



José Roberto Silvestre

**Modelagem de problemas de acoplamento
fluido-mecânico em meios geológicos
fraturados usando elementos finitos
enriquecidos**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.

Co-orientador: Prof. Luiz Eloy Vaz

Rio de Janeiro
Setembro de 2012



José Roberto Silvestre

**Modelagem de problemas de acoplamento
fluido-mecânico em meios geológicos
fraturados usando elementos finitos
enriquecidos**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada:

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Júnior

Orientador

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Prof. Luiz Eloy Vaz

Co-Orientador

Universidade Federal Fluminense

Prof. Luiz Fernando Campos Ramos Martha

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Prof^a. Elisa Dominguez Sotelino

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Prof. Leonardo José do Nascimento Guimarães

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Márcio Arab Murad

Laboratório Nacional de Computação Científica

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 24 de setembro de 2012

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

José Roberto Silvestre

Graduou-se em Engenharia Civil pela UFJF em 2001 e, obteve o mestrado pela PUC-Rio em 2004. Pós-graduado em Engenharia de Petróleo pela PUC-Rio em 2006.

Ficha Catalográfica

Silvestre, José Roberto

Modelagem de problemas de acoplamento fluído-mecânico em meios geológicos fraturados usando elementos finitos enriquecidos / José Roberto Silvestre; orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Jr. ; co-orientador: Luiz Eloy Vaz. – 2012.

255 f. : il. (color.) ; 30 cm

Tese (doutorado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2012.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Acoplamento fluído-mecânico. 3. Reservatório fraturado. 4. Elemento finito enriquecido. 5. Descontinuidade do tipo forte. 6. X-FEM. I. Vargas Junior, Eurípedes do Amaral. II. Vaz, Luiz Eloy. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

Agradecimentos

Aos meus orientadores Eurípedes Vargas e Luís Eloy. Após inúmeras dissertações e teses concluídas, é surpreendente ver o ânimo que ainda conduz as pesquisas. A parceria entre eles foi fundamental para o desenvolvimento desta tese.

À PUC-Rio e à Petrobrás, pelo auxílio concedido, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Aos meus pais, Luiz e Ana, pelo apoio, incentivo e ensinamento. A cada dia, vejo a sorte que tive por serem meus pais.

À minha família pelos momentos que vivi, não só pelos bons momentos, mas pelos difíceis também, pois eles são parte do meu crescimento como pessoa.

À minha namorada, Antônia, pelo apoio, companheirismo, bom humor e por compreender a minha ausência em diversas ocasiões.

Aos amigos e colegas de trabalho do CENPES, em especial, ao Sérgio Murilo, Antonio Claudio, Armando Prestes, Karen Camila, Marcos Alcure, Araken, Andrea Borges, Erick, Francisco Henriques, Clemente, Paulo Dore, Marcos Dantas, Edmir, Rafael, Marcus Soares e Rodrigo (Barra) do grupo de Mecânica de Rochas do qual tive a oportunidade de participar. Expresso minha gratidão ao Sérgio Murilo, Antonio Claudio e Armando Prestes pelo estímulo, aprendizado, confiança, amizade e momentos inesquecíveis, por vezes hilários, vivenciados.

A todos os amigos e colegas de PUC, principalmente a André Muller, Christiano Faria, Diego Orlando, Frederico Martins, Joabson, Pasquetti, Thiago Pecin, Diego Pecin, Magnus Meira, Wagner, Walter Menezes, João Pantoja, João Krause, Paul, Patrício Pires, Rafael Gerard, Janaína Barreto, Jackeline e Thaís.

