

4 Desenvolvimento do programa

O programa de susceptibilidade desenvolvido neste trabalho foi implantado em ambiente MATLAB. A seguir são apresentadas as formulações e teorias utilizadas na análise de susceptibilidade (fluxo e equilíbrio limite), rotina de cálculo, assim como as teorias de processamento de dados para o cálculo da declividade e área de contribuição do MDE.

4.1. Formulações e teorias utilizadas

O programa em questão consistiu em processar paralelamente equações de fluxo em solo não saturado e saturado, e equações de equilíbrio limite, mais especificamente, de talude infinito. No modelo, o valor da espessura do solo e , assim como a altura da coluna de água h , foram consideradas paralelas à superfície do terreno, e as equações foram escritas com tais parâmetros. Logo onde normalmente se lê na literatura $z \cdot \cos\beta$ para a espessura de solo, aqui se lê e . A inclinação da encosta foi denominada de β , e a largura da menor unidade (pixel) do MDE foi denominada de b . A Figura 14 ilustra o citado.

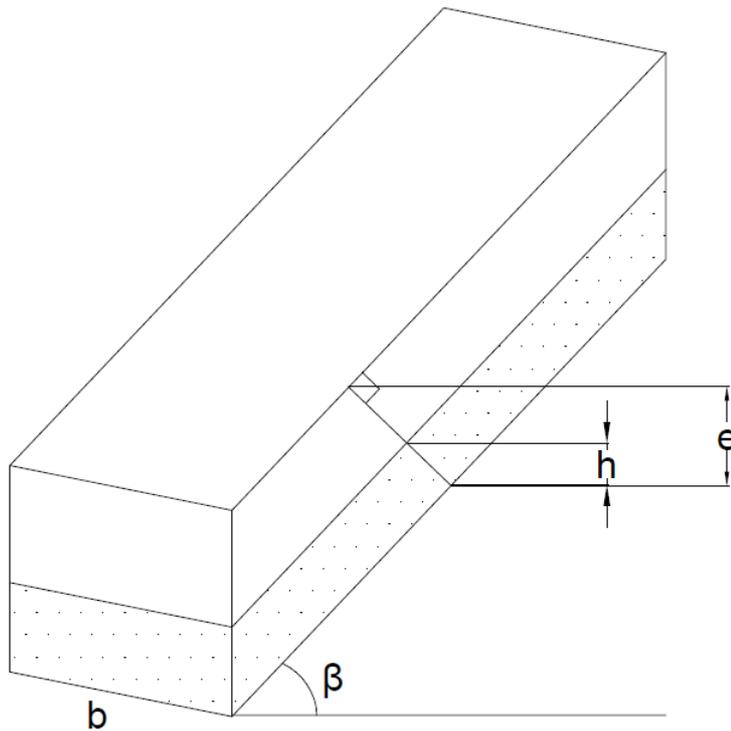


Figura 14 – Indicação dos parâmetros geométricos utilizados.

4.1.1.

Frente de saturação e fluxo saturado

Para a infiltração no solo não saturado, foi adotada a solução de Green-Ampt. Escreveu-se uma rotina de cálculo considerando chuvas com intensidade variando no tempo, conforme proposto por alguns autores como Muntohar (2008) e Xie, Esaki e Cai (2004). O modelo desenvolvido a seguir seguiu a linha de raciocínio apresentada pelos autores citados.

Existem três situações que podem ocorrer em um regime de chuva variada, no que tange a infiltração:

1) A taxa de infiltração $f[LT^{-1}]$ no início e no final de certo intervalo de tempo Δt é maior que a intensidade de chuva $Q[LT^{-1}]$ naquele período. Neste caso toda a chuva infiltra, sendo acrescida ao volume de água infiltrada no tempo total anterior $F(t)[L]$. Considera-se que esse volume de chuva infiltrado irá mobilizar a frente de saturação, sendo:

$$F(t + \Delta t) = Q(\Delta t) \cdot \Delta t + F(t) \quad (47)$$

2) A taxa de infiltração no início é maior que a intensidade de chuva, se tornando menor no final do período. Para tal deve-se considerar o método proposto por Mein e Larson (1973) (*apud* Chow, 1988) para chuvas constantes, onde nesses casos se propõe a existência de um tempo de empoçamento t_p . A chuva que cai previamente a esse tempo infiltra por completo, já que a taxa de infiltração até t_p é maior que a intensidade de chuva. Após t_p , a infiltração obedece à equação de Green-Ampt (eq. 11). Para se calcular o tempo t_p , utiliza-se a eq. 12, igualando-se a infiltração f com a intensidade de chuva Q , e substituindo-se F por Q multiplicada pelo t_p .

