

3 Metodologia

Neste capítulo encontram-se detalhadas as fontes utilizadas para obtenção da amostra de dados da pesquisa, os critérios de filtragem e tratamento dos dados originais e a descrição dos métodos e procedimentos aplicados para avaliar estatística e economicamente o modelo em dois estágios para estimação da superfície de volatilidade implícita. A primeira seção descreve as fontes e os dados utilizados, bem como os critérios de tratamento da amostra; a segunda apresenta as estimativas de volatilidade implícita nos contratos e a terceira seção apresenta os modelos estimados e resultados obtidos, inclusive dos testes que sustentam suas aplicações. Enquanto a quarta descreve os procedimentos de análise.

3.1. Dados e procedimentos de amostragem

O conjunto inicial de dados foi obtido através da base de cotações históricas disponibilizada pela BM&F Bovespa e contém preços diários de fechamento das ações de Petrobrás (PETR4), Vale (VALE5), OGX Petróleo (OGPX3) e ItauUnibanco (ITUB4); as respectivas séries de opções americanas de compra autorizadas para estes ativos; os preços de exercício e os dias de vencimento de cada contrato negociado no intervalo de Janeiro de 2000 a Maio de 2012. Período que compreende importantes ciclos de mercado, alternando momentos de intensa e moderada volatilidades entre tendências de alta e baixa proporcionadas por eventos com grande influência sobre os preços e movimentos dos ativos, como a crise de 2008.

Como *proxy* para taxa livre de risco foram utilizadas as taxas dos vértices de 30, 60, 90, 120, 180 e 360 dias do *Swap* DIXPré igualmente divulgadas pela BM&F Bovespa e a taxa DI de 1 dia divulgada pela CETIP S.A. para o vértice mais curto. Todas coletadas diariamente no mesmo intervalo e, quando necessário, exponencialmente interpoladas nos períodos em dias úteis até os vencimentos das séries - calculados como fração de um ano com 252 dias úteis (DU/252).

No mercado brasileiro, as opções negociadas em bolsa têm vencimento sempre na terceira segunda-feira de cada mês calendário e os preços de exercícios são ajustados por proventos sempre que há divulgação de distribuição após a realização de no mínimo um negócio para o respectivo preço de exercício. O que alivia a necessidade de ajustes adicionais nos preços cotados, conforme Merton (1973).

As séries de opções selecionadas para a pesquisa são hoje as que apresentam maior liquidez na Bolsa local, podendo ser observadas negociações sobre diferentes preços de exercício e vencimentos. Todavia, em número ainda limitado se comparado aos observados em mercados mais desenvolvidos, nos quais a utilização de derivativos ocorre em maior escala e com cobertura sobre períodos mais longos. Onde ainda assim critérios para filtragem dos dados são necessários a fim de excluir aqueles que potencialmente podem comprometer a análise. Jorion (1995) destaca que até então pouca atenção havia sido dispensada aos efeitos que erros de medição nos dados observados poderiam gerar às análises sobre a volatilidade implícita em opções. Nesta linha, Hentschel (2003) demonstra que, em decorrência de erros como cotações discretas, *bid-ask spreads* e falta de sincronismo entre as cotações dos ativos subjacentes e dos prêmios das opções, os resultados das inversões da fórmula de BS para obtenção da volatilidade implícita recaem em estimativas, lançando questões sobre sua eficiência. Principalmente em opções longe do dinheiro. Alguns dos pontos citados são enfrentados neste trabalho, para os quais critérios de filtro são adotados a fim de mitigá-los.

Desta forma, sobre o conjunto inicial foram aplicados sete critérios de exclusão, resultando um total de 32843 observações de cotações de fechamento e um máximo de 1400 pregões no período de Janeiro de 2004 a Maio de 2012. A Tabela 1 sumariza estatísticas descritivas para os subconjuntos de cada ação analisada. Os critérios de filtro são:

1. Mínimo de 100 negócios no dia.
2. *Moneyness* (M) entre $[0,80$ e $1,20]$. Onde,

$$M = \frac{\text{Preço de Exercício}}{\text{Cotação ativo objeto} * \exp(Rf * T)}$$

3. Tempo até o vencimento mínimo de dois dias úteis.
4. Prêmios de fechamento maiores que R\$ 0,05.
5. Satisfazer a condição de não arbitragem: Prêmio=> Máximo (0; $S-K$).

6. Número de contratos negociados no dia maior que cinco.
7. Número de vencimentos negociados no dia maior que dois.

Tabela 1 - Estatísticas descritivas por pregão na amostra.

	ITUB4	OGXP3	VALE5	PETR4	Total
Pregões	121	370	1185	1400	1400
Observações	938	3004	14118	14783	32843
Mínimo	08/09/11	13/01/10	09/08/05	14/01/04	14/01/04
Máximo	31/05/12	31/05/12	31/05/12	31/05/12	31/05/12
# Contratos/ Dia					
média	7,75	8,12	11,91	10,56	10,68
máximo	12	16	26	27	27
moda	6	6	11	10	10
desvio padrão	1,56	1,89	3,23	3,13	3,27
# Vencimentos/ Dia					
média	2,1	2,1	2,2	2,2	2,18
máximo	3	3	3	4	4
moda	2	2	2	2	2
Dias até o Vencimento					
média	23,28	20,20	20,55	20,92	20,76
máximo	59	53	78	74	78
moda	18	10	7	8	7
desvio padrão	11,95	11,29	12,03	12,47	12,17

Fonte: Elaboração própria.

