

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Nicholas de Araujo Gonzalez Casaprima**

**Aplicação da Otimização em Configurações  
de *Risers***

**Projeto de Graduação**

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia  
Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Ivan Fabio Mota de Menezes  
Coorientador: Paulo Henrique Cardoso

Rio de Janeiro  
Dezembro de 2017

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador Ivan F. M. De Menezes por todo o suporte ao longo desse trabalho e pelas excelentes aulas que tive no curso de Engenharia Mecânica, sendo um dos grandes professores que conheci na PUC-Rio, e ao meu coorientador Paulo Henrique Cardoso também pelo suporte oferecido ao longo do trabalho.

Agradeço à PUC-Rio e ao departamento de Engenharia Mecânica pelo curso que me proporcionou a oportunidade de me tornar engenheiro, me envolver com a vida acadêmica e conhecer grandes pessoas que hoje fazem parte da minha vida.

Agradeço ao programa Ciência Sem Fronteiras, a University of New Hampshire e a Northeastern University, por terem me concedido uma excelente oportunidade internacional, me envolvendo na vida acadêmica e conhecendo excelentes pessoas.

Agradeço muito aos meus pais, Enrique e Raquel, por terem feito de mim a pessoa que sou hoje, pelo exemplo de pessoa e de profissionais que sempre foram pra mim e por todo o apoio que me deram e sei que sempre darão na minha vida.

Agradeço ao meu irmão, Felipe, por sempre ser meu maior parceiro em todos os momentos, independente de onde estivermos, por tudo que me ensinou (principalmente relacionado à música) e que vai me ensinar.

Agradeço a todos os meus amigos, em especial meus irmãos de consideração da Velha Guarda, por todos os momentos compartilhados e risadas ao longo de todos esses anos, e meu irmão de consideração Lucas de Giuseppe (Lelé), pelas histórias compartilhadas e pelo suporte constante.

Agradeço à minha família inteira, meu tio Vitor, meus primos Victor Hugo e Bernardo por terem feito parte dessa trajetória comigo.

Agradeço por fim às bandas que ouço por sempre terem me passado mensagens positivas e me mantendo focado quando precisei. Em especial Neck Deep, pela importância que suas músicas tiveram em quem sou. "Life's Not Out to Get You".

## RESUMO

Os *risers* são importantes componentes no ramo de exploração e produção de petróleo. São responsáveis pelo transporte de óleo dos reservatórios até as unidades flutuantes. A crescente demanda por esse produto tem feito com que as empresas explorem áreas desconhecidas e com maiores desafios para implementação dos *risers*. O aumento da lâmina d'água e as condições ambientais adversas representam maiores desafios técnicos como por exemplo, a necessidade de reduzir a carga atuante na unidade flutuante e tensões menores. Dessa forma novas pesquisas estão sendo feitas a respeito dos *risers*, em especial quanto a sua configuração. Diversas configurações já são implementadas para condições variadas. A mais simples delas e, portanto, a mais visada é a *Free-Hanging*. Entretanto, a implementação dessa configuração é complicada quando se trata de águas ultra-profundas pois a tensão de tração próximo à unidade flutuante, a amplitude da tensão na região do *riser* próxima do fundo do mar, conhecida como *Touchdown Zone* (TDZ) e a compressão ao longo do *riser* podem aumentar bastante, dificultando a utilização dessa configuração de *risers*. Uma solução estudada para minimizar os problemas causados a esse tipo de configuração foi o revestimento de parte da estrutura com um material de baixa densidade, os amortecedores hidrodinâmicos, para induzir flambagem controlada em uma região mais afastada do ponto de contato entre o *riser* e o fundo do mar, o chamado *Touchdown Point* (TDP), região crítica para esse tipo de falha estrutural. Essa configuração é conhecida como RCHA. No seu estudo, duas variáveis determinam o seu posicionamento, o local de início dos amortecedores e o comprimento deles. Dessa forma, o objetivo do presente trabalho é a aplicação de um processo de otimização a fim de obter as duas variáveis que minimizam a tensão no TDP. A minimização da tensão nesse ponto dará uma maior robustez estrutural ao *riser*, viabilizando esse tipo de configuração para cenários em que antes não eram possíveis. O método de otimização utilizado é o *Globalized Nelder-Mead* e se mostrou adequado para o objetivo em questão.

Palavras-Chaves: *Risers*, RCHA, Otimização, *Globalized Nelder-Mead*

# ABSTRACT

## Application of optimization in *Risers* configurations

The risers are an important component in the oil's production and exploration field. They are responsible for the oil's transportation from the reservoir to the floating units. The increasing demand for this product has led company to explore unknown areas with bigger challenges for the risers implementation. The increase of the water depth and the harsh environmental conditions lead to bigger technical challenges as, for example, the needs to decrease the acting force in the floating unit and the tensions. In response to that, new researches are being developed regarding risers, especially regarding their configurations. Different configurations are already being applied to different environmental conditions. The simplest one of them and, therefore, the most used one is the Free-Hanging. However, its implementation is complicated when it comes to ultra-deep waters, as the traction tension near the floating unit, the tension amplitude in the area near the bottom of the ocean, known as the Touchdown Zone (TDZ), and the compression along the riser can significantly increase, making this configuration more difficult to use. A solution studied in order to minimize the problems caused to this kind of configuration is to use a low density material, known as the hydrodynamic dampers (HD), to coat certain areas of the structure. The HD would induce controlled buckling in a more suitable region of the riser, at a certain distance from the TDZ, a critical area for the structure. In its study, two variables were used to determine its position: the initial point of the HD and their length. Therefore, the main goal of this project is to apply an optimization process in order to obtain these two variables that minimize the tension in the point where the riser meets the bottom of the ocean, known as the Touchdown Point (TDP). The minimization of the tension in the TDP will give the riser a better structural robustness, making this configuration feasible to scenarios that weren't possible before. The optimization method used was the Globalized Nelder-Mead and it showed a good response to the objective.

Key-words: Risers, RCHA, Optimization, Globalized Nelder-Mead

## *Sumário*

1 Introdução	8
2 Risers	9
2.1. Configurações	9
2.1.1. Free-Hanging	9
2.1.2. Lazy-wave	10
2.1.3. Lazy-S	11
2.1.4. Steep Wave	11
2.1.5. Riser em Catenária Hidro-Amortecido (RCHA)	12
2.2. Análise de tensões	13
3 Otimização	15
3.1. Formulação geral de um problema de otimização	15
3.2. Método de otimização	16
3.2.1. Globalized Nelder-Mead	16
3.3. Aplicação	22
4 Implementação Computacional	24
5 Caso Estudado	26
6 Resultados Obtidos	27
7 Conclusão	31
8 Passos Futuros	32
8.1. Análise Dinâmica	32
8.2. Módulos discretos	32
9 Referências Bibliográficas	33

## Lista de figuras

Figura 1 – <i>Free-Hanging</i> .....	10
Figura 2 – <i>Riser Lazy-Wave</i> .....	10
Figura 3 - <i>Lazy-S</i> .....	11
Figura 4 - <i>Steep Wave</i> .....	12
Figura 5 - RCHA.....	13
Figura 6 - Modelo esquemático da catenária .....	14
Figura 7 - <i>Nelder-Mead</i> .....	17
Figura 8 - <i>Simplex</i> .....	17
Figura 9 - Reflexão do <i>simplex</i> .....	18
Figura 10 - Expansão do <i>simplex</i> .....	19
Figura 11 - Contração do <i>simplex</i> .....	19
Figura 12 - Encolhimento do <i>simplex</i> .....	20
Figura 13 - Fluxograma da implementação .....	24
Figura 14 - Gráfico de avaliações da função .....	28
Figura 15 - Configuração otimizada .....	30
Figura 16 - Representação da configuração otimizada .....	30