$$Q = k_{sat} \cdot \left(1 + \frac{\psi_f \cdot \Delta\theta}{Q \cdot t_p}\right) \quad (48)$$

Com isso:

$$t_p = \frac{K_{sat} \cdot \psi_f \cdot \Delta\theta}{Q \cdot (Q - K_{sat})} \quad (49)$$

A infiltração até t_p pode ser calculada como:

$$F_p = t_p \cdot Q \quad (50)$$

Agora, para se calcular a infiltração total até um tempo t , considerando-se esse efeito do empoçamento, pode-se utilizar de um artifício matemático mostrado na Figura 15:

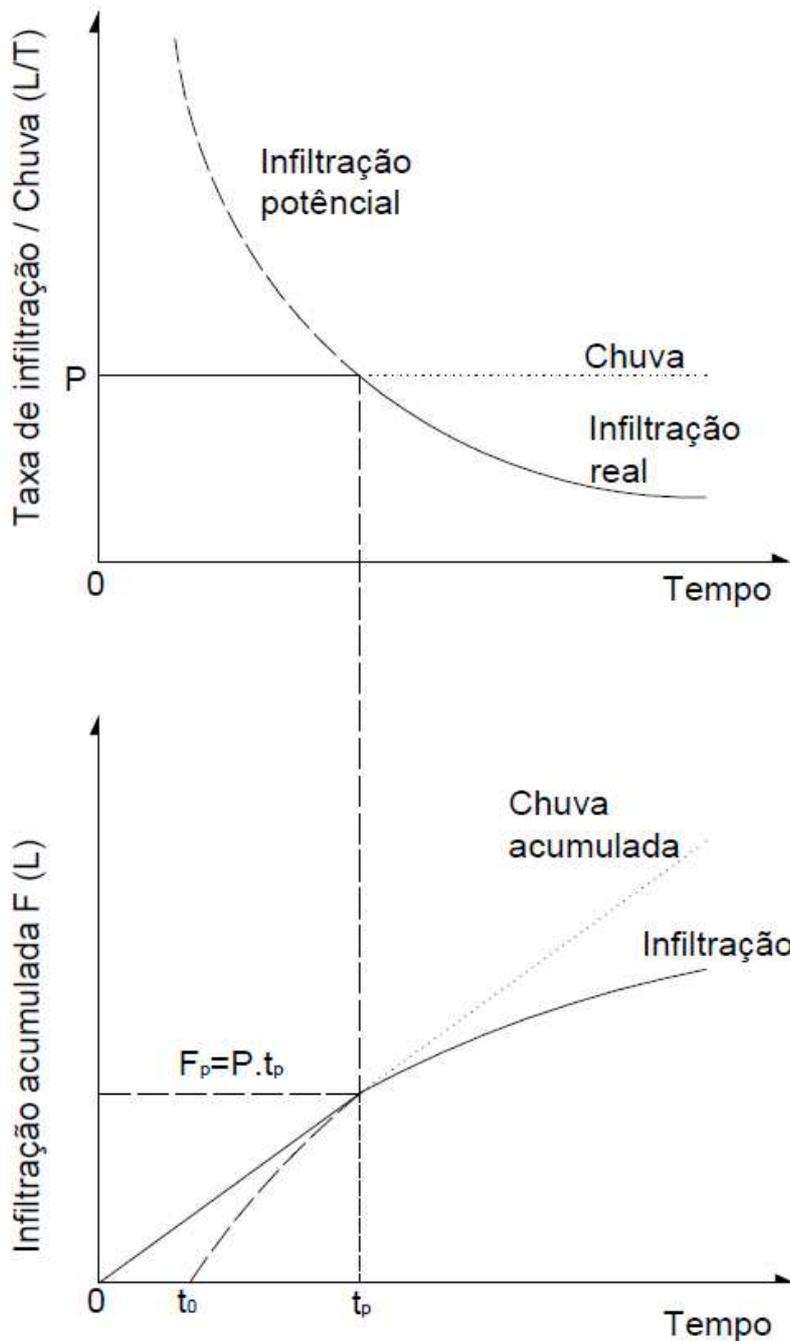


Figura 15 – Taxa de infiltração e infiltração acumulada para situação de empoçamento em regime de chuva constante (adaptado de Chow, 1988).

