

2 Fundamentos

Neste capítulo apresenta-se a fundamentação teórica considerada necessária ao desenvolvimento deste trabalho. Inicia-se o primeiro subcapítulo com uma breve descrição das características limnológicas consideradas relevantes na elaboração do modelo. São descritos: processos físicos em lagos, reservatórios e rios, circulação em lagos, escalas de circulação horizontal e vertical, estratificações térmica, entre outros conceitos. Em seguida, no segundo subcapítulo, abordam-se as metodologias mais comumente empregadas na avaliação de qualidade e na classificação de um reservatório. São apresentados: indicadores de qualidade, índices tradicionais de qualidade e de estado trófico assim como índices fuzzy de qualidade e de estado trófico. No terceiro e último subcapítulo a Lógica Fuzzy é descrita. Abordam-se com detalhes os conceitos de função de pertinência, variáveis linguísticas e sistemas de inferência fuzzy. Com fins didáticos, através da descrição do conceito de sistema de inferência fuzzy, calculou-se a qualidade da água de uma amostra utilizando um exemplo simplificado.

2.1. Características limnológicas consideradas relevantes na elaboração do modelo

2.1.1. Processos físicos em Lagos, Reservatórios e Rios

Vários mecanismos atuam na estrutura vertical e horizontal de lagos e reservatórios, o que influi diretamente na sua qualidade. Entre os principais mecanismos encontram-se:

Mecanismos externos

- Vento
- Pressão barométrica
- Transferência de calor

- Intrusão (natural ou artificial)
- Fluxo a jusante (natural ou artificial)
- Força de Coriolis
- Descargas na superfície
- Plumões e jatos na superfície de lagos e represas

Mecanismos internos

- Estratificação
- Mistura vertical
- Retirada seletiva ou perda seletiva a jusante (natural ou artificial)
- Correntes de densidade
- Formação de ondas internas

Estes mecanismos impulsionam os processos de organização vertical de lagos e represas e têm consequências químicas e biológicas fundamentais para o funcionamento desses ecossistemas. Tanto os mecanismos internos como os externos sofrem a influência de fatores climatológicos e hidrológicos que constituem as funções de força que atuam sobre os sistemas. Pelo fato de a atmosfera e de os lagos estarem muito inter-relacionados, é importante acompanhar o acoplamento entre os fatores climatológicos, como radiação solar, ventos e precipitação, e os eventos no lago, como estrutura térmica, circulação vertical e horizontal. Portanto, o uso de dados climatológicos e o estudo das interações climatologia/hidrologia são fundamentais para a compreensão de muitos processos em lagos e represas (TUNDISI; TUNDISI, 2008).

Os processos físicos de estratificação e mistura vertical são de fundamental importância para a estrutura e a organização de processos químicos e biológicos em lagos, represas, rios e estuários. Nos ecossistemas aquáticos continentais, os processos de estratificação e mistura resultam dos efeitos acumulados das trocas de calor e das entradas de energia, da absorção da radiação solar com a profundidade (a qual depende das condições óticas da água na superfície), da direção e da força do vento, da direção e da energia cinética das entradas de água e da direção e força das saídas de água (TUNDISI; TUNDISI, 2008).

A mistura e a estratificação vertical são processos dinâmicos. As características morfométricas, como volume, profundidades máxima e média e localização (latitude, longitude e altitude), têm importância nas misturas vertical e horizontal. O vento exerce uma ação de estresse turbulento na superfície da água. Como consequência, ocorrem os seguintes fenômenos:

- Geração de correntes de superfície;
- acúmulo de água na superfície, na direção do vento, e oscilação da interface estratificada;
- turbulência gerada nas camadas da superfície, que pode aumentar durante a quebra das ondas.

A amplitude e a dimensão vertical desses eventos dependem da velocidade do vento, da localização em relação ao eixo maior do lago, reservatório ou rio (fetch) e da topografia local. Segundo o estudo de BRANCO et al. (2009), devido à presença de várias formações de floresta atlântica, os eventos meteorológicos de passagens de frentes frias na região do Reservatório de Lajes não são capazes de perturbar a estabilidade da coluna d'água ou afetar a sua qualidade da água para abastecimento doméstico.

Vale destacar que ondas são oscilações periódicas e rítmicas da massa de água, com movimentação vertical intensa, e correntes são fluxos unidirecionais da massa de água não periódicos. Parte da energia cinética do vento produz ondas na superfície, que se dissipam e perdem a energia; parte da energia é transferida para as correntes. Além disso, o vento pode induzir ondas internas nas camadas de estratificação termoclina e hipolímnio. Portanto, a energia cinética promovida pelo vento, gera correntes, ondas, turbulência e situações transientes que promovem mistura e dissipação (TUNDISI; TUNDISI, 2008). As camadas de estratificação, termoclina e hipolímnio, assim como a definição de estratificação térmica, serão descritos na seção a seguir.

2.1.1.1. Estratificação Térmica e Circulação Vertical e Horizontal

O principal processo que gera o aquecimento térmico é a radiação solar que atinge a superfície da água. As radiações de ondas longas, no infravermelho, são absorvidas nos primeiros centímetros. O aquecimento térmico estabelece uma camada de água menos densa e com a temperatura mais elevada na superfície. Essa estratificação térmica e de densidade é um importante fenômeno nos sistemas aquáticos continentais e grande parte dos processos e mecanismos de funcionamento resulta do gradiente vertical assim formado (TUNDISI; TUNDISI, 2008).

A camada de água superior, mais aquecida e menos densa, o *epilímnio*, é também bastante homogênea, devido a ação do vento e ao aquecimento térmico diurno e resfriamento térmico noturno, que formam termoclinas temporárias (durante o período diurno). A camada de água inferior, mais densa e com temperaturas mais baixas, é denominada *hipolímnio*. A profundidade do epilímnio e do hipolímnio depende da situação geográfica do lago, da profundidade média e máxima, das características regionais em relação ao vento (posição do sistema aquático, direção e força) e da posição na bacia hidrográfica (TUNDISI; TUNDISI, 2008).

O *metalímnio* ou mesolímnio é uma camada intermediária entre o hipolímnio e o epilímnio, que apresenta uma queda gradual de temperatura em relação ao epilímnio e é difícil definir seus limites. No metalímnio, a região em que a temperatura cai pelo menos 1°C a cada metro foi denominada *termoclina* por Birge (1987). HUTCHINSON (1975), retomando esse conceito, definiu-a como *termoclina planar*, ou seja, a região que compreende um plano imaginário no lago em um nível intermediário entre duas profundidades nas quais a diferença térmica é maior (Figura 1).

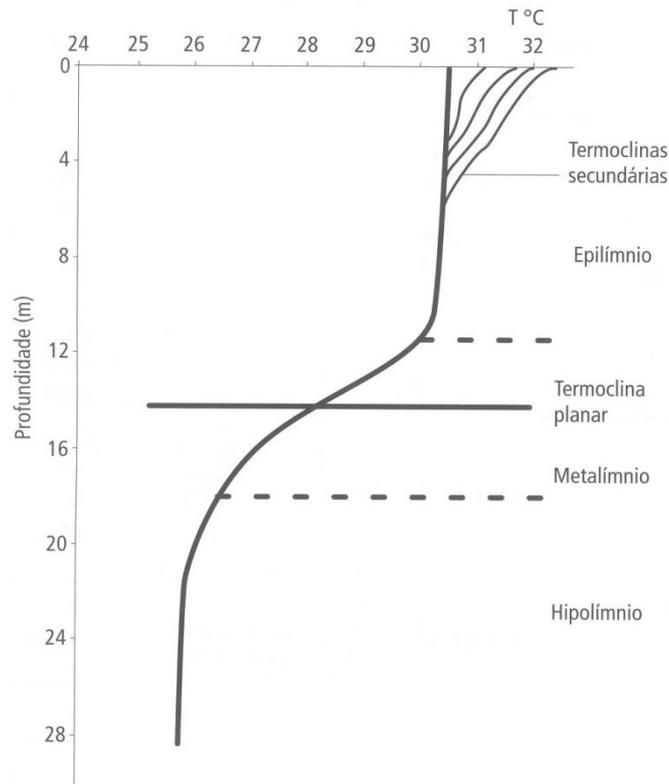


Figura 1. Estratificação térmica em lagos. Fonte: (TUNSI; TUNDISI, 2008).

É fundamental compreender que as diferenças térmicas no gradiente vertical e as respectivas densidades são os processos principais que determinam as características básicas do funcionamento de lagos. À pressão normal a água tem a máxima densidade a 4°C, quando 1 mililitro de água tem a massa de 1 grama. A água torna-se menos densa abaixo de 4°C; por isso, as massas de gelo flutuam à superfície, cobrindo lagos permanentemente ou durante alguns períodos. As diferenças de densidade se acentuam com temperaturas mais elevadas, razão pela qual o processo de estratificação e estabilização do lago é maior mesmo quando as diferenças térmicas entre temperaturas da superfície e da profundidade são relativamente pequenas. Entre 4°C e 5°C, a alteração da densidade é 81×10^{-7} ; entre 23°C e 24°C, a alteração da densidade é 2.418×10^{-7} ; a razão é $2.418 \times 10^{-7} / 81 \times 10^{-7} = 29,08$. Isso significa que uma alteração de densidade entre 23°C e 24°C é 29 vezes maior que uma alteração de densidade entre 4°C e 5°C. Esse exemplo ilustra bem a importância das diferenças térmicas e da estabilidade em lagos tropicais, mesmo quando essas diferenças são relativamente pequenas (TUNDISI; TUNDISI, 2008).

A Figura 2 apresenta a relação existente entre a densidade da água e sua respectiva temperatura.

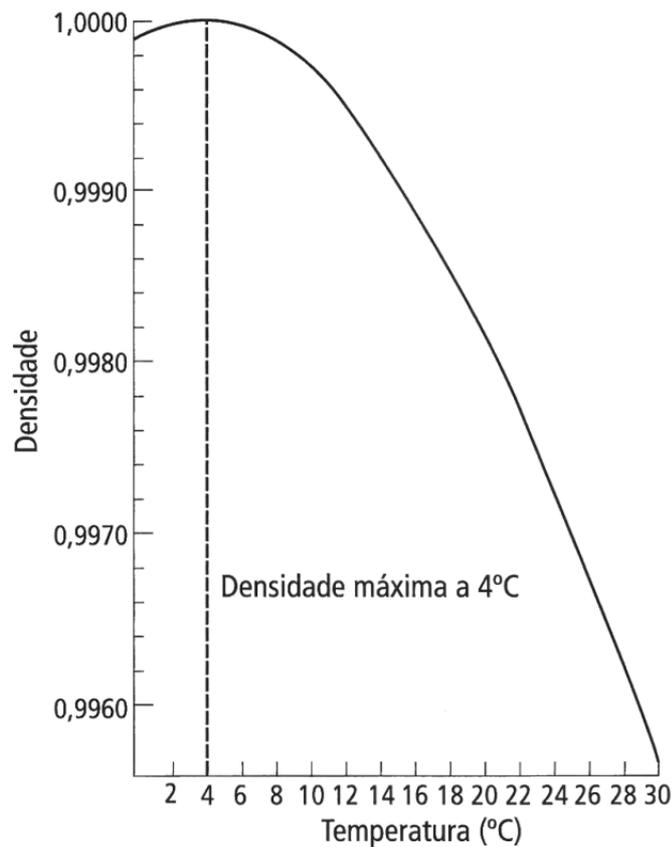


Figura 2. Relação entre a densidade da água e a temperatura. Fonte: (TUNDISI; TUNDISI, 2008)

Uma consequência da diferença térmica no gradiente vertical é que em ecossistemas aquáticos tropicais, durante o período de estratificação, a termoclina restringe a substituição do oxigênio nas camadas mais profundas de água, aumentando o déficit de oxigênio no hipolímnio, o que pode conduzir a condições de anóxia (falta quase total de oxigênio) em diversos reservatórios sobre a maior parte do ano (BRANCO et al., 2009).

