , se é maior ou menor que $\left(\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L\right)/2$. Além do mais, ainda da eq. (2-5), este sinal pode depender da magnitude de r , se é maior ou menor que $r(3B/4)$. Primeiramente, determine-se a relação de ordem entre:

$$\left(\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L\right)/2 \text{ e } B/2 \quad (4-30)$$

a qual é dada pela equação seguinte

$$\frac{8}{5B} \left(\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} + B + L \right) \left(\frac{\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L}{2} - \frac{B}{2} \right) = B - \frac{8}{5}L \quad (4-31)$$

Portanto, para se determinar a incerteza à luz da IMPD para o método MCid neste intervalo de alcance, considere-se dois subcasos adicionais:

caso c1 $B > \frac{8}{5}L$

A eq. (4-31) implica $\left(\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L \right) / 2 > B/2$. Então, $\varepsilon < \left(\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L \right)$ para estes valores de B . Da eq. (2-5), com $b = 3B/4$, $\rho = \varepsilon$ e $l = L$, o sinal de $\bar{X}_1 - \bar{X}_3$ depende da magnitude de r .

Se $r(3B/4) < \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon$ então $\bar{X}_1 - \bar{X}_3$ é sempre negativo. De outra sorte, o sinal de $\bar{X}_1 - \bar{X}_3$ é regido pela relação de ordem entre r e $r(3B/4)$.

Assume-se que $B > 8L/5$. Como $8L/5 > \sqrt{64/105}L$, segue que $B > \sqrt{64/105}L$. Fazendo-se $b = 3B/4$, $\rho = \varepsilon$ e $l = L$ nas Eqs. (2-5) e (2-31), surge a — neste caso c, assume-se que $r \geq \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon$ e isto deve ser levado em consideração:

$$B > \frac{8}{5}L \text{ e } \varepsilon \leq \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow \Delta_{MCid} = \begin{cases} \bar{X}_{1a}, & \text{se } \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \leq r \leq r\left(\frac{3B}{4}\right) \\ \bar{X}_3, & \text{se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \geq r > r\left(\frac{3B}{4}\right) \end{cases} \quad (4-32)$$

$$B > \frac{8}{5}L \text{ e } \frac{B}{2} > \varepsilon > \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow \Delta_{MCid} = \bar{X}_3, \text{ se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \geq r \geq \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \quad (4-33)$$

caso c2 $B \leq \frac{8}{5}L$

$B \leq \frac{8}{5}L$ implica $\left(\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L \right) / 2 \leq B/2$.

Se $\left(\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L \right) / 2 < \varepsilon < B/2$ então a IMPD segue imediatamente da eq. (2-5) com $b = 3B/4$, $\rho = \varepsilon$ e $l = L$:

$$B \leq \frac{8}{5}L \text{ e } \frac{B}{2} > \varepsilon > \frac{\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow \Delta_{MCid} = \bar{X}_3, \text{ se } r \geq \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \quad (4-34)$$

Se $\varepsilon \leq \left(\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L \right) / 2$ então a IMPD depende da magnitude de r e se $r(3B/4)$ é maior ou menor que $\sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon$.

$L < \sqrt{(B/2)^2 + L^2}$ implica $-L > -\sqrt{(B/2)^2 + L^2}$ e, uma vez que $\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} > \sqrt{B^2 + L^2}$, segue pela adição e subsequente divisão por dois:

$$\left(\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L \right) / 2 > \left(\sqrt{(B/2)^2 + L^2} - \sqrt{B^2 + L^2} \right) / 2 \quad (4-35)$$

Da eq. (2-34), também com $b = 3B/4$:

$$\left(\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L \right) / 2 < \left(\sqrt{(2B)^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2} \right) / 2 \quad (4-36)$$

Portanto, a IMPD será derivada de duas possibilidades:

$$\begin{aligned} \varepsilon &\leq \left(\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2} \right) / 2 \text{ e} \\ \left(\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2} \right) / 2 < \varepsilon &\leq \left(\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L \right) / 2 \end{aligned} \quad (4-37)$$

A IMPD quando $\varepsilon \leq \left(\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L \right) / 2$ é obtido fazendo-se $l = L$, $\rho = \varepsilon$ e $b = 3B/4$ nas Eqs. (2-5) e (2-26):

$$\begin{aligned} B \leq \frac{8}{5}L \text{ e } \frac{\sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - L}{2} \geq \varepsilon &\geq \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow \\ \Delta_{MCid} = \bar{X}_3, \text{ se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \geq r &\geq \sqrt{\left(\frac{B}{2} \right)^2 + L^2} + \varepsilon \end{aligned} \quad (4-38)$$

$$\begin{aligned} B \leq \frac{8}{5}L \text{ e } \varepsilon \leq \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} &\Rightarrow \\ \Delta_{MCid} = \begin{cases} \bar{X}_{1a}, \text{ se } \sqrt{\left(\frac{B}{2} \right)^2 + L^2} + \varepsilon \leq r \leq r \left(\frac{3B}{4} \right) \\ \bar{X}_3, \text{ se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \geq r > r \left(\frac{3B}{4} \right) \end{cases} \end{aligned} \quad (4-39)$$

Portanto, a IMPD para o subcaso c2 é dada por duas equações: a primeira obtida pela junção das eqs. (4-34) e (4-38) na equação seguinte:

$$\begin{aligned} B \leq \frac{8}{5}L \text{ e } \frac{B}{2} \geq \varepsilon &\geq \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow \\ \Delta_{MCid} = \bar{X}_3, \text{ se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \geq r &\geq \sqrt{\left(\frac{B}{2} \right)^2 + L^2} + \varepsilon \end{aligned} \quad (4-40)$$

A segunda correspondente a própria eq. (4-39). Então, a IMPD para o subcaso c2 é dada pelas eqs. (4-39) e (4-40).

Finalmente, a IMPD correspondente ao caso c segue das eqs. (4-32), (4-33), (4-39) e (4-40):

$$\varepsilon \leq \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \begin{cases} \bar{X}_{1a}, & \text{se } \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \leq r \leq r\left(\frac{3B}{4}\right) \\ \bar{X}_3, & \text{se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon > r > r\left(\frac{3B}{4}\right) \end{cases} \quad (4-41)$$

$$\frac{B}{2} > \varepsilon > \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \bar{X}_3, \text{ se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon > r \geq \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \quad (4-42)$$

■

caso d $r \geq \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon$

Para este intervalo de alcances o leitor sempre detectará pelo menos uma *tag* RFID num dado instante. Mas pode ocorrer que este detecta duas *tags* RFID em qualquer instante. Portanto, três possibilidades surgem para a IMPD neste caso: $\bar{X}_1$, $\bar{X}_3$ and $\bar{X}_4$.

Mostra-se que neste intervalo de alcance em particular $\max\{\bar{X}_1; \bar{X}_3; \bar{X}_4\} = \max\{\bar{X}_3; \bar{X}_4\}$. Para se fazer isto, considerem-se duas possibilidades: $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ ou $\pi/2 \leq \alpha \leq 3\pi/2$.

Primeiro, se $\pi/2 \leq \alpha \leq 3\pi/2$ então, as eqs. (3-16) e (4-7) implicam:

$$\sqrt{X_2^2 - L^2} = B + \sqrt{X_1^2 - L^2} = \frac{B}{2} + \sqrt{X_3^2 - L^2} \Rightarrow$$

$$\sqrt{X_1^2 - L^2} = \sqrt{X_3^2 - L^2} - \frac{B}{2} \Rightarrow \sqrt{X_1^2 - L^2} < \sqrt{X_3^2 - L^2} \quad (4-43)$$

daí, de (4-43):

$$\pi/2 \leq \alpha \leq 3\pi/2 \Rightarrow X_1 \leq X_3 \quad (4-44)$$

Como uma consequência, $\bar{X}_1 \leq \bar{X}_3$.

Por outro lado, se $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ então, da eq. (3-9), $\sqrt{X_2^2 - L^2} \leq B$ e:

$$\sqrt{X_2^2 - L^2} \leq B \xrightarrow{\text{eq. (3-9)}} \frac{3B}{2} - \sqrt{X_4^2 - L^2} \leq B \Rightarrow X_4 \geq \sqrt{(B/2)^2 + L^2} \quad (4-45)$$

uma vez que a dedução de X_4 é análoga à de X_1 .

Concorrentemente, eq. (3-9) para X_1 e eq. (4-7) para X_3 , implica:

$$\sqrt{X_2^2 - L^2} = B - \sqrt{X_1^2 - L^2} = \frac{B}{2} + \sqrt{X_3^2 - L^2} \Rightarrow$$

$$\sqrt{X_1^2 - L^2} + \sqrt{X_3^2 - L^2} = \frac{B}{2} \Rightarrow X_1 \leq \sqrt{(B/2)^2 + L^2} \quad (4-46)$$

daí, de (4-46):

$$-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2 \Rightarrow X_1 \leq X_4 \quad (4-47)$$

Portanto, se $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ então $X_1 \leq X_4$. Consequentemente, $\bar{X}_1 \leq \bar{X}_4$. Deste modo, das eqs. (4-44) e (4-47), $\bar{X}_1$ pode ser removido da expressão para a IMPD da MCid neste intervalo de alcance

$$\varepsilon < \frac{B}{2} \Rightarrow \Delta_{MCid} = \max \{ \bar{X}_3; \bar{X}_4 \}, \text{ se } r \geq \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \quad (4-48)$$

Para se calcular analiticamente $\max \{ \bar{X}_3; \bar{X}_4 \}$, fatore-se $\bar{X}_3 - \bar{X}_4$:

$$\bar{X}_3 - \bar{X}_{4a} =$$

$$-4 \frac{B + \sqrt{(r + \varepsilon)^2 - L^2} + \sqrt{(r - \varepsilon)^2 - L^2}}{(\bar{X}_3 + \bar{X}_{4a}) \left(2B + \sqrt{(r + \varepsilon)^2 - L^2} - \sqrt{(r - \varepsilon)^2 - L^2} \right)} \left(B^2 - r\varepsilon - B\sqrt{(r - \varepsilon)^2 - L^2} \right) \quad (4-49)$$

o que implica, segundo (4-49):

$$(\bar{X}_3 - \bar{X}_{4a}) \theta = B^2 - r\varepsilon - B\sqrt{(r - \varepsilon)^2 - L^2}, \quad \theta < 0 \quad (4-50)$$

Caso $\bar{X}_4 = \bar{X}_{4b}$:

$$\bar{X}_3 - \bar{X}_{4b} = \frac{-2B}{\bar{X}_3 + \bar{X}_{4b}} \left(B - \sqrt{(r + \varepsilon)^2 - L^2} \right) \quad (4-51)$$

o que significa que $\bar{X}_3$ é sempre maior que $\bar{X}_{4b}$ se

$$r \geq \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \quad (4-52)$$

Por este motivo, $\bar{X}_{4b}$ não pode ser a IMPD do método MCid.