Tipicamente, além do vencimento imediato, negociam-se opções de até um vencimento à frente, sendo baixa a representatividade dos pregões em que são negociados mais de dois vencimentos no total das observações, ocorrências tipicamente próximas ao vencimento do contrato mais curto. Segundo Jorion (1995), isto alivia o viés positivo sobre a volatilidade implícita estimada em BS com opções americanas. A definição do intervalo geral de *moneyness* entre mais ou menos 20% do preço à vista do ativo é uma tentativa de não restringir de modo definitivo o tamanho da amostra de contratos. Quanto ao prazo até o vencimento, as observações foram categorizadas em opções de curto, médio e longo prazo, com limite para o prazo até o vencimento definido em 21 dias úteis inclusive para a primeira categoria e 42 para segunda - números representativos de um e dois meses calendário, respectivamente.

Tabela 2 - Vencimentos das opções negociadas por ativo objeto.

	ITUB4	OGXP3	VALE5	PETR4	Total
Dois ou mais vencimentos	14	28	197	299	-
% Total	11,6%	7,6%	16,6%	21,4%	-
Curto Prazo: t [2, 21]	48,3%	54,7%	54,1%	53,1%	53,5%
Médio Prazo: t (21, 42]	45,6%	43,3%	41,9%	41,9%	42,1%
Longo Prazo: t (42, 78]	6,1%	2,1%	4,0%	5,0%	4,3%

Fonte: Elaboração própria.

Quanto ao *moneyness*, os contratos foram categorizados em dentro do dinheiro, no dinheiro e fora do dinheiro de acordo com a seguinte classificação: no dinheiro (ATM) aqueles com *moneyness* no intervalo [0,98, 1,02], dentro do dinheiro (ITM) [0,95, 0,98), muito dentro do dinheiro (DITM) (0,95, 0,80], fora do dinheiro (OTM) (1,02, 1,05] e muito fora do dinheiro (DOTM) (1,05, 1,20].

Tabela 3 - *Moneyness* e vencimento das opções negociadas por ativo.

	ITUB4	OGXP3	VALE5	PETR4	Total
DITM	16,7%	28,0%	27,0%	26,2%	26,5%
ITM	20,0%	10,3%	11,8%	11,0%	11,5%
ATM	30,4%	18,4%	17,9%	16,7%	17,8%
OTM	18,3%	12,0%	12,6%	12,0%	12,4%
DOTM	14,5%	31,4%	30,6%	34,1%	31,8%

Fonte: Elaboração própria.

3.2. Estimativas de Volatilidade Implícita

A não linearidade da fórmula de BS impõe a utilização de um método numérico iterativo que seja capaz de solucionar a equação em termos da volatilidade. A opção pelo método de Newton-Raphson, conforme descrito em Manaster e Koehler (1982), reside na vantagem comparativa oferecida por um menor número de iterações e, por conseguinte, menor demanda de tempo de processamento. Os resultados obtidos ratificam importantes evidências empíricas de estrutura na volatilidade implícita em diferentes níveis de *moneyness* e tempo até o vencimento de cada contrato, ratificando evidências descritas anteriormente na revisão da literatura. Para cada ação analisada, pode ser observado um sorriso assimétrico nas opções de curto prazo: com valores maiores nas séries DITM e o decaimento monotônico dos valores estimados para volatilidade implícita a partir das opções de curto prazo, independentemente do *moneyness* (exceção à OGXP3).

Tabela 4 - Volatilidade Implícita média por *Moneyness* e vencimento para opções de PETR4.

PETR4		Curto	Medio	Longo	Total
DITM	Obs (%total)	16,7%	9,0%	0,4%	26,2%
	Vol Imp. Média	50,8%	35,9%	29,7%	45,3%
ITM	Obs (%total)	6,1%	4,5%	0,5%	11,0%
	Vol Imp. Média	38,6%	34,1%	29,1%	36,3%
ATM	Obs (%total)	8,7%	7,0%	1,0%	16,7%
	Vol Imp. Média	35,8%	33,5%	28,2%	34,4%
OTM	Obs (%total)	6,0%	5,1%	0,8%	12,0%
	Vol Imp. Média	36,3%	33,0%	28,2%	34,4%
DOTM	Obs (%total)	15,5%	16,3%	2,3%	34,1%
	Vol Imp. Média	42,4%	34,7%	29,4%	37,9%
Total	Obs (%total)	53,1%	41,9%	5,0%	100,0%
	Vol Imp. Média	42,9%	34,5%	29,0%	38,7%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 5 - Volatilidade Implícita média por *Moneyness* e vencimento para opções de VALE5.

VALE5		Curto	Medio	Longo	Total
DITM	Obs (%total)	17,1%	9,4%	0,5%	27,0%
	Vol Imp. Média	48,7%	34,7%	30,6%	43,5%
ITM	Obs (%total)	6,3%	5,0%	0,5%	11,8%
	Vol Imp. Média	36,0%	31,9%	28,0%	33,9%
ATM	Obs (%total)	9,4%	7,5%	1,0%	17,9%
	Vol Imp. Média	33,5%	31,6%	25,9%	32,3%
OTM	Obs (%total)	6,3%	5,6%	0,7%	12,6%
	Vol Imp. Média	33,2%	31,0%	25,4%	31,8%
DOTM	Obs (%total)	15,0%	14,4%	1,3%	30,6%
	Vol Imp. Média	39,5%	33,3%	26,6%	36,1%
Total	Obs (%total)	54,1%	41,9%	4,0%	100,0%
	Vol Imp. Média	40,2%	32,9%	26,8%	36,6%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 6 - Volatilidade Implícita média por *Moneyness* e vencimento para opções de OGXP3.