Resumo

Silvestre, José Roberto; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral; Vaz, Luiz Eloy. **Modelagem de problemas de acoplamento fluido-mecânico em meios geológicos fraturados usando elementos finitos enriquecidos.** Rio de Janeiro, 2012. 255 p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Meios que apresentam descontinuidades como fraturas e falhas em um maciço rochoso ou reservatórios de petróleo impõem algumas dificuldades na simulação numérica pelo Método dos Elementos Finitos. Uma dessas dificuldades é a necessidade de geração de malhas muito refinadas, principalmente na região próxima à descontinuidade, até a obtenção de uma resposta confiável do modelo, o que pode consumir um tempo significativo. Ao mesmo tempo, a discretização da descontinuidade com elementos muito pequenos, quando comparados ao restante do modelo, pode conduzir a um aumento no tempo de simulação. Neste trabalho é apresentada a formulação de um elemento finito cortado por uma descontinuidade para aplicação em problemas com acoplamento fluido-mecânico em meios saturados com um único fluido. A inserção da descontinuidade no elemento é obtida pela adição de novos termos à função de interpolação, dispensando a sua discretização. Esses termos adicionais conseguem reproduzir a mudança no campo de deslocamento e poro-pressão no elemento devido à presença da descontinuidade. A resposta do elemento é verificada através da comparação com uma solução analítica unidimensional e com exemplos simples simulados em um programa comercial.

Palavras-chave

Acoplamento fluido-mecânico; Reservatório fraturado; Elemento finito enriquecido; Descontinuidade do tipo forte; X-FEM.

Abstract

Silvestre, José Roberto; Vargas Jr, Eurípedes do Amaral (Advisor); Vaz, Luiz Eloy (Co-Advisor). **Modeling of fluid-mechanic coupled problems in fractured geological media using enriched finite elements.** Rio de Janeiro, 2012. 255 p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Media that present discontinuities as fractures and faults in a rock mass or oil reservoirs impose some difficulties in numerical simulation using standard Finite Element Method. One of these difficulties is the need for very refined mesh generation, especially in the region near the discontinuities, to obtain a reliable answer of the model, which can consume significant time. At the same time, the discretization of the discontinuity with very small elements compared to the rest of the model may lead to an increase in simulation time. This work presents the formulation of an element that is crossed by a discontinuity for use in coupling fluid-mechanical problems in single fluid saturated mediums. The insertion of the discontinuity in the element is obtained by adding new terms in the interpolation function, which eliminates its discretization. These additional terms can reproduce the change in the displacement and pore pressure field in the element due to the presence of discontinuity. The response of the element is validated by comparing it with one dimensional analytical solution and simple examples simulated in a commercial program.

Keywords

Fluid-mechanical coupled, Fractured Reservoir, Enriched finite element; Strong discontinuity; X-FEM

Sumário

1 INTRODUÇÃO	24
1.1. Descrição do problema	24
1.2. Revisão Bibliográfica	27
1.3. Objetivo	38
1.4. Organização do texto	40
2 FORMULAÇÃO MECÂNICA DE ELEMENTOS FINITOS COM DESCONTINUIDADE DO TIPO FORTE	42
2.1. Elemento estendido (XFEM)	42
2.2. Embedded element	52
2.3. Formulação mecânica do elemento enriquecido explicitamente	59
2.3.1. Equação de equilíbrio	60
2.3.2. Aproximação do campo de deslocamento	65
2.3.3. Discretização via Método dos Elementos Finitos	69
2.4. Quadro comparativo das formulações de elemento finito com descontinuidade do tipo forte	72
3 ADAPTAÇÃO DA FORMULAÇÃO MECÂNICA DO ELEMENTO ENRIQUECIDO EXPLICITAMENTE PARA O PROBLEMA DE FLUXO DE FLUIDO	76
3.1. Equação de fluxo	76
3.2. Aplicação do Método de Elementos Finitos à equação de fluxo	82
3.2.1. Decomposição do campo de poro-pressão	85
3.2.2. Aproximação do campo de poro-pressão ao longo da direção tangencial à descontinuidade	90

3.2.2.1. Poro-pressão na descontinuidade como variável interpolada	90
3.2.2.2. Poro-pressão na descontinuidade como grau de liberdade independente	93