Para se obter a taxa de infiltração após o empoçamento, uma curva de infiltração potencial começando em um tempo arbitrário t_0 é construída, passando pelo ponto t_p . Como em t_p a infiltração acumulada é F_p , através da substituição na equação de Green-Ampt (eq. 11), chega-se a:

$$k_{sat} \cdot (t_p - t_0) = F_p - \psi_f \cdot \Delta\theta \cdot \ln\left(1 + \frac{F_p}{\psi_f \cdot \Delta\theta}\right) \quad (51)$$

Já para a infiltração F em um tempo t após t_p :

$$k_{sat} \cdot (t - t_0) = F_t - \psi_f \cdot \Delta\theta \cdot \ln\left(1 + \frac{F_t}{\psi_f \cdot \Delta\theta}\right) \quad (52)$$

Fazendo a subtração da eq. 52 com 51 de forma a se eliminar a incógnita t_0 obtém-se:

$$k_{sat} \cdot (t - t_p) = F_t - F_p - \psi_f \cdot \Delta\theta \cdot \ln\left(\frac{\psi_f \cdot \Delta\theta + F_t}{\psi_f \cdot \Delta\theta + F_p}\right) \quad (53)$$

3) A intensidade de chuva no início do período é maior que a taxa de infiltração. Neste caso ela obedece à equação de Green-Ampt (eq. 11). Em se considerando uma infiltração prévia, através do mesmo artifício matemático utilizado no caso anterior (2), pode-se utilizar a eq. 53 apresentada, substituindo t_p e F_p pelo tempo e infiltração acumulada do tempo anterior ($t-\Delta t$):

$$k_{sat} \cdot \Delta t = F_t - F_{t-\Delta t} - \psi_f \cdot \Delta\theta \cdot \ln\left(\frac{\psi_f \cdot \Delta\theta + F_t}{\psi_f \cdot \Delta\theta + F_{t-\Delta t}}\right) \quad (54)$$

A profundidade da frente z_w é calculada por meio da eq. 6. A rotina de cálculo para o avanço da frente de saturação é apresentado na Figura 16:

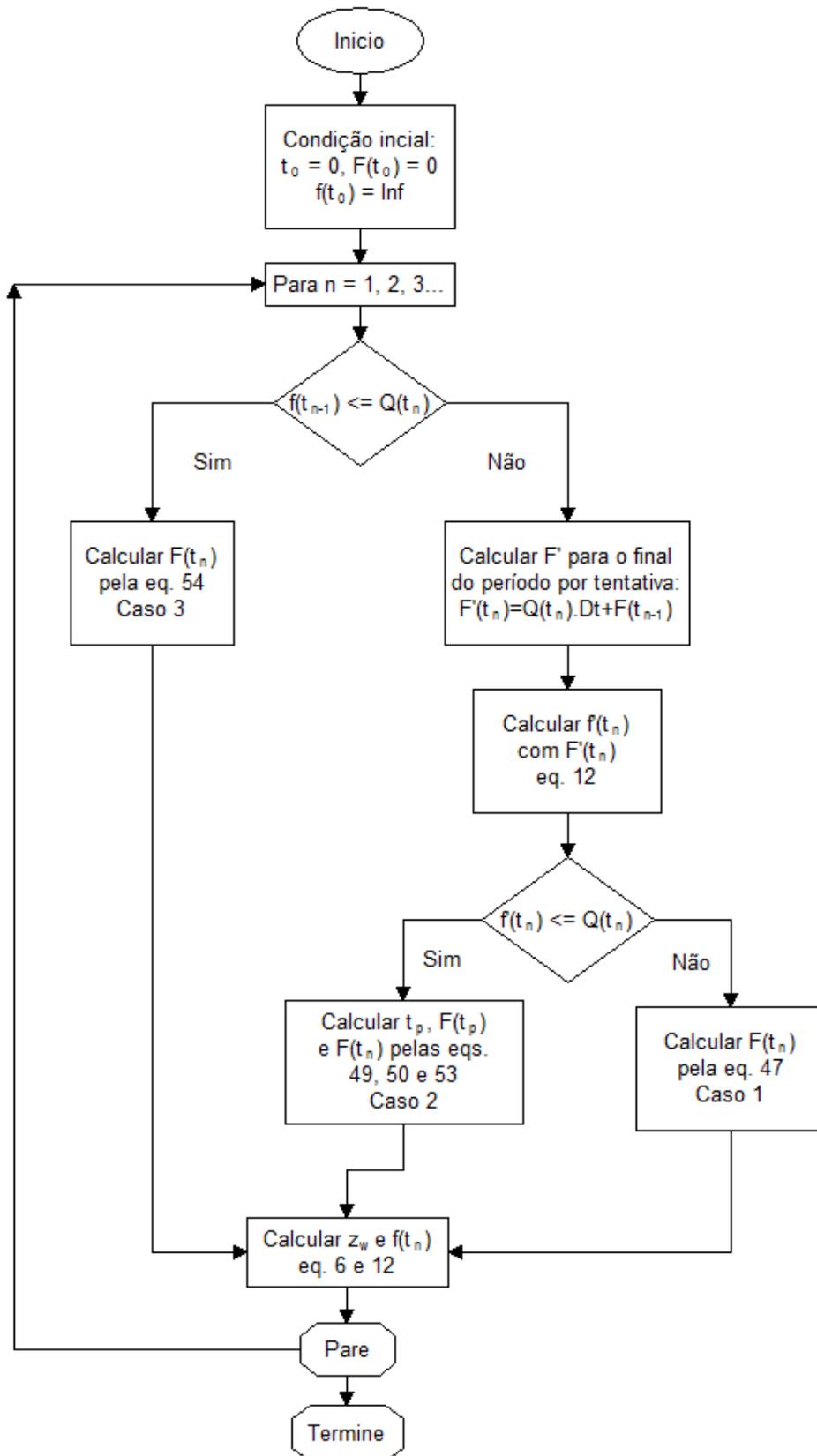


Figura 16 – Rotina de cálculo para frente de infiltração em chuva de intensidade variável, por Green-Ampt.

Após a frente de saturação chegar à base impermeável, representada pelo embasamento rochoso, nesse trabalho propõe-se em adotar o modelo hidrológico utilizado no programa SHALSTAB, porém de forma modificada. Diferente do SHALSTAB, onde a determinação de classes de susceptibilidade é feita para uma situação permanente, aqui o programa aborda o cálculo de estabilidade para a bacia de forma transiente.

Partindo do princípio que o solo encontra-se saturado, uma situação de fluxo paralelo à encosta em ambiente saturado se inicia, conforme considerado no modelo apresentado no subitem 2.5.

O equilíbrio hidrológico para um intervalo de tempo Δt pode ser expresso como sendo a diferença entre o volume de água que entra e o volume de água que sai da unidade de estudo, representado por uma célula do MDE. O volume de água que entra pode ser expresso como sendo:

$$V_{entra} = I \cdot a \quad (55)$$

Sendo $I[L]$ o acumulado de água infiltrada após a frente de saturação chegar no leito rochoso, e $a[L^2]$, a área de contribuição do ponto de estudo. A cada tempo irá infiltrar no máximo uma taxa correspondente a k_{sat} , já que agora o solo encontra-se saturado. Logo chuvas com intensidade acima desse valor terão parte escoando superficialmente.

A quantidade de água que sai, por sua vez, pode ser expressa da seguinte forma:

$$V_{sai} = k_{sat} \cdot h \cdot \Delta t \cdot b \cdot \text{sen}\beta \quad (56)$$

Onde $\text{sen}\beta$ é o gradiente hidráulico local.

A altura de água h pode ser calculada como sendo o balanço de volume de água, distribuído na área a da célula em estudo, em certo tempo Δt (Figura 17):

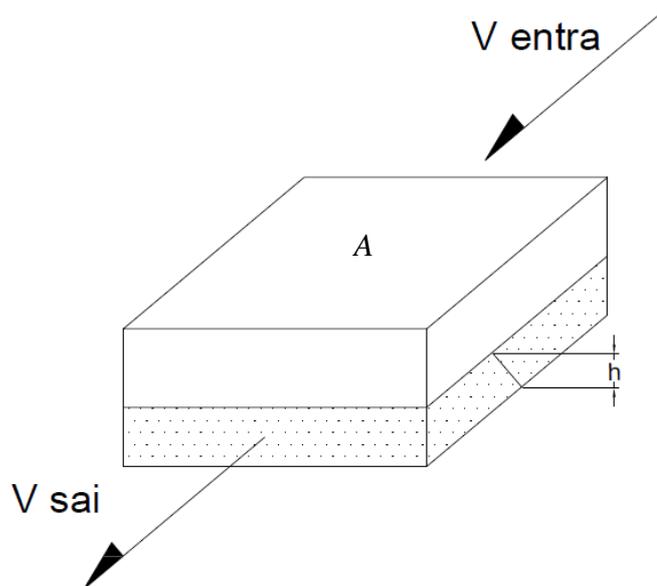


Figura 17 – Balanço de volume em uma unidade de estudo (célula) de área A . A altura de h é fruto da diferença entre o volume que entra e o volume que sai.

