



**Antonio Carlos de Oliveira Miranda**

**Propagação de Trincas por Fadiga em Geometrias  
2D Complexas sob Cargas Cíclicas Variáveis**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Área de Concentração: Estruturas.

Orientador: Luiz Fernando C. R. Martha

Rio de Janeiro, 26 de fevereiro de 2003



**Antonio Carlos de Oliveira Miranda**

## **Propagação de Trincas por Fadiga em Geometrias 2D Complexas sob Cargas Cíclicas Variáveis**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Luiz Fernando Campos Ramos Martha**

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio (Orientador)

**Jaime Tupiassú Pinho de Castro**

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

**Marco Antonio Meggiolaro**

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

**Raul Rosas e Silva**

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Alvaro Maia da Costa**

CENPES – PETROBRAS

**Edgardo Omar Taroco Aliano**

Departamento de Mecânica Computacional - LNCC / RJ

**Timothy H. Topper**

Department of Civil Engineering – University of Waterloo

**Prof. Ney Augusto Dumont**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Departamento de Engenharia Civil, 26 de fevereiro de 2003

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Antonio Carlos de Oliveira Miranda**

Graduou-se Engenheiro Civil em 1997 na Universidade Federal do Pará. Defendeu dissertação de mestrado em fevereiro de 1999 na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro com o título "Integração de Algoritmos de Geração de Malhas de Elementos Finitos", com diversas publicações em congressos e revistas. A corrente tese já gerou publicações em congressos, capítulo de livro e revistas internacionais da área.

#### Ficha Catalográfica

Miranda, Antonio Carlos de Oliveira

Propagação de trincas por fadiga em geometrias 2D complexas sob cargas cíclicas variáveis / Antonio Carlos de Oliveira Miranda; orientador: Luiz Fernando C. R. Martha. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2003.

[19], 106 f. : il. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Propagação de trinca. 3. Fadiga. 4. Geometria complexa. 5. Carregamento variável. I. Martha, Luiz Fernando C. R. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

À minha família.

## **Agradecimentos**

A todos aqueles que estiverem comigo tanto nos bons e maus momentos. Felizmente o autor só lembra dos bons momentos.

Aos meus pais, pela educação, atenção, carinho de todas as horas e por compreender a distância de vários anos.

Aos professores Luiz Fernando, Jaime Tupiassú e Marco Antonio, que têm grande parte dos créditos deste trabalho.

Aos professores que participaram da Comissão examinadora.

Ao Vagner e Garcia pela ajuda na confecção dos corpos-de-prova e auxílio no laboratório de vibrações.

Aos amigos do café: Chan, Ricardo e a gauchada.

Aos amigos do Pará e Amapá: Alan, Anibal, Ricardo, Salete, Antonio Sérgio, Vitor, Janaina, Alexandre, e outros que voltaram para terra do açaí.

Aos meus amigos do Tecgraf.

Aos meus amigos da PUC-Rio.

A todos os professores e funcionários do Departamento pela ajuda.

Ao CNPq e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

## Resumo

Miranda, Antonio Carlos de Oliveira. **Propagação de Trincas por Fadiga em Geometrias 2D Complexas sob Cargas Cíclicas Variáveis**. Rio de Janeiro, 2003. 106p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Uma metodologia eficiente e segura é proposta para prever a propagação de trincas de fadiga sob carregamento complexo em estruturas bidimensionais com geometria genérica. Primeiro, o caminho da trinca (em geral curvo) e os fatores de intensidade de tensão  $K_I(a)$  e  $K_{II}(a)$  ao longo do comprimento da trinca  $a$  são calculados num programa de elementos finitos especialmente desenvolvido para este fim, o **Quebra2D**. Estes cálculos são feitos usando pequenos incrementos especificáveis no tamanho da trinca e técnicas de remalhamento automatizadas. Os valores de  $K_I(a)$  são usados como dados de entrada num programa de previsão de vida à fadiga, o **ViDa**. Esse programa foi desenvolvido para prever a iniciação e a propagação de trincas 1D e 2D sob carregamento complexo por todos os métodos clássicos, incluindo  $SN$ ,  $eN$  e  $IIW$  (estruturas soldadas) para a iniciação da trinca, e o método  $da/dN$  para a propagação. Em particular, o módulo que propaga a trinca aceita qualquer expressão de  $K_I(a)$  e qualquer regra  $da/dN$ , e usa o método  $DK_{rms}$  ou CCC (crescimento ciclo-a-ciclo) para prever a propagação de trincas uni e bidimensionais sob carregamento complexo. A análise numérica proposta foi verificada através de vários experimentos representativos, cuja metodologia experimental é discutida em detalhes.

