



André Luís Müller

**Otimização de estruturas reticuladas
considerando incertezas**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Área de concentração: Estruturas.

Orientador: Prof. Luiz Eloy Vaz

Co-orientadora: Profa. Claudia Ribeiro Eboli

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2003



André Luís Müller

Otimização de estruturas reticuladas considerando incertezas

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Luiz Eloy Vaz

Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Profa. Claudia Ribeiro Eboli

Co-orientadora

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Silvio Souza Lima

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Raul Rosas e Silva

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Ney Augusto Dumont

Coordenador Setorial

do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 12 de fevereiro de 2003

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

André Luís Müller

Graduou-se em Engenharia Civil na UPF
(Universidade de Passo Fundo - RS) em 2000.

Ficha Catalográfica

Müller, André Luís

Otimização de estruturas reticuladas considerando incertezas / André Luís Müller; orientador: Luiz Eloy Vaz; co-orientadora: Claudia Ribeiro Eboli. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2003.

[16], 98 f. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Otimização. 3. Análise estatística. 4. Análise de sensibilidade estatística. I. Vaz, Luiz Eloy. II. Eboli, Claudia Ribeiro. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. IV. Título.

CDD: 624

Para todos que colaboraram
com esse trabalho

Agradecimentos

Ao meu orientador Professor Luiz Eloy Vaz pelo estímulo, orientação e convivência para a realização deste trabalho.

A minha co-orientadora Professora Claudia Ribeiro Eboli pelo valioso auxílio e orientação.

Aos professores que participaram da Comissão examinadora.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio pelos ensinamentos e pela ajuda.

Aos professores da Faculdade de Engenharia da Universidade de Passo Fundo em especial ao Professor Moacir Kripka pela valiosa orientação durante a graduação.

A Capes pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ser realizado.

A PUC-Rio pela complementação da bolsa através do programa de bolsa de rendimento acadêmico.

A todos os amigos e familiares que de uma forma ou de outra me estimularam ou me ajudaram.

Resumo

Müller, André Luís; Vaz, Luiz Eloy; Eboli, Claudia R. **Otimização de estruturas reticuladas considerando incertezas**. Rio de Janeiro, 2003. 114p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Parâmetros mecânicos utilizados na análise e projeto de estruturas, tais como módulo de elasticidade e tensão de escoamento do material assim como cargas, são na verdade variáveis aleatórias e não determinísticas como se considera normalmente. Conseqüentemente, as respostas das estruturas, tais como deslocamentos e tensões, são também variáveis aleatórias e, portanto há incerteza quanto à determinação dessas variáveis. Nesse trabalho as incertezas relativas aos parâmetros mecânicos dos materiais e, por conseguinte as incertezas quanto às respostas da estrutura, serão consideradas no projeto ótimo de estruturas reticuladas planas tais como treliças e pórticos. Para a determinação da resposta incorporando incertezas será usado o método de análise estatística linear. As análises de sensibilidade serão feitas pelo método analítico direto e o algoritmo de otimização empregado será o de pontos interiores.

Palavras chave

Otimização; Análise estatística; Análise de sensibilidade estatística.

Abstract

Müller, André Luís; Vaz, Luiz Eloy; Eboli, Claudia R. **Optimization of framed structures considering uncertainties**. Rio de Janeiro, 2003. 114p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Civil Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Mechanical parameters used in the analysis and design of structures, such as the elasticity modulus and the yielding stress for the material as well as the loads, are in fact, random rather than deterministic variables as they are usually considered. Consequently, the structural response, such as displacements and stresses, are also random variables, and in this way, there are uncertainties while determining these variables. In this work the uncertainties related to the mechanical parameters for the material and, as consequence, the uncertainties corresponding to structural response will be taken into account in the optimum design of framed structures, such as trusses and frames. For the determination of the structural response considering uncertainties, the linear statistical method will be applied. The sensitivity analyses will be performed by the direct analytical method and the interior point algorithm will be used as optimization algorithm.