Os lagos e os reservatórios podem ser colocados em categorias relativas ao seu padrão térmico vertical e à sua evolução durante o ciclo climatológico de estratificação e circulação. Assim, os sistemas podem ser classificados em:

Lagos Monomíticos - apresentam um período regular de circulação total que ocorre em alguma época do ano. Existem dois tipos básicos de lagos monomíticos: os quentes, que circulam durante o inverno e não apresentam uma cobertura de gelo, e os frios, que apresentam uma estratificação inversa no inverno com temperaturas a 0°C e cobertura de gelo na superfície, e a 4°C abaixo do gelo. A circulação ocorre durante a primavera e o verão.

Os perfis térmicos da Figura 3 mostram a evolução do processo de estratificação e desestratificação em um lago monomítico quente.

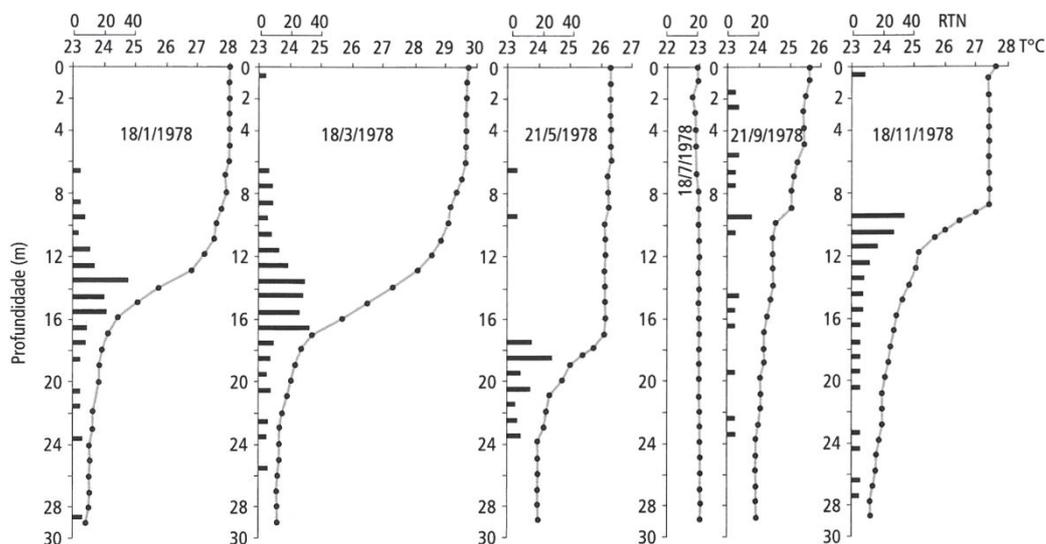


Figura 3. Padrão estacional de estratificação e circulação vertical do Lago D. Helvécio, leste do Brasil. Fonte: (TUNDISI; SAIJO, 1997)

O processo de estratificação em lagos monomíticos quentes ocorre com base no aquecimento térmico da superfície. Além disso, em certos lagos, durante o verão, existe um processo de alteração de densidade das camadas mais inferiores, por contribuição da água de precipitação mais densa e com menor temperatura. Esse efeito de águas das chuvas auxilia no estabelecimento da termoclina e do metalímnio, estabilizando rapidamente o lago.

Também há diferença de estratificação entre as regiões mais profundas do lago e as regiões mais rasas, que podem apresentar uma completa isotermia durante certos períodos e, depois, uma estratificação acentuada novamente.

Lagos Dimíticos - apresentam dois períodos anuais de circulação. Durante o verão ocorre a estratificação, que permanece até o outono, quando ocorre uma completa circulação. Segue-se um período de resfriamento térmico e a presença de uma termoclina inversa com cobertura de gelo na superfície. Na primavera, o aquecimento térmico produz uma circulação nova por causa do desaparecimento da camada de gelo. Lagos dimíticos podem ocorrer em regiões com elevada altitude nos subtrópicos.

Lagos Polimíticos - apresentam muitos períodos anuais de circulação. Têm variações diurnas de temperatura e formação de termoclinas durante o período diurno, que podem ser mais importantes que as variações estacionais. Em geral, lagos rasos que sofrem a permanente ação do vento apresentam esse tipo de circulação.

Lagos Meromíticos - nunca apresentam circulação completa e têm uma camada permanentemente sem circulação, denominada monimolímnio.

Lagos Holomíticos - são aqueles que apresentam circulação completa e não têm estratificação ocasional (ao contrário de lagos polimíticos, que podem sofrer processos de estratificação ocasionais) (TUNDISI; TUNDISI, 2008).

Do ponto de vista térmico, os processos físicos em represas são os mesmos que ocorrem em lagos. Entretanto, em represas, quase sempre submetidas a um fluxo unidirecional e a variações nesse fluxo, podem ocorrer processos adicionais. Um desses processos é o da *estratificação hidráulica*, ocasionada pela altura da saída de água a diferentes profundidades. Isso produz uma estratificação térmica e de densidade muito acentuada. Outros processos de estratificação que podem ocorrer em represas são gradientes verticais acentuados causados pela *advecção* produzida pela entrada de rios ou fontes com temperatura mais baixa (o que é relativamente frequente) e estratificação causada pela altura da saída de águas do vertedouro, o que pode ocasionar também gradientes horizontais em uma certa extensão.

TUNDISI (1984) classificou os reservatórios do Estado de São Paulo em relação à estratificação e à desestratificação térmica da seguinte forma:

- reservatórios com longos períodos de estratificação: 8 a 10 meses e desestratificação no inverno (monomíticos quentes);
- reservatórios polimíticos com períodos ocasionais de estratificação;
- reservatórios com “estratificação hidráulica” resultantes das características de funcionamento na barragem (saída de água).

Conforme BRANCO et al. (2009), o Reservatório de Lajes é considerado um reservatório geralmente monomítico com uma tendência de mistura da coluna d’água no inverno, dependendo das condições climáticas.

Há algumas diferenças da circulação entre lagos, represas e rios. Por exemplo, a retirada seletiva de água a diferentes profundidades na represa produz alguns mecanismos de circulação peculiares, principalmente correntes de advecção.

Em lagos estratificados, o acúmulo de poluentes ou substâncias tóxicas pode ocorrer no metalímnio, em conjunto com o acúmulo de material em suspensão. Movimentos horizontais ou instabilidades verticais da massa de água, em certos períodos, podem aumentar a dispersão nessa camada e na parte profunda do epilímnio (TUNDISI; TUNDISI, 2008).

O Quadro 1 apresenta características hidrodinâmicas comparadas entre rios, represas e lagos. Essas hidrodinâmicas diferenciadas têm repercussão na distribuição dos organismos e na biodiversidade aquática.

	Rios	Represas	Lagos Naturais
Flutuações de nível	Grandes, rápidas, irregulares	Grandes, irregulares	Pequenas e estáveis
Intrusões	Frenagem superficial e subterrânea altamente irregular	Intrusões via tributários. Intrução de água em várias camadas, em fluxos superficiais ou profundos	Intrusão via tributários e fortes difusas. Intrusões na superfície ou profundas
Descargas	Irregulares, dependendo da precipitação e da drenagem superficial	Irregulares, dependendo dos usos da água. Descarga da superfície ou hipolímio	Relativamente estáveis. Frequentemente na superfície
Vazões	Rápidas, unidirecionais, horizontais	Variáveis dependendo dos usos da água. Em várias profundidades, dependendo da construção e operação	Constante, pouco variáveis, em várias profundidades

Quadro 1. Dados comparativos na hidrodinâmica de rios, lagos e represas. Fonte: (WETZEL; LIKENS, 2000)

2.1.1.2. Intrusão em Lagos e Represas

Lagos e represas recebem seu suprimento de água a partir de rios. Quando o rio encontra as águas mais estáticas do lago ou reservatório, de um modo geral, encontra massas de água com temperaturas, salinidade ou turbidez diferentes. A água de intrusão pode ser, portanto, mais ou menos densa que a água da superfície do ecossistema lântico e, desse modo, há diferentes pontos de intrusão - na superfície, embaixo da superfície ou no fundo (Figura 4). Essa intrusão significa um transporte de material em suspensão, carga de nutrientes ou organismos que são transportados às várias profundidades. Em estuários, geralmente ocorre uma intrusão da superfície a partir de águas menos densas dos tributários, produzindo um gradiente de salinidade e promovendo uma distribuição diferenciada de organismos com base em tolerâncias diversas à salinidade (TUNDISI; TUNDISI, 1968).

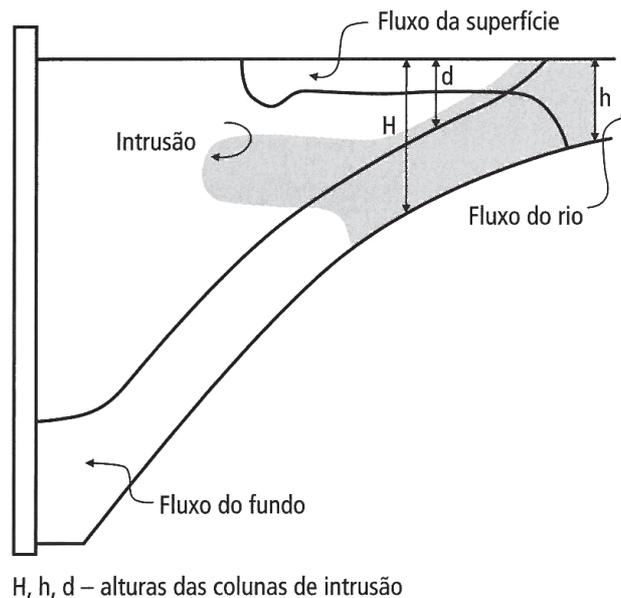


Figura 4. Intrusão de águas na superfície ou no fundo de lagos e represas. Fonte: (TUNDISI; TUNDISI, 2008)

2.1.2. Represas Artificiais

Historicamente, os primeiros reservatórios foram construídos para irrigação; depois, destinaram-se à prevenção de cheias e, posteriormente, a outros usos, incluindo o aumento das vazões para irrigação de lavouras situadas a jusante, a navegação, o abastecimento de água potável, a pesca, o abastecimento hídrico industrial e, mais recentemente, para geração de energia elétrica e recreação. Outras finalidades isoladas incluem irrigação, navegação, recreação e local para disposição de esgotos.

Com o aumento da degradação ambiental e os usos múltiplos dos reservatórios, os assuntos relativos à qualidade da água desses sistemas tornaram-se matéria de grande preocupação. Para o abastecimento de água potável têm-se as mais exigentes restrições de qualidade de água. Além disso, alguns processos técnicos necessitam que as águas obedeçam a determinados parâmetros qualitativos. Peixes não podem se desenvolver e servir de alimento para os seres humanos em águas fortemente poluídas. As atividades de recreio, outro tipo ancestral de uso, também necessitam de água relativamente limpas.

Como os reservatórios são utilizados para usos múltiplos, a determinação da qualidade da água, a avaliação dos futuros impactos e o monitoramento permanente são fundamentais para a compreensão dos processos de integração que ocorrem entre os usos da bacia hidrográfica, os usos múltiplos e a conservação ou deterioração da qualidade da água.

Um reservatório, como sistema complexo, consiste de muitos componentes e subsistemas que interagem e variam no espaço e no tempo. De importância fundamental no funcionamento de reservatórios e nas suas características físicas, químicas e biológicas são o tipo de construção, o tempo de retenção, o período de enchimento e os impactos dos usos múltiplos na qualidade da água desses ecossistemas.

Aspectos quantitativos e qualitativos estão interligados num reservatório. Essa relação representa um problema típico, sendo fonte de inúmeras dificuldades para seu gerenciamento. Sob a perspectiva da qualidade da água, a localização e a forma dos mecanismos de descarga (para o rio a jusante ou saídas para diversos propósitos) são os aspectos técnicos de maior importância a serem considerados em um projeto de reservatório. Sob a ótica da qualidade da água do reservatório, tanto a localização da barragem em relação ao curso do rio (seu tipo) como sua altura determinam diversas características hidrológicas importantes. São as vazões, os tipos de relevo do vale, a temperatura das águas afluentes, a insolação, a turbidez e, portanto, a luminosidade das águas e a química dos nutrientes que afetam sua biota.

A profundidade do reservatório tem uma grande influência sobre a qualidade da água. É de singular importância a profundidade em relação à sua área superficial e à intensidade dos ventos na região. Esses elementos, como já foi abordado anteriormente, são importantes porque afetam a intensidade da mistura da coluna d'água. Podemos chamar um reservatório de hidrológicamente raso, quando ele não é completamente misturado pela ação eólica, e de hidrológicamente profundo, quando a intensidade da mistura não é suficiente para prevenir a estratificação da massa líquida (STRAŠKRABA; TUNDISI; DUNCAN, 1993).