## **Lista de tabelas**

Tabela 1 - Dados do problema .....	26
Tabela 2 - Restrições laterais.....	26
Tabela 3 - Dados do processo de otimização .....	27
Tabela 4 - Mínimos da otimização.....	29

## 1 **Introdução**

A indústria de petróleo, principalmente no Brasil, é um setor muito importante para a economia e que está sempre em desenvolvimento, tendo que atingir áreas cada vez mais profundas e não exploradas anteriormente. A exploração é feita utilizando os *risers*, que são os principais responsáveis pelo transporte do petróleo, desde o reservatório até a unidade flutuante. Esses *risers* estão portanto sujeitos a diversas forças externas provenientes dos movimentos da unidade flutuante a qual está conectado, das condições ambientais e do peso próprio e empuxo, podendo causar problemas de flambagem principalmente na região de contato do *riser* com o fundo do mar, considerada uma área crítica. A medida que a exploração avança para lâminas d'água cada vez maiores os desafios técnicos encontrados também aumentam, como por exemplo, a unidade flutuantes tem que suportar um peso proprio do *riser* consideravelmente maior o que pode levar a um maior emprego de flutuadores em algum trecho do *riser*. Portanto, há diversos estudos sendo realizados a respeito das possíveis e melhores configurações de *risers* a fim de minimizar suas tensões.

Na grande maioria dos problemas de engenharia, há duas frentes que devem ser analisadas e levadas em consideração simultaneamente: a parte técnica e a parte econômica. A parte técnica está ligada a resistência estrutural às cargas atuantes sobre a estrutura. A parte econômica tem como objetivo tornar o projeto economicamente viável para que não se torne muito caro e assim de difícil implementação. Numa análise de estrutura por exemplo, pode se reduzir o custo utilizando menos material. Entretanto, retirar material pode significar também pôr em risco sua integridade. Portanto, é importante encontrar uma solução de engenharia de forma que a estrutura seja robusta do ponto de vista técnico e economicamente atrativa.

O principal objetivo deste trabalho é a aplicação de um processo de otimização em uma configuração conhecida como *Riser* em Catenária Hidro-Amortecido (RCHA), visando obter o comprimento ótimo do trecho com os flutuadores que minimiza a tensão no ponto de encontro do *riser* com o fundo do mar, chamado *Touchdown Point* (TDP), considerado um ponto crítico, a fim de testar a viabilidade do projeto.

## **2 Risers**

*Risers* são dutos tubulares que conectam os reservatórios petróleo no fundo do mar à unidade flutuante, sendo assim de grande importância para a produção e exploração do material retirado. Os *risers* podem ser do tipo flexíveis, sendo composto por diversas camadas de materiais plásticos e metálicos. Essa composição torna a estrutura mais leve e flexível, facilitando o seu transporte e sua instalação. Já os *risers* rígidos são basicamente compostos de tubos de aço com revestimento para isolamento térmico. Atualmente as maiores profundidades em que esses *risers* são empregados é no cenário do pré-sal, onde a lâmina d'água é aproximadamente 2200 m.

### **2.1. Configurações**

Há vários tipos de configurações que podem ser empregadas no desenvolvimento de um campo petrolífero. A escolha vai depender basicamente do tipo de embarcação, da lâmina d'água e das condições ambientais. A seguir são apresentados, de acordo com a referência [1], as principais configurações utilizadas no Brasil.

#### **2.1.1. Free-Hanging**

A configuração "*Free Hanging*" é aquela em que os *risers* estão dispostos em uma catenária simples, sendo uma ponta conectada à unidade flutuante e a outra extremidade apoiada no fundo do mar. É bastante utilizada em águas profundas. Devido à sua simplicidade, essa configuração se torna de fácil instalação e manutenção e apresenta baixo custo. Apesar da vantagem de instalação, há limitações quanto ao aumento da lâmina d'água, já que a tensão de tração próxima à unidade flutuante; a amplitude da tensão no *touchdown point* (ponto de contato do *riser* com o fundo do mar); e a compressão ao longo do *riser* podem aumentar bastante, dificultando assim a utilização dessa configuração.

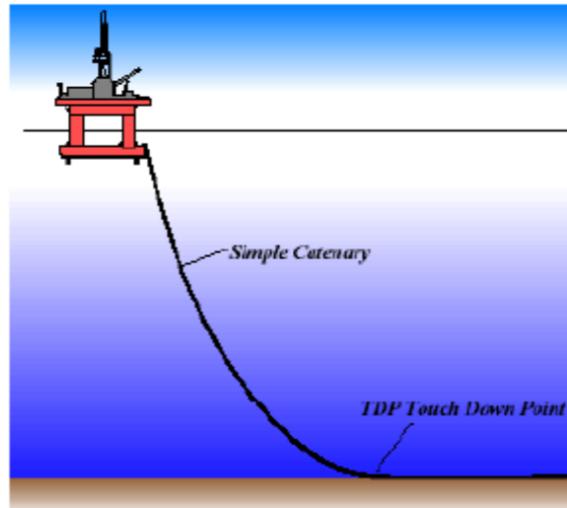


Figura 1 – *Free-Hanging*

### 2.1.2. *Lazy-wave*

A configuração *Lazy-wave* é obtida utilizando flutuadores distribuídos na região central do *riser*. Essa implementação faz com que os *risers* obtenham o formato de uma onda (como pode ser observado na Figura 2 ) fazendo com que as tensões ao longo do *riser* sejam aliviadas. Por isso pode ser empregada quando a carga sobre a unidade flutuante é elevada.

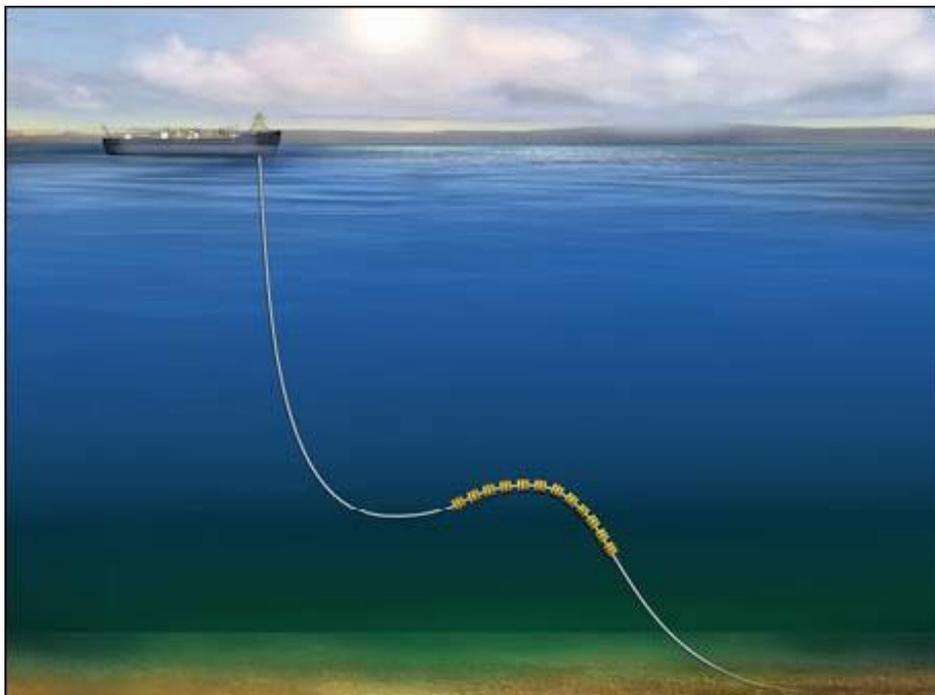


Figura 2 – *Riser Lazy-Wave*

### 2.1.3. Lazy-S

Essa configuração se assemelha a de uma *Lazy-Wave*. Ela se caracteriza por ter um elemento de flutuação concentrado numa posição intermediária do *riser*, suportando uma parte do seu peso. Isso faz com que o *riser* se distribua em duas catenárias: a primeira iniciando na unidade flutuante e se estendendo até o flutuador e a segunda da forma “*Free-Hanging*”, iniciada no flutuador e a outra extremidade se apoiando no fundo do mar.