OGXP3		Curto	Medio	Longo	Total
DITM	Obs (%total)	18,0%	9,5%	0,4%	28,0%
	Vol Imp. Média	55,2%	44,1%	46,6%	51,3%
ITM	Obs (%total)	5,5%	4,4%	0,4%	10,3%
	Vol Imp. Média	43,9%	41,1%	42,1%	42,6%
ATM	Obs (%total)	9,9%	8,1%	0,5%	18,4%
	Vol Imp. Média	42,1%	40,6%	42,3%	41,4%
OTM	Obs (%total)	6,0%	5,6%	0,4%	12,0%
	Vol Imp. Média	41,8%	39,6%	41,9%	40,8%
DOTM	Obs (%total)	15,2%	15,7%	0,4%	31,4%
	Vol Imp. Média	43,4%	40,8%	40,3%	42,0%
Total	Obs (%total)	54,7%	43,3%	2,1%	100,0%
	Vol Imp. Média	46,9%	41,3%	42,6%	44,4%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 7 - Volatilidade Implícita média por *Moneyness* e vencimento para opções de ITUB4.

ITUB4		Curto	Medio	Longo	Total
DITM	Obs (%total)	6,4%	8,6%	1,7%	16,7%
	Vol Imp. Média	33,4%	29,8%	27,5%	31,0%
ITM	Obs (%total)	9,8%	9,4%	0,9%	20,0%
	Vol Imp. Média	31,6%	29,7%	28,7%	30,6%
ATM	Obs (%total)	14,7%	13,8%	1,9%	30,4%
	Vol Imp. Média	29,2%	27,9%	27,6%	28,5%
OTM	Obs (%total)	10,0%	7,5%	0,9%	18,3%
	Vol Imp. Média	28,1%	26,6%	27,4%	27,4%
DOTM	Obs (%total)	7,4%	6,4%	0,7%	14,5%
	Vol Imp. Média	28,7%	27,0%	25,7%	27,8%
Total	Obs (%total)	48,3%	45,6%	6,1%	100,0%
	Vol Imp. Média	30,0%	28,3%	27,5%	29,1%

Fonte: Elaboração própria.

O primeiro estágio da abordagem proposta consiste no ajuste, através de mínimos quadrados ordinários (MQO), de um modelo por pregão para a volatilidade implícita nas opções de cada ação analisada a partir das estimativas por contrato após os critérios de filtro. A utilização do *moneyness* (M) e do tempo até o vencimento (T) como fatores de previsão neste estágio ampara-se na revisão da literatura e na própria evidência empírica da amostra demonstrada acima. Da observação de instabilidade e variação no tempo dos coeficientes estimados nesta etapa decorre o segundo estágio, em que há tentativa de capturar a dinâmica dos coeficientes através de modelos autoregressivos nas respectivas séries temporais. O racional por trás desta abordagem sustenta que se as variáveis que controlam esta dinâmica ao longo do tempo são persistentes, então um modelo do tipo VAR

pode ser uma forma razoável de capturar previsibilidade de alteração nos coeficientes da superfície de volatilidade implícita.

3.3. O Modelo para Superfície de Volatilidade Implícita

Tomando σ_i como a volatilidade implícita em Black e Scholes para o contrato i , com *moneyness* M_i e tempo até o vencimento T_i , a equação:

$$\ln \sigma_i = \beta_0 + \beta_1 M_i + \beta_2 M_i^2 + \beta_3 T_i + \beta_4 (M_i T_i) + \varepsilon_i \quad (1)$$

Na qual $i = 1, \dots, n$ (seja n o número de opções negociadas no pregão) e ε_i é um termo de erro aleatório. É definida em GG como a forma que melhor descreve a superfície de volatilidade implícita diária do índice de opções S&P 500 entre Janeiro de 1992 e Junho de 1996, quando comparada a outras contidas na literatura. A mesma forma foi utilizada na pesquisa.

A utilização do logaritmo natural da volatilidade implícita carrega algumas vantagens, como o estreitamento do intervalo de valores (que torna as estimativas menos sensíveis a valores extremos) e resultados somente em valores positivos. Para aplicação na amostra, impôs-se o critério seis a fim de atender a uma restrição funcional relacionada aos graus de liberdade dos resíduos da regressão, que impõem $n-k-1 > 0$, seja k o número de variáveis independentes. Enquanto o sétimo critério tem como objetivo permitir a exploração da dimensão tempo na análise.

Conforme Bernales e Guidolin (2012), β_0 na equação (1) é o coeficiente de intercepto que, no mundo de volatilidade constante de Black e Scholes (1973), deve ser igual ao logaritmo da volatilidade em todos os contratos de opções observados para uma mesma ação (isto é, $\beta_0 = \ln \sigma_i = \dots = \ln \sigma_N$ enquanto $\beta_j = 0$ para $j = 1, \dots, 4$); β_1 , relacionado ao *moneyness*, é o coeficiente de inclinação da superfície de volatilidade implícita (capturando o sorriso da volatilidade implícita); enquanto β_2 captura a curvatura na mesma dimensão. β_3 reflete a inclinação na estrutura a termo e β_4 descreve possíveis interações entre as dimensões de *moneyness* e tempo até o vencimento.

Os resultados obtidos nesta etapa através do programa estatístico SPSS[®] e descritos na seção 3.3.1, a despeito de evidenciarem a variabilidade dos coeficientes estimados dos modelos, representados por vetores $\hat{\beta}_t = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4)'$ diários, do poder explicativo ao longo do tempo (medido por R^2) e da significância geral dos próprios modelos em si (medida por F), demonstram que, quando formada a partir das médias das estimativas, esta forma funcional consegue replicar várias formas da dinâmica da volatilidade implícita. Tanto em *moneyness*, quanto na estrutura a termo.