As condições de mistura vertical e horizontal nos reservatórios também estão relacionadas com volume e tamanho. A localização (principalmente a cota)

do reservatório, o projeto das estruturas de descarga ou retirada de água e sua operação são os fatores hidrológicos que orientam a qualidade da água.

Isso acontece porque o projeto desses mecanismos afeta as condições de estratificação do reservatório. A qualidade da água varia rapidamente em reservatórios marcadamente estratificados, quando grandes quantidades de água são drenadas de determinados níveis, razão pela qual essas variações precisam ser consideradas na seleção de um determinado nível de água, baseando-se em observações prévias de sua qualidade (TUNDISI; TUNDISI, 2008).

As diferenças entre a qualidade das águas dos lagos e reservatórios são explicadas principalmente pelo fato de que os lagos vertem superficialmente e os reservatórios, tipicamente, por camadas mais profundas ou pelo fundo. Estruturas com múltiplas saídas são por vezes construídas em barragens para propiciar a retirada da melhor camada de água bruta a ser tratada para consumo humano. Essas modificações permitem que a água que apresenta melhor qualidade seja extraída de diferentes profundidades, em diferentes épocas. Entretanto, a estratificação da qualidade da água dentro do reservatório depende, entre outras coisas, das retiradas de determinadas camadas de água. Retiradas extensivas de um determinado nível acarretam grandes alterações na estratificação. Assim sendo, mesmo que uma determinada camada com boa qualidade de água seja detectada, sua posição pode se alterar durante retiradas de grandes volumes. De modo similar, a saída superficial ou de fundo da água para vertedouros e turbinas promove gradientes horizontais e verticais, inclusive o já mencionado efeito da estratificação hidráulica (TUNDISI; TUNDISI, 2008).

2.1.2.1. Gradientes horizontais e verticais em Reservatórios

Uma represa apresenta uma variada estrutura espacial, com muitas diferenças em suas circulações vertical e horizontal e uma hidrodinâmica com grande variabilidade, que depende da morfometria dos tributários e dos efeitos das condições climatológicas e hidrológicas. Assim, a característica essencial de uma represa é a existência de gradientes horizontais e verticais e de um fluxo contínuo em direção à barragem (ARMENGOL et al., 1999). Esses gradientes apresentam variações temporais que dependem do fluxo de água para o reservatório e das diferenças de nível que ocorrem durante as diversas épocas do ano. Os gradientes

verticais são mais acentuados se correntes de advecção se distribuem nas diversas profundidades como resultado da estratificação produzida pela entrada de água mais densa e fria a partir dos afluentes à represa (IMBERGER, 1994).

Como resultado dos gradientes horizontais, três zonas distribuídas desde a entrada até a barragem do reservatório são distinguíveis, cada uma possuindo suas próprias propriedades biológicas, físicas e químicas (THORNTON, 1990). Estas três zonas são: a zona de rio, a zona de transição e a zona lacustre (Figura 5).

A *zona de rio* é relativamente estreita e bem misturada, e apesar de que a velocidade de ingresso da água é baixa, as forças advectivas são ainda suficientes para transportar uma quantidade significativa de partículas finas em suspensão. A penetração da luz na zona de rio é mínima, o que geralmente limita a produção primária. O fato de ser geralmente superficial e bem misturada caracteriza a zona de rio como um ambiente aeróbico, embora a degradação da carga orgânica muitas vezes criasse uma demanda considerável de oxigênio (THORNTON, 1990).

Uma significativa sedimentação ocorre através da *zona de transição* com um conseqüente aumento na penetração da luz (KENNEDY; GUNKEL JR.; THORNTON, 1982). A penetração da luz pode aumentar gradualmente ou abruptamente, dependendo do regime de fluxo. Em algum ponto no interior da camada de mistura da zona de transição, um ponto de compensação entre a produção e o processamento de matéria orgânica é alcançado. Além deste ponto, a produção de matéria orgânica começa a dominar.

Já na *zona lacustre* a sedimentação de partículas inorgânicas é baixa e a penetração da luz é suficiente para promover uma produção primária com potencial de limitação de nutrientes. Na zona lacustre, durante a passagem de grandes frentes meteorológicas, pode ocorrer um arrastamento de águas com partículas e nutrientes no metalímnio e no hipolímnio através de seichas (ondas em geral estacionárias, que se geram em estuários, bacias portuárias, lagos e outros corpos de água confinados) ou como resultado da forte ação do vento.

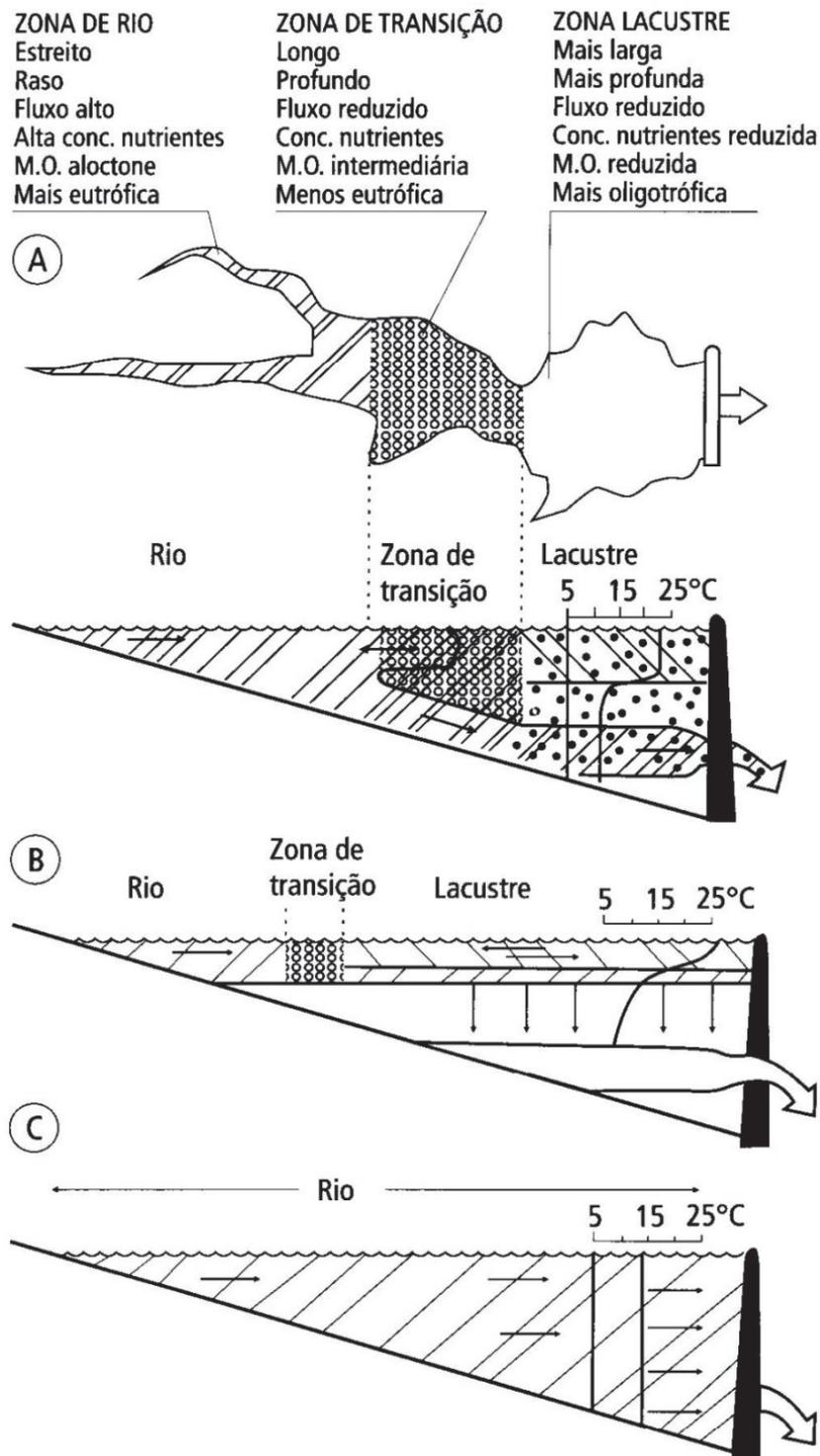


Figura 5. Zonas horizontais de um reservatório (Kimmer e Groeger, 1984) e alterações na extensão das zonas, vazão e padrão de mistura para diferentes valores de R (tempo de retenção). A) $10 < R < 100$ dias; B) $RR > 100$ dias; C) $R, 10$ dias. Fonte: (Theoretical reservoir ecology and its applications, 1999)

2.2. Índices de Qualidade e Índices de Estado Trófico

2.2.1. Indicadores de Qualidade

Os indicadores são elementos utilizados para avaliar o desempenho de políticas ou processos com o maior grau possível de objetividade. No processo de avaliar a qualidade da água, os indicadores são normalmente escolhidos entre um conjunto de variáveis de natureza química, física e biológica.

Indicadores de qualidade de natureza física são, por exemplo: cor, turbidez, temperatura, sabor e odor. A cor denuncia a existência de substâncias em solução, geralmente material orgânico. Já a turbidez representa a materiais em suspensão, que podem ser organismos microscópicos ou colóides, como silte, argila e outras partículas. A temperatura é um indicador importante, visto que interfere nas propriedades da água, como oxigênio dissolvido, densidade e viscosidade. O sabor e o odor podem ser decorrentes de fontes artificiais, como poluentes industriais ou fontes naturais, como compostos orgânicos, vegetação ou algas em decomposição.

Os indicadores de qualidade química estão relacionados ao potencial hidrogeniônico (pH), alcalinidade, dureza, cloretos, ferro, manganês, nitrogênio, fósforo, fluoretos, oxigênio dissolvido (OD), matéria orgânica (Demanda Bioquímica de Oxigênio: DBO e Demanda Química de Oxigênio: DQO) e os componentes orgânicos e inorgânicos.

Os indicadores de qualidade biológica são as algas e os coliformes. As algas produzem grande parte do OD, mas em grandes quantidades provocam a eutrofização. Já os coliformes indicam a presença de micro-organismos patogênicos, provenientes de efluentes sanitários. (“Parâmetros e Indicadores de Qualidade da Água,” 2013).

2.2.2. Índices de Qualidade de Água e Índices de Estado Trófico Tradicionais

2.2.2.1. Índices de Qualidade de Água Tradicionais

2.2.2.1.1. NSF-IQA

Foi HORTON (1965) quem, através de um estudo bandeirante, pela primeira vez desenvolveu um conjunto de índices gerais, selecionando e ponderando diversas variáveis analíticas de qualidade da água (LERMONTOV, 2009). BROWN et al. (1970) desenvolveram um índice de qualidade da água semelhante em estrutura ao índice de Horton, mas com muito maior rigor na seleção de parâmetros. A concepção do índice foi apoiada pela National Sanitation Foundation (NSF) dos Estados Unidos, (NSF, 2007) e é por este motivo que o índice de Brown é também referido como NSF-IQA.

Um grupo de 142 pessoas com experiência em gestão de qualidade da água foi formado para o estudo. Os palestrantes foram convidados a considerar 35 parâmetros para uma possível inclusão no índice. Ao final do estudo, nove parâmetros foram escolhidos. Os palestrantes foram instruídos a avaliar o peso relativo e a condição com a qual se apresentava cada variável analítica, segundo uma escala de valores. Os especialistas também concluíram que algumas variáveis analíticas teriam uma importância maior sobre outros dentro da mesma formulação. A fim de solucionar esta problemática e combinar estes valores, decidiram aplicar uma média ponderada, com o uso de peso relativo. Finalmente, para que as medidas analíticas pudessem ser agregadas mais facilmente em índices num trabalho de campo, os especialistas foram solicitados a estabelecer curvas de variação da qualidade das águas de acordo com o estado ou a condição de cada variável analítica (Figura 6). Estas curvas de variação, sintetizadas em um conjunto de curvas médias para cada variável analítica, bem como seus pesos relativos correspondentes, foram consideradas como o melhor julgamento profissional dos especialistas questionados (LERMONTOV, 2009).

