

2 Fundamentos da Mecânica da Fratura e da Propagação de Trincas por Fadiga

A Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) descreve a magnitude e a distribuição do campo de tensões (linear elástico) na vizinhança de uma trinca. A magnitude do campo de tensões em torno da ponta da trinca nestes casos é quantificada pelo fator de intensidade de tensão, K . Comparando este parâmetro com a tenacidade do material à fratura, é possível prever se um componente trincado irá ou não romper quando submetido a alguma solicitação (desde que no instante da fratura o campo de tensões no componente permaneça predominantemente linear elástico). Os principais objetivos da Mecânica da Fratura são:

- Que tamanho de trinca pode ser tolerado para uma esperada carga de serviço?
- Quanto tempo leva para uma trinca crescer de um certo tamanho inicial para um tamanho crítico?
- Que tamanho pode ser permitido para uma falha preexistente no começo da vida útil de uma estrutura?
- Com que frequência a estrutura deve ser inspecionada?

Em geral, a fratura em metais e ligas ocorre por um dos três micromecanismos mais comuns: fratura dúctil, que resulta da nucleação, crescimento e coalescência de micro poros internos; fratura por clivagem, que envolve a separação de planos cristalinos (em geral uma fratura frágil, mas que pode ser precedida de plasticidade e crescimento de trinca dúctil); e fratura intergranular, ocorre quando o contorno do grão é o caminho preferencial da trinca.

A fratura final é, em geral, um evento brusco e terminal, mas as trincas podem ser propagar estavelmente durante muito tempo antes que ocorra a fratura. Por isso a propagação de uma trinca na fratura é chamada de fraturamento, enquanto a sua propagação estável é chamada de trincamento. Os três principais

tipos de trincamento são fadiga, corrosão e hidrogenação da ponta da trinca. O fraturamento final se desenvolve por um dos mecanismos de fratura descritos no parágrafo anterior.

Neste capítulo, serão vistos os principais conceitos fundamentais da Mecânica da Fratura, incluindo o conceito da integral J usada na Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP). A propagação de trincas por fadiga será estudada nas seções seguintes.

2.1 Fundamentos da Mecânica da Fratura

2.1.1 Concentração de Tensões

Inglis (1913) foi o primeiro a quantificar os efeitos da concentração de tensão ao analisar entalhes elípticos em placas planas. Nesta análise Inglis obteve uma expressão que determina a tensão na extremidade do maior eixo da elipse (Figura 2.1). Considerou que as tensões no entalhe não eram influenciadas pelo contorno da placa, ou seja, a largura muito maior que $2a$ e o comprimento muito maior que $2b$.

A equação da tensão no ponto A, na Figura 2.1, é dada por:

$$s_A = s \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a}{r}} \right) \quad (2.1)$$

onde $r = b^2/a$ é o raio de curvatura da ponta da elipse.

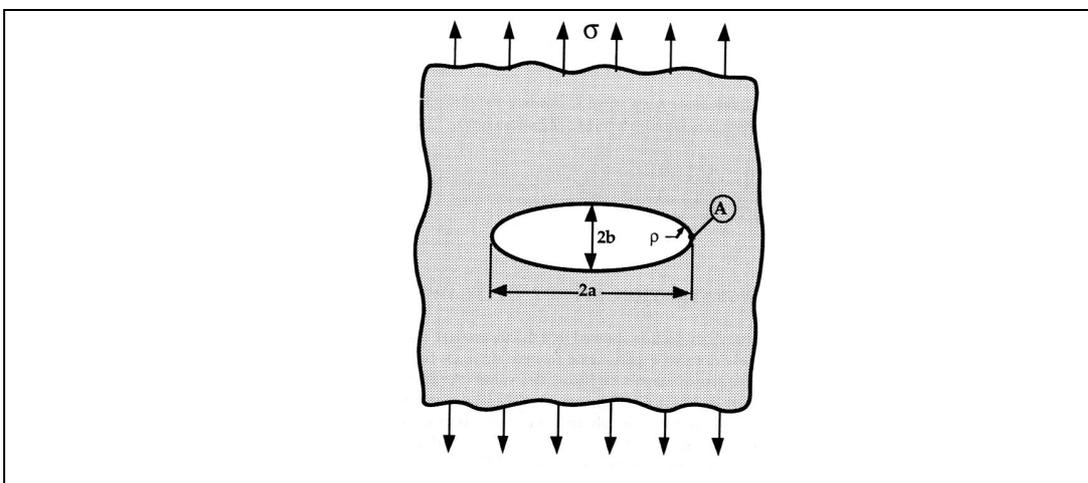


Figura 2.1 - Entalhe elíptico em uma placa plana.

De acordo com a equação (2.1) o efeito da concentração de tensões é maior quanto mais afiado for o entalhe, ou seja, quanto menor for o raio de curvatura da elipse. Mas a concentração de tensão para um raio nulo no entalhe, neste caso chamado de uma trinca, tende a infinito. Isto sugere que a ruptura ocorreria numa tensão nominal aplicada próxima de zero, o que evidentemente não acontece na realidade. Inglis apenas resolveu o problema do entalhe, mas não explicou porque as peças não quebravam. Foi Griffith que deu o passo seguinte para um melhor entendimento das trincas.