$$h = \frac{V_{entra} - V_{sai}}{A} \quad (57)$$

Substituindo as eqs. 55 e 56 em 57, chega-se a:

$$h = \frac{I \cdot a}{(A + k_{sat} \cdot t \cdot b \cdot \text{sen}\beta)} \quad (58)$$

A eq. 58 foi introduzida no modelo de susceptibilidade a movimento de massa apresentado nessa dissertação.

4.1.2. Runoff

Como o programa desenvolvido calcula a quantidade de água infiltrada, automaticamente pode-se calcular a quantidade de água que esco superficialmente ou *runoff*. Aqui também se utilizou o conceito de área de contribuição. O escoamento superficial $RO[L^3]$ pode ser escrito como:

$$RO = (R - F) \cdot a \quad (59)$$

Onde $R[L]$ é o acumulado de chuva, $F[L]$ o acumulado infiltrado e $a[L^2]$ a área de contribuição. Aqui se calcula a quantidade de água que será direcionada para a célula de estudo, independente do tempo que isso irá tomar.

4.1.3. Equilíbrio limite

As formulações de equilíbrio limite do tipo talude infinito foram escritas para o cálculo do fator de segurança em análise 2D e 3D, se considerando os efeitos da vegetação, sendo eles a sobrecarga (ΔP) e o reforço das raízes (c_{raiz}), para a situação não saturada, na frente de saturação (poropressão nula, e e igual a z_w) e saturada (poropressão positiva na base do perfil de solo). O desenvolvimento da teoria do talude infinito é apresentado no subitem 2.6. Para situação não saturada, utilizou-se o proposto por Fredlund et al. (1978), conforme apresentado no subitem 2.4.3. Nas formulações, se considerou uma espessura constante do solo ($e = \text{constante}$). A seguir as mesmas são apresentadas.

Equação 2D para situação não saturada:

$$FS = \frac{c' + c_{raiz} + (u_a - u_w) \cdot \tan\phi^b + (\gamma_{sat} \cdot e + \Delta P) \cdot \cos\beta \cdot \tan\phi'}{(\gamma_{sat} \cdot e + \Delta P) \cdot \text{sen}\beta} \quad (60)$$

Equação 2D na frente de saturação:

$$FS = \frac{c' + c_{raiz} + (\gamma_{sat} \cdot e + \Delta P) \cdot \cos\beta \cdot \tan\phi'}{(\gamma_{sat} \cdot e + \Delta P) \cdot \text{sen}\beta} \quad (61)$$

Equação 2D para situação saturada:

$$FS = \frac{c' + c_{raiz} + ((\gamma_{sat} \cdot e + \Delta P) \cdot \cos\beta - \gamma_w \cdot h \cdot \cos\beta) \cdot \tan\phi'}{(\gamma_{sat} \cdot e + \Delta P) \cdot \text{sen}\beta} \quad (62)$$

Equação 3D para situação não saturada:

Termo coesivo (A):

$$(c' + (u_a - u_w) \cdot \tan\phi^b) \cdot (b + 2 \cdot e) + c_{raiz} \cdot (2 \cdot e_{raiz} + b) \quad (63)$$

Tensões normais efetivas às laterais e à base (B):

$$\left(K_0 \cdot (2 \cdot \Delta P + \frac{\gamma \cdot e}{\cos\beta}) \cdot e \right) + ((\gamma_{sat} \cdot e + \Delta P) \cdot \cos\beta) \cdot b \quad (64)$$

Tensões contra a estabilidade da encosta (C):

$$(\gamma_{sat} \cdot e + \Delta P) \cdot b \cdot \sin\beta \quad (65)$$

Logo:

$$FS = \frac{A + B \cdot \tan\phi'}{C} \quad (66)$$

Equação 3D na frente de saturação:

Termo coesivo (A):

$$c' \cdot (b + 2 \cdot e) + c_{raiz} \cdot (2 \cdot e_{raiz} + b) \quad (67)$$

Tensões normais efetivas às laterais e à base (B):

$$\left(K_0 \cdot (2 \cdot \Delta P + \frac{\gamma_{sat} \cdot e}{\cos\beta}) \cdot e \right) + ((\gamma_{sat} \cdot e + \Delta P) \cdot \cos\beta) \cdot b \quad (68)$$