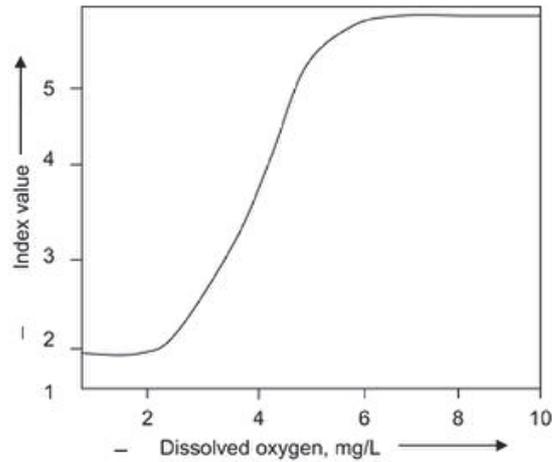


Figura 6. Curvas de variação do oxigênio dissolvido. Fonte: (ABBASI; ABBASI, 2012)

Os nove parâmetros que compõem o NSF-IQA com seus pesos relativos são apresentados na Tabela 1.

Parâmetro	Peso (w)
Oxigênio Dissolvido	0.17
Densidade de Coliformes Fecais	0.16
Ph	0.11
BOD (5 dias)	0.11
Nitratos	0.10
Fosfatos	0.10
Temperatura	0.10
Turbidez	0.08
Sólidos Totais	0.07

Tabela 1. Parâmetros que compõem o NSF-IQA. Fonte: (ABBASI; ABBASI, 2012)

O cálculo do índice originalmente proposto em BROWN et al. (1970) tem a forma:

$$WQI = \sum_{i=1}^9 w_i q_i \quad \text{eq. (1)}$$

Onde:

- WQI é o índice de qualidade da água
- w_i é o peso do parâmetro i
- q_i é o valor do índice na curva de variação do parâmetro correspondente a seu valor medido.

O índice de Brown representa a qualidade da água de um modo geral. Ele não reconhece nem incorpora funções específicas da água, como abastecimento de água potável, agricultura, indústria, etc (ABBASI; ABBASI, 2012).

2.2.2.1.2. IQA_{CETESB}

A partir do NSF-IQA, a Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental, ligada à Secretaria do Meio Ambiente do Estado de São Paulo – CETESB, adaptou e desenvolveu o IQA – Índice de Qualidade das Águas que incorpora nove variáveis consideradas relevantes para a avaliação da qualidade das águas, tendo como determinante principal a sua utilização para abastecimento público (CETESB, 2009a).

O IQA_{CETESB} é o produtório ponderado das variáveis: temperatura da amostra, pH, oxigênio dissolvido, demanda bioquímica de oxigênio (5 dias, 20°C), coliformes termotolerantes, nitrogênio total, fósforo total, resíduo total (ou sólidos totais) e turbidez eq. (2) . No caso de não se dispor do valor de alguma das nove variáveis, o cálculo do IQA_{CETESB} é inviabilizado (CETESB, 2009a).

$$IQA_{CETESB} = \prod_{i=1}^9 q_i^{w_i} \quad \text{eq. (2)}$$

Onde:

- IQA: Índice de Qualidade das Águas, um número entre 0 e 100;
- q_i : qualidade do i -ésimo parâmetro, um número entre 0 e 100, obtido da respectiva “curva média de variação de qualidade”, em função de sua concentração ou medida e ,
- w_i : peso correspondente ao i -ésimo parâmetro, um número entre 0 e 1, atribuído em função da sua importância para a conformação global de qualidade, sendo que:

$$\sum_{i=1}^9 w_i = 1 \quad \text{eq. (3)}$$

A Figura 7 apresenta as curvas de variação de qualidade, sintetizadas em um conjunto de curvas médias para cada variável analítica, bem como seu peso relativo correspondente. “Estas curvas foram formuladas pelo NSF, com adaptações realizadas pela CETESB” (LERMONTOV, 2009).

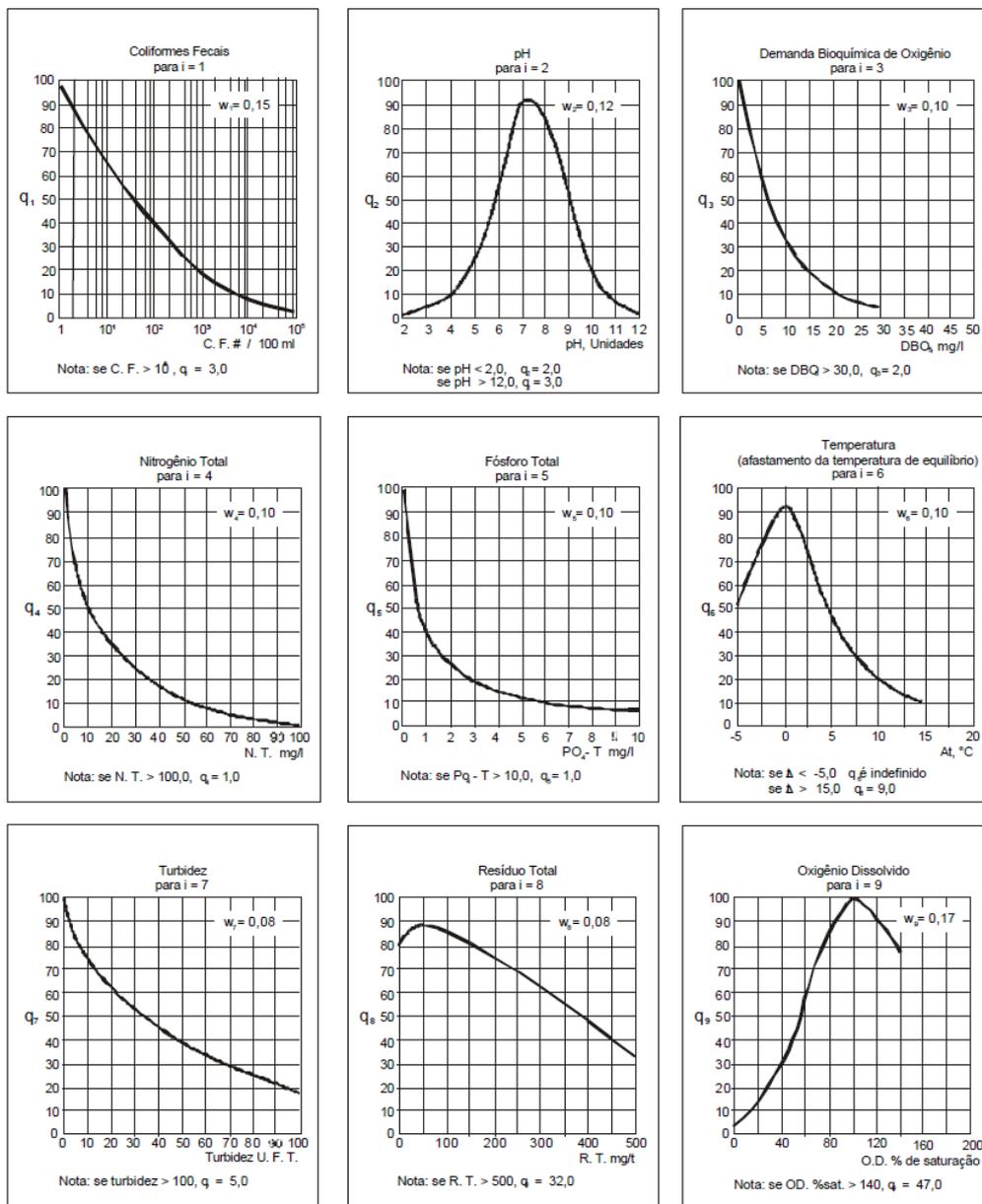


Figura 7. Curvas Médias de Variação de Qualidade das Águas. Fonte: (CETESB, 2009a)

A partir do produtório ponderado, pode-se determinar a qualidade das águas brutas que é indicada pelo IQA_{CETESB} , variando numa escala de 0 a 100, zero (pior qualidade) a cem (melhor qualidade).

O Quadro 2 mostra a ponderação atribuída ao IQA_{CETESB} para cada categoria de qualidade.

Categoria	Ponderação
ÓTIMA	$79 < IQA \leq 100$
BOA	$51 < IQA \leq 79$
REGULAR	$36 < IQA \leq 51$
RUIM	$19 < IQA \leq 36$
PÉSSIMA	$IQA \leq 19$

Quadro 2. Classificação do IQA_{CETESB}

2.2.2.2. Índices de Estado Trófico Tradicionais

“O Índice do Estado Trófico tem por finalidade classificar corpos d’água em diferentes graus de trofia, ou seja, avalia a qualidade da água quanto ao enriquecimento por nutrientes e seu efeito relacionado ao crescimento excessivo das algas ou ao aumento da infestação de macrófitas aquáticas” (CETESB, 2009b).

A continuação se apresenta os conceitos básicos de dois dos mais referidos índices de estado trófico, o índice de estado trófico de Carlson e o índice de estado trófico de Carlson modificado por Toledo. Os dois índices tem servido como referencia para o desenvolvimento de outros índices de estado trófico, por exemplo, os índices de (LAMPARELLI, 2004) e (CETESB, 2009b).

2.2.2.2.1. Índice de Estado Trófico de Carlson - (IET)

CARLSON (1977) criou o índice de estado trófico para tornar mais clara a comunicação entre o liminólogo e o público com relação à eutrofização e a classificação de corpos aquáticos. O índice classifica a maioria dos lagos em uma escala de 0 a 100.

A falsa sensação de precisão e sensibilidade dos métodos anteriores de classificação de trofia, o grande número de variáveis a ser considerado nos índices multiparamétricos (concentração de nutrientes, produtividade, morfometria dos lagos, etc.) ex. (BREZONIK, 1971), e a falta de consenso no critério de decisão dos índices de critério único (ex. taxa de fornecimento de nutrientes), foram os principais motivos da criação do índice de estado trófico para lagos de Carlson. Carlson adotou como essência do seu índice a ideia de incorporar o melhor das duas abordagens. O uso de diversos aspectos dos índices multiparamétricos e a simplicidade de um índice de critério único (CARLSON, 1977).

Carlson relacionou os critérios de trofia mais comumente usados na época, concentração de fósforo total, concentração média de clorofila-a e transparência por disco de Secchi, em uma série de equações de predição. O índice de estado trófico de Carlson está baseado em valores relativos coletados no mês de verão das três variáveis.

O índice de estado trófico de Carlson apoiar-se em que:

- a clorofila-a é um bom indicador da biomassa de fitoplâncton,
- a concentração de fósforo total é o fator limitante para o crescimento do fitoplâncton,
- a transparência da água é uma variável decisiva relacionada principalmente com a clorofila-a.

Cada variável é avaliada separadamente como:

Índice de estado trófico de Fósforo Total,

$$IET(FT) = 10 \times \left[6 - \left(\frac{\ln 48}{\frac{FT}{\ln 2}} \right) \right] \quad \text{eq. (4)}$$

onde:

- FT : fósforo total
- $IET(FT)$: índice de estado trófico para fósforo total

Índice de estado trófico para clorofila-a,

$$IET(Chl) = 10 \times \left[6 - \left(\frac{2.04 - 0.68 \times \ln Chl}{\ln 2} \right) \right] \quad \text{eq. (5)}$$

onde:

- *Chl* : clorofila-a
- *IET(Chl)* : índice de estado trófico para clorofila-a

Índice de estado trófico de transparência

$$IET(DS) = 10 \times \left[6 - \left(\frac{\ln DS}{\ln 2} \right) \right] \quad \text{eq. (6)}$$

onde:

- *DS*: transparência por disco de Secchi
- *IET(Chl)* : índice de estado trófico para transparência por disco de Secchi

Ou as três variáveis podem ser incorporadas no cálculo utilizando uma média ponderada,

$$\overline{IET} = IET(DS) + 2 \times \left(\frac{IET(FT) + IET(Chl)}{5} \right) \quad \text{eq. (7)}$$

(SOUSA-FILHO et al., 2012)

Os valores relativos são baseados em equações de regressão derivadas de dados locais e, por tanto, sujeitas a diferenças locais nas relações e nos efeitos dessas três variáveis (JØRGENSEN et al., 2005).