Da análise dos coeficientes estimados, a observação de instabilidade ao longo do tempo associada à detecção de autocorrelação, através da estatística de Ljung-Box¹ (LB) aplicada aos coeficientes e seus quadrados; e correlação cruzada entre os mesmos sugere a utilização de um modelo do tipo VAR² (*Vector Autoregressive*) baseado no componente auto-regressivo das séries. O modelo para os coeficientes estimados em (1), através de $\{\hat{\beta}_t\}$, para $t=1, \dots, T$; sendo T o total de dias da amostra e p o número máximo de defasagens, obtido através do critério de informação Bayesiano de Schwarz (1978)³, segue a forma:

$$\hat{\beta}_t = \mu + \sum_{j=1}^p \phi_j \hat{\beta}_{t-j} + u_t \quad (2)$$

Onde $u_t \sim \text{i.i.d. } N(0, \Omega)$.

As equações (1) e (2) representam o modelo em dois estágios para dinâmica da superfície de volatilidade implícita.

¹ O teste de Ljung-Box (1978) avalia a hipótese nula de autocorrelação serial igual a zero ($\rho=0$), conjuntamente, até um número de defasagens m , em uma amostra de comprimento N .

$$Q = N(N+2) \sum_{k=1}^m \frac{\rho_k^2}{n-k} \sim \chi_m^2$$

² Desde Sims (1980), os modelos do tipo vetor autoregressivo (VAR) de ordem p são largamente utilizados em econometria para previsão e análise estrutural. Descritos como uma generalização natural dos modelos univariados, são aceitos como uma alternativa aos modelos econômicos de equações estruturais. Dentre suas vantagens, trata todas as variáveis analisadas como endógenas, encarregando-se de examinar as relações lineares existentes entre cada uma delas e seus valores passados até uma defasagem p . Como restrições, a escolha do conjunto de variáveis e o número máximo de defasagens – usualmente definido através critérios estatísticos de informação. Uma discussão em torno dos modelos VAR está em Canova (1995a, b).

³ Ver Schwartz (1978)

3.3.1. Resultados das Estimativas

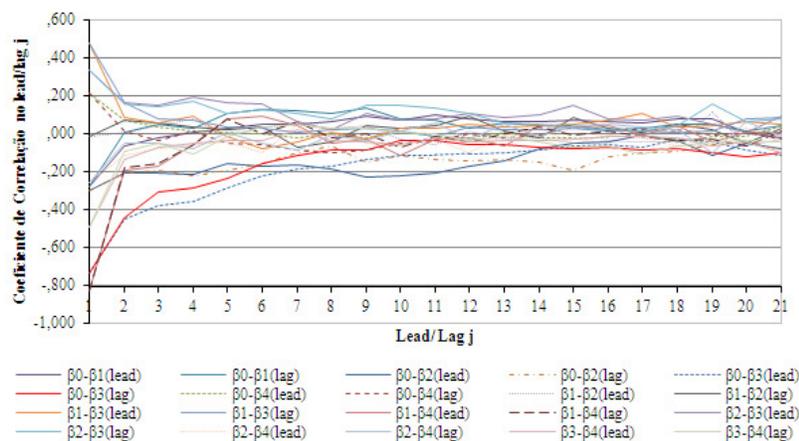
Esta seção apresenta as principais estatísticas descritivas e de teste obtidas na estimação do modelo em dois estágios através de (1) e (2).

As Tabelas 8 a 11 contêm os momentos dos coeficientes estimados nas regressões diárias em (1) pelo método de mínimos quadrados ordinários, as estatísticas de Ljung-Box para os coeficientes, testadas ao nível de significância de 5% em uma e até dez defasagens e as estatísticas das regressões R^2 , RMSE e p-valor nos totais das amostras por ativo subjacente. Apesar de nem todos os coeficientes diariamente estimados em (1) serem estatisticamente significativos, qualitativamente as exibições gráficas desta forma funcional em muito se aproximam das volatilidades implícitas estimadas diretamente pela inversão de BS.

Sobre os subconjuntos de ações analisadas, uma vez que o atendimento dos critérios descritos na seção 3.1. implica na irregularidade das séries, com a observação de intervalos maiores que 1 (um) dia útil em certas ocasiões, a hipótese nula de não autocorrelação dos vetores $\{\hat{\beta}_t\}$ estimados foi testada dentro das amostras nos maiores intervalos contínuos, ou seja, sem saltos entre os pregões observados.

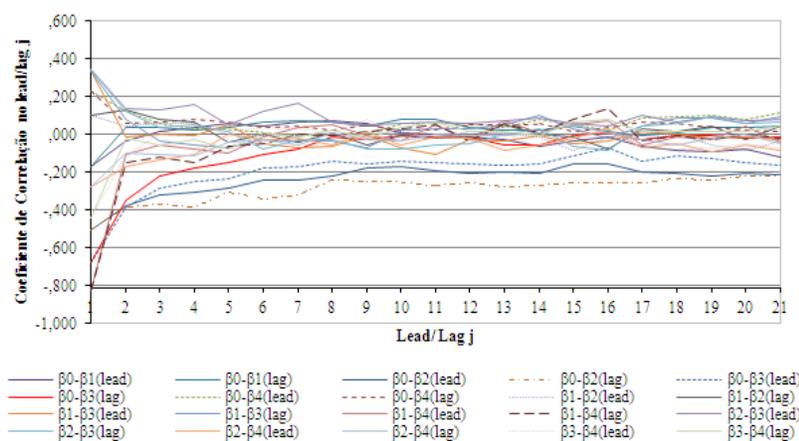
Desta forma, as estatísticas de Ljung-Box seguem descritas para os intervalos e número de observações indicados. A definição do número máximo de defasagens, $p=10$, objetiva analisar a persistência da influência de informações recentes, aproximadamente duas semanas por conta do viés de curto prazo para este mercado no Brasil, sobre os dados atuais. As Figuras 1 e 2 exibem as correlações cruzadas entre os coeficientes de cada série.