Tensões contra a estabilidade da encosta (C):

$$(\gamma_{sat} \cdot e + \Delta P) \cdot b \cdot \sin\beta \quad (69)$$

Logo:

$$FS = \frac{A + B \cdot \tan \phi'}{C} \quad (70)$$

Equação 3D para situação saturada:

Observando a Figura 18, pode-se ver que a poropressão varia de zero a $\gamma_w \cdot h \cdot \cos \beta$, em uma distribuição triangular, ou seja, a poropressão média atuante na face lateral da lamela é $\gamma_w \cdot h \cdot \cos \beta / 2$. Como são duas faces laterais, a poropressão média total será $\gamma_w \cdot h \cdot \cos \alpha \times h$ (área atuante) = $\gamma_w \cdot h^2 \cdot \cos \alpha$. Tal componente deve ser decrescida das tensões totais atuantes nas laterais.

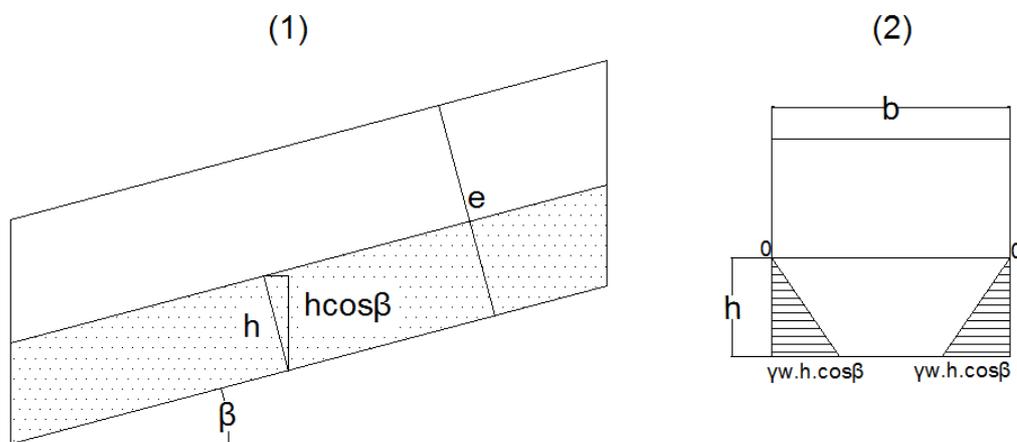


Figura 18 – (1) Indicação do valor máximo da poropressão na base $h \cdot \cos \beta$, altura do lençol freático h , e espessura do solo e ; (2) Gráfico de distribuição triangular da poropressão com a profundidade.

Com isso, o fator de segurança pode ser escrito como:

Termo coesivo (A'):

$$c'(2 \cdot e + b) + c_{raiz} \cdot (2 \cdot e_{raiz} + b) \quad (71)$$

Tensões normais efetivas às laterais e à base (B'):

$$\left(K_0 \left(2 \cdot \Delta P + \frac{\gamma_{sat} \cdot e}{\cos \alpha} \right) \cdot e - \gamma_w \cdot h^2 \cdot \cos \beta \right) + \left((\gamma_{sat} \cdot e + \Delta P) \cdot \cos \beta - \gamma_w \cdot h \cdot \cos \beta \right) \cdot b \quad (72)$$

Tensões atuantes (C'):

$$(\gamma_{\text{sat}} \cdot e + \Delta P) \cdot b \cdot \text{sen}\beta \quad (73)$$

Logo:

$$FS = \frac{A' + B' \cdot \tan\phi'}{C'} \quad (74)$$

4.2. Rotina de cálculo

A rotina de cálculo do programa consistiu nas seguintes etapas:

1. O programa recebe como entrada o modelo digital de elevação (MDE), a área de contribuição para cada célula - essa calculada através do programa *MapWindow GIS*, a ser abordado mais à frente nesta dissertação - além dos parâmetros geométricos, hidráulicos e de resistência do solo, e regime de chuva. O programa usa o MDE para calcular a declividade β de cada pixel, a ser usado nas equações de fator de segurança. O método para o cálculo de β será abordado mais à frente.
2. O programa então calcula a profundidade da frente de saturação z_w para o tempo pré-definido pelo usuário, assim como o menor fator de segurança para cada pixel. Aqui se considerou que o menor fator de segurança ou está na interface solo/rocha ou na frente de saturação, na etapa pré-saturação total. No momento em que a frente atinge a interface solo/rocha considerou-se que o menor fator de segurança sempre estaria no contato solo/rocha. Em paralelo, o programa também calcula a quantidade de escoamento superficial, originário da água não infiltrada.
3. Como saída, o programa gera gráficos com a distribuição espacial do fator de segurança em certo tempo t transcorrido da chuva, assim como do volume de *runoff* por pixel. Adicionalmente o programa gera gráficos com o avanço da frente de saturação e variação do fator de segurança no tempo, assim como a quantidade de água infiltrada.