## Palavras-chave

Propagação de trinca; Fadiga; Geometria Complexa; Carregamento Variável.

## Abstract

Miranda, Antonio Carlos de Oliveira. **Fatigue Crack Propagation in Arbitrary 2D Geometries under Complex Loading**. Rio de Janeiro, 2003. 106p. DSc Thesis - Department of Civil Engineering, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro.

A reliable and cost effective two-phase methodology is proposed to predict fatigue crack propagation in generic two-dimensional structural components under complex loading. First, the fatigue crack path and its stress intensity factor are calculated in a specialized finite-element software, using small crack increments. Numerical methods are used to calculate the crack propagation path, based on the computation of the crack incremental direction, and the stress-intensity factors  $K_I$ , from the finite element response. Then, an analytical expression is adjusted to the calculated  $K_I(a)$  values, where  $a$  is the length along the crack path. This  $K_I(a)$  expression is used as an input to a powerful general purpose fatigue design software based on the local approach, developed to predict both initiation and propagation fatigue lives under complex loading by all classical design methods, including the  $SN$ , the  $eN$  and the  $IIW$  (for welded structures) to deal with crack initiation, and the  $da/dN$  to treat propagation problems. In particular, its crack propagation module accepts any  $K_I$  expression and any  $da/dN$  rule, using the  $DK_{rms}$  or the cycle-by-cycle propagation methods to deal with one and two-dimensional crack propagation under complex loading. If requested, this latter method may include overload-induced crack retardation effects. This two-phase methodology is experimentally validated by fatigue tests on compact tension and bending single edge notch specimens, modified with holes positioned to attract or to deflect the cracks.

## Keywords

Crack Propagation; Fatigue; Complex Geometric; Variable Loading.

## Sumário

1 Introdução	1
1.1 Métodos dos Elementos Finitos	4
1.2 Objetivos da Tese	5
1.3 Organização do Trabalho	6
2 Fundamentos da Mecânica da Fratura e da Propagação de Trincas por Fadiga	8
2.1 Fundamentos da Mecânica da Fratura	9
2.1.1 Concentração de Tensões	9
2.1.2 Balanço Energético de Griffith	10
2.1.3 Taxa de Alívio, $\dot{G}$	12
2.1.4 Fator de Intensidade de Tensão	12
2.1.5 Integral $J$	15
2.2 Propagação de Trincas por Fadiga	18
2.2.1 Curva $da/dN$ vs. $\Delta K$	18
2.2.2 Equações Empíricas para Descrever o Crescimento das Trincas por Fadiga	21
3 Mecânica da Fratura Computacional	24
3.1 Elementos Finitos Especiais	25
3.2 Cálculo Numérico do Fator de Intensidade de Tensões	27
3.2.1 Técnica de Correlação dos Deslocamentos	28
3.2.2 Método de Fechamento da Trinca Modificado	29
3.2.3 Método da Integral de Domínio Equivalente	32
3.3 Cálculo Numérico da Direção de Propagação	34
3.3.1 Critério da Máxima Tensão Circunferencial ( $\sigma_{\theta máx}$ )	35
3.3.2 Critério da Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial ( $G_{\theta máx}$ )	37
3.3.3 Critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação ( $S_{\theta min}$ )	38