4 EXTENSÃO DAS FORMULAÇÕES AO PROBLEMA DO ACOPLAMENTO	
FLUIDO-MECÂNICO	98
4.1. Equação de equilíbrio	99
4.2. Equação de fluxo	103
4.3. Aplicação do Método de Elementos Finitos às equações de equilíbrio e fluxo de fluido	108
5 EXEMPLOS	113
5.1. Introdução	113
5.2. Coluna de arenito unidimensional submetido a um carregamento de compressão e fluxo descendente	115
5.2.1. Regime permanente	116
5.2.2. Regime transiente	123
5.3. Comparação do elemento enriquecido com o programa ABAQUS	127
5.3.1. Coluna de arenito submetida a um carregamento mecânico de compressão	127
5.3.2. Fluxo de fluido em uma coluna de arenito com uma descontinuidade inserida	137
5.3.2.1. Regime permanente	138
5.3.2.2. Regime transiente	145
5.3.3. Coluna de arenito submetida a um fluxo de fluido em uma condição de acoplamento fluido-mecânico	151
5.3.3.1. Regime de fluxo permanente	152
5.3.3.2. Regime de fluxo transiente	164
5.4. Aplicação do elemento enriquecido em um modelo de reservatório bidimensional	170
5.4.1. Fluxo de fluido através de um reservatório com uma falha pré-existente	170
5.4.1.1. Falha selante	171
5.4.1.2. Falha condutora	177
5.4.2. Acoplamento fluido-mecânico em um reservatório com uma falha pré-existente	187
6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES	198

6.1. Conclusões	198
6.2. Sugestões	203
7 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	204
APÊNDICE – A ESTUDO DE REFINAMENTO	209
A.1. Carregamento mecânico em uma coluna de arenito	209
A.2. Fluxo de fluido descendente uma coluna de arenito	215
APÊNDICE – B FUNÇÃO DE INTERPOLAÇÃO N^{β}	226
B.1. Função de interpolação N^{β} para um elemento unidimensional	226
B.2. Função de interpolação N^{β} para o elemento CST	230
APÊNDICE – C SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA UMA COLUNA DE ARENITO UNIDIMENSIONAL COM UMA DESCONTINUIDADE INSERIDA	235
C.1. Solução analítica para a poro-pressão ao longo da coluna unidimensional	237
C.2. Solução analítica para o deslocamento ao longo da coluna unidimensional devido à ação da força prescrita F_s	240
C.3. Solução analítica para o deslocamento ao longo da coluna unidimensional devido à ação do fluxo prescrito q	245
C.4. Resumo das soluções analíticas para uma coluna de arenito unidimensional com uma descontinuidade inserida	248
APÊNDICE – D RELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DOS ELEMENTOS CPE4P E <i>COHESIVE</i> COM AS PROPRIEDADES FÍSICAS DE UMA DESCONTINUIDADE	252

Lista de Figuras

Figura 1-1: Falhas em um reservatório: (a) trapa estrutural, (b) falha condutora de fluxo	25
Figura 1-2: Elementos para representação de junta: (a) Goodman, (b) Zienkiewicz (Jing, 2003).....	28
Figura 1-3: Tipos de descontinuidade: (a) fraca, (b) forte.....	29
Figura 1-4: Posicionamento do grau de liberdade de salto (ponto de colocação): (a) elemento CST, (b) elemento bilinear.....	33
Figura 2-1: Corpo cortado por uma fratura	43
Figura 2-2 – Nós enriquecidos pelas funções heaviside (H') e crack tip (F') em uma malha cortada por uma fratura (Moës et al, 1999).....	44
Figura 2-3: Esboço do salto de deslocamento para o elemento bilinear: (a) função heaviside, (b) salto $u\beta$ associado ao nó local 4	45
Figura 2-4: Sistema de coordenada polar na ponta da fratura	46
Figura 2-5: Esboço da função crack tip (Belytschko et al, 2001).....	47
Figura 2-6: Elementos de transição (Mohammadi, 2008).....	47
Figura 2-7 – Corpo cortado parcialmente por uma superfície (Manzoli e Shing, 2006).....	52
Figura 2-8: Decomposição do campo de deslocamento (Manzoli e Shing, 2006)	55
Figura 2-9: Corpo parcialmente seccionado por uma superfície	60
Figura 2-10: Divisão do domínio Ω nos subdomínios Ω^+ e Ω^-	63
Figura 2-11: Malha interceptada por uma descontinuidade.....	66
Figura 2-12: a) subdomínios do elemento CST, b) salto de deslocamento	68
Figura 2-13: Esboço da função de interpolação $N\beta$ para o elemento CST	68
Figura 3-1: Esboço de fluxo: a) corpo cortado por uma descontinuidade, b) ampliação da descontinuidade	77
Figura 3-2: Volume infinitesimal de meio poroso.....	78
Figura 3-3: Idealização da variação de poro-pressão através da direção normal à descontinuidade.....	90
Figura 3-4: a) Esboço da poro-pressão (pF) interpolada por uma função quadrática, b) Elemento virtual unidimensional	94

