

2

ESTUDO DO RISCO DE PREVISÃO DO PREÇO DA ENERGIA ELÉTRICA USANDO A TEORIA DE VALORES EXTREMOS

2.1

Introdução

As organizações dos vários mercados mundiais de energia elétrica têm passado por várias mudanças nos últimos anos, de forma geral a partir dos anos 90 (Weron, 2006). Pode-se dizer que estes mercados têm sido organizados em duas formas diferentes: na forma de coligações (do inglês *pools*) ou na de bolsas (do inglês *exchanges*). Embora ambos os sistemas tenham suas características particulares, nos dois casos os preços da energia elétrica estão sujeitos às características estilizadas deste tipo de energia, notadamente, picos e sazonalidade (Weron, 2006; Pilipovic, 2007).

A literatura apresenta um grande número de trabalhos com alternativas de modelagem dos preços da energia elétrica (Blanco *et al.*, 2003; Gençay e Selçuk, 2004; Jaillet *et al.*, 2004; Byström, 2005; Cartea e Figueroa, 2005; Chan e Gray, 2006; Aydm, 2010; Haugom *et al.*, 2010). Em geral, a modelagem utilizada parece dividir-se em dois grupos de acordo com o objetivo do trabalho empreendido: a opção por modelos baseados em difusão com reversão à média e saltos quando se pretende apreçar derivativos dos contratos de energia elétrica, ou seja, nas situações em que o percurso até determinado ponto é importante, ou modelos auto-regressivos e de média móvel (ARMA), conjugados ao tratamento estocástico da volatilidade, quando se pretende realizar algum tipo de previsão do seu valor final (Guang *et al.*, 2005).

No caso do nosso trabalho, estamos interessados em avaliar o risco associado à previsão dos preços da energia elétrica, ou seja, o risco de uma determinada previsão. Desta forma, procuramos utilizar o segundo método apontado acima, qual seja a modelagem dos preços de energia elétrica através de um modelo ARMA, este associado ao tratamento heterocedástico da volatilidade. Como o ativo em questão apresenta uma grande sazonalidade, também será incluído um tratamento especial desta característica, desta forma tornando o modelo num SARMA/SARIMA, dependendo da estacionaridade ou não dos preços observados.

Como foi dito acima, as diversas formas de previsão, por mais sofisticadas que sejam, não permitem um acerto perfeito e sempre acontecem diferenças entre estas e os preços reais (Aggarwal *et al.*, 2009).

Assim, o que se pretende é ser capaz de modelar estes resíduos, leia-se “erros” de previsão, associados a um determinado ativo e ao procedimento de modelagem utilizado, a fim de se prever o erro/risco incorrido no processo, utilizando uma previsão simples e que seja utilizável facilmente por qualquer.

Este trabalho se destaca de outros de previsão de preços de energia elétrica em que aqui admitimos que a previsão não será precisa, e buscamos avaliar qual o seu erro e como quantificá-lo, de forma a minimizar prejuízos.

A principal pergunta de pesquisa deste trabalho pode ser enunciada através da seguinte questão: “qual a melhor forma de se avaliar o erro de previsão associado aos preços da energia elétrica?”. Como consequência, é preciso avaliar se, dado um determinado horizonte temporal das negociações nos mercados desenvolvidos de energia elétrica, existe diferença em se basear previsões em dados obtidos com diferentes frequências.

Na realidade, a segunda questão encerra uma dúvida sobre a necessidade ou não de se utilizar os chamados dados de alta-frequência, que são aqueles obtidos através do monitoramento de uma variável em intervalos inferiores ao diário, que pode apresentar vantagens em várias situações (Andersen, Torben G e Bollerslev, Tim, 1997; Corsi *et al.*, 2001;

Jones, 2003; Higgs e Worthington, 2004; Martens e Zein, 2004; Andersen *et al.*, 2005; Baillie *et al.*, 2007; Aït-Sahalia *et al.*, 2011; Ullrich, 2012).

O que se pode observar é que os dados baseados numa periodicidade intra-diária horária podem explicitar uma grande volatilidade do ativo, ao passo que ao serem utilizados dados de frequência apenas diária, esta volatilidade pode ser simplesmente amortecida, e mesmo ignorada, a exemplo do que foi visto por outros autores (Andersen, Torben G. e Bollerslev, Tim, 1997; Higgs e Worthington, 2004; Garcia *et al.*, 2005; Soares e Medeiros, 2008).

Entretanto, gostaríamos de evidenciar este fato acima de qualquer dúvida razoável; assim, executamos todo um procedimento inicial (descrito nas próximas seções) utilizando dados de periodicidade diária e, a seguir, o repetimos com dados intra-diários de periodicidade horária.

Assim, buscando trabalhar com dados que permitissem observar os efeitos sobre a volatilidade descritos acima, ao mesmo tempo em que desejávamos manter uma relação com o funcionamento do mercado de energia elétrica do Brasil, optamos por utilizar os preços do mercado norte-americano PJM (Pjm, 2011), organizado em pool semelhantemente ao mercado brasileiro.

Em oposição ao brasileiro, a matriz de geração e o tamanho do PJM são significativamente diferentes do mercado brasileiro, embora esta seja apenas uma organização regional nos EUA. Por outro lado, o PJM está em contínua evolução, com novos associados sempre entrando no sistema e sua abrangência sendo cada vez maior. A grande utilidade deste mercado, em nosso caso, é que a sua monitoração de preços é feita de forma horária há bastante tempo.

A partir da modelagem empregada, nós utilizaremos a distribuição esperada dos preços para calcular o risco associado às operações baseadas naquela previsão. Talvez a ferramenta atualmente mais usada para se medir risco seja o *VaR* (Alexander, 2008; Damodaran, 2012), que ganhou grande projeção a partir do trabalho do banco J.P. Morgan, em meados da década de 90 (Finger *et al.*, 2001). Mais recentemente, tem havido crescente interesse no chamado *VaR* condicional ou *CVaR*, que considera não somente o ponto onde o valor ao risco atinge um

determinado limite, mas também qual pode ser o tamanho da perda incorrida dado que um determinado valor ao risco é superado. Além disso, o *CVaR* é uma medida que apresenta propriedades não existentes no *VaR* simples, fazendo daquela uma medida coerente (Philippe Artzner *et al.*, 1997).

Nas próximas seções há discussões mais detalhadas sobre estas métricas, mas é importante ressaltar que estas são medidas úteis apenas quando na presença de distribuições de resultados, sejam estes resultados observados ou previstos.

Na medida em que estas distribuições de resultados apresentam características de distribuições normais ou não, o valor destas métricas de risco devem ser calculadas de formas diferentes, e podem ser mais ou menos úteis ao investidor que as usa para avaliar sua estratégia de investimento.

Alguns ativos têm distribuições de retornos bastante próximas à normal, enquanto outros ativos apresentam distribuições extremamente não normais, com caudas longas e pesadas; entre estes últimos ativos podemos listar os preços da eletricidade.

Para estes casos, a Teoria dos Valores Extremos (EVT), é bastante usada nas atividades ligadas a seguros, isto é, no tratamento dos acontecimentos com baixas probabilidades (Embrechts *et al.*, 2008), e o seu uso no caso de ativos financeiros aparece no trabalho seminal de McNeil & Frey (Mcneil e Frey, 2000). Desde então vários são os trabalhos que fazem uso desta teoria adaptando-a para os ativos reais.

No presente trabalho, utilizaremos a Teoria de Valores Extremos para modelar os resíduos da previsão dos retornos dos preços de energia elétrica e, comparando-os com os resultados efetivamente observados, avaliaremos o uso do *VaR* e *CVaR* como métricas para a avaliação do risco incorrido nestas previsões, em situações de probabilidades extremas, vale dizer, acima de 98%.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na seção 2 será apresentada uma breve revisão teórica, seguida da metodologia empregada na seção 3, resultados obtidos e discussão destes na seção 4 e, finalmente, conclusões e sugestões para na seção 5.

2.2 Referencial Teórico

Nesta seção abordaremos aspectos teóricos relativos a dois pontos principais, quais sejam, métricas de risco VaR e $CVaR$, a Teoria de Valores Extremos e a aplicação desta teoria através da metodologia POT (*Points Over Threshold*).

As métricas de risco VaR e $CVaR$ são baseadas na distribuição de valores da variável que se quer estudar, para o que é necessário que disponhamos de uma distribuição destes valores, seja empírica ou modelada de alguma forma.

A Teoria de Valores Extremos, como o próprio nome explicita, é uma teoria que busca tratar os valores nas extremidades de uma distribuição; dessa forma pode-se fazer o uso da segunda para que se possa investigar o comportamento da primeira, tudo no arcabouço que se está estudando.

2.2.1 VaR e $CVaR$

O modelo de valor ao risco, VaR , é um modelo que foi desenvolvido a partir da exigência de um CEO do banco JP Morgan, no final dos anos 1980, de que lhe fosse feito um relatório diário explicando os riscos a que o banco estaria exposto em suas atividades. Em meados dos anos 1990, o banco publicou um documento no qual listava sua metodologia de gerenciamento de risco (Finger *et al.*, 2001).

Posteriormente, essa metodologia foi estendida e incorporada às requisições do que é conhecido como Acordo de Basiléia I, em 1988 (Bank_for_International_Settlements, 2012).

O VaR , resume o pior valor possível que pode ser atingido, dado um horizonte de tempo, que irá permitir a construção de uma distribuição de valores, e desde que explicitado um nível de confiança

O VaR , como foi inicialmente apresentado, depende de uma hipótese subjacente de normalidade da distribuição de valores.

Como em diversas situações a distribuição de retornos dos ativos não é exatamente normal, esse afastamento da hipótese básica têm suscitado intenso debate e inúmeras críticas (Philippe Artzner *et al.*, 1997; Artzner *et al.*, 1999; Alexander, 2008).

Assim, o VaR_α para uma determinada distribuição de valores num intervalo de tempo t (com $t_{inicial} \leq t \leq t_{final}$), e a um nível de confiança $(1-\alpha)$, pode ser traduzido pela seguinte equação (2-1), que calcula a probabilidade de que um retorno r_t seja menor ou igual ao VaR_α (Gençay e Selçuk, 2004):

$$VaR_\alpha = F^{-1}(1 - \alpha) \quad (2-1)$$

onde F é a função de distribuição

No caso do cálculo do VaR para um determinada distribuição, se está disponível um gráfico desta distribuição, a determinação do VaR também pode ser feita diretamente, através da verificação do valor para o percentil desejado.

Uma alternativa ao VaR , praticamente sua complementação, é o chamado Var condicional ou $CVaR$, também conhecido como perda esperada na cauda ETL (Alexander, 2008), que procura responder a questão sobre “qual é o valor esperado da perda incorrida, dado que o VaR é atingido”, expresso conforme abaixo (admitindo que $VaR_\alpha = -x_\alpha$):

$$CVaR_\alpha = E(r|r < x_\alpha) \quad (2-2)$$

Considerando que o $CVaR$ é uma expectativa condicional de um valor, ele deve ser obtido pela integração de todos os valores da distribuição que atenderem a condição $r < x_\alpha$, ou $P(r < x_\alpha)$. Mas, por hipótese, $P(r < x_\alpha) = \alpha$, e admitindo que a distribuição de r tem a função de densidade $f(r)$, temos a equação (2-3):

$$CVaR_\alpha = -\frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{x_\alpha} x f(x) dx \quad (2-3)$$

De forma análoga ao VaR para um determinada distribuição, se esta está disponível na forma de um gráfico de valores históricos ou modelados, a determinação do $CVaR$ também pode ser feita diretamente, através da integração numérica, sobre o gráfico, do valor especificado pela fórmula anterior.

No caso de uma distribuição normal, os valores de VaR e $CVaR$ são calculados através da equações (2-4) e (2-5) (Alexander, 2008):

$$VaR_\alpha = -(\hat{\mu} + z_\alpha \hat{\sigma}) \quad (2-4)$$

$$CVaR_\alpha = \frac{1}{\alpha} \varphi\left(\frac{1}{\Phi(\alpha)}\right) \sigma_\alpha - \hat{\mu} \quad (2-4)$$

onde $\hat{\mu}$ é a média calculada

$\hat{\sigma}$ é o desvio padrão calculado

z é o valor de z-padrão

α é o nível de significância desejado

$\varphi(x)$ é a função de dist. de densidade normal padrão

$\Phi(x)$ é a função de distribuição cumulativa normal padrão

2.2.2

Teoria dos Valores Extremos

Adiante exporemos resumidamente pontos da Teoria de Valores Extremos, uma teoria desenvolvida para tratar de máximos (ou mínimo), isto é, valores na extremidade das distribuições, que são pertinentes à metodologia e que dão fundamento ao trabalho aqui desenvolvido.

Por outro lado, uma teoria que trata de máximos, forçosamente tem que definir o que será entendido como máximo, ou seja, a partir de qual ponto um valor passa a ser considerado um máximo.

Nesta hora é que se recorre à metodologia conhecida como *POT*, que significa “pontos além de um limite”, com práticas e recursos próprios e bem definidos, que veremos adiante.

2.2.2.1

O Teorema de Fisher-Tippet

A Teoria dos Valores Extremos trata de máximos, e todo o seu arcabouço baseia-se na hipótese básica da coleção de valores apresentar as características conhecidas como *iid*, ou seja, que os valores sejam *independentes e identicamente distribuídos*.

Neste caso, assumindo que existam as variáveis x_1 a x_n , que sejam *iid* e cuja função de distribuição seja F , façamos $m_n = \max(x_1, \dots, x_n)$.