2.2.2.2.2. Índice de Estado Trófico de Carlson modificado por Toledo

TOLEDO et al. (1983) apresentam uma nova classificação do estado trófico redefinido o índice de Carlson e determinado um coeficiente de exportação de fósforo. São introduzidas alterações na metodologia original desenvolvida para climas temperados, incluindo a determinação do coeficiente de sedimentação de

fósforo e as cargas críticas desse nutriente. As alterações feitas tiveram por base os dados obtidos no Reservatório de Barra Bonita em 1978, 1979 e 1980.

A partir desse modelo, são determinados os estados tróficos de quatro outros reservatórios do estado de São Paulo. Os resultados obtidos indicaram que a metodologia simplificada para o estudo do processo de eutrofização pode ser útil como ferramenta de avaliação preliminar do processo, voltada para o gerenciamento racional de recursos hídricos.

O índice de estado trófico de Carlson modificado por Toledo é calculado através das seguintes equações:

$$IET(FT) = 10 \times \left[6 - \left(\frac{\ln\left(\frac{80.32}{FT}\right)}{\ln 2} \right) \right] \quad \text{eq. (8)}$$

$$IET(Chl) = 10 \times \left[6 - \left(\frac{2.04 - 0.695 \times \ln Chl}{\ln 2} \right) \right] \quad \text{eq. (9)}$$

$$IET(DS) = 10 \times \left[6 - \left(\frac{0.64 + \ln DS}{\ln 2} \right) \right] \quad \text{eq. (10)}$$

Onde:

- *FT* : fósforo total
- *IET(FT)* : índice de estado trófico para fósforo total
- *Chl* : clorofila-a
- *IET(Chl)* : índice de estado trófico para clorofila-a
- *DS*: transparência por disco de Secchi
- *IET(Chl)* : índice de estado trófico para transparência por disco de Secchi

O índice de estado trófico final é obtido utilizando uma média ponderada conforme a eq. (11),

$$\overline{IET} = IET(DS) + 2 \times \left(\frac{IET(FT) + IET(Chl)}{5} \right) \quad \text{eq. (11)}$$

(SOUSA-FILHO et al., 2012)

2.2.3. Índices Fuzzy de Qualidade de Água e Índices Fuzzy de Estado Trófico.

2.2.3.1. Índices Difusos de Qualidade de Água

2.2.3.1.1. Índice Fuzzy de Qualidade de Água - FWQ

OCAMPO-DUQUE et al. (2006) desenvolveram um índice fuzzy para avaliação da qualidade da água utilizando sistemas de inferência fuzzy e um método de atribuição de pesos. O método de atribuição de pesos para cada indicador de qualidade baseou-se no Analytic Hierarchy Process (AHP) de VAIDYA; KUMAR (2006).

Foram utilizados 27 indicadores de qualidade de água divididos em 5 grupos: primário, matéria orgânica, microbiologia, ânions e amônio e substâncias prioritárias. O índice foi aplicado aos dados de 2002 a 2004 no Rio Ebro no trecho dentro da comunidade autônoma de Catalunha na Espanha.

O sistema de inferência foi do tipo Mamdani, as funções de pertinência de entrada e saída, trapezoidais, o método de implicação foi o mínimo, o método de agregação foi o máximo e o centroide de área foi usado como método de defuzzificação. O sistema completo funciona com um total de 96 regras enunciadas.

2.2.3.1.2. O Índice Fuzzy de Qualidade das Águas – INQA

LERMONTOV (2009) propõe um novo índice de qualidade das águas, o Índice Fuzzy de Qualidade das Águas (INQA). O INQA utiliza os nove parâmetros que compõem o IQA-CETESB agrupados em 5 grupos:

- (Gr01): pH e temperatura,
- (Gr02): oxigênio dissolvido e demanda bioquímica de oxigênio,
- (Gr03): coliformes termotolerantes,
- (Gr04): Nitrogênio total e fósforo total,
- (Gr05): sólidos totais e turbidez.

A Figura 8 apresenta o fluxograma de processo do INQA com a correspondente distribuição dos grupos.

Cada grupo representa um sistema de inferência fuzzy independente (seis SIF em total incluindo o INQA). Foram utilizadas funções de pertinência trapezoidais e triangulares para os nove parâmetros, os 5 grupos e o INQA.

O operador de implicação foi o mínimo. Os valores de fronteira dos conjuntos do índice final (INQA) foram delimitados pelos padrões de qualidade do IQA-CETESB (Quadro 2). Foram criadas 3125 regras para o sistema de inferência nebulosa que tem como saída o INQA.

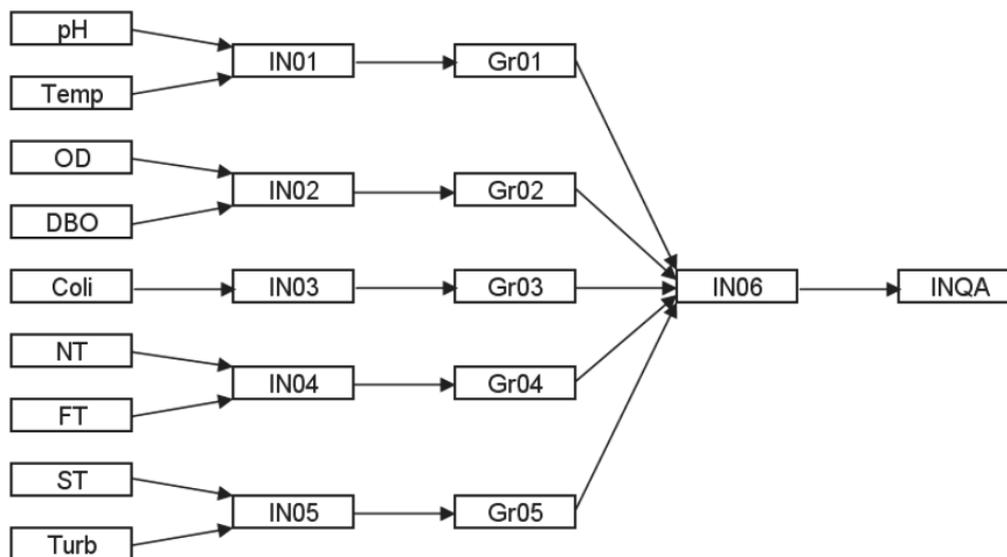


Figura 8. Fluxograma de processo do INQA

Lermontov comparou os resultados do INQA com os resultados de outros índices utilizando os dados de 4 pontos da rede de monitoramento da CETESB no rio Pardo, no Estado de São Paulo, referentes aos anos de 2004 a 2006. De acordo com LERMONTOV (2009) o INQA mostrou-se confiável e compatível com as outras metodologias tradicionais (PESSOA, 2010).

2.2.3.2. Índice Fuzzy de Estado Trófico

2.2.3.2.1. Análise da Qualidade da Água de Reservatórios usando Avaliação Sintética Fuzzy

LU; LO; HU (1999) desenvolveram um índice de estado trófico utilizando a avaliação sintética fuzzy. Avaliação sintética fuzzy é uma versão corrigida e melhorada da metodologia de avaliação sintética convencional, metodologia limitada pelo uso da lógica binária. A avaliação sintética convencional é utilizada na classificação de amostras dentro de padrões conhecidos.

O índice utiliza como fatores de classificação o fósforo total, a clorofila-a e a transparência por disco de Secchi.

De acordo com LU; LO; HU (1999) o estado trófico de um reservatório é determinado por uma operação de matrizes entre um vetor de pesos e uma matriz de avaliação fuzzy. O vetor de pesos é determinado usando a Análise de Processo Hierárquico Fuzzy (F-AHP) (TESFAMARIAM; SADIQ, 2006), (SAATY, 1977).

A metodologia da criação do índice compõe-se de três fases fundamentais:

1. Determinação das funções de pertinência (uma função para cada fator de classificação) e posterior constituição da matriz de avaliação fuzzy.
2. Determinação do vetor de pesos.
3. Avaliação sintética fuzzy.

1. Determinação das funções de pertinência e constituição da matriz de avaliação fuzzy.

A categorização do estado trófico da Organização de Cooperação para o Desenvolvimento Econômico (OECD) (“Organisation for Economic Cooperation and Development (OECD),” [S.d.]) foi utilizada como base para definir o suporte

dos conjuntos de entrada dos fatores de classificação na suas respectivas funções de pertinência.

Estado Trófico	Fósforo Total ($\mu\text{g/L}$)	Clorofila-a ($\mu\text{g/L}$)	Transparencia Secchi (m)
Oligotrófico	<7.9	<2	>4.6
Oligo-meso	8 - 11	2.1 - 2.9	4.5 - 3.8
Mesotrófico	12 - 27	3.0 - 6.9	3.7 - 2.4
Meso-eutro	28 - 39	7.0 - 9.9	2.3 - 1.8
Eutrófico	>40	> 10	<1.7

Tabela 2. Estado trófico como função do nível de nutrientes (OECD).

Fonte: (LU; LO; HU, 1999)

De acordo com os valores da Tabela 2, um lago ou reservatório é considerado eutrófico quando o valor de fósforo total (FT) for maior que 40 $\mu\text{g/L}$. Se o FT for exatamente igual a 20 $\mu\text{g/L}$ o ambiente é considerado mesotrófico e se o FT for menor que 8 $\mu\text{g/L}$ o estado é oligotrófico.

A partir destes valores podem ser criados os pontos chave que definirão a função de pertinência do fósforo total:

$$\mu_{fe}(40) = 1, \mu_{fe}(20) = 0,$$

$$\mu_{fm}(8) = 0, \mu_{fm}(20) = 1, \mu_{fm}(40) = 0,$$

$$\mu_{fo}(8) = 1, \mu_{fo}(20) = 0$$

Onde:

f: fósforo total

e: eutrófico

m: mesotrófico

o: oligotrófico

Os conjuntos oligotrófico, mesotrófico e eutrófico da função de pertinência para fósforo total são determinados utilizando os pontos chave e as eq. 12, 13 e 14.

$$\mu_o(x) = \left(\frac{a_2 - x}{a_2 - a_1} \right)^{k1} \quad a_1 < x \leq a_2 \quad \text{eq. (12)}$$

$$\mu_e(x) = \left(\frac{x - a_3}{a_4 - a_3} \right)^{k2} \quad a_3 \leq x < a_4 \quad \text{eq. (13)}$$

$$\mu_m(x) = 1 - \mu_o - \mu_e \quad \text{eq. (14)}$$

Função de pertinência para Fósforo Total

$$\mu_{fe}(x) = 1 \quad \text{se } x \geq 40 \quad \text{eq. (15)}$$

$$\mu_{fe}(x) = \left(\frac{x - 20}{20} \right)^{1.943} \quad \text{se } 20 \leq x < 40 \quad \text{eq. (16)}$$

$$\mu_{fm}(x) = 1 - \mu_{fe}(x) - \mu_{fo}(x) \quad \text{eq. (17)}$$

$$\mu_{fo}(x) = \left(\frac{20 - x}{12} \right)^{3.802} \quad \text{se } 8 < x \leq 20 \quad \text{eq. (18)}$$

$$\mu_{fo}(x) = 1 \quad \text{se } x \leq 8 \quad \text{eq. (19)}$$

A Figura 9 apresenta a função de pertinência para fósforo total com seus respectivos conjuntos.

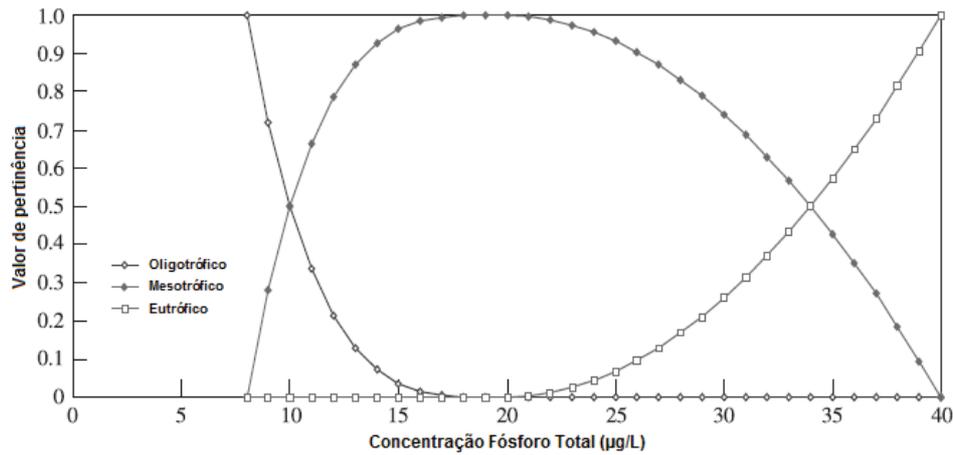


Figura 9. Conjuntos oligotrófico, mesotrófico eutrófico da função membro para fósforo total. Fonte: (LU; LO; HU, 1999)

As funções de pertinência para Clorofila-a e Profundidade de Disco de Secchi são determinadas de forma similar.