Figura 3-5: Elementos de transição: a) elemento triangular, b) elemento retangular.....	96
Figura 4-1: Meio poroso parcialmente seccionado por uma descontinuidade	99
Figura 4-2: Orientação de um infinitésimo da descontinuidade em relação ao sistema de eixo global.....	101
Figura 5-1: Esboço da geometria, carregamento e condições de contorno da coluna de arenito unidimensional para o regime de fluxo permanente	116
Figura 5-2: Malhas geradas pelo GiD e ABAQUS-CAE	117
Figura 5-3: Curva de poro-pressão ao longo da coluna de arenito.....	118
Figura 5-4: Curva de deslocamento ao longo da coluna de arenito ao final da aplicação do fluxo descendente	119
Figura 5-5: Curvas de deslocamento ao longo da coluna de arenito devido à ação separada do carregamento mecânico e do fluxo de fluido obtido pelo elemento cohesive	120
Figura 5-6: Curvas de deslocamento obtidas pelos elementos cohesive e enriquecido com 3 nós (termo de acoplamento na descontinuidade ausente) ao longo da coluna unidimensional	122
Figura 5-7: Esboço da geometria, carregamento e condições de contorno da coluna de arenito para o regime de fluxo transiente	123
Figura 5-8: Curva de poro-pressão ao longo da coluna de arenito para o tempo 17475 s.....	124
Figura 5-9: Curvas de deslocamento ao longo da coluna de arenito para o carregamento mecânico e fluxo descendente separadamente no tempo 17475 s: a) elemento enriquecido com 3 nós, b) elemento CPE4P	125
Figura 5-10: Curva de deslocamento no topo da coluna ao longo do tempo....	126
Figura 5-11: Coluna de arenito submetida a um carregamento de compressão: a) coluna 1a, b) coluna 2a	128
Figura 5-12: Malhas geradas: (a) GiD para a coluna 1a, (b) ABAQUS-CAE para a coluna 1a, (c) GiD para a coluna 2a, (d) ABAQUS-CAE para a coluna 2a	129
Figura 5-13: Posições onde foram lidas as respostas de deslocamento no modelo numérico.....	130
Figura 5-14: Curvas de deslocamento nas direções x e y ao longo das posições 1, 2 e 3 obtidas pelos elementos cohesive e enriquecido (com 3 nós) para a coluna 1a	131
Figura 5-15: Curvas de deslocamento nas direções x e y ao longo das posições 1, 2 e 3 obtidas pelos elementos cohesive e enriquecido (com 3 nós) para a coluna 2a	133