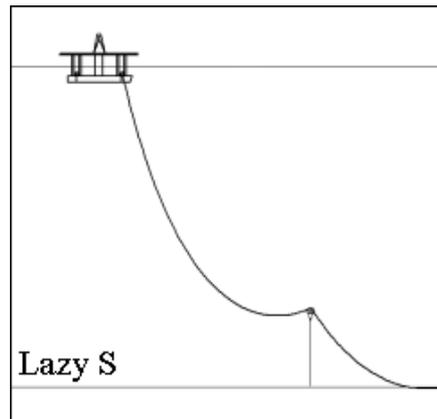


Figura 3 - *Lazy-S*

### 2.1.4. Steep Wave

*Steep Wave* é uma configuração que também é parecida com uma *Lazy-Wave*. Nesse caso o flutuador está posicionado na região inferior do *riser*, próximo ao fundo do mar fazendo com que o *riser* não chegue mais em forma de catenária apoiada ao fundo do mar, mas sim em uma posição quase sempre vertical e tracionada. Esse caso é ideal em situações em que há limitações quanto a projeção horizontal da configuração do *riser*.

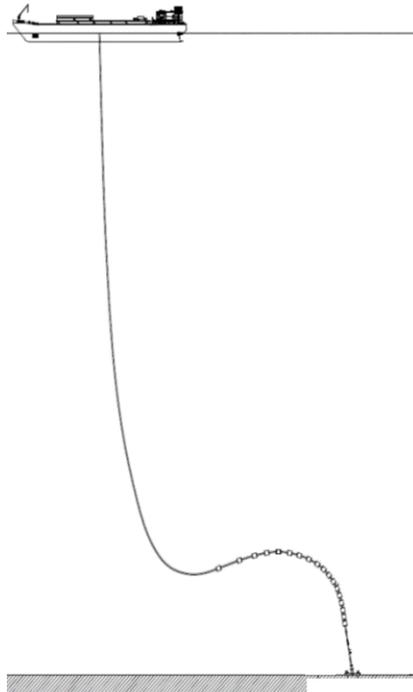


Figura 4 - Steep Wave

### **2.1.5. Riser em Catenária Hidro-Amortecido (RCHA)**

A configuração de risers em catenária hidro-amortecidos se baseia numa adaptação da configuração *Free-Hanging*. Como já mencionado, os risers em catenária simples em lâminas d'água muito profundas possuem a limitação devido às tensões nas extremidades do trecho suspenso (unidade flutuante e TDP) mas principalmente devido à propagação das ondas compressivas ao longo dos mesmos. Visando amenizar o efeito de compressão no TDP, os RCHA foram desenvolvidos. Essa configuração se caracteriza pelo revestimento dos trechos acima da região do TDP por módulos de um material de baixa densidade, os amortecedores hidrodinâmicos.

De acordo com a referência [2], a principal função dos amortecedores hidrodinâmicos é induzir flambagem controlada em uma região mais afastada do TDP, região crítica para esse tipo de falha estrutural. Esses amortecedores podem ser discretos (contendo diferentes módulos espaçados) ou contínuos.

O objetivo principal do desenvolvimento desta configuração é viabilizar uma adaptação da configuração *free-hanging* em cenários onde ela não seria viável tecnicamente. A configuração RCHA ainda não foi empregada porém, até o momento, os estudos realizados indicam sua viabilidade.

Neste trabalho, foi considerada apenas a configuração RHCA com módulos contínuos de flutuação para a análise estrutural e sua otimização.

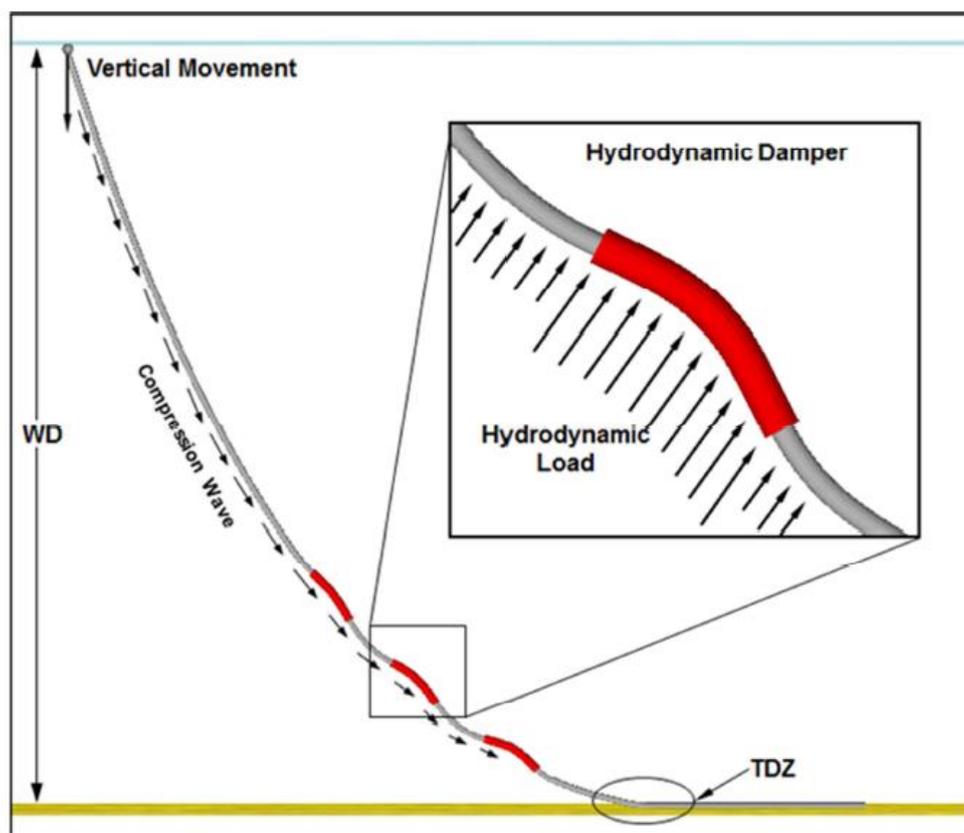


Figura 5 - RCHA

## 2.2. Análise de tensões

Neste trabalho foi realizado apenas o cálculo das trações devido ao carregamento estático. Para um estudo mais completo é fundamental a realização de uma análise dinâmica mais rigorosa.