Agora, suponhamos que existam as constantes $a_n > 0$ e b_n , que são normalizadoras da seguinte forma:

$$Pr\left(\frac{m_n - b_n}{a_n} \leq y\right) = F^n(a_n y + b_n) \rightarrow G(y), \text{ com } n \rightarrow \infty \quad (2-6)$$

onde $y \in R$,

G é a função de distribuição

De acordo com o Teorema de Fisher-Tippet (Fisher e Tippett, 1928), a função G pertence a uma categoria de funções (Fréchet, Gumbel ou Weibull) paramétricas generalizadas, chamada de distribuição Generalizada de Valores Extremos (*GEV*), que é dada pela fórmula a seguir:

$$G(y) = \exp\left[-\left(1 + \xi \frac{y - \mu}{\sigma}\right)_+^{-\frac{1}{\xi}}\right] \quad (2-7)$$

onde μ, ξ, σ são parâmetros de localização, forma e escala
 $\sigma > 0$,
 $a_+ = \max(a, 0), \forall a \in R$

É interessante ressaltar que a GEV, de fato, inclui as conhecidas distribuições de Fréchet, Gumbel e Weibull, assumindo cada uma destas conhecidas formas na medida em que o parâmetro de forma ξ assume valores específicos:

- distribuição de Fréchet quando $\xi > 0$;
- distribuição negativa de Weibull quando $\xi < 0$; e
- distribuição de Gumbel no limite quando $\xi \rightarrow \infty$.

Este resultado permitiu que fosse mostrado (Pickands *lii*, 1975) que a distribuição limite dos excessos normalizados acima de um limite μ , quando este limite se aproxima do limite final μ_{final} da variável sendo observada, esta distribuição é a Distribuição de Generalizada de Pareto (GPD). Assim, se a variável x origina a equação (2-6), temos que:

$$Pr[x \leq y | x > \mu] \rightarrow H(y), \text{ com } \mu \rightarrow \mu_{final} \quad (2-8)$$

e

$$H(y) = - \left(1 + \xi \frac{y - u}{\sigma} \right)_+^{-\frac{1}{\xi}} \quad (2-9)$$

onde μ, ξ, σ são parâmetros de localização, forma e escala
 $\sigma > 0$,
 $a_+ = \max(a, 0), \forall a \in R$

Este é o resultado que, na prática, origina a modelagem de pontos além de um limite (*POT-points over threshold*) através de uma distribuição GPD (Ribatet, 2011).

Naturalmente, para haver uma modelagem do tipo *POT*, é necessário que se encontre um limite apropriado a partir do qual estes excessos (pontos além do limite) sejam calculados, de forma a obter os valores para os pontos dessa modelagem.

A forma de se calcular estes valores extremos, dada uma distribuição de variáveis x_1 a x_n , e considerando que estes valores fazem

parte da área de risco de interesse onde $Pr[x \leq \alpha]$, é tomar os excessos acima de um certo limite u .

Toda a literatura consultada é unânime em dizer que a determinação deste limite é difícil, justamente porque os métodos de definição deste valor limite usam a aproximação assintótica definida pela equação (2-8).

Assim, o que estamos realmente tentando encontrar é um limite para o qual a distribuição assintótica H , dada pela equação (2-9) seja uma boa aproximação.

2.2.2.2

POT – Determinação do Limite

Vários métodos são sugeridos na literatura para a determinação de um limite apropriado.

Uma das formas de análise dos dados é através do **gráfico de escolha de limite - tcplot** (Ribatet, 2011). Segundo o manual *A User's Guide to the POT Package* (Ribatet, 2011), esta análise baseia-se na consideração de que se a distribuição X de valores é tal que $X \sim GP(\mu_0, \sigma_0, \xi_0)$, e se houver outro limite $\mu_1 > \mu_0$, a variável aleatória $X|X > \mu_1$ também é $GP(\mu_1, \sigma_1, \xi_1)$ com parâmetros atualizados $\sigma_1 = \sigma_0 + \xi_0(\mu_1 - \mu_0)$ e $\xi_1 = \xi_0$.

Assim, com a transformação $\sigma_* = \sigma_1 + \xi_1 \mu_1$ poderemos plotar σ_* e ξ_1 , que devem ser constantes, em função de qualquer $\mu_1 > \mu_0$, admitindo que μ_0 era um limite apropriado, em primeiro lugar.

Com esta representação gráfica, estamos procurando o ponto a partir do qual onde os gráficos mostrem linhas horizontais (constantes).

Outra opção para seleção do limite apropriado é o gráfico conhecido como **gráfico da vida média residual - mrlplot**. Os leitores são indicados à leitura do manual *A User's Guide to the POT Package* (Ribatet, 2011), que apresenta uma excelente explicação da teoria por trás desse gráfico.

Neste momento é suficiente dizer que estamos procurando um ponto a partir do qual se possa considerar o gráfico como uma linha horizontal constante.

Dentre as outras ferramentas disponíveis também podemos destacar o **gráfico da função da média de excessos da amostra – MEF** que pode ser definida pela fórmula (2-10) (Gençay e Selçuk, 2004):

$$e_n(\mu) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)}{\sum_{i=1}^n C_{\{x > \mu\}}} \quad (2-5)$$

onde x_i é o valor da variável.

μ é o limite considerado,

C é um contador

Esta função calcula a soma dos excessos acima do limite μ dividido pelo número de ocorrências acima deste limite. Se o gráfico da MEF empírica for uma linha reta com inclinação positiva, a partir de um certo limite, isto é uma indicação de que os dados seguem uma GPD com um parâmetro de forma positivo.

Neste caso estamos procurando um ponto a partir do qual esta inclinação positiva seja constante.

Quando uma distribuição GPD foi ajustada aos valores históricos na forma descrita acima, tanto o VaR como o $CVaR$ podem ser calculados de acordo com as equações abaixo (Alexander, 2008):

$$VaR_\alpha = u + \frac{\beta}{\xi n^\xi} \left(\left(\frac{n_u}{(1-\alpha)} \right)^\xi - n^\xi \right) \quad (2-6)$$

$$CVaR_\alpha = VaR_\alpha + \frac{\beta + \xi VaR_\alpha}{1 - \xi} \quad (2-7)$$

onde u é um limite arbitrário

β é o parâmetro de escala da GPD

α é a significância e $(1 - \alpha)$ é o nível de confiança

ξ é o parâmetro de forma (de cauda) da GPD

n é o número de observações na amostra

n_u é o número de observações maiores do que o limite u

2.3 Metodologia

A seção de Metodologia está dividida em quatro partes, que são apresentadas separadamente e sobre as quais fazemos observações e comentários específicos;

- observação dos preços;
- cálculos dos retornos destes preços;
- modelagem dos retornos;
- tratamento dos resíduos.

Com efeito, numa primeira fase do tratamento dos dados tentaremos observar os preços e eventuais diferenças e semelhanças que possam existir em função de duas frequências de observação, os preços diários e os intra-diários,

Após a observação dos preços, iremos decidir como tratá-los, pois o que realmente nos interessa não são os valores absolutos, em si, mas a capacidade de ganhos e perdas em decorrência destes. Isso implica que, de alguma forma precisaremos calcular os retornos destes.

Em seguida faremos a modelagem destes preços que, como já sabemos, incorporarão erros, o que fará com que existam resíduos entres os valões observados e o os previstos.

Por último, faremos a modelagem dos resíduos de previsão.

2.3.2 Observação dos Preços

No caso dos preços em frequência diária, em primeiro lugar foi necessário que os preços horários observados, fossem convertidos em preços diários. Para esta conversão foi utilizada a média diária destes preços e, no caso das trocas de horário de inverno e verão, o próprio sistema do PJM já compensa a perda/ganho de uma hora no dia da troca, sendo esse problema uma preocupação a mesmo deste estudo. Em todo esse estudo, a unidade de preços está expressa em US\$/MWh.

Por outro lado, como todo sistema automático de registro, acreditamos que possam ter acontecido erros de registro dos preços no intervalo de 1.642 dias seguidos, desde 01/jan/2007 a 30/jun/2011. O próprio intervalo de tempo definido como de observação foi escolhido de forma a minimizar o número de falhas neste sistema de registro: assim, ao invés de se utilizar todos os dados disponíveis desde 2003, o intervalo definido foi o citado. Mesmo assim, este intervalo incluiu 39.408 preços horários observados.

Um exame casual dos resultados obtidos pela média simples e por outra média expurgando-se valores de preços inferiores a 2 US\$/MWh mostra o resultado apresentado na Tabela 2-1.

Tabela 2-1 – Comparação de preços diários médios

média simples	média ">2" ¹	% diferença ²	dif. média ³
50,76	50,98	6,9%	9,3%

¹ "média >2" = considerados apenas preços acima de 2

² "% diferença" = número de diferenças/número de médias

³ "dif. média" = média das diferenças

Com estes resultados, isto é, as diferenças entre as médias tão pequenas (da ordem de 0,4%) e tanto o percentual total de diferenças quanto a diferença média inferiores a 10%, decidiu-se por considerar todas as médias simples de preços, ainda que se saiba que algumas delas contêm erros que não se pode identificar.

As estatísticas descritivas para esta série de preços estão apresentadas na Tabela 2-1, abaixo:

Tabela 2-1 – Estatísticas descritivas da série de preços diários (\$/MWh)

mínimo	1ºquartil	mediana	média	3ºquartil	máximo	assimetria	curtose	variância
17,09	35,85	45,86	50,76	61,14	196,40	1,5779	7,3248	417,92

No caso dos preços intra-diários, isto é, aqueles registrados com frequência horária, os dados foram observados no mesmo intervalo, de forma a manter a base de comparação do mesmo fenômeno, o preço da energia elétrica.

Neste caso a preocupação é relativa a ocorrência de preços zero, ou mesmo negativos! Embora estas observações tenham sido muito poucas para representar uma grande preocupação, ou exatamente 166

ocorrências em 39.408 observações (0,42%); ainda assim existem trabalhos que comentam a existência de preços negativos de energia elétrica (Sewalt e Jong, 2003; Denholm e Sioshansi, 2009; Genoese *et al.*, 2010; Eia, 2012) que, no mínimo, traduzem a dificuldade das geradoras em desligar seus equipamentos em períodos de muito baixa carga, apenas para religá-los mais tarde, em função de uma demanda mais elevada.

As estatísticas descritivas para esta série de preços pode ser vista na Tabela 2-2.

Tabela 2-2 – Estatísticas descritivas da série de preços intra-diários (\$/MWh)

mínimo	1º quartil	mediana	média	3º quartil	máximo	assimetria	curtose	variância
-47,70	31,06	40,18	50,74	60,32	768,40	3,3921	36,5680	1051,23

Como pode ser claramente observado pela comparação da Tabela 2-3 e Tabela 2-4, os mesmos preços da energia elétrica, ou melhor, as observações dos preços de energia elétrica para o mesmo período

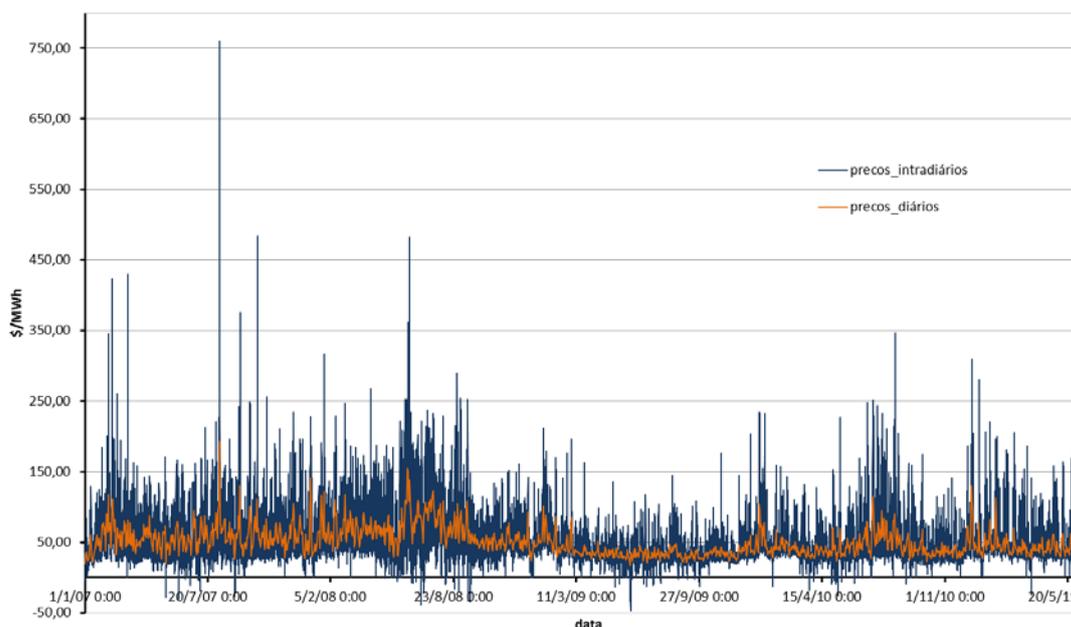


Figura 2-1 – Preços diários e intra-diários

tiveram suas variâncias (volatilidade) totalmente atenuadas, aliás como era de se esperar (Andersen, Torben G. e Bollerslev, Tim, 1997; Andersen *et al.*, 2003), pelo fato das observações intra-diárias terem sido passadas para diárias.

Este fato pode ser melhor visto na Figura 2-1 que mostra os preços diários e intra-diários superpostos no mesmo gráfico, em tonalidades diferentes. É fácil observar o comportamento muito mais extremo dos preços registrados a partir de observações intra-diárias.

O fato acima estilizado nos permite inferir que as observações de variáveis de preço devem ser feitas com a mesma unidade de tempo que se pretende utilizar em negociações, a fim de se evitar o possível mascaramento da sua volatilidade.

2.3.3 Cálculo dos Retornos

A literatura sobre os preços e os retornos de preços normalmente convergem no tratamento dos retornos de ativos financeiros como preços de ações, onde é usado o retorno logarítmico definido de acordo com a equação (2-8) (Mcneil e Frey, 2000; Gençay e Selçuk, 2004):

$$ret_t = \ln\left(\frac{x_t}{x_{t-1}}\right) = \ln(x_t) - \ln(x_{t-1}) \quad (2-8)$$

onde x_t é o preço da energia elétrica no instante t ,
 x_{t-1} é o preço da energia elétrica no instante $t-1$,
 ret_t é o retorno no instante t

No caso dos preços de energia elétrica há divergências, havendo autores que utilizam os retornos percentuais e outros que usam os retornos logarítmicos descritos acima. Os retornos percentuais são calculados na forma da Equação (2-9) (Byström, 2005; Gong *et al.*, 2009).

$$ret_t = \left(\frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}}\right) \quad (2-9)$$

onde x_t é o preço da energia elétrica no instante t ,
 x_{t-1} é o preço da energia elétrica no instante $t-1$,
 ret_t é o retorno no instante t

Neste trabalho os retornos logarítmicos foram escolhidos, ao invés dos retornos percentuais, por quatro razões principais:

- a esmagadora maioria dos trabalhos com ativos financeiros usa os retornos logarítmicos;
- os retornos logarítmicos justificam-se pela continuidade, quando o intervalo de tempo, no limite, tende a zero;
- os retornos logarítmicos surgem do limite dos retornos percentuais quando o intervalo de tempo tende a zero;
- como os retornos percentuais são calculados havendo uma mudança de base, há uma conseqüente distorção de volatilidade na subida e descida dos preços.