Figura 5-16: Curvas de deslocamento nas direções x e y ao longo das posições 1, 2 e 3 obtidas pelos elementos cohesive e enriquecido (com 5 nós) para a coluna 2a	135
Figura 5-17: Curvas de deslocamento nas direções x e y ao longo das posições 1, 2 e 3 obtidas pelos elementos CPE4 e enriquecido (com 3 nós) para a coluna 2a	136
Figura 5-18: Mapas de deslocamento na direção y da coluna 2a: (a) enriquecido com 3 nós, (b) cohesive	137
Figura 5-19: Coluna de arenito submetida a um fluxo prescrito: a) coluna 1b, b) coluna 2b	139
Figura 5-20: Malhas geradas: a) GiD para a coluna 1b, b) ABAQUS-CAE para a coluna 1b, c) GiD para a coluna 2b, d) ABAQUS-CAE para a coluna 2b..	140
Figura 5-21: Curvas de poro-pressão para a coluna 1b: (a) elemento enriquecido (com 3 nós), (b) elemento cohesive	141
Figura 5-22: Curvas de poro-pressão para a coluna 2b: a) enriquecido com 3 nós, b) enriquecido com 5 nós	143
Figura 5-23: Curvas de poro-pressão obtidas pelos elementos cohesive e enriquecido com 3 nós para a coluna 2b.....	144
Figura 5-24: Coluna de arenito submetida a um processo de drenagem	146
Figura 5-25: Curvas de poro-pressão obtidas pelo elemento enriquecido para o caso I: a) 3 nós, b) 5 nós.....	147
Figura 5-26: Curvas de poro-pressão obtidas pelo elemento enriquecido para o caso II: (a) 3 nós, (b) 5 nós	148
Figura 5-27: Curva de poro-pressão ao longo do tempo na base da coluna: (a) caso I, (b) caso II.....	150
Figura 5-28: Coluna de arenito submetida a um fluxo prescrito: a) coluna 1a, b) coluna 2a	153
Figura 5-29: Malhas geradas: a) GiD para a coluna 1a, b) ABAQUS-CAE para a coluna 1a, c) GiD para a coluna 2a, d) ABAQUS-CAE para a coluna 2ª. .	154
Figura 5-30 – Curvas de poro-pressão obtidas pelos elementos CPE4P e enriquecido (com 3 nós): (a) coluna 1a, (b) coluna 2a.....	155
Figura 5-31: Curvas de deslocamento na direção x obtidas pelos elementos CPE4P e enriquecido (com 3 nós): a) coluna 1a, b) coluna 2a.....	156
Figura 5-32: Curvas de deslocamento na direção y obtidas pelos elementos CPE4P e enriquecido (com 3 nós): a) coluna 1a, b) coluna 2a.....	158
Figura 5-33: Curvas de poro-pressão obtidas pelos elementos cohesive e enriquecido para a coluna 2a	160

Figura 5-34: Curvas de deslocamento obtidas pelos elementos cohesive e enriquecido para a coluna 2a: a) direção x, b) direção y	161
Figura 5-35: Curvas de deslocamento obtidas pelos elementos cohesive e enriquecido (com 3 nós e sem o termo de acoplamento na descontinuidade): (a) direção x, (b) direção y.....	162
Figura 5-36: Coluna de arenito submetida a um fluxo em regime transiente: (a) coluna 1a, (b) coluna 2a.....	165
Figura 5-37: Curvas de poro-pressão em três instantes de tempo: (a) coluna 1a, (b) coluna 2a	166
Figura 5-38: Curvas de deslocamento na direção x em três instantes de tempo: a) coluna 1a, b) coluna 2a.....	168
Figura 5-39: Curvas de deslocamento na direção y em três instantes de tempo: a) coluna 1a, b) coluna 2a.....	169
Figura 5-40: Reservatório bidimensional com uma falha incluída.....	171
Figura 5-41 – Malhas geradas para o exemplo de reservatório: a) GiD, b) ABAQUS-CAE	173
Figura 5-42: Curvas de poro-pressão previstas pelo elemento enriquecido ao longo da posição A: a) 3 nós, b) 5 nós	174
Figura 5-43: Mapa de vetor unitário de fluxo para o reservatório com uma falha selante obtido pelo elemento enriquecido com 3 nós para o tempo de 133 dias	176
Figura 5-44: Mapas de poro-pressão para o reservatório com uma falha selante para o tempo de 133 dias: (a) elemento enriquecido com 3 nós, (b) elemento CPE4P.....	177
Figura 5-45: Curvas de poro-pressão previstas pelo elemento enriquecido ao longo da posição A: a) 3 nós, b) 5 nós	178
Figura 5-46: Mapa de vetor unitário de fluxo para o reservatório com uma falha condutora obtida pelo elemento enriquecido com 3 nós para o tempo de 48 dias.	180
Figura 5-47: Reservatório com uma falha condutora (exemplo II).....	181
Figura 5-48: Curvas de poro-pressão previstas pelo elemento enriquecido ao longo da posição (B): a) 3 nós, b) 5 nós.....	183
Figura 5-49: Mapas de poro-pressão do reservatório com uma falha condutora para o tempo de 15 dias: (a) elemento enriquecido com 3 nós, (b) elemento CPE4P	185

