



Maria Simone Alves da Silva

**Filtros de tendência em estratégias *trend-following*: uma
aplicação a séries financeiras de mercados emergentes**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial
para obtenção do grau de Mestre pelo Programa
de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da
PUC-Rio.

Orientador: Prof. Davi Michel Valladão
Co-orientadora: Profa. Frances Fischberg Blank

Rio de Janeiro

Abril de 2018



Maria Simone Alves da Silva

Filtros de tendência em estratégias *trend-following*: uma aplicação a séries financeiras de mercados emergentes

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Davi Michel Valladão

Orientador

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. Fernando Luiz Cyrino Oliveira

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. Bruno Fânzeres dos Santos

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-RIO

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 12 de Abril de 2018

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

Maria Simone Alves da Silva

Graduou-se em Estatística pela Escola Nacional de Ciência Estatísticas (Ence) em 2016. Na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) graduou-se em Matemática (2005) e fez pós-graduação em Ensino de Matemática (2009). Trabalhou na Secretária de Tecnologia da Prefeitura de Rio das Ostras, além de ter lecionado como professora estatutária as disciplinas de Matemática e Física nas escolas públicas das prefeituras de Rio das Ostras, Duque de Caxias e Teresópolis e em escolas estaduais do Rio de Janeiro.

Ficha Catalográfica

Silva, Maria Simone Alves da

Filtros de tendência em estratégias trend-following: uma aplicação a séries financeiras de mercados emergentes / Maria Simone Alves da Silva; orientador: Davi Michel Valladão. – 2018.

82 f. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2018.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Filtros de tendência. 3. Trend-following. 4. Mercados emergentes. 5. Filtro L1. 6. ETF. I. Valladão, Davi Michel. II. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. IV. Título.

CDD: 658.5

Aos meus pais e irmãs, por todo carinho e incentivo.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus, por ser tão misericordioso e me guiar nessa jornada.

Aos meus pais, Maria e Vieira, por serem presentes e constantes em todos os momentos da minha vida. Exemplos, amigos e companheiros.

Às minhas irmãs, Suzane e Soraya, pela parceria, amizade, paciência e amor. Sem vocês tudo seria mais difícil.

Ao meu orientador, Davi Michel Valladão, por todo direcionamento, contribuição e incentivo.

À minha co-orientadora, Frances Fischberg Blank, por toda paciência, atenção, colaboração constante, incentivo, amizade e confiança.

Em especial, ao Rodrigo Maranhão, pelas contribuições e apontamentos fundamentais no desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio, pela atenção e ensinamentos nessa jornada.

A todos os meus familiares e amigos que sempre me estimularam. Em especial a Elaine e Álvaro Cruz pela torcida, palavras de incentivo e carinho.

Aos amigos que fiz na PUC e que estiveram dividindo momentos de dificuldades, alegria e trocando experiências. Não poderia deixar de citar Alan, Andrew, Camillo, Lucas, Matheus, Pierry e Rodrigo, sempre constantes nessa trajetória.

À PUC-Rio e ao CNPq, por todo apoio concedido nessa jornada.

Resumo

Silva, Maria Simone Alves da; Valladão, Davi Michel (Orientador). **Filtros de tendência em estratégias *trend-following*: uma aplicação a séries financeiras de mercados emergentes.** Rio de Janeiro, 2018. 82p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho se propõe analisar e comparar filtros de tendência, aplicando-os a estratégias de *trend-following*. A metodologia proposta pode auxiliar a construção de estratégias de investimento. Considerando a busca na literatura por técnicas de extração de tendências que evitem *overfitting*, este trabalho analisará diferentes filtros: filtro L1 (Kim *et al.*, 2009), filtros de médias móveis, o filtro Hodrick-Precott (Hodrick; *et al.*, 1997) e o filtro de Kalman (Kalman, 1960). Para uma base de dados formada por séries de preços de ETFs (Exchange Traded Funds) de índices de bolsa de mercados emergentes, a metodologia apresentada se propõe a avaliar comparativamente o desempenho de estratégias de *trend-following* ao aplicar cada um dos filtros. Os filtros são comparáveis, visto que estarão sendo aplicados às mesmas estratégias, aos mesmos ativos e com os mesmos recursos computacionais. Tendo em vista análises recentes e de boa performance, será dada ênfase ao filtro L1, que é um filtro não linear, diferente dos demais utilizados neste trabalho. Os resultados desta dissertação indicam que o filtro L1 se destaca em relação aos outros, especialmente para estratégias de *trend-following* em períodos diários e semanais. De forma geral, quando se incluem custos nas estratégias os filtros apresentam resultados superiores ao *benchmark*, isto é, trades desnecessários, diminuindo assim o custo de transação. Desta forma, espera-se que a metodologia proposta forneça respaldo para tomada de decisão por parte de investidores.

Palavras-chave

Filtros de Tendência; *trend-following*; mercados emergentes; filtro L1; ETF.

Abstract

Silva, Maria Simone Alves da; Valladão, Davi Michel (Advisor). **Trend filters on trend-following investment strategies: an application to financial time series of emerging markets.** Rio de Janeiro, 2018. 82p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This dissertation aims to analyze and compare trend filters, applying them to trend-following strategies. The proposed methodology can help in decision making for the construction of investment strategies. Considering the search in the literature for techniques of extracting trends that avoid overfitting, this work will analyze different filters: L1 filter (Kim *et al.*, 2009), moving average filters, Hodrick-Precott filter (Hodrick *et al.*, 1997) and the Kalman filter (Kalman, 1960). For a database consisting of stock exchange ETFs (Exchange Traded Funds) of emerging market stock indices, the presented methodology proposes to comparatively evaluate the performance of trend-following strategies when applying each of the filters. The filters are comparable, since they will be applied to the same strategies, the same assets and with the same computational resources. Considering recent analyzes and good performance, emphasis will be placed on the L1 filter, which is a nonlinear filter, different from the others used in this work. The results of this dissertation indicate that the L1 filter stands out in relation to the others, especially for trend-following strategies in daily and weekly periods. In general, when you include costs in strategies, the filters present results that are higher than the benchmark, that is, unnecessary trades, thus reducing transaction costs. In this way, the proposed methodology is expected to provide support for decision-making by investors.

Keywords

Trend Filters; trend-following; emerging markets; L1 filter; ETF.

Sumário

1. Introdução	12
1.1 Objetivo	13
1.2 Contribuições	13
2. Revisão da Literatura	15
2.1 Definições	15
2.1.1. Tendência	15
2.1.2 Filtragem	16
2.1.3 Estratégia	19
3. Metodologia	20
3.1 Implementação dos Filtros	20
3.1.1 Médias Móveis	20
3.1.2 Método de Suavização Exponencial Simples	21
3.1.3 Filtro de Kalman	22
3.1.3.1 Estimação dos Hiperparâmetros das Equações de Observação e de Estado.	24
3.1.3.2 Modelo de Tendência Linear Local	25
3.1.4 Filtro L2 (HP)	26
3.1.5 Filtro L1	28
3.2 Calibração do Parâmetro de Suavização – Filtro L1 e HP	31
3.2.1 Calibração do parâmetro de suavização do filtro HP e L1	31
3.3 Análises para Detecção de Tendência	33
3.3.1 Análise de Retorno Condicional	33
3.3.2 Teste de Detecção de Tendência	33
3.4 Análise <i>out-of-sample</i>	34
3.4.1 Medidas de Acurácia	34
3.5 Estratégia de <i>trend-following</i>	35
3.6 Medidas de desempenho das estratégias	37
3.6.1 Máximo <i>Drawdown</i> (MDD)	38

3.6.2 <i>Tracking Error</i>	39
3.6.3 <i>Information Ratio</i>	39
3.6.4 <i>Net-Profit e Y-Profit</i>	40
4. Resultados	41
4.1 Descrição dos Dados	41
4.2 Análise de Persistência de Tendência nos ETFs de Mercados Emergentes	43
4.2.1 Análise 1: Retorno Condicional	43
4.2.2 Análise 2: Teste de Detecção de Tendência	44
4.3 Medidas de Acurácia dos Filtros Propostos	46
4.3.1 MAPE, RMSE e MAE	46
4.4 Estratégias de <i>Trend Following</i>	47
4.4.1 Estratégias Diárias	48
4.4.2 Estratégia Semanal	51
4.4.3 Estratégia Mensal	55
4.4 Observações Finais	59
5. Conclusões	60
Referências Bibliográficas	63

Lista de figuras

Figura 3.1	Comparação da Região Viável – Filtro L1 com HP	28
Figura 3.2	Filtro L1 aplicado ao S&P500	29
Figura 3.3	Janelas Rolantes	32
Figura 3.4	<i>Equity Curve</i>	37
Figura 3.5	<i>Drawdown</i>	39
Figura 4.1:	Coordenadas Polares – Information Ratio (L1, EMA, HP) – Estratégia Diária/Sem Custos de Transação	50
Figura 4.2:	<i>Equity Curve</i>	51
Figura 4.3:	Coordenadas Polares – Information Ratio (L1, EMA, SMA) – Estratégia Semanal/ Custos Intermediário de Transação	53
Figura 4.4:	<i>Equity Curve</i>	54
Figura 4.5:	Coordenadas Polares – Information Ratio (L1, EMA, SMA) – Estratégia Mensal/ Custos Altos de Transação	57
Figura 4.6:	<i>Equity Curve</i>	58
Figura A.1:	Comparação de Desempenho - <i>YProfit</i> - Estratégia Diária	74
Figura A.2:	Comparação de Desempenho - <i>Information Ratio</i> - Estratégia Diária	75
Figura A.3:	Comparação de Desempenho - MDD - Estratégia Diária	76
Figura A.4:	Comparação de Desempenho - <i>YProfit</i> - Estratégia Semanal.	77
Figura A.5:	Comparação de Desempenho - <i>Information Ratio</i> - Estratégia Semanal.	78
Figura A.6:	Comparação de Desempenho - MDD - Estratégia Semanal	79
Figura A.7:	Comparação de Desempenho - <i>YProfit</i> - Estratégia Mensal	80
Figura A.8:	Comparação de Desempenho - <i>Information Ratio</i> - Estratégia Mensal	81
Figura A.9:	Comparação de Desempenho - MDD - Estratégia Mensal	82

Lista de tabelas

Tabela 3.1: Algoritmo Simplificado	32
Tabela 4.1: Dados dos Ativos	42
Tabela 4.2: Retorno Condicional Médio	43
Tabela 4.3: Resultados do Teste de detecção de Tendência – Percentual de Não Rejeição da Hipótese Nula	45
Tabela 4.4: Ranking dos Filtros em Medidas de Acurácia	46
Tabela 4.5: Teste de Diebold-Mariano - 5% de significância	47
Tabela 4.6: Estratégia Diária – Ranking – Desempenho dos Filtros	48
Tabela 4.7: Estratégia Semanal – Ranking – Desempenho dos Filtros	52
Tabela 4.8: Estratégia Mensal – Ranking – Desempenho dos Filtros	55
Tabela A.1: Retorno Condicional Médio com <i>Threshold</i> de 5%	69
Tabela A.2: Retorno Condicional Médio com <i>Theshould</i> de 10%	70
Tabela A.3: Retorno Condicional Médio com <i>Threshold</i> de 15%	71
Tabela A.4: Resultados do Teste de detecção de Tendência – Percentual de Não Rejeição da Hipótese Nula	72

1. Introdução

A hipótese de eficiência fraca de mercado implica que toda informação pública disponível é refletida nos preços correntes e que, portanto, não é possível ganhar consistentemente acima da taxa livre de risco sem assumir riscos. Entretanto, estudos empíricos na literatura questionam esta suposição, apresentando resultados que vão de encontro a esta hipótese a partir de ganhos observados em estratégias de negociação, entre as quais uma das vertentes mais antigas, consiste em seguir tendências de preços para tomada de decisão de compra e venda de ativos. A linha de pesquisa deste trabalho envolve, assim, o estudo de tendência nos preços de ativos financeiros.