Keywords

Optimization; Statistical analyses; Sensitivity statistical analyses.

Sumário

1	Introdução.....	17
1.1	Organização da dissertação	20
2	Fundamentos de probabilidade e estatística	22
2.1	Introdução.....	22
2.2	Estatística	22
2.3	População e amostra.....	23
2.4	Espaço amostral, eventos e variáveis aleatórias	23
2.5	Distribuições de freqüência	24
2.6	Intervalos e limites de classes	24
2.7	Histogramas de freqüência.....	25
2.8	Distribuições de freqüência relativa e acumulada	26
2.9	Medidas de tendência central.....	26
2.10	Probabilidade.....	27
2.11	Eventos independentes	28
2.12	Distribuições discretas de probabilidade	28
2.13	Distribuições contínuas de probabilidade	28
2.14	Esperança matemática	30
2.15	Variância e desvio padrão	31
2.16	Variáveis aleatórias padronizadas.....	32
2.17	Covariância.....	33
2.18	Coeficiente de correlação e coeficiente de variação.....	34
2.19	Funções de densidade de probabilidade	34
2.20	Combinação linear de variáveis aleatórias	37
3	Análise e análise de sensibilidade de estruturas reticuladas.....	39
3.1	Introdução.....	39
3.2	Análise linear de estruturas reticuladas.....	40

3.3	Análise de sensibilidade	44
3.3.1	Aproximação por diferenças finitas.....	44
3.3.2	Métodos analíticos.....	45
3.3.3	Método semi-analítico.....	47
4	Análise de estruturas incorporando incertezas.....	48
4.1	Introdução.....	48
4.2	Análise estatística exata	48
4.3	Análise estatística linear	49
4.4	Simulação de Monte Carlo	52
4.5	Simulação de Monte Carlo para variáveis aleatórias independentes	52
4.6	Simulação de Monte Carlo para variáveis aleatórias dependentes ...	54
4.7	Considerações do trabalho para análise estatística de estruturas reticuladas	56
4.8	Exemplos.....	57
4.8.1	Treliça de 4 elementos	57
4.8.2	Treliça de 10 elementos	59
4.8.3	Pórtico de 3 elementos	60
5	Análise de sensibilidade estatística	62
5.1	Introdução.....	62
5.2	Análise de sensibilidade da média dos deslocamentos.....	62
5.3	Análise de sensibilidade do desvio padrão dos deslocamentos	65
5.4	Análise de sensibilidade da média das tensões	68
5.4	Análise de sensibilidade do desvio padrão das tensões.....	70
6	Fundamentos de programação matemática	73
6.1	Introdução.....	73
6.2	Conceitos básicos.....	73
6.3	Condições de ótimo	74
6.4	Forma geral dos algoritmos de programação matemática.....	76
6.5	Algoritmo de pontos interiores	76
6.6	Etapas do Algoritmo de Pontos Interiores	79

7 Otimização de estruturas.....	82
7.1 Introdução.....	82
7.2 Hipóteses básicas.....	83
7.3 Modelo de treliça plana.....	83
7.3.1 Descrição da formulação	86
7.3.2 Cálculo das sensibilidades	86
7.4 Modelo de pórtico plano	91
7.4.1 Descrição da formulação	92
7.4.2 Cálculo das sensibilidades	92
7.5 Exemplos.....	93
7.5.1 Viga de 7 elementos.....	93
7.5.2 Pórtico de 3 elementos	96
7.5.3 Treliça de 10 elementos	98
8 Implementação computacional	101
8.1 Introdução.....	101
8.2 Ferramentas de desenvolvimento da interface gráfica	102
8.3 Descrição geral do programa	102
9 Conclusões e considerações finais.....	108
10 Referências bibliográficas.....	112