Uma desvantagem dos retornos logarítmicos poderia ser o fato desta função não ser definida para valores menores do que zero. Entretanto, como já foi visto acima, os preços observados neste trabalho são, em sua maioria, maiores do que zero, eliminando este problema: entre preços efetivamente zerados ou negativos e dados faltantes, ocorreram apenas 280 (em 39.407) em os log retornos não puderam ser calculados.

Outra particularidade advém da necessidade de se usar uma modelagem da volatilidade destes preços observando a diferença entre sua subida e descida (no máximo -100% na volta), o que obriga a utilização de modelos de volatilidade assimétrica.

2.3.4 Modelagem dos Retornos

Os retornos dos preços foram modelados de forma a endereçar a pergunta de pesquisa, pois é necessário que um erro de previsão seja calculado a partir de alguma previsão e sua comparação com os valores efetivamente observados.

Assim os retornos foram previstos usando-se um método bastante comum e simples de previsão, de forma a simular um procedimento simples e de fácil implementação, qual seja através de um modelo ARMA, ao qual se incorpora um tratamento de sazonalidade. De qualquer forma,

a literatura é unânime em concordar que a previsão dos preços é extremamente difícil e falha.

Para que tal modelagem fosse utilizada, era necessário que a série de retornos dos preços fosse estacionária (Pindyck e Rubinfeld, 1998; Brooks, 2008); para esta determinação foram efetuados testes de estacionaridade e de raiz unitária, com os resultados mostrados na Tabela 2-3.

Tabela 2-3 – Testes de Estacionaridade – retornos de preços diários

Hipótese Nula: RETORNOS é estacionária		
		Estat.-LM
Estatística de teste de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin		
		0,076447
Valores críticos assintóticos*:		
	nível de 1%	0,739000
	nível de 5%	0,463000
	nível de 10%	0,347000
*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Tabela 1)		
Hipótese Nula: RETORNOS tem raiz unitária		
	Estatística-t	Prob.*
Estatística de Dickey-Fuller aumentado		
	-26,99378	0,0000
Valores críticos de teste*:		
	nível de 1%	-3,434147
	nível de 5%	-2,863104
	nível de 10%	-2,567650

* valores-p para um lado MacKinnon (1996).

Os mesmos testes foram efetuados para a série de retornos de preços de observações intra-diárias, com os resultados apresentados na Tabela 2-4.

Tabela 2-4 – Testes de Estacionaridade – retornos de preços intra-diários

Hipótese Nula: LN_RET é estacionária		
		Estat.-LM
Estatística de teste de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin		
		0,066510
Valores críticos assintóticos*:		
	nível de 1%	0,739000
	nível de 5%	0,463000
	nível de 10%	0,347000
*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Tabela 1)		
Hipótese Nula: LN_RET tem raiz unitária		
	Estatística-t	Prob.*
Estatística de teste Dickey-Fuller aumentado		
	-32,12684	0,0000
Valores críticos de teste*:		
	nível de 1%	-3,430346
	nível de 5%	-2,861423
	nível de 10%	-2,566748

* valores-p para um lado MacKinnon (1996).

Desta forma foi possível seguir adiante com a modelagem dos retornos através de um modelo ARMA com sazonalidade incorporada, conforme indicado anteriormente.

Tanto no caso da modelagem dos dados diários, quanto na dos dados de frequência intra-diária, conforme a abordagem descrita acima, foi usado o software Eviews 7 (Qms/lhs, 1994).

A razão da escolha deste software recaiu sobre a sua grande facilidade no manuseio de dados, tanto na criação da série de retornos logarítmicos quanto no ajuste de um modelo ARMA com considerações sazonais das variáveis, restando apenas tratar os casos de valores faltantes, como no caso de preços zero ou negativos, quando da criação dos log-retornos.

Tabela 2-5 – Teste de Efeitos ARCH para Retornos Diários

Teste de Heterocedasticidade: ARCH

Estatística-F	36,05775 Prob. F(1,1638)	0,0000
Obs*R-quadrado	38,95349 Prob. Chi-quadrado(5)	0,0000

Em ambos os casos fomos guiados pelo princípio da parcimoniosidade e com o auxílio dos critérios de informação, seguindo técnicas indicadas na literatura (Brooks, 2008). Além disso, optou-se pela utilização de erros amostrados a partir de uma distribuição aleatória *t-student*, conforme indicado pela distribuição não normal dos preços energia elétrica.

A exemplo de Mcneil e Frey (2000), Gençay e Selçuk (2004), Byström (2005), Chan e Gray (2006) e Gong *et al.* (2009), os retornos são filtrados por através de um modelo GARCH que busca capturar a heterocedasticidade apresentada pela série, de forma a produzir retornos que sejam *iid*, conforme requer a hipóteses básica da EVT.

Naturalmente, esta filtragem GARCH deve ser aplicada se os retornos apresentarem indícios de efeitos ARCH, o que foi testado

Tabela 2-6 – Teste de Efeitos ARCH para Retornos Intra-diários

Teste de Heterocedasticidade: ARCH

Estatística-F	5096,190 Prob. F(1,39404)	0,0000
Obs*R-quadrado	4512,800 Prob. Chi-quadrado(5)	0,0000

conforme sugerido por Brooks (2008). Abaixo apresentamos os resultados deste teste para as duas séries:

Como pode ser visto na Tabela 2-5 e Tabela 2-6, as estatísticas finais dos testes são fortemente significantes para ambas as séries, indicando a presença de heterocedasticidade em ambos os casos.

Esta constatação justifica amplamente proceder à filtragem dessas séries antes de se tentar sua modelagem via EVT, como foi indicado acima, após o que são apresentados os resultados para a filtragem das séries de retornos diários e também dos retornos intra-diários, na Tabela 2-7 e Tabela 2-8.

Tabela 2-7 – Modelagem dos Retornos Diários

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0,333923	0,024199	-13,79880	0,0000
AR(2)	0,363283	0,046405	7,828496	0,0000
AR(3)	-0,106342	0,026923	-3,949816	0,0001
SAR(7)	0,965667	0,009124	105,8404	0,0000
MA(2)	-0,744978	0,036655	-20,32394	0,0000
SMA(7)	-0,945957	0,020522	-46,09559	0,0000
SMA(21)	0,056763	0,017521	3,239666	0,0012
Variance Equation				
C	0,000987	0,000404	2,442039	0,0146
RESID(-1)^2	0,062652	0,014169	4,421809	0,0000
GARCH(-1)	0,917023	0,018807	48,76061	0,0000
T-DIST. DOF	9,261647	1,607437	5,761749	0,0000
R-quadrado	0,213373	R-quadrado ajustado	0,210468	

* onde $AR(x)$ representa um termo auto-regressivo de ordem x , $MA(x)$ um termo de média-móvel de ordem x , $SAR(x)$ um termo auto-regressivo sazonal de ordem x e SMA um termo sazonal de média-móvel de ordem x

2.3.5 Tratamento dos Resíduos

Dentro do objetivo de avaliar os riscos incorridos nas previsões dos retornos, é necessário determinar os resíduos para cada uma das

Tabela 2-8 – Modelagem dos Retornos Intra-diários

$$\text{RETORNOS} = \text{AR}(1) + \text{AR}(24) + \text{AR}(168) + \text{MA}(1) + \text{SMA}(24) + \text{SMA}(168)$$

$$\text{GARCH} = \text{C}(7) + \text{C}(8) * \text{RESID}(-1)^2 + \text{C}(9) * \text{GARCH}(-1)$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0,025949	0,001308	19,83920	0,0000
AR(24)	0,814107	0,012382	65,74808	0,0000
AR(168)	0,126761	0,010673	11,87704	0,0000
MA(1)	-0,335032	0,005133	-65,27512	0,0000
SMA(24)	-0,763739	0,013582	-56,23341	0,0000
SMA(168)	-0,098234	0,009736	-10,08935	0,0000
Variance Equation				
C	0,017751	0,000930	19,07850	0,0000
RESID(-1)^2	1,026721	0,058321	17,60466	0,0000
GARCH(-1)	0,383382	0,009762	39,27318	0,0000
T-DIST. DOF	2,591485	0,040951	63,28297	0,0000
R-quadrado	0,238060	R-quadrado ajustado	0,237963	

** onde AR(x) representa um termo auto-regressivo de ordem x, MA(x) um termo de média-móvel de ordem x, SAR(x) um termo auto-regressivo sazonal de ordem x e SMA um termo sazonal de média-móvel de ordem x*

previsões feitas e estabelecer o valor das métricas de risco escolhidas, VaR e CVaR.

Como estamos interessados na área de perdas, estamos interessados em resíduos negativos, pois os resíduos são calculados como sendo a diferença entre o valor efetivamente observado e o valor da sua previsão de acordo com a modelagem utilizada.

Por uma questão de coerência com os métodos utilizados, vamos inverter os sinais dos resíduos obtidos e calcular os valores de risco na cauda positiva, ou seja, nas perdas!

A seguir estes são modelados utilizando-se uma abordagem por aproximação da distribuição através de uma curva normal e, em seguida a mesma rotina é feita, desta vez com a abordagem através da Teoria dos Valores Extremos.

Tendo determinado os parâmetros de cada um dos dois tipos de distribuição ajustada, os valores de VaR e CVaR podem ser determinados facilmente, conforme mostrado na seção sobre VaR e CVaR, no Referencial Teórico.

Neste trabalho, para ambos os casos dos valores diários e intra-diários, tanto para o caso da distribuição empírica como da aproximação

normal foram usados métodos numéricos, enquanto para o caso da aproximação por GPD foram usadas as equações (2-6) e (2-7), numa determinação analítica.

2.3.4.1 Resíduos Diários

Os resíduos diários foram analisados quanto a condição de *iid*, hipótese básica para uma abordagem usando a modelagem de acordo com a EVT.

A respeito da série de retornos diários, através de seus correlogramas mostrados na Figura 2-2, fica claro que estes valores estão bem longe de uma hipótese de *iid*, diferentemente dos seus resíduos filtrados usando-se GARCH, conforme apresentado na Figura 2-3.

Embora estes resíduos, ainda que tratados na forma descrita não possam ser considerados totalmente *iid*, optamos por usar a mesma atitude que outros autores adotaram (Mcneil e Frey, 2000; Byström, 2005)

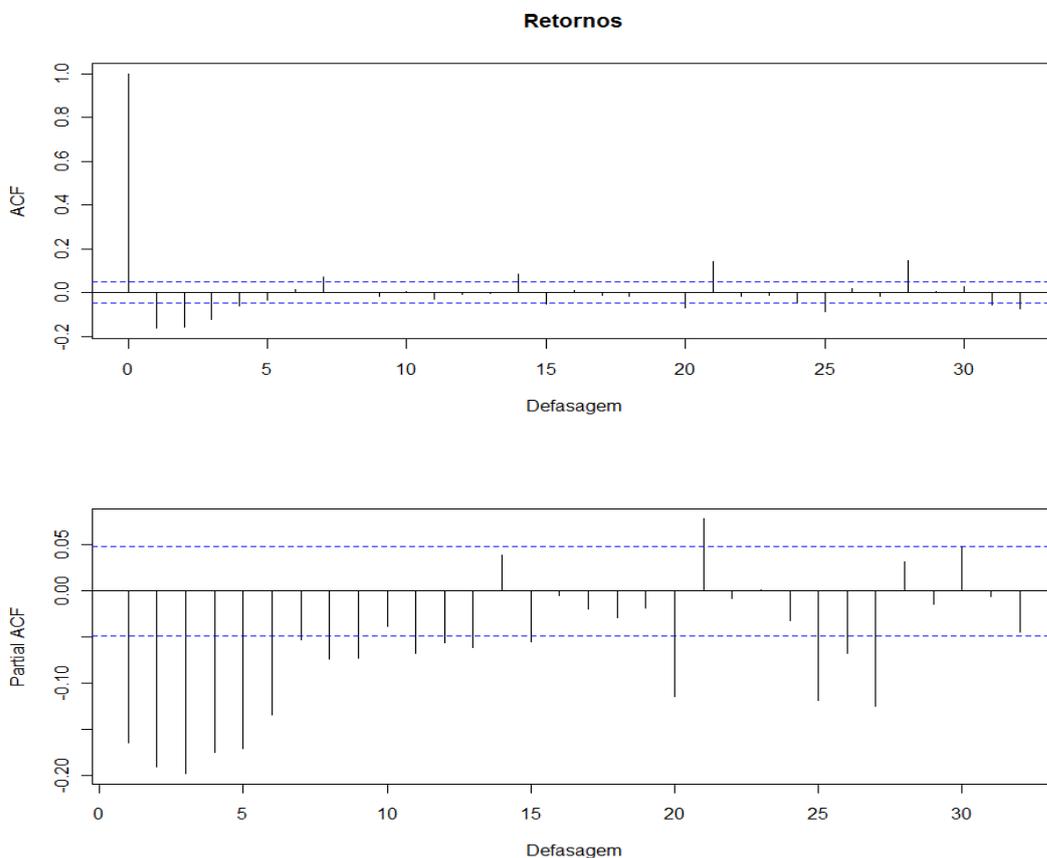


Figura 2-2 – Auto-correlação (ACF) e auto-correlação parcial (PACF) – Retornos Diários