Investidores montam estratégias de investimentos, capturando a tendência de um ativo ao longo do tempo, sem levar em conta o seu movimento em relação a outros ativos. São as chamadas estratégias de *trend-following*.

Assim, é útil estimar a tendência dos ativos de interesse para, enfim, traçar as melhores estratégias. Na literatura financeira, diferentes filtros são utilizados na tentativa de melhor capturar a tendência dos preços de ativos financeiros. Todavia, o grande desafio está relacionado a adotar modelos que não sejam parametrizados em excesso. Deste modo, a busca por técnicas de extração de tendência e uma calibração eficiente dos modelos é de grande importância para construção de estratégia de investimento.

Dentre os filtros sugeridos na literatura, destaca-se o filtro L1, pois representa uma novidade acadêmica aplicada a estratégias de investimento. O filtro L1 é apresentado por Kim *et al* (2009) que, ao proporem alterações no filtro Hodrick-Prescott (Hodrick *et al*, 1997), encontram resultados mais eficientes computacionalmente. Além disso, o filtro proposto traz resultados lineares por partes, onde as mudanças na inclinação da tendência estimada podem ser interpretadas como mudanças abruptas na dinâmica da série, detectando as alterações em uma tendência linear subjacente, sendo assim um filtro não-linear. Bruder *et al* (2011) propõem a utilização de diversos processos de filtragem aplicando-os as estratégias de *trend-following*. Dentre os filtros sugeridos na

literatura, o filtro L1 é um dos principais sugeridos por Bruder *et al* (2011). Dao (2014) faz um estudo mais direcionado, verificando especificidades do processo de filtragem do L1 e comparando-as através de estratégia de *momentum* com outros dois filtros lineares, HP e médias móveis.

1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho é analisar e comparar filtros de tendência, aplicando-os a estratégias de *trend-following*.

Neste trabalho, será analisado o filtro L1 (Kim *et al*, 2009) como foco central para comparação de performance das estratégias, com outros filtros, dentre eles os de médias móveis, o filtro Hodrick-Precott (Hodrick *et al*, 1997) e o filtro de Kalman (Kalman, 1960). O filtro L1 produz estimativas de tendências de forma linear por partes, podendo ser implementado sem muito esforço adicional em relação ao filtro H-P. Neste caso, serão feitos alguns testes empíricos para avaliar a performance do filtro L1 comparado aos demais filtros utilizados neste trabalho, buscando validar tal eficiência.

1.2 Contribuições

Considerando os diferentes filtros propostos, este trabalho busca apresentar uma ampla comparação entre eles tanto no que se refere à capacidade preditiva dos filtros, como à sua performance em *trend-following*. Os experimentos foram realizados em ativos referenciados a mercados acionários de países emergentes. Poucos trabalhos utilizam esta base de informação para este tipo de estratégia. Não foram encontradas na literatura aplicações do método de filtragem L1 para estes mercados. Dentre as principais contribuições, incluem-se:

- (i) Comparar os filtros, a partir de uma base composta pelos os mesmos ativos, submetidos às mesmas estratégias e utilizando os mesmos recursos computacionais.

- (ii) Buscar melhorias na capacidade computacional, aplicada aos processos de estimação e ajuste dos filtros L1 e HP, assim como na calibração dos parâmetros de suavização.
- (iii) Realizar *backtest* histórico e definição de métricas de avaliação *out-of-sample*.
- (iv) Confrontar e analisar os resultados obtidos nas estratégias analisadas.

Desta forma, espera-se que a metodologia proposta forneça respaldo para tomada de decisão por parte de investidores.

1.3 Estrutura do Trabalho

O primeiro capítulo consiste desta introdução. O Capítulo 2 trata da revisão de literatura, destacando os conceitos necessários para a compreensão do trabalho. No Capítulo 3 é abordada a metodologia proposta, destacando a implementação dos filtros, as análises sobre ajuste dos filtros e as estratégias de investimento, bem como as medidas de desempenho utilizadas. O Capítulo 4 apresenta a descrição da base de dados e a análise dos resultados. O Capítulo 5 traz as conclusões da dissertação e, por fim, o último capítulo indica as referências bibliográficas.

2. Revisão da Literatura

Neste capítulo é apresentada uma síntese da literatura existente, bem como questões relacionadas a estratégias de *trend-following*. Primeiramente, serão apresentadas definições sobre o tema, incluindo tendência, filtragem e estratégias, bem como sua relação com aspectos financeiros. Em seguida, serão analisadas as variedades de filtros explorados neste estudo, com o objetivo de modelar tendências nas séries financeiras. Concomitantemente, serão realizadas pesquisas e acerca do assunto.

2.1 Definições

2.1.1. Tendência

Uma série temporal, tipicamente, é caracterizada pelos seguintes elementos: tendência, ciclo, sazonalidade e componente aleatória (Morettin, 2006). O aspecto de interesse desse trabalho é relativo à tendência. Ela captura uma mudança mais global da série em contraste a mudanças locais devido à presença de ruídos.

Identificar tendências faz parte das tarefas importantes no estudo de séries temporais, que são extraídas a partir do uso de métodos de filtragem e que podem ser observadas através do movimento de preços históricos. A estimativa da tendência traz um aspecto de valor intrínseco para o ativo.

Encontram-se na literatura alguns trabalhos que buscam investigar a persistência de tendência em ativos financeiros. Os pioneiros neste tipo de pesquisa são Jagadeesh e Titman (1993) e Asness (1994, 1997), que examinaram ativos norte-americanos. Estudos mais recentes, como o de Szakmary, Shen e Sharma (2010) e Moskowitz, Ooi e Pedersen (2012) constataram a existência desse fenômeno em contratos futuros.

Outros estudiosos como Rauwenhorst (1999), Van der Hart, Slagter e Van Dijk (2003) e Van der Hart, de Zwart, Van Dijk (2005), De Groot Pang, Swinkels (2012) observaram essa persistência em ativos individuais pertencentes ao mercado emergente. Chang, Lima e Tabak (2004) e Hatgioannides e Mesomeris (2007)

examinaram mais de um ativo oriundo de países emergentes e obtiveram resultados insignificantes ao aplicar filtros mais simples em estratégias de compra e venda. Porém, Conover *et al.*, (2017) utilizou técnicas de regressão para extrair tendências em uma base com 30 países emergentes em um intervalo de tempo superior e constatou a persistência de tendências e retornos excessivos predominantes para estratégias de curto prazo.

2.1.2 Filtragem

Há vários filtros de séries temporais regularmente utilizados em trabalhos empíricos, tanto voltados para séries macroeconômicas quanto financeiras. Exemplos incluem trabalhos como os de Anderson e Moore (1979), Oppenheim e Schafer (1989), Gençay *et al* (2002), Leles e Mozelli (2017). Esse ferramental tem como objetivo separar o comportamento de uma série temporal em componentes de tendência e ciclos regulares dos ruídos presentes. Pode ser usado, portanto, para explicar o comportamento passado dos preços dos ativos ou fazer previsão dos futuros retornos.

A persistência de tendência e o seu efeito nos mercados financeiros são objeto de estudos no âmbito acadêmico e financeiro. Mitra *et al.* (2016), Lempérière *et al.* (2014), Hurst *et al.* (2012) e Moskowitz *et al.* (2012) apresentaram evidências para a estabilidade de estratégias baseadas em dados de longo prazo, concluindo que as tendências são resistentes. Bruder *et al.* (2011) apresentam algumas técnicas de medição de tendência, justificando o seu trabalho como uma forma de despertar o interesse pela compreensão da natureza das tendências dos preços no mercado.

A escolha do método de filtragem se baseia principalmente no objetivo almejado pelo pesquisador. O estimador e, conseqüentemente, sua calibração dependem se o interesse é o estudo de um comportamento passado ou se é prever o futuro dado um nível de incerteza aceitável.

Quando a análise que interessa é o comportamento dos preços passados, consideram-se duas vertentes possíveis (Bruder, 2011). A primeira trata de escolher o modelo e os parâmetros que minimizam o erro realizado. Este tipo de processo é usualmente realizado com base no procedimento conhecido como *cross-validation*.

Já a segunda vertente considera um estimador de referência e calibra outro modelo que seja próximo a um *benchmark* (Duke *et al.*, 2013).

Já no que se refere à previsão, os métodos baseiam-se na ideia de que as observações pregressas trazem consigo referências acerca do modelo de atuação da série temporal.

Os filtros podem ser divididos em lineares e não lineares. Diversos autores, como Gallant (1987), Barnett (1989) e Franses and Dijk (2000) realçam que a abordagem convencional em séries financeiras e econômicas fazem uso de filtros lineares, apesar de ressaltarem que a linearidade em Finanças e em Economia é uma exceção.

Dentre exemplos de filtros lineares, incluem-se os chamados de médias móveis, o método de suavização exponencial simples, o Filtro de Kalman, o Filtro L2, chamado também de HP (Hodrick-Prescott), entre outros como, por exemplo, o Singular Spectrum Analysis, também conhecido como SSA. Dentre os não lineares, destaca-se o filtro L1 (Kim *et al.*, 2009).

Diversos autores utilizaram várias técnicas para extrair tendência, acompanhar seu comportamento através de estratégias de investimento analisando sua eficácia. Além de comparar metodologias de filtragem novas com aquelas usuais do mercado.

Dentre os filtros mais comuns, estão os de médias móveis, o qual existem diversos estudos comparando-os com filtros mais sofisticados.

Em particular, o uso de média móvel corresponde a uma técnica de filtragem simples, conhecida e ainda muito utilizada para determinar a tendência de preços de ativos (Leles e Mozelli, 2017, Kaufman, 2013; Yong e Fong, 2005). Já a suavização exponencial simples é um refinamento comparado à média móvel, sendo muito empregada no estudo de estratégias de mercado (Arévalo *et al.* 2017; Kaufman, 2013; Bruder *et al.* 2011).

Nesta linha de comparação com as médias móveis, observa-se o trabalho de Harris e Yilmaz (2009) que utiliza o filtro HP e de médias móveis em uma estratégia de investimento, chegando a resultados equivalentes entre eles. Outra comparação é estabelecida por Dao (2014) que faz uma aplicação dos filtros L1, HP e médias móveis na série de preços do S&P500 e constata que os desempenhos dos três filtros são semelhantes para aquele ativo. Para períodos mais recentes, Benhamou (2016), compara o desempenho de filtragem entre o filtro de Kalman e uma média móvel

simples, Arévalo *et al.* (2107), executa trabalho semelhante, porém entre os filtros HP e de suavização exponencial simples. Comparando o desempenho do filtro de médias móveis com o filtro SSA em estratégias de *trend-following*, Leles e Mozelli (2017) concluem que o filtro proposto, SSA fornece melhores resultados na regra de negociação implementada.

Outra técnica de extração de tendência de preços que se destaca nas pesquisas de *trend-following* é o filtro de Kalman, um algoritmo recursivo que estima o estado de um sistema dinâmico linear a partir de uma série de medições ruidosas (Kalman, 1960). O filtro é utilizado em uma grande variedade de aplicações como em engenharia, econometria, finanças, entre outras.

Dentre os estudos que abordam o filtro de Kalman em estratégias de investimento, Martinelli e Rhoads (2010) utilizam o filtro para verificar qual a melhor estratégia de negociação de ações. Em momento posterior, Bruder *et al.* (2011) e Dao (2014) consideram que o preço segue um passeio aleatório, de modo que o filtro equivaleria à média móvel exponencial ideal, cujo parâmetro de ponderação seria o ganho de Kalman. Haleh *et al.* (2011) utilizam o filtro para previsão do comportamento de ações juntamente com outras técnicas, assim como Benhamou (2016), que o emprega com a finalidade de comparar com técnicas mais simples, como médias móveis, e estudar a previsão do futuro dos preços do ativo S&P500.