Para se determinar $\max \{ \bar{X}_3; \bar{X}_4 \}$ das eqs. (4-15), (4-50) e (2-5), considerem-se três subcasos:

caso d1 $B \geq 2L/3$

Nesta situação, uma vez que $r(3B/2) > r(B)$, da eq. (2-8), e $r(B) >$

$\sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon$, da eq. (2-12), segue:

$$B \geq 2L/3 \text{ e } \varepsilon < B/2 \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \begin{cases} \bar{X}_{4a}, & \text{se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < r(B) \\ \bar{X}_3, & \text{se } r \geq r(B) \end{cases} \quad (4-53)$$

caso d2 $2L/3 > B \geq L/4$

$$2L/3 > B \geq L/4 \text{ e } \varepsilon < \left(\sqrt{4B^2 + L^2} - L \right) / 2 \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \begin{cases} \bar{X}_{4a}, & \text{se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < r(B) \\ \bar{X}_3, & \text{se } r \geq r(B) \end{cases} \quad (4-54)$$

A equação anterior foi usada na seção 4.1 para mostrar que a IMPD no intervalo de alcances $r \geq \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon$ corresponde a $\max_{\mathbf{x} \in S} \{ \bar{X}_3; \bar{X}_4 \}$.

$$2L/3 > B \geq L/4 \text{ e } \left(\sqrt{4B^2 + L^2} - L \right) / 2 \leq \varepsilon < B/2 \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \bar{X}_3, \text{ se } r \geq \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \quad (4-55)$$

caso d3 $B < L/4$

$$B < L/4 \text{ e } \left(\sqrt{9B^2 + L^2} - L \right) / 2 \leq \varepsilon < B/2 \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \bar{X}_3, \text{ se } r \geq \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \quad (4-56)$$

$$B < L/4 \text{ e } \left(\sqrt{4B^2 + L^2} - L \right) / 2 \leq \varepsilon < \left(\sqrt{9B^2 + L^2} - L \right) / 2 \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \bar{X}_3, \text{ se } r \geq \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \quad (4-57)$$

$$B < L/4 \text{ e } \varepsilon < \left(\sqrt{4B^2 + L^2} - L \right) / 2 \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \begin{cases} \bar{X}_{4a}, & \text{se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < r(B) \\ \bar{X}_3, & \text{se } r \geq r(B) \end{cases} \quad (4-58)$$

Das eqs. (4-53), (4-54), (4-55), (4-56), (4-57) e (4-58), a IMPD do caso d é finalmente obtida:

$$B \geq 2L/3 \text{ e } \varepsilon < B/2 \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \begin{cases} \bar{X}_{4a}, & \text{se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < r(B) \\ \bar{X}_3, & \text{se } r \geq r(B) \end{cases} \quad (4-59)$$

$$B < 2L/3 \text{ e } \varepsilon < \left(\sqrt{4B^2 + L^2} - L \right) / 2 \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \begin{cases} \bar{X}_{4a}, & \text{se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < r(B) \\ \bar{X}_3, & \text{se } r \geq r(B) \end{cases} \quad (4-60)$$

$$B < 2L/3 \text{ e } \left(\sqrt{4B^2 + L^2} - L \right) / 2 \leq \varepsilon < B/2 \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \begin{cases} \bar{X}_3, & \text{se } r \geq \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \end{cases} \quad (4-61)$$

■

Das eqs. (4-25), (4-26), (4-41), (4-42), (4-59), (4-60) e (4-61) a incerteza da MCid à luz do conceito da é obtida.

$$\varepsilon \leq \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} = \begin{cases} \bar{X}_{1a}, & \text{se } L + \varepsilon \leq r < r\left(\frac{B}{2}\right) \\ \bar{X}_2, & \text{se } r\left(\frac{B}{2}\right) \leq r < \min \left\{ \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon; \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon \right\} \\ \bar{X}_{1a}, & \text{se } \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \leq r \leq r\left(\frac{3B}{4}\right) \\ \bar{X}_3, & \text{se } r\left(\frac{3B}{4}\right) \leq r < \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \\ \bar{X}_{4a}, & \text{se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < r(B) \\ \bar{X}_3, & \text{se } r \geq r(B) \end{cases} \quad (4-62)$$

$$\frac{\sqrt{B^2 + L^2} - L}{2} > \varepsilon > \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} =$$

$$\begin{cases} \bar{X}_{1a}, \text{ se } L + \varepsilon \leq r < r\left(\frac{B}{2}\right) \\ \bar{X}_2, \text{ se } r\left(\frac{B}{2}\right) \leq r < \min \left\{ \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon; \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon \right\} \\ \bar{X}_3, \text{ se } \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \leq r < \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \\ \bar{X}_{4a}, \text{ se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < r(B) \\ \bar{X}_3, \text{ se } r \geq r(B) \end{cases} \quad (4-63)$$

$$B \geq \frac{2}{3}L \text{ e } \frac{B}{2} > \varepsilon > \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} =$$

$$\begin{cases} \bar{X}_2, \text{ se } L + \varepsilon \leq r < \min \left\{ \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon; \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon \right\} \\ \bar{X}_3, \text{ se } \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \leq r < \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \\ \bar{X}_{4a}, \text{ se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < r(B) \\ \bar{X}_3, \text{ se } r \geq r(B) \end{cases} \quad (4-64)$$

$$B < \frac{2}{3}L \text{ e } \frac{\sqrt{4B^2 + L^2} - L}{2} > \varepsilon > \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} =$$

$$\begin{cases} \bar{X}_2, \text{ se } L + \varepsilon \leq r < \min \left\{ \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon; \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon \right\} \\ \bar{X}_3, \text{ se } \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \leq r < \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \\ \bar{X}_{4a}, \text{ se } \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \leq r < r(B) \\ \bar{X}_3, \text{ se } r \geq r(B) \end{cases} \quad (4-65)$$

$$B < \frac{2}{3}L \text{ e } \frac{B}{2} > \varepsilon > \frac{\sqrt{4B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta_{MCid} =$$

$$\begin{cases} \bar{X}_2, \text{ se } L + \varepsilon \leq r < \min \left\{ \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon; \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon \right\} \\ \bar{X}_3, \text{ se } r \geq \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + L^2} + \varepsilon \end{cases} \quad (4-66)$$

onde $\bar{X}_{1a}$ e $\bar{X}_2$ são dados pela eq. (3-25), (3-26) e (3-27) com $\rho = \varepsilon$ e $l = L$; $\bar{X}_3$ é dado pelas eq. (4-20); $\bar{X}_{4a}$ é dado pelas Eqs. (4-15), (4-16) e (4-17) $\rho = \varepsilon$ e $l = L$; $r = \sqrt{R^2 - h^2}$.

Por último, as expressões para a IMPD da MCid podem ser simplificadas

pelas seguintes desigualdades:

$$\varepsilon > \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow \sqrt{(B/2)^2 + L^2} + \varepsilon > \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \quad (4-67)$$

$$\min \left\{ \frac{B}{2}; \frac{\sqrt{4B^2 + L^2} - L}{2} \right\} > \varepsilon > \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow$$

$$L + \varepsilon > \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \quad (4-68)$$

$$\frac{B}{2} > \varepsilon > \frac{\sqrt{4B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow L + \varepsilon > \sqrt{4B^2 + L^2} - \varepsilon > \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon \quad (4-69)$$

Aplicando-se a eq. (4-67) às eqs. (4-62) e (4-63), a eq. (4-68) às eqs. (4-64) e (4-65), e a eq. (4-69) à eq. (4-66); as fórmulas diretas finais para a IMPD do método MCid são obtidas, as quais são dadas pelas Eqs. (4-2–4-6).

Neste capítulo, propôs-se uma modificação da Cid, denominada MCid. Sua principal vantagem é a de não necessitar de recursos adicionais para sua implementação, sendo assim tão simples de se implementar quanto a Cid. Analogamente ao que foi feito no capítulo 3 para a Cid, deduziu-se neste capítulo as equações que fornecem a incerteza à luz da IMPD de maneira direta. Embora novamente a dedução matemática tenha sido relativamente extensa, tal dedução fornece as mesmas vantagens que no caso da Cid, isto é:

- Fornecer rápida e diretamente o valor da incerteza;
- Possibilitar a determinação de um alcance ótimo.

O alcance ótimo é definido e calculado no capítulo 5 abrangendo tanto a Cid quanto a MCid. Ele também considera alcances variáveis, uma vez que, tanto neste capítulo quanto no capítulo 3, considerou-se uma superfície de alcance esférica.

5

Determinação do alcance ótimo (ALOT) na implementação de *tags* RFID e suas variações

O espectro de alcances possíveis para as *tags* RFID é variado (Glover e Batt, 2006). Nesse capítulo propõe-se um método para determinação do (ALOT), com base nas fórmulas deduzidas para a , objetivando a redução de tempo e custos. A determinação prévia do alcance ótimo considerando parâmetros pré-definidos busca evitar procedimentos de tentativa e erro na implementação, possibilitando a seleção de *tags* adequadas às finalidades da aplicação.

5.1

Determinação do alcance ótimo

Uma vez deduzido um conjunto de fórmulas analíticas e diretas para a IMPD de cada método apresentado, capítulo 3 para a Cid e capítulo 4 para a MCid, o ALOT é definido como sendo aquele para o qual a é mínima. Fazendo assim, espera-se que a qualidade de uma abordagem baseada em RFID possa ser ampliada.

Primeiro, se o conjunto de alcances possíveis é finito, tal como um conjunto finito de valores pré-definidos, estabelecido por fabricantes, então o ALOT é obtido pela substituição de cada um desses alcances candidatos nas fórmulas da IMPD e pela conferência de qual deles fornece o menor valor para a . Doutra sorte, se há um conjunto infinito de possibilidades, então o ALOT pode ser obtido por meio de um estudo da IMPD como uma função do alcance. Após cálculos matemáticos, delineados na seção 5.2 deste capítulo, os ALOT tanto da Cid quanto da MCid considerando o completo espectro de alcances, R_{Cid} and R_{MCid} respectivamente, são obtidos. Para o método Cid, o ALOT segue:

$$R_{Cid} = \sqrt{r_{Cid}^2 + h^2} \quad (5-1)$$

em que r_{Cid} é dado pelas eqs. (5-2) e (5-3).

$$\varepsilon < \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow r_{Cid} = \sqrt{\frac{(B/2)^2 + L^2 - \varepsilon^2}{(B/2)^2 - \varepsilon^2}} \frac{B}{2} \quad (5-2)$$

$$\frac{B}{2} > \varepsilon \geq \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow r_{Cid} = L + \varepsilon \quad (5-3)$$

O ALOT do método MCid é dado por:

$$R_{MCid} = \sqrt{r_{MCid}^2 + h^2} \quad (5-4)$$

em que r_{MCid} é dado pelas eqs. (5-5), (5-6) e (5-7).

$$\varepsilon \leq \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow r_{MCid} = \sqrt{\frac{(3B/4)^2 + L^2 - \varepsilon^2}{(3B/4)^2 - \varepsilon^2}} \frac{3B}{4} \quad (5-5)$$

$$\min \left\{ \frac{\sqrt{4B^2 + L^2} - L}{2}; \frac{B}{2} \right\} > \varepsilon > \frac{\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2}}{2} \Rightarrow$$

$$r_{MCid} = \sqrt{\frac{B^2 + L^2 - \varepsilon^2}{B^2 - \varepsilon^2}} B \quad (5-6)$$

$$\frac{B}{2} > \varepsilon \geq \frac{\sqrt{4B^2 + L^2} - L}{2} \Rightarrow r_{MCid} = L + \varepsilon \quad (5-7)$$

5.2

Demonstrações das fórmulas do ALOT

Os ALOT dos métodos Cid e MCid são uma consequência natural das fórmulas analíticas da . Elas seguem do comportamento da função $F(B, r, \varepsilon, L)$ com relação à variável r , a qual é regida eq. (2-25), fazendo-se $\rho = \varepsilon$ e $l = L$ nelas. Dado que $\bar{X}_{1a} = F(B, r, -\varepsilon, L)$, $\bar{X}_{1a}$ é monotônica decrescente se $r < \sqrt{B^2 + L^2} - \varepsilon$ e crescente caso contrário. Equivalentemente, $\bar{X}_3 = F(B/2, r, -\varepsilon, L)$ implica que $\bar{X}_3$ é monotônica crescente se $r > \sqrt{(B/2)^2 + L^2} - \varepsilon$; $\bar{X}_{4a} = F(3B/2, r, -\varepsilon, L)$ implica que $\bar{X}_{4a}$ é monotônica decrescente se $r < \sqrt{(3B/2)^2 + L^2} - \varepsilon$ e crescente doutra sorte. Para $\bar{X}_2$ é natural que a mesma seja monotônica crescente pois $\bar{X}_2 = r + \varepsilon$.

As fórmulas do ALOT são determinadas analisando-se o comportamento local das funções da , Δ_{Cid} e Δ_{MCid} , para cada intervalo de incerteza ε em particular. Do r para o qual a IMPD atinge seu mínimo, o ALOT R do método em consideração segue, $R = \sqrt{r^2 + h^2}$. A determinação do ALOT é natural, exceto para r_{MCid} no caso específico para o qual

$$\left(\sqrt{B^2 + L^2} - L \right) / 2 > \varepsilon > \left(\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2} \right) / 2 \quad (5-8)$$

Nesta situação, quando (5-8) é satisfeita, a análise do comportamento da função Δ_{MCid} com relação a r leva a duas possibilidades para r_{MCid} : $r(B/2)$ e $r(B)$. Mostre-se que r_{MCid} neste caso é $r(B)$. Para este propósito, deve-se

mostrar que $\bar{X}_{4a}(r = r(B)) < \bar{X}_{1a}(r = r(B/2))$. Dado que $\bar{X}_{4a}(r = r(B)) = \bar{X}_3(r = r(B))$ e $\bar{X}_{1a}(r = r(B/2)) = \bar{X}_2(r = r(B/2))$, isto é equivalente a provar que $\bar{X}_3(r = r(B)) < \bar{X}_2(r = r(B/2))$.