2.1.2 Balanço Energético de Griffith

Em 1920, Griffith (1920) desenvolveu a primeira análise bem sucedida do comportamento da fratura de componentes trincados. Griffith realizou experiências com vidro, assumindo que a fratura ocorre em um material frágil ideal, com uma trinca de tamanho $2a$ no interior de uma placa, como mostra a Figura 2.2.

Segundo Griffith, em materiais idealmente frágeis a trinca se propagaria de maneira instável se a energia de deformação liberada quando a trinca avançasse de um comprimento infinitesimal fosse maior que energia requerida para formar uma nova superfície de trinca, isto é, a energia necessária para romper a coesão entre os átomos à frente da trinca. Considerando uma placa infinita, como na Figura 2.2, com comprimento de trinca $2a$ e sujeita a uma tensão uniforme aplicada no infinito, o balanço energético de Griffith para um incremento de área de trinca dA , sob condições de equilíbrio pode ser expresso como:

$$\frac{dE_T}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_s}{dA} = 0 \quad (2.2)$$

onde E_T é a energia total do sistema, Π é a energia potencial na placa e W_s é a energia de formação das superfícies da trinca.

Griffith, usando a análise desenvolvida por Inglis, mostrou que

$$\Pi = \Pi_0 - \frac{\sigma^2 a^2 B}{E} \quad (2.3)$$

onde Π_0 é a energia potencial total de uma placa sem trinca e B espessura da placa.

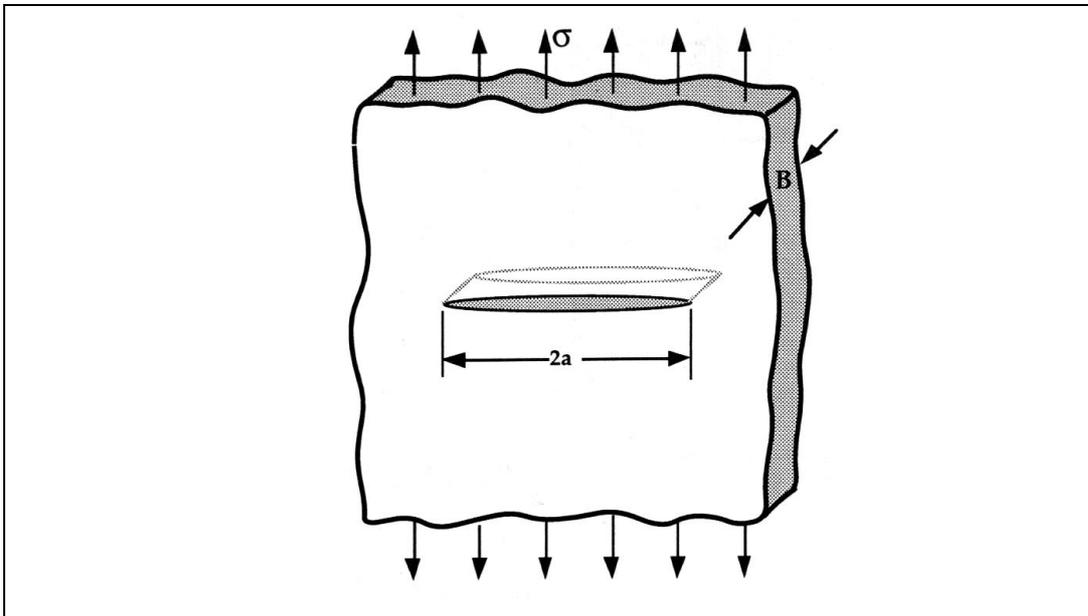


Figura 2.2 - Modelo usado por Griffith.

W_s é igual ao produto da energia elástica de superfície do material, g_s , e a nova superfície de área da trinca:

$$W_s = 2 (2aB g_s). \quad (2.4)$$

Substituindo as equações (2.3) e (2.4) em (2.2) obtêm-se a tensão de fratura:

$$s_f = \left(\frac{2Eg_s}{pa} \right)^{1/2}. \quad (2.5)$$

A equação anterior é válida somente para materiais idealmente frágeis. Griffith obteve bons resultados trabalhando com vidros, porém a equação subestima a tensão de fratura dos materiais estruturais comuns.

Irwin (1948) e Orowan (1948) independentemente modificaram a expressão de Griffith para levar em conta materiais elasto-plásticos, introduzindo o trabalho plástico g_p , desta forma a equação (2.5) torna-se:

$$s_f = \left(\frac{2E(g_s + g_p)}{pa} \right)^{1/2}, \quad (2.6)$$

ou então de modo mais geral:

$$s_f = \left(\frac{2Ew_f}{pa} \right)^{1/2}, \quad (2.7)$$

onde w_f é a energia de fratura, que pode incluir efeitos de plasticidade, viscoelasticidade ou viscoplasticidade, dependendo do material.

2.1.3 Taxa de Alívio, G

Em 1956, Irwin (1956) propôs um modelo equivalente ao de Griffith, exceto que numa forma mais conveniente de resolver problemas de engenharia. Irwin definiu a energia absorvida para propagar uma trinca ou tenacidade do material, G , que é a taxa de alívio da energia potencial armazenada no sistema por unidade de área de trinca. G é obtida da derivada do potencial total e é dada por:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (2.8)$$

Para a placa infinita da seção anterior, a taxa de alívio é dada por:

$$G = -\frac{ps^2a}{E} \quad (2.9)$$

Para um valor crítico $G_c = 2 w_f$, G é uma propriedade do material, e existem na literatura manuais que a listam para vários materiais.