Outro procedimento de filtragem deste estudo é conhecido como Filtro L2, ou também chamado de Filtro HP (Hodrick Prescott, 1997). No contexto financeiro, alguns autores já verificaram a eficácia de estratégias comparando seus valores filtrados com outros métodos de filtragem ou modelos de regressão (Harris e Yilmaz, 2009; Dao, 2014; Bruder *et al.*, 2011), ou ainda propuseram alterações no referido filtro com o objetivo de melhorar o seu desempenho computacional e capacidade preditiva (Kim *et al.*, 2009). Como já mencionado anteriormente, o filtro de tendência L1 é uma variação do Filtro HP (Kim *et al.*, 2009).

Trabalhos recentes citam ou utilizam o filtro L1 em estratégias de investimento. Bruder *et al.* (2011) buscam analisar métodos de filtragem para melhor compreensão do comportamento dos preços no mercado, sendo o filtro L1 uma das técnicas sugeridas para investigação. Já Dao (2014) apresenta explicitamente o uso do filtro para estratégias de *trend following*, discutindo o seu uso e variações para extrair tendências.

2.1.3 Estratégia

Trend-following é uma estratégia de investimento que se fundamenta na tendência dos preços, na observação de crescimento ou decréscimo deles. Os investidores estabelecem uma estratégia de acompanhamento de tendências e se nelas se baseiam para tomar decisões de compra ou venda de determinado ativo, apostando na continuidade do movimento (Moskowitz, 2012).

Hurst *et al.* (2012) fazem uma análise histórica do desempenho das estratégias de *trend-following* realçando a sua aplicabilidade em um período superior a 100 anos. Eles referenciam de uso de estratégias de *trend-following*, sinalizando evidências de retornos positivos e destacando aspectos relevantes no setor econômico.

Além de Hurst *et al.* (2012), outros estudos conjecturam e outros apresentam evidências de que estratégias de *trend-following* são lucrativas. Exemplos são Kosowski e Baltas (2013), que buscam fazer uma análise mais minuciosa sobre o assunto, assim como outros que mencionam a relevância dessas estratégias, dentre os quais, Clare *et al.* (2016), Khademi e Zhou (2015), Moskowitz *et al.* (2012) e Burghardt (2011).

3. Metodologia

A metodologia proposta consiste na implementação propriamente dita dos filtros, na análise do seu ajuste, bem como nas estratégias de *trend-following* a serem também implementadas.

Os dados utilizados referem-se a séries de preços 24 ETF (*Exchange Traded Funds*) de índices de ações de diferentes países ou regiões de mercados emergentes. Toda a informação dos dados será detalhada no Capítulo 4 juntamente com os resultados.

3.1 Implementação dos Filtros

Os filtros foram implementados com o auxílio do software *JuliaPro* 0.5, com os pacotes de otimização *Gurobi* e *JuMP*.

Inicialmente a programação foi realizada com o auxílio do software *R*, porém para a otimização de alguns filtros, HP e L1, o desempenho do software se mostrou problemático, uma vez que o tempo computacional exigido era da ordem de grandeza de dias para realização de alguns processos. Optou-se, assim, pelo uso do software *JuliaPro* de modo que os mesmos processos puderam ser realizados em tempo bastante inferior, da ordem de grandeza de minutos.

Essa melhora no desempenho computacional se refere aos otimizadores disponíveis em ambos os softwares. No *R*, foi utilizado o otimizador *optim()*, sendo o procedimento fechado, de forma que a flexibilidade dos parâmetros na sua utilização é limitada. Já no *JuliaPro*, foram utilizados os otimizadores *JuMP* e *Gurobi*. Neste caso, a forma de descrever o modelo é simples e permite uma visão mais clara do código das restrições, além de ser computacionalmente mais rápido.

3.1.1 Médias Móveis

O objetivo do uso de médias móveis consiste em suavizar os dados de uma série temporal com o intuito de eliminar o ruído e identificar as tendências.

Os filtros de médias móveis são baseados em uma média não ponderada de m dados passados de uma série observada x . Considerando m períodos, a média móvel pode ser escrita como:

$$y_t^{MM} = \frac{1}{m}(x_t + x_{t-1} + \dots + x_{t-m+1}) \quad (3.1)$$

$$y_t^{MM} = y_{t-1}^{MM} + \frac{x_t - x_{t-m}}{m} \quad (3.2)$$

onde y_t^{MM} representa uma estimativa do valor intrínseco e x_t o valor observado da série no instante t .

Há dois pontos de atenção que devem ser considerados ao se utilizar esse método de filtragem. O primeiro deles é dado pelo fato de observações mais antigas não serem levadas em conta, conforme novas informações são incluídas no processo. Como o próprio nome indica, trata-se de uma média móvel, pois é calculada uma nova média a cada nova observação incluída, que substitui a mais antiga. O outro é o peso atribuído às observações, sendo todos iguais em cada intervalo de dados. Essas questões podem acabar influenciando na correta detecção de tendência.

3.1.2 Método de Suavização Exponencial Simples

Essa técnica é muito utilizada devido à sua fácil compreensão e aplicação, e pela flexibilidade permitida pela constante de suavização. Indicar o valor mais apropriado para essa constante não é trivial, mas existem alternativas para essa questão segundo Morettin e Tolloi (2006).

O Método de suavização exponencial simples pode ser escrito como:

$$y_t^{SE} = \alpha x_t + (1 - \alpha)y_{t-1}^{SE} \quad (3.3)$$

y_t^{SE} é o estimador do preço intrínseco conhecido como valor exponencialmente suavizado, e α é a constante de suavização (que pode variar no intervalo de 0 a 1,

inclusive). Na implementação desta pesquisa será adotado $\alpha = \frac{2}{n+1}$, conforme Montgomery e Johnson (1976). Quando $y_t^{SE} = y_1^{SE}$, o valor de $y_{t-1}^{SE} = y_0^{SE} = x_1$.

Diferentemente do caso anterior, essa técnica consiste em um cálculo cumulativo, incluindo todos os dados. Os valores passados têm uma contribuição decrescente para a média, enquanto os valores mais recentes têm maior contribuição, possibilitando maior sensibilidade as mudanças nos dados conforme se calculam as médias móveis.

3.1.3 Filtro de Kalman

Para descrever o Filtro de Kalman é importante apresentar primeiramente a modelagem espaço-estado (Kalman, 1960 e Durbin e Koopman, 2001), já que a mesma auxilia na sua descrição.

Este tipo de modelagem é definido por duas equações: uma de observação e outra de estado. A equação de observação pressupõe a relação entre um vetor observável e outro não. Já a equação de estado descreve a evolução das variáveis de estado. De forma geral, a variável de estado, μ_t , é desenvolvida por um processo Markoviano de primeira ordem descrito por:

$$\mu_t = T_t \mu_{t-1} + c_t + R_t \eta_t \quad (3.4)$$

onde

μ_t é um vetor de m variáveis de estado, no tempo t ,

T_t é uma matriz $m \times m$,

c_t é um vetor $m \times 1$,

R_t é uma matriz $m \times p$ e

η_t é o ruído do processo $p \times 1$, tal que $\eta_t \sim \mathcal{N}(0, Q_t)$.

O processo da equação de observação é descrito da seguinte maneira:

$$x_t = Z_t \mu_t + d_t + \varepsilon_t \quad (3.5)$$

onde

x_t é a série temporal de dimensão $n \times 1$;

Z_t é uma matriz $n \times m$;

d_t é um vetor $n \times 1$;

ε_t é o ruído do processo $n \times 1$, tal que $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, H_t)$.

Os processos descritos são gaussianos, não correlacionados, com média zero e matrizes de covariância Q_t e H_t respectivamente. A posição inicial do vetor de estado segue uma distribuição Normal com média a_0 e matriz de covariância P_0 . Os estimadores ótimos de μ_t são definidos como a_t e $a_{t|t-1}$ e os mesmos são baseados em toda informação disponível no tempo t e $t - 1$ respectivamente. As matrizes de covariância do estimador μ_t são associadas a P_t e $P_{t|t-1}$.

Empregando esses conceitos é que se obtém o filtro de Kalman como o conjunto de equações recursivas (Kalman, 1960 e Durbin e Koopman, 2001):

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{t|t-1} = T_t a_{t-1} \\ P_{t|t-1} = T_t P_{t-1} T_t^T + R_t Q_t R_t^T \\ y_{t|t-1} = Z_t a_{t|t-1} \\ v_t = x_t - x_{t|t-1} \\ F_t = Z_t P_{t|t-1} Z_t^T + \sigma_\varepsilon^2 \\ a_t = a_{t|t-1} + P_{t|t-1} Z_t^T F_t^{-1} v_t \\ P_t = (I_m - P_{t|t-1} Z_t^T F_t^{-1} Z_t) P_{t|t-1} \end{array} \right. \quad (3.6)$$

onde $a_{t|t-1} = E[\mu_t | \mathcal{J}_{t-1}]$ e $P_{t|t-1} = \text{Var}[\mu_t | \mathcal{J}_{t-1}]$.

Além disso v_t é o processo de inovação, cuja matriz de covariância é F_t e $y_{t|t-1} = E_{t-1}[y_t]$. Segundo Harvey (1989) é possível obter $a_{t+1|t}$ recursivamente, utilizando $a_{t|t-1}$:

$$a_{t+1|t} = (T_{t+1} - K_t Z_t) a_{t|t-1} \quad (3.7)$$

onde $K_t = T_{t+1} P_{t|t-1} Z_t^T F_t^{-1}$ é a matriz ganho de Kalman, a equação $a_{t+1|t}$ pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$a_{t+1|t} = T_{t+1} a_{t|t-1} + K_t (x_t - Z_t a_{t|t-1}) \quad (3.8)$$

Por fim, o sistema representado abaixo é conhecido como inovação:

$$\begin{cases} y_t = Z_t a_{t|t-1} + v_t \\ a_{t+1|t} = T_{t+1} a_{t|t-1} + K_t v_t \end{cases} \quad (3.9)$$

Dado uma data pré-fixada t^* , então pode-se definir $a_{t|t^*} = \mathbb{E}_{t^*}[\mu_t]$ e $P_{t|t^*} = \mathbb{E}_{t^*}[(a_{t|t^*} - \mu_t)(a_{t|t^*} - \mu_t)^T]$, onde $t \leq t^*$, $a_{t|t^*} = a_{t^*}$ e $P_{t|t^*} = P_{t^*}$. A suavização do filtro é dada pelas equações recursivas a seguir:

$$P_t^* = P_t T_{t+1}^T P_{t+1}^{-1} \quad (3.10)$$

$$a_{t|t^*} = a_t + P_t^*(a_{t+1|t^*} - a_{t+1|t}) \quad (3.11)$$

$$P_{t|t^*} = P_t + P_t^*(P_{t+1|t^*} - P_{t+1|t})P_t^{*T} \quad (3.12)$$

3.1.3.1 Estimação dos Hiperparâmetros das Equações de Observação e de Estado.

As equações de observação e de estado contêm matrizes e vetores que compreendem alguns parâmetros desconhecidos, que são chamados de hiperparâmetros. Os mesmos precisam ser estimados, e uma das técnicas utilizadas para tal é o método de máxima verossimilhança.