3.4 Simulação de Propagação de Trincas em Elementos Finitos	39
4 Automação da Propagação de Trincas de Fadiga sob Carregamento Complexo	41
4.1 O Programa ViDa	41
4.2 Método $DK_{rms}$	43
4.3 Método do Crescimento Ciclo-a-Ciclo	44
4.4 Efeitos de Interação em Cargas Cíclicas	48
5 Simulação Numérica	54
5.1 Procedimento Numérico	55
5.2 Outros Usos do Quebra2D	64
5.2.1 Predição do comportamento de trincas de fadiga bifurcadas	64
5.2.2 Calibração da medição do tamanho de trincas pela técnica da variação da flexibilidade	68
6 Resultados Experimentais e Análise	72
6.1 Metodologia Experimental	72
6.2 Carregamento Simples	76
6.2.1 Ensaio do SEN modificado	77
6.2.2 Ensaio dos CTS modificados	80
6.3 Carregamento Variável - Ensaio em CTS	84
6.4 Alguns Comentários sobre Deficiências dos Modelos de Retardo	88
6.5 Retardo Devido à Bifurcação da Trinca	95
7 Conclusão	97
7.1 Principais Contribuições Originais	97
7.2 Principais Realizações	99
7.3 Sugestões para Trabalhos Futuros	100
8 Referências bibliográficas	102

## Lista de figuras

Figura 1.1 – Estruturas de grande porte onde a Mecânica da Fratura Linear Elástica pode ser usada para prever a vida de propagação de uma trinca por fadiga.	2
Figura 1.2 – Carregamento variável atuante em uma peça de avião durante um voo.	2
Figura 1.3 – Crescimento paulatino de uma pequena trinca por fadiga.	3
Figura 1.4 – Acidente de um avião causado pela propagação uma trinca por fadiga.	3
Figura 2.1 - Entalhe elíptico em uma placa plana.	9
Figura 2.2 - Modelo usado por Griffith.	11
Figura 2.3 - Modos de deslocamento da ponta da trinca.	13
Figura 2.4 - Coordenadas na frente da trinca.	13
Figura 2.5 - Contorno arbitrário em torno da ponta de uma trinca.	16
Figura 2.6 - Contorno fechado utilizado para cálculo da integral $J$ .	16
Figura 2.7 - Dois contornos arbitrários, $\Gamma_1$ e $\Gamma_2$ , em torno da trinca. Esses contornos são conectados por $\Gamma_3$ e $\Gamma_4$ formando um contorno fechado, e o total de $J = 0$ .	18
Figura 2.8 - Experiência efetuada por Paris.	19
Figura 2.9 - Curva de propagação de trincas por fadiga típica.	20
Figura 3.1. - Elementos singulares quarter-points quadrilateral e triangular.	26
Figura 3.2. Rosetas de elementos finitos. (a) Roseta padrão; (b) Roseta com elementos a $40^\circ$ ; (c) Roseta com elementos a $30^\circ$ .	26
Figura 3.3. Posição de duas rosetas em duas pontas de trinca.	27
Figura 3.4 - Elemento <i>quarter-point</i> na ponta da trinca.	29
Figura 3.5 – Método de Fechamento da Trinca Modificado.	30
Figura 3.6 – Elementos na ponta da trinca e força nodais consistentes na frente da ponta da trinca.	31
Figura 3.7 – Domínio equivalente na ponta da trinca.	32
Figura 3.8 – Tensões na ponta da trinca em coordenadas polares.	35