2.1.4 Fator de Intensidade de Tensão

Primeiro é conveniente definir os três tipos de movimentos relativos das duas superfícies das trincas, que são mostrados na Figura 2.3. Com base no sistema de eixos mostrados na Figura 2.4, o modo de abertura, modo I, é caracterizado pelo deslocamento local que é simétrico aos planos $x-y$ e $x-z$. O modo de cisalhamento no plano, modo II, os deslocamentos são simétricos ao plano $x-y$ e antissimétricos ao plano $x-z$. O modo de cisalhamento fora do plano, modo III, é associado com os deslocamentos que são antissimétricos com os planos $x-y$ e $x-z$.

Cada um desses modos está associado a um tipo básico de campo de tensões na vizinhança da ponta da trinca. E qualquer problema de deformação da ponta da trinca pode ser tratado como uma combinação desses modos de deslocamento.

Dessa forma, o campo de tensões pode ser também tratado como a combinação dos três tipos básicos de campo de tensão. Em projeto, o modo I é o mais importante, pois corresponde ao modo de fraturamento da maioria das peças trincadas.

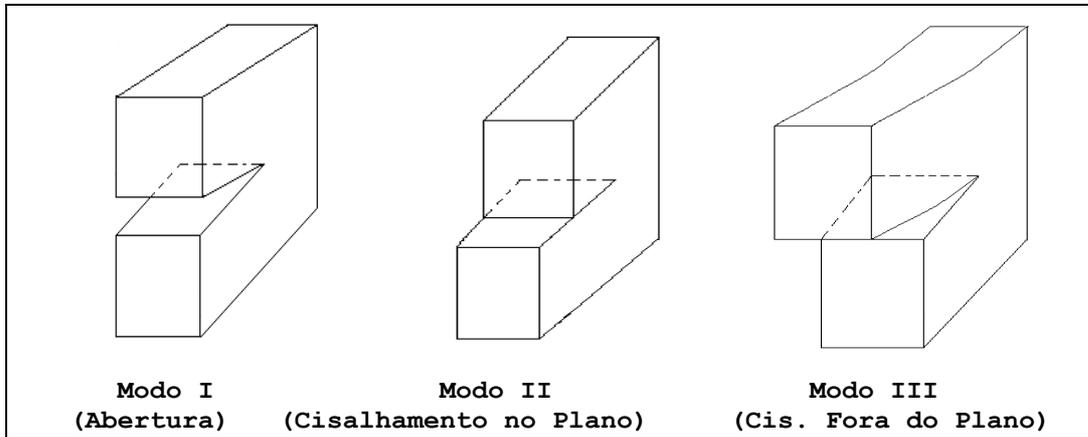


Figura 2.3 - Modos de deslocamento da ponta da trinca.

Na MFLE a trinca pode ser caracterizada (mensurada) em termos de um parâmetro simples, K , chamado fator de intensidade de tensões, introduzido em 1957 por Irwin (1957) e Williams (1957) para quantificar o campo de tensões em torno de uma trinca numa peça predominantemente elástica. Os trabalhos foram independentes, mas chegaram no mesmo resultado.

Cada modo está associado a um fator de intensidade de tensões: K_I para o modo I; K_{II} para o modo II e K_{III} para o modo III. O valor crítico de K_I , K_{IC} , é uma propriedade do material e é chamado de tenacidade à fratura.

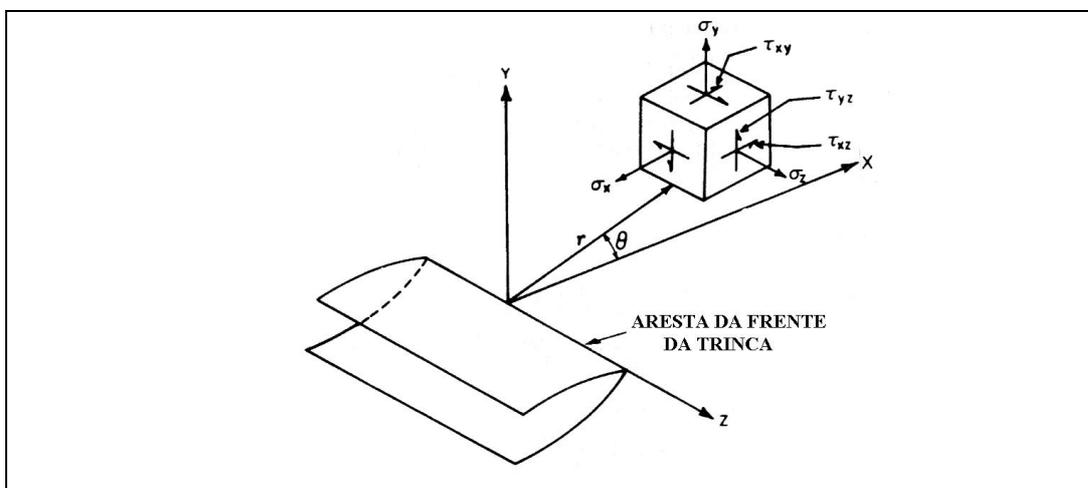


Figura 2.4 - Coordenadas na frente da trinca.