A função a ser maximizada é dada pela equação a seguir, conforme demonstrado em Durbin e Koopman (2001).

$$\log L(x) = -\frac{np}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n (\log |F_t| + v_t' F_t^{-1} v_t) \quad (3.13)$$

As medidas v_t e F_t são estimadas a cada iteração do filtro de Kalman e a função de verossimilhança pode ser maximizada em relação ao vetor de hiperparâmetros utilizando um algoritmo numérico adequado. Nesse trabalho utilizamos o pacote Pacote Rucm, no Software R, versão 3.3.3.

3.1.3.2 Modelo de Tendência Linear Local

Para a aplicação do filtro de Kalman, é considerado o modelo de tendência local, de modo que, considerando o termo de tendência, s_t , gerado por um passeio aleatório:

$$\begin{aligned} x_t &= y_t^{FK} + \epsilon_t; \epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2) \\ y_{t+1}^{FK} &= y_t^{FK} + s_t + \xi_t; \xi_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\xi^2) \\ s_{t+1} &= s_t + \phi_t; \phi_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\phi^2) \end{aligned} \quad (3.14)$$

As matrizes do conjunto de equações (3.6) para o modelo em espaço-estado acima são dados por:

$$T_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; Z_t = (1 \quad 0); R_t = I_2; Q_t = \begin{pmatrix} \sigma_\xi^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^2 \end{pmatrix}; \mu_t = \begin{pmatrix} y_t \\ s_t \end{pmatrix};$$

Este modelo é, portanto, classificado como modelo de tendência local, sendo de especial interesse nesse trabalho. Se $\xi_t = \phi_t = 0$, então a tendência é exatamente linear e o conjunto de equações (3.14) passa a ter tendência linear determinística mais o ruído do modelo. Caso contrário, se $\sigma_\xi^2 > 0$ e $\sigma_\phi^2 > 0$, o nível de tendência e a inclinação variam ao longo do tempo.

Segundo Durbin e Koopman (2008), existem críticas a respeito dos valores y_t^{FK} obtidos pelo ajuste deste tipo de modelagem, enfatizando que a suavização não aparenta ser o suficiente para representar a ideia de tendência.

Os autores enfatizam ainda que este problema pode ser resolvido fazendo $\sigma_\xi^2 = 0$ no início do processo e ajustando o modelo de acordo com essa restrição. Uma alternativa, para obter o mesmo efeito, consiste em reescrever a segunda e terceira equações do sistema de equações do modelo (3.14).

Conforme proposto por Young *et al* (1991) o modelo pode ser reescrito da seguinte forma:

$$x_t = (1 \quad 0) \begin{pmatrix} y_t^{FK} \\ s_t \end{pmatrix} + \epsilon_t \quad (3.15)$$

$$\begin{pmatrix} y_{t+1}^{FK} \\ s_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_t^{FK} \\ s_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_t \\ \phi_t \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Como já mencionado anteriormente os hiperparâmetros do modelo serão estimados com base na máxima verossimilhança.

3.1.4 Filtro L2 (HP)

O filtro HP é utilizado para estimar tendência através da seguinte expressão:

$$\min_{y^{HP} \in \mathbb{R}^N} \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{N-1} (x_t - y_t^{HP})^2 + \lambda \sum_{t=1}^{N-2} (y_{t-1}^{HP} - 2y_t^{HP} + y_{t+1}^{HP})^2 \quad (3.17)$$

O primeiro termo da função objetivo representa a soma dos desvios, entre os valores originais da série e os respectivos valores da tendência estimada, que, elevado ao quadrado, representa o grau de ajuste. A segunda parte da expressão, além de indicar a segunda diferença da série, também determina a suavização ou penalização.

O λ é conhecido como parâmetro de suavização que controla o *trade-off* entre a suavização y_t o tamanho do resíduo $x_t - y_t^{HP}$ e admite somente valores maiores ou iguais a zero. Se $\lambda = 0$, a série de tendência seria igual a série original. Em contrapartida, quanto maior for o λ , maior será a suavização da tendência, de tal forma que se $\lambda \rightarrow \infty$, a tendência converge para uma linha reta.

O filtro pode ser reescrito da seguinte forma matricial:

$$\left(\frac{1}{2}\right) \|y^{HP} - x\|_2^2 + \lambda \|Dx\|_2^2 \quad (3.18)$$

onde $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^N$, $y^{HP} = (y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^N$, $\|u\|_2 = (\sum_i u_i^2)^{\frac{1}{2}}$ é conhecida como norma ℓ_2 e $D \in \mathbb{R}^{(n-2) \times n}$ é uma matriz diferencial de segunda ordem:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

onde D é uma matriz Toeplitz, ou seja, de diagonais constantes, e, neste caso, apresenta apenas três diagonais não nulas. A tendência estimada y^{HP} é minimizada da seguinte forma:

$$y^{HP} = (I + 2\lambda D'D)^{-1}x \quad (3.20)$$

onde $I_{N \times N}$ é uma matriz identidade.

Ao invés de utilizar a forma matricial, neste trabalho foi minimizada a função objetivo, procurando-se resolver um problema de otimização quadrática, que busca extrair a tendência, considerada estocástica. Através de recursos computacionais chega-se ao ótimo por meio de sucessivas avaliações, geralmente denominadas de métodos de solução diretos.

Nesta dissertação, suger-se uma alteração no Filtro Hodrick-Prescott (L2), a partir de uma reparametrização, de forma que pode ser definido como o seguinte problema de otimização:

$$\min_{\{y_t^{HP}\}_{i=1}^n} (1 - \phi) \sum_{i=1}^N (x_t - y_t^{HP})^2 + \phi \sum_{i=1}^{N-2} (y_{t-1}^{HP} - 2y_t^{HP} + y_{t+1}^{HP})^2 \quad (3.21)$$

A função objetivo foi ponderada por um parâmetro de suavização denominado como ϕ . E neste contexto, ϕ só poderia assumir valores no intervalo de 0 a 1. Esta reparametrização facilita a escolha e compreensão de ϕ , uma vez que uma das dificuldades de implementação do filtro é a estimação do parâmetro de suavização, pois originalmente o valor não teria limite.

3.1.5 Filtro L1

Com o objetivo de melhorar a capacidade de estimação da tendência do filtro HP, Kim *et al* (2009), propuseram alterações na expressão da função objetivo:

$$\min_{\{y_t^{L1}\}_{t=1}^n} \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N (x_t - y_t^{L1})^2 + \lambda \sum_{t=2}^{N-1} |y_{t-1}^{L1} - 2y_t^{L1} + y_{t+1}^{L1}| \quad (3.22)$$

Essa alteração penaliza as variações das tendências estimadas, além de produzir estimativas de tendências que são lineares, como representado na figura 3.1, em comparação com o filtro HP, e 3.2.

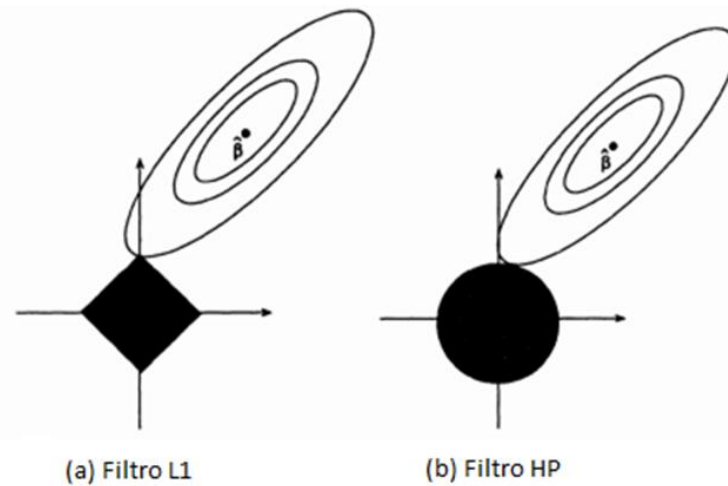


Figura 3.1 Comparação Região Viável - filtro L1 com HP

Fonte: HASTIE, TIBSHIRANI e WAINWRIGHT (2015)

O filtro feito desta forma adota métodos de pontos interiores, o que requer menos esforço que o filtro HP na sua forma original, pois a tendência obtida é o resultado de uma função linear por partes (Kim *et al*, 2009). No entanto, a dificuldade de se estimar o melhor parâmetro de suavização ainda permanece e, ao contrário do processo de filtragem HP, o filtro L1 não possui uma solução analítica exata. No entanto, a complexidade também é linear, isto é, as soluções, devido à norma L1, possuem propriedades de esparsidade que permitem a sua utilização juntamente com algoritmos esparsos, o que torna o cálculo computacionalmente mais eficiente. A figura 3.2 replica o resultado do filtro L1 aplicada à série do S&P500 apresentada por Kim *et al* (2009) e caracteriza a linearidade por partes do filtro.

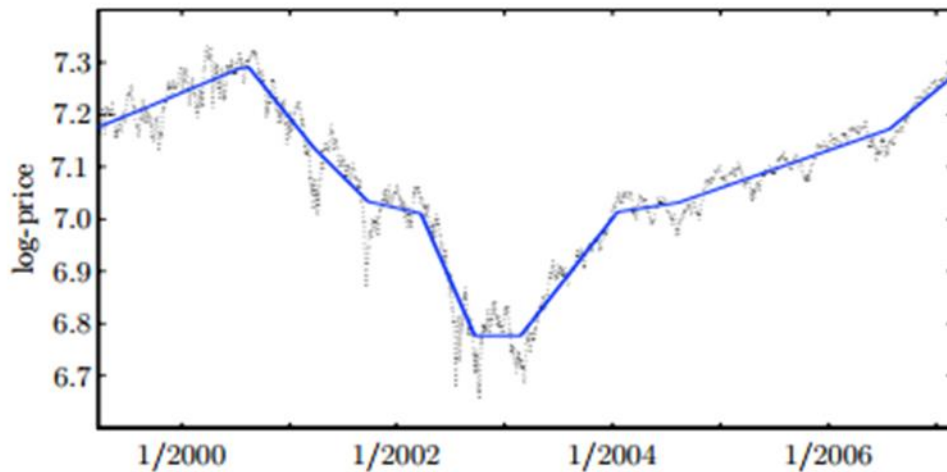


Figura 3.2 - Filtro L1 Aplicado ao S&P 500

Fonte: Adaptado de Kim *et al* (2009)

O parâmetro de suavização, λ , possui as mesmas características apresentadas no filtro HP.

Da mesma forma, o filtro L1 também pode ser reescrito na forma matricial:

$$\frac{1}{2} \|y^{L1} - x\|_2^2 + \lambda \|Dx\|_1 \quad (3.23)$$

onde y^{L1} , x e D são as mesmas medidas definidas no filtro HP diferindo apenas de norma ℓ_2 que foi substituída pela norma ℓ_1 , $\|u\|_1 = \sum_i |u_i|$.

Kim *et al* (2009) e Dao *et al* (2014) discutem a eficiência de alguns algoritmos para resolver a questão de otimização desta soma ponderada e os mesmos salientam algumas propriedades que justificam a variação do HP. Destacam-se:

- Complexidade computacional linear: Assim como para o filtro HP, a tendência pode ser estimada através do filtro L1 através de algoritmos que funcionam em tempo linear e sua execução computada numericamente através de operações aritméticas.
- Não linearidade: A tendência estimada pelo filtro L1 é obtida através de uma função não linear dos dados originais, diferentemente do filtro HP, em que a tendência é estimada através de uma função linear dos dados.

Assim como no processo de filtragem HP, quando o parâmetro de suavização, λ , tende para zero, y^{L1} converge para x . Quando λ tende para ∞ , y^{L1}

converge de forma reta paralela ao eixo do x . Entretanto, essa convergência ocorre um intervalo limitado de possíveis valores de λ , para que de fato os valores estimados para a tendência sejam aceitáveis.