Para fazer isto, determine-se o sinal de $\bar{X}_2(r = r(B/2)) - \bar{X}_3(r = r(B))$. Das eqs. (3-7) e (4-11), com $\rho = \varepsilon$ e $l = L$, segue para $\bar{X}_2(r = r(B/2))$ e $\bar{X}_3(r = r(B))$:

$$\begin{cases} \sqrt{[\bar{X}_2(r = r(B/2))]^2 - L^2} = \sqrt{(r(B/2) + \varepsilon)^2 - L^2} \\ -\sqrt{[\bar{X}_3(r = r(B))]^2 - L^2} = B/2 - \sqrt{(r(B) + \varepsilon)^2 - L^2} \end{cases} \Rightarrow \quad (5-9)$$

(5-9) implica:

$$\begin{aligned} \sqrt{[\bar{X}_2(r = r(B/2))]^2 - L^2} - \sqrt{[\bar{X}_3(r = r(B))]^2 - L^2} = \\ \frac{B}{2} + \sqrt{(r(B/2) + \varepsilon)^2 - L^2} - \sqrt{(r(B) + \varepsilon)^2 - L^2} \end{aligned} \quad (5-10)$$

Mas o lado direito da desigualdade acima pode ser fatorado como segue:

$$\begin{aligned} \left(\frac{B}{2} + \sqrt{(r(B/2) + \varepsilon)^2 - L^2} + \sqrt{(r(B) + \varepsilon)^2 - L^2} \right) \\ \left(\frac{B}{2} + \sqrt{(r(B/2) + \varepsilon)^2 - L^2} - \sqrt{(r(B) + \varepsilon)^2 - L^2} \right) = \\ \frac{B^2}{4} + (r(B/2) + \varepsilon)^2 + B\sqrt{(r(B/2) + \varepsilon)^2 - L^2} - (r(B) + \varepsilon) \end{aligned} \quad (5-11)$$

tão logo o membro direito da eq. (5-11), (5-11), é positivo, eq. (5-10) implica $\bar{X}_3(r = r(B)) < \bar{X}_2(r = r(B/2))$.

Deste modo, quando

$$\left(\sqrt{B^2 + L^2} - L \right) / 2 > \varepsilon > \left(\sqrt{B^2 + L^2} - \sqrt{(B/2)^2 + L^2} \right) / 2 \quad (5-12)$$

o ALOT é $r_{MCid} = r(B)$.

5.3

Variações de alcance na localização com RFID e o alcance ótimo à luz da

Para cada sólido há sempre dois outros que interagem com ele do seguinte modo: um o contém e o outro está contido por ele. Além do mais, estes dois sólidos podem sempre ser tomados por esferas. Este fato matemático é lançado como fundamento para se modelar o erro quando alcances variáveis,

em contraste com os constantes assumidos até aqui, são considerados (está implícito que os sólidos lidos aqui não possuem buracos).

Para se estudar o cálculo da IMPD quando uma superfície geral, ao invés de esférica, é considerada, aproxima-se o sólido correspondente à região coberta pelo sinal das *tags* RFID baseado em duas esferas concêntricas de revolução, uma contendo-a e a outra a ser contida por ela, figura 5.1. Estas esferas são geradas pela rotação de dois círculos por um eixo contendo qualquer dos seus, respectivos, diâmetros. Com relação a estes círculos, estes são concêntricos; ambos centrados na posição verdadeira de uma *tag*. O círculo externo contém a região plana definida pela intersecção entre a superfície de alcance geral e o corredor plano S em que o usuário se encontra. Dentre todos esses, corresponde ao que possui menor raio. O círculo interno está dentro da região plana definida pela intersecção entre a superfície de alcance genérica e o corredor plano S em que o usuário se encontra. Dentre todos estes, corresponde ao que possui o maior raio.

Duas possibilidades são apresentadas para calcular a IMPD quando alcances variáveis são levados em conta à luz da aproximação de duas-esferas apresentada. Elas delimitam um limite superior para a IMPD baseado nas fórmulas para superfícies de alcance esféricas aqui apresentadas. A primeira abordagem é limitar a IMPD por $\tilde{\Delta}(R_0, K)$, de acordo com a equação seguinte:

$$\tilde{\Delta}(R_0, K) = \max_{|R-R_0| \leq K} \{\Delta(R)\}, \quad R_0 \geq K + \sqrt{(L + \varepsilon)^2 + h^2} \quad (5-13)$$

em que R_0 é o alcance nominal, K é a IMPD da medição do alcance e $\Delta(R)$ é a IMPD do método em consideração na ausência de variações de alcance. Como uma condição, $R_0 - K \geq \sqrt{(L + \varepsilon)^2 + h^2}$ deve ser satisfeita; doutra sorte, $\tilde{\Delta}(R_0, K)$ não estará definida. Se as *tags* possuem um alcance nominal mas, na prática, observa-se que o sinal é transmitido através de distâncias distintas então, K pode ser igualado à máxima variação em magnitude do alcance nominal, o que poderia ser medido separadamente. Em outras palavras, as *tags* tem um alcance R_0 o qual pode variar de $R_0 - K$ a $R_0 + K$. Além do mais, a $\Delta(R_0, K)$ se relaciona à sua aproximação $\tilde{\Delta}(R_0, K)$ conforme segue:

$$\tilde{\Delta}(R_0, K) \geq \Delta(R_0, K), \quad \forall K \geq 0, R_0 \geq K + \sqrt{(L + \varepsilon)^2 + h^2} \quad (5-14)$$

A IMPD pode também ser aproximada por $\tilde{\Delta}(R_{min}, R_{max})$, a qual é dada pela equação seguinte:

$$\tilde{\Delta}(R_{min}, R_{max}) = \max_{R_{min} \leq R \leq R_{max}} \{\Delta(R)\}, \quad R_{min} \geq \sqrt{(L + \varepsilon)^2 + h^2} \quad (5-15)$$

Figura 5.1: **Alcances variáveis e a aproximação das duas-esferas.** Vista aérea da região coberta por uma *tag* hipotética (região sombreada) localizada no centro da figura (ponto preto). A secção desta região é denotada por s e tem raio médio R_0 . Os círculos interior e exterior da aproximação das duas-esferas são denotadas por i e o respectivamente. Seus raios R_{min} e R_{max} correspondem à mínima e máxima distância da superfície de alcance da *tag* à ela própria.

em que R_{max} e R_{min} são o máximo e mínimo alcance observado na prática, respectivamente. Como uma condição, R_{min} deve satisfazer $R_{min} \geq \sqrt{(L + \varepsilon)^2 + h^2}$. Deve-se notar que as eqs. (5-13) e (5-15) podem ser consideradas equivalentes uma vez que a eq. (5-15) é determinada da eq. (5-13) ao se fazer $R_0 = (R_{max} + R_{min})/2$ e $K = (R_{max} - R_{min})/2$ nela. Além do mais, a $\Delta(R_{min}, R_{max})$ está relacionado à sua aproximação $\tilde{\Delta}(R_{min}, R_{max})$ conforme segue:

$$\tilde{\Delta}(R_{min}, R_{max}) \geq \Delta(R_{min}, R_{max}), \quad \forall R_{min} \geq \sqrt{(L + \varepsilon)^2 + h^2} \quad (5-16)$$

De igual modo, o ALOT pode ser redefinido se a eq. (5-13) ou eq. (5-15) é considerada para se estimar a . Por exemplo, se a eq. (5-13) é considerada, o ALOT será o R_0 para o qual: $\tilde{\Delta}(R_0, K)$ está definido; $\tilde{\Delta}(R_0, K)$ é minimizado. Em adição, ao invés de uma cálculo analítico da fórmula do ALOT para esta situação, seu valor pode ser calculado numericamente.

Então, as eqs. (5-13) e (5-15) também lidam com problemas como a variação na sensibilidade da *tag* e do leitor com a direção; reflexão de sinais no solo, teto e paredes que produzirão interferência tanto destrutiva quanto construtiva; variação na sensibilidade de leitura entre diferentes modelos; variação no desempenho da *tag* de acordo com seu tempo de uso; variação de alcance devido ao sombreamento de corpos; uma vez que cada um desses problemas irá produzir, à luz dos métodos Cid e MCid, o mesmo efeito: variações no alcance das *tags* RFID. Em outras palavras, variações da superfície de alcance esférica

a uma superfície geral.

Fez-se uma busca por documentos normativos e regulatórios relacionados à tecnologia RFID. Encontrou-se bastante material, especialmente na ISO/IEC (siglas em inglês, *International Organization for Standardization e International Electrotechnical Commission*) (ISO, 2014, 2013). Todavia, este material encontrado refere-se a aplicações outras que não estão relacionadas ao presente trabalho, como por exemplo, o uso do RFID em bibliotecas, mais especificamente tarefas como a circulação e a aquisição de itens.

Neste capítulo, definiu-se e calculou-se o ALOT tanto para a Cid quanto para a MCid. A definição levou em conta a incerteza à luz da . Deste modo, pode-se amparar escolhas feitas à época de aquisição das *tags*, diminuindo a incerteza tanto da Cid quanto da MCid. Além disso, os capítulos 3 e 4 abordaram somente superfícies de alcance esféricas. Aqui, estendeu-se a dedução para o caso geral em que a superfície de alcance deixa de ser esférica e toma uma forma menos regular.

6

Experimento numérico para a IMPD dos métodos Cid e MCid

Neste capítulo desenvolve-se um experimento numérico utilizando as equações deduzidas nos capítulos 3–5 para o cálculo da IMPD dos métodos Cid e MCid e de seus ALOT, respectivamente. Considerando a lacuna da literatura com relação à abordagem mais adequada para efetuar a distribuição de *tags*, na seção 6.1, apresenta-se uma proposta alternativa para posicionamento dos dispositivos em lâmpadas. Na seção 6.2, realiza-se o experimento numérico com base no conceito da , utilizando as metodologias de localização Cid e MCid, para o ambiente urbano. Nesse estudo, implementa-se o posicionamento das *tags* conforme a abordagem proposta na seção 6.1.

Recentemente, a *Federal Communications Commission* (FCC), dos Estados Unidos, estabeleceu novos padrões de qualidade para serviços de rádio móveis para localização de chamadas de emergência em tempo real (Bensky, 2008). Um novo serviço de chamadas de emergência, denominado Enhanced 911 (E911), em sua fase II, obrigou todas as tecnologias *handset-based* a fornecer, em 11 de setembro de 2012, a localização de uma chamada de emergência com incertezas (FCC, 2010): 50 m para 67 % das chamadas; 150 m para 95 % das chamadas. O GPS pode muito bem estar fora de alcance *indoors*. Com relação a regiões urbanas pode ser que também possua uma incerteza pior do que a requerida para o E911 (Do et al., 2007; Prost, 2008), dependendo do ambiente urbano em particular onde a localização ocorre.

O esforço em se atingir os requisitos da FCC e também de fornecer outros serviços baseados em localização (do inglês, *Location based services*, sigla LBS) deu origem à uma variedade de soluções de posicionamento urbano e *indoor*. Algumas alternativas ao GPS são: a identificação de torres de celular, a qual é a mais simples e, ao mesmo tempo, a abordagem de qualidade mais degradada, fornecendo (Bensky, 2008; Groves, 2008) uma incerteza em km; a trilateração celular, que fornece (Bensky, 2008; Groves, 2008) uma incerteza dentro de centenas de metros. Exemplos de soluções mais recentes e certas são baseadas na integração do GPS com outra tecnologia de localização como celular (De

Lorenzo, 2009) e trilateração com TV (Do et al., 2007). Dentre as abordagens apresentadas, as que satisfazem os padrões do E911 são baseadas em GPS. Entretanto, a tecnologia GPS pode não estar disponível *indoors* e também desempenhar mal em regiões urbanas.

Uma vez que *tags* RFID estão complementando códigos de barras (Peterson, 2001; Glover e Batt, 2006) conforme seus preços caem e levando em consideração dificuldades técnicas e o custo de se implantar soluções baseadas na rede (do inglês, *network-based approaches*) (Catuto et al., 2010), busca-se uma solução *handset-based* para o posicionamento urbano e *indoor* baseado unicamente em dispositivos RFID. Na literatura há estudos indicando que pedestres foram localizados em pequenas regiões urbanas de Viena, Áustria, em tempo real usando-se apenas o método Cid (Fu e Retscher, 2009). A incerteza obtida para o ambiente urbano particular considerado foi determinada pelo modelo que a iguala ao máximo alcance ou tamanho da célula que no caso é de cerca de 20 m (Fu e Retscher, 2009), o que satisfaz os padrões da FCC para o E911. Dentro de áreas *indoor*, se *Received Signal Strength Indications* (RSSI) são usadas, incertezas dentro de poucos metros podem ser obtidas (Fu e Retscher, 2009; Retscher e Fu, 2009). RSSI fornecem um valor correspondente à intensidade do sinal lido pelo leitor e assim, em geral, uma *tag* mais próxima fornecerá um valor maior e uma mais distante um valor menor.