Se definirmos um eixo de coordenadas polares com a origem na frente da trinca, como mostra a Figura 2.4, o campo de tensões em uma material elástico trincado pode ser dado pela expressão (Anderson, 1995):

$$\mathbf{s}_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\mathbf{q}) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\mathbf{q}) \quad (2.10)$$

onde \mathbf{s}_{ij} é o tensor de tensões, r e \mathbf{q} são definidos na Figura 2.4, k é uma constante relacionada ao fator de intensidade de tensões ($K = k\tilde{\mathbf{0}}(\mathbf{pa})$) e f_{ij} uma função de \mathbf{q} .

Usando funções harmônicas proposta por William (1957) e desenvolvendo a equação (2.9), encontra-se o campo de tensões e deslocamentos na ponta da trinca para os três modos de deformação. Com $K = k\tilde{\mathbf{0}}(\mathbf{pa})$ por conveniência, tem-se para o modo I:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_x &= \frac{K_I}{(2pr)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\mathbf{q}}{2} \left[1 - \operatorname{sen} \frac{\mathbf{q}}{2} \operatorname{sen} \frac{3\mathbf{q}}{2} \right] \\ \mathbf{s}_y &= \frac{K_I}{(2pr)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\mathbf{q}}{2} \left[1 + \operatorname{sen} \frac{\mathbf{q}}{2} \operatorname{sen} \frac{3\mathbf{q}}{2} \right] \\ \mathbf{t}_{xy} &= \frac{K_I}{(2pr)^{\frac{1}{2}}} \operatorname{sen} \frac{\mathbf{q}}{2} \cos \frac{\mathbf{q}}{2} \cos \frac{3\mathbf{q}}{2} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Para o modo II:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_x &= -\frac{K_{II}}{(2pr)^{\frac{1}{2}}} \operatorname{sen} \frac{\mathbf{q}}{2} \left[2 + \cos \frac{\mathbf{q}}{2} \cos \frac{3\mathbf{q}}{2} \right] \\ \mathbf{s}_y &= \frac{K_{II}}{(2pr)^{\frac{1}{2}}} \operatorname{sen} \frac{\mathbf{q}}{2} \cos \frac{\mathbf{q}}{2} \cos \frac{3\mathbf{q}}{2} \\ \mathbf{t}_{xy} &= \frac{K_{II}}{(2pr)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\mathbf{q}}{2} \left[1 - \operatorname{sen} \frac{\mathbf{q}}{2} \operatorname{sen} \frac{3\mathbf{q}}{2} \right] \end{aligned} \quad (2.12)$$

As equações anteriores representam o caso plano de deformação e os termos de ordem mais alta em r são negligenciados. Essas equações mostram que a distribuição do campo de tensões nas vizinhanças da ponta da trinca é invariante em todos os componentes sujeitos a um dado modo de deformação e que a magnitude do campo elástico de tensões pode ser descrita pelos termos K_I , K_{II} e K_{III} .

Porém, como enfatizado anteriormente, valores de K caracterizam a medida do campo de tensões em torno da ponta da trinca, até porque a análise de tensões linear elástica na ponta da trinca quando $r = 0$ leva a valores infinitos.

Conseqüentemente, adotando apenas K para avaliação da trinca, o valor do fator de intensidade de tensão pode ser diretamente relacionado com a carga nominal aplicada, σ , e com a raiz quadrada do tamanho da trinca, a . Em todos os casos, a forma geral do fator de intensidade de tensão pode ser dada por:

$$K = s \sqrt{pa} f, \quad (2.13)$$

onde f é um parâmetro que depende da geometria da peça, condições de carregamento, forma e orientação da trinca. Há na literatura diversas expressões de K para diversas condições (Tada, 1985; Murakami, 1987; Rooke, 1976).

As seguintes relações existem entre G e K_I :

$$G_I = \frac{K_I^2}{E'} \text{ e } G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E'} \quad (2.14)$$

sendo $E' = E / (1 - \nu^2)$ em deformação plana e $E' = E$ em tensão plana. E é o módulo de elasticidade e ν é o coeficiente de Poisson.

No caso geral:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2G} \quad (2.15)$$

onde G é o módulo de cisalhamento.

2.1.5 Integral J

A Mecânica da Fratura Linear Elástica só é válida quando a deformação não linear do material for confinada a uma **pequena** região ao redor da ponta da trinca. Em muitas situações é virtualmente impossível caracterizar o comportamento da fratura pela MFLE, e uma Mecânica da Fratura alternativa tem de ser usada.

A Mecânica da Fratura Elasto-Plástica aplica-se em várias daquelas situações. Os dois parâmetros elasto-plásticos mais usados são o CTOD (*crack tip opening displacement*) e a integral J . Estes parâmetros descrevem condições da trinca para materiais elasto-plásticos e podem ser usados como critério de falha. Há limites de aplicabilidade para a integral J e para o CTOD, porém não são tão restritos quanto os da MFLE.

Nesta seção serão introduzidos os conceitos que definem a integral J e em capítulos mais adiante estes conceitos serão utilizados em métodos computacionais para calcular os fatores de intensidade de tensão K_I e K_{II} .

A integral J , introduzida por Rice (1968), é uma integral de linha em torno da ponta da trinca, invariante para qualquer percurso utilizado desde que se inicie na face inferior e termine na face superior da trinca.