Figura 1 - Correlação cruzada dos coeficientes estimados em (1) para PETR4.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 2 - Correlação cruzada dos coeficientes estimados em (1) para VALE5.



Fonte: Elaboração própria.

Tabela 8 - Estatísticas de coeficientes estimados em (1) para PETR4.

PETR4	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	R^2 Ajust.	RMSE	p - valor
Média	3,5539	-0,1003	0,3238	-0,5582	-0,4056	0,7894	0,0500	0,0607
Mediana	3,4963	-0,0948	0,2953	-0,4718	-0,4953	0,9009	0,0409	0,0031
Desvio Padrão	0,3614	0,3787	0,5627	1,2377	3,7546	0,2754	0,0364	0,1434
Assimetria	0,8517	1,3672	-1,0639	-0,7231	-0,2304	-	-	-
Curtose	3,9837	14,4166	20,5323	7,8889	10,5111	-	-	-
Ljung Box (1)*	268,83**	32,357**	12,001**	106,53**	15,910**	-	-	-
Ljung Box (10)*	1128,6**	69,110**	52,249**	334,65**	43,618**	-	-	-

* Estatísticas de Ljung-Box(p) sob a H_0 de não autocorrelação até a defasagem p , no intervalo de 16/07/2010 a 31/05/2012; 468 observações.

** Significativamente diferente de zero ao nível de 5%.

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 9 - Estatísticas de coeficientes estimados em (1) para VALE5.

VALE5	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	R ² Ajust.	RMSE	p - valor
Média	3,5384	-0,1733	0,3456	-0,5064	-0,6440	0,7962	0,0538	0,0464
Mediana	3,4671	-0,1510	0,2930	-0,3790	-0,8549	0,8955	0,0451	0,0008
Desvio Padrão	0,3845	0,2978	0,4916	1,2123	3,7353	0,2474	0,0354	0,1195
Assimetria	0,7007	-0,0815	0,8006	-0,7531	0,4396	-	-	-
Curtose	3,3419	5,0794	1,1089	5,3924	3,6325	-	-	-
Ljung Box (1)*	290,57**	16,834**	49,937**	53,591**	12,533**	-	-	-
Ljung Box (10)*	1437,3**	47,264**	191,12**	94,757**	38,045**	-	-	-

* Estatísticas de Ljung-Box(p) sob a H_0 de não autocorrelação até a defasagem p , no intervalo de 17/05/2010 a 15/03/2012; 457 observações.

** Significativamente diferente de zero ao nível de 5%.

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 10 - Estatísticas de coeficientes estimados em (1) para OGXP3.

OGXP3	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	R ² Ajust.	RMSE	p - valor
Média	3,7482	-0,0520	0,2294	-0,4038	-1,1526	0,7567	0,0463	0,1199
Mediana	3,7260	-0,0598	0,2141	-0,2458	-1,0410	0,8854	0,0354	0,0395
Desvio Padrão	0,2198	0,3191	0,3973	1,2394	3,4551	0,3352	0,0459	0,1807
Assimetria	0,4575	0,6353	-0,0858	-1,1104	-0,0978	-	-	-
Curtose	3,7012	5,2746	4,8969	6,2730	4,4081	-	-	-
Ljung-Box (1)*	16,057**	0,0006	0,0545	2,5763	0,6566	-	-	-
Ljung-Box (10)*	26,125**	5,7262	8,1132	18,2470	5,2580	-	-	-

* Estatísticas de Ljung-Box(p) sob a H_0 de não autocorrelação até a defasagem p , no intervalo de 01/09/2011 a 16/11/2011; 51 observações.

** Significativamente diferente de zero ao nível de 5%.

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 11 - Estatísticas de coeficientes estimados em (1) para ITUB4.

ITUB4	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	R ² Ajust.	RMSE	p - valor
Média	3,3655	-0,3580	0,2448	-0,3006	-1,3357	0,7790	0,0371	0,1185
Mediana	3,3729	-0,3157	0,0606	-0,3276	-1,0678	0,8957	0,0251	0,0390
Desvio Padrão	0,2472	0,6767	1,9779	1,0669	6,6209	0,3335	0,0386	0,1799
Assimetria	-0,2505	-0,3408	2,1818	-0,2885	1,0195	-	-	-
Curtose	3,1337	8,0519	1,7840	5,7310	1,5971	-	-	-
Ljung-Box (1)*	0,0181	5,6396**	0,1974	0,0577	0,6601	-	-	-
Ljung-Box (10)*	10,8350	10,1460	6,6264	5,7958	4,6571	-	-	-

* Estatísticas de Ljung-Box(p) sob a H_0 de não autocorrelação até a defasagem p , no intervalo de 18/10/11 a 09/11/11; 16 observações.

** Significativamente diferente de zero ao nível de 5%.

Fonte: Elaboração própria.

Para estimação do VAR em (2), a premissa de estacionariedade (fraca) foi testada nas séries dos coeficientes estimados em (1) para cada ação analisada através da estatística de teste ADF (*Augmented Dickey-Fuller*)⁴ sob a hipótese nula de não estacionariedade.

Os testes nesta etapa foram realizados através do programa EViews[®]. E, uma vez que não se têm definidos, antes da realização dos testes, os números ótimos de defasagens p para cada série, o programa utiliza o método SIC para avaliar e indicar a melhor alternativa.