A maior vantagem do método de filtragem L1 em relação ao HP é que a tendência obtida é o resultado de uma função linear por partes (Kim *et al*, 2009). Os pontos de quebra correspondem a alterações na inclinação da tendência estimada e podem ser interpretados como mudanças ou eventos abruptos na dinâmica da série temporal. O número de quebras na estimação de y^{L1} normalmente diminui à medida que o parâmetro de suavização aumenta. A linearidade por partes é conhecida quando se adiciona um termo de norma L1 a uma função objetivo que tende a ser minimizada.

Efetuada de forma análoga a reparametrização realizada para o filtro HP, o problema de otimização para o Filtro L1 pode ser reescrito ponderando a função objetivo com o parâmetro de suavização:

$$\begin{aligned} \min_{\{y_t^{L1}\}_{t=1}^n} & (1 - \phi) \sum_{t=1}^n (x_t - y_t^{L1})^2 + \phi \sum_{t=2}^{n-1} \theta_t \\ \text{s. a.} & \theta_t \geq y_{t-1}^{L1} - 2y_t^{L1} + y_{t+1}^{L1}, \quad \forall t = 2, \dots, n-1 \\ & \theta_t \geq -(y_{t-1}^{L1} - 2y_t^{L1} + y_{t+1}^{L1}), \quad \forall t = 2, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Assim como no filtro HP, o parâmetro de suavização fica limitado ao intervalo entre 0 e 1, reduzindo a dificuldade de implementação discutida por Kim *et al* (2009) e Dao *et al* (2014).

O filtro L1 é o único filtro não-linear implementado neste trabalho e apresenta características de linearidade por partes, trazendo interpretações diferenciadas na estimação da tendência, além de ser considerado como uma melhora no filtro HP e sinalizar as mudanças abruptas nas séries de preços, o que o torna interessante na aplicação de estratégias de *trend-following*, que seguem as tendências dos preços estimadas.

3.2 Calibração do Parâmetro de Suavização – Filtro L1 e HP

A tendência obtida tanto pelo método de filtragem com o filtro L1 como pelo filtro HP dependem do parâmetro de regularização na definição original do problema (equações 3.17 e 3.22), dado por λ . Para valores grandes λ , obtém-se a tendência de longo prazo, enquanto para valores pequenos atingem-se a tendências de curto prazo (Kim *et al*, 2009), de modo que para valores muito pequenos do parâmetro o valor filtrado se aproxima da forma original do sinal. Nota-se que existe um valor máximo, tal que, para valores acima deste, a tendência fica com a forma de uma função afim, onde os coeficientes não dependem de t . De acordo com Kim *et al*. (2009), o valor máximo do parâmetro de suavização é dado por:

$$\lambda_{max} = \left\| (DD^T)^{-1} Dx \right\|_{\infty} \quad (3.25)$$

Assim como mencionado anteriormente, é uma proposta de alteração na função objetivo com a finalidade de reparametrizar e resolver questões de estimação do parâmetro de suavização. O parâmetro de suavização neste caso, será denominado como ϕ e limitado ao intervalo entre 0 e 1. Além disso foram realizados testes empíricos para detectar qual será o valor de ϕ que produziu resultados mais expressivos na estratégia de *trend-following*.

3.2.1 Calibração do parâmetro de suavização do filtro HP e L1

Apesar de o filtro HP possibilitar uma solução analítica explícita (enquanto o L1 não tem solução analítica), a calibração do parâmetro de suavização não é simples, então neste trabalho foi proposta uma alteração na função objetivo de ambos com a finalidade de facilitar os cálculos para a calibração dos parâmetros de calibração tanto do filtro L1 quanto do HP.

Com o intuito de resolver esta temática, Dao *et al*. (2011; 2014) sugerem nos seus trabalhos um procedimento de calibração. A Tabela 3.1 ilustra o procedimento, resumindo o algoritmo que foi adaptado para as alterações propostas. Tal procedimento foi adotado tanto para o filtro HP como para o L1.

As janelas rolantes desse processo possuem o esquema ilustrado na figura 3.3. É separado um conjunto de dados iniciais T_1 , a partir do qual se estima a primeira

tendência, as demais são estimadas com o auxílio da janela rolante T_2 , que tem tamanho fixo mas que percorre toda a série de preços.

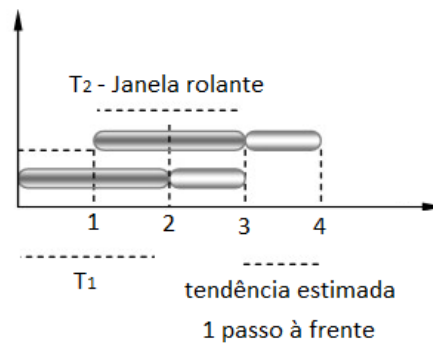


Figura 3.3: Janelas Rolantes

Procedimento realizado nos filtros implementados

Tabela 3.1 - Algoritmo Simplificado

Algoritmo: Cross-Validation – Procedimento Filtro L1	
Passo1	Separou-se parte dos dados históricos para uma janela T_1 fixa. Tal janela representa um conjunto de n dados iniciais: $T_1, n = 50$.
Passo2	Para a janela de teste T_1 aplicou-se o filtro com o valor de $\phi = 0,999$
Passo3	Primeiro valor para a tendência é estimado um passo à frente, através do conceito de tangente: $\frac{(\exp(y_n))^2}{\exp(y_{n-1})}$
Passo4	Para os valores estimados posteriormente foi utilizado uma janela rolante T_2^k , também com tamanho fixo de 50.
Passo5	Os valores filtrados subsequentes ao primeiro são feitos com a janela rolante se deslocando um passo à frente até o final da série.

Através de testes empíricos, realizados no problema de otimização quadrática, foi possível observar que para o problema proposto, o parâmetro de suavização do filtro L1 converge para 0.999, um valor bem próximo de 1. Tal verificação foi realizada utilizando a estratégia de *trend-following* aliada a medida de mercado representando o lucro da mesma, de modo que o parâmetro ϕ que trouxesse maior ganho para a estratégia seria o ideal para ser utilizado.

Análises análogas foram realizadas com o filtro HP, porém o parâmetro ϕ obtido mudou de série para série.

3.3 Análises para Detecção de Tendência

3.3.1 Análise de Retorno Condicional

Uma justificativa para análise de retorno condicional é que, na aplicação de estratégias de *trend-following* supõem-se que tendências positivas são mais prováveis de serem detectadas a partir de períodos de retornos positivos.

Para tal suposição buscou-se realizar uma análise preliminar da persistência de tendência, através de um teste empírico, no qual Bruder *et al* (2011) propõem dividir os retornos médios mensais em dois conjuntos: um inclui retornos mensais que sigam um período seguido de retornos trimestrais positivos; o segundo inclui os que seguem retornos trimestrais negativos. Em seguida verifica-se o percentual de predominância dos retornos, obtendo indícios se a estratégia é de fato aplicável.

3.3.2 Teste de Detecção de Tendência

Outra forma para caracterizar a persistência das tendências é através de um teste também utilizado por Bruder *et al* (2011), seguindo o processo de detecção de tendência proposto por Mann (1945). É proposta a seguinte estatística:

$$\mathbb{S}_t^{(n)} = \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} \text{sgn}(y_{t-i} - y_{t-j}) \quad (3.26)$$

onde

$$\begin{cases} \text{sgn}(y_{t-i} - y_{t-j}) = 1, & y_{t-i} > y_{t-j} \\ \text{sgn}(y_{t-i} - y_{t-j}) = -1, & c. c \end{cases}$$

Para o teste, a hipótese nula, H_0 , é de que os dados são provenientes de uma população onde as variáveis aleatórias são independentes e distribuídas de forma idêntica e com variância finita.

A hipótese alternativa (*one-sided*), H_1 , é que os dados seguem uma tendência monotônica ao longo do tempo.

A variância deste processo é dada por:

$$\text{var}(\mathbb{S}_t^{(n)}) = \frac{n(n-1)(2n+5)}{18} \quad (3.27)$$

A estatística pode ser normalizada da seguinte forma:

$$S_t^{(n)} = \frac{2S_t^{(n)}}{n(n+1)} \quad (3.28)$$

Se $S_t^{(n)}$ tiver valores próximos de 1 (ou -1) implica que há tendência perfeitamente positiva (ou negativa). Entretanto se $S_t^{(n)} \simeq 0$ não há tendência.

Sob a hipótese nula, de que não há tendência, tem-se que $Z_t^{(n)} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \mathcal{N}(0,1)$ com $Z_t^{(n)} = \frac{S_t^{(n)}}{\sqrt{\text{var}(S_t^{(n)})}}$

3.4 Análise *out-of-sample*

3.4.1 Medidas de Acurácia

Com intuito de comparar a capacidade preditiva um passo à frente dos métodos de filtragem utilizados, podem ser empregadas ferramentas fundamentadas na análise residual dos filtros estudados. Para verificar a performance dos filtros, serão analisadas algumas medidas: RMSE (*Root Mean Squared Error*), MAE (*Mean Absolute Error*), MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*).

O RMSE apresenta as diferenças individuais entre o ajuste do filtro e os preços observados. Neste caso, o indicador busca avaliar o tamanho médio do erro de um agrupamento de resultados de ajuste, dando mais importância a erros maiores. Logo define-se o indicador como:

$$RMSE_{i,k} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x_{i,t} - \hat{y}_{i,t}^k)^2} \quad (3.29)$$

onde

$RMSE_{i,k}$ é o indicador do ativo i pelo filtro k ,

$x_{i,t}$ é a observação do preço do ativo i , no instante t ,
 $\hat{y}_{i,t}^k$ é o preço intrínseco do ativo i , no instante t , pelo filtro k e,
 N é a quantidade de observações da série de preço i .

O indicador MAE é dado por:

$$MAE_{i,k} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |x_{i,t} - \hat{y}_{i,t}^k| \quad (3.30)$$

onde

$MAE_{i,k}$ é o indicador do ativo i pelo filtro k .

O MAPE expressa a acurácia do erro do ajuste na forma percentual. Tal medida considera a grandeza das observações. Logo definiremos o indicador como:

$$MAPE_{i,k} = \frac{\sum_{t=1}^N \left| \frac{(x_{i,t} - \hat{y}_{i,t}^k)}{x_{i,t}} \right|}{N} \times 100, \text{ se } x_{i,t} \neq 0 \quad (3.31)$$

onde

$MAPE_{i,k}$ é o indicador do ativo i pelo filtro k .

A fim de verificar se a perda diferencial entre dois processos de filtragem é de fato significativa, o teste de Diebold e Mariano (1995) foi utilizado. Este teste compara se o desempenho dos filtros analisados possui diferença de desempenho no ajuste.

3.5 Estratégia de *trend-following*

As séries de preços filtrados dos ativos serão dadas pelos diferentes filtros utilizados, de forma que serão comparados os desempenhos de estratégias de *trend-following* utilizando diferentes filtros.

A estratégia pressupõe que se há tendência de subida, fica-se comprado no ativo, e se há tendência de queda, fica-se vendido no ativo. Três variações serão então analisadas:

- (i) Estratégia diária (1 dia útil), será considerada tendência de alta quando o preço subir em relação ao dia anterior;
- (ii) Estratégia semanal (5 dias úteis), será considerada tendência de alta quando o preço subir em relação ao de 5 dias antes;
- (iii) Estratégia mensal (21 dias úteis) de forma análoga para 21 dias.

Assim, para o instante de tempo t , cada uma das três versões de *trend-following* propostas será implementada tomando-se a comparação do preço filtrado do ativo em t com preço filtrado do ativo nos instantes $t - M$, onde $M = 1, 5$ ou 21 dias.