O cálculo do equilíbrio estático do *riser* é feito conforme metodologia descrita em [3]. Este trabalho não levou em consideração a rigidez à flexão. Primeiramente, o *riser* é subdividido em diversos segmentos caracterizados por tipo diferentes de materiais e, conseqüentemente, um conjunto de propriedades tais como: rigidez axial, peso submerso, tensão de ruptura e comprimento. O cálculo estático é realizado utilizando as equações clássicas da catenária, descritas a seguir:

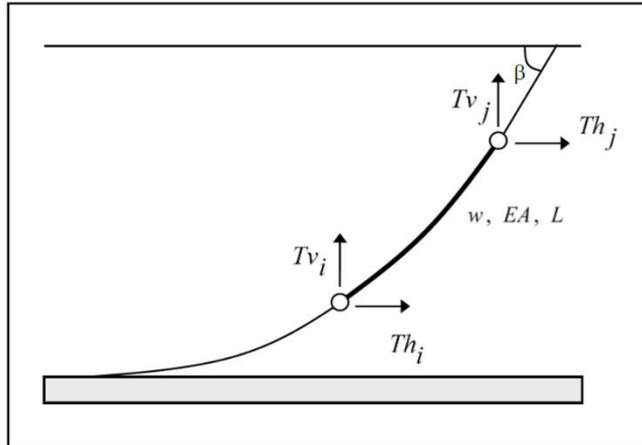


Figura 6 - Modelo esquemático da catenária

$$T_i = \sqrt{T_{h_i}^2 + T_{v_i}^2}$$

$$T_{v_j} = T_{v_i} - wL$$

$$T_{h_j} = T_{h_i}$$

$$T_j = \sqrt{T_{h_j}^2 + T_{v_j}^2}$$

$$H = \frac{T_{h_j} \log \left[ \frac{T_i + T_{v_i}}{T_j + T_{v_j}} \right]}{w} + \frac{T_{h_j} (T_{v_i} + T_{v_j})}{\frac{w}{EA}}$$

$$V = \frac{T_i - T_j}{w} + \frac{T_{v_i}^2 - T_{v_j}^2}{2wEA}$$

onde  $EA$  é a rigidez axial,  $w$  o peso específico,  $L$  o comprimento do trecho,  $T$  a tensão total,  $T_h$  a tensão horizontal,  $T_v$  a tensão vertical e os índices "i" e "j" representam as variáveis nas coordenadas inicial e final do *riser*, respectivamente.

Essas equações permitem obter, além das tensões nas extremidades de cada trecho, a configuração do *riser*.

### 3 Otimização

A otimização é uma área de estudo que tem como objetivo buscar a solução ótima para um determinado problema satisfazendo algumas restrições. A seguir serão apresentados: a formulação geral do problema de otimização aqui estudado; o método utilizado para se encontrar a solução deste problema; e a metodologia adotada.

#### 3.1. Formulação geral de um problema de otimização

A equação geral que descreve um problema de otimização encontrada na maior parte da literatura sobre o assunto é apresentada na forma de minimização de funções. O problema geral pode ser descrito da seguinte forma [4]:

$$\begin{array}{ll} \min f(x) & x \in R^n \\ \text{s. t. } & \begin{cases} h_k(x) = 0 & k = 1 \dots m \\ c_l(x) \leq 0 & l = 1 \dots p \\ x_i^l \leq x_i \leq x_i^u & i = 1 \dots n \end{cases} \end{array}$$

onde  $f(x)$  é a função de  $n$  variáveis no vetor  $x$  que se deseja minimizar, também chamada de função objetivo. A função pode ainda estar submetida a restrições, podendo ser de restrições de igualdade (representadas pelas  $m$  funções  $h_k$ ), de desigualdade (representadas pelas  $p$  funções  $c_l$ ) ou ainda haver restrições por um intervalo, sendo  $x_i^l$  o limite inferior da restrição e  $x_i^u$  o limite superior das variáveis, as chamadas restrições laterais.

Os problemas de otimização podem ser divididos entre problemas de Otimização Sem Restrições (OSR), quando o resultado da otimização pode assumir qualquer valor do domínio trabalhado, ou Otimização Com Restrições (OCR), quando há uma limitação dos valores que podem ser encontrados para os resultados da otimização.

O problema de otimização também pode ser caracterizado como um problema com apenas uma função objetivo ou um problema multiobjetivo. Um problema multiobjetivo, como o nome sugere, é aquele em que existem mais de uma função objetivo. Esse tipo de problema é mais complicado principalmente quando tais objetivos forem conflitantes. Há casos em que o mínimo de uma das funções objetivo pode não ser a melhor solução para as demais. Dessa forma é preciso que as funções sejam as melhores dentre as características desejadas pelo projetista.

### **3.2. Método de otimização**

Existem diversos métodos de otimização conhecidos na literatura. Eles podem ser divididos em 3 categorias distintas: Métodos de ordem 0, Métodos de ordem 1 e Métodos de ordem 2. Os métodos de ordem 0 são aqueles em que a minimização é encontrada utilizando apenas os valores de suas funções em um determinado ponto. Os métodos de ordem 1 utilizam as primeiras derivadas (gradiente) para a obtenção do mínimo enquanto os métodos de ordem 2 utilizam primeiras e segundas derivadas (gradientes e matrizes hessianas, respectivamente).

De uma maneira geral, os métodos de ordem 2 possuem uma convergência mais rápida, porém seu custo computacional de implementação e execução é mais elevado, enquanto os de ordem 1 são intermediários e os de ordem 0 são os de convergência mais lenta e de custo computacional mais baixo.

A seguir será apresentado o método utilizado nesse trabalho, o *Globalized Nelder-Meads*, um método de ordem 0, pois a função é minimizada utilizando apenas os seus valores.

#### **3.2.1. Globalized Nelder-Mead**

O método do *Globalized Nelder-Mead* é uma generalização do método de Nelder-Mead. O método de *Nelder-Mead* é um método de ordem 0 utilizado para determinar mínimos locais. Então o *Globalized Nelder-Mead* se baseia em métodos probabilísticos para reiniciar o método em diferentes pontos do domínio a fim de obter diferentes mínimos locais e assim “tentar” se aproximar do mínimo global do problema. A seguir é apresentada uma explicação do método de *Nelder-Mead* e a sua generalização para o *Globalized Nelder-Mead*.

##### **3.2.1.1. Nelder-Mead**

Esse método será apresentado como mencionado no livro da referência [5]. Dada uma função de  $n$  variáveis, o método se inicializa a partir da criação de um *simplex* de  $(n+1)$  variáveis. Como o problema tratado neste estudo contém uma função de duas variáveis, conforme explicado mais adiante, o *simplex* criado terá 3 vértices, logo, será um triângulo (indicado pelo triângulo vermelho na figura abaixo). Generalizando, como é um método de ordem 0, ele será utilizado avaliando apenas o valor da função em cada um dos vertices do *simplex*. Após a

avaliação da função em todos os vértices, será feita uma comparação entre seus valores e o maior deles será substituído, utilizando operações descritas abaixo, por um outro ponto em que o valor da função seja menor. A partir do *simplex* gerado, o processo se repete. A seguir será apresentado em mais detalhes cada operação.

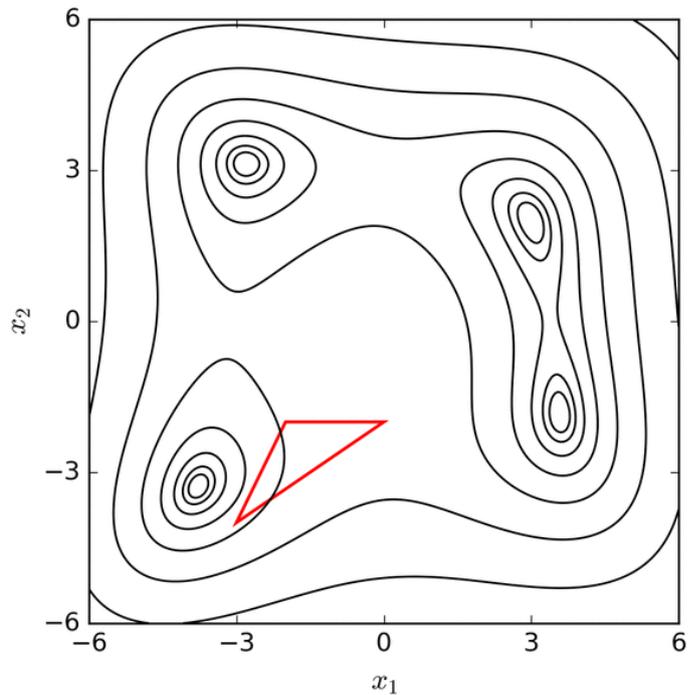


Figura 7 – Método *Nelder-Mead*

- *Simplex* inicial

Os pontos iniciais do *simplex* são dados durante a inicialização da otimização. A partir dos três pontos será obtido o valor

