5 MEDIDAS DE RISCO

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são apresentadas as medidas de risco usadas no setor elétrico e em finanças, analisando as propriedades da definição de "medida de risco coerente" [30]. Define-se um conjunto de risco aceitável e uma medida de risco para avaliar se o risco de uma determinada posição pertence ou não ao conjunto de risco aceitável.

Hasan (2005) [69] estudou a relevância da valoração do risco considerando a flexibilidade gerencial em projetos complexos de engenharia que envolvem muitas incertezas. Esta tese apresenta um modelo que conjuga a análise do valor-em-risco fornecendo muito mais informações do que uma análise convencional de opções reais onde só se calcula o valor da flexibilidade. Como demonstram os resultados, a análise do valor-em-risco gera uma série de informações que podem ser úteis para os tomadores de decisão.

5.2 VALUE AT RISK (VAR)

Na gestão de risco uma medida bastante utilizada é o Value-at-Risk ou VaR. O VaR é a avaliação da potencial máxima perda (ou pior perda) a um intervalo de confiança especificado (α nível de confiança) que um investidor estaria exposto dentro de um horizonte de tempo considerado. O VaR pode ser traduzido como a quantia em que as perdas não se excederão em $(1-\alpha)$ % dos cenários.

De acordo com Jorion (2001) [25], o VaR deve ser visto como um procedimento necessário, mas não suficiente, para o controle do risco. O VaR não deve ser utilizado como um gestor de riscos independente, mas sim controlado e limitado.

O VaR em termos matemáticos corresponde ao percentil da distribuição de uma carteira, podendo ser expresso em termos da perda esperada da carteira expressa em valor corrente (VaR absoluto) ou em valor esperado para o horizonte em questão (VaR relativo). Como comentado anteriormente, o VaR tenta resumir em um único número a perda máxima esperada dentro de certo prazo e com certo grau de confiança estatística. Ele avalia a variável aleatória que represente o ganho (ou a perda) da firma. Um VaR (95%) indica que existem 5 chances em 100 de que o prejuízo seja maior do que o indicado pelo VaR no prazo para o qual foi calculado. Torna-se um número de fácil leitura e entendimento que depende do prazo *(n)* e do grau (1-α) % de confiança desejado. O VaR=*V* pode ser interpretado como: "Há uma certeza de (1-α) % de que não haverá perdas maiores do que *V* unidades monetárias nos próximos *n* dias". Artzner et al. (1999) [30] definem o VaR com 100.(1-α)% de nível de confiança de acordo com a eq. (5-1).

$$VaR(r) = -\inf\{r|P(R \leq r) > \alpha\} \tag{5-1}$$

Onde *r* é o retorno pertencente à distribuição do ativo ou portfólio, *inf{r/A}* é o menor limite de *r* dado um evento *A*, e $inf\{r \mid P(R \leq r) > \alpha\}$ indica o menor 100α percentil da distribuição de retornos. Sendo que a perda se define com sinal negativo (e os ganhos com sinal positivo), -1 é multiplicado para obter um VaR positivo para um dado nível de confiança. Usando esta definição de VaR, ele também pode ser negativo se não existirem perdas dentro do intervalo de confiança.

O cálculo do VaR é bastante simples, desde que se conheça de forma detalhada a distribuição de retornos, pois o VaR é, por definição, algum quantil associado a um percentil extremo da distribuição (usualmente 1% ou 5%). De posse desta distribuição pode-se calcular, por exemplo, o pior resultado entre os 95% melhores ou o melhor entre os 5% piores. Esse valor de corte é o VaR de 5%.

A distribuição da variável ganho pode ser levantada utilizando diversas técnicas, as quais dão origem a diferentes metodologias para o cálculo do VaR cabendo citar: VaR paramétrico e VaR por simulação (por modelo estocástico ou por dados históricos).