Figura 5-50 – Mapas de poro-pressão do reservatório com uma falha condutora para o tempo de 15 dias: a) elemento enriquecido com 5 nós, b) elemento CPE4P	186
Figura 5-51: Reservatório bidimensional cortado por uma falha selante pré-existente	188
Figura 5-52: Malhas geradas para o exemplo de reservatório acoplado: a) GiD, b) Abaqus-CAE.	189
Figura 5-53: Curvas de poro-pressão ao longo das posições (A) e (B) para o tempo de 50 dias.....	190
Figura 5-54: Curvas de deslocamento ao longo das posições (A) e (B) para o tempo de 50 dias.....	191
Figura 5-55: Curvas de deslocamento previstas pelos elementos CPE4P e enriquecido com 3 nós ao longo da falha: (a) direção x, (b) direção y	192
Figura 5-56: Mapas de vetor de deslocamento obtidos pelo elemento enriquecido com 3 nós para os tempos: a) 6 horas, b) 1 dia, c) 50 dias	194
Figura 5-57: Mapas de poro-pressão e vetor de fluxo unitário obtido pelo elemento enriquecido com 3 nós para o tempo de 50 dias.....	196
Figura A-1: Esboço do exemplo de carregamento mecânico	210
Figura A-2: Curvas de deslocamento na direção x ao longo da coluna de arenito obtida pelos elementos cohesive e enriquecido com 3 nós	211
Figura A-3: Curvas de deslocamento na direção y ao longo da coluna de arenito obtida pelos elementos cohesive e enriquecido com 3 nós	212
Figura A-4: Esboço da geometria, fluxo e condições de contorno do exemplo de fluxo	215
Figura A-5: Curvas de poro-pressão ao longo da coluna para o material I obtida pelos elementos CPE4P e enriquecido (com 3 nós).....	217
Figura A-6: Curvas de poro-pressão obtidas pelos elementos CPE4P e enriquecido (com 5 nós) para o material I	218
Figura A-7: Curvas de poro-pressão ao longo da coluna obtida pelos elementos CPE4P e enriquecido (com 3 nós) para o material II.....	219
Figura A-8: Curvas de poro-pressão ao longo da coluna obtida pelos elementos CPE4P e enriquecido (com 5 nós) para o material II.....	220
Figura A-9: Malhas 1 a 2 geradas pelo GiD e ABAQUS-CAE	223
Figura A-10: Malhas 3 a 4 geradas pelo GiD e ABAQUS-CAE	224
Figura A-11: Malhas 5 a 6 geradas pelo GiD e ABAQUS-CAE	225

Figura B-1: a) deslocamento ao longo da barra, b) barra no sistema global, c) barra no sistema local	227
Figura B-2: Funções de Interpolação para um elemento unidimensional: (a) função de interpolação dos nós 1 e 2, (b) função de interpolação N^{β}	229
Figura B-3: a) Subdomínios do elemento CST, b) Esboço do salto de deslocamento sobre os subdomínios Ω_1 e Ω_2	230
Figura B- 4: a) uso da função de interpolação do elemento CST no subdomínio Ω_1 , b) uso da função de interpolação do elemento bilinear no subdomínio Ω_2	231
Figura B- 5: Vetores unitários da descontinuidade (v_d) e centroide (v_c)	232
Figura B- 6: a) função N^{β} procurada, b) função N^{β} sem as constantes λ e $c\lambda$..	233
Figura C-1: Coluna unidimensional submetida à força de superfície e fluxo prescrito	235
Figura C-2: Esboço da coluna de arenito submetida à ação do fluxo prescrito	237
Figura C-3: Esboço da coluna de arenito submetida à ação da força de superfície prescrita F_s	241
Figura C-4: Esboço da coluna de arenito submetida à ação do fluxo prescrito	245
Figura D-1: Fluxo no elemento cohesivo	253