⁴ Ver Dickey e Fuller (1979)

Tabela 12 - Resultados do teste ADF para estacionariedade das séries de coeficientes estimados.

Teste ADF	valor crítico	β_0		β_1		β_2		β_3		β_4	
		estat-t	p-valor								
PETR4	-2,8634	-5,7530	0,0000	-13,3468	0,0000	-19,9922	0,0000	-17,0728	0,0000	-21,8275	0,0000
VALE5	-2,8638	-4,3533	0,0004	-12,7365	0,0000	-13,1634	0,0000	-10,8603	0,0000	-16,6088	0,0000
OGXP3	-2,8692	-4,6082	0,0001	-8,4128	0,0000	-19,1966	0,0000	-15,9250	0,0000	-20,2404	0,0000
ITUB4	-2,8857	-3,4032	0,0127	-8,5088	0,0000	-11,1427	0,0000	-10,8589	0,0000	-10,0289	0,0000

Fonte: Elaboração própria.

Os resultados descritos na Tabela 12, quando analisados através do p-valor, ou seja, da probabilidade da série apresentar uma raiz unitária ao nível de significância de 5%, indicam a rejeição da hipótese nula (H_0) de não estacionariedade em favor da hipótese alternativa (H_1) de séries estacionárias.

A partir destes resultados, fundamentalmente a não rejeição da hipótese nula de não autocorrelação para os coeficientes estimados nas séries destacadas de ITUB4 e OGXP3 através da estatística de Ljung-Box, os coeficientes de correlação cruzada e o baixo número de observações contínuas (16 e 51, respectivamente) como base para estimação dos modelos relacionados a estes papéis, pelos critérios adotados as opções destas séries foram preteridas na etapa seguinte de estimação dos vetores autoregressivos, seguindo-se com as séries referentes a opções de PETR4 e VALE5.

3.3.2. Modelos Estimados

Nesta seção são apresentadas as estimativas do modelo no estágio dois, obtidas através do EViews[®], para as séries de coeficientes estimados em (1). Assim como na realização dos testes anteriores, para PETR4 segue o intervalo de 16/07/2010 a 31/05/2012 e para VALE5: de 17/05/2010 a 15/03/2012 - ambos contidos nas respectivas amostras iniciais, perfazendo respectivamente 468 e 457 observações.

A definição do número ótimo de defasagens p seguiu dos resultados fornecidos pelos critérios de informação de Akaike (AIC)⁵ e bayesiano de Schwartz (SIC) a partir de um máximo de 10 atrasos (pelo mesmo princípio adotado anteriormente nas análises de autocorrelação). Uma vez obtidos

⁵ Ver Akaike (1974)

resultados divergentes entre os dois métodos, a escolha do melhor seguiu da análise conjunta dos critérios de log verossimilhança, SIC e da comparação entre os erros padrões das estimativas das equações (s_e). Mais uma vez com indicações díspares pelos resultados. Contudo, como por definição, o critério bayesiano penaliza mais a inclusão de termos adicionais, há inerentemente expectativa de que este indique modelos no mínimo tão pequenos quanto AIC. Prevalecendo na seleção os modelos com extensões de defasagens definidas pelo critério de Akaike (AIC), de maior log verossimilhança e menores erros padrões das estimativas. Sendo que para PETR4 $p=3$ e para VALE5, $p=2$.

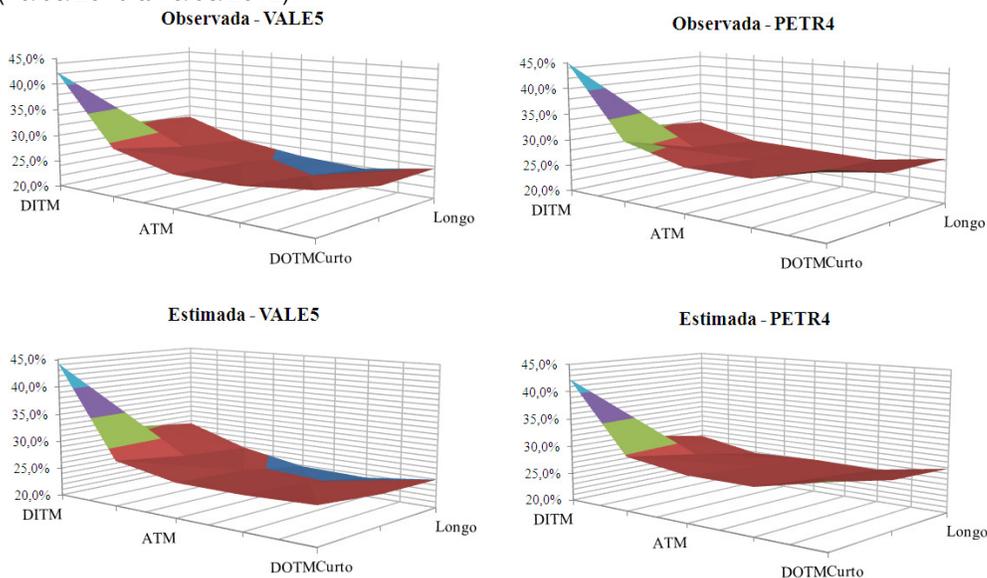
Tabela 13 - Seleção de Modelo para VALE5 e PETR4.