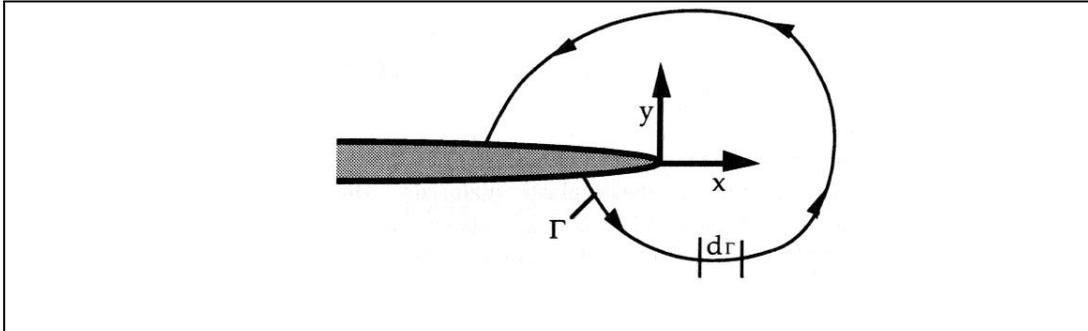


Figura 2.5 - Contorno arbitrário em torno da ponta de uma trinca.

A integral J é definida em relação a um eixo local de coordenadas cuja origem situa-se na ponta da trinca, como mostra a Figura 2.5. A expressão de J é:

$$J = \int_{\Gamma} \left[W n_x - \mathbf{s}_{ij} \mathbf{h}_j \frac{\partial u_i}{\partial x} \right] d\Gamma \quad (2.16)$$

onde $W = \int_0^{e_{ij}} \mathbf{s}_{ij} d\mathbf{e}_{ij}$ é a energia de deformação por unidade de volume, u_i representa o vetor de deslocamentos e \mathbf{h}_j são os co-senos diretores do caminho Γ .

No caso da MFLE, a integral J é numericamente igual a taxa de alívio \mathcal{G} e, portanto, também se relaciona com K através da Equação (2.15).

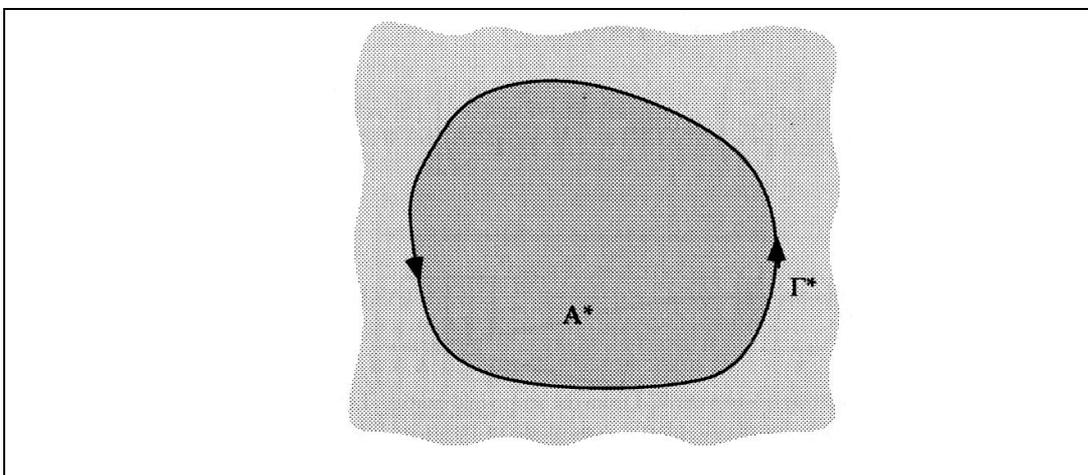


Figura 2.6 - Contorno fechado utilizado para cálculo da integral J .

Rice provou a independência da integral J no caminho considerando a Figura 2.6, que representa um caminho de integração fechado, sem incluir nenhuma trinca, onde tem-se que:

$$J^* = \int_{\Gamma^*} \left[W n_x - \mathbf{s}_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x} \right] d\Gamma^* \quad (2.17)$$

Aplicando o teorema de Green, a expressão de J^* torna-se:

$$J^* = \int_{A^*} \left[\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mathbf{s}_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \right] dx dy \quad (2.18)$$

onde A^* é a área fechada de Γ^* . Desenvolvendo o primeiro termo desta equação:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{e}_{ij}} \frac{\partial \mathbf{e}_{ij}}{\partial x} = \mathbf{s}_{ij} \frac{\partial \mathbf{e}_{ij}}{\partial x} \quad (2.19)$$

Aplicando a relação tensão-deformação (pequenos deslocamentos):

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{2} \mathbf{s}_{ij} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.20)$$

Utilizando a equação de equilíbrio $\frac{\partial \mathbf{s}_{ij}}{\partial x_j} = 0$ e $\mathbf{s}_{ij} = \mathbf{s}_{ji}$, por fim tem-se que:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \mathbf{s}_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mathbf{s}_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \quad (2.21)$$

A equação (2.21) é idêntica ao segundo termo da Equação (2.18). Isto demonstra que a integral $J = 0$ para qualquer contorno fechado.

Considera-se agora dois contornos arbitrários Γ_1 e Γ_2 em volta da trinca, como mostra a Figura 2.7. Se Γ_1 e Γ_2 são conectados por outros dois caminhos ao longo da face da trinca por Γ_3 e Γ_4 , um contorno fechado é formado. A energia total J no contorno fechado é soma das contribuições de cada segmento.