Lista de Tabelas

Tabela 2-1: Quadro comparativo dos elementos com descontinuidade do tipo forte.....	73
Tabela 5-1 – Parâmetros da coluna de arenito unidimensional.....	117
Tabela 5-2: Parâmetros da coluna de arenito submetida a carregamento mecânico	128
Tabela 5-3: Parâmetros da coluna de arenito submetida a um fluxo prescrito .	138
Tabela 5-4: Coeficientes de Leak off e Gap flow para o elemento cohesive.	140
Tabela 5-5: Parâmetros de material para a coluna em regime de fluxo transiente	146
Tabela 5-6: Parâmetros da coluna de arenito submetida a um fluxo prescrito.	153
Tabela 5-7: Parâmetros da coluna de arenito submetida a um fluxo em regime transiente	165
Tabela 5-8: Parâmetros de material para o reservatório com falha selante.....	172
Tabela 5-9: Parâmetros de material para o reservatório com falha condutora.	182
Tabela A-1: Parâmetros de material utilizados no estudo de refinamento.....	210
Tabela A-2: Variação da resultante de deslocamento devido ao refinamento de malha	213
Tabela A-3: Valores dos deslocamentos nas direções x e y	213
Tabela A-4: Variação de poro-pressão para o material I devido ao refinamento de malha	221
Tabela A-5: Variação de poro-pressão para o material II devido ao refinamento de malha	221

Símbolos

\mathbf{B}	Matriz de deformação
\mathbf{B}^α	Matriz de deformação associada a u^α
\mathbf{B}^β	Matriz de deformação associada a u^β
\mathbf{B}^ω	Matriz de deformação associada a u^ω
\mathbf{B}_p^α	Matriz gradiente relativa à componente contínua de poro-pressão
\mathbf{B}_p^β	Matriz gradiente relativa à componente de salto de poro-pressão
\mathbf{B}_p^f	Matriz gradiente relativa a poro-pressão na descontinuidade
\mathbf{c}	Vetor de salto de deslocamento nodal
\mathbf{d}	Vetor de deslocamento nodal
$\tilde{\mathbf{d}}$	Vetor de deslocamento nodal associado ao vetor $\tilde{\mathbf{u}}_h$
$\hat{\mathbf{d}}$	Vetor de deslocamento nodal associado ao vetor $\hat{\mathbf{u}}_h$
\mathbf{D}	Matriz constitutiva do corpo
\mathbf{D}_f	Matriz constitutiva da descontinuidade, falha ou fratura
e	Espessura da descontinuidade
\mathbf{F}	Vetor de força global
F'	Função <i>crack tip</i>
\mathbf{F}_b	Vetor força de massa
\mathbf{F}_e	Vetor de força nodal do elemento
\mathbf{F}_s	Vetor força de superfície

\mathbf{F}_T	Vetor força de superfície ao longo da descontinuidade
$\hat{\mathbf{F}}_T$	Vetor força de superfície efetiva ao longo da descontinuidade
\mathbf{F}_T^+	Força de superfície ao longo de Γ_F^+
\mathbf{F}_T^-	Força de superfície ao longo de Γ_F^-
g	Gravidade
h	Carga de elevação
\mathbf{H}	Matriz de permeabilidade global
H'	Função <i>heaviside</i>
\mathbf{H}_e	Matriz de permeabilidade do elemento
\mathbf{k}	Tensor de permeabilidade intrínseca
\mathbf{K}_e	Matriz de rigidez do elemento
K_f	Módulo de variação volumétrica do fluido
\mathbf{K}_m	Matriz de rigidez global
k_n	Permeabilidade intrínseca na direção normal à descontinuidade
K_s	Módulo de variação volumétrica das partículas sólidas
\mathbf{k}_t	Permeabilidade intrínseca na direção tangencial à descontinuidade
m	Massa ou vetor que identifica as componentes normais do vetor tensão
\mathbf{m}_F	Vetor que identifica a componente normal no vetor força de superfície
\mathbf{n}	Vetor normal unitário
N	Função de interpolação
\mathbf{N}_n	Matriz de transformação
N^f	Função que descreve o valor de poro-pressão na