A Figura 19 ilustra os passos seguidos pelo programa.

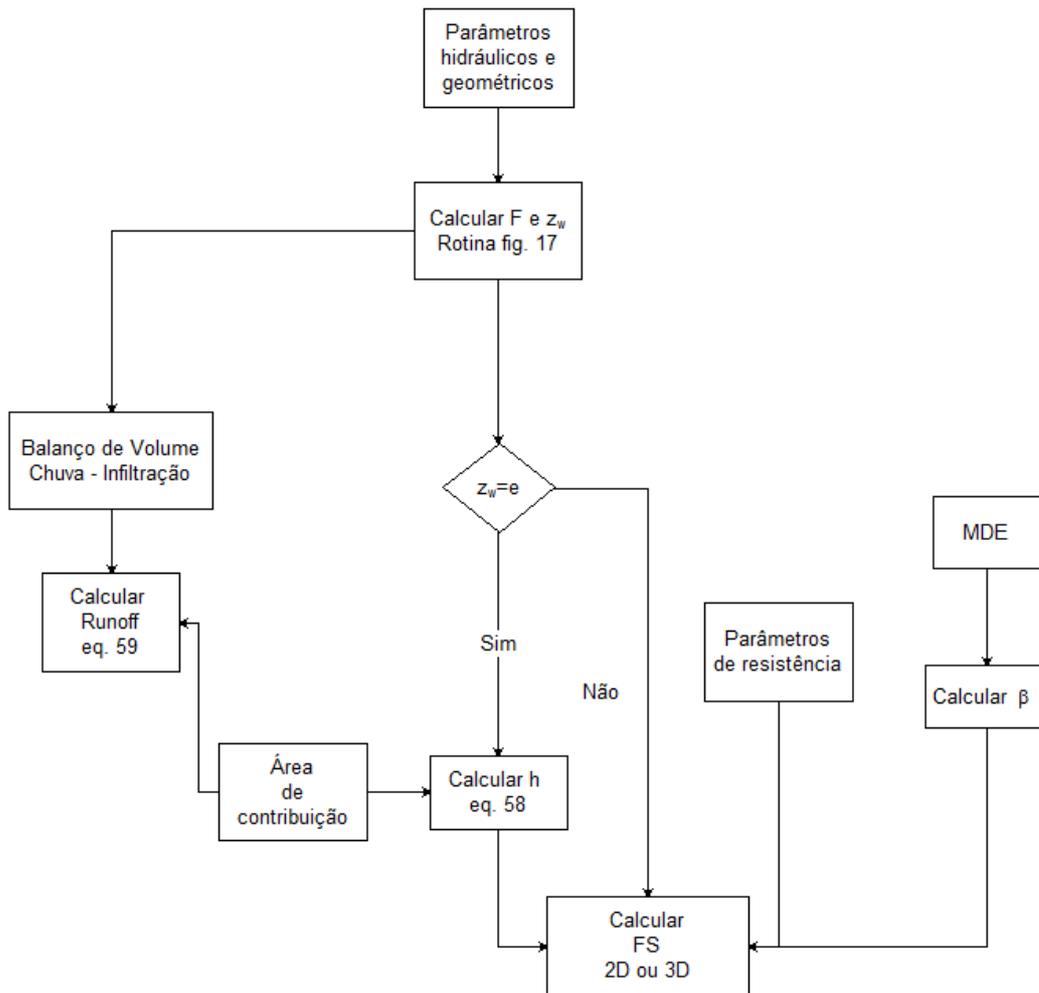


Figura 19 – Fluxograma de operação do programa.