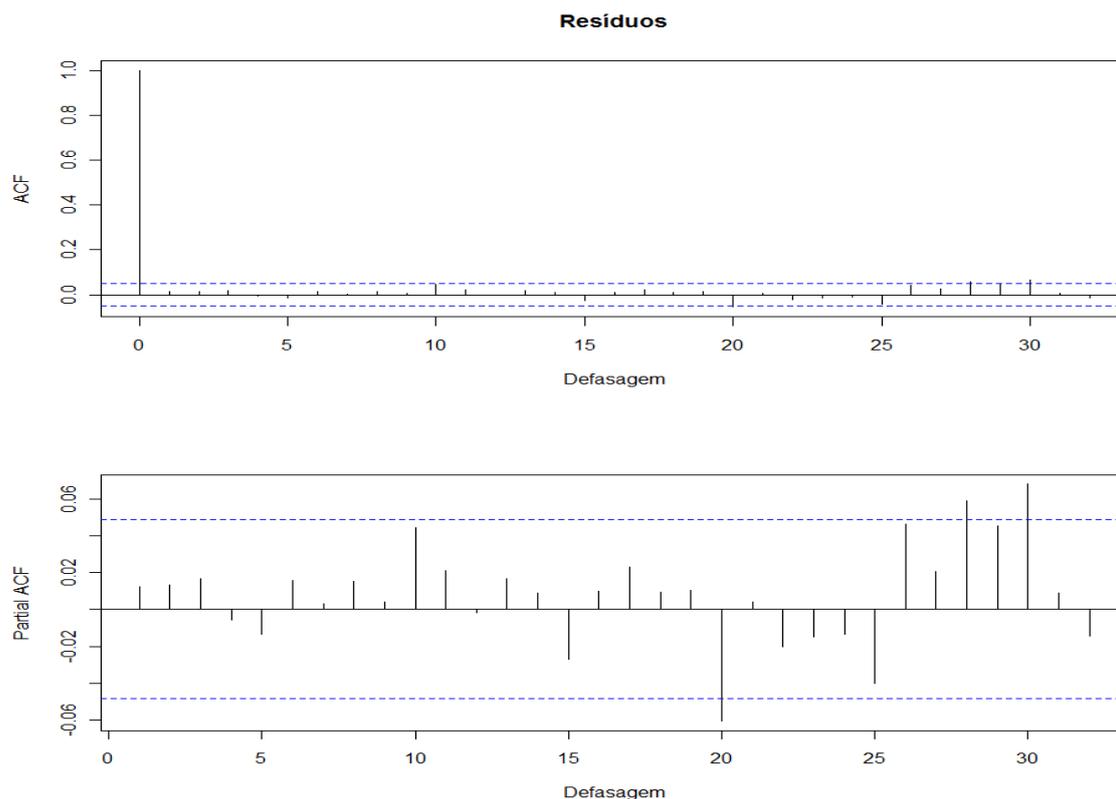


Figura 2-3 – Auto-correlação (ACF) e auto-correlação parcial (PACF) – Resíduos Diários e, após rodar testes de Ljung-Box para diferentes períodos, testes que não apresentaram qualquer estatística significativa, decidimos proceder ao ajuste de um modelo EVT aos resíduos da cauda de perdas (com sinal invertido).

Para tratar de encontrar um limite que parecesse razoável, utilizamos gráficos do tipo *mrlplot*, *tcplot* e *MEF* como descritos anteriormente. A modelagem com EVT foi empreendida com o pacote *POT* (versão 1.4) (Ribatet, 2011) utilizando o programa R versão 2.13.2 (Computing, 2011).

Os gráficos que foram produzidos da forma descrita acima e foram feitos usando pacotes de rotinas com o programa R (Computing, 2011; Ribatet, 2011; Mestekemper *et al.*, 2013), conduziram-nos a decidir por um limite arbitrário de 0,22 (destacado nas Figura 2-12, Figura 2-13, Figura 2-14 e Figura 2-15, no Anexo 2.6.2).

É importante notar que, quando o limite de 0,22 é adotado, os resíduos a serem modelados, este sim, apresentam-se fortemente *iid*, até

mesmo utilizando-se a estatística BDS (Ljung e Box, 1978) a um limite de significância de 5%, conforme pode ser visto no Apêndice.

A partir deste limite 0,22 foi feito o ajuste de uma distribuição GPD usando o método *POT*, com os resultados mostrados na Tabela 2-9.

Em seguida foram calculados valores para *VaR* e *CVaR* de acordo com a distribuição empírica, uma aproximação normal e a uma aproximação por GPD, sendo os valores comparados em seguida.

Tabela 2-9 – Ajuste GPD – Resíduos Diários

Limite	Observações		escala	forma
	totais	acima		
0,22	1632	236	0,12446	0,02697

2.3.4.2 Resíduos Intra-diários

O procedimento adotado o tratamento dos resíduos intra-diários foi o mesmo feito anteriormente para os diários. Desta forma, houve uma

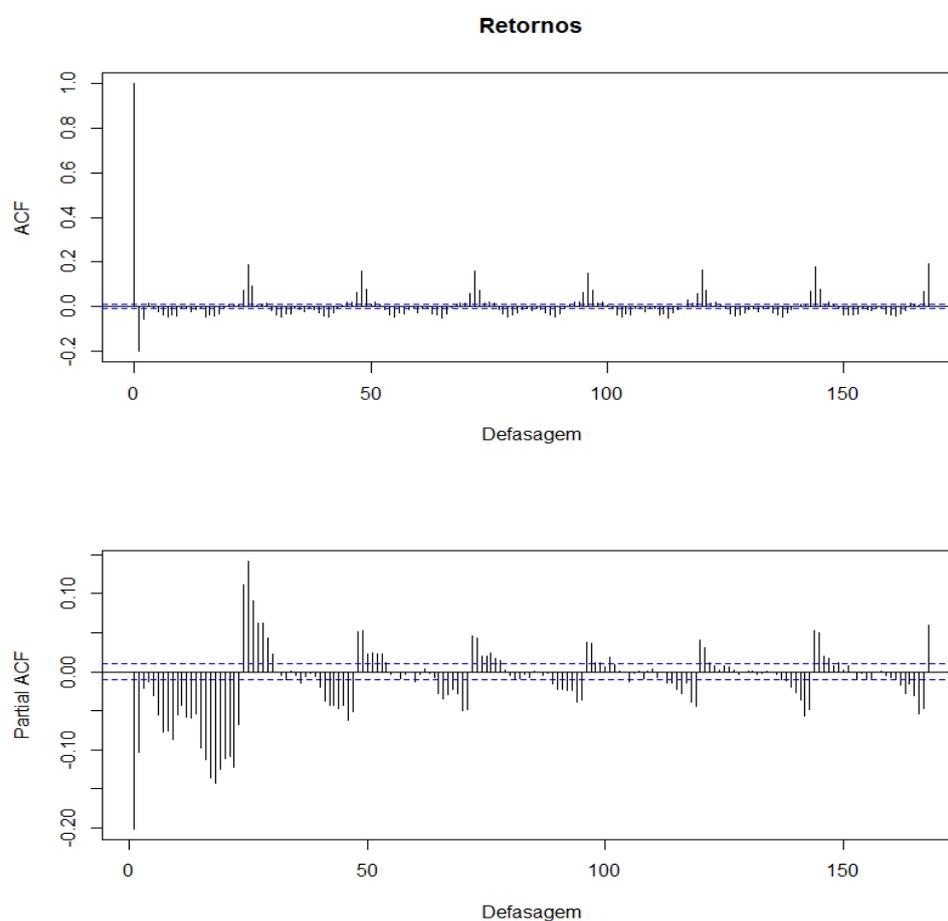


Figura 2-4 – Auto-correlação e auto-correlação parcial – Retornos Intra-diários

análise quanto a sua condição de *iid*, e podemos observar nos gráficos dos correlogramas mostrados na Figura 2-4 e Figura 2-5.

Assim, fica claro que embora estes valores estejam bem longe de uma hipótese *iid* os seus resíduos, também filtrados usando-se um modelo GARCH estão bem mais perto dessa hipótese, como podemos ver na Figura 2-5.

Neste caso, devido ao grande número de observações e, por isso, a correlação ser observada até para defasagens extremamente altas (o modelo ajustado utilizou até defasagem 168!), os testes de Ljung-Box ficam prejudicados, no mínimo devido a problemas de cálculos.

Entretanto, da mesma forma que no caso anterior, embora estes resíduos não possam ser considerados totalmente *iid*, optamos por continuar usando a mesma abordagem anterior, confiando em que os resíduos acima do limite escolhido para o ajuste de um modelo *EVT/POT*, assim como no caso anterior, estariam de acordo com aquela hipótese.

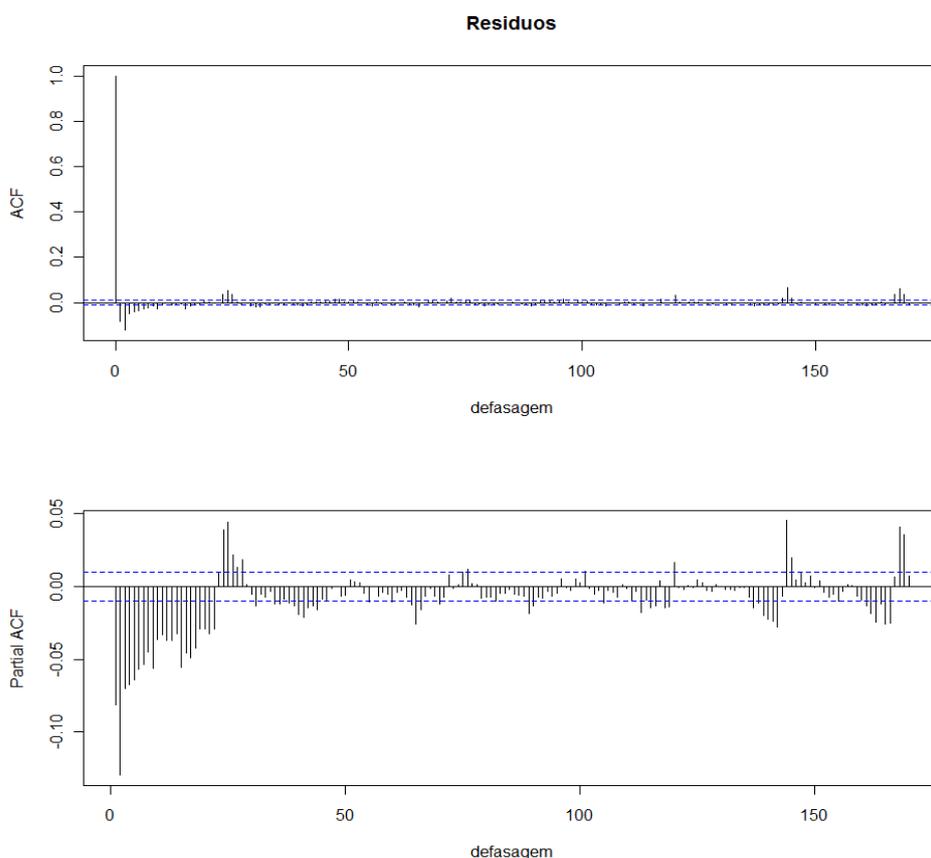


Figura 2-5 – Auto-correlação (ACF) e auto-correlação parcial (PACF) – Resíduos Intra-diários

Sem dúvida o passo mais difícil da técnica adotada, para escolha do limite foi adotado o mesmo procedimento com os gráficos *mrlplot*, *tcplot* e *MEFPlot*, que também podem ser vistos no Anexo 2.6.4, nas Figura 2-16, Figura 2-17, Figura 2-18, e Figura 2-19, usando as mesmas técnicas do caso anterior.

Desta vez, o aparente limite ficou mais difícil de ser definido do que no caso anterior, um problema recorrente com estudos de gráficos. Os candidatos iniciais a limites 0,63, 0,70, 0,75, 0,80, 0,82, 0,85 e 1,2 estão apresentados nas figuras citadas, destacados em tonalidade diferente.

Assim, optamos por investigar a aderência a hipótese *iid* para os pontos candidatos a limite. Ao investigarmos o valor da estatística de teste BDS para estes limites optamos por manter os valores 0,75, 0,84, 0,85, 0,90 e 1,2 por suas estatísticas de teste mostrarem-se não significativas em relação àquelas da hipótese básica de *iid*, considerando-se um limite de significância de 5%.

Os seguintes ajustes foram conseguidos para os limites considerados, para uma distribuição GPD usando o método *POT*, conforme mostrados na Tabela 2-10.

2.4 Resultados e Discussão

Os resultados serão analisados sob a ótica de quais são as características dos preços, reconhecendo-se as duas frequências de observação, e também os resíduos decorrentes da modelagem de cada um desses dois tipos de preços.

Tabela 2-10 – Ajuste GPD – resíduos intra-diários

limite	Observações		escala	forma
	totais	acima		
0,75	39240	361	0,3027	0,5734
0,84	39240	259	0,5548	0,2165
0,85	39240	248	0,6123	0,1522
0,90	39240	214	0,7658	0,0152
1,20	39240	133	0,9842	-0,1282

Assim, uma primeira seção procurará analisar possíveis diferenças entre os preços diários e os intra-diários, enquanto as próximas buscarão particularidades não dos preços, mas dos resíduos das modelagens de uma e outra frequência.