Figura 4.1 - Contando <i>rain-flow</i> tradicional, antecipando os eventos de carga grandes.	45
Figura 4.2 - Contagem <i>rain-flow</i> sequencial, preservando a maioria da ordem de carregamento.	46
Figure 4.3 - Retardo de trinca causado por sobrecargas.	49
Figure 4.4 - Carga de abertura contra número de ciclos depois de uma sobrecarga que parou o crescimento da trinca de fadiga. Logo após a sobrecarga que a carga de abertura diminuiu, um comportamento completamente incompatível com fechamento de trinca de tipo Elber.	50
Figure 4.5 - Modelo de retardo de trinca de Wheeler.	52
Figure 4.6 - Fluxograma simplificado do algoritmo de cálculo usado no programa <b>ViDa</b> para prever propagação de trinca de fadiga sob de carregamento complexo.	53
Figure 5.1 – Modelo real de uma geometria complexa submetida a esforços complexos.	55
Figure 5.2 – Modelo matemático e discretizado de EF.	56
Figure 5.3 – Diálogo principal do programa <b>Quebra2D</b> .	57
Figure 5.4 – Diálogo de propagação de trinca do programa <b>Quebra2D</b> .	58
Figure 5.5 – Detalhe da propagação de uma trinca.	59
Figure 5.6 – Diálogo do <b>Quebra2D</b> para exporta valores de $a$ e $f(a/w)$ .	60
Figure 5.7 – Tela principal do <b>ViDa</b> .	61
Figure 5.8 – Tela com as propriedades do material.	62
Figure 5.9 – Tela de escolha da curva da/dN do <b>ViDa</b> .	62
Figure 5.10 – Tela de escolha da curva $f(a/w)$ do <b>ViDa</b> .	63
Figure 5.11 – Tela de escolha das opções de modelos de retardo do <b>ViDa</b> .	63
Figure 5.12 – Representação esquemática de uma trinca desviada.	65
Figure 5.13 – Validação do programa <b>Quebra2D</b> para a trinca desviada.	66
Figure 5.14 – Fatores de intensidade de tensões normalizados para o ramo maior (gráfico de cima) e ramo menor (gráfico de baixo) de uma trinca bifurcada que se propaga.	67
Figure 5.15 – Simulação de uma propagação de uma trinca bifurcada em um CP CTS, com dois ramos de $11\mu\text{m}$ e $10\mu\text{m}$ com ângulo $2\alpha = 150^\circ$ .	67
Figure 5.16 – Detalhe do modelo e da malha de EF para o CP <i>Eccentrically-</i>	

<i>Loaded Single Edge Crack Tension Specimen ESE(T).</i>	69
Figure 5.17 – Comparação entre resultado de EF e da equação de flexibilidade da norma ASTM para o CP <i>Eccentrically-Loaded Single Edge Crack Tension Specimen ESE(T)</i> .	70
Figure 5.18 – Detalhe do modelo e da malha de EF para o CP <i>Shaped Compact Specimen</i> .	70
Figure 5.19 – Ajuste de uma curva para a equação de flexibilidade do CP <i>Shaped Compact Specimen</i> .	71
Figure 6.1 – Sistema servo-hidráulico utilizado nos testes de fadiga.	75
Figure 6.2 – Detalhe de uma base XY com lentes fixadas.	75
Figure 6.3 – Dados experimentais $da/dN \times DK$ do aço SAE 1020 testado.	77
Figure 6.4 – Geometria do CP SEN modificado para curvar a trinca.	77
Figura 6.5 – Malha de EF gerada automaticamente para o CP SEN modificado.	78
Figura 6.6 – Expressões $f(a/w)$ para os CPs SEN modificado e padrão.	78
Figura 6.7 – Caminhos de trinca previsto e real para o CP SEN modificado.	79
Figura 6.8 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa <b>ViDa</b> para o CP SEN modificado.	79
Figura 6.9 – Detalhes geométricos dos CPs CTS modificados.	81
Figura 6.10 – Malha de EF gerada automaticamente para os CPs CTS modificados.	81
Figura 6.11 – Valores de $f(a/w)$ para os CTS modificados e padrão.	82
Figura 6.12 – Caminho de trinca previsto e real para os CTS modificados.	82
Figura 6.13 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa <b>ViDa</b> para o CT1.	83
Figura 6.14 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa <b>ViDa</b> para o CT2.	83
Figura 6.15 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa <b>ViDa</b> para o CT3.	84
Figura 6.16 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa <b>ViDa</b> para o CT4.	84
Figura 6.17 – Histórias dos carregamentos variáveis: (a) CTS padrão e (b) CTS furado.	85
Figura 6.18 – Dados experimentais e curva de McEvily modificada para o aço	