VaR paramétrico

Também chamado de VaR analítico, parte de uma distribuição de probabilidade (condicional ou incondicional), supostamente válida, para descrever o comportamento do ganho da carteira de investimento em análise. É conveniente e comum o uso da distribuição normal, pela facilidade operacional na obtenção de seus parâmetros. Apesar disso, muito questionamento costuma ser feito sobre a conveniência da aplicação dessa distribuição. Por exemplo, em carteiras que contêm opções, a suposição de distribuição normal pode gerar uma enorme distorção no cálculo do VaR. Para se obter o ganho de corte que define o VaR, deve-se identificar a distribuição de probabilidades apropriada, estimar corretamente seus parâmetros (no caso da normal, apenas a média e o desvio-padrão), definir o horizonte de investimento e o nível de confiança.

Supondo que o ganho tem distribuição incondicional normal, isto é, $r_j \sim N(\mu, \sigma^2)$, j=1, 2,...,T, pode-se calcular o ganho de corte r_c utilizando a relação entre uma distribuição normal arbitrária e a distribuição normal padrão ($r_j \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow Z=(r_j-\mu) / \sigma^2$ é N(0;1)). O valor de corte com α% de área à esquerda numa normal padrão é $Z_{(1-\alpha)\%}$, que se trata do quantil tabelado, com (1 –α) % de probabilidade à esquerda, σ é a volatilidade incondicional do ganho da carteira e μ é a média do ganho da carteira. Assim, o valor de corte para a série de ganhos será dado por:

$$r_c = \mu - Z_{(1-\alpha)\%}.\sigma \qquad (5\text{-}2)$$

Na prática, μ e σ são substituídos por seus estimadores amostrais obtidos a partir da série de ganhos do título (ou carteira), chegando-se a uma expressão simples para o VaR de α%,.

$$VaR_{\Delta T}(\alpha\%) = \left(\mu - Z_{(1-\alpha)\%}.\sigma\right)M\sqrt{\Delta T} \qquad (5\text{-}3)$$

Onde M é o valor de mercado da carteira e ΔT o horizonte de cálculo.

A eq. (5-3) assume que μ e σ são invariantes no tempo, e não se incorporam possíveis mudanças na média e na variância da distribuição de ganhos. Assim, nessas situações, devem-se adotar modelos de média e de variâncias condicionais, ou de volatilidade variante no tempo como EWMA *(Exponentially Weighted Moving Average)* do J.P. Morgan, GARCH *(Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic)* [25] e seus variantes e modelos de volatilidade estocástica. Assim, o analista de risco pode se deparar com os mais diferentes valores para o VaR, considerando que existem diversos procedimentos para o cálculo da volatilidade, todos defensáveis teoricamente, mas que levam a estimativas diferentes de volatilidade.

VaR por simulação

Pode-se estimar o VaR de uma carteira utilizando diversas simulações do valor dessa carteira. Esses cenários independem se vieram de simulações de Monte Carlo ou de simulações históricas. Uma vez que se obtenha um grupo de cenários procede-se através dos mesmos cálculos estatísticos e nesse caso o VaR de 95% da carteira é determinado pelo percentil de 5% de perdas formadas pela distribuição empírica. Uma vez que a técnica de simulação é uma técnica numérica, existe um *trade-off* entre o número de simulações geradas e o custo computacional para tal. O VaR dessa forma depende do número de simulações utilizado. Pode-se de qualquer forma estimar um intervalo de confiança para o VaR e aumentar o número de simulações de forma a obter uma melhor precisão nos resultados.

