1 Introdução

Tal como publicada no seminal *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, a fórmula de Black e Scholes (1973) representa a base para os estudos sobre precificação de opções. Amplamente explorada por práticos e teóricos de finanças, a equação diferencial parcial de Black e Scholes (BS) – desenvolvida em seu formato original para opções de compra europeias sobre ações sem dividendos, sintetiza conceitos presentes em diversos modelos desenvolvidos posteriormente. Servindo de arcabouço teórico para importantes aplicações como o modelo binomial de Cox, Ross e Rubinstein (1979), o modelo de árvores de volatilidade implícita de Derman e Kani (1994) e árvores binomiais implícitas de Rubinstein (1994), além de outras extensões para opções exóticas e sobre outros ativos e derivativos.

Em contraste ao título da publicação (sobre o qual não pesa a distinção entre preço e valor), Black e Scholes se atém à obtenção em ambiente probabilístico do valor justo (teórico) de uma opção, não confundido com o prêmio cotado em mercado, que equivale ao preço sobre o qual duas partes aceitam negociá-la. Nem sempre justo do ponto de vista de ambas. Suas contribuições, contudo, ultrapassam a obtenção de um preço teórico para as opções. Baseada na hipótese de não arbitragem, a demonstração no contexto da fórmula da possibilidade de proteção de uma posição vendida em opções diante da incerteza sobre o preço futuro da ação é talvez a mais importante delas.

Em BS, sendo possível determinar a variação no prêmio para cada alteração de \$1 no preço do ativo subjacente em um instante t , poder-se-ia então compor e dinamicamente ajustar um portfólio com certa quantidade de ações e títulos capaz de sintetizar, durante o intervalo de tempo até o vencimento, o desembolso relacionado ao cumprimento do exercício sofrido com a posição vendida na opção. Desta forma, o *payoff* na data de vencimento estaria integralmente coberto e o risco relacionado às variações no preço do ativo subjacente isolado. Contando ainda com as propriedades de ser autofinanciável e com custo definido de forma prévia, os princípios desta estratégia, segundo o próprio Black (1989)¹, basearam a formulação do modelo.

¹ “*How We Came Up with the Option Formula,*” Black (1989)

Um dos maiores apelos à utilização prática de BS é a disponibilidade dos parâmetros da equação. Sob certas *condições ideais* de mercado, o modelo propõe que o valor de uma opção dependerá exclusivamente do preço do ativo subjacente, do tempo até o vencimento da opção e de três constantes: o preço de exercício da opção, uma taxa de juros livre de risco e a volatilidade futura do ativo subjacente. Dentre as quais a volatilidade futura é a única não observável e que precisa ser estimada. Sobre isto recai talvez a mais citada das contestações a premissas assumidas no modelo - de que uma ação segue um movimento geométrico browniano com volatilidade σ constante. Da não observância dessa sentença na prática e do desconhecimento sobre o valor futuro do parâmetro decorre a necessidade de estimação, para o que duas abordagens básicas emergem: a da volatilidade histórica e a volatilidade implícita nos prêmios de mercado. Dadas as importantes distinções e implicações relacionadas à escolha entre as alternativas, o debate em torno da maior eficiência de uma sobre a outra tem, no campo dos estudos sobre precificação de opções, grande relevância.

Entendida como aquela que iguala o prêmio de mercado ao preço teórico do modelo, a volatilidade implícita é por vezes defendida sob o argumento de carregar mais informações relevantes quanto ao valor futuro do parâmetro que aquelas contidas em dados passados. Por hipótese, se o mercado é eficiente e há uma cotação disponível para o prêmio da opção, então há neste uma volatilidade implícita que (se a equação de BS estiver correta) reflete as expectativas dos participantes de mercado sobre o valor futuro deste parâmetro contém todo o conjunto de informações relevantes. Não há, todavia, consenso sobre a significância dos ganhos de informação proporcionados pela volatilidade implícita sobre a volatilidade futura. Enquanto trabalhos como os de Poterba e Summers (1986), Day e Lewis (1992), Jorion (1995) e Christensen e Prabhala (1998), defendem a superioridade; outros como Canina e Figlewski (1993) e Lamoureux e Lastrapes (1993) a refutam sob o argumento de ser este um estimador enviesado e ineficiente.