descontinuidade

N^α	Função de interpolação do elemento
N^β	Função que interpola o salto
p	Poro-pressão
\mathbf{P}	Matriz de distribuição de salto
\bar{p}	Componente contínua da poro-pressão
$\ p\ $	Salto de poro-pressão
p^h	Poro-pressão aproximada
\bar{p}^h	Aproximação da componente contínua de poro-pressão
$\ p^h\ $	Salto de poro-pressão aproximando
p^α	Grau de liberdade de poro-pressão (componente contínua)
p^β	Grau de liberdade de salto de poro-pressão
\bar{q}	Fluxo prescrito
Q	Vetor de fluxo global
\bar{q}_f^n	Fluxo normal à descontinuidade
\bar{q}_f^s	Fluxo tangencial à descontinuidade
q_n	Fluxo na direção normal à descontinuidade
r	Raio em um sistema de coordenada polar
r_{nn}	Rigidez na direção normal da descontinuidade
r_{ns}	Rigidez da descontinuidade relacionando a ação de F_{T_n} sobre u_s
r_{sn}	Rigidez da descontinuidade relacionando a ação de F_{T_s} sobre u_n
r_{ss}	Rigidez na direção tangencial da descontinuidade

s	Parâmetro de armazenamento
S_e	Matriz de armazenamento do elemento
S'	Saturação
t	Tempo
\mathbf{u}	Vetor deslocamento
$\bar{\mathbf{u}}$	Componente contínua do vetor deslocamento
$\hat{\mathbf{u}}$	Componente do vetor deslocamento associado ao movimento de corpo rígido
$\tilde{\mathbf{u}}$	Componente do vetor deslocamento associado à deformação do corpo
\mathbf{u}^α	Vetor de graus de liberdade de deslocamento (componente contínua)
\mathbf{u}^β	Vetor de graus de liberdade de salto através da face de uma fratura ou falha
\mathbf{u}^ω	Vetor de graus de liberdade de salto na ponta de uma fratura
$\ \mathbf{u}\ $	Vetor de salto de deslocamento
$\ u_n\ $	Componente normal do salto de deslocamento
$\ u_s\ $	Componente tangencial do salto de deslocamento
\mathbf{u}_e	Vetor de graus de liberdade nodal de um elemento
$\hat{\mathbf{u}}_h$	Aproximação do deslocamento $\hat{\mathbf{u}}$
$\tilde{\mathbf{u}}_h$	Aproximação do deslocamento $\tilde{\mathbf{u}}$
\mathbf{u}_h	Vetor deslocamento aproximado
$\bar{\mathbf{u}}^h$	Aproximação da componente contínua de deslocamento
$\ \mathbf{u}^h\ $	Aproximação do salto de deslocamento
\mathbf{v}	Fluxo de fluido

Símbolos gregos

δ	Variação virtual
ε	Tensor ou vetor deformação
$\bar{\varepsilon}$	Componente contínua do vetor deformação
$\ \varepsilon\ $	Componente de deformação relacionada ao salto de deslocamento
ε_h	Aproximação do vetor de deformação
$\tilde{\varepsilon}_h$	Aproximação da componente do vetor de deformação do corpo
$\hat{\varepsilon}_h$	Aproximação da componente de deformação associada ao movimento de corpo rígido
ε_v	Deformação volumétrica
ϕ	Porosidade
μ	Viscosidade dinâmica
θ	Ângulo em um sistema de coordenada polar
ρ	Massa específica
σ	Tensor ou vetor de tensão
σ'	Tensor ou Vetor tensão efetiva
σ_{Ω^+}	Vetor tensão no subdomínio Ω^+
σ_{Ω^-}	Vetor tensão no subdomínio Ω^-
σ_{Ω}	Tensão no corpo
$\tilde{\sigma}_h$	Vetor tensão relativo à deformação do corpo
Φ	Função de interpolação do salto

Γ_F	Superfície de descontinuidade, falha ou fratura
Γ_F^-	Face da fratura no subdomínio Ω^-
Γ_F^+	Face da fratura no subdomínio Ω^+
Γ_q	Porção do contorno onde o fluxo é prescrito
Γ_p	Porção do contorno onde a poro-pressão é prescrita
Γ_s	Porção do contorno de um corpo onde a força de superfície é prescrita
Γ_u	Porção do contorno de um corpo onde o deslocamento é prescrito
Γ_v	Contorno imaginário
Ω	Domínio do corpo
Ω^+	Subdomínio positivo
Ω^-	Subdomínio negativo
∇	Operador diferencial

Subescrito e Superescrito

e	Elemento
s	Superfície
F	Fratura ou falha
+	Positivo
-	Negativo