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 = 0 \quad (2.22)$$

Se na face da trinca $T_i = 0$. Logo, $J_3 = J_4 = 0$ e $J_1 = -J_2$. Assim, qualquer caminho em torno da trinca terá o mesmo valor de J , que independe do caminho.

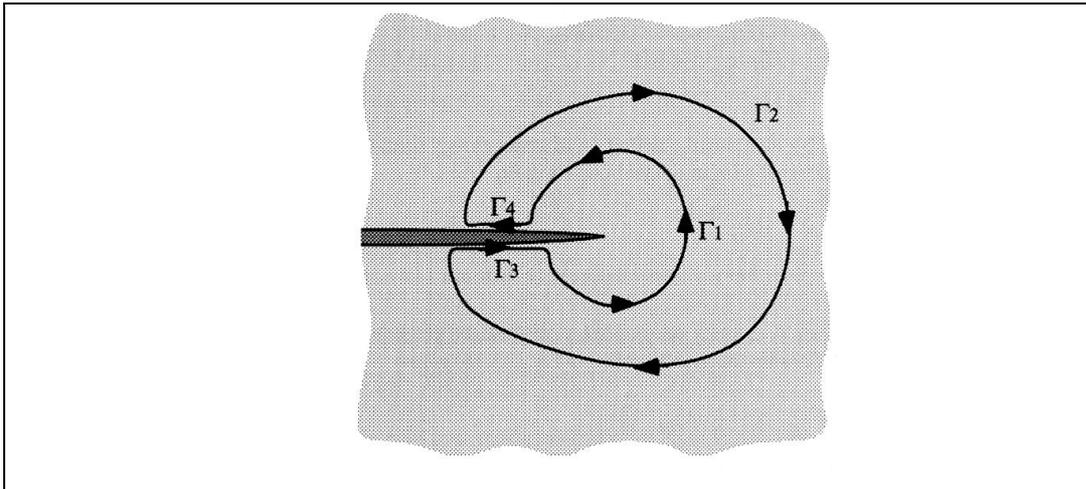


Figura 2.7 - Dois contornos arbitrários, Γ_1 e Γ_2 , em torno da trinca. Esses contornos são conectados por Γ_3 e Γ_4 formando um contorno fechado, e o total de $J = 0$.

2.2 Propagação de Trincas por Fadiga

Fadiga é um tipo de falha mecânica caracterizada pela geração e/ou propagação paulatina de uma trinca, causada pelas repetições dos carregamentos aplicados sobre a peça. Esse processo pode em muitos casos causar a fratura dos componentes da estrutura.

Muitos parâmetros afetam a resistência dos componentes estruturais à fadiga. Esses parâmetros são relativos às solicitações, geometria, propriedades dos materiais e ambiente externo. Os parâmetros de solicitação incluem estados de tensões, razão entre os fatores de intensidade de tensões máximo e mínimo, carregamentos constantes ou variáveis, frequências ou tensões máximas. A geometria da estrutura influencia principalmente o gradiente das tensões e os fatores de intensidade de tensões. As propriedades mecânicas e metalúrgicas caracterizam o comportamento do material. Os parâmetros do ambiente externo incluem temperaturas e agressividade do ambiente.

2.2.1 Curva da/dN vs. DK

No início da década de 60, Paris (1960; 1961) mostrou convincentemente ser a variação do fator de intensidade de tensões (DK), e não a tensão, o parâmetro que controla a propagação das trincas por fadiga, ver Figura 2.8.

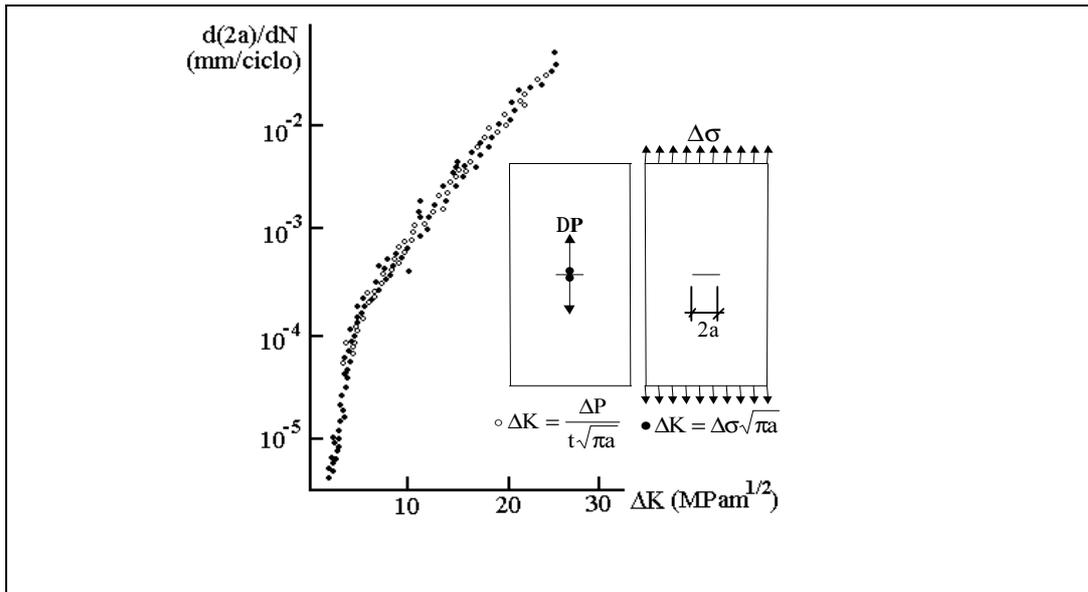


Figura 2.8 - Experiência efetuada por Paris.