Série	Critério	p	Log		Erro Padrão da Estimativa (s_e)				
			Verossimilhança	SIC	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
VALE5	AIC	2	-1151,416	5,800986	0,134580	0,330250	0,488451	0,804787	3,139041
	SIC	1	-1180,035	5,578387	0,134348	0,330261	0,489120	0,805972	3,140788
PETR4	AIC	3	-1375,402	6,972402	0,149887	0,429417	0,556692	0,787447	3,641929
	SIC	1	-1454,282	6,623029	0,153225	0,438661	0,559919	0,822701	3,702601

Fonte: Elaboração própria.

A Figura 3 tem plotadas as comparações entre as superfícies formadas pelas médias das volatilidades implícitas estimadas diretamente da inversão de BS e as estimadas dentro das amostras através do modelo em dois estágios (1) e (2). A forma gráfica evidencia através da coincidência entre as formas o ajuste do modelo - ao menos em estruturas estáticas.

Figura 3 - Superfícies Real e Estimada para PETR4 (21/07/2010 a 31/05/2012) e VALE5 (19/05/2010 a 15/03/2012).



Fonte: Elaboração própria.

3.4. Medidas estatísticas e econômicas de análise

A seção 4 contempla a avaliação estatística e econômica do modelo proposto para superfície de volatilidade implícita. Sendo o interesse maior desta pesquisa avaliar em ambiente de negociação a capacidade do modelo em explorar previsibilidade na dinâmica destas estruturas, os testes e análises que seguem ocupam-se essencialmente das previsões geradas fora da amostra na comparação com as volatilidades implícitas e prêmios observados em pregão. Um meio de confrontar as estimativas e previsões com a realidade de restrição informacional, assim adequado à utilização que se propõe de ganho de informação sobre a volatilidade implícita futura, ainda que teoricamente contrária às premissas assumidas em Black e Scholes.

A partir das séries de coeficientes $\{\hat{\beta}_t\}$ diariamente estimados via MQO nos períodos mencionados na seção 3.3.2 sobre os contratos de opções negociados para ambas as ações em (1), foram estimados - em diferentes janelas e de forma independente (inclusive na definição do número de defasagens p), os parâmetros (resumidos em $\hat{\pi}$) de diferentes modelos multivariados (2), cujos resultados também mantidos constantes em períodos pré-determinados foram empregados na

geração de previsões um passo à frente de $\{\hat{\beta}_{t+1}\}$. Com isso, em t obtiveram-se n previsões de volatilidades implícitas e prêmios para $t+1$ - cada uma associada a um contrato disponível na data. Estes modelos serão chamados modelo 1.

As janelas para estimativa dos modelos foram definidas dentro das respectivas séries partindo de um período mínimo de doze meses, sucessivamente acrescido de dois meses nas janelas subsequentes. Com os modelos sequencialmente incorporando mais informação sobre o passado na comparação com o anterior, estendendo-os. Como referência, sempre considerando um mês de 21 dias úteis (252/12). Para previsão, foram estabelecidos períodos de dois meses ou 42 pregões a partir do pregão seguinte ao encerramento da janela de estimação imediatamente anterior. Sem sobreposição das janelas de estimação e previsão.

Tabela 14 – Janelas de estimativa e previsão para VALE5 e PETR4.

VALE5									
Estimativas de VAR						Previsão de $\{\beta t\}$			
Intervalos	Meses	Início	Fim	Pregões	Incremento	Intervalos	Início	Fim	Pregões
(A)	12	17/05/10	20/05/11	252	-	1	23/05/11	20/07/11	42
(B)	14	17/05/10	20/07/11	294	42	2	21/07/11	19/09/11	42
(C)	16	17/05/10	19/09/11	336	42	3	20/09/11	21/11/11	42
(D)	18	17/05/10	21/11/11	378	42	4	22/11/11	19/01/12	42
PETR4									
Estimativas de VAR						Previsão de $\{\beta t\}$			
Intervalos	Meses	Início	Fim	Pregões	Incremento	Intervalos	Início	Fim	Pregões
(A)	12	16/07/10	20/07/11	252	-	1	21/07/11	19/09/11	42
(B)	14	16/07/10	19/09/11	294	42	2	20/09/11	21/11/11	42
(C)	16	16/07/10	21/11/11	336	42	3	22/11/11	19/01/12	42
(D)	18	16/07/10	19/01/12	378	42	4	20/01/12	22/03/12	42
(E)	20	16/07/10	22/03/12	420	42	5	23/03/12	23/05/12	42

Fonte: Elaboração própria.

As medidas utilizadas para análise estatística dos modelos de previsão foram: raiz quadrada do erro quadrático médio (RMSE – *root mean squared error*), erro absoluto médio da previsão (MAE – *mean absolute error*) - calculado tanto sobre as volatilidades implícitas diretamente obtidas pela inversão de BS quanto sobre os prêmios observados, e o percentual de previsões corretas sobre a direção da mudança (MCPDC – *mean correct prediction of direction of change*), também sobre as volatilidades implícitas e prêmios. Sobre este último, considerado apenas para contratos negociados por no mínimo dois pregões consecutivos, atribui-se valor 1 (um) quando a mudança prevista for do mesmo sinal da realizada e zero quando isto não se verificar.

Com objetivo de comparação, seguindo parcialmente GG, um modelo de passeio aleatório nos coeficientes de (1), proposto por DFW, foi incluído. Consiste em uma forma menos dinâmica que o modelo 1 na qual as melhores previsões para amanhã dos coeficientes da equação (1) são seus valores de hoje, isto é $\hat{\beta}_t = \hat{\beta}_{t-1}$. Este *benchmark*, denominado modelo 2, foi sujeito às mesmas medidas de análise. Desta forma, a comparação dos resultados apresentados na seção 4 seguem intra (diferentes janelas para o modelo 1) e entre modelos.