Até esta data, o modo em que as *tags* devem ser distribuídas ao longo de regiões urbanas e *indoor* não foi ainda levado em consideração ou discutido na literatura. Além do mais, apesar de boas incertezas já obtidas (Fu e Retscher, 2009; Retscher e Fu, 2009), a distribuição das *tags* se torna um problema quando se trata da implementação desta abordagem em ambientes maiores e mais complicados que demandam muito mais *tags*, tal como todas as regiões urbanas de uma grande cidade, incluindo suas áreas *indoor*. Afinal, como *tags* ativas foram usadas em Fu e Retscher (2009); Retscher e Fu (2009), as quais estão atualmente entre as mais caras e requerem baterias para funcionar, alguns problemas surgem. Digno de nota, atualmente, *tags* passivas não podem ser usadas para posicionamento, especialmente *outdoor*, devido ao seu alcance limitado. Essa é a razão pela qual outros autores e o presente trabalho focam-se em *tags* ativas. Ao se usar *tags* ativas deve-se considerar o seguinte:

- a instalação de cada uma das *tags* em ambientes urbanos e *indoor* antes da implementação do sistema de localização;
- a substituição periódica das baterias das *tags*, pois devem estar sempre transmitindo seus sinais (neste trabalho, isto não significa que sua latência é zero, mas sim, que elas não devem ser desligadas), uma vez

que o objetivo é localizar chamadas de emergência em tempo real (a transmissão “contínua” diminui a vida das baterias das *tags*);

- a substituição periódica das *tags* devido ao seu envelhecimento;
- a determinação das coordenadas de cada *tag* antes da implementação do sistema de localização.

Devido ao grande número de *tags* requeridas para implementação, tratar destes problemas toma tempo e eleva custos.

Uma vez que há inúmeras maneiras de se distribuir as *tags*, vem à luz uma questão fundamental: como distribuir as *tags* por meio de ambientes urbanos e *indoor*, de modo a tratar de tantos desses problemas quanto possível, e utilizando-se o menor número de *tags* possível e ainda assim satisfazer os padrões de qualidade do E911?

6.1

Metodologia para distribuição de *tags* e sua implementação

Nesta seção propõe-se uma abordagem para realizar a distribuição das *tags* RFID em áreas urbanas e *indoor*, que atenda aos requisitos exigidos pelo FCC para o E911.

O método proposto caracteriza-se pelos seguintes aspectos:

- em áreas urbanas, *tags* RFID são agregadas às lâmpadas dos pontos de iluminação pública (como postes de luz) das ruas urbanas, ou aos postes;
- em áreas *indoor* a abordagem é similar, exceto pelo fato de que as *tags* RFID serão agregadas às lâmpadas do teto ou diretamente ao teto.

Devido à grande densidade de *tags* RFID na abordagem *indoor* —as lâmpadas estão mais próximas umas das outras— sua incerteza será melhor do que a da abordagem urbana. Para referência, o usuário leva consigo um leitor RFID e leituras da RSSI não são usadas como dados de entrada, mesmo que o leitor RFID seja capaz de determiná-las (a inclusão de leituras RSSI não é feita no presente momento pois visa-se a consideração de métodos tão simples quanto possível); um dos métodos Cid ou MCid é utilizado para se estimar a posição do usuário em tempo real.

A implementação desta abordagem ocorre de acordo com os passos seguintes: estabelecendo-se o conjunto de lâmpadas a se usar (e.g., todas as lâmpadas ou metade das lâmpadas); determinando-se as posições de cada lâmpada pertencente a este conjunto (e.g., usando-se estações totais para se calcular suas coordenadas pela medição de ângulos e distâncias para outdoors

e usando-se as plantas das edificações para *indoors*); agregando-se uma *tag* RFID à cada lâmpada (ou, alternativamente, aos postes e aos tetos das regiões *indoor*) deste conjunto. Se as *tags* não são capazes de enviar suas próprias coordenadas através de seus sinais mas unicamente suas identidades, então dois passos adicionais são necessários: criar uma base de dados que associa um conjunto de coordenadas (e.g., latitude, longitude e altura) à única identidade de cada *tag*; embutir esta base de dados no *software* de posicionamento do sistema de localização do usuário, o qual é baseado no método Cid padrão ou o MCid proposto neste trabalho e compreende o leitor e uma unidade de processamento. Por exemplo, a unidade de processamento pode ser um *laptop* ao qual o leitor RFID é conectado através de uma porta serial/RS232 ou USB —na abordagem proposta, sem perda de generalidade, considera-se que o usuário carrega o *laptop* com um leitor RFID conectado a ele.

Deste modo, enquanto o usuário caminha pelas ruas e ambientes *indoor*, sua posição é simplesmente calculada a partir das coordenadas das *tags* (as *tags* estarão transmitindo seu sinal em todo o tempo, no qual suas identidades únicas estão embutidas) em sua vizinhança. A posição do usuário é estimada igualando-se suas coordenadas àquelas da última *tag* detectada ou à média aritmética das coordenadas das duas últimas *tags* detectadas (após ler as identidades únicas das *tags*, suas coordenadas são obtidas da base de dados construída e embutida na unidade de processamento de antemão), independentemente do número de *tags* sendo detectadas neste exato momento —tão logo o leitor RFID do usuário tenha detectado pelo menos uma *tag* ao longo do tempo. Adicionalmente, uma substituição periódica das baterias das *tags* e, provavelmente, das próprias *tags* é requerida, em princípio, para lidar com o tempo de vida limitado das baterias e com a variação no desempenho das *tags* na medida em que envelhecem.

Se há dois ou mais alcances possíveis para as *tags* RFID a serem empregadas, então as fórmulas para o a IMPD e o ALOT apresentadas no capítulo 5, seções 5.1 e 5.3, podem ser usadas para se decidir qual deve ser adotada para este sistema de posicionamento. As fórmulas da IMPD são também uma ferramenta para definir o conjunto de lâmpadas às quais as *tags* devem ser agregadas —isto é ilustrado por meio de um experimento numérico descrito na seção 6.2 deste capítulo— e para lidar com a determinação das coordenadas das *tags*. Nestas fórmulas, a qualidade de um método de levantamento é representada por ε —a incerteza da localização de cada *tag*. Da qualidade boa ou ruim de um método segue um menor ou maior ε , respectivamente. Por exemplo, se forem utilizadas estações totais a incerteza

estará na faixa de centímetros ou menos, se considerado o GPS de navegação, esta incerteza estará na faixa dos 8 m a 10 m. Deste modo, a IMPD da estimativa da posição do usuário pode ser conhecida antes do levantamento das coordenadas das *tags*. Assim, o melhor método de levantamento pode ser selecionado baseado em critérios de custo-benefício antes do levantamento propriamente dito. A qualidade requerida para localização das *tags* depende da aplicação específica, podendo-se utilizar métodos de baixo custo, por exemplo, em situações nas quais o posicionamento se realiza em regiões urbanas menos habitadas.

Algumas justificativas para se escolherem as lâmpadas e tetos como lugar para se colocarem as *tags* RFID são apresentadas a seguir.

- As lâmpadas estão regularmente distribuídas ao longo de ruas urbanas e ambientes *indoor* e a distância entre pontos de iluminação pública consecutivos pode possuir um valor regulado. Por exemplo, no estado brasileiro de São Paulo esta distância é estabelecida pela AES Eletropaulo (Santos, 2008) —o fornecedor de energia elétrica para São Paulo— como 35 m;
- a diferença de nível entre as *tags* RFID e o leitor RFID do usuário diminui os efeitos da NLOS. De fato, a Eletropaulo (Santos, 2008) estabelece, para as alturas dos postes de luz, um valor entre 10 m e 12 m e para ambientes *indoor*, seus tetos estão num nível superior ao de seus habitantes;
- o fornecimento de energia às lâmpadas pode também ser usado pelas *tags* RFID como sua principal fonte de energia, permitindo alcances superiores, menores latências ou mesmo uma transmissão contínua e dispensando o uso de baterias;
- A instalação das *tags* e sua substituição periódica pode ser feita em conjunto com a substituição periódica de lâmpadas;
- os preços dos dispositivos RFID vêm se reduzindo ao longo do tempo, o que facilita seu uso em larga escala, como na implementação da abordagem proposta.

Além do mais, comparado ao GPS, o RFID não requer tecnologias avançadas e possui implementação mais simples, dado que o GPS é baseado (Bensky, 2008; Groves, 2008) numa constelação particular de satélites artificiais e em estimativas de tempo precisas, usando relógios atômicos. Entretanto, a abordagem proposta não é global como o GPS mas local, necessitando ser configurada num ambiente previamente preparado.

6.2

Experimento numérico e análise comparativa de desempenho da IMPD para Cid e MCid aplicado à localização cartográfica

Utilizando-se a abordagem proposta na seção 6.1, aplicou-se o conceito da IMPD a dois cenários baseados no espaço urbano de São Paulo:

- no primeiro cenário, todos os pontos de iluminação pública são fixados com RFID;
- no segundo cenário, os pontos de iluminação pública são alternadamente fixados com *tags* RFID, ou seja, não há dois pontos de iluminação pública consecutivos com *tags* RFID agregadas e não há três pontos de iluminação pública consecutivos sem *tags* RFID agregadas.

Assume-se que a distância entre postes de luz consecutivos é de 35 m, a largura das ruas urbanas (incluindo ambas as calçadas) é 25 m, as alturas dos postes de luz é de 12 m e o alcance das *tags* RFID usadas é o ótimo, ou seja aquele que minimiza a incerteza dada pela . Com base na dinâmica dos ambientes urbanos com seu grande número de veículos, pessoas, edificações e, em alguns casos árvores, considera-se que o alcance, R , das *tags* RFID não é constante. Ao invés disso, assume-se que o mesmo pode variar 20 m em magnitude. Em outras palavras, os alcances pertencem ao seguinte intervalo: $R - 20 \leq R \leq R + 20$ —digno de nota, a amplitude das variações de alcance é na verdade de 40 m. Sob estas hipóteses, a IMPD dos métodos Cid e MCid foi calculada com as fórmulas deduzidas nos capítulos 3 e 4. Para situações em que variações de alcance foram consideradas, a IMPD correspondente foi calculada pela eq. (5-13), introduzida no capítulo 5. Considerando que o alcance é sempre maior que $L + \varepsilon$, a é calculada considerando-se uma amplitude de variações de alcance igual a 40 m, i.e $R_{max} - R_{min} = 40$ m. Deste modo, a IMPD correspondente pode ser calculada pela eq. (5-15).

Os resultados estão apresentados nas Tabelas 6.1, 6.2 e 6.3. Nelas, B é o espaçamento entre *tags*; ε é a incerteza envolvida na medição das coordenadas de cada *tag*; R_{Cid} e R_{MCid} são os ALOT para os métodos Cid e MCid, respectivamente; Δ_{Cid} e Δ_{MCid} são a IMPD dos métodos Cid e MCid, respectivamente; e $\tilde{\Delta}_{Cid}$ e $\tilde{\Delta}_{MCid}$ são uma estimativa para a IMPD dos métodos Cid e MCid no caso em que há variações de alcance. Primeiramente, considera-se a determinação da IMPD com alcance esférico e posteriormente incorpora-se variações de alcance de acordo com dois modelos: alcance máximo e alcance mínimo; variações em torno de um alcance nominal. As Tabelas 6.1 e 6.2 correspondem a um modelo de variações de alcance em torno de um alcance

nominal que neste caso é justamente o ALOT para o caso de alcance esférico. A Tabela 6.3 corresponde a um modelo de variação de alcance que considera alcances dentro de uma faixa abrangendo um alcance máximo e um mínimo, onde o mínimo é o menor valor possível e o máximo é escolhido de tal forma que a amplitude de variação de alcance seja de 40 m. A Tabela 6.3 abrange tanto o método Cid quanto o MCid.