SAE 1020.	85
Figura 6.19 – Caminho da trinca real e previsto para o CTS furado sob carregamento variável e detalhe de uma zona plástica de sobrecarga (direita, com aumento de $\sim 60x$ ).	86
Figura 6.20 – Ajustes da curva $a \times N$ medida no CTS padrão sob carga variável.	87
Figura 6.21 – Crescimento de trinca previsto para o CTS furado sob carga variável, usando os parâmetros ajustados no teste da trinca reta do CTS padrão.	88
Figure 6.22 – Geometria do CP $ESE(T)$ .	89
Figure 6.23 – História do carregamento variável aplicado no CP $ESE(T)$ .	89
Figura 6.24 – Pontos experimentais e curvas de Colliprieste modificada para o aço SAE 4340.	90
Figura 6.25 – Influência do número de ciclos de sobrecarga no retardo da trinca.	91
Figura 6.26 – Divisão da história de carregamento em blocos de carga.	92
Figura 6.27 – Dados experimentais ajustados numericamente pelo modelo de retardo do Fechamento Constante, após dividir a carga complexa em blocos mais simples.	93
Figura 6.28 - Dados experimentais ajustados numericamente pelo modelo de retardo de Wheeler modificado, após dividir a carga complexa em blocos mais simples.	93
Figura 6.29 - Dados experimentais ajustados numericamente pelo modelo de retardo de Newman, após dividir a carga complexa em blocos mais simples.	94
Figura 6.30 - Dados experimentais ajustados numericamente pelo modelo de retardo de Willerborg, após dividir a carga complexa em blocos mais simples.	94
Figura 6.31 – Bifurcação de trinca no CP $ESE(T)$ , no comprimento $a = 25.55$ mm.	96

## Lista de símbolos

### ABREVIATURAS

ASTM	<i>American Society for Testing and Materials.</i>
CTOD	<i>Crack Tip Opening Displacement.</i>
<b>da/dN</b>	Método de previsão de dano à fadiga (propagação de trinca).
DCT	<i>Displacement Correlation Technique.</i>
EDI	<i>Equivalent Domain Integral.</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos.
MCC	<i>Modified Crack-Closure Integral technique .</i>
MFEP	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica.
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica.
QP	<i>Quarter-Point.</i>
SN	Método de previsão de dano à fadiga (iniciação de trinca).
TCD	Técnica de Correlação dos Deslocamentos.
<b>IIW</b>	Método de previsão de dano à fadiga para estruturas soldadas (iniciação de trinca).
<b>eN</b>	Método de previsão de dano à fadiga (iniciação de trinca).

### SÍMBOLOS GREGOS

$2a$	Largura do furo elíptico em uma placa infinita.
$2b$	Comprimento do furo elíptico em uma placa infinita.
$a$	Comprimento de trinca.
$a_0$	Comprimento de trinca inicial.
$a_f$	Comprimento de trinca final.