Num clássico experimento, Paris usou duas chapas idênticas, feitas do mesmo material e com uma trinca central de mesmo comprimento. A chapa 1 foi carregada pelas bordas enquanto a chapa 2 foi carregada pelas faces da trinca, mantendo a mesma gama de tensão nas duas chapas. Apesar disso, a trinca acelerava na chapa 1 e desacelerava na chapa 2. Como ambas trabalhavam sob o mesmo $\Delta\sigma$, a tensão não podia estar controlando a propagação das trincas. Entretanto, devido à forma da aplicação da carga, na chapa 1 DK aumentava à medida que a trinca crescia, enquanto na chapa 2 DK decrescia à medida que a trinca crescia. Assim Paris sugeriu que era ΔK que controlava a propagação, e mostrou que quando se relacionava a taxa de propagação da trinca (da/dN) com DK , os pontos experimentais gerados tanto na chapa 1 quanto na chapa 2 coincidiam.

Plotando da/dN vs. DK , na forma logarítmica, tipicamente obtém-se uma curva com 3 fases bem distintas (Figura 2.9). Esta curva é de grande importância na prática, pois com esse tipo de informação pode-se fazer previsões sobre a vida residual das estruturas trincadas. As três fases são:

Fase I: Tem como principal característica um limiar de propagação, abaixo do qual os carregamentos não causam danos à peça trincada e a trinca não se propaga. Este limiar recebe o nome de limiar de propagação de trincas por fadiga, e é caracterizado por um fator de intensidade de tensões limiar (DK_{th} -threshold). DK_{th} é muito influenciado por obstáculos (como vazios e inclusões) e pelo

fechamento das trincas de fadiga. O fechamento ocorre porque as trincas se propagam cortando um material previamente deformado pelas zonas plásticas que (sempre) as acompanham. As faces das trincas de fadiga ficam embutidas num envelope de deformações residuais trativas, que as comprimem quando completamente descarregadas, e só se abrem paulatinamente ao serem carregadas.

A fase I vai do limiar DK_{th} até taxas de 10^{-10} a 10^{-9} m/ciclo, isto é, até taxas da ordem de um espaçamento atômico por ciclo (diâmetro atômico $\sim 0.3\text{nm}$). A zona plástica $ZP_{ciclica} \sim (DK/2S_E)^2/2p < d_{grão}$ ($d_{grão}$ é tipicamente de 10 a $100\mu\text{m}$ nas ligas estruturais metálicas). O crescimento da trinca é descontínuo, gerado por micro-mecanismos intragranulares sensíveis à carga média, à microestrutura do material, ao meio ambiente e à carga de abertura da trinca. Abaixo do limiar DK_{th} as trincas não propagam.

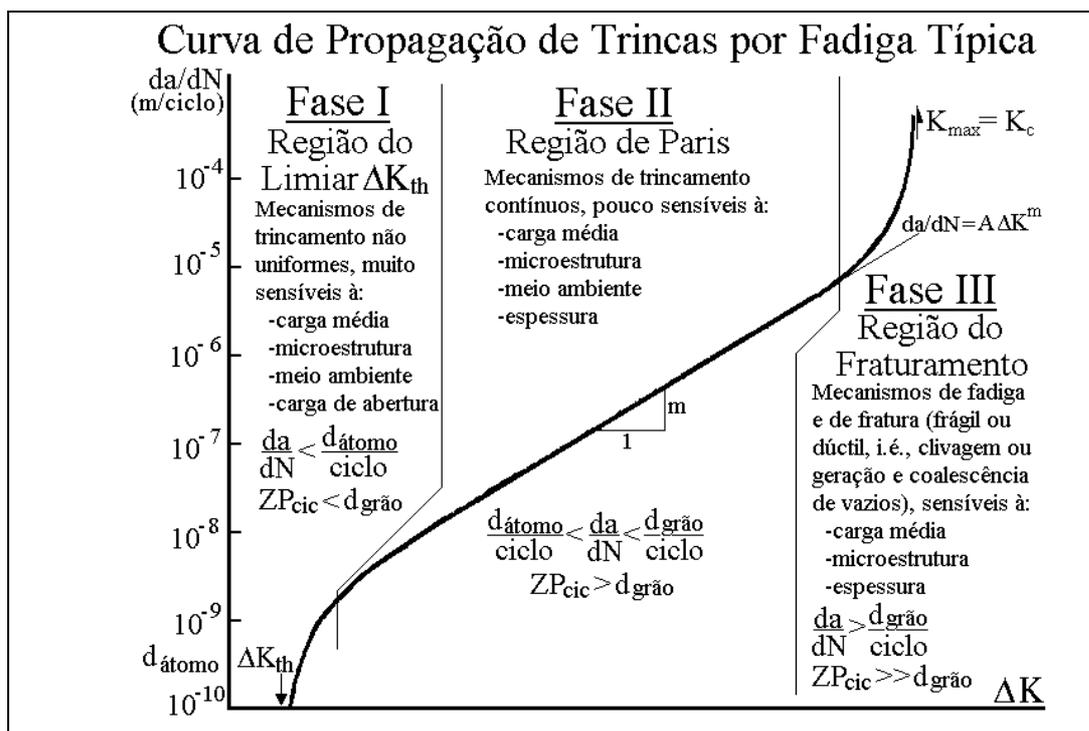


Figura 2.9 - Curva de propagação de trincas por fadiga típica.