Para a construção das Tabelas 6.1, 6.2 e 6.3 considerou-se a distância entre *tags* consecutivas como sendo aquela entre os postes em São Paulo (35 m) ou o dobro desta para o caso em que as *tags* são agregadas alternadamente aos postes. A qualidade do levantamento das coordenadas das *tags* (ε) foi considerada como variando de 0 a 10 m. O caso $\varepsilon = 0$ não foi incluído mas apenas os valores dentro do intervalo correspondentes a $\varepsilon = 2, 5$ ou 10 m; onde menor ou igual a 2 m seria uma incerteza aproximando-se à obtida por GPS RTK (*Real-time kinematic*) ou mesmo estações totais e o caso extremo de 10 m a simples utilização de um receptor GPS de navegação ou outros métodos. A largura das vias foi tomada como sendo 25 m, com $L = 20$ m e $l_0 = 5$ m. Esta largura foi escolhida tendo em vista uma análise do pior dos casos. A altura das *tags* em relação ao solo foi tomada como sendo a dos postes, ou seja cerca de 12 m. Com esses valores, consideram-se as seguintes possibilidades para o alcance:

- Alcance constante (modelo esférico), Tabelas 6.1 e 6.2;
- Alcance variando em torno de um valor médio, Tabelas 6.1 e 6.2, onde a variação do valor médio pode ser de $K = 10$ m ou $K = 20$ m;
- Alcance variando de um valor mínimo a um valor máximo, Tabela 6.3, onde o valor mínimo é $r_{min} = L + \varepsilon$ ($r_{min} = \sqrt{R_{min}^2 - h^2}$) e o máximo é $R_{max} = R_{min} + 40$ m.

Determina-se a IMPD para as três situações de alcance e verifica-se em qual delas a IMPD é inferior aos 50 m estabelecidos pela FCC para o E911.

Deve-se notar que mesmo com 40 m de variação na magnitude dos alcances das *tags* RFID utilizadas, os padrões do E911 podem ser atendidos com a MCid, uma vez que uma IMPD menor que 50 m significa que a incerteza é menor que 50 m em 100 % do tempo (i.e., a Probabilidade de Abrangência é de 100 %). Para a maioria das situações consideradas neste experimento numérico, o método MCid forneceu resultados mais certos que a Cid. Além do mais, se os requisitos do E911 devem ser atingidos à luz de variações de alcance, as fórmulas fornecem a qualidade requerida no conhecimento das coordenadas das *tags*. Para São Paulo, não deve ser pior que 2 m, pois, quando

esta incerteza aumenta, a mesma propaga-se de modo não aceitável ao superar o limite estabelecido pela FCC.

Neste capítulo, apresentou-se uma alternativa de posicionamento. Busca-se cobrir a lacuna da literatura referente ao modo com que as *tags* devem ser distribuídas. Propôs-se uma abordagem de *tags*-em-lâmpadas e estudou-se seu desempenho por meio de um experimento numérico utilizando-se as equações dos capítulos 3, 4 e 5. Pode-se verificar a vantagem da extensa dedução presente nesses capítulos: simplificar o experimento numérico uma vez que as fórmulas fornecem diretamente o valor da incerteza. Nota-se que com a Cid, os padrões do E911 só são atendidos para o caso de alcance esférico. Quando variações de alcance são consideradas, apenas por meio da MCid a exigência de incerteza para o E911 é atendida.

Tabela 6.1: **IMPD e ALOT obtido para o método Cid.** IMPD (Δ) e ALOT (R) do método Cell-ID para $B = 35\text{ m}$ e $B = 70\text{ m}$, em que B é a distância entre *tags* RFID consecutivas e variações máximas de $K = 10\text{ m}$, 20 m são admitidas para as magnitudes do alcance das *tags* à luz da eq. (5-13), sendo a estimativa correspondente dada por $\tilde{\Delta}$. Os resultados estão em metros, sendo $h = 12\text{ m}$, $L = 20\text{ m}$, $l_0 = 5\text{ m}$. Campos marcados com # são aqueles para os quais há pelo menos um alcance $r = \sqrt{R^2 - h^2}$ para o qual $r \geq L + \varepsilon$ não é satisfeito.

$\varepsilon(\text{m})$	$B(\text{m})$	$R(\text{m})$	$\Delta(\text{m})$	$\tilde{\Delta}(10\text{m})(\text{m})$	$\tilde{\Delta}(20\text{m})(\text{m})$
2	35	29,2	28,7	#	#
5	35	29,8	32,2	#	#
10	35	32,3	40,0	#	#
2	70	42,1	42,3	54,6	#
5	70	42,2	45,4	58,8	#
10	70	42,5	50,7	70,2	#

Tabela 6.2: **IMPD e ALOT para o método MCid.** IMPD (Δ) e ALOT (R) do método MCid para $B = 35\text{ m}$ e $B = 70\text{ m}$, em que B é a distância entre *tags* RFID consecutivas e variações máximas de $K = 10\text{ m}$, 20 m são admitidas na magnitude do alcance das *tags* à luz da eq. (5-13), sendo a estimativa correspondente dada por $\tilde{\Delta}$. Os resultados estão em metros, sendo $h = 12\text{ m}$, $L = 20\text{ m}$, $l_0 = 5\text{ m}$. Campos marcados com # são aqueles para os quais há ao menos um alcance $r = \sqrt{R^2 - h^2}$ para o qual $r \geq L + \varepsilon$ não é satisfeita.

$\varepsilon(\text{m})$	$B(\text{m})$	$R(\text{m})$	$\Delta(\text{m})$	$\tilde{\Delta}(10\text{m})(\text{m})$	$\tilde{\Delta}(20\text{m})(\text{m})$
2	35	35,1	23,0	38,6	#
5	35	35,3	25,0	#	#
10	35	42,5	35,3	52,8	#
2	70	57,5	28,0	36,8	47,6
5	70	57,5	30,4	39,7	51,0
10	70	57,6	34,6	60,3	60,3

Tabela 6.3: **IMPD e ALOT para os métodos Cid e MCid considerando um alcance máximo.** IMPD e ALOT dos métodos Cell-ID e Cell-ID média para $B = 35\text{ m}$ e $B = 70\text{ m}$, em que B é a distância entre *tags* RFID consecutivas e a amplitude das variações de alcance é $R_{max} - R_{min} = 40\text{ m}$, à luz da eq. (5-15). Os resultados estão em metros e $h = 12\text{ m}$, $L = 20\text{ m}$, $l_0 = 5\text{ m}$. $r \geq L + \varepsilon$, com $r = \sqrt{R^2 - h^2}$, é sempre satisfeita pois corresponde ao r_{min} .

$\varepsilon(\text{m})$	$B(\text{m})$	$R_{max}(\text{m})$	$\tilde{\Delta}_{Cid}(\text{m})$	$\tilde{\Delta}_{MCid}(\text{m})$
2	35	65,1	64,0	47,7
5	35	67,7	70,0	53,5
10	35	72,3	80,0	63,2
2	70	65,1	72,8	72,8
5	70	67,7	72,8	72,8
10	70	72,3	80,0	72,8

7

Modelagem das incertezas dos métodos Vizinho mais Próximo e Trilateração

7.1

Modelagem da incerteza do método Vizinho mais Próximo

O método do Vizinho mais Próximo (VMP) pode vir a ser melhor que a Cid, mas, em contrapartida, requer um ambiente previamente preparado. No caso, como o nome indica, determinam-se as distâncias do usuário a pontos de referência próximos. O valor do mensurando será igual às coordenadas do ponto de referência mais próximo, ou VMP.

Para implementação empregando dispositivos RFID, será necessário um leitor que seja capaz de determinar também a intensidade do sinal recebido de uma dada *tag* (RSSI). Em geral, num espaço aberto, *tags* mais próximas fornecerão leituras de RSSI maiores ao passo que *tags* mais distantes fornecerão leituras de RSSI menores. Para ambientes com obstáculos, pode ocorrer variações na leitura de RSSI. Portanto, um procedimento para se determinar o VMP seria o de se construir uma base de dados previamente à implementação. Determina-se a RSSI fornecida por cada *tag* detectada pelo leitor num dado ponto do ambiente onde a localização tomará lugar. Repete-se o procedimento para um número suficiente de pontos que venha a cobrir o ambiente onde se encontrará o usuário. Deste modo, tem-se uma alternativa como o VMP mas que demanda mais esforço, pois o VMP pode ser determinado quando o usuário se encontrar no ambiente a partir da comparação das leituras de RSSI de seu leitor com os valores previamente catalogados na base de dados (Choi & Jang, 2017).

Neste capítulo não se considera mais que o usuário está num corredor infinito S e considera-se que as *tags*, as quais estão agregadas aos pontos de referência do ambiente onde a medição do mensurando toma lugar, estão distribuídas com uma geometria geral e não necessariamente ao longo de uma reta conforme suposto para a construção dos modelos para a incerteza da Cid e MCid. Desta forma, a IMPD do método VMP pode ser determinada

graficamente a partir da construção do diagrama de Voronoi dos pontos de referência. O diagrama de Voronoi é o conjunto de regiões que consistem dos pontos que estão mais próximos das sementes que são os elementos do conjunto cujo diagrama de Voronoi se deseja construir. Agora, se for levada em consideração a incerteza das coordenadas de cada ponto de referência, as sementes seriam os círculos centrados na posição estimada de cada ponto de referência ou *tag* e cujo raio é igual à IMPD dessa estimativa. Em outras palavras, a IMPD do método VMP pode ser determinada a partir da construção do diagrama de Voronoi dos círculos que compreendem a localização das *tags*. Tal diagrama pode ser construído segundo algoritmo presente em Jin et al. (2006).

Para o caso geral não haveria fórmula fechada como no caso da Cid-MCid. Teria-se que desenvolver um programa computacional para se determinar a IMPD numericamente. Destaca-se que a metodologia proposta para se determinar a IMPD do VMP pode ser usada para, novamente, se determinar de antemão a incerteza a ser obtida quando da implementação do referido método.

7.2

Modelagem da incerteza do método Trilateração

A Trilateração (3L) é um método de localização consideravelmente mais exato que a Cid, MCid ou VMP. Um exemplo disso é o GPS, o qual pode ser visto como uma forma de trilateração. O princípio é o seguinte: mede-se a distância do usuário a um ponto de referência (ponto cujas coordenadas foram estimadas previamente), com essa distância, pode-se dizer que o usuário encontra-se em algum lugar da circunferência centrada no ponto de referência e de raio igual à distância medida (trata-se do *locus*). Para determinar a posição do usuário mede-se a distância dele a outro ponto de referência, o que gerará uma nova circunferência correspondendo aos pontos possíveis para a localização do usuário. Tendo-se 2 circunferências, o usuário encontrar-se-á na interseção delas. Mas, nota-se que há 2 pontos de interseção entre 2 circunferências geralmente, portanto, mede-se a distância a um terceiro ponto de referência, ou até mesmo um quarto, um quinto, e assim por diante. O valor do mensurando será estimado pelo método dos mínimos quadrados caso use-se as distâncias a 3 ou mais pontos de referência. Isso, considerando-se que o usuário encontra-se num plano. Para o caso geral em que se precisa determinar as 3 coordenadas do usuário necessita-se de ao menos 3 pontos de referência e o valor do mensurando é estimado pela interseção das esferas centradas em cada

ponto de referência e de raio igual à distância usuário-ponto-de-referência. O caso do GPS é análogo, a única diferença é que deve-se considerar uma quarta incógnita que é a correção de tempo devido a medição menos exata de tempo do relógio do receptor GPS comparado com o relógio do satélite considerado. No caso do GPS necessita-se portanto de 4 satélites no mínimo para se medir o mensurando, embora em muitos casos haja mais do que 4 satélites, o que pode ser usado para diminuir a incerteza da medição do mensurando.

Para implementar a 3L usando-se dispositivos RFID, considera-se que serão usadas as intensidades do sinal recebidas pelo leitor RFID (RSSI), supondo logicamente que o usuário equipa um leitor RFID capaz de determinar a RSSI para cada *tag* detectada. Deste modo, analogamente ao VMP, *tags* mais próximas fornecerão RSSI maiores e *tags* mais distantes fornecerão RSSI menores. Agora, a diferença em relação ao VMP é que no caso da 3L utiliza-se a RSSI para se estimar a distância do leitor à *tag* correspondente de modo a obter-se ao menos 2 circunferências que delimitem a localização do usuário (considerando-se localização plana).

Para se estimar a distância *tag*-leitor usando-se a RSSI necessita-se determinar uma função que associe a cada RSSI uma distância, de modo que a distância varie de acordo com a RSSI. Isso precisará ser feito previamente e geralmente pelo método dos mínimos quadrados ao se medir a RSSI para um número satisfatório de pontos e localizados a distâncias variadas da *tag*.