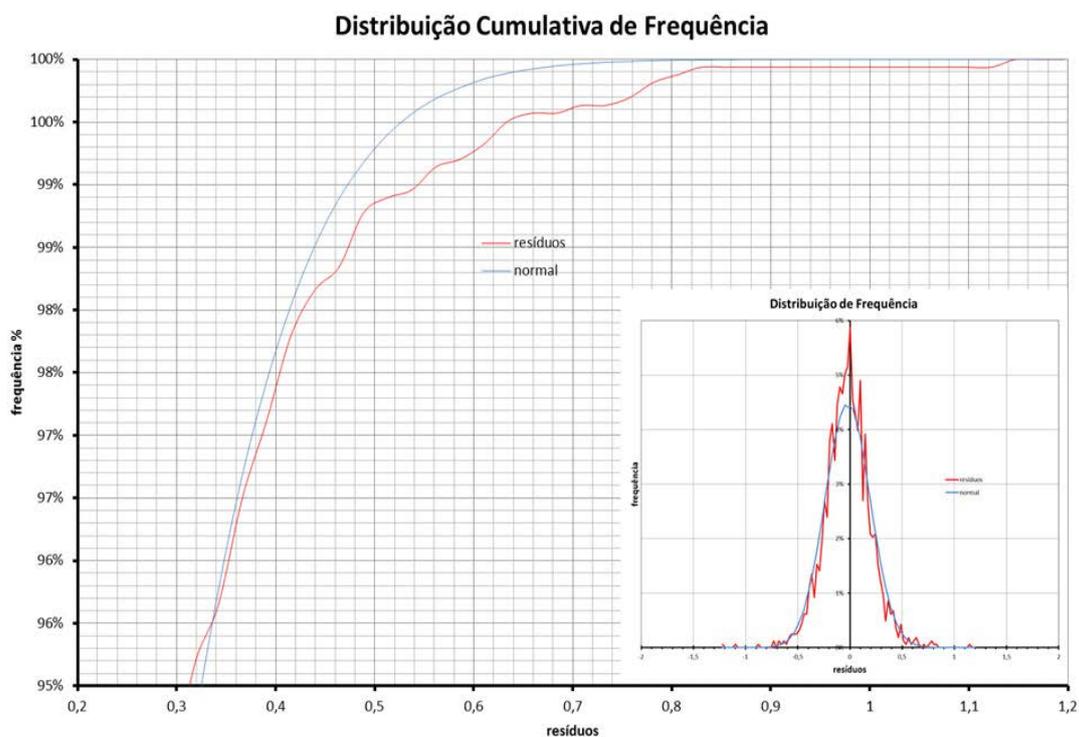


Figura 2-6 – Distribuição Simples e Cumulativa de Resíduos Diários

2.4.1 Observação dos Preços

Anteriormente, falando sobre a observação dos preços, foi declarado que os preços devem ser observados em uma frequência compatível com a da negociação neles baseada.

Especificamente, em uma negociação de compra e venda de energia elétrica que é feita dentro do intervalo de um dia (intra-diária, por definição), se for observado que os preços mudam dentro desse mesmo intervalo de tempo, é importante que toda a estratégia de negociação seja feita baseada em observações intra-diárias.

Desta forma, previsões, avaliações de mudanças, riscos de previsões, e tudo o mais que possa se referir àquela negociação deve ser baseada em modelagens sobre dados compatíveis.

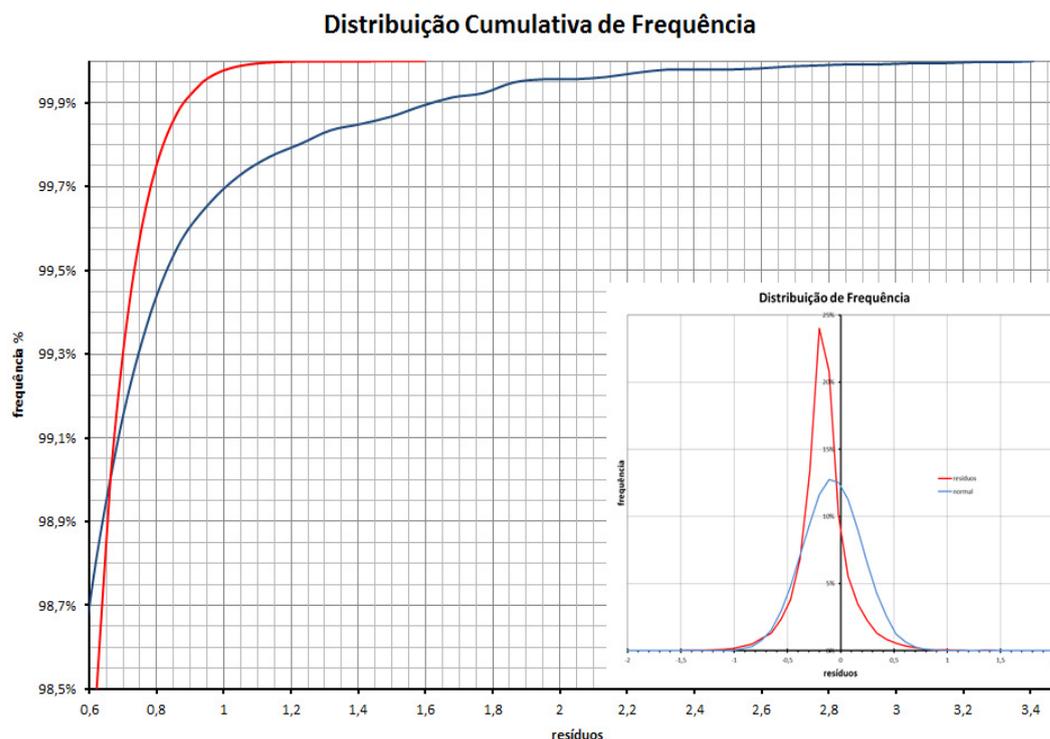


Figura 2-7 – Distribuição Simples e Cumulativa de Resíduos Intra-Diários

Na Figura 2-6 e Figura 2-7 e apresentamos a distribuição dos resíduos das observações dos mesmos preços, para os mesmos períodos, cujas estatísticas descritivas foram apresentadas na Tabela 2-1 e Tabela 2-2, suas previsões feitas como descrito acima. Observando as figuras mencionadas, a comparação de suas distribuições de valores pode ser feita com mais facilidade e assim fica clara a diferença de tratamento que deve ser dispensada a cada uma delas.

Se no caso dos resíduos diários sua distribuição parece ser bastante bem aproximada por uma normal, no caso dos resíduos intra-diários, que já tínhamos visto apresentar um comportamento muito mais extremado, a sua distribuição foge totalmente da normalidade, apresentando caudas pesadas.

2.4.2 Observação dos Resíduos Diários

A Figura 2-6 também apresenta vistas detalhadas das distribuições cumulativas para percentis extremos, acima de 95%, que evidencia a

necessidade de um cuidado ao se modelar esta cauda com vistas a avaliar risco, seja através de *VaR* ou *CVaR* (risco esperado na cauda).

Em ambos os casos podemos ver que as curvas das distribuições empíricas se cruzam com as curvas para distribuição normal em percentis cumulativos da ordem de 96% a 98%, o que faz com que uma aproximação normal superestime riscos até aquele ponto, mas certamente este risco será subestimado em percentis extremos, acima de 98% (ao menos para o caso dos preços de energia elétrica estudados neste trabalho).

A modelagem através de uma distribuição de valores extremos, conforme apresentado, foi usada para avaliar estas diferenças, e os resultados obtidos são apresentados a seguir, e deve-se sempre ter em mente que o fato de que um resíduo observado ser inferior a sua estimativa é uma indicação de segurança, ao passo de que o contrário representa riscos adicionais: o erro é maior que se imaginava!

Estes resultados são mostrados conforme a argumentação anterior, isto é, enfocando os quantis extremos da distribuição, que são aqueles

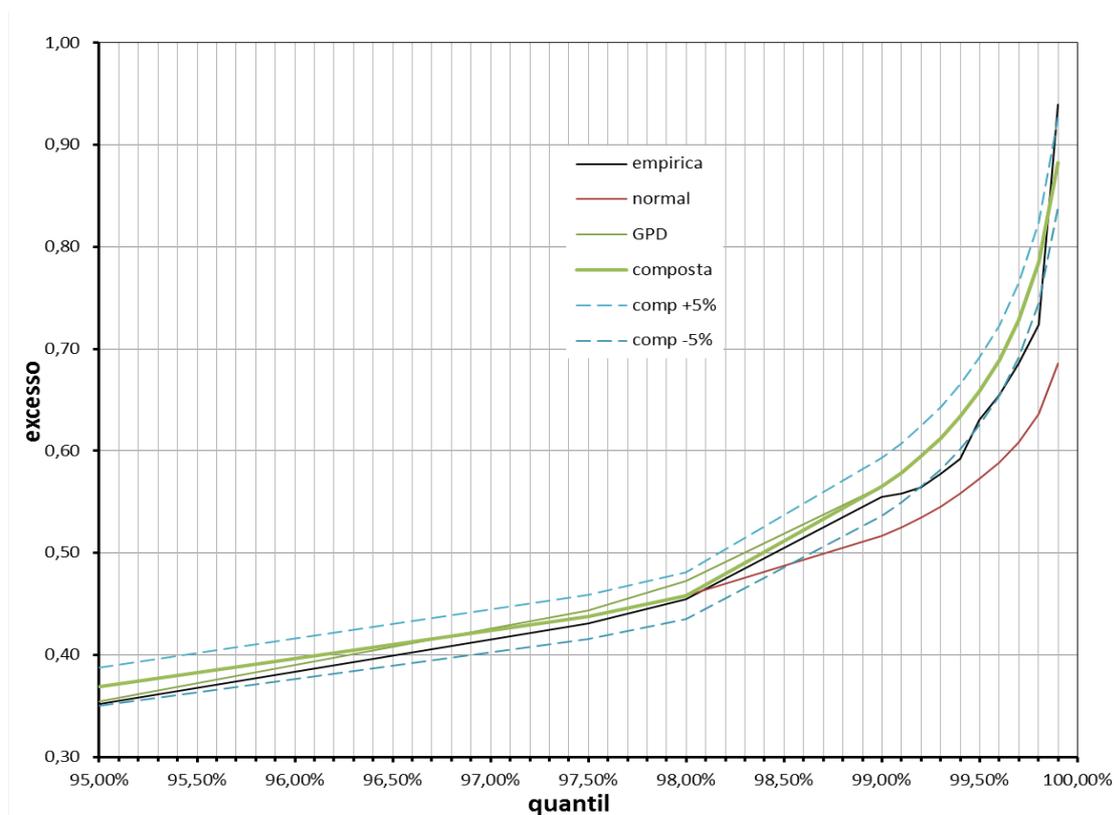


Figura 2-8 – VaR para Resíduos Diários

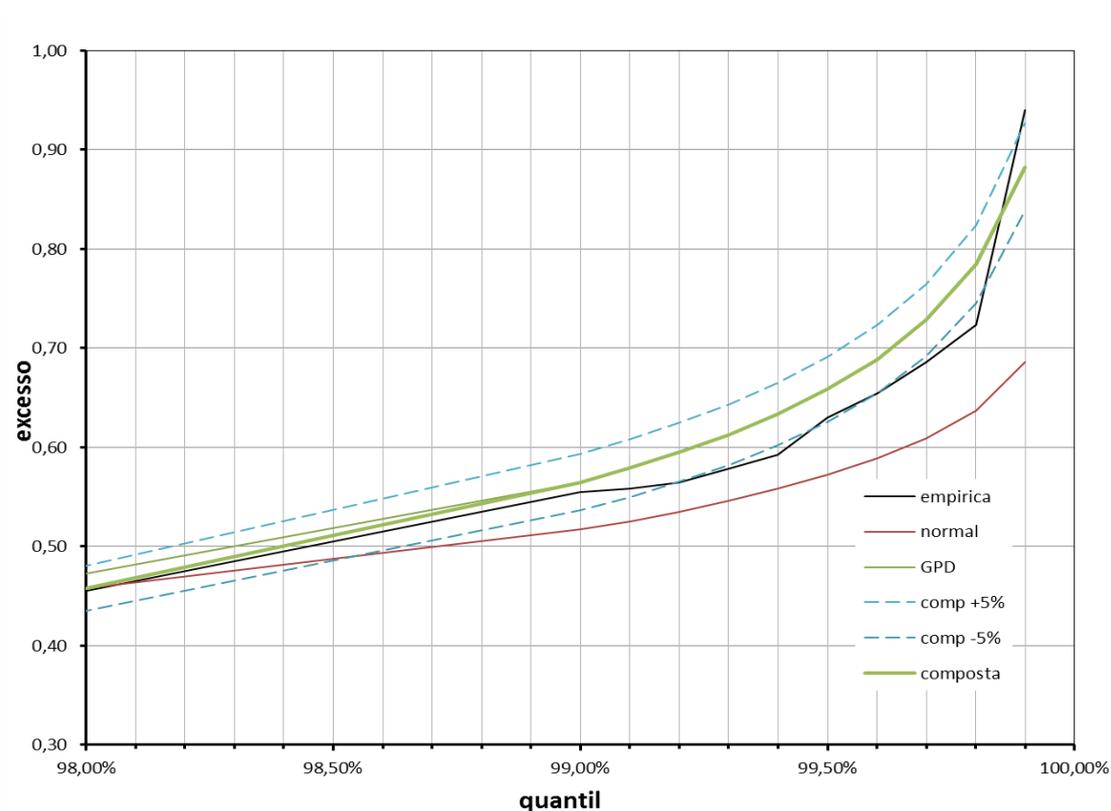


Figura 2-9 – CVaR para Resíduos Diários

onde a chance de diferenças entre valores previstos e observados podem causar até mesmo a falência de uma empresa comercializadora.

Para que fosse melhor percebida a comparação entre os diferentes tipos de aproximação dos valores e suas consequências na avaliação de risco, os gráficos para cada uma delas estão mostrados na Figura 2-8 e Figura 2-9.

É fácil observar que, ao menos no caso dos dados considerados, a aproximação por uma curva normal no cálculo do VaR é razoável até um quantil alto em torno de 98%, mas nos quantis maiores do que este limite, é necessário que a avaliação do risco seja feita utilizando-se uma GPD.

Tabela 2-11 - VaR para Resíduos Diários

Quantil - Nível de Confiança %													
Quantil	95,0	97,5	98,0	99,0	99,1	99,2	99,3	99,4	99,5	99,6	99,7	99,8	99,9
Empírica	0,35	0,43	0,45	0,55	0,56	0,56	0,58	0,59	0,63	0,65	0,69	0,72	0,94
Normal	0,37	0,44	0,46	0,52	0,53	0,53	0,55	0,56	0,57	0,59	0,61	0,64	0,69
GPD	0,35	0,44	0,47	0,56	0,58	0,59	0,61	0,63	0,66	0,69	0,73	0,78	0,88
Composta	0,37	0,44	0,46	0,56	0,58	0,59	0,61	0,63	0,66	0,69	0,73	0,78	0,88
GPD +5%	0,39	0,46	0,48	0,59	0,61	0,62	0,64	0,67	0,69	0,72	0,76	0,82	0,93
GPD -5%	0,35	0,42	0,43	0,54	0,55	0,56	0,58	0,60	0,63	0,65	0,69	0,75	0,84

Dentro dessa ótica, o uso de uma abordagem composta pode ser bastante conveniente, com a aproximação normal sendo válida até o quantil 98%, e a partir daí adota-se a aproximação por um GPD.