Fase II: Nesta fase as taxas vão de $10^{-10} \sim 10^{-9}$ até $10^{-6} \sim 10^{-4}$ m/ciclo, ou de cerca de um espaçamento atômico até da ordem de um tamanho de grão por ciclo. A zona plástica cíclica $ZP_{ciclica} > d_{grão}$, isto é, a plasticidade cíclica à frente da ponta da trinca ativa micro-mecanismos poligranulares. O crescimento da trinca é aproximadamente contínuo ao longo da sua frente, como indicado pelas estrias

observadas nas faces das trincas quando observadas num microscópio eletrônico de varredura (as estrias são a característica fratógráfrica mais importante das trincas de fadiga).

A regra de propagação da/dN é controlada pelas deformações cíclicas que acompanham as pontas das trincas de fadiga, e é pouco sensível à microestrutura, à carga média, ao meio ambiente e à espessura da peça. Nesta fase a gama das deformações cíclicas depende principalmente de DK , e tanto a carga de abertura da trinca K_{ab} quanto a tenacidade do material K_C pouco influem nas taxas de propagação.

Fase III: Esta fase tem como característica principal a propagação instável da trinca (ou o fraturamento da peça) quando $K_{máx} = DK/(1-R)$ atinge a tenacidade do material K_C .

A zona plástica $ZP_{cíclica} \gg d_{grão}$, e a maior taxa de crescimento da trinca é limitada pelo $CTOD_C \sim K_C^2/ES_E$. Os mecanismos de fraturamento podem ser dúcteis (cavitação e coalescência de vazios) ou frágeis (clivagem), e superpõem-se aos de trincamento. Esta fase depende de K_{max} e de K_C , logo é sensível à carga média e aos fatores que afetam a tenacidade do material, como a microestrutura, o meio ambiente e a espessura da peça (K_C depende não apenas do material mas também da geometria, a menos que $ZP_C \ll$ todas as dimensões da peça).

2.2.2

Equações Empíricas para Descrever o Crescimento das Trincas por Fadiga

Existem alguns modelos empíricos bem conhecidos para quantificar as taxas de propagação de trincas por fadiga através de parâmetros que são ajustados aos resultados obtidos em testes experimentais. Esses modelos descrevem, pelo menos em parte, a forma da curva da/dN vs. DK , e consideram os efeitos de DK_{th} , de K_C , da razão R entre os fatores de intensidade de tensão máximo e mínimo (ou por $K_{máx} = \Delta K/(1-R)$). O mais clássico é o chamado modelo de Paris (1960):

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m \quad (2.23)$$

Este modelo descreve o comportamento à fadiga do material apenas na fase II e não leva em consideração a razão R . Os parâmetros C e m são constantes

empíricas (obtidas experimentalmente) dependentes do material utilizado. O parâmetro C representa o coeficiente linear do trecho reto da curva de Figura 2.9, enquanto m representa o coeficiente angular.

Forman (1967) propôs um outro modelo empírico, mais sofisticado, que leva em consideração a razão $R = K_{min} / K_{max}$, modelando tanto a fase II como a fase III:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \cdot \Delta K^{m-1}}{\left(\frac{K_{IC}}{K_{max}} - 1 \right)} \quad (2.24)$$

Walker (1970) propôs um modelo similar ao modelo de Paris (Fase II), mas que incorpora os efeitos de R .

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^{(m+p)} \cdot \left(\frac{1}{1-R} \right)^p \quad (2.25)$$

Esse modelo possui três parâmetros experimentais, C , m e p , sendo p um parâmetro empírico adicional.

Priddle (1976) propôs um modelo para modelar as três fases da curva da/dN vs. DK , mas não inclui os efeitos da razão R .

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_{IC} - K_{max}} \right)^m \quad (2.26)$$

O valor de DK_{th} é função de R e, na ausência de resultados experimentais confiáveis, pode ser estimado para aços estruturais conforme as regras abaixo (Barsom, 1987):

$$\Delta K_{th} = 6.4(1 - 0.85R)Mpa\sqrt{m} \quad R > 0.1$$

$$\Delta K_{th} = 7.04(1 - 0.85R)ksi\sqrt{in} \quad R > 0.1$$

$$\Delta K_{th} = 5.5ksi\sqrt{in} \quad R < 0.1$$

$$\Delta K_{th} = 6.0Mpa\sqrt{m} \quad R < 0.1$$

Na tabela 2.1, como exemplo, são mostrados alguns valores usuais das constantes citadas acima para os aços do tipo ferrítico-perlíticos (Barsom, 1987; Dowling, 1999):

<i>Modelo</i>	<i>C</i>	<i>m</i>	<i>p</i>
<i>Paris</i>	$7 \cdot 10^{-9}$	3.00	--
<i>Walker</i>	$7 \cdot 10^{-9}$	2.00	1.00
<i>Forman</i>	$2 \cdot 10^{-6}$	2.90	--
<i>Priddle</i>	$2 \cdot 10^{-6}$	2.00	--

Tabela 2.1 - Valores usuais das constantes para aços do tipo ferrítico-perlítico.