de sua função e serão classificados da seguinte forma, considerando o caso de uma função de duas variáveis ( $f(x_k, y_k)$ ):

$$B = f(x_1, y_1) < G = f(x_2, y_2) < W = f(x_3, y_3)$$

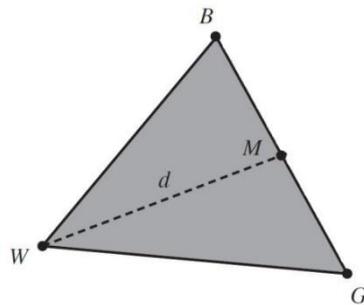


Figura 8 - *Simplex*

Sendo B o melhor valor, ou seja, o mínimo entre os 3 vértices (vindo do inglês *Best*), G o valor intermediário (vindo do inglês *Good*) e W o pior valor, ou seja, o maior (vindo do inglês *Worst*).

- Ponto médio do melhor lado

Um parâmetro importante para outros passos do método é a determinação do ponto médio do lado formado pelos pontos B e G.

$$M = \frac{B + G}{2}$$

- Reflexão

O ponto W, que tem o valor máximo entre os 3 vértices, deverá ser substituído por um ponto que corresponda a um valor menor da função. Para fazer isso é realizada a reflexão desse ponto em relação a aresta formada pelos vértices B e G e por isso é importante o ponto médio M. O ponto W é refletido em relação ao ponto M e o novo ponto R é obtido da seguinte forma:

$$R = M + (M - W) = 2M - W$$

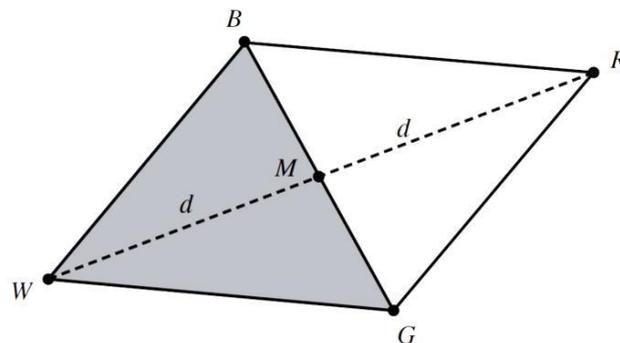


Figura 9 - Reflexão do *simplex*

- Expansão

O ponto R proveniente da reflexão pode obter um valor da função melhor que o ponto original W porém é possível que ainda mais distante do ponto M exista um ponto em que o valor dessa função seja ainda menor. Dessa forma, após a avaliação do ponto R é desejável fazer uma avaliação do ponto E da expansão. Se o valor da função E for ainda menor, um novo triângulo será formado pelos vértices BGE. Essa expansão possui a vantagem de fazer com que a convergência do método se torne mais rápida. O novo ponto E pode ser obtido da seguinte forma:

$$E = R + (R - M) = 2R - M$$

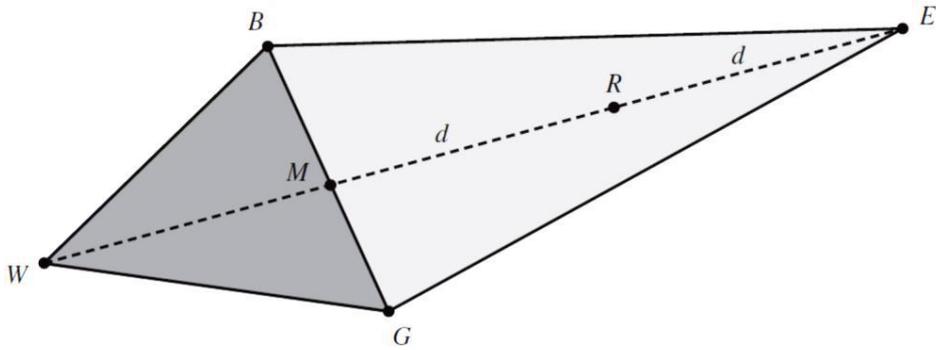


Figura 10 - Expansão do *simplex*

- Contração

Caso a reflexão obtenha o mesmo valor que o ponto original  $W$ , será obtido um novo ponto de comprimento menor. Para isso serão criados dois novos pontos, chamados  $C_1$  e  $C_2$ , que serão os pontos médios dos segmentos de reta  $\overline{WM}$  e  $\overline{RM}$ . A função novamente será avaliada em cada um dos dois pontos e aquele que tiver menor valor será o novo vértice do *simplex*, denominado  $C$ .

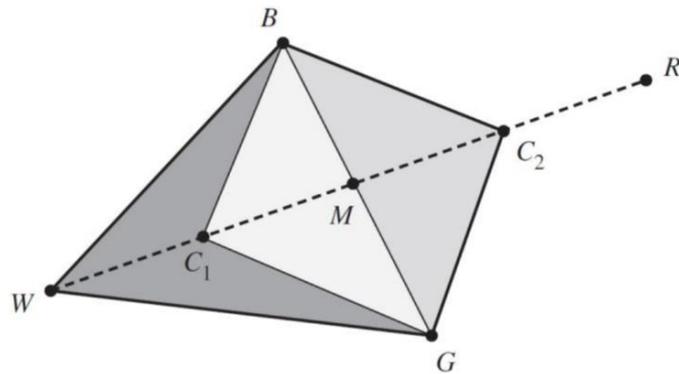


Figura 11 - Contração do *simplex*

- Encolhimento

Se o valor da função em C não for menor que no ponto W, uma nova alternativa é criada. É feita uma translação dos pontos W e G em direção ao ponto B. O ponto W será substituído pelo ponto médio do segmento de reta  $\overline{WB}$  chamado de ponto S (do inglês *shrinkage*), enquanto o ponto G será substituído pelo ponto M. Esse processo é chamado de encolhimento.

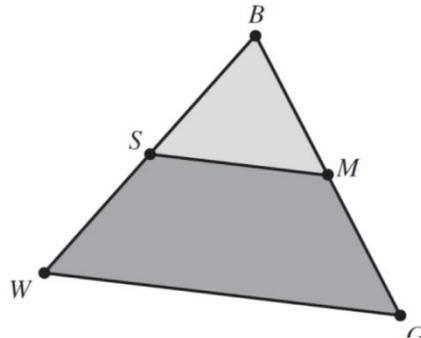


Figura 12 - Encolhimento do *simplex*

- Critério de convergência

A convergência é obtida quando o valor da função em cada um dos vértices assume valores próximos. Essa convergência pode ser obtida a partir da seguinte expressão.

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n+1} \frac{(f_i - \bar{f})^2}{n}} < \epsilon, \quad \bar{f} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} f_i$$

Em que  $\epsilon$  é a tolerância definida para o problema.

### 3.2.1.2. *Globalized Bounded Nelder-Mead*

O método *Globalized Nelder-Mead* é apresentado por Marco A. Luersen e Rodolphe Le Riche [6] e é uma adaptação do método de *Nelder-Mead* apresentado anteriormente. Como já visto, o *Nelder-Mead* é um método válido para a obtenção de um mínimo a partir de um conjunto de pontos iniciais. Esse ponto convergirá para um mínimo que não necessariamente será o global. A generalização desse método foi desenvolvido então para que o mesmo processo de obtenção de mínimo local do *Nelder-Mead* seja reiniciado diversas vezes, para

que possa haver uma comparação entre os mínimos encontrados, sendo mais provável de se encontrar o mínimo global.