Assim, para cada, filtro, é gerado um resultado de cada uma das estratégias, a partir do preço observado da série correspondente.

Para tornar os resultados das estratégias em cada ativo comparáveis em termos do risco associado a cada um deles, os resultados serão avaliados a partir de uma normalização pela volatilidade. Supondo uma posição comprada no ativo, o valor investido q_t é dado pelo inverso da sua volatilidade σ_t , definida para fins deste trabalho como o desvio padrão em uma janela móvel. Seja então:

$$q_t = \frac{1}{\sigma_t} * \text{sign}(y_t - y_{t-M}) \quad (3.32)$$

O resultado no tempo $t+1$ para a posição em um ativo é calculado como:

$$R_{t+1} = q_t \left(\frac{x_{t+1}}{x_t} - 1 \right) \quad (3.33)$$

onde x_t representa o preço da série analisada. Essa expressão representa o valor financeiro do dia, pois está associado com o do dia anterior e verificando o quanto vai modificar no fechamento atual.

Na equação (3.33), o resultado não pressupõe custo de transação. Para incluí-lo, considerando um custo de transação c , proporcional ao financeiro, e aplicando uma regra de *backtest*, o resultado é dado por:

$$R_{t+1} = q_t \left(\frac{x_{t+1}}{x_t} - 1 \right) - c \left| q_t \frac{x_{t+1}}{x_t} - q_{t+1} \right| \quad (3.34)$$

A partir dos resultados diários calculados, para a avaliação de desempenho das estratégias a partir de cada filtro, algumas medidas de desempenho propostas na literatura são descritas a seguir. Ainda, para a utilização destas medidas, calcula-se também a chamada *equity curve*, dada pelo resultado acumulado no tempo, de modo que a curva é uma representação gráfica da variação do valor total investido.

$$EC_t = \sum_{i=1}^t R_t \quad (3.35)$$

A figura 3.4 ilustra como exemplo um gráfico de *equity curve* obtida com o filtro de médias móveis simples. No gráfico, os períodos em crescimento indicam que as posições assumidas para este ativo estão aumentando. Neste caso, na implementação da estratégia de *trend-following*, com o filtro de médias móveis simples (SMA), indica que tal metodologia segue a tendência dos preços extraída pelo filtro e a utiliza para determinar se um ativo específico teve crescimento ou decréscimo nos ganhos com a estratégia.

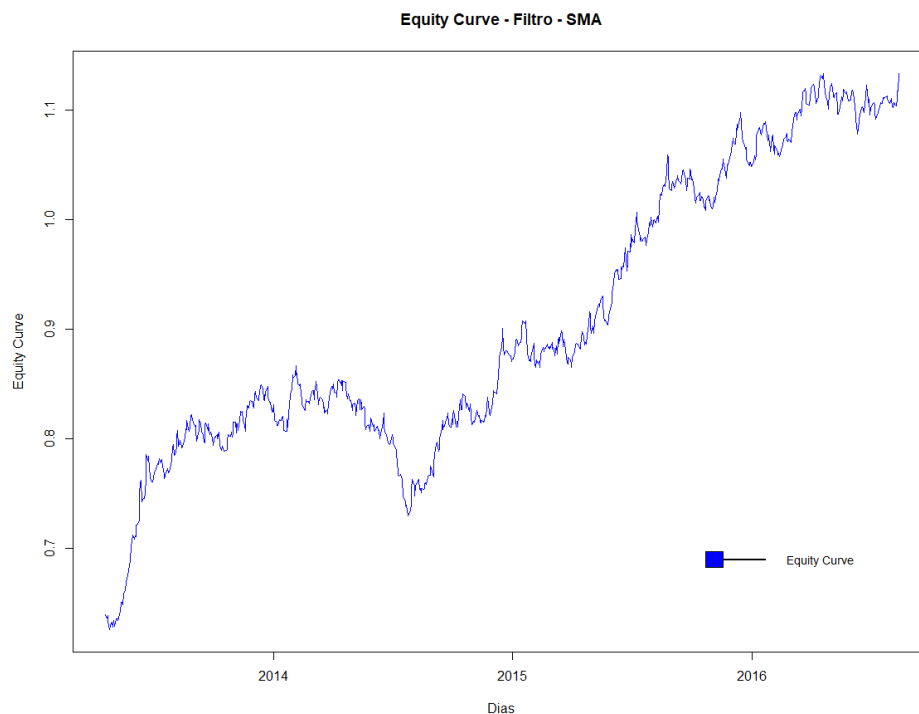


Figura 3.4: Equity Curve

Filtro de Kalman – Série: Chile – Estratégia Mensal – Sem Custos

3.6 Medidas de desempenho das estratégias

As medidas de mercado escolhidas para aferir o desempenho da estratégia ao utilizar cada um dos filtros foram: NetProfit; yProfit; MDD (Máximo *Drawdown*);

Tracking Error e Information Ratio. Tais medidas foram selecionadas pois são utilizadas de forma prática por investidores quando estratégias deste tipo são analisadas e serão explicadas nas próximas seções.

Estas medidas serão calculadas utilizando cada filtro proposto para as três estratégias: diária, semanal e mensal ($M = 1, 5$ e 21 dias úteis). As performances dos filtros nas estratégias serão comparadas com o benchmark dado pela própria série de preços.

3.6.1 Máximo Drawdown (MDD)

Drawdown representa o total de perdas de uma estratégia, antes de esta regressar novamente aos ganhos. Ou seja, registra todos os declínios na riqueza do investidor que são registrados, no período de execução do algoritmo Segundo Grant (2004) o *Drawdown* é definido como:

$$DD_t = -(EC_t - \text{Max}(EC_1, EC_2, \dots, EC_t)) \quad (3.36)$$

onde:

EC_t : *equity curve* no tempo t .

O Máximo *Drawdown* (MDD) é definido como a maior perda dado um determinado intervalo de $t = 1, \dots, T$. Essa medida capta o pior desempenho que um possível investidor poderia obter na estratégia estabelecida.

$$MDD = \text{Max}(DD_1, DD_2, \dots, DD_T) \quad (3.37)$$

onde DD_t representa o *drawdown* no tempo t .

É importante salientar que ele mede apenas o tamanho da maior perda, mas não diz nada sobre a frequência de grandes perdas.

A figura 3.5 ilustra um exemplo de *drawdown*, isto é, a maior redução do capital antes de novo avanço dado o período observado.

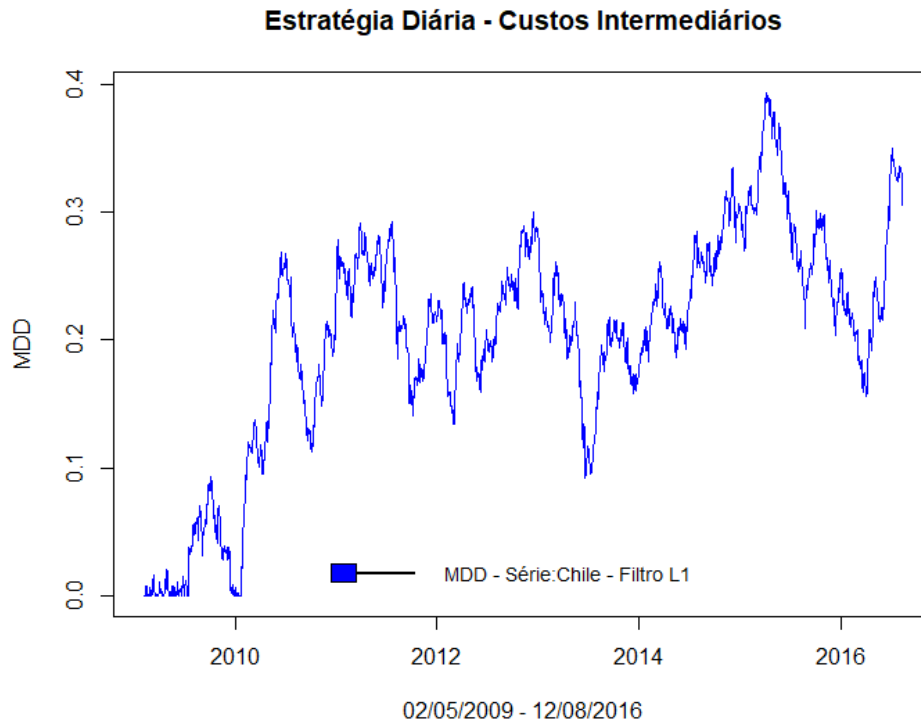


Figura 3.5: *Drawdown*

Série Chile - Filtro L1 – Estratégia Diária – Custo Intermediário

3.6.2 *Tracking Error*

Tracking Error é uma medida do risco de uma estratégia se desviar de seu *benchmark*. O *benchmark* será a estratégia baseada na própria série de preços. Este risco é medido a partir da volatilidade da diferença dos resultados destas estratégias, anualizando a informação, considerando 252 dias úteis em um ano (Grinold e Kahn, 2000).

$$TE = \sigma(R_t - R_t^{bm})\sqrt{252} \quad (3.38)$$

3.6.3 *Information Ratio*

A medida de *Information Ratio* é a razão entre o excesso de ganho de uma determinada estratégia em relação ao *benchmark* e o seu risco relativo, anualizando a métrica considerando 252 dias úteis (Grinold e Kahn, 2000). Considerando uma

série de tamanho T e sendo o risco relativo dado pelo *tracking error*, a *information ratio* é dada por:

$$IR = \frac{EC_T - EC_T^{bm}}{TE * \frac{252}{T}} \quad (3.39)$$

Quanto maior for essa medida, mais significativa é a melhora que o filtro proporciona à estratégia, pois indica o quanto de ganho uma determinada estratégia, obtida através de um determinado filtro, propiciou acima do *benchmark*, informação equivalente ao índice de Sharpe.

3.6.4 *Net-Profit* e *Y-Profit*

Chama-se de *Net Profit* o ganho total da estratégia no período testado:

$$NProfit = EC_T - EC_0 \quad (3.40)$$

onde:

Já o *YProfit* consiste em uma medida similar ao *Net Profit*, a partir da sua anualização.

4. Resultados

4.1 Descrição dos Dados

Os dados são referentes a séries de 24 ETFs (*Exchange Traded Funds*) de índices de ações. Os ETFs surgiram na década de 1980 nos Estados Unidos e são fundos de investimento cujas cotas são negociadas nas bolsas de valores. Cada ETF reflete o desempenho de um índice de referência, de modo que as cotas do fundo correspondem à performance de uma carteira de ações.

O conjunto de séries escolhido é composto por 21 índices de diferentes mercados emergentes e 3 outros que incluem ações de mercados emergentes e desenvolvidos. Eles são projetados com a finalidade de medir o desempenho do mercado de ações em mercados emergentes do mundo, considerados, portanto, ativos arriscados.

Os investidores destes tipos de ativo estão dispostos a aceitar retornos voláteis. Por isso há vislumbre de cenários com grandes ganhos, e conseqüentemente grandes perdas também.

A tabela 4.1 descreve ativos utilizados nesse estudo, realçando a sigla, região de origem, quantidade de dados, a data inicial e final dos dados coletados. Os dados são diários, mas as datas iniciais variam de série para série, sendo a data final em agosto de 2016 para todas elas – quando a presente pesquisa teve início.

O maior número de dados disponível se refere aos ETFs da Malásia e de Singapura, cuja data inicial é 01/04/1996, e o que apresenta menor número de dados disponível se refere ao da Grécia, cuja data inicial é 08/12/2011.