Função de pertinência para Clorofila-a

$$\mu_{ce}(x) = 1 \quad \text{se} \quad x \geq 10 \quad \text{eq. (20)}$$

$$\mu_{ce}(x) = \left(\frac{x-5}{5}\right)^{1.868} \quad \text{se} \quad 5 \leq x < 10 \quad \text{eq. (21)}$$

$$\mu_{cm}(x) = 1 - \mu_{ce}(x) - \mu_{co}(x) \quad \text{eq. (22)}$$

$$\mu_{co}(x) = \left(\frac{5-x}{3}\right)^{3.423} \quad \text{se} \quad 2 < x \leq 5 \quad \text{eq. (23)}$$

$$\mu_{co}(x) = 1 \quad \text{se} \quad x \leq 2 \quad \text{eq. (24)}$$

Função de pertinência para Profundidade de Disco de Secchi

$$\mu_{dse}(x) = 1 \quad \text{se} \quad x < 1.7 \quad \text{eq. (25)}$$

$$\mu_{dse}(x) = \left(\frac{x - 1.7}{1.3}\right)^{0.588} \quad \text{se} \quad 1.7 \leq x < 3.0 \quad \text{eq. (26)}$$

$$\mu_{dsm}(x) = 1 - \mu_{dse}(x) - \mu_{dso}(x) \quad \text{eq. (27)}$$

$$\mu_{dso}(x) = \left(\frac{3.0 - x}{1.5}\right)^{3.107} \quad \text{se} \quad 3.0 < x \leq 4.5 \quad \text{eq. (28)}$$

$$\mu_{dso}(x) = 1 \quad \text{se} \quad x > 4.5 \quad \text{eq. (29)}$$

Finalmente a matriz de avaliação fuzzy pode ser criada utilizando os valores encontrados nas funções membro de cada fator.

Matriz de avaliação fuzzy:

$$R = \begin{bmatrix} \mu_{fe} & \mu_{fm} & \mu_{fo} \\ \mu_{ce} & \mu_{cm} & \mu_{co} \\ \mu_{dse} & \mu_{dsm} & \mu_{dso} \end{bmatrix} \quad \text{eq. (30)}$$

Onde:

f: fósforo total	e: eutrófico
c: clorofila-a	m: mesotrófico
ds: profundidade de disco Secchi	o: oligotrófico

2. Determinação dos pesos

Os pesos das variáveis de eutrofização são determinados usando a Análise de Processo Hierárquico Fuzzy (F-AHP) (TESFAMARIAM; SADIQ, 2006), (SAATY, 1977). A clorofila-a foi considerada o fator mais importante para determinação do estado trófico, em segundo lugar o fósforo total e por último a

transparência por disco de Secchi, formando a matriz de julgamento J listada abaixo:

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1/2 & 1/3 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{eq. (31)}$$

A matriz J é normalizada coluna por coluna resultando na matriz (normalizada) D. Somando cada linha da matriz D e normalizando novamente, temos o vetor peso W (SOUSA-FILHO et al., 2012).

$$D = \begin{bmatrix} 0.2857 & 0.2727 & 0.3333 \\ 0.5714 & 0.5455 & 0.5 \\ 0.1429 & 0.1818 & 0.1667 \end{bmatrix} \quad \text{eq. (32)}$$

$$W = [w_f \quad w_c \quad w_{ds}] = [0.2972 \quad 0.5390 \quad 0.1638] \quad \text{eq. (33)}$$

3. Avaliação Sintética Fuzzy

Neste estudo, a avaliação estabelecida contém três níveis: $U = \{\text{oligotrófico mesotrófico eutrófico}\}$, e três variáveis estabelecidas $V = \{\text{Chla TP SD}\}$. A avaliação da matriz de três variáveis é $R = (u_{ij})_{n \times m}$; o peso estabelecido é $W = [w_f \quad w_c \quad w_{ds}]$. Fazendo o produto de, a avaliação fuzzy pode ser estabelecida como:

$$\begin{aligned} B = W \times R &= [w_f \quad w_c \quad w_{ds}] \times \begin{bmatrix} \mu_{fe} & \mu_{fm} & \mu_{fo} \\ \mu_{ce} & \mu_{cm} & \mu_{co} \\ \mu_{dse} & \mu_{dsm} & \mu_{dso} \end{bmatrix} \\ &= [b_e \quad b_m \quad b_0] \end{aligned} \quad \text{eq. (34)}$$

$$B = W \times R = [b_e \quad b_m \quad b_o] \quad \text{eq. (35)}$$

O estado trófico é determinado pelo maior valor dos três valores do vetor $[b_e \quad b_m \quad b_o]$ (SOUSA-FILHO et al., 2012).

O índice de eutroficação (IE) é calculado na eq. 36. Os valores calculados são exibidos na Figura 10.

$$IE = 1 \times b_o + 2 \times b_m + 3 \times b_e \quad \text{eq. (36)}$$

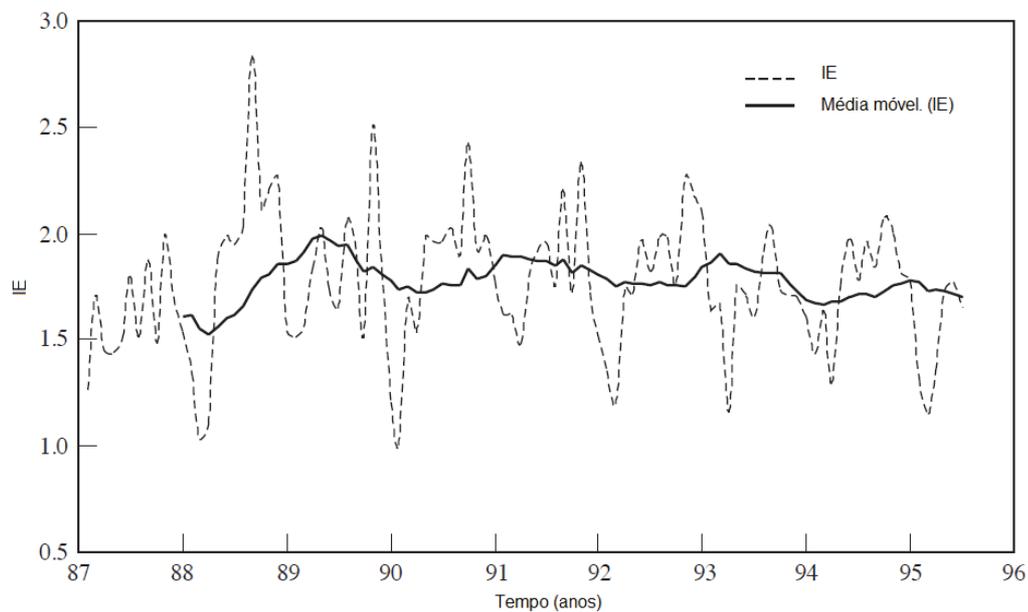


Figura 10. Tendência de eutroficação avaliada utilizando avaliação sintética fuzzy para o Reservatório Fei-Tsui, Taiwan. Fonte: (LU; LO; HU, 1999).

2.3. Modelagem Fuzzy

À medida que a complexidade de um sistema qualquer aumenta, nossa capacidade de fazer afirmações precisas e relevantes sobre seu comportamento diminui até atingir um limite além do qual precisão e relevância tornam-se características quase mutuamente exclusivas. Em outras palavras, quanto mais se

examinar minuciosamente um problema do mundo real, mais confuso se torna a sua solução (ZADEH, 1973). Problemas deste tipo têm sido satisfatoriamente tratados utilizando a Lógica Fuzzy.

A Lógica Fuzzy providencia uma abordagem para lidar com questões em que as informações não são precisas. Por tal motivo, ela pode ser considerada uma alternativa viável na modelagem de índices de qualidade da água. (CHAU, 2006). Especificamente, devido a que as metodologias tradicionais de avaliação de qualidade de ambientes aquáticos não têm se mostrado eficientes na representação do conhecimento subjetivo das variáveis usadas, a Lógica Fuzzy pode ser utilizada como uma alternativa viável na modelagem de índices de qualidade da água (LERMONTOV et al., 2009).

Entre as várias razões para aplicar a Lógica Fuzzy na elaboração de um índice de qualidade para ambientes aquáticos, provavelmente as mais importantes são:

- a facilidade de expandir e combinar dados quantitativos com informações qualitativas para expressar o estado ecológico de uma fonte de água, e
- a necessidade de combinar diferentes indicadores de qualidade.

Modelos fuzzy têm sido utilizados satisfatoriamente na análise de qualidade de águas superficiais: (SASIKUMAR; MUJUMDAR, 1998), (SOUZA; CHAGAS, 2005), (ICAGA, 2007), (OCAMPO-DUQUE et al., 2006), (ABDULLAH et al., 2008), (BAI, 2009), (LERMONTOV et al., 2009), (PESSOA, 2010), (GONZÁLEZ; CARVAJAL; TORO, 2012) e na avaliação da qualidade ambiental de lagos e reservatórios, diretamente relacionada ao estado trófico das águas: (LU; LO; HU, 1999), (LU; LO, 2002), (LIU; LO, 2005), (TAHERIYOUN; KARAMOUZ; BAGHVAND, 2010), (SOUSA-FILHO et al., 2012).

A seguir, a fundamentação teórica da Lógica Fuzzy será apresentada. Será feita uma breve comparação entre a teoria clássica dos conjuntos e a teoria dos conjuntos fuzzy. Os conceitos de variáveis linguísticas, conjuntos fuzzy, funções de pertinência e sistemas de inferência também serão apresentados.

2.3.1. Conjuntos Fuzzy

A Teoria de Conjuntos Fuzzy, base da Lógica Fuzzy, foi concebida por ZADEH, 1965 com o objetivo de fornecer uma ferramenta matemática para o tratamento de informações de caráter impreciso ou vago. A Lógica Fuzzy, baseada nessa teoria, foi inicialmente construída a partir dos conceitos já estabelecidos de lógica clássica (TANSCHKEIT, 1999).

Na teoria clássica dos conjuntos, o conceito de pertinência de um elemento a um conjunto fica bem definido. Dado um conjunto A em um universo U , os elementos deste universo simplesmente pertencem ou não pertencem àquele conjunto. Isto pode ser expresso pela função de pertinência $\mu_A(x)$ (também chamada de função característica ou função de discriminação) associada ao conjunto. Uma função $\mu_A(x)$ tal que:

$$A \rightarrow \mu_A(x) = 1 \quad \text{se e somente se } x \in A \quad \text{eq. (37)}$$

$$A \rightarrow \mu_A(x) = 0 \quad \text{se e somente se } x \notin A \quad \text{eq. (38)}$$

O conjunto A é matematicamente equivalente a sua função de pertinência $\mu_A(x)$ no sentido de que conhecer $\mu_A(x)$ é análogo a conhecer o próprio conjunto A .

Zadeh propôs uma caracterização mais ampla, generalizando a função característica de modo que ela pudesse assumir um número infinito de valores no intervalo $[0,1]$. Um conjunto fuzzy A em um universo U é definido por uma função de pertinência $\mu_A(x): U \rightarrow [0,1]$, e por um conjunto de pares ordenados:

$$A = \{\mu_A(x)/x\} \quad x \in U \quad \text{eq. (39)}$$

A função de pertinência proporciona uma medida do grau de compatibilidade de um elemento em U ao conjunto fuzzy (MENDEL, 1995b). No exemplo, $\mu_A(x)$ indica o quanto x é compatível com o conjunto A .

As figuras 11 e 12 ilustram a noção de “conjunto de pessoas altas” na teoria clássica dos conjuntos e na teoria dos conjuntos fuzzy. A Figura 13 ilustra como um determinado elemento pode pertencer a mais de um conjunto fuzzy, com diferentes graus de pertinência.