O valor do mensurando $\mathbf{X}$ é medido pela 3L usando-se a distância a N pontos de referência d_i , $i \leq N$, $N \geq 2$ considerando que o usuário encontra-se num plano (o caso em 3 dimensões é análogo), e as coordenadas dos N pontos de referência considerados x_i , y_i , $i \leq N$. Considerando que a IMPD da medição de distâncias é dada por δ_i , $i \leq N$, tem-se que:

$$\mathbf{X} = (x, y), \text{ onde } \begin{cases} \left| \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} - d_1 \right| \leq \delta_1 \\ \vdots \\ \left| \sqrt{(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2} - d_N \right| \leq \delta_N \end{cases} \quad (7-1)$$

Fazendo $D_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} - d_i$, $i \leq N$, tem-se que a IMPD da medição de $\mathbf{X}$ é aquela que maximiza a soma dos quadrados dos resíduos D_i . Elevando ao quadrado cada desigualdade presente na eq. (7-1) e somando tem-se:

$$D_1^2 + \dots + D_N^2 \leq \delta_1^2 + \dots + \delta_N^2 \Rightarrow$$

$$\sqrt{D_1^2 + \dots + D_N^2} \leq \sqrt{\delta_1^2 + \dots + \delta_N^2}$$

então $\sqrt{D_1^2 + \dots + D_N^2}$ é maximizada caso:

$$\sqrt{D_1^2 + \dots + D_N^2} = \sqrt{\delta_1^2 + \dots + \delta_N^2}$$

Portanto:

$$\sqrt{\delta_1^2 + \dots + \delta_N^2} - \sqrt{D_1^2 + \dots + D_N^2} = 0$$

multiplicando por $\sqrt{\delta_1^2 + \dots + \delta_N^2} + \sqrt{D_1^2 + \dots + D_N^2}$ tem-se

$$(\delta_1^2 - D_1^2) + \dots + (\delta_N^2 - D_N^2) = 0$$

de tal forma que o máximo ocorre quando:

$$D_n = \pm \delta_n, \quad \forall n \leq N \quad (7-2)$$

Portanto, a IMPD da 3L é dada por:

$$\Delta_{3L} = \max \{ \|\mathbf{X}_0 \mathbf{X}(\delta)\| \}, \quad \delta = (D_1, \dots, D_N), D_n = \pm \delta_n, \quad \forall n \leq N \quad (7-3)$$

$$\mathbf{X}(\delta) = (x, y), \quad \text{onde} \begin{cases} \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} - d_1 = D_1 \\ \vdots \\ \sqrt{(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2} - d_N = D_N \end{cases} \quad (7-4)$$

$$\mathbf{X}_0 = (x_0, y_0), \quad \text{onde} \begin{cases} \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} = d_1 \\ \vdots \\ \sqrt{(x_0 - x_N)^2 + (y_0 - y_N)^2} = d_N \end{cases} \quad (7-5)$$

onde considera-se que $\mathbf{X}$ e $\mathbf{X}_0$ são determinados pelo método dos mínimos quadrados.

8

Simulação numérica da incerteza pelo Método de Monte Carlo

Uma alternativa para se modelar a propagação de incertezas é a de realizar-se uma simulação numérica pelo método de Monte Carlo (MMC). Afinal, trata-se neste trabalho da determinação de mais de 1 grandeza de saída. Neste capítulo, considera-se a determinação das 2 coordenadas planas de um ponto onde localiza-se um leitor RFID. Além disso, uma implementação do MMC serve para se comparar com a determinação da incerteza conforme dada pela IMPD.

A partir das distribuições das grandezas de entrada, geram-se valores para o mensurando numericamente, e dos valores gerados determina-se a distribuição do mensurando e, assim, pode-se obter a correspondente incerteza de medição.

Ao longo deste capítulo será mostrada a aplicação do MMC aos métodos abordados neste trabalho, i.e. Cid, MCid, VMP e 3L.

8.1

O MMC aplicado à Cid

Neste caso, tem-se que o mensurando terá valor igual ao da localização da última *tag* detectada considerando-se longos períodos de tempo em que o usuário permanece dentro de uma mesma célula.

Portanto, assumindo-se distribuição uniforme para as grandezas de entrada (as coordenadas da última *tag* detectada), seja qual for o conjunto de valores considerados para as grandezas de entrada, o conjunto de valores atribuídos para o mensurando será idêntico. Neste caso, a incerteza da medição do mensurando será a mesma da grandeza de entrada. A incerteza da grandeza de entrada pode ser tão baixa quanto 2 m ou ainda menos. Todavia, mostrou-se no capítulo 6, Tabelas 6.1 e 6.3, que a incerteza da Cid é muito superior a 2 m, o que leva a conclusão de que, assim como a lei de propagação de incertezas, o MMC não é adequado para determinar a incerteza da Cid.

8.2

O MMC aplicado à MCid e ao VMP

No caso dos métodos MCid e VMP tem-se o mesmo problema da Cid. Caso o usuário permaneça movendo-se dentro de uma mesma célula sua localização estimada permanecerá constante e igual às coordenadas de um ponto fixo ao qual uma *tag* foi acoplada. Assumindo-se distribuição uniforme para a grandeza de entrada tem-se que o conjunto de valores gerado pelo MMC para o mensurando será idêntico ao da grandeza de entrada e, portanto, idêntica seria também a incerteza de medição. O MMC estimaria uma incerteza com um valor que pode ser próximo a 2 m ou ainda menor quando na verdade sabe-se que tanto a MCid quanto o VMP possuem incertezas longe deste valor.

Assim, considera-se que, analogamente ao que ocorre com a Cid, o MMC não é adequado para determinar a incerteza da medição da localização do usuário pelos métodos MCid e VMP.

8.3

Motivo do MMC não ser adequado para a Cid, MCid e VMP

Acredita-se que o MMC não é adequado para determinar a incerteza de medição pelos métodos Cid, MCid e VMP, pois em todos os 3 métodos, uma ou mais grandezas de entrada são desconsideradas. Em todos os 3 métodos considera-se que o mensurando é uma função apenas da localização de pontos fixos próximos. No entanto, sabe-se que para se determinar a localização do usuário, necessita-se de outras grandezas, como por exemplo, a distância do usuário aos pontos fixos de sua vizinhança (destaca-se que as grandezas de entrada desconsideradas não são medidas devido, geralmente, a uma limitação de métodos de medição disponíveis, e.g. impossibilidade de se medir distâncias com leitores RFID de entrada).

Assim, essa limitação dos modelos Cid, MCid e VMP afeta a determinação da incerteza de medição pelo MMC.

8.4

O MMC aplicado à 3L

No método da Trilateração, as grandezas de entrada consideradas estabelecem o mensurando como uma função delas (i.e. coordenadas das *tags* e distâncias *tag*-leitor), de modo que não há desconsideração de grandezas de entrada como ocorre com a Cid, MCid e VMP. Portanto, o MMC parece ser mais promissor para o método 3L. O Quadro 8.1 mostra as grandezas de entrada necessárias para determinação exata do mensurando e aquelas que estão

		cd. 1	cd. 2	dt. 1	dt. 2	dir. 1	dir. 2
Cid	NEC.						
	DESC.						
MCid	NEC.						
	DESC.						
VMP	NEC.						
	DESC.						
3L	NEC.						
	DESC.						

Quadro 8.1: **Grandezas necessárias para se determinar com exatidão o mensurando (representadas abaixo por “NEC.”) e as respectivas grandezas desconsideradas (representadas abaixo por “DESC.”) para cada um dos métodos abordados neste trabalho (Cid, MCid, VMP e 3L). “cd. 1” e “cd. 2” representam as coordenadas, respectivamente, de 2 pontos de referência denotados por 1 e 2. “dt. 1” e “dt. 2” significam distância aos pontos de referência 1 e 2 respectivamente. “dir. 1” e “dir. 2” significam direção em relação aos pontos de referência 1 e 2 respectivamente (i.e., a orientação em relação à esses pontos de referência).**

sendo desconsideradas em cada um dos métodos abordados neste trabalho. Essa Tabela visa mostrar o motivo do MMC ser aplicável à 3L. O leitor deve notar que a 3L é o único dos métodos cuja linha de grandezas desconsideradas (a última do Quadro 8.1) está em branco.

Para o método 3L, o mensurando é função das coordenadas de pontos fixos próximos e das distâncias do usuário a cada um desses pontos. Assim, para aplicar o MMC, primeiro considera-se distribuição uniforme para as grandezas de entrada. Em seguida, considera-se um conjunto de valores para as distâncias *tag*-usuário com base na incerteza da medição desta grandeza. Assim, se d_i é o valor estimado para a distância e ε_i é sua incerteza considerando uma abrangência desejada, gera-se, para cada ponto fixo, um conjunto de valores particionando-se o intervalo que vai de $d_i - \varepsilon_i$ até $d_i + \varepsilon_i$ de maneira uniforme, i.e gera-se o conjunto aleatoriamente mas considerando-se uma distribuição uniforme.

Nesta seção, considera-se o emprego da 3L baseado em 2 pontos fixos. Assim, o conjunto de valores gerado pelo MMC para o mensurando será o obtido pela aplicação da 3L a cada um dos pares de pontos dados pela geração aleatória com base numa distribuição uniforme. Com os valores gerados, o próximo passo é construir o histograma relacionado. Nota-se que o histograma neste caso terá 3 dimensões. A partir do histograma pode-se determinar

parâmetros estatísticos de interesse, como a esperança e a variância. Além disso, a construção do histograma é relevante por ser uma maneira de se determinar a distribuição do mensurando. Como supõe-se que os dados de entrada estão uniformemente distribuídos, caso o mensurando também o seja, o histograma deve ter uma forma de caixa, ou cubo.

8.4.1

Experimento numérico de comparação entre a IMPD e o MMC

A seguir apresentam-se os resultados relativos ao experimento numérico proposto que objetiva comparar o desempenho da IMPD proposta neste trabalho com um método consagrado na literatura, no caso o MMC (BIPM, 2008b).

Primeiramente, os intervalos dos dados de entrada (as distâncias a cada um dos dois pontos fixos) são particionados aleatoriamente segundo uma distribuição uniforme. Em seguida aplica-se a 3L a cada um dos pares de distâncias geradas aleatoriamente. A região correspondente à aplicação da 3L aos dados de entrada (gerados aleatoriamente a partir da distribuição uniforme) encontra-se na figura 8.1.

Com os valores da região gerada pela aplicação repetida da 3L, gera-se o histograma correspondente. Neste caso, o histograma é tri-dimensional uma vez que o mensurando é bi-dimensional (consideram-se coordenadas planas). O histograma gerado encontra-se na figura 8.2.

Nota-se que pelo histograma pode-se deduzir que o mensurando obedece uma distribuição que pode ser aproximada por uma uniforme. Isso será útil para se determinar uma probabilidade de abrangência associada à simulação

Figura 8.1: Região gerada pela aplicação da 3L aos dados de entrada uniformes da simulação de Monte Carlo.

Figura 8.2: **Frequências relativas à aplicação da 3L aos dados de entrada da simulação de Monte Carlo (dados de entrada uniformes).**

de Monte Carlo.

Antes de apresentar os resultados da simulação, adiciona-se que também se efetuou uma simulação pelo MMC considerando uma distribuição normal. Geraram-se dados de entrada aleatoriamente segundo uma distribuição Gaussiana e fez-se a simulação de Monte Carlo que resultou nos pontos ilustrados na figura 8.3. Posteriormente, gerou-se o histograma dos dados de saída, o qual se encontra na figura 8.4. Nota-se que pode-se determinar analogamente ao que foi feito quando considerou-se uma distribuição uniforme dos dados de entrada, um intervalo de abrangência, pois, pelo histograma (figura 8.4), conclui-se que o mensurando obedece agora uma distribuição que pode ser considerada aproximadamente normal bivariada.

A Tabela 8.1 mostra os parâmetros estatísticos associados à distribuição do mensurando e também os parâmetros relacionados à aplicação da . A Tabela 8.1 fornece os resultados do experimento numérico proposto. Observa-se que para uma probabilidade de abrangência de 95%, que é inferior ao que se obtém com a , os valores obtidos com o MMC são próximos aos da . Além disso, como dito, a 3L considera todas as grandezas de entrada e, portanto, é possível determinar sua incerteza não apenas pelo MMC, mas também pela lei de propagação de incertezas (LPI). Sendo assim, determinou-se a incerteza da 3L também pela LPI e os resultados encontram-se também na Tabela 8.1. Nota-

Figura 8.3: Região gerada pela aplicação da 3L aos dados de entrada Gaussianos da simulação de Monte Carlo.

Figura 8.4: Frequências relativas à aplicação da 3L aos dados de entrada da simulação de Monte Carlo (dados de entrada normais).

Tabela 8.1: Estatísticas do MMC e da IMPD, onde RRA é o raio da região de abrangência considerando uma probabilidade de 95% para o MMC e bem próxima a 100% para a IMPD. MMC-U e MMC-G denotam a implementação do MMC considerando distribuições uniforme e Gaussiana, respectivamente. Inclui-se também os resultados relativos à determinação da incerteza pela LPI considerando-se uma Probabilidade de Abrangência de 95%.