Tabela 4.1: Dados dos Ativos

SIGLAS	NOME	REGIÃO	QUANT. DADOS	DATA INICIAL	DATA FINAL
EEM	iShares MSCI Emerging Markets	EEM	3358	14/04/2003	12/08/2016
AAXJ	iShares MSCI All País Asia ex Japan	Ásia	2012	15/08/2008	11/08/2016
EFA	American Financial Group Inc	EFA	3764	27/08/2001	12/08/2016
ECH	iShares MSCI Chile Capped	Chile	2198	20/11/2007	12/08/2016
EEMV	iShares MSCI Borda Min Vol Emerging Mkts	EEMV	1210	20/10/2011	11/08/2016
EIDO	iShares MSCI Indonésia	Indonésia	1578	07/05/2010	11/08/2016
EPHE	iShares MSCI Filipinas	Filipinas	1478	29/09/2010	11/08/2016
EPI	WisdomTree Índia Earnings ETF	Índia	2133	26/02/2008	12/08/2016
EPOL	iShares MSCI Poland Capped	Polônia	1566	26/05/2010	11/08/2016
EPU	iShares MSCI All Peru Capped	Peru	1799	22/06/2009	11/08/2016
EWM	iShares MSCI Malaysia	Malásia	5128	01/04/1996	12/08/2016
EWS	iShares MSCI Singapore	Singapura	5128	01/04/1996	12/08/2016
EWT	iShares MSCI Taiwan	Taiwan	4060	23/06/2000	12/08/2016
EWV	iShares MSCI México Capped	México	5128	01/04/1996	12/08/2016
EWY	iShares MSCI Coreia do Sul Capped	Coreia do Sul	4089	12/05/2000	12/08/2016
EWZ	iShares MSCI Brasil Capped	Brasil	4046	14/07/2000	12/08/2016
EZA	iShares MSCI África do Sul	África do Sul	3403	07/02/2003	12/08/2016
FXI	iShares China Large-Cap	China	2983	08/10/2004	12/08/2016
GREK	Global X MSCI Greece ETF	Grécia	1176	08/12/2011	11/08/2016
ILF	América Latina iShares 40	Am. Latina	3725	26/10/2001	12/08/2016
RSX	VanEck vetores Rússia ETF	Rússia	2341	30/04/2007	12/08/2016
THD	iShares MSCI Thailand Capped	Tailândia	2019	04/01/2008	12/08/2016
TUR	iShares MSCI Turkey	Turquia	2111	28/03/2008	12/08/2016
VPL	ETF Vanguard FTSE Pacífico	Pacífico	2878	10/03/2005	12/08/2016

Ao longo do trabalho, os índices serão referidos pela região correspondente (exceto os índices EEM, EEMV e EFA).

4.2 Análise de Persistência de Tendência nos ETFs de Mercados Emergentes

Para proceder com a análise de estratégias de *trend following*, é interessante observar a existência de persistência de tendência na base de dados escolhida.

4.2.1 Análise 1: Retorno Condicional

Seguindo essa metodologia implementada por Bruder *et al* (2011) e comentada na seção 3.3.1 foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 4.2. Os trimestres positivos são superiores aos negativos.

Tabela 4.2: Retorno Condicional Médio

ETF	Trimestre Anterior Negativo	Trimestre Anterior Positivo	Diferença
ÁFRICA DO SUL	-0,01%	1,28%	1,29%
AMÉRICA LATINA	-0,27%	0,61%	0,88%
ÁSIA	0,35%	0,94%	0,59%
BRASIL	-0,81%	0,57%	1,38%
CHILE	-0,82%	1,10%	1,92%
CHINA	0,34%	0,36%	0,02%
COREIA DO SUL	0,44%	0,90%	0,45%
EEM	-0,05%	0,88%	0,94%
EEMV	0,04%	0,28%	0,24%
EFA	0,51%	0,75%	0,24%
FILIPINAS	0,05%	1,42%	1,38%
GRÉCIA	-1,55%	-1,31%	0,24%
ÍNDIA	-0,44%	1,34%	1,78%
INDONÉSIA	0,14%	0,26%	0,12%
MALÁSIA	0,22%	1,00%	0,77%
MÉXICO	-0,11%	1,20%	1,31%
PACÍFICO	1,01%	0,47%	-0,54%
PERU	-0,65%	1,14%	1,79%
POLÔNIA	-0,18%	-0,58%	-0,41%
RÚSSIA	-1,17%	1,48%	2,65%
SINGAPURA	0,54%	0,99%	0,45%
TAILÂNDIA	1,95%	-0,26%	-2,21%
TAIWAN	0,83%	0,78%	-0,05%
TURQUIA	0,76%	0,39%	-0,37%

É possível notar que, em média, os retornos são maiores após uma tendência positiva do que após uma negativa, indicando que as tendências são persistentes e aparentam ter previsibilidade. Constatam-se essas evidências em aproximadamente 80% dos ativos das séries da base analisada.

O mesmo processo foi realizado considerando limites inferiores e superiores a 5%, 10% e 15% para os retornos trimestrais imediatamente anteriores aos retornos mensais utilizados para análise. Os resultados indicam que resultados mensais positivos prevalecem após um período de retornos positivos em relação a períodos de retornos negativos, como pode ser observado nas Tabelas A.1, A.2 e A.3, em anexo.

Para retornos acima de 5%, tal comportamento é observado em 67% das séries da amostra (Tabela A.1). Para retornos trimestrais acima de 10% (Tabela A.2), em 58% das séries observa-se tal comportamento.

Para retornos acima de 15% (Tabela A.3), aproximadamente 62% dos ativos estudados apresentam esse padrão.

Portanto, após a verificação dos resultados obtidos por essa análise de persistência de tendência, é possível observar de forma preliminar um indicativo de que é válido o estudo de estratégias de *trend following*.

4.2.2 Análise 2: Teste de Detecção de Tendência

Para a análise do teste apresentado na seção 3.3.2, foram considerados os seguintes aspectos:

- H_0 : Os ETF's analisados são independentes e sem nenhuma tendência significativa.
- Foram analisados três tamanhos de amostras diferentes: 10 dias, 3 meses e 1 ano;
- Utilizaram-se três níveis de confiança 90%, 95% e 99%;
- Os resultados da tabela 4.3 expressam o percentual de amostras analisadas que apresentaram persistência de tendência (ou seja, percentual de testes nos quais a hipótese nula foi rejeitada).

Na Tabela 4.8 é apresentada uma análise deste teste para 5 das 24 séries analisadas neste estudo. Essas séries compõem o grupo econômico de países do mercado emergente denominado BRICS (Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul). Os resultados para as outras 19 séries podem ser observados no Anexo Tabela A.4.

Para períodos maiores a persistência de tendência é observada em um percentual menor do que em períodos menores em todas as séries analisadas, sugerindo uma persistência maior em janelas de observações menores.

Isso leva a esperar que, para estratégias com períodos menores, possivelmente os resultados de *trend following* sejam mais evidentes com os métodos de filtragem do que para períodos maiores.

Tabela 4.3: Resultados do Teste de detecção de Tendência – Percentual de Não Rejeição da Hipótese Nula.

Índice	Tamanho da Amostra	Conf. de		
		90%	95%	99%
África do Sul	n=10 dias	51%	51%	51%
	n=3 meses	82%	82%	82%
	n= 1 ano	89%	89%	89%
Brasil	n=10 dias	74%	54%	34%
	n=3 meses	83%	83%	73%
	n= 1 ano	95%	95%	88%
China	n=10 dias	74%	51%	30%
	n=3 meses	78%	78%	78%
	n= 1 ano	90%	90%	90%
Índia	n=10 dias	49%	49%	49%
	n=3 meses	88%	88%	68%
	n= 1 ano	95%	95%	91%
Rússia	n=10 dias	74%	52%	33%
	n=3 meses	88%	78%	78%
	n= 1 ano	91%	91%	81%

Os resultados representam os percentuais de amostras analisadas que não apresentam persistência de tendência

4.3 Medidas de Acurácia dos Filtros Propostos

4.3.1 MAPE, RMSE e MAE

Com o intuito de verificar a capacidade preditiva dos filtros antes dos resultados das estratégias analisadas, foram analisadas três medidas de acurácia relativas ao erro agregado de previsão: MAPE, RMSE e MAE. Quanto menor o valor da medida, melhor é a acurácia do filtro. A previsão foi realizada a partir dos filtros sempre um passo-a-frente, ou seja, com base nos valores observados até a data t , a previsão é obtida para $t+1$.

A tabela 4.4 sumariza os resultados. O maior destaque de acurácia foi o filtro de Kalman com as medidas MAPE e MAE, seguido pelo filtro de suavização exponencial (EMA) com o RMSE. O filtro com pior acurácia foi o L1.

Tabela 4.4: Ranking dos Filtros em Medidas de Acurácia

Posição Média de cada filtro em cada medida de acurácia				
<u>Filtro</u>	<u>MAPE</u>	<u>RMSE</u>	<u>MAE</u>	
Kalman	1,065	0,650	0,372	
Suavização Exponencial (EMA)	1,100	0,491	0,374	
Médias móveis simples (SMA)	1,360	0,608	0,463	
HP	1,546	0,718	0,536	
L1	2,127	0,938	0,727	

O teste de Diebold e Mariano (1995) tem como objetivo verificar se a diferença absoluta entre das medidas agregadas de erro são estatisticamente significativas. O teste foi implementado para as 24 séries, nos cinco filtros analisados, considerando uma significância de 5% (confiança de 95%) e a hipótese alternativa bilateral.

Na tabela 4.5, os dados acima da diagonal principal mostram a quantidade de ativos em que não houve diferença significativa entre os filtros da linha e da coluna correspondente. Abaixo da diagonal, está o número de séries que apresentaram diferença significativa (5% de confiança).

Tabela 4.5: Teste de Diebold-Mariano – 5% de significância

Teste de Diebold-Mariano

	<u>SMA</u>	<u>EMA</u>	<u>LI</u>	<u>HP</u>	<u>KALMAN</u>
<u>SMA</u>	X	24	24	24	19
<u>EMA</u>	0	x	24	24	19
<u>LI</u>	0	0	x	24	23
<u>HP</u>	0	0	0	x	22
<u>KALMAN</u>	5	5	1	2	x

Dados acima da diagonal principal: quantidade de ativos em que não houve diferença significativa
 Dados abaixo da diagonal principal: quantidade de ativos em que houve diferença significativa (conf, 5%)

Nota-se que apenas o filtro de Kalman apresentou diferença significativa em relação aos outros filtros, para alguns ativos. Médias móveis simples (SMA): Coreia do Sul, Grécia, Índia, México e Turquia; Suavização Exponencial Simples (EMA): América Latina, China, Indonésia, Malásia e Taiwan; L1: Peru; HP: Grécia e Índia.

4.4 Estratégias de *Trend Following*

Foram avaliadas estratégias com diferentes horizontes de investimento (diária, semanal e mensal) e custos de transação envolvidos.

Em todos os casos, foram avaliadas as medidas propostas. Além da comparação entre os filtros analisados, confrontaram-se os resultados com o benchmark, sendo dado pela própria série de preços, denominado neste trabalho de Identidade.

Avaliaram-se as medidas de desempenho das estratégias propostas no capítulo 3, porém, para um detalhamento maior, foram escolhidas três delas, pois representam com maior clareza os ganhos e as perdas de cada uma das estratégias implementadas: *YProfit*, *Information Ratio*, *Máximo Drawdown*.

4.4.1 Estratégias Diárias

Com os resultados observados na estratégia diária foi possível constatar um desempenho favorável dos filtros analisados na estratégia de *trend-following* quando comparado ao *benchmark*. Conforme os custos vão sendo incorporados na estratégia, a performance dos filtros supera o *benchmark* em todos os ativos analisados. Além disso, a estratégia se torna rentável para um possível investidor até um determinado nível de inclusão de custos de transação. Conforme o custo vai se elevando é possível observar, através da medida estatística *YProfit*, prejuízos. Na tabela 4.6, verifica-se um resumo do desempenho do ranking dos filtros analisados com base nas medidas *YProfit*, *Information Ratio* e MDD.