Com as previsões de volatilidade implícita de cada modelo, foram obtidos os prêmios teóricos em Black-Scholes para cada contrato negociado. Sobre a indisponibilidade de informação relativa ao valor futuro dos outros parâmetros necessários à fórmula: preço do ativo subjacente e taxa de juros livre de risco, são também assumidos os valores de hoje como melhores previsões para os valores do instante seguinte. A tentativa de incorporar um modelo de previsão para estes parâmetros, conforme justificado em Bernales e Guidolin (2012), poderia comprometer a análise isolada da capacidade dos modelos para superfície. Além do que as estratégias empregadas para avaliação econômica dos mesmos são imunes a pequenas variações nos preços do ativo base.

A análise econômica tem como objetivo avaliar a capacidade do modelo em suportar de forma sistemática a realização de operações consistentemente rentáveis, em ambiente real de Mercado. Para cumprir esta proposta, foram estabelecidos parâmetros para negociação de portfólios compostos por ações e opções com base nas previsões diárias de volatilidade implícita para o pregão imediatamente seguinte.

Em cada dia dentro das janelas de previsão descritas anteriormente foram montadas estratégias do tipo delta neutro, comprando ou vendendo opções, simultaneamente à realização do inverso com o ativo subjacente, conforme a previsão fosse de aumento ou queda para σ_i respectivamente. Sendo fundamental neste caso a percepção da relação positiva entre o potencial de ganho das estratégias e a medida MCPDC.

As quantidades de opções em cada posição, definidas pela razão do delta de Black-Scholes: Q/Δ , onde Q representa a quantidade do ativo; na medida em que igualam os deltas negociados à quantidade da ação originam um portfólio delta neutro, insensível a variações de pequena magnitude no preço. Pequenas

dado o caráter instantâneo e de primeira ordem do delta, que se altera em função de mudanças no preço do ativo objeto.

Por isso, a manutenção de um portfólio delta neutro ao longo do tempo requer contínuo rebalanceamento das quantidades pelo quociente do delta neutro. Na intenção de evitar este exercício, cada estratégia foi mantida por um único pregão t , refletindo puramente a compra ou venda de volatilidade implícita. As operações individuais foram então agrupadas em um portfólio de valor V_t , tal que:

$$V_t = \sum_{m \in Q_{t,+}} \left(C_{m,t} * \frac{100}{\Delta_{m,t}} - S_t * 100 \right) - \sum_{m \in Q_{t,-}} \left(C_{m,t} * \frac{100}{\Delta_{m,t}} - S_t * 100 \right) \quad (3)$$

Onde m representa um contrato no subconjunto dos contratos comprados ($Q_{t,+}$) ou vendidos ($Q_{t,-}$) em t ; S_t o preço do ativo subjacente e $\Delta_{m,t}$ o delta da opção m também no instante t .

Devido às distorções entre as cotações dos lotes padrão definidos pela Bolsa e às observadas no mercado fracionário, como regra geral de negociação, foi disponibilizado no instante 1 capital necessário para investimento em 100 (cem) quantidades da ação em cada operação isolada, obtendo-se do delta neutro a quantidade de opções correspondente, e adicionalmente os recursos necessários para cobertura das operações seguintes (W_t). Desta forma, se $V_t < 0$, isto é, se o somatório do custo das posições individuais compradas dentro do portfólio for maior que o das vendidas, então o montante reflete o custo total da compra, caso contrário o crédito recebido na posição global vendida. Os resultados nominais diários são apurados através da equação abaixo, seguindo Bernales e Guidolin (2012):

$$G_{t+1} = \left[\sum_{m \in Q_{t,+}} \left(\left(C_{m,t+1} * \frac{100}{\Delta_{m,t}} - S_{t+1} * 100 \right) - \left(C_{m,t} * \frac{100}{\Delta_{m,t}} - S_t * 100 \right) \right) \right] + \left[\sum_{m \in Q_{t,-}} \left(- \left(C_{m,t+1} * \frac{100}{\Delta_{m,t}} - S_{t+1} * 100 \right) + \left(C_{m,t} * \frac{100}{\Delta_{m,t}} - S_t * 100 \right) \right) \right] \quad (4)$$

Adicionalmente, nos casos de posição global vendida, o crédito recebido – igual a (V_t), foi aplicado por um dia à taxa livre risco. Por conseguinte, o ganho total passa a ser contabilizado como $G_{t+1} + V_t * (\exp(\frac{r_t}{252}) - 1)$.

Com objetivo de aproximar as estratégias da realidade operacional, foram estimados (e levados contra os resultados) custos de transação sobre cada operação realizada pelas Tabelas de custos e emolumentos disponibilizadas pela BM&F Bovespa, bem como faixas de corretagem sugeridas pela mesma instituição (atribuindo sobre estas arbitrariamente um desconto de 70%).

Três regras específicas de negociação foram empregadas: em A, somente operações sobre contratos de médio prazo OTM (região da superfície em que são obtidos os menores erros de previsão do modelo) – sem restrição de número de posições diárias; em B, posições abertas nos dois contratos com maiores potenciais de ganho na venda e na compra e em C, um único contrato negociado por dia, equivalente à operação identificada como a de maior potencial de ganho independente da natureza (venda ou compra). Não foram consideradas restrições para a venda de ativos. Para cada uma destas, o retorno acumulado sobre o patrimônio em um pregão t foi então calculado acumulando-se os ganhos nominais obtidos até este instante sobre o total de aportes realizados até o mesmo momento (com ganho zero nos pregões em que não houve gatilho para montagem). Os resultados de cada estratégia foram comparados com os retornos obtidos por um investimento à taxa livre de risco pelo mesmo período – neste caso acumulado, sem aportes adicionais.