No gráfico da Figura 2-8, esta linha pode ser vista bem como a superposição das curvas dos valores com +5% e -5%, mostrando que todos os valores observados são capturados por essa curva, com esse intervalo de confiança.

Para o caso de uma avaliação de risco usando-se o *CVaR*, que parece ser a recomendação da literatura sobre risco, em geral (Philippe Artzner *et al.*, 1997; Rockafellar e Uryasev, 2002; Yamai e Yoshida, 2002; Alexander, 2008; Wang, 2010), o gráfico resultante de um procedimento semelhante pode ser visto na Figura 2-9.

O que se pode observar, entretanto, é que uma aproximação unicamente através de um ajuste *GPD/POT* é suficiente para dominar os valores observados em um intervalo de -5% a +5% até quantis tão extremos 99,8%.

Tabela 2-12 - CVaR para Resíduos Diários

Quantil - Nível de Confiança %													
Quantil	95,0	97,5	98,0	99,0	99,1	99,2	99,3	99,4	99,5	99,6	99,7	99,8	99,9
Empírica	0,48	0,57	0,60	0,69	0,71	0,72	0,75	0,78	0,80	0,85	0,92	0,97	1,15
Normal	0,44	0,50	0,52	0,57	0,58	0,59	0,59	0,61	0,62	0,63	0,65	0,68	0,72
GPD	0,49	0,58	0,61	0,71	0,72	0,74	0,76	0,78	0,80	0,84	0,88	0,93	1,03
GPD +5%	0,52	0,61	0,64	0,74	0,76	0,78	0,80	0,82	0,84	0,88	0,92	0,98	1,09
GPD -5%	0,35	0,55	0,58	0,67	0,69	0,70	0,72	0,74	0,76	0,79	0,83	0,89	0,98

2.4.3

Observação dos Resíduos Intra-diários

No caso dos resíduos intra-diários a situação complica-se um pouco devido à incerteza na decisão de um limite arbitrário apropriado, a partir do qual se pudesse proceder ao ajuste POT de um GPD.

Assim, o procedimento passou por um ajuste de várias distribuições *GPD* para limites (0,75, 0,84, 0,85, 0,9 e 1,2) e, posteriormente, o ajuste por observação visual do gráfico foi feito mantendo-se apenas aquelas para 0,75 e 1,2 no caso do *VaR*, e 0,84, 0,85 e 1,2 para o *CVaR*.

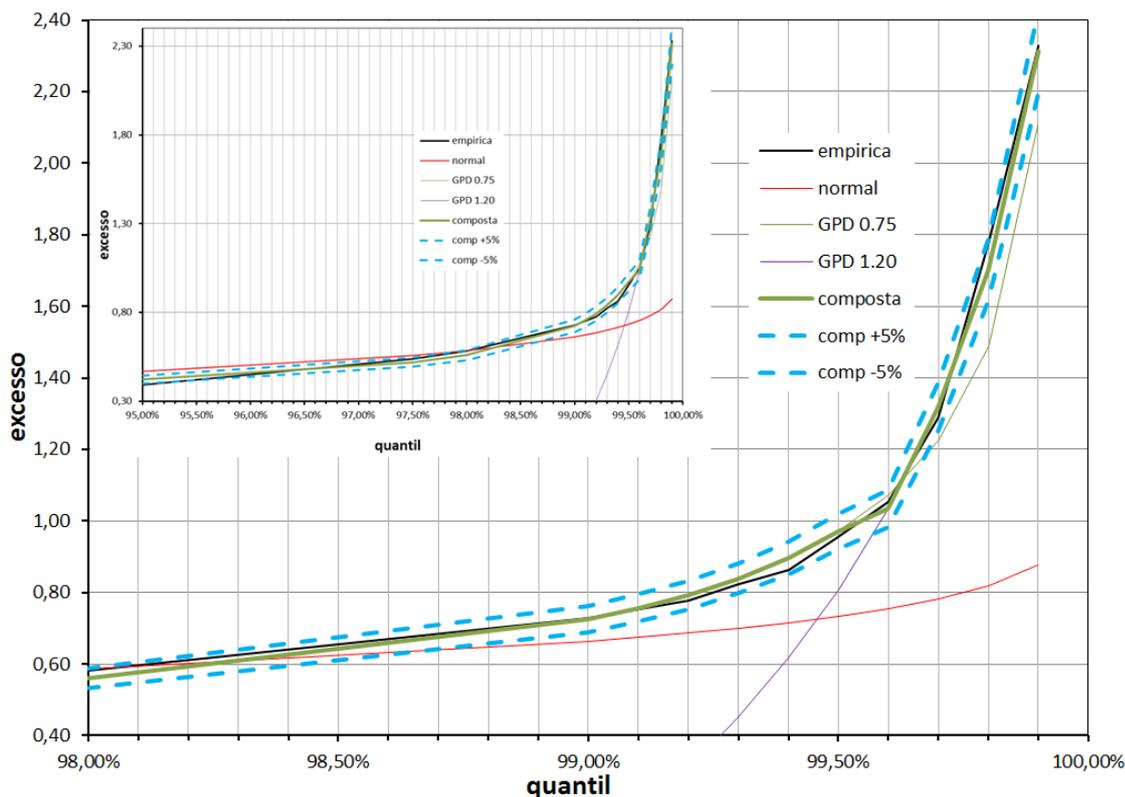


Figura 2-10 - VaR para Resíduos Intra-diários

O raciocínio utilizado é equivalente àquele anteriormente usado para os resíduos de frequência diária, mas, além do problema com o limite (e situação *iid*) mencionado acima, também podemos ver na Figura 2-10 e Figura 2-11 que a aproximação normal pode causar problemas acentuados especialmente no caso do *CVaR*, como falaremos em instantes.

Diferentemente do caso dos resíduos diários, para o resíduos intra-diários e risco avaliado por *VaR*, a melhor alternativa foi eliminar completamente a aproximação normal e utilizar uma *GPD* com limite baixo (0,75) até o quantil 99,5%, seguindo-se de uma distribuição *GPD* com um limite mais alto (1,2) até final.

A curva composta resultante consegue conter a distribuição empírica em $\pm 5\%$ todo o tempo, sem qualquer problema.

Especialmente, no caso do uso do *CVaR*, a aproximação normal deve ser descartada, devido às suas projeções serem sempre abaixo das observações feitas. Assim, a melhor forma de se se aproximar as observações empíricas é através da combinação de uma curva *GPD* a

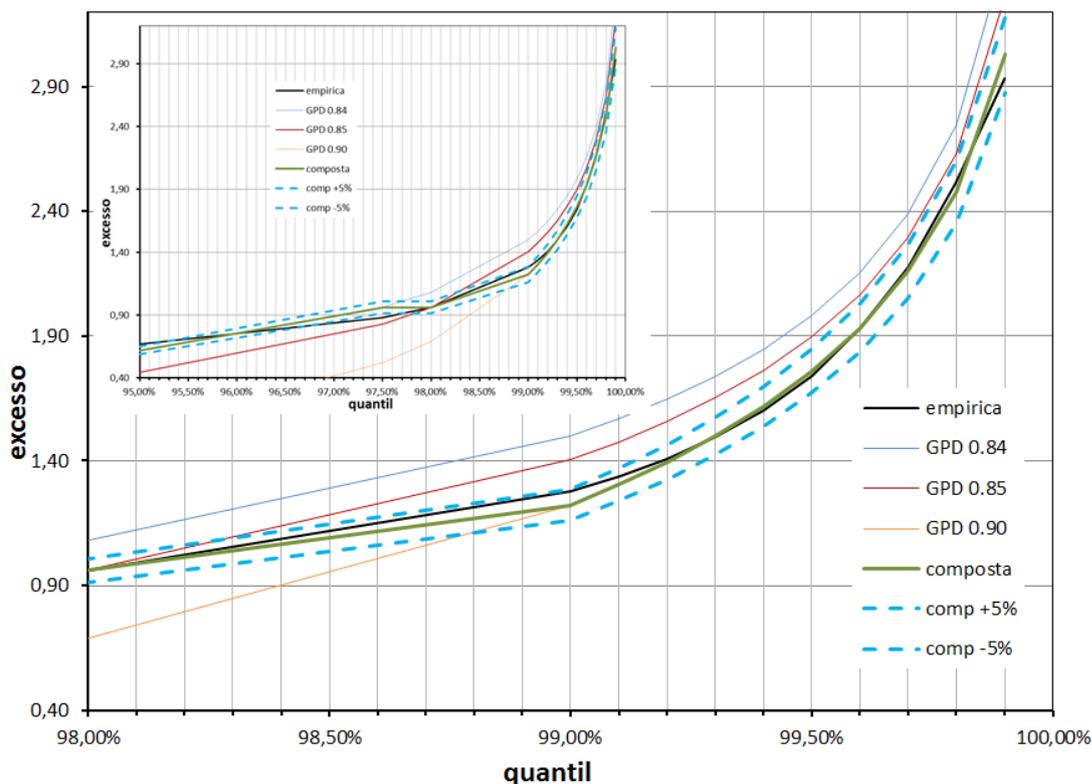


Figura 2-11 – CVaR para Resíduos Intra-diários

partir de um limite baixo (em nosso caso 0,84) no quantil 95%, combinada com outra *GPD* de limite 0,85 até o quantil 98%, a partir daí combinada com outra curva *GPD* com limite mais extremo (neste caso 0,90), que aproxima muito bem os resíduos observados.

Neste caso, a curva composta consegue conter as observações feitas a $\pm 5\%$ a partir do quantil 98%, que denota um número que se pode chamar, com facilidade, de extremo.

Tabela 2-13 - VaR para Resíduos Intra-diários

Quantil	Quantil - Nível de Confiança %												
	95,0	97,5	98,0	99,0	99,1	99,2	99,3	99,4	99,5	99,6	99,7	99,8	99,9
Empírica	0,39	0,54	0,58	0,73	0,75	0,78	0,82	0,86	0,96	1,05	1,29	1,77	2,33
Normal	0,47	0,56	0,59	0,66	0,67	0,69	0,70	0,71	0,73	0,75	0,78	0,82	0,88
GPD 0,75	0,42	0,52	0,56	0,73	0,76	0,79	0,84	0,90	0,97	1,07	1,23	1,49	2,11
GPD 1,20	-1,96	-1,04	-0,76	0,06	0,18	0,31	0,45	0,62	0,81	1,04	1,32	1,70	2,31
Composta	0,42	0,52	0,56	0,73	0,76	0,79	0,84	0,90	0,97	1,04	1,32	1,70	2,31
GPD +5%	0,44	0,55	0,59	0,76	0,79	0,83	0,88	0,94	1,02	1,09	1,39	1,79	2,43
GPD -5%	0,40	0,49	0,53	0,69	0,72	0,75	0,80	0,85	0,92	0,98	1,25	1,62	2,20

Em ambos os casos, a aproximação *GPD* é bastante boa na determinação do valor dos quantis realmente extremos, acima de 99,5%, com bastante precisão. A Tabela 2-13 e Tabela 2-14 permite visualizar o acerto da “abordagem composta” com mais precisão do que nas figuras.

Tabela 2-14 - CVaR para Resíduos Intra-diários

Quantil	Quantil - Nível de Confiança												
	95,0	97,5	98,0	99,0	99,1	99,2	99,3	99,4	99,5	99,6	99,7	99,8	99,9
Empírica	0,67	0,88	0,96	1,28	1,34	1,41	1,50	1,60	1,74	1,93	2,18	2,51	2,93
Normal	0,59	0,67	0,69	0,76	0,77	0,78	0,79	0,81	0,82	0,84	0,87	0,90	0,96
GPD 0,84	0,62	0,96	1,08	1,50	1,57	1,65	1,74	1,85	1,98	2,15	2,39	2,75	3,43
GPD 0,85	0,44	0,83	0,96	1,40	1,48	1,56	1,65	1,76	1,90	2,07	2,29	2,63	3,26
GPD 0,90	0,00	0,52	0,69	1,22	1,30	1,39	1,50	1,62	1,76	1,93	2,16	2,48	3,03
composta	0,62	0,83	0,96	1,22	1,30	1,39	1,50	1,62	1,76	1,93	2,16	2,48	3,03
GPD +5%	0,65	0,87	1,01	1,28	1,37	1,46	1,57	1,70	1,85	2,03	2,27	2,60	3,18
GPD -5%	0,59	0,79	0,91	1,16	1,24	1,32	1,42	1,54	1,67	1,84	2,05	2,35	2,88

2.5 Conclusão

O estudo aqui apresentado permite chegar a algumas conclusões bastante interessantes do ponto de vista de operações comerciais com ativos relacionados a preços de energia elétrica.

Em primeiro lugar apresentamos uma comparação das características da mesma série de preços, para exatamente o mesmo intervalo de tempo, a menos da frequência de observação destes.

Apesar de serem observações do mesmo fenômeno, preços de energia elétrica conforme comercializados no mercado PJM, as suas volatilidades foram imensamente diferentes.

Esta constatação deixa claro que, para que se possa desenhar uma estratégia de negociação deste ativo com segurança, do ponto de vista de conhecimento dos riscos de preços incorridos, é necessário que os dados disponíveis sejam observados na mesma frequência com que se pretende executar a negociação.

Assim, negociações empreendidas durante as diferentes horas de um mesmo dia, isto é, com uma frequência intra-diária, exigem que as observações de preços e suas tendências também estejam disponíveis com esta mesma periodicidade, ao passo que negociações que sejam feitas apenas em diferentes dias, podem ser preparadas com base em observações diárias dos preços.

Assumindo que a pré-condição de disponibilidade de dados seja atendida, ainda assim é necessário que se use métodos de análise de risco compatíveis com o ativo em questão.