	MMC-U (m)	MMC-G (m)	LPI (m)	(m)
μ_X	12,89	12,88	12,87	12,87
μ_Y	15,19	15,24	15,31	15,31
σ_X	1,62	1,26	1,25	#
σ_Y	1,91	1,48	1,45	#
RRA_X	2,68	2,82	2,80	#
RRA_Y	3,15	3,32	3,25	#
RRA	4,14	4,36	4,30	5,39

se que a IMPD forneceu valor próximo e pouco superior às outras abordagens, o que é vantajoso pois a IMPD fornece uma Probabilidade de Abrangência mais próxima aos 100%.

9

Discussão e conclusões

9.1

Discussão

Neste trabalho desenvolveu-se um modelo de propagação de incertezas determinístico e analítico para os métodos de posicionamento *wireless* mais básicos, i.e., o Cell-ID e a Cell-ID média proposta no capítulo 4, bem como para os métodos VMP e 3L conforme proposto no capítulo 7. Ao Fim, a IMPD mapeou a incerteza da localização pela Cid e MCid e produziu os ALOT, onde a IMPD corresponde à propagação de incertezas e o ALOT ao alcance que minimiza essa propagação, respectivamente. Além do mais, a IMPD pode ser reconhecida como um parâmetro para se avaliar a qualidade de medições em geral, uma vez que foi definido de uma forma geral antes de sua aplicação a métodos de localização. Desta maneira, a métrica de qualidade e a lei de propagação de incertezas compreendida pelo conceito da IMPD também podem ser usadas em situações científicas e tecnológicas distintas. Por exemplo, ainda que tenha-se considerado uma tecnologia de localização baseada em RFID, as fórmulas também podem ser aplicadas a tecnologias baseadas em celulares. Neste caso, as *tags* RFID são substituídas por antenas de torres de celulares, o leitor RFID é substituído por um celular e o alcance das *tags* RFID seria agora o das antenas das torres de celular. Entretanto, a topologia das antenas de celular é distinta da distribuição linear de *tags* RFID ao longo de corredores de ruas, metrô e edificações, podendo ser por exemplo triangular. Portanto, as fórmulas deste trabalho fornecem um limite superior para os erros possíveis de métodos de posicionamento com sinais de celular mas não o MEP (i.e., o menor limite superior). Para adaptar o modelo para uma tecnologia baseada em celulares e para avaliar a IMPD correspondente, o problema e o método MCid podem ser reformulados para uma geometria triangular ou quadrangular de antenas de celular. Outro detalhe com relação às tecnologias de localização baseadas em celular é que a incerteza das coordenadas de antenas de celular é muito pequena comparada à distância

entre antenas vizinhas e à distância entre as antenas e o celular do usuário. A título de ilustração, o celular do usuário pode estar a cerca de quilômetros de uma torre e ao mesmo tempo, a incerteza da localização da torre de celular pode ser conhecida com valor baixo uma vez que elas não são muitas se comparadas ao volume de *tags* necessárias para a abordagem de localização proposta na seção. 6.1. Então, esta baixa incerteza da posição das torres, é desprezível se comparada à distância da torre ao usuário. Assim, o modelo de incertezas para uma tecnologia baseada em celulares pode ser construído assumindo-se $\varepsilon = 0$. Além do mais, as fórmulas deduzidas neste trabalho abrangem os ALOT, os quais foram definidos e deduzidos no capítulo 5.

Embora no presente trabalho não se realizem estudos de campo, mas sim experimentos numéricos, na literatura demonstra-se a real possibilidade do posicionamento em áreas urbanas e *indoor* baseado apenas em tecnologia RFID (Fu e Retscher, 2009) utilizando o método Cid e melhores resultados podem ser obtidos em áreas *indoor* por meio da RSSI (Fu e Retscher, 2009; Retscher e Fu, 2009). Mesmo assim, o problema fundamental de como se distribuir as *tags* pelos grandes e complicados ambientes urbanos e *indoor* permaneceu aberto. Aqui, trouxe-se o mesmo à luz e propôs-se um modo de tratá-lo, conforme descrito na seção. 6.1.

A desvantagem da solução proposta para modelar a incerteza dos métodos Cid e MCid é a variação no alcance das *tags* RFID devido à composição e dinâmica urbana e *indoor* e outras fontes de erro, uma vez que se assumiu um alcance esférico e portanto constante. Mesmo assim, o modelo proposto permanece consistente na medida em que alcances variáveis podem ser inseridos nele e a IMPD correspondente pode ser calculada tanto pela eq. (5-13) quanto pela eq. (5-15). O procedimento pode ser o do capítulo 6, no qual os padrões do E911 foram atingidos com o método MCid proposto, mesmo quando o alcance variou do ALOT por 20 m em magnitude à luz da eq. (5-13), Tabela 6.2. O método MCid forneceu melhores incertezas que o Cid e esta melhora foi reforçada quando variações de alcance foram observadas (Tabela 6.2), ver também Del Rio & Ferreira (2015).

À luz de variações de alcance em relação ao ALOT, os melhores resultados foram obtidos no segundo cenário de implementação, que usa apenas metade das *tags* consideradas no primeiro cenário e é portanto, a melhor distribuição até o momento, Tabela 6.2. No segundo cenário, tempo, trabalho e custos relacionados à compra, instalação, levantamento e manutenção das *tags* são cortados pela metade e, ainda assim, os padrões do E911 são atingidos mesmo que o alcance das *tags* varie de 20 m do ALOT. A implementação da abordagem

tags-em-lâmpadas aqui proposta nesta circunstância foi possível somente pelo método MCid proposto. Mesmo com variações de alcance o uso do ALOT melhora consideravelmente a qualidade do sistema de localização, comparar Tabelas 6.2 e 6.3. Sem o ALOT, mas sob a mesma amplitude de variações de alcance, os padrões do E911 só puderam ser atingidos no primeiro cenário de implementação, que requer o dobro de *tags*, (Tabela 6.3), e novamente os padrões do E911 são alcançados somente pelo método MCid aqui proposto).

Adicionalmente, dados de RSSI podem ser usados para lidar com variações de alcance. Geralmente, leitores RFID são capazes de detectar não apenas o sinal de *tags* próximas, mas também são capazes de determinar a intensidade do sinal da *tag* que é recebida no momento da leitura. Esta grandeza varia conforme a distância entre a fonte e o receptor do sinal (Bensky, 2008) e geralmente diminui quando a distância fonte-receptor é aumentada. Esta informação de intensidade do sinal é geralmente disponível como dados de RSSI (Fu e Retscher, 2009; Retscher e Fu, 2009). Portanto, as variações de alcance observadas na prática podem também ser tratadas pela incorporação de dados de RSSI nos métodos Cid e MCid. Nesse caso, a detecção de uma *tag* seria redefinida à luz dos dados de RSSI. Por exemplo, as *tags* identificadas pelo leitor num certo momento e com uma RSSI correspondente à intensidade do sinal inferior a um dado limiar não seriam consideradas como *tags* detectadas, mas sim rejeitadas. Deste modo, *tags* detectadas muito longe do alcance nominal ou médio não iriam interferir na qualidade da localização e K seria diminuído, portanto, diminuindo a incerteza obtida. As eqs. (5-13) e (5-15) permanecem válidas para este método, pois esta mudança nos algoritmos se traduz somente como uma diminuição da magnitude das variações do alcance. Além do mais, incertezas dentro de poucos metros foram obtidas ao se empregar a RSSI em áreas *indoor* (Retscher e Fu, 2009).

Aplicações específicas podem requerer uma qualidade muito maior que a padronizada pela FCC para o E911. À luz da abordagem RFID proposta, melhoras são possíveis pela integração de um Sistema de Navegação Inercial (do inglês, *Inertial Navigation System*, sigla INS) a ele. Um INS é baseado no *dead-reckoning* (Groves, 2008), um método de localização que depende de atualizações periódicas da localização do usuário. Portanto, um INS calcularia uma posição precisa usando as posições das *tags* RFID para fazer as atualizações periódicas necessárias. Em áreas *indoor*, incertezas de cerca de 1.00 m podem ser obtidas por meio da integração do RFID com um INS de baixo custo (Retscher e Fu, 2009). Deste modo, usuários específicos buscando uma solução melhorada podem, independentemente e por conta própria, integrar

um INS aos seus leitores RFID.

O estabelecimento da IMPD como um *benchmark* foi útil pois levou a uma expressão de incerteza singular e ao ALOT. Entretanto, é pouco provável que a IMPD dos métodos Cid e MCid possa ser perfeitamente determinada na prática, porque é uma função de ε e pode também ser uma função de K , parâmetros que são ambos definidos em termos da . Para essas grandezas pode-se chegar próximo à , todavia, determiná-la com perfeição é algo que permanece difícil devido à natureza dos métodos de determinação de localização para o caso de ε . Esta dificuldade se transfere, ou talvez, se propague, para a IMPD dos métodos Cid e MCid. Num cenário de implementação, uma alternativa é a de se considerar a incerteza-padrão —i.e., desvio-padrão— das medições associadas a estes parâmetros escolhendo-se um fator de abrangência (BIPM, 2008a) com a finalidade de se obter uma incerteza expandida com uma Probabilidade de Abrangência correspondente. Assim, ε e K podem ser ambos igualados à 1,96 vezes a incerteza-padrão correspondente à medição das posições das *tags* e de seus alcances, respectivamente. Deste modo, se uma distribuição Gaussiana é assumida então a probabilidade de que estas grandezas estejam com valores dentro do intervalo de confiança delimitado pela incerteza-padrão multiplicada por 1,96 será de 95 %, o que ainda é próximo dos 100 % obtidos com a . Doutra sorte, ε e K podem ser ambos igualados a 2,5 ou mesmo três vezes ou mais, a incerteza-padrão de cada medição correspondente para se obter uma Probabilidade de Abrangência razoável e mais próxima ainda do valor teórico de 100 %.

Além do mais, as eqs. (5-13) e (5-15) são um limite superior para a IMPD mas não a IMPD propriamente dita (i.e., o menor limite superior). Não obstante, da matemática de sua construção e dos resultados obtidos nos experimentos numéricos, a aproximação das duas-esferas dada pelas eqs. (5-13) e (5-15) é coerente ao que a Probabilidade de Abrangência de 100 % é preservada, e a IMPD é menor ou igual que esta aproximação (eqs. (5-14) e (5-16)).

Nos experimentos feitos assumiu-se que os alcances podem variar no máximo de 20 m em magnitude —i.e., $K \leq 20$ m. Entretanto, apesar da verdadeira amplitude de tais variações ser desconhecida —o que significa que elas podem ser tanto muito menos ou muito mais que este valor— as eqs. (5-13) e (5-15) abrangem qualquer valor teoricamente possível para tais variações. Em outras palavras, apesar de faltar evidência empírica para se determinar o valor de K ou de um de seus limites superiores, as fórmulas apresentadas predizem de fato a IMPD e o ALOT (independentemente da magnitude de K).

A independência de estimativas de distâncias, ângulos, intervalos de tempo e RSSI mostram a facilidade de se implementar a solução proposta que se baseia na Cid ou MCid, independentemente de preparações do ambiente. O modelo de incertezas fornece resultados consistentes com a realidade à luz de parâmetros de entrada e com trabalhos anteriores sobre localização urbana e *indoor* baseada apenas em RFID (Kupper, 2005). A abordagem baseada em RFID proposta aqui é independente de outras tecnologias de localização e pode localizar chamadas de emergência em tempo real usando as pré-existent infraestruturas de postes de luz e lâmpadas dos ambientes *indoor*. Isto diminui consideravelmente o trabalho da implementação, que abrange a medição das coordenadas de cada *tag* RFID e sua instalação individual —análoga à instalação de lâmpadas ao longo de ruas e ambientes *indoor*. Também simplifica a substituição periódica das *tags*, por ser provável que operações conjuntas para substituir simultaneamente lâmpadas e *tags* RFID sejam possíveis. O fornecimento de energia das lâmpadas pode servir como a principal fonte de energia das *tags*, dispensando o uso de baterias e permitindo uma transmissão contínua dos sinais ao longo dos grandes alcances requeridos por esta abordagem.

Por último, num cenário de implementação em grande escala, cada lâmpada produzida pode possuir embutida uma *tag* RFID (i.e., estas lâmpadas transmitiriam não somente luz mas um sinal RFID também). O alcance de uma *tag* embutida seria regido pelo tipo da respectiva lâmpada. Deste modo, seus alcances poderiam ser escolhidos baseados na formulação do ALOT apresentada neste trabalho. Se tais “rádio-lâmpadas” são possíveis, o posicionamento ubíquo poderá estar em alcance.