Lista de figuras

Figura 2.1: Histograma de frequência.....	26
Figura 3.1: Elementos de treliça e pórtico	41
Figura 3.2: Pórtico de 3 elementos.....	42
Figura 3.3: Efeito da deformação de cisalhamento	43
Figura 3.4: Sensibilidade - aproximação por diferenças finitas.....	45
Figura 4.1: Treliça de 4 elementos.	57
Figura 4.2: Treliça de 10 elementos.	59
Figura 5.1: Sensibilidade do deslocamento em relação ao módulo de elasticidade E.	63
Figura 5.2: Sensibilidade do deslocamento em relação à área - Estatístico linear.....	64
Figura 5.3: Sensibilidade do deslocamento em relação à área - SMC. ...	65
Figura 5.4: Sensibilidade do desvio padrão do deslocamento em relação à área - Estatístico linear	68
Figura 5.5: Sensibilidade do desvio padrão do deslocamento em relação à área - SMC	68
Figura 5.6: Sensibilidade da tensão média em relação ao módulo de elasticidade E.	69
Figura 5.7: Sensibilidade da média da tensão em relação à área - Estatístico linear	70
Figura 5.8: Sensibilidade da média da tensão em relação à área - SMC	70
Figura 5.9: Sensibilidade do desvio padrão da tensão em relação à área - Estatístico linear	72
Figura 5.10: Sensibilidade do desvio padrão da tensão em relação à área - SMC	72
Figura 7.1: Sensibilidade da restrição em relação ao deslocamento para o modelo de treliça - Estatístico linear.....	89

Figura 7.2: Sensibilidade da restrição em relação ao deslocamento para o modelo de treliça - SMC.	89
Figura 7.3: Sensibilidade da restrição em relação à falha - Estatístico linear.....	91
Figura 7.4: Sensibilidade da restrição em relação à falha - SMC.	91
Figura 7.5: Sensibilidade da restrição em relação ao deslocamento para o modelo de pórtico - Estatístico linear.....	93
Figura 7.6: Sensibilidade da restrição em relação ao deslocamento para o modelo de pórtico - SMC.	93
Figura 7.7: Viga de 7 elementos.....	94
Figura 7.8: Peso da viga para iterações do algoritmo de otimização - exemplo viga de 7 elementos.	95
Figura 7.9 : Pórtico de 3 elementos.....	96
Figura 7.10: Peso do pórtico para iterações do algoritmo de otimização - exemplo pórtico de 3 elementos.....	98
Figura 7.11: Treliça de 10 elementos.	99
Figura 7.10: Peso da treliça para iterações do algoritmo de otimização - exemplo treliça de 10 elementos.	100
Figura 8.1: Esquema do programa	103
Figura 8.2: Tela principal do programa	103
Figura 8.3: Interface para manipulação	104
Figura 8.4: Opções da análise estatística.....	105
Figura 8.5: Análise de sensibilidade	106
Figura 8.6: Tela pós-processamento da análise estatística.....	107
Figura 8.7: Tela pós-processamento da deformada da estrutura otimizada.	107

Lista de tabelas

Tabela 2.1: Exemplo de distribuição de frequência	25
Tabela 4.1: Números aleatórios para uma função de densidade uniforme	53
Tabela 4.2: Comparação de resultados da treliça de 4 elementos.....	58
Tabela 4.3: Comparação de resultados da treliça de 10 elementos.....	59
Tabela 4.4: Comparação de resultados do pórtico de 3 elementos.....	60
Tabela 7.1: Otimização da viga de 7 elementos.....	94
Tabela 7.2: Otimização do pórtico de 3 elementos.....	96
Tabela 7.3: Otimização da treliça de 10 elementos.....	99
Tabela 7.4: Áreas finais das seções transversais dos elementos da treliça de 10 elementos	100