Essa reinicialização do método é feita através de métodos probabilísticos, para que as chances de que ao final de algumas reinicializações o mínimo encontrado seja o mínimo global. Abaixo está descrito com mais detalhes o método apresentado no artigo.

- Reinício probabilístico

A probabilidade utilizada por esse método vem do “*Gaussian Parzen-windows approach*”, da referência [8]. A probabilidade um ponto  $x$  ser selecionado é dada da seguinte forma:

$$p(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i(x)$$

onde  $N$  é o número de pontos já definidos e  $p_i$  é a função de densidade de probabilidade multidimensional normal descrita da seguinte forma:

$$p_i(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} (\det \Sigma)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}(x-x_i)^T \Sigma^{-1} (x-x_i)}$$

em que  $n$  é o número de variáveis e  $\Sigma$  a matriz de covariância

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

sendo a variância calculada como:

$$\sigma_j^2 = \alpha (x_j^{max} - x_j^{min})^2$$

onde  $\alpha$  é um parâmetro positivo de controle de tamanho do Gaussiano e  $x_j^{max}$  e  $x_j^{min}$  os limites nas direções  $j$ .

- *Simplex* inicial

Diferentemente do que foi mencionado para o *Nelder-Mead*, o ponto inicial do GBNM é obtido a partir da função de probabilidade mencionada acima. Isso faz com que, com o aumento do número de reinícios, a chance de se encontrar o mínimo global também aumente. A probabilidade descrita acima será calculada para diversos pontos do domínio e posteriormente comparados entre si. Aquele ponto que der o menor valor de probabilidade será o escolhido para ser o inicial do *simplex*.

A partir do ponto inicial, o tamanho do *simplex* é um valor aleatório entre 2% e 10% do menor tamanho da dimensão do domínio. Os outros vértices serão definidos a partir das seguintes expressões.

$$x_i = x_0 + pe_i + \sum_{k=1, k \neq i}^n qe_k, \quad i = 1, n$$

Sendo  $e_i$  os vetores da base canônica,  $x_0$  o ponto inicial do *simplex* e  $p$  e  $q$  obtidos a partir das seguintes expressões:

$$p = \frac{a}{n\sqrt{2}}(\sqrt{n+1} + n - 1)$$

$$q = \frac{a}{n\sqrt{2}}(\sqrt{n+1} - 1)$$

- Critério de convergência para *simplex* pequeno

Para esse método, além de utilizar o critério de convergência apresentado na seção 3.2.1.1, um outro critério foi adicionado. Esse segundo critério é utilizado quando há restrições laterais para o valor de  $x$  e ele ainda verifica se o *simplex* é considerado pequeno o suficiente para satisfazer o critério de convergência segundo a expressão apresentada abaixo:

$$\max_{k=1 \dots n+1} \left( \sum_{k=1}^n \left| \frac{x_i^k}{x_i^{max} - x_i^{min}} \right| \right) < \epsilon_{s1}$$

em que  $\epsilon_{s1}$  é a tolerância para esse método, a qual pode assumir valor diferente da tolerância adotada para o outro método apresentado anteriormente.

### 3.3. Aplicação

O trecho do *riser* por onde o TDP se desloca conforme os movimentos impostos pela unidade flutuante, também conhecida como *Touchdown Zone* (TDZ), é considerada uma região crítica para a estrutura, podendo haver problemas de flambagem geradas pela ação de carregamentos de compressão. Portanto, o objetivo deste trabalho é buscar a configuração que minimize a tensão que ocorre no ponto de contato do *riser* com o fundo, o TDP. O problema será representado por uma função mono-objetivo.

Como já mencionado, o tipo de configuração adotado possui um trecho em que o *riser* é revestido com um material de menor densidade para aliviar a tensão. Portanto, a tensão varia com a quantidade desse material colocado e com a posição em que o trecho revestido começa. Dessa forma o *riser* foi dividido em 3

segmentos:  $L_1$  sendo o trecho superior inicial não revestido,  $L_2$  o trecho com revestimento e  $L_3$  o trecho final não revestido e onde está o TDP. As variáveis de projeto são, portanto, o comprimento do trecho inicial suspenso ( $L_1$ ) e o comprimento ( $L_2$ ) do trecho com flutuadores, sendo o comprimento total do *riser* um valor fixo já conhecido.

Além da caracterização como mono-objetivo, o problema também pode ser caracterizado como um de Otimização Com Restrições. Para manter a integridade do revestimento utilizado, é necessário que o segundo segmento ( $L_2$ ) não esteja em contato com o fundo do mar. Assim sendo, é necessário restringir o comprimento desse segmento e o seu ponto de início para que as restrições possam ser satisfeitas.

Portanto, o problema geral de otimização a ser resolvido neste trabalho pode ser expresso da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} \min & T(L_1, L_2) \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{s. t.} \\ \end{array} \right. & \begin{array}{l} L_1^l \leq L_1 \leq L_1^u \\ L_2^l \leq L_2 \leq L_2^u \end{array} \end{array}$$

## 4 Implementação Computacional

Neste trabalho, foi desenvolvido um código MATLAB que consiste, basicamente, na implementação de dois algoritmos::

- 1) GBNM, responsável pelo processo de otimização, utilizando o método *Globalized Bounded Nelder-Mead*;
- 2) ANÁLISE, responsável pela obtenção da configuração de equilíbrio do *riser* e a tensão atuante no TDP, usando as equações da catenária.

A Figura 13 apresenta um fluxograma com os principais passos do programa implementado.

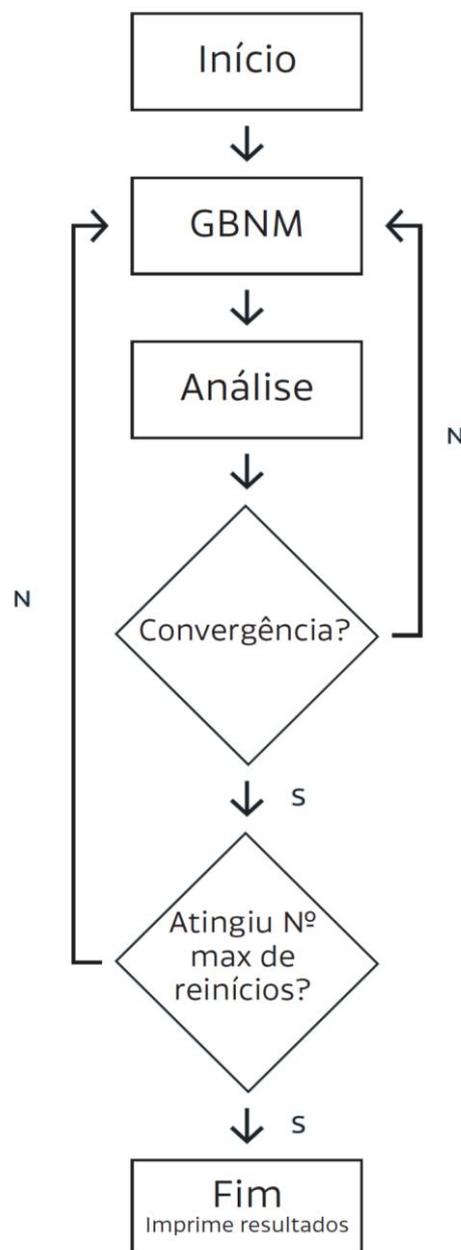


Figura 13 - Fluxograma da implementação

O passo inicial, INÍCIO, é responsável pela leitura dos dados de entrada e a inicialização das variáveis..