O *conjunto suporte* de um conjunto fuzzy A é o conjunto de elementos no universo U para os quais $\mu_A(x) = 0$ (TANSCHKEIT, 1999). O conjunto fuzzy cujo suporte é um único ponto em U com $\mu_A(x) = 1$, é chamado de *fuzzy singleton* (MENDEL, 1995b).

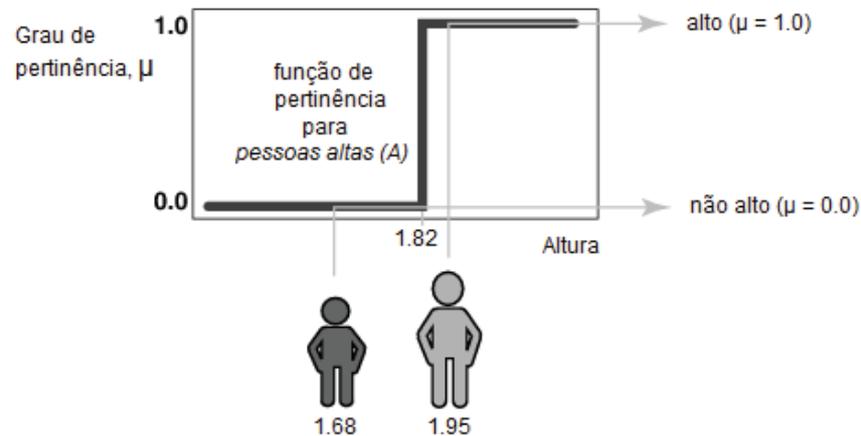


Figura 11. Função de pertinência do conjunto “Pessoas Altas” na teoria clássica dos conjuntos.

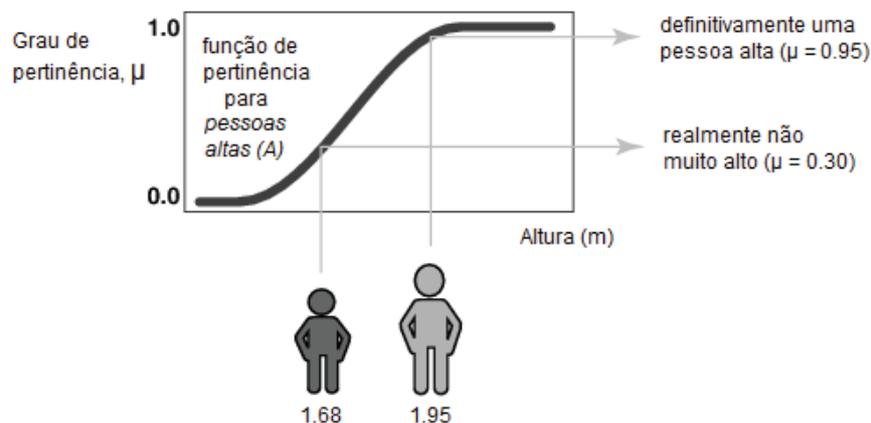


Figura 12. Função de pertinência do conjunto fuzzy “Pessoas Altas” na teoria dos conjuntos fuzzy.

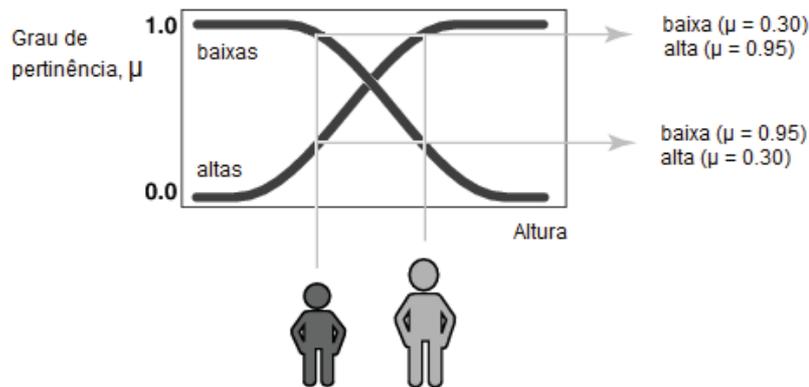


Figura 13. Conjuntos pessoas baixas e pessoas altas

Funções de pertinência podem ser determinadas a partir da experiência e da perspectiva do usuário, mas é comum fazer uso de funções de pertinência padrão, como, por exemplo, as de forma triangular, trapezoidal e Gaussiana. Em aplicações práticas as formas escolhidas inicialmente podem sofrer ajustes em função dos resultados observados. As funções de pertinência crescente, decrescente, trapezoidal e triangular descritas nas figuras 14, 15 e 16 foram utilizadas no presente trabalho.

Funções de pertinência Crescente e Decrescente

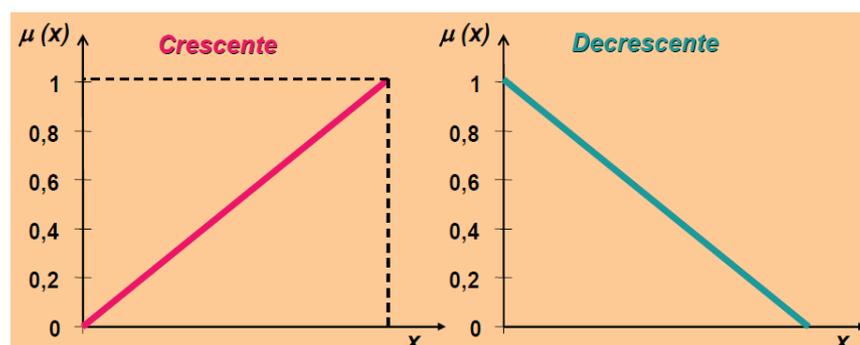


Figura 14. Funções de pertinência crescente e decrescente

Funções de pertinência Trapezoidais

$$\mu(x) = \text{trap}(x, a, b, c, d) = \begin{cases} 0 & , \quad x \leq a \\ 1 - \frac{(b-x)}{(b-a)} & , \quad a < x \leq b \\ 1 & , \quad b < x \leq c \\ \frac{(d-x)}{(d-c)} & , \quad c < x \leq d \\ 0 & , \quad x > d \end{cases} \quad \text{eq. (40)}$$

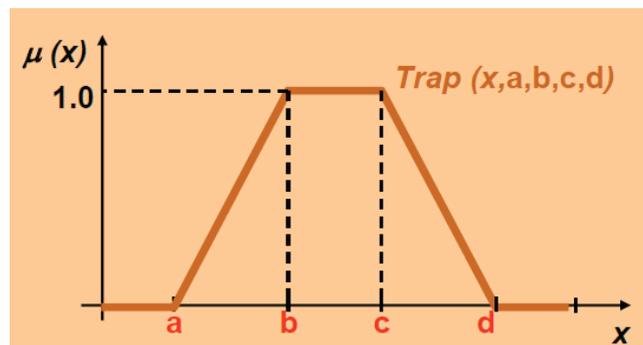


Figura 15. Função de pertinência trapezoidal

Funções de pertinência Triangulares

$$\mu(x) = \text{tri}(x, e, f, g) = \begin{cases} 0 & , \quad x \leq e \\ 1 - \frac{(f-x)}{(f-e)} & , \quad e < x \leq f \\ \frac{(g-x)}{(g-f)} & , \quad f < x \leq g \\ 0 & , \quad x > g \end{cases} \quad \text{eq. (41)}$$

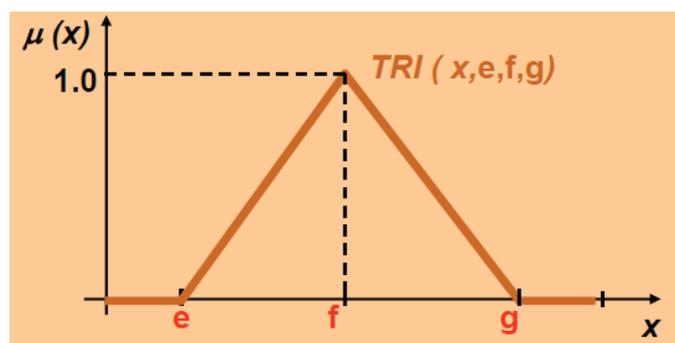


Figura 16. Função de pertinência triangular

As funções de pertinência triangulares e trapezoidais são as mais frequentemente utilizadas, por causa da sua simplicidade, ou porque há um conhecimento insuficiente para justificar outros tipos de funções (MARCHINI; FACCHINETTI; MISTRI, 2009).

2.3.2. Variáveis Linguísticas

Uma variável linguística é uma variável cujos termos não são números, mas palavras ou sentenças. O motivo de utilizar caracterizações linguísticas em vez de números é que geralmente as caracterizações linguísticas são menos específicas.

Uma variável linguística pode ser vista como uma variável cujos valores são nomes de conjuntos fuzzy. Por exemplo, a *temperatura* da água pode ser uma variável linguística assumindo valores *baixa*, *média*, e *alta*.

Aqui, a temperatura é interpretada como a variável linguística que pode ser descomposta nos termos (nomes de conjuntos fuzzy): *baixa*, *média*, e *alta*.

$$\text{Água}(temperatura) = \{baixa, média, alta\} \quad \text{eq. (42)}$$

onde cada termo de $\text{Água}(temperatura)$ é caracterizado por um conjunto fuzzy no universo de discurso $U = [0^\circ\text{C}, 100^\circ\text{C}]$, conforme mostrado na Figura 17.

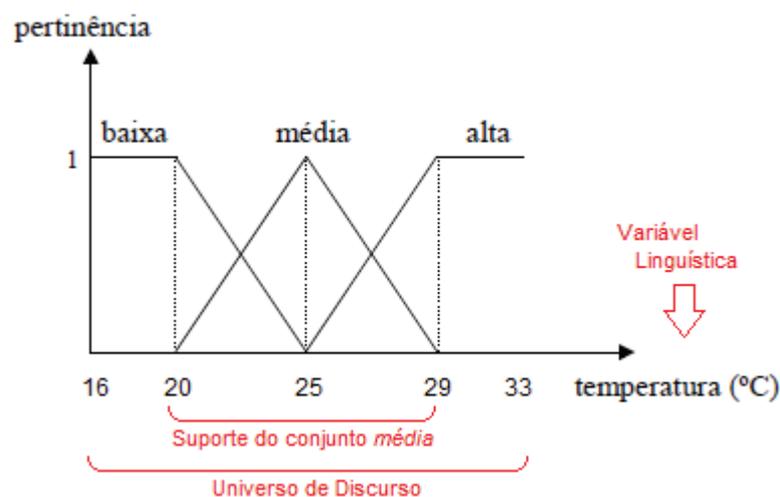


Figura 17. Variável linguística

2.3.3. Sistema de Inferência Fuzzy (SIF)

Um sistema de inferência fuzzy, também chamado de Sistema de Lógica Fuzzy, é um mapeamento não linear de um vetor de dados de entrada (escalar) em um valor de saída escalar. Um vetor de saída escalar em lugar de um valor escalar pode ser obtido decompondo o sistema em um conjunto de vários sistemas de Inferência Fuzzy independentes com vetores de entrada e saída escalar. Um SIF é um sistema capaz de lidar simultaneamente com dados numéricos e com conhecimentos linguísticos. Um SIF pode ser considerado como um aproximador universal de funções não lineares, uma propriedade que partilha com as redes neurais feedforward. (MENDEL, 1995).

O processo de mapeamento envolve os conceitos já discutidos anteriormente: funções de pertinência, conjuntos fuzzy, variáveis linguísticas, e outros que serão apresentados nessa seção.

Sistemas de inferência fuzzy têm sido aplicados com sucesso em campos tais como: monitoramento automático, classificação de dados, análise de decisão, sistemas especialistas e visão computacional (JANG; GULLEY, 1997).

Como pode ser visto na Figura 18, um SIF está formado por quatro componentes: *fuzzificação*, *regras*, *inferência* e *defuzzificação*. A informação flui da esquerda para a direita.