Lista de símbolos

- B** - aproximação da Hessiana, matriz que relaciona deslocamentos e deformações
- ρ - coeficiente de correlação, peso específico do material, coeficiente da direção de busca
- q_{presc} - deslocamento prescrito
- s_R - desvio padrão da resistência
- s_S - desvio padrão da solitação
- s_σ - desvio padrão das tensões
- s_F - desvio padrão de F
- s_q - desvio padrão dos deslocamentos
- d** - direção de busca
- ϵ_T - erro de truncamento
- f - falha prescrita
- g** - gradiente da função objetivo
- \mathbf{a}_i - gradiente da restrição c_i
- W** - Hessiana da função Lagrangiana
- C** - matriz constitutiva elástica, matriz de transformação linear
- N** - matriz das funções de forma
- \mathbf{S}_σ - matriz de covariância das tensões
- \mathbf{S}_r - matriz de covariância das variáveis aleatórias
- \mathbf{S}_f - matriz de covariância de f
- \mathbf{S}_x - matriz de covariância de x
- \mathbf{S}_y - matriz de covariância de y
- \mathbf{S}_q - matriz de covariância dos deslocamentos

\mathbf{K}	-	matriz de rigidez elástica global
\mathbf{K}_e	-	matriz de rigidez elástica local
Λ	-	matriz diagonal que contém os multiplicadores de Lagrange
\mathbf{A}	-	matriz do gradiente das restrições
\mathbf{I}	-	matriz identidade
λ_i	-	multiplicador de Lagrange da restrição c_i
k_a	-	parâmetro do algoritmo de pontos interiores
k_e	-	parâmetro do algoritmo de pontos interiores
k_f	-	parâmetro do algoritmo de pontos interiores
\mathbf{B}_o	-	parcela constante da matriz \mathbf{B}
Δx	-	perturbação absoluta
η	-	perturbação relativa
P_f	-	probabilidade de falha
$\mathbf{c}_i(x)$	-	restrição do problema de otimização
b_0	-	valor inicial da diagonal de aproximação da Hessiana
\bar{R}	-	valor médio da resistência
\bar{S}	-	valor médio da solitação
\bar{E}	-	valor médio do módulo de elasticidade longitudinal
\bar{G}	-	valor médio do módulo de elasticidade transversal
v_{presc}	-	valor prescrito
x_i	-	variável de projeto, variável aleatória
$\bar{\sigma}$	-	vetor da média das tensões
$\bar{\mathbf{q}}$	-	vetor da media dos deslocamentos
$\bar{\mathbf{X}}$	-	vetor da média de variáveis aleatórias X
$\bar{\mathbf{Y}}$	-	vetor da média de variáveis aleatórias Y
$\boldsymbol{\epsilon}$	-	vetor das deformações
\mathbf{c}	-	vetor das restrições

\mathbf{x}	-	vetor das variáveis de projeto
\mathbf{q}	-	vetor de deslocamentos
\mathbf{F}	-	vetor de forças
$\boldsymbol{\sigma}$	-	vetor de tensões
\mathbf{X}	-	vetor de variáveis aleatórias
\mathbf{Y}	-	vetor de variáveis aleatórias
$\boldsymbol{\lambda}$	-	vetor dos multiplicadores de Lagrange, vetor adjunto
\mathbf{x}_0	-	vetor inicial das variáveis de projeto
$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$	-	função Lagrangiana
A	-	área da seção transversal
b	-	largura da seção transversal retangular
Cov	-	covariância
E	-	esperança matemática
E	-	módulo de elasticidade longitudinal
$f(x)$	-	função objetivo
g	-	constante adimensional de cisalhamento
G	-	módulo de elasticidade transversal
h	-	altura da seção transversal retangular
I	-	momento de inércia
L	-	comprimento de elemento
l	-	limite inferior, comprimento
ndr	-	número de deslocamentos com restrição
$nelm$	-	número de elementos
P	-	carga concentrada
P	-	probabilidade
$p(x)$	-	função de densidade de probabilidade
Q	-	momento estático de uma seção
R	-	resistência
r	-	variáveis aleatórias
s	-	desvio padrão
S	-	solicitação
SMC	-	simulação de Monte Carlo

t - tamanho do passo
 u - limite superior