No caso dos preços de energia elétrica e dos resíduos de tentativas de sua previsão, a hipótese de normalidade parece só ser suficiente para atender os casos de frequências no máximo diárias e, mesmo assim, se desejamos estimativas de riscos para níveis de confiança até 98% e com a métrica de risco utilizada sendo o *VaR*.

Mesmo que se esteja trabalhando em condições de frequência diária, nos casos em que prefira utilizar uma métrica de risco mais moderna como o *CVaR*, aí é necessário que se leve em consideração as características especiais dos preços de energia elétrica e sua grande volatilidade, gerando curvas com caudas mais pesadas, isto é, com mais assimetria e curtose do que uma curva normal, exigindo o ajuste de aproximações melhores do que a de uma distribuição de valores normal.

Aqui apresentamos o uso de uma distribuição de valores extremos *GPD*, e mostramos que a aproximação dos quantis extremos dos resíduos de previsão dos preços é bastante precisa. Aliás, esta previsão mostra-se precisa não só no caso das observações diárias, mas também (e principalmente) no caso das intra-diárias.

Quando se pretende utilizar o *CVaR* como medida de risco, mesmo nos casos de avaliação de quantis corriqueiros como 95%, a aproximação por uma distribuição normal mostra-se inadequada tanto no caso de observações diárias como no de observações intra-diárias.

Esta constatação é preocupante, uma vez que o uso do *VaR* é extremamente difundido entre as empresas, apesar da literatura sobre o assunto ser bastante contundente em afirmar que o *VaR* é uma medida com fortes limitações.

Apenas para caracterizar o que se pretende referir como um grande risco, no caso do uso do *VaR* a um nível de confiança (não extremo!) de 95% para o exemplo apresentado na Tabela 2-13, o erro realizado por previsão feita por uma normal é de 8%, ao passo que é menor do que 1% para a previsão pela *GPD*.

Assim, considerando que embora os métodos de previsão de preços, mesmo que altamente sofisticados, têm resultados imprecisos, e que o risco de mercado nas negociações seja respeitável justamente em função da imprevisibilidade e alta volatilidade dos preços (Aggarwal *et al.*, 2009), é necessário conviver conscientemente com esse risco.

Neste trabalho procuramos demonstrar que os preços futuros imprevisíveis, podem ter suas previsões avaliadas em termos de risco, ou seja, até o ponto em que a previsão pode ser suportavelmente imprecisa, dado um certo nível de significância.

Claramente, em uma situação em que a preocupação está em um nível de significância de 5% ($VaR_{95\%}$), um erro de mais do que 5% torna-se absolutamente inaceitável!

Por esta razão, não só a métrica de risco a ser empregada deve ser escolhida de forma cuidadosa, mas o seu uso deve ser balizado pela modelagem adequada.

2.6 Anexos

2.6.1 Estatísticas Ljung-Box para Resíduos Diários

Tabela 2-15 – Estatísticas Ljung-Box para Resíduos Diários

Date: 07/26/12 Time: 18:49

Sample: 1/01/2007 6/30/2011

Included observations: 1632

Autocorrelação		Auto Correlação Parcial		AC	PAC	Q-Estat	Prob	
				1	0,012	0,012	0,2426	0,622
				2	0,013	0,013	0,5305	0,767
				3	0,017	0,017	1,0074	0,799
				4	-0,005	-0,006	1,0504	0,902
				5	-0,013	-0,014	1,3380	0,931
				6	0,015	0,016	1,7282	0,943
				7	0,003	0,003	1,7414	0,973
				8	0,015	0,015	2,1258	0,977
				9	0,005	0,004	2,1707	0,988
				10	0,045	0,044	5,5038	0,855
				11	0,022	0,021	6,2999	0,853
				12	0,000	-0,002	6,2999	0,900
				13	0,018	0,017	6,8396	0,910
				14	0,010	0,009	6,9997	0,935
				15	-0,028	-0,027	8,2540	0,913
				16	0,011	0,010	8,4605	0,934
				17	0,024	0,023	9,3792	0,928
				18	0,010	0,010	9,5525	0,946
				19	0,013	0,010	9,8329	0,957
				20	-0,056	-0,060	14,972	0,778
				21	0,004	0,004	15,004	0,823

2.6.2

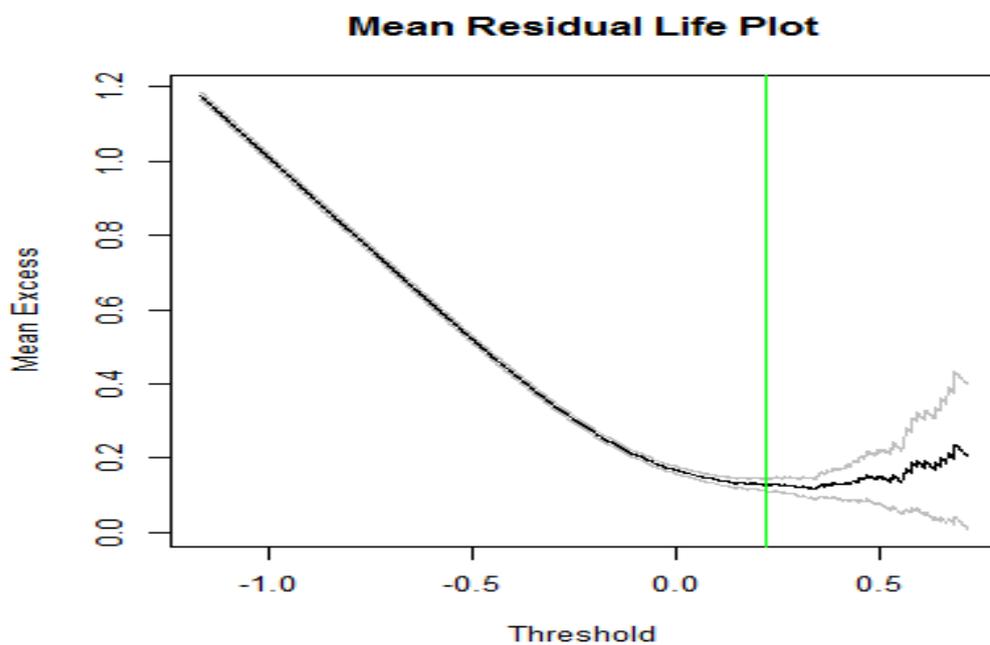
Gráficos para determinação do limite (*threshold*) – resíduos diários

Figura 2-12 – MRLPlot – Resíduos Diários

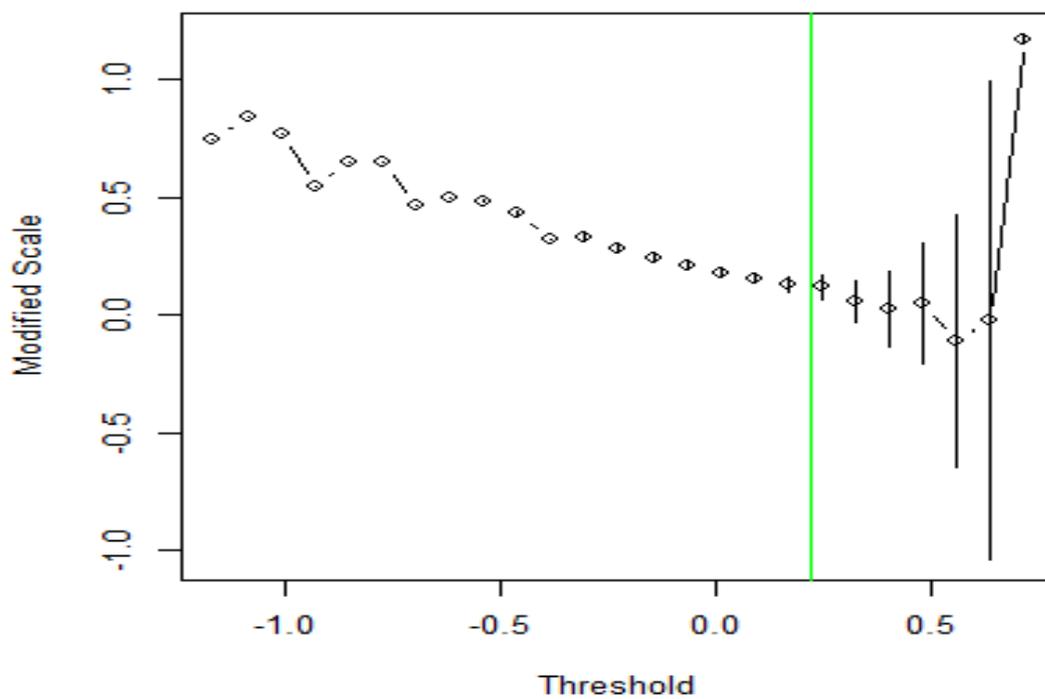


Figura 2-13 – TCPlot (escala) – Resíduos Diários

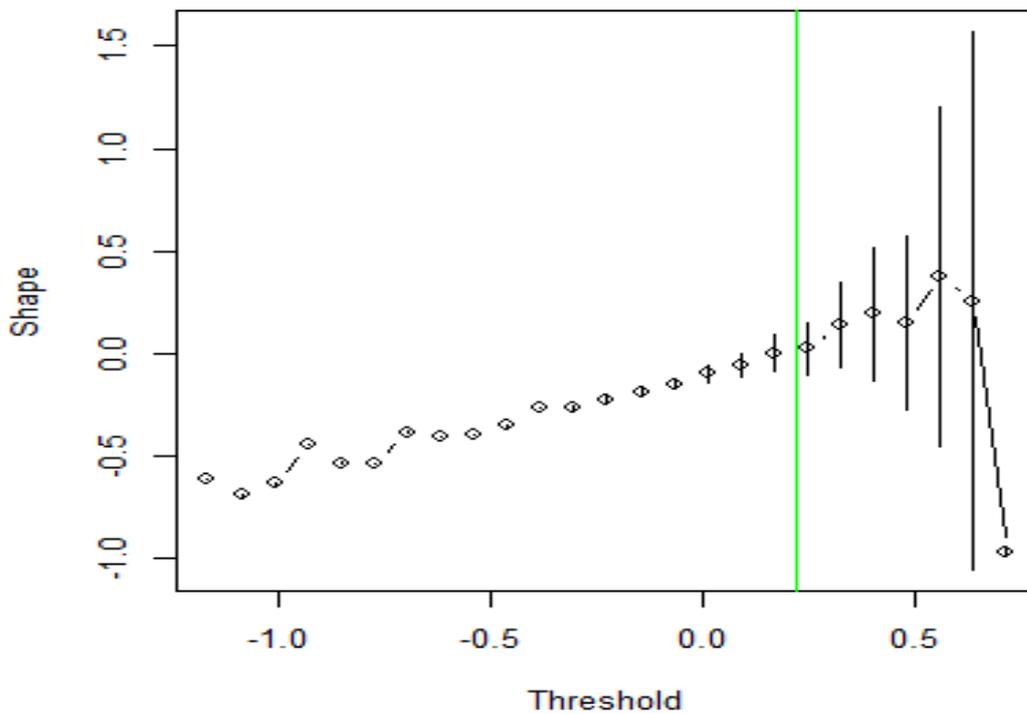


Figura 2-14 – TCPlot (forma) – Resíduos diários

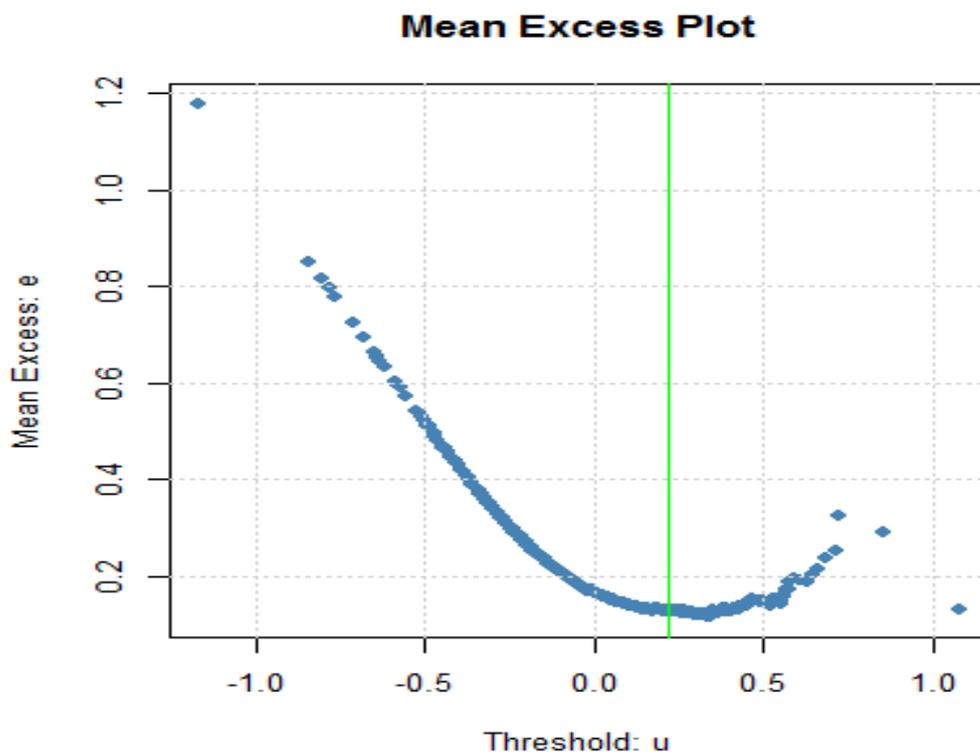


Figura 2-15 – MEFPlot – Resíduos Diários

2.6.3

Teste BDS para resíduos diários acima do limite 0,22

Tabela 2-16 - Estatística BDS

Dados: resíduos diários acima do limite 0,22				
Dimensões incluídas = 2 3				
Epsilon para pontos próximos = 0,0664 0,1329 0,1993 0,2657				
Normal padrão =				
	[0,0664]	[0,1329]	[0,1993]	[0,2657]
[2]	1,0358	0,2202	-0,7114	-0,0713
[3]	1,7722	1,0848	0,9949	1,8470
valor p =				
	[0,0664]	[0,1329]	[0,1993]	[0,2657]
[2]	0,3003	0,8257	0,4768	0,9432
[3]	0,0764	0,2780	0,3422	0,0647