$A^*$	Área fechada de $G^*$ .
$da$	Incremento de trinca infinitesimal.
$B$	<p>Espessura da placa.</p> <p>Espessura do corpo-de-prova</p>
$C, m \text{ e } p$	Constantes empíricas na regra de propagação.
$da/dN$	Taxa de propagação da trinca.
$dA$	Incremento de área de trinca.
$d_{grão}$	Diâmetro de grão.
$E$	Módulo elástico.
$E_T$	Energia total do sistema.
$f$	Parâmetro que depende da geometria da peça.
$f_{ij}(\mathbf{q})$	Uma função de $\mathbf{q}$ .
$f(a/W)$	Função adimensional.
$F_{x_i}, F_{x_j}$	Forças nodais equivalentes na direção $x$ , nos nós $i$ e $j$ , respectivamente
$F_{y_i}, F_{y_j}$	Forças nodais equivalentes na direção $y$ , nos nós $i$ e $j$ , respectivamente.
$G$	Modulo de cisalhamento.
$G_{qmáx}$	Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial.
$\mathcal{G}$	Taxa de alívio de energia.
$\mathcal{G}_I, \mathcal{G}_{II}, \mathcal{G}_{III}$	Taxas de alívio de energia nos modos I, II e III de carregamento, respectivamente.
$J$	Integral de linha em torno da ponta da trinca.
$J_k$	Integrais invariantes.
$J_I, J_{II}$	Integrais $J$ associadas aos modos I e II de carregamento, respectivamente.
$J_1, J_2$	Integrais $J$ associadas às direções $x$ e $y$ , respectivamente.
$k_I$ e $k_2$	Fatores de intensidade de tensões para trinca desviada ou bifurcada.

$K$	Fator de intensidade de tensões.
$K_I, K_{II}, K_{III}$	Fatores de intensidade de tensões nos modos I, II e III de carregamento, respectivamente.
$K_c$	Tenacidade à fratura.
$K_{Ic}, K_{IIc}, K_{IIIc}$	Tenacidade à fratura nos modos I, II e III de carregamento, respectivamente.
$K_{max}$	Fator de intensidade de tensões máximo.
$K_{min}$	Fator de intensidade de tensões mínimo.
$DK$	Amplitude do fator de intensidade de tensões.
$DK_{th-threshold}$	Fator de intensidade de tensões limiar.
$DK_0$	Limiar de propagação para $R = 0$ .
$K_{ab}$ e $K_{OP}$	Carga de abertura da trinca em termos de $K$ .
$DK_{ef}$	Amplitude do fator de intensidade de tensões efetivo.
$DK_{rms}$	Raiz da média quadrática da amplitude do fator de intensidade de tensões.
$L$	Comprimento do elemento de roseta na ponta da trinca.
$N$	Número de ciclos.
$P$	Carga.
$q$	Função contínua.
$r$	Raio.
$R$	Razão de carga, $K$ , etc.
$RA$	Redução de área.
$S$	Intensidade de $dW/dA$ no interior do elemento infinitesimal.
$S_E$ e $S_Y$	Tensão de escoamento do material.
$S_U$	Tensão de ruptura.
$S_{qmin}$	Mínima Densidade de Energia de Deformação.
$t$	Espessura do corpo-de-prova.
$u_i$	Vetor de deslocamentos.



$u_{j-1}$ e $u_{j-2}$	Deslocamentos relativos na direção $x$ , nos nós $j-1$ e $j-2$ na roseta da ponta da trinca.
$u, v$	Deslocamentos nas direções dos eixos $x$ e $y$ , respectivamente
$u^I, v^I$	Deslocamentos associados simétricos
$u^{II}, v^{II}$	Deslocamentos associados antissimétricos
$u(r)$ e $v(r)$	Deslocamento de abertura da trinca a uma distância $r$ , atrás da nova ponta da trinca.
$v_{j-1}$ e $v_{j-2}$	Deslocamentos relativos na direção $y$ , nos nós $j-1$ e $j-2$ na roseta da ponta da trinca.
$x, y$	Eixos coordenados locais na ponta da trinca
$ZP_{ov}$	Zona plástica da sobrecarga.
$ZP_i$	Zona plástica no $i$ -ésimo ciclo.
$ZP_{cíclica}$	Zona plástica cíclica.
$w$	Dimensões do corpo-de-prova.
$w_f$	Energia de fratura.
$W_s$	Energia de formação das superfícies da trinca.
$W$	Energia de deformação por unidade de volume.
	Dimensões do corpo-de-prova.