Como dito, o programa recebe de entrada parâmetros geométricos, hidráulicos e de resistência. A seguir os mesmos são explicitados:

- Parâmetros geométricos:
 - Espessura do solo $e[L]$;
 - Profundidade da raiz $e_{raiz}[L]$.
- Parâmetros Hidráulicos:
 - Parâmetros de van Genuchten ($\alpha[L^{-1}]$, $n[-]$);
 - Permeabilidade saturada (k_{sat});
 - Umidade volumétrica residual e na saturação ($\theta_r[-]$, $\theta_s[-]$).
- Parâmetros de resistência:

- Parâmetros de Mohr-Coulomb, sendo eles coesão e ângulo de atrito do solo (c' [$MT^{-2}L^{-1}$], ϕ' [-]);
- coesão de raiz (c_{raiz} [$MT^{-2}L^{-1}$]).

Além desses também se entra com a sobrecarga causada pela vegetação ΔP [$MT^{-2}L^{-1}$], o peso específico saturado do solo γ_{sat} [$ML^{-2}T^{-2}$] e o coeficiente de empuxo em repouso K_0 [-] para o caso do estudo 3D. No programa não se considerou a variação do peso do solo com o aumento da saturação no cálculo do fator de segurança, tendo em vista que a influência seria desprezível.

Para o cálculo da declividade e da área de contribuição do MDE foram adotadas as técnicas descritas a seguir.

4.2.1. Cálculo da declividade do MDE

O procedimento do cálculo para a declividade de cada célula do MDE foi o mesmo utilizado no conceituado programa de geoprocessamento ArcGIS, da ESRI. O método consiste em se criar um grid de 3x3, onde se calcula a declividade da célula central através da informação de elevação das oito células vizinhas (Figura 20).

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Figura 20 – Esquema do grid 3x3 para cálculo da declividade da célula central *e*.

O cálculo consiste em se encontrar a declividade nas direções x (oeste-leste) e y (sul-norte), e após se calcular a resultante através do teorema de Pitágoras.

$$\frac{dz}{dx} = ((c + 2f + i) - (a + 2d + g)) / (8 * b) \quad (75)$$

$$\frac{dz}{dy} = ((g + 2h + i) - (a + 2b + c)) / (8 * b) \quad (76)$$

$$\beta = ATAN \sqrt{\left(\left[\frac{dz}{dx} \right]^2 + \left[\frac{dz}{dy} \right]^2 \right)} \quad (77)$$

Nas eqs. 75 e 76, b é a dimensão do *pixel*. Maiores informações podem ser encontradas no manual do ArcGIS 9.2 Desktop, através do link <http://webhelp.esri.com/arcgisdesktop/9.2/index.cfm?TopicName=How%20Slope%20works>.

4.2.2. Cálculo da área de contribuição do MDE

Para o cálculo da área de contribuição, importante elemento utilizado nas formulações apresentadas nessa dissertação, se utilizou o software de geoprocessamento gratuito MapWindow. Esse software disponibiliza um pacote de ferramentas denominado de TauDEM (*Terrain Analysis Using Digital Elevation Model*) (Tarboton, 2011) que realiza diversas operações em MDE's.

Dentre as funcionalidades, duas em especial foram utilizadas para o cálculo da área de contribuição, sendo elas a *Dinf Flow Directions* e a *Dinf Contribution Area*.

A funcionalidade *Dinf Flow Directions* calcula a direção do fluxo baseado em um grid 3x3, esse dividido em oito facetas triangulares. No grid, calcula-se a resultante do fluxo, baseado nas cotas das células componentes do grid. Através da angulação do vetor resultante do fluxo com as células do grid, calcula-se o proporcional de fluxo para cada célula (Figura 21).

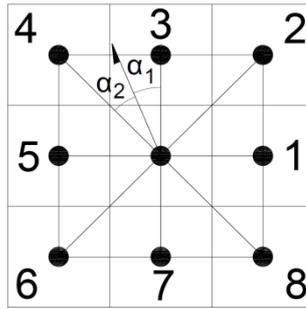


Figura 21 – Na figura, a seta representa a direção do fluxo, α_1 e α_2 os ângulos entre a direção de fluxo e as células 3 e 4 respectivamente.

Na Figura 21, o fluxo se direciona para as células 3 e 4. A parcela de fluxo para cada uma das células pode ser expressa como $\alpha_2/(\alpha_1+\alpha_2)$ para a célula 3 e $\alpha_1/(\alpha_1+\alpha_2)$ para a célula 4.

A funcionalidade *Dinf Contribution Area* recebe como entrada a direção de fluxo gerada pela ferramenta *Dinf Flow Directions*, e de maneira recursiva calcula a área, isto é, o número de *pixels* que colaboram em termos de drenagem para o *pixel* de estudo.

Mais informações sobre o método podem ser encontradas em Tarboton (2011).