2.6.4

Gráficos para determinação do limite (threshold) – resíduos intra-diários (limites 0,63, 0,7, 0,75, 0,8, 0,82, 0,85 e 1,2)

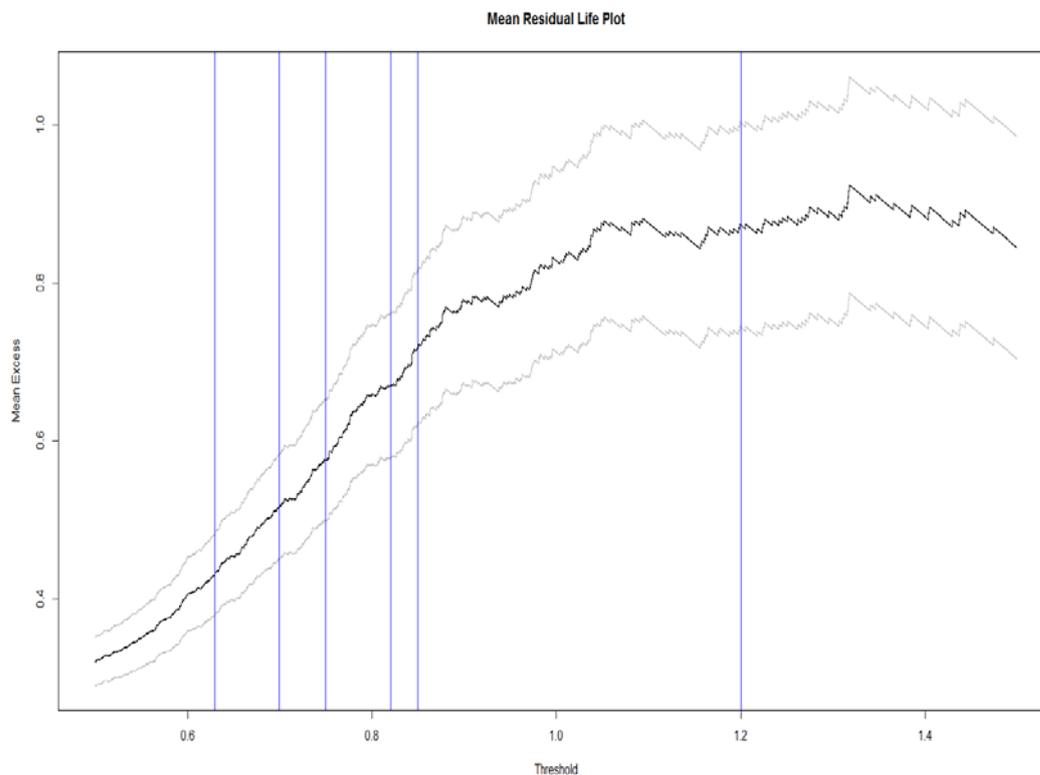


Figura 2-16 – MRLPlot – Resíduos Intra-diários

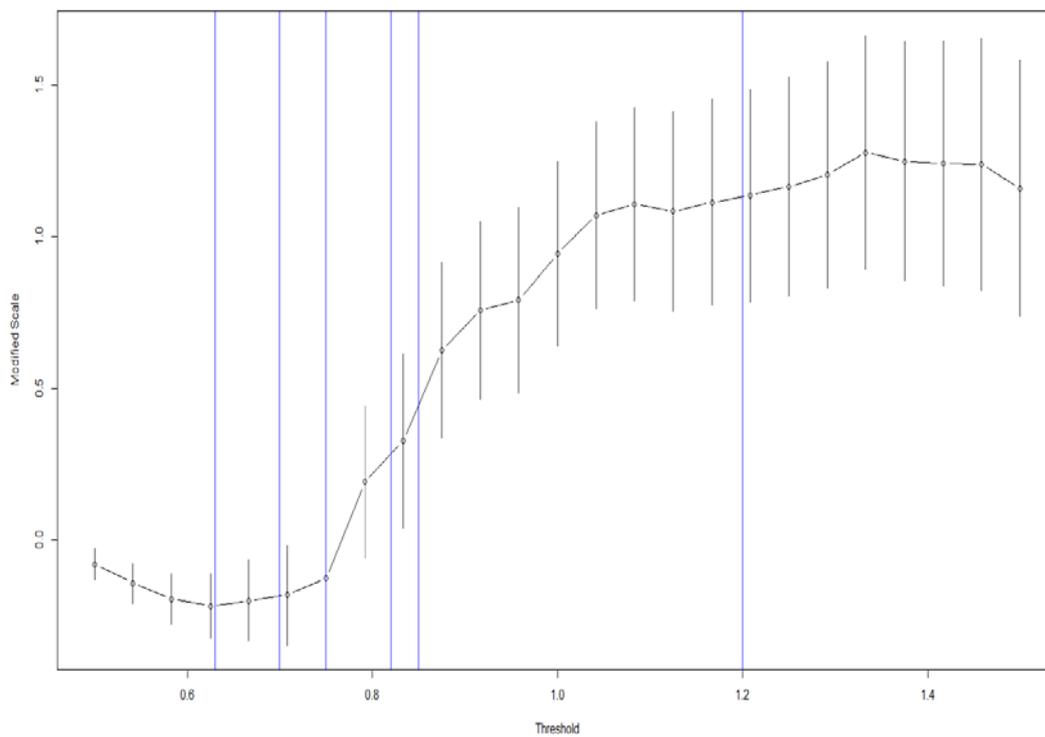


Figura 2-17 – TCPlot (escala) – Resíduos Intra-diários

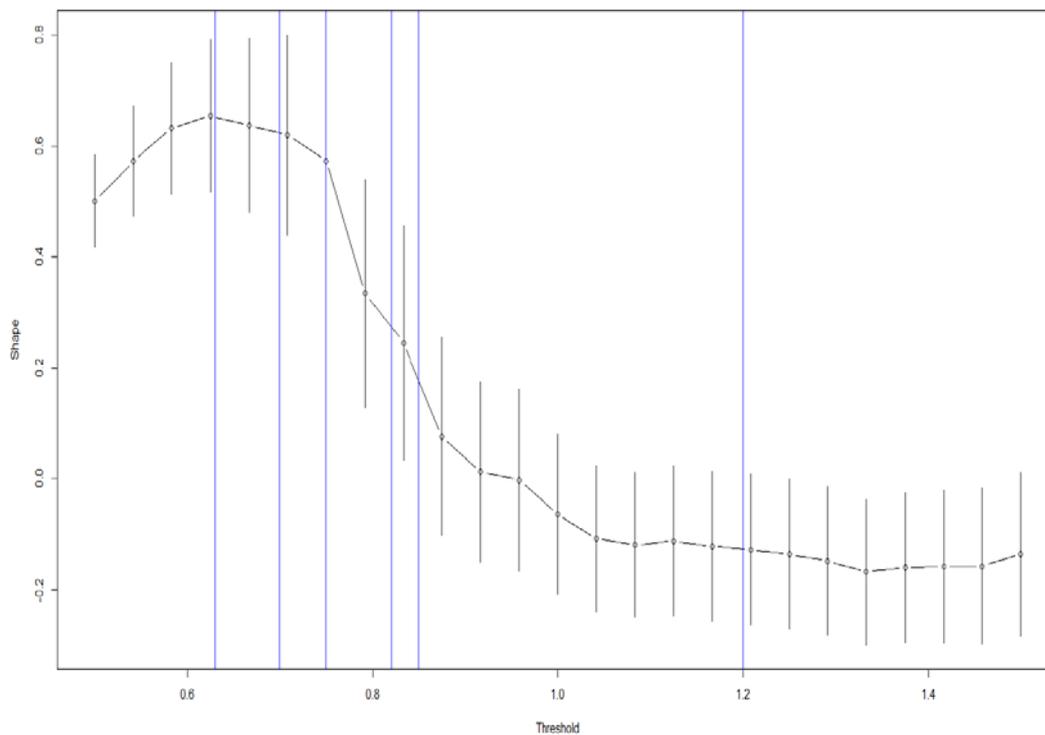


Figura 2-18 – TCPlot (forma) – Resíduos Intra-diários

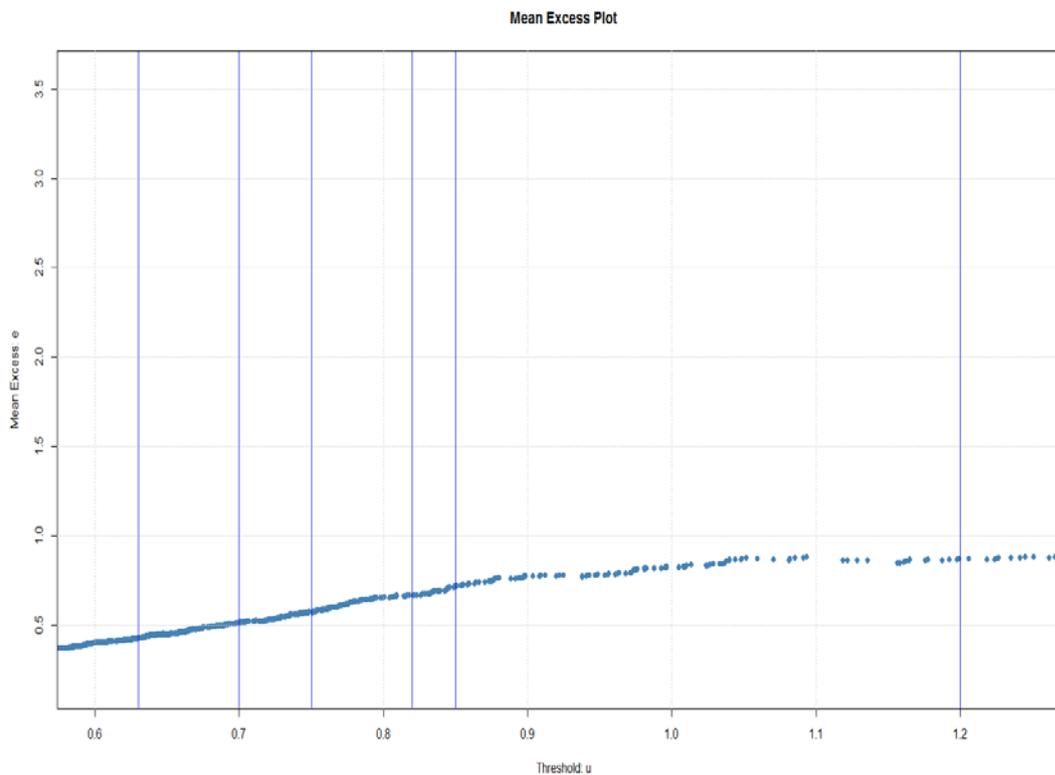


Figura 2-19 – MEFPlot – Resíduos Intra-diários

2.6.5

Teste BDS para resíduos intra-diários acima dos limites 0,75, 0,84, 0,85, 0,90 e 1,2

Tabela 2-17 - Estatística BDS

Dados: resíduos intra-diários acima do limite 0,75				
Dimensões incluídas = 2 3				
Epsilon para pontos próximos = 0,3707 0,7414 1,1122 1,4829				
Normal padrão =				
	[0,3707]	[0,7414]	[1,1122]	[1,4829]
[2]	-0,1676	-0,4614	-0,3907	-0,5185
[3]	1,1981	-0,6688	0,8289	-0,6802
Valor p =				
	[0,3707]	[0,7414]	[1,1122]	[1,4829]
[2]	0,8669	0,6445	0,6960	0,6041
[3]	0,2309	0,5036	0,4072	0,4964

Tabela 2-18 - Estatística BDS

Dados: resíduos intra-diários acima do limite 0,84				
Dimensões incluídas = 2 3				
Epsilon para pontos próximos = 0,3898 0,7795 1,1693 1,5590				
Normal padrão =				
	[0,3898]	[0,7795]	[1,1693]	[1,5590]
[2]	-0,9999	-0,3013	-0,1221	-0,7417
[3]	-0,8131	0,1348	-0,0207	-1,2115
Valor p =				
	[0,3898]	[0,7795]	[1,1693]	[1,5590]
[2]	0,3174	0,7632	0,9028	0,4583
[3]	0,4162	0,8928	0,9835	2257

Tabela 2-19 - Estatística BDS

Dados: resíduos diários acima do limite 0,85				
Dimensões incluídas = 2 3				
Epsilon para pontos próximos = 0,3913 0,7826 1,1739 1,5652				
Normal padrão =				
	[0,3913]	[0,7826]	[1,1739]	[1,5652]
[2]	-1,3532	-0,3262	-0,0653	-0,5581
[3]	-1,2453	-0,0029	-0,0405	-1,1040
Valor p =				
	[0,3913]	[0,7826]	[1,1739]	[1,5652]
[2]	0,176	0,7443	0,9480	0,5768
[3]	0,213	0,9976	0,9677	0,2696

Tabela 2-20 - Estatística BDS

Dados: resíduos diários acima do limite 0,90				
Dimensões incluídas = 2 3				
Epsilon para pontos próximos = 0,3940 0,7880 1,1820 1,5761				
Normal padrão =				
	[0,3940]	[0,7880]	[1,1820]	[1, 5761]
[2]	-1,6169	-0,3192	-0,6292	-1,2800
[3]	-1,2973	-0,2582	-0,9817	-1,6586
Valor p =				
	[0,3940]	[0,7880]	[1,1820]	[1, 5761]
[2]	0,1059	0,7496	0,5293	0,2005
[3]	0,1945	0,7962	0,3263	0,0972

Tabela 2-21 - Estatística BDS

Dados: resíduos diários acima do limite 1,2				
Dimensões incluídas = 2 3				
Epsilon para pontos próximos = 0,3808 0,7616 1,1423 1,5231				
Normal padrão =				
	[0,3808]	[0,7616]	[1,1423]	[1,5231]
[2]	-1,6855	-0,8111	-1,324	-0,9735
[3]	-1,6122	-0,5206	-1,211	-0,7578
Valor p =				
	[0,3808]	[0,7616]	[1,1423]	[1,5231]
[2]	0,0919	0,4173	0,1855	0,3303
[3]	0,1069	0,6027	0,2259	0,4485