## SÍMBOLOS GREGOS

$\alpha$	Ângulo da trinca desviada ou bifurcada.
	Constante experimentalmente ajustável no modelo de fechamento de Newman.
$b$	Constante experimentalmente ajustável no modelo de Weeler.
$d(r)$	Deslocamento na ponta da trinca aberta para um elemento singular.
$\epsilon$	Deformação.
$e_{ij}$	Tensor de deformações.
$g_s$	Trabalho para formação de nova superfície de área da trinca.

$g_p$	Trabalho plástico.
$g$	Constante experimentalmente ajustável no modelo de Weeler modificado.
$\Gamma$	Contorno na ponta da trinca.
$h_j$	Co-senos diretores.
$n$	Coefficiente de Poisson.
$\Pi$	Energia potencial.
$\Pi_0$	Energia potencial total.
$q$	Ângulo.
$t_{xy}$	Tensão de cisalhamento em xy.
$r$	Raio de curvatura da ponta da elipse.
$s$	Tensão nominal.
$s_A$	Tensão atuante no ponto A.
$s_f$	Tensão de fratura.
$s_{ij}$	Tensor de tensões.
$s_x$	Tensão normal na direção x.
$s_y$	Tensão normal na direção y.
$s_{qmax}$	Máxima Tensão Circunferencial.
$s_r, s_q$ e $t_{rq}$	Tensões nas vizinhanças da ponta da trinca em coordenadas polares.
$s_{max_{rms}}$	Raiz da média quadrática das tensões máximas.
$s_{min_{rms}}$	Raiz da média quadrática das tensões mínimas.
$\Delta s_{rms}$	Raiz da média quadrática da amplitude de tensões.

Iniciei esta série no vale do Omo, na África Oriental, e aqui retorno porque algo que aconteceu neste lugar permaneceu em minha mente desde aquele primeiro encontro. Na manhã do dia em que éramos para dar início à organização do primeiro capítulo da série, um pequeno avião decolou de nossa pista levando a bordo o *cameraman* e o técnico de som, mas, segundos após ter subido, o avião caiu. Milagrosamente, o piloto e os dois outros homens saíram ilesos.

Naturalmente, esse evento mau agourado me marcou profundamente. No momento em que me preparava para fazer o passado desfilar, o presente insinua sorrateiramente sua mão na página escrita da história e diz: “É aqui. É agora”. História não são eventos, mas, sim, pessoas. Além disso, não são pessoas apenas recordando; é o homem vivendo seu passado no presente. História é o ato instantâneo de decisão do piloto, que cristaliza em si todo o conhecimento, toda a ciência, tudo aquilo que foi aprendido desde o surgimento do homem.

Permanecemos inativos por dois dias à espera de outro avião. Nesse intervalo, em conversa com o *cameraman*, perguntei-lhe delicadamente, mas, talvez, sem muito tato, se ele não preferia que algum outro realizasse a filmagem aérea. Ao responder-me, disse: “Tenho pensado nisso. Vou sentir medo de subir amanhã, mas eu vou fazer a filmagem. Esse é meu dever”.

Estamos todos com medo – de nossa presunção, de nosso futuro, do mundo. Tal é a natureza da imaginação humana. Contudo, cada homem, cada civilização, foi para a frente em razão de seu engajamento naquilo que havia decidido realizar. O compromisso pessoal de um homem com seu ofício, o compromisso intelectual e o compromisso emocional, unidos em um só propósito, fizeram a Escalada do Homem.

Jacob Bronowsky – Trecho final da série “A Escalada do Homem”