O programa de GBNM é inicializado recebendo a função objetivo, que no caso, é uma outra função, denominada ANÁLISE, e as restrições laterais para as variáveis  $L_1$  e  $L_2$ .

A ANÁLISE é uma função que possui como variáveis de entrada um vetor  $L$  contendo os tamanhos de  $L_1$  e  $L_2$  e retorna o valor da tensão para essa configuração, tendo os outros valores do material e dimensões já pré-definidos. Quando inicializada, o GBNM irá gerar os valores iniciais de  $L_1$  e  $L_2$  e irá passar esses valores para a rotina ANALISE. Este então irá calcular a tensão no TDP para essa configuração e retornar este valor para GBNM, que irá realizar os testes de convergência. Se estes não forem satisfeitos GBNM irá fazer a substituição do *simplex* como explicado na seção 3.2.1 e se repetirá o processo de avaliação das tensões nos novos pontos até que o critério de convergência seja satisfeito ou que o número máximo de iterações seja atingido.

Quando alguma dessas duas condições for satisfeita, a próxima análise é a de número de reinícios. Se número máximo de reinícios não for atingido, número pré definido pela otimização, o programa volta para o início da otimização com a geração de um novo *simplex*, salvando o valor do mínimo encontrado. Quando o número de reinícios atingir o valor máximo, GBNM retornará para o programa principal todos os mínimos locais encontrados, o mínimo global (o menor mínimo local) e o valor da função no mínimo global, finalizando o procedimento.

## 5 Caso Estudado

Abaixo segue uma tabela contendo os dados definidos para a análise dos risers e sua configuração:

Tabela 1 - Dados do problema

<i>Lâmina d'água (m)</i>	1200
<i>Ângulo de topo</i>	10°
<i>Comprimento total (m)</i>	3000
<i>Rigidez Axial (kN)</i>	1000000
<i>Peso específico (kN/m<sup>3</sup>)</i>	1,0

Como também é um objetivo do trabalho reduzir o uso de material de revestimento utilizado, o comprimento  $L_2$  foi restringido para um tamanho menor que o dos outros segmentos, sendo apenas o suficiente para diminuir a tensão no TDP. Além disso, como a região crítica para a estrutura é o TDZ, foi restringido um valor de  $L_1$  para que o material de revestimento fique mais próximo do fundo do mar, tendo cuidado para que não esteja muito próximo, podendo causar danos ao material. Abaixo estão especificados os limites dessas variáveis implementadas na otimização.

Tabela 2 - Restrições laterais

	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
$L_1$	800	1000
$L_2$	400	800

Com esses dados foi realizada a otimização da configuração de risers, pela minimização da tensão no TDP variando os comprimentos dos trechos do risers de acordo com as restrições apresentadas acima.

## 6 Resultados Obtidos

O programa de otimização foi executado utilizando os dados apresentados na seção anterior e realizando 15 reinícios. Isso significa que irá realizar o processo de Nelder-Mead para encontrar o mínimo local 15 vezes, obtendo assim 15 mínimos locais dentro do domínio. Após a avaliação do valor de tensão para todos os mínimos, o menor deles será o mínimo global. Ainda não existe consenso quanto ao número de reinícios mínimos para o problema de otimização porém acredita-se que 15 passa a ser um número razoável para o processo. Abaixo encontra-se uma tabela sobre o processo:

Tabela 3 - Dados do processo de otimização

Iterações	2361
Avaliações da função	3490
Tempo total	5973,6 s
Reinícios para o mínimo global	8

Pelo número de iterações é possível observar quantos passos foram necessários para o processo inteiro. Os passos nesse problema representam quantas vezes o *simplex* foi alterado desde o inicial até o final, que é quando a convergência é obtida ou o número máximo de iterações é alcançado.

O número de avaliações da função mostrado na tabela representa o número de vezes em que uma configuração foi analisada pelo programa ANÁLISE. Cada vértice e cada operação do *simplex* executa uma avaliação da função.

O gráfico abaixo mostra todas as configurações avaliadas durante a otimização sobre os mesmos eixos X e Y.

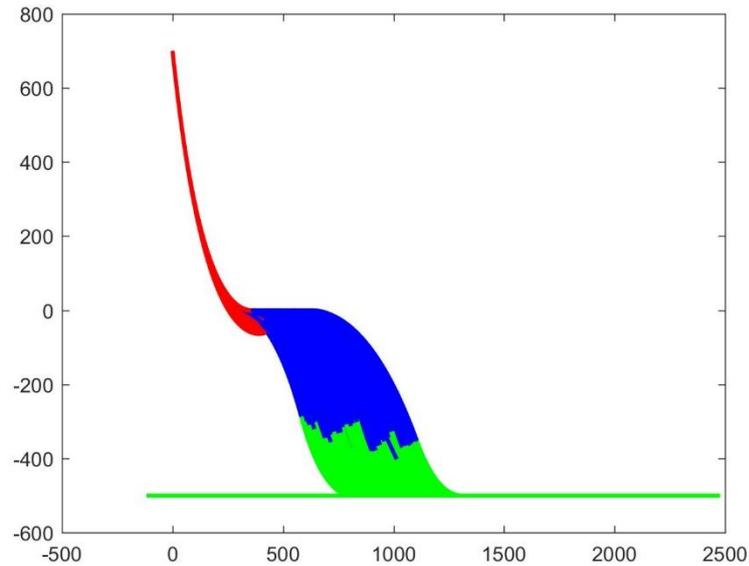


Figura 14 - Gráfico de avaliações da função

Graficamente, é possível ver que o problema avaliou os mais diversos casos de configuração até obter a configuração ótima, que para o problema é a que possui a menor tensão no TDP.

Ao final de todas as análises e avaliações de tensões, como resultado do processo de otimização o programa obteve 15 mínimos locais dentro das restrições estabelecidas e, dentre eles, selecionou-se aquele que possui a menor tensão como sendo o **mínimo global**. Na tabela abaixo está apresentado os valores de  $L_1$ ,  $L_2$  e da tensão para todos os mínimos. O resultado em destaque representa o mínimo global, que foi obtido após 8 reinícios.

Tabela 4 - Mínimos da otimização

$L_1 \text{ min (m)}$	$L_2 \text{ min (m)}$	$Tensão \text{ (kN)}$
833.0378	667.1148	146.9422
833.5013	692.5476	146.9399
833.6406	420.7708	146.9578
829.9601	497.1035	146.9612
831.0499	432.2818	146.9615
831.2770	777.6685	146.9366
832.4557	606.5051	146.9476
<b>831.1937</b>	<b>799.9986</b>	<b>146.9350</b>
833.6346	549.2195	146.9475
833.6090	564.6103	146.9462
833.6269	687.0223	146.9620
833.6307	460.7305	146.9546
833.5625	624.1722	146.9453
833.4884	705.4794	146.9389
833.3048	548.5703	146.9476

A partir dos resultados da tabela acima, observamos que todos os comprimentos de *risers* estão dentro das restrições estabelecidas e que, de fato, a configuração em destaque é aquela que apresenta a menor tensão.