5.3 CONDITIONAL VALUE AT RISK (C-VAR)

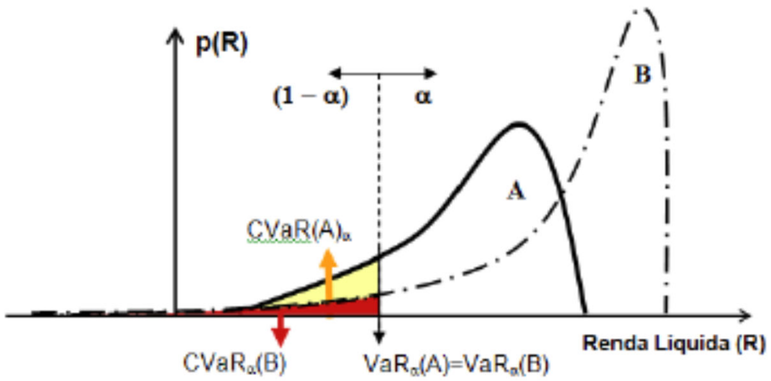
Apesar de o VaR ser uma medida aceita e largamente utilizada no mundo corporativo (na gestão de riscos), ele sofre várias críticas do mundo acadêmico. Uma crítica relacionada ao VaR é que este não fornece estimativa do tamanho da perda esperada uma vez que a perda tenha excedido o valor crítico, ou seja não traz nenhuma informação sobre as perdas maiores que o valor encontrado para o quantil 1-α [27], que muitas vezes podem ser catastróficas.. Por exemplo, uma carteira em que o VaR de 95% de confiança é $100 significa que há apenas 5% de chance da carteira perder mais de $100, porém não há indicação de "quão" grande pode ser essa perda.

O VaR também não possui propriedades desejáveis, como por exemplo, a diferenciabilidade e a convexidade, dificultando sua implementação em modelos de programação matemática.

Outro ponto crítico ao VaR é o fato deste não apresentar a propriedade subaditividade, isto é, o VaR de uma combinação de variáveis aleatórias pode ser maior do que a soma dos VaR de cada uma delas, o que torna o VaR uma medida de risco não coerente (mais detalhes na seção 5.4) [30].

A Perda Média Esperada ou Expected Shortfall (ES), ou também chamada de Condicional Value at Risk (CVaR), é uma medida que indica a perda média que excede o VaR, ou seja, quantifica "quão" grande é, na média, a perda (risco) a que se está sujeito em uma determinada carteira, fornecendo dessa forma informações sobre a distribuição da cauda. Possui a propriedade de detectar a presença de eventos catastróficos na distribuição avaliada. O CVaR é considerado uma medida coerente de risco [30] e é mais pessimista que o VaR. É utilizado para medir perdas, e pode ser definido como o limite superior para a máxima perda permitida em problemas de portfólio. Portanto, enquanto o VaR responde a pergunta "Qual a perda mínima incorrida pela carteira nos α% piores cenários?", o CVar responde a questão "Qual a perda média incorrida pela carteira nos α% piores cenários?". Um grande benefício do uso do CVaR em relação ao VaR está na detecção das perdas máximas aceitáveis [26].

Pode ocorrer de duas distribuições com o mesmo valor de VaR à α% possuir valores de CVaR à α% diferentes (menores ou iguais ao VaR, como pode ser visto na Figura 14). Isso ocorre porque o CVaR pode também ser considerado como a perda média excedida do VaR, ou seja, ao nível de confiança de α% o CVaR será o valor esperado condicional às perdas de um portfólio, e estas perdas serão maiores ou iguais ao VaR[70].



Fonte: Street (2008)

Figura 14 – Comparação do C-VaR para as duas distribuições com o mesmo valor de VaR

Matematicamente pode-se definir o CVaR como a esperança condicional de perdas da carteira superiores ao VaR. Suponha-se que r representa o conjunto de retornos da distribuição do ativo ou da carteira, e $VaR_\alpha(r)$ é o VaR com 100*(1- α) % de nível de confiança, $CVaR_\alpha(r)$ define-se:

$$CVaR_\alpha(r) = E[r \,|r \geq VaR_\alpha(r)] \qquad (5\text{-}4)$$

A Figura 15, extraída de Yamai e Yoshiba (2002) [29], apresenta de maneira gráfica os conceitos de Expected Shortfall, CVaR e VaR.