Por último, num cenário de implementação em grande escala, cada lâmpada produzida pode possuir embutida uma *tag* RFID (i.e., estas lâmpadas transmitiriam não somente luz mas um sinal RFID também). O alcance de uma *tag* embutida seria regido pelo tipo da respectiva lâmpada. Deste modo, seus alcances poderiam ser escolhidos baseados na formulação do ALOT apresentada neste trabalho. Se tais “rádio-lâmpadas” são possíveis, o posicionamento ubíquo poderá estar em alcance.

Além disso, propôs-se tratar de 2 métodos de localização adicionais o VMP e a 3L. A questão de como determinar a IMPD para ambos, no contexto da aplicação buscada no presente trabalho, foi respondida e de maneira geral tem-se: para o VMP, a IMPD pode ser determinada a partir da construção de um diagrama de Voronoi; para a 3L, a IMPD pode ser determinada através de formulação desenvolvida no capítulo 7. Nota-se, que

ambas as proposições do presente trabalho simplificam a determinação da IMPD. Em seguida, no capítulo 8, desenvolveu-se um experimento numérico para se comparar a incerteza fornecida pela IMPD proposta com a obtida por meio da metodologia do BIPM (2008a,b) (LPI e MMC). Mas, isto foi feito somente para a 3L, e os resultados obtidos mostraram que apesar da alta probabilidade de abrangência associada e do menor número de pontos envolvidos na determinação da incerteza pela IMPD, a IMPD é compatível com as metodologias do BIPM (2008a).

9.2

Conclusões

No presente trabalho, propõe-se uma expressão de incerteza de medição, denominada Incerteza Máxima Possível Diferencial (IMPD), que não requer nem o conhecimento prévio da distribuição das grandezas de entrada, nem a informação dos valores de todas as grandezas de entrada envolvidas na determinação do mensurando. Essas características possibilitam superar limitações dos métodos recomendados pelo GUM, a Lei de Propagação de Incertezas (LPI) e o Método de Monte Carlo (MMC), para os quais se faz necessário conhecer os valores ou a distribuição das grandezas de entrada.

O método proposto foi aplicado a três métodos para localização cartográfica baseada em dispositivos RFID: Cell-Id, Vizinho mais Próximo e Trilateração. Os dois primeiros não utilizam todas as grandezas de entrada necessárias para a medição do posicionamento, e, portanto, os métodos recomendados pelo GUM, a LPI e o MMC, não são aplicáveis. Para o método da trilateração, tanto a Lei de Propagação de Incertezas quanto o Método de Monte Carlo podem ser aplicados, tendo sido empregado para uma análise comparativa entre estes dois métodos (LPI e MMC) e o método proposto (MIPD).

Adicionalmente, o trabalho propõe um método de localização que consiste em uma modificação da Cell-Id, e foi denominado Cell-Id média. O método visa a diminuir a incerteza dessa metodologia que se caracteriza por ser a mais simples. Tanto para a Cell-Id, quanto para a Cell-Id média proposta, é importante escolher bem o alcance das *tags* empregadas. Assim, propõe-se também uma definição para um alcance ótimo, de modo a se minimizar a incerteza obtida com os métodos Cell-Id e Cell-Id média; e determina-se uma expressão matemática que fornece, dentre todos os alcances possíveis para as *tags*, o ótimo.

Outro problema inerente à uma proposta para localização cartográfica baseada em dispositivos RFID é como distribuir o elevado número de *tags*

ao longo do ambiente em que se encontrará o usuário. Portanto, foi proposta também uma maneira de se distribuir as *tags* visando a diminuir o número total envolvido e, logicamente, a diminuir também a incerteza final a ser proporcionada pela abordagem de posicionamento proposta.

A utilidade da MIPD foi demonstrada por meio do estudo do posicionamento urbano e *indoor* com dispositivos RFID através de um experimento numérico. As fórmulas deduzidas para a MIPD e o ALOT, apresentadas nos capítulos 3–5, constituem um meio de se determinar parâmetros de um sistema de localização por RFID, antes de sua implementação. Por exemplo, usando as fórmulas propostas dois cenários de implementação foram estudados e diversas conclusões puderam ser feitas: o método MCid fornece, em geral, resultados significativamente melhores do que a Cid; sob variações de alcance os padrões do E911 ainda podem ser atingidos se o método MCid é usado e as coordenadas das *tags* são conhecidas com uma qualidade boa o suficiente; MCid é mais robusta que a Cid sob variações de alcance.

Além da Cell-Id e Cell-Id média, o método IMPD proposto foi aplicado para modelar a propagação de incertezas de duas outras abordagens consideradas de melhor desempenho para a localização cartográfica: o Vizinho mais Próximo e a Trilateração. Para o VMP, os métodos LPI e MMC não podem ser utilizados e a IMPD pode ser obtida pela construção do diagrama de Voronoi dos círculos que correspondem à posição das *tags*. O método da Trilateração, por sua vez, pode ser analisado tanto por meio das metodologias recomendadas pelo GUM (LPI e MMC) quanto pelo IMPD proposto. Sendo assim, desenvolveu-se um experimento numérico para possibilitar uma análise comparativa dos resultados obtidos pelas três abordagens para modelagem de incertezas utilizando-se o método de localização pela Trilateração. A metodologia proposta, IMPD, para uma elevada probabilidade de abrangência, requereu reduzido número de pontos para o cálculo, quando comparada ao Método de Monte Carlo. O valor final da incerteza de medição obtida pelas metodologias apresentaram-se próximos entre si, reforçando a viabilidade do emprego da metodologia proposta IMPD para estimativa da incerteza de medição.

Dessa forma, a determinação da incerteza por meio da IMPD mostra-se uma alternativa para modelagem de incertezas, especialmente útil nas situações em que uma ou mais grandezas de entrada são desconsideradas ou quando uma elevada probabilidade de abrangência é desejável.

9.3

Trabalhos futuros

A seguir, algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Aplicação do método IMPD em outras situações nas quais todas as grandezas de entrada são conhecidas, objetivando avaliar uma possível contribuição do método proposto para simplificar a avaliação da incerteza de medição nesses casos.
- Utilizar a metodologia IMPD proposta para determinar a incerteza da localização utilizando celulares, tendo em vista que a geometria considerada não é mais linear.
- Estender a aplicação da IMPD para o caso 3D da Trilateração e posteriormente à localização pelo GNSS.

10

Referências bibliográficas

Albertazzi G. Jr., A; Sousa, A. R. **Fundamentos de Metrologia científica e industrial**. Manole, 2018.

Bensky, A. **Wireless positioning: technologies and applications**. EUA: Artech House, 2008.

Bureau International des Poids et Mesures. Evaluation of measurement data—guide to the expression of uncertainty in measurement. JCGM 100:2008, 2008a.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML. Evaluation of Measurement Data-Supplement 1 to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement – Propagation of distributions using a Monte Carlo method, Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 01, 2008b.

Canning, JS; Ziegert, JC; Schmitz, TL. Uncertainty of spatial coordinate measurements using trilateration. In: Transactions of the North American Manufacturing Research Institution of SME 2005, v. 33, p. 121-128, 2005.

Cattuto, C. et. al. Dynamics of Person-to-Person Interactions from Distributed RFID Sensor Networks. **PLOS ONE**, v. 5(7), e11.596, 2010.

Choi, M.; Jang B. An Accurate Fingerprinting based Indoor Positioning Algorithm. **International Journal of Applied Engineering Research**, v. 12 (1), p. 86-90, 2017.

CIA. The world factbook. Central Intelligence Agency, EUA, 2011. Disponível em: cia.gov/library/publications/the-world-factbook/index.html. Acessado 27 May 2015

De Lorenzo, D. S. et. al. Design and performance of a minimum-variance hybrid location algorithm utilizing GPS and cellular received signal strength for positioning in dense urban environments. In: Proceedings of the Institute of Navigation International Technical Meeting (ION), 2009.

- Del Rio, E.; Ferreira, L.F. An Expression of Uncertainty and its application to Positioning: a quality-metric and optimal ranges for the Identification of Cells with RFID. **SpringerPlus** 4:374, p. 1-44, 2015.
- Do, J. Y.; Rabinowitz, M.; Enge, P. K. Multi-fault tolerant RAIM algorithm for hybrid GPS/TV positioning. In: Proceedings of the Institute of Navigation National Technical Meeting (ION), 2007.
- European Community. Council Regulation (EC) No 933/2008. Official Journal of the European Union L256, 5–11, 2008.
- Eubank, S. et. al. Modelling disease outbreaks in realistic urban social networks. **Nature**, v. 429, p. 180–184, 2004.
- FCC. Federal Communications Commission Regulations. Chapter 47 Part 20. Commercial Mobile Radio Services, Section 20.18, paragraph h(1)(ii). US: Federal Communications Commission, 2010.
- Fu, Q.; Retscher, G. Active RFID Trilateration and Location Fingerprinting Based on RSSI for Pedestrian Navigation. **Journal of Navigation**, v. 62, p. 323–340, 2009.
- Gebbers, R.; Adamchuk, V. Precision agriculture and food security. **Science**, v. 327, p. 828–831, 2010.
- Glover, B.; Batt, H. **RFID Essentials**. O'Reilly, US, 2006.
- Gonzalez, M. C.; Hidalgo, C. A.; Barabasi, A. Understanding individual human mobility patterns. **Nature**, v. 453, p. 779–782, 2008.
- Groves, P. D. **Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems**. EUA: Artech House, 2008.
- INMETRO. Vocabulário Internacional de Metrologia: Conceitos fundamentais e gerais e termos associados (VIM 2012). 2012.
- ISO (2013) Supply chain applications of RFID – Freight containers. ISO 17363:2013.
- ISO (2014) Information and documentation – RFID in libraries. ISO 28560-2:2014.
- Jin, L. A sweepline algorithm for Euclidean Voronoi diagram of circles. **CAD**, v. 38, p. 260-272, 2006.

- Kacker, R.; Sommer K-D.; Kessel, R. Evolution of modern approaches to express uncertainty in measurement. **Metrologia**, v. 44, p. 513–529, 2007.
- Kleinberg, J. The wireless epidemic. **Nature**, v. 449, p. 287–288, 2007.
- Kupper, A. **Location-based services: fundamentals and operation**. EUA: Wiley, 2005.
- Lira, I. **Evaluating the Measurement Uncertainty: Fundamentals and practical guidance**. UK: IOP, 2002.
- Meiller, Y.; Fabiani, P. Perception-action dilemma at planning time: Getting the best out of game theory and classical planning. In: Proceedings of the PLANSIG'99, Uk Planning and Scheduling Special Interest Group, December 15-16, Manchester, UK, 1999.
- Navidi, W; Murphy Jr., WS; Hereman W. Statistical Methods in Surveying by Trilateration. **Computational Statistics & Data Analysis**, v. 27, p. 209-227, 1998.
- Orwell, G. **1984—nineteen eighty-four a novel**. London: Secker and Warburg. 326 p, 1949.
- Palmer, T. N.; Hardaker, P. J. Handling uncertainty in science. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, v. 369, p. 4681–4684, 2011.
- Peterson, S. Countdown to Armageddon. Aurora Production. Documentary, 55 min, 2001.
- Prost, J. B.; Godefroy, B.; Terrenoir, S. City walk: improving GPS accuracy for urban pedestrians. **GPS World**, August 2008.
- Retscher, G.; Fu, Q. An Intelligent Personal Navigator Integrating GNSS, RFID and INS for Continuous Position Determination. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 15, p. 707–724, 2009.
- Santos, A.A. ID-2024 Procedimentos de Implantação de Postes pela AES Eletropaulo. AES Eletropaulo, 2008.
- Srivastava, M.; Abdelzaher, T.; Szymanski, B. Human-centric sensing. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, v. 370, p. 176–197, 2012.

- Xia, S.; Liu, Y.; Yuan, G; Zhu, M; Wang, Z. Indoor Fingerprint Positioning Based on Wi-Fi: An Overview. **International Journal of Geo-Information** v. 6, 135, 2017.
- Yassin, M.; Rachid, E. A survey of positioning techniques and location based services in wireless networks. 2015 IEEE International Conference on Signal Processing, Informatics, Communication and Energy Systems (SPICES), Kozhikode, pp. 1-5, 2015.
- Zabow, G. et. al. Micro-engineered local field control for high-sensitivity multispectral MRI. **Nature**, v. 453, p. 1058–1063, 2008.