Contrariamente à premissa assumida em Black e Scholes, para cada opção negociada com prazos até o vencimento e preços de exercício diferentes há uma volatilidade implícita associada. O que pode ser uma evidência de que ao menos uma das premissas do modelo está equivocada e ações não seguem um movimento geométrico browniano com volatilidade constante.

A observação de padrões de estrutura na volatilidade implícita associados ao preço de exercício e ao prazo até o vencimento é largamente explorada em estudos sobre apreçamento de opções. Derman e Kani (1994), Dupire (1994) e Rubinstein (1994), por exemplo, demonstram que em dado instante de tempo - para opções com o mesmo tempo até o vencimento e diferentes medidas de *moneyness*², a volatilidade implícita nos contratos apresenta uma assimetria negativa cuja representação gráfica é denominada sorriso de volatilidade. A estrutura a termo da volatilidade, por outro lado, representa a disposição de volatilidades implícitas observadas em contratos de mesmo preço de exercício e diferentes maturidades. A representação conjunta em três dimensões de sorrisos de volatilidade associados às respectivas estruturas a termo é chamada superfície de volatilidade implícita. Toda esta estrutura tende, por sua vez, a variar ao longo do tempo em resposta à divulgação de notícias influenciando as expectativas dos investidores.

Os esforços direcionados à pesquisa de previsibilidade na dinâmica do comportamento da superfície de volatilidade implícita ao longo do tempo têm então sua relevância associada tanto à justa precificação quanto à gestão de risco de portfólios (GONÇALVES e GUIDOLIN, 2006).

A abordagem usualmente proposta para modelagem da superfície de volatilidade implícita consiste na estimação de modelos lineares em função do *moneyness* e do tempo até o vencimento sobre dados de corte transversal para contratos disponíveis em determinado intervalo de tempo. Nesta categoria incluem-se os trabalhos de Dumas, Fleming e Whaley (1998), daqui em diante DFW, Peña *et al.* (1999) e Christoffersen e Jacobs (2004). Os resultados apresentados sob esta metodologia descrevem certa instabilidade nos parâmetros estimados e incapacidade em descrever a dinâmica intertemporal da estrutura. A partir das conclusões apresentadas por Heston e Nandi (2000), que reportaram significativa dependência da trajetória para a volatilidade dos retornos do índice S&P 500, estudos posteriores exploraram propriedades de séries temporais em sua modelagem e analisaram as significâncias estatísticas e econômicas desta

² Representa o quão no dinheiro está uma opção e é definida pela razão entre o preço de exercício da opção e o preço à vista do ativo subjacente; em geral definida como $m \approx \frac{K - S}{S}$, em que R_f é taxa de retorno do ativo livre de risco, T o tempo até o vencimento e S o preço da cotação à vista do ativo objeto da opção.

previsibilidade em decisões de portfólio. Em extensão a DFW, Gonçalves e Guidolin (2006) propõem um modelo em dois estágios, que primeiro estima parâmetros lineares e na sequência aplica vetores autoregressivos para capturar a presença de variação temporal dos coeficientes.

Esta dissertação se aproxima de Gonçalves e Guidolin (2006) (a partir deste ponto, GG) ao utilizar a mesma abordagem para gerar previsões sobre a dinâmica de formação de superfícies de volatilidade implícita das opções sobre ações mais líquidas no mercado brasileiro, para em seguida explorá-las com a realização de operações delta neutro entre ações e opções. Notadamente, opções de Vale (VALE5), Petrobrás (PETR4), OGX Petróleo (OGXP3) e ItauUnibanco (ITUB4).

Face à observação de importantes distinções, em termos de liquidez de contratos – tanto em *moneyness*, quanto em prazo até o vencimento, entre o mercado brasileiro de opções e o mercado americano de opções sobre índice S&P, restrições são impostas a fim de permitir a análise das significâncias estatísticas e econômicas dos resultados observados na montagem das operações em ambiente de mercado.

A sequência do trabalho está organizada da seguinte forma: o capítulo 2 traz a revisão da literatura sobre volatilidade implícita em BS e as abordagens para modelagem de sua superfície; o capítulo 3 contém a metodologia aplicada no tratamento dos dados, estimação e análise do modelo. O capítulo 4 analisa em termos estatísticos e econômicos os resultados da modelagem, na aplicabilidade em ambiente de negociação e, por fim, o capítulo 5 conclui expondo as implicações práticas, limitações, considerações finais e sugestões para pesquisas futuras na linha da apresentada.