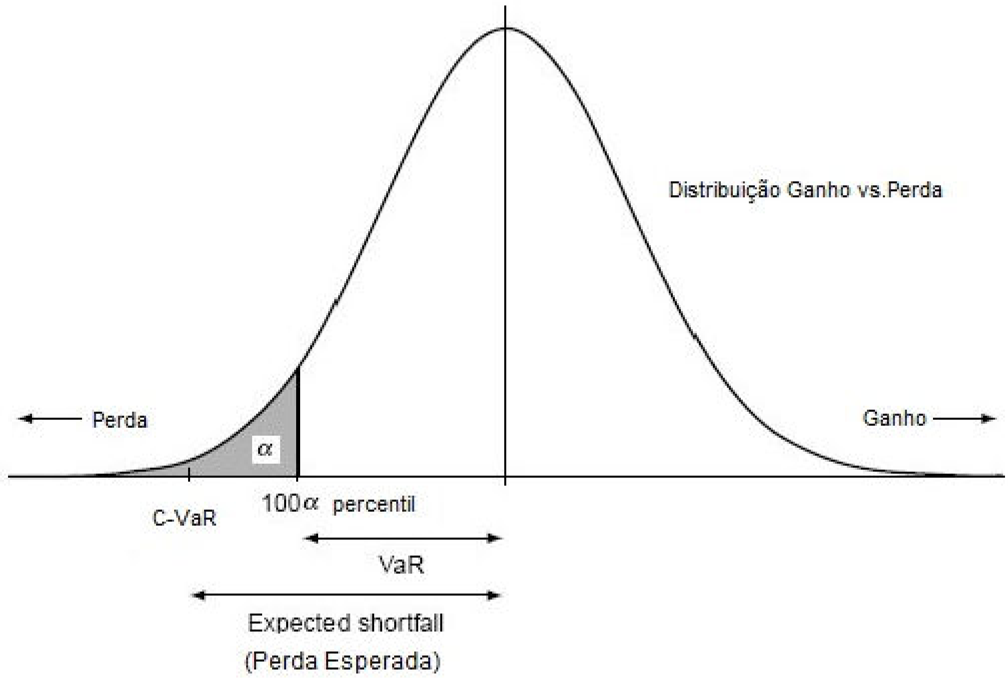


Figura 15 – VaR, CVaR e Expected Shortfall

5.4 MEDIDA DE RISCO COERENTE

Como estipulado em Artzner et al. (1999) [30], a seguir vamos apresentar axiomaticamente, a definição de uma medida de risco coerente. Seja χ um espaço linear de funções mensuráveis que definem as variáveis aleatórias X e Y do espaço de probabilidade definido por (Ω, Ψ, P).

Definição: $\rho : \chi \rightarrow \Re$ é uma medida de risco coerente, se satisfaz as propriedades (1)-(4) a seguir:

1. <u>Subaditividade:</u> Esta medida leva em consideração o efeito da diversificação do "portfolio". A medida do risco total da carteira (conjunto de ativos) é menor ou igual que a medida do risco da soma individual dos ativos da carteira (eq. 5-5).

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y), \forall X, Y \in \chi \qquad (5\text{-}5)$$

2. <u>Monotonicidade:</u> Se os ganhos na carteira X são menores que os da carteira Y para todos os cenários possíveis, então o risco na carteira X é maior que na carteira Y (eq. 5-6).

$X \leq Y$, então, $\rho(X) \leq \rho(Y)$, $\forall$ X, Y$\in\chi$ (5-6)

3. <u>Homogeneidade Positiva de grau 1:</u> Ao aumentar o tamanho de cada posição da carteira o risco da carteira aumenta em igual proporção (eq. 5-7).

$\rho(\lambda X) = \lambda\rho(X)$, $\forall$ X$\in\chi$ e $\lambda>0$ (5-7)

4. <u>Invariância por Translação:</u> Adicionando ou subtraindo uma quantidade certa |a| à variável aleatória X, a medida de risco aumenta ou diminui de |a|. P.ex. A alocação de renda fixa à carteira diminui o risco no mesmo montante (eq. 5-8).

$\rho(X + a) = \rho(X) + a$, $\forall$ X$\in\chi$ e a$\in\Re$ (5-8)

Note que (1) e (3) implicam em:

5. <u>Convexidade:</u> Propriedade desejada em problemas de otimização (eq. 5-9).

$\rho(\,tX + (1-t)\,Y\,) \leq t\rho(X) + (1-t)\rho(Y)$, $\forall$ X,Y$\in\chi$ e $\forall t\in[0,1]$ (5-9)