A Figura 15 apresenta a configuração obtida utilizando os dados do mínimo global. O trecho em vermelho representa o comprimento  $L_1$  não revestido, o trecho azul o comprimento  $L_2$ , o trecho que contém os amortecedores hidrodinâmicos e o trecho em verde a parte final do *riser*, que contém o TDP.

$$L_1 = 831.1937 \text{ m}$$

$$L_2 = 799.9986 \text{ m}$$

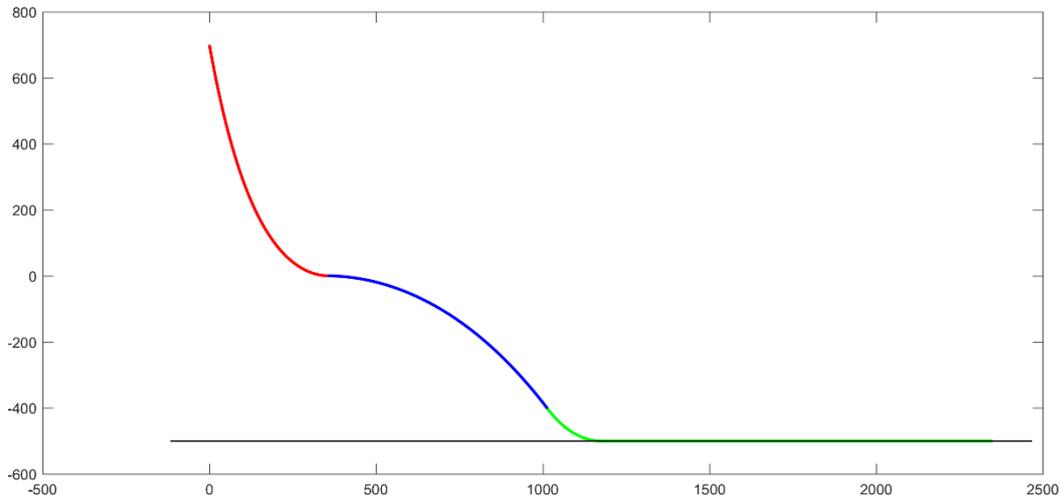


Figura 15 - Configuração otimizada

Como já mencionado anteriormente, é importante, para manter a integridade do material de revestimento, que o trecho  $L_2$  esteja a uma certa distância do fundo do mar para que mesmo com a sua movimentação não entre em contato com o fundo do mar.

A Figura 16 apresenta uma ilustração de como seria tal estrutura, apresentando os módulos de flutuação como discretos.

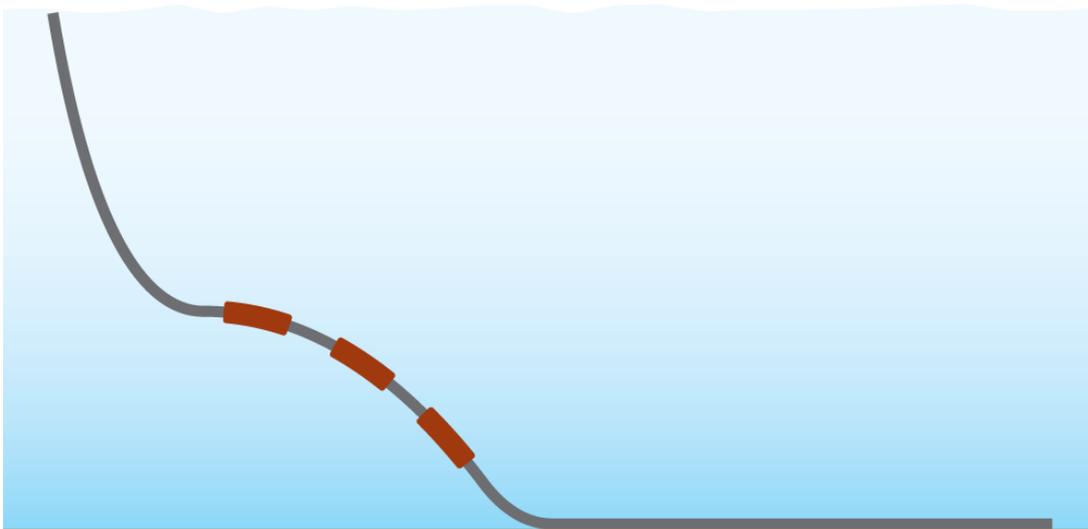


Figura 16 - Representação da configuração otimizada

## **7 Conclusão**

O presente trabalho teve como objetivo realizar a otimização da configuração de um riser tipo RCHA visando a minimização da tensão no seu TDP, considerando apenas o caso estático. Essa configuração apresenta características importantes que podem garantir a maior integridade da estrutura de risers. Os amortecedores empregados possibilitam o maior controle sobre o mecanismo de falha de flambagem numa região mais afastada do TDZ, o que pode viabilizar o uso da configuração free-hanging onde antes não havia essa possibilidade.

A função objetivo do problema de otimização era a tensão, que variava de acordo com o ponto em que trecho contendo os amortecedores fossem instalados e o comprimento dos amortecedores. Foram estabelecidas restrições laterais para que a quantidade de material de revestimento utilizado fosse limitada, reduzindo assim o custo de sua implementação, e para que na configuração final o trecho revestido estivesse a uma distância segura do fundo do mar.

Para realizar a minimização da tensão foi empregado o método de otimização *Globalized Bounded Nelder-Mead* que consiste em uma adaptação do método original de Nelder-Mead para obtenção de mínimo local para que seja possível, por meio de reinícios probabilísticos, obter o mínimo global do problema.

A metodologia se mostrou adequada para resolver o problema proposto neste trabalho.

## **8 Passos Futuros**

### **8.1. Análise Dinâmica**

No presente trabalho, apenas a análise estática foi tratada. A principal função dos amortecedores hidrodinâmicos é controlar a flambagem para que não ocorra, ou ocorra em menor intensidade, no TDZ. Esse problema é principalmente causado devido aos esforços causados pela dinâmica do sistema. Portanto, para uma simulação mais realista dos dados, é necessária a realização de uma análise dinâmica dos *risers*.

### **8.2. Módulos discretos**

No caso analisado, os módulos de flutuadores utilizados no processo de otimização foram de flutuadores contínuos. É interessante realizar um estudo em que se utilizem módulos discretos variando também o espaçamento entre eles, para poder comparar o melhor modelo em cada situação analisada.

## 9 Referências Bibliográficas

1. Breno P. Jacob, Marta C. T. Reyes, Beatriz S. L. P. De Lima, Ana L. F. L. Torres, Marcio M. Mourelle and Renato C.M. Silva, “*Alternative Configurations for Steel Catenary Risers for Turret-Moored FPSOs*”, Ninth International Offshore and Polar Engineering Conference, May 30 – June 4 1999.
2. Raphael M Brito, Ludimar L Aguiar and Vinicius G Prado, “*Technical Feasibility Study of Steel Catenary Risers for Pre-Salt Field Developments*”, OTC-28013-MS, 24-26 October 2017
3. Eduardo Setton Sampaio da Silveira, Luiz Fernando Martha, Ivan Fabio Menezes, Isaias Quaresma Masetti, “Um Sistema Computacional Integrado Para Análise Dinâmica Não-Linear Geométrica de Linhas de Ancoragem”
4. Luiz Eloy Vaz, Anderson Pereira e Ivan F. Menezes, “Programação de Matemática: Teoria, Algoritmos e Aplicações na Engenharia”, 08 de agosto de 2012
5. MATHEWS, John H. e Fink, Kurtis K., “*Numerical Methods Using Matlab*”, 4th Edition, 2004, escrito por John H. Mathews e Kurtis K. Fink, ISBN: 0-13-065248-2, Prentice-Hall Inc.
6. Marco A. Luersen e Rodolphe Le Riche, “*Globalized Nelder-Mead method for engineering optimization*”, 2004.
7. Giovanni Alfredo Rey Nariño, “Otimização de *Risers* em Catenária com Amortecedores Hidrodinâmicos”, Abril de 2014
8. Duda OR, Hart PE, Stork DG. Pattern classification. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons; 2001