O sistema de inferência fuzzy aqui abordado é do tipo inicialmente concebido por Zadeh e outros pesquisadores, entre os quais E.H. Mamdani, que deu início a aplicações de caráter prático na década de 70 (MAMDANI, 1974). Em virtude disso, este tipo de sistema de inferência é muitas vezes referenciado, hoje em dia, como sendo do tipo *Mamdani*. Outro sistema de inferência que se tornou extremamente bem sucedido foi concebido por TAKAGI; SUGENO (1985), o qual difere do de *Mamdani* na parte do *consequente*, que é uma função linear das variáveis dos *antecedentes* (TANSCHKEIT, 1999).

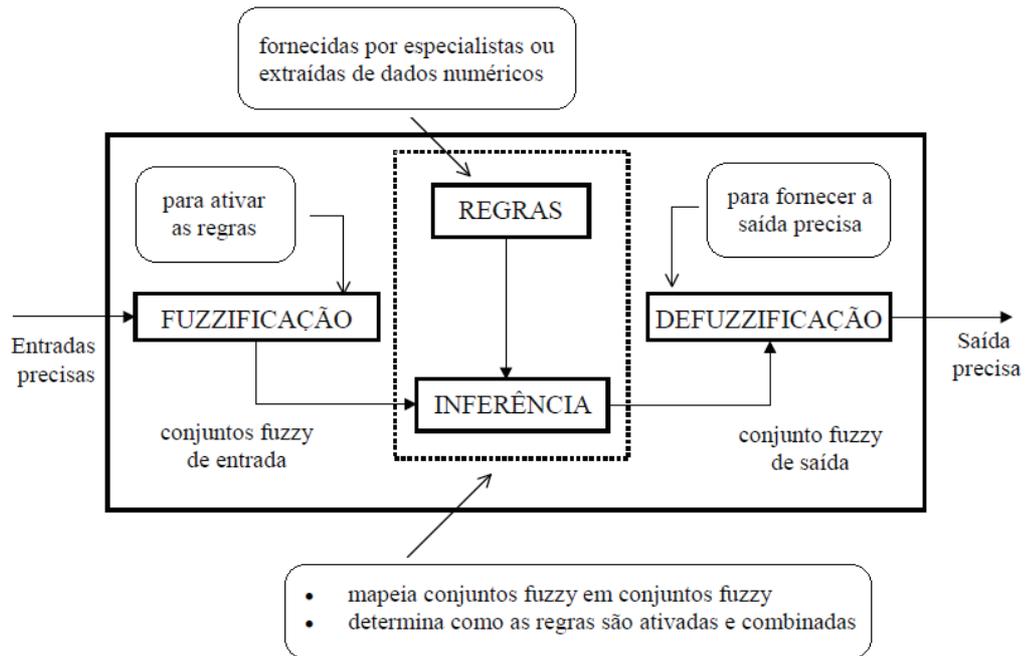


Figura 18. Sistema de Inferência Fuzzy. Fonte: (TANSCHKEIT, 1999)

Para descrever os componentes de um Sistema de Inferência Fuzzy, assim como seu funcionamento, a seguir apresenta-se um exemplo do cálculo simplificado da qualidade da água usando um Sistema de Inferência Fuzzy. O exemplo considera que a qualidade da água depende unicamente de dois indicadores de qualidade: temperatura e oxigênio dissolvido. Os indicadores, no nosso problema, representam as entradas do sistema. No exemplo, a base de regras está constituída unicamente por três regras.

Deste modo, considere a pergunta seguinte:

Qual seria a qualidade da água num ponto segundo a sua temperatura e seu nível de oxigênio dissolvido, considerando uma qualidade mínima de 0 e uma máxima de 100, uma temperatura mínima de 16°C e uma máxima de 33°C, um nível de oxigênio dissolvido de 0 mg/L e um máximo de 8 mg/L?

A estrutura básica do cálculo de qualidade usando um SIF é mostrada na Figura 19.

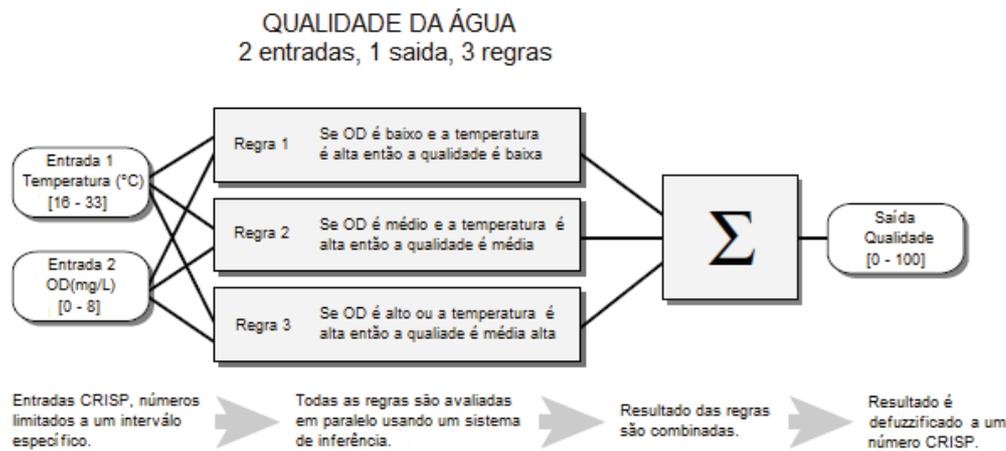


Figura 19. Estrutura básica do processo de Inferência Fuzzy do problema de qualidade da água. Fonte: (JANG; GULLEY, 1997)

Considerando um valor de entrada de temperatura de 28°C e utilizando a terceira regra “SE o oxigênio dissolvido é alto e a temperatura é alta ENTÃO a qualidade é média alta” como exemplo, o valor da função de pertinência para o conjunto “alta” da variável linguística temperatura é $\mu = 0.7$ (Figura 20).

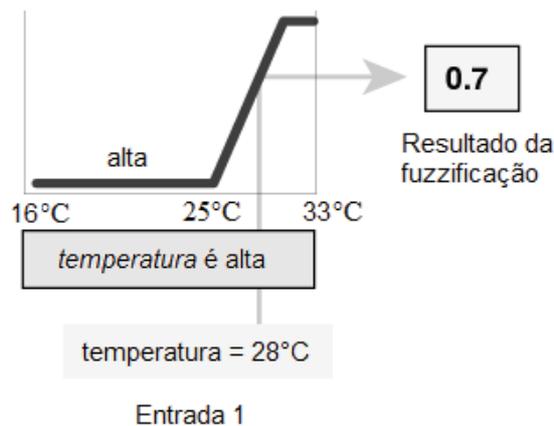


Figura 20. Fuzzificação. Fonte: (JANG; GULLEY, 1997)

As *regras* podem ser fornecidas por especialistas, em forma de sentenças linguísticas, e se constituem em um aspecto fundamental no desempenho de um

sistema de inferência fuzzy. Extrair regras de especialistas na forma de sentenças do tipo *se ... então* pode não ser uma tarefa fácil, por mais conhecedores que eles sejam do problema em questão. Alternativamente ao uso de especialistas para a definição da base de regras, existem métodos de extração de regras de dados numéricos. Estes métodos são particularmente úteis em problemas de classificação e previsão de séries temporais.

No nosso exemplo as regras são:

- SE o oxigênio dissolvido é baixo e a temperatura é alta ENTÃO a qualidade é baixa.
- SE o oxigênio dissolvido é médio e a temperatura é alta ENTÃO a qualidade é média.
- SE o oxigênio dissolvido é alto ou a temperatura é alta ENTÃO a qualidade é média alta.

Onde:

No estágio de *inferência* ocorrem as operações com conjuntos fuzzy propriamente ditas: combinação dos *antecedentes* das regras, *implicação* e *modus ponens generalizado*; operações explicadas em detalhe em TANSCHKEIT (1999). Os conjuntos fuzzy de entrada, relativos aos *antecedentes* das regras, e o de saída, referente ao *consequente*, podem ser definidos previamente ou, alternativamente, gerados automaticamente a partir dos dados. No exemplo, o oxigênio dissolvido e a temperatura são *antecedentes* e a qualidade é o *consequente*.

Um aspecto importante é a definição dos conjuntos fuzzy correspondentes às variáveis de entrada (*antecedentes*) e à(s) de saída (*consequente(s)*), pois o desempenho do sistema de inferência dependerá do número de conjuntos e de sua forma. Pode-se efetuar uma sintonia "manual" das funções de pertinência dos conjuntos, mas é mais comum empregarem-se métodos automáticos. A integração entre sistemas de inferência fuzzy e redes neurais – originando os sistemas neuro-fuzzy – ou algoritmos genéticos tem se mostrado adequada para a sintonia de funções de pertinência, assim como para a geração automática de regras.

Uma vez obtido um conjunto fuzzy de saída através do processo de inferência, no estágio de *defuzzificação* é efetuada uma *interpretação* dessa informação. A entrada do processo de defuzzificação é um conjunto fuzzy e a saída é um único número. Isto se faz necessário pois, em aplicações práticas, geralmente são requeridas saídas precisas (TANSCHKEIT, 1999).

Existem vários métodos de defuzzificação na literatura; dois dos mais empregados são o *centro de área* e a *média dos máximos*. O centroide de área é análogo ao centro de gravidade de um corpo. Na média dos máximos, a saída precisa é obtida tomando-se a média entre os dois elementos extremos no universo que correspondem aos maiores valores da função de pertinência do consequente. Com o *centroide de área*, a saída é o valor no universo que divide a área sob a curva da função de pertinência em duas partes iguais. Na escolha de um método ou outro, deve-se decidir se é importante considerar as contribuições de todas as regras ativadas ou se é desejável levar em consideração apenas aquelas com maior grau de ativação (TANSCHKEIT, 1999).

Na Figura 21 apresenta-se o diagrama completo do exemplo de Sistema de Inferência Fuzzy, desde os valores numéricos das duas variáveis de entrada: oxigênio dissolvido = 3mg/L e temperatura = 28°C, até o resultado numérico da variável de saída, resultado do processo de defuzzificação centroide de área, qualidade = 60.

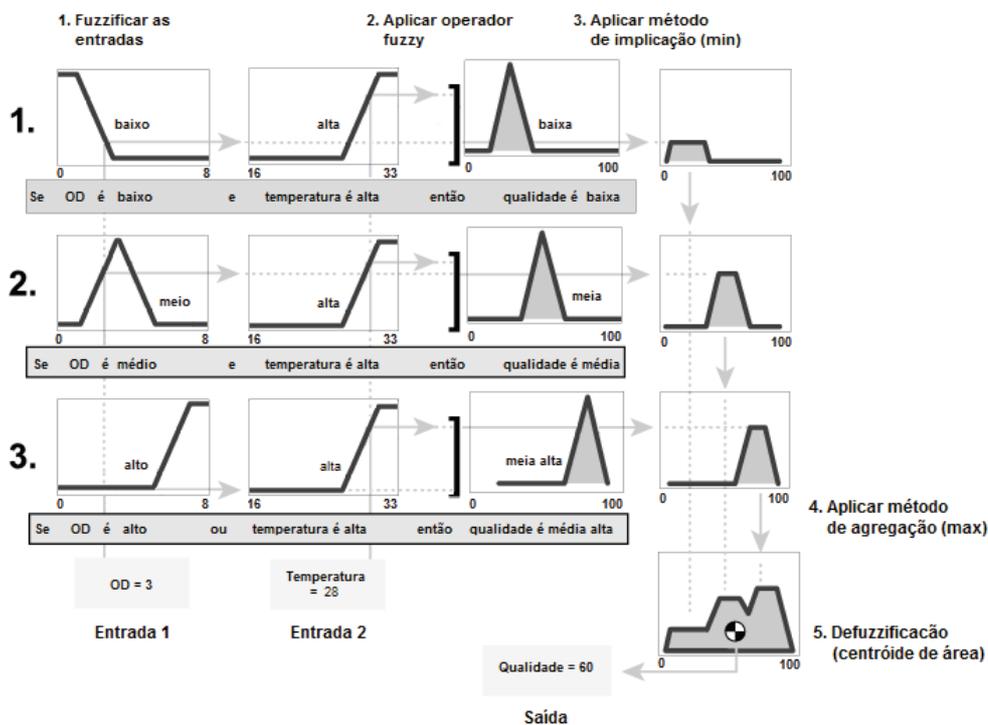


Figura 21. Diagrama de um sistema de inferência fuzzy completo