Tabela 4.6: Estratégia Diária – Ranking – Desempenho dos Filtros

		L1	EMA	SMA	HP	Kalman	<i>Benchmark</i>					
		Sem Custo de Transação										
<i>Yprofit</i>	Total	Total		Total		Total		Total		Total		
	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo
	14	0	0	0	0	0	4	0	2	0	4	0
<i>Information Ratio</i>	Total	Total		Total		Total		Total		Total		
	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas
	16	1	0	0	0	3	4	*	*			
15	1	1	0	0	0	2	1	2	2	*	*	
MDD	13	2	3	3	1	2						
		Custo Intermediário										
<i>Yprofit</i>	Total	Total		Total		Total		Total		Total		
	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo
	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
<i>Information Ratio</i>	Total	Total		Total		Total		Total		Total		
	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas
	19	4	1	0	0	0	*	*				
19	0	4	0	1	0	0	0	0	0	*	*	
MDD	23	1	0	0	0	0						
		Custo Alto										
<i>Yprofit</i>	Total	Total		Total		Total		Total		Total		
	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo
	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
<i>Information Ratio</i>	Total	Total		Total		Total		Total		Total		
	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas
	17	4	3	0	0	*	*					
17	0	4	0	3	0	0	0	0	0	*	*	

MDD	24	0	0	0	0	0
-----	----	---	---	---	---	---

Em cada coluna é apresentado o número de séries em que cada filtro se destacou como o de melhor desempenho na estatística correspondente em comparação com os demais. Em cada um dos casos, para a estatística *YProfit*, se o destaque para os filtros foi de lucro ou prejuízo para as respectivas séries. Enquanto que para a estatística *Information Ratio* enfatiza-se se os destaques para cada filtro foram de ganhos ou perdas se comparado ao *benchmark*.

* Não se analisa a estatística *Information Ratio* em relação ao *benchmark*, pois essa medida é uma comparação dos filtros com a própria série de preços.

O filtro que mais se destacou, comparado aos demais analisados, foi o L1. Conforme os custos vão sendo incluídos ele é o que gera menos prejuízos em todas as séries analisadas, sendo possível constatar tais evidências através da estatística *YProfit* e MDD.

Observa-se através da estatística *Information Ratio*, que o filtro L1 é o que proporciona maiores ganhos se comparado ao *benchmark*, tanto para estratégias sem custos de transação como para aquelas com custos mais elevados. Dentre os filtros que mais se destacaram, observam-se perdas em relação ao *benchmark*, na estratégia sem custos de transação, nas séries referentes ao Chile (Kalman), Grécia (L1), Indonésia (Kalman) e Peru (HP).

A figura 4.1 representa um gráfico de coordenadas polares para a medida *Information Ratio* em que cada um dos ativos é representado por um vértice. Assim a figura traz a comparação do rendimento dos filtros que apresentaram em média melhor performance na estratégia diária sem custos de transação se comparados ao *benchmark*, tendo sido eles L1, EMA e HP.

A circunferência vermelha no gráfico de coordenadas polares representa o limite entre valores positivos e negativos, isto é, vértices dentro da circunferência indicam perdas em relação ao *benchmark*, enquanto que vértices que estejam fora sinalizam ganhos em se utilizar o método de filtragem na estratégia se comparado ao *benchmark*.

Sendo assim, é possível notar que na série referente à África do Sul o filtro L1 teve performance inferior ao *benchmark*. Já nas séries do Chile, Grécia, Indonésia e Peru os três filtros tiveram desempenho inferior, enquanto nos demais casos os filtros superaram o *benchmark*.

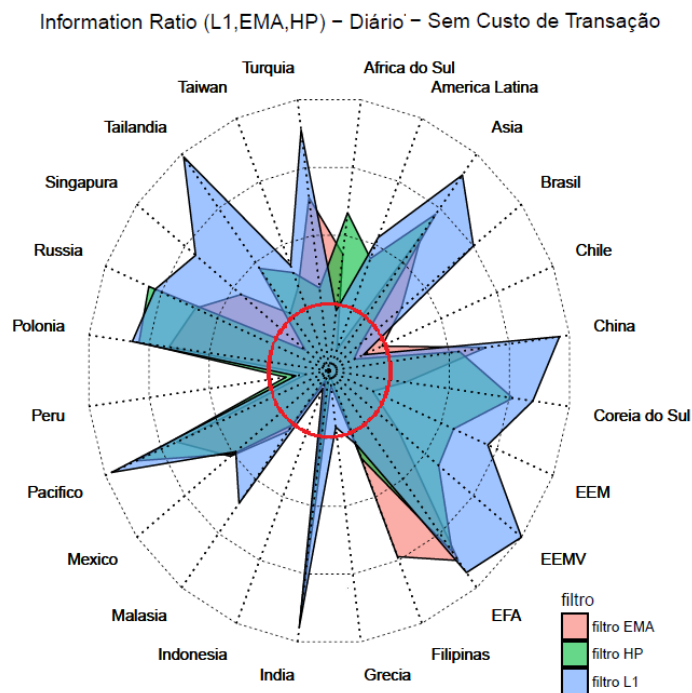


Figura 4.1: Coordenadas Polares – *Information Ratio* (L1, EMA, HP) – Estratégia Diária/Sem Custos de Transação

A medida no raio indica o valor da estatística *Information Ratio* para a estratégia aplicada à série correspondente. O centro do gráfico corresponde ao valor de -0.04 e o ponto mais externo corresponde ao valor de 0.04. A Circunferência vermelha sinaliza que vértices acima dela são positivos e abaixo são negativos.

Com os custos de transação mais elevados, o único resultado que gerou lucros foi a estratégia aplicada à série da Grécia, com os valores de tendência filtrados pelo filtro L1. As demais séries e respectivos métodos de filtragem indicaram prejuízos.

Observando os ganhos em cada um dos ativos analisados, a série que apresentou resultados mais expressivos foi a série associada ao Peru através dos resultados obtidos com o *benchmark*. A figura 4.2 apresenta a *equity curve* de cada um dos filtros aplicado à estratégia diária nesta série, considerando 1 dia útil, no período de julho a agosto de 2016.

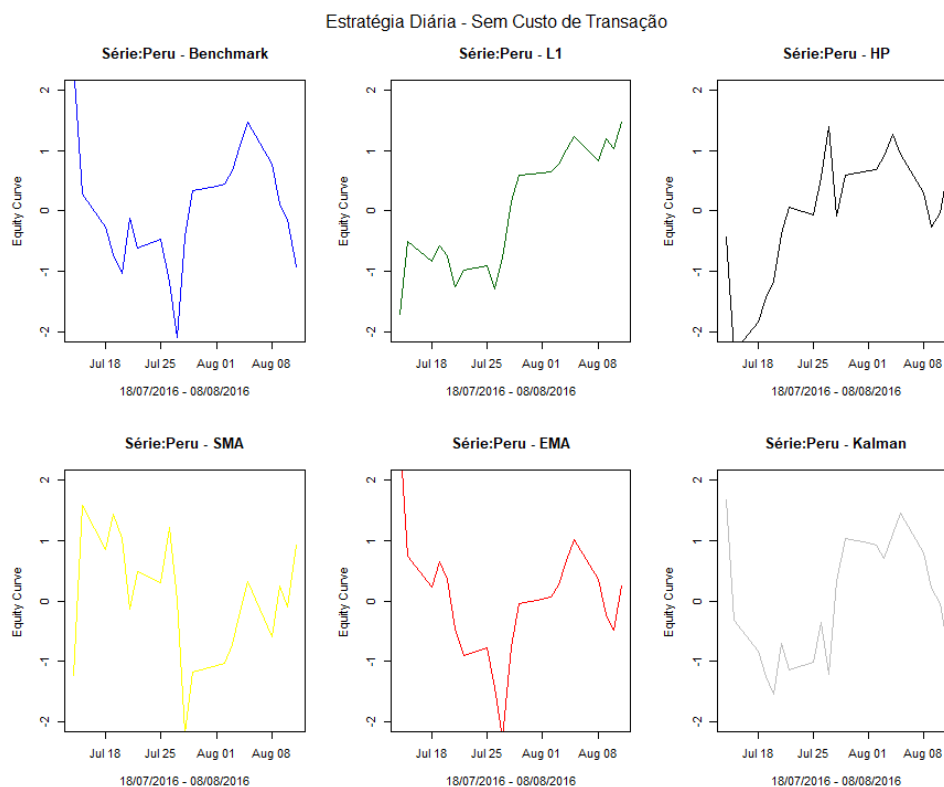


Figura 4.2: *Equity Curve*

Estratégia Diária – Sem Custos de Transação

O eixo do y representa o lucro financeiro obtido com a estratégia dado o método de filtragem implementado na série.

Com a inclusão de custos na estratégia diária, o ativo que apresentou melhores resultados foi o referente ao país da Singapura, com o filtro o L1 e com custos mais elevados na estratégia, a série que sinalizou resultados mais expressivos foi a série associada a Grécia, única série que obteve ganhos, através também do filtro L1, enquanto que os demais filtros apresentaram prejuízos.

4.4.2 Estratégia Semanal

Assim como na estratégia diária, os resultados obtidos indicam que há ganho na implementação da estratégia, com os métodos de filtragem utilizados, quando se compara com o *benchmark*.

Porém, conforme os custos vão sendo incluídos, a estratégia vai deixando de ser atrativa, o que é possível ser observado com o *YProfit*, quando as perdas com a estratégia aumentam. Para custos mais elevados, essa constatação fica mais

evidente, pois somente 3 das 24 séries analisadas proporcionam ganhos (Grécia, Tailândia e Turquia) e somente com o método de filtragem L1. Para demais séries e filtros constatou-se prejuízo.

A tabela 4.6 apresenta um resumo dessas medidas para as estratégias semanais, realçando o ranking dos métodos de filtragem analisados neste trabalho através das medidas de desempenho *YProfit*, *Information Ratio* e MDD.

Tabela 4.7: Estratégia Semanal – Ranking – Desempenho dos Filtros

	L1		EMA		SMA		HP		Kalman		Benchmark	
Sem Custo de Transação												
<i>Yprofit</i>	Total		Total		Total		Total		Total		Total	
	18		0		1		2		2		1	
	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo
<i>Information Ratio</i>	Total		Total		Total		Total		Total		Total	
	13		0		2		2		7		*	
	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas
MDD	14		3		2		1		1		3	
Custo Intermediário												
<i>Yprofit</i>	Total		Total		Total		Total		Total		Total	
	23		0		1		0		0		0	
	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo
<i>Information Ratio</i>	Total		Total		Total		Total		Total		Total	
	18		0		6		0		0		*	
	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas
MDD	23		0		1		0		0		0	
Custo Alto												
<i>Yprofit</i>	Total		Total		Total		Total		Total		Total	
	24		0		0		0		0		0	
	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo
<i>Information Ratio</i>	Total		Total		Total		Total		Total		Total	
	16		2		6		0		0		*	
	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas
MDD	24		0		0		0		0		0	

Em cada coluna é apresentado o número de séries em que cada filtro se destacou como o de melhor desempenho na estatística correspondente em comparação com os demais. Em cada um dos casos, para a estatística *YProfit*, se o destaque para os filtros foi de lucro ou prejuízo para as respectivas séries. Enquanto que para a estatística *Information Ratio* enfatiza-se se os destaques para cada filtro foram de ganhos ou perdas se comparado ao *benchmark*.

* Não se analisa a estatística *Information Ratio* em relação ao *benchmark*, pois essa medida é uma comparação dos filtros com a própria série de preços.

O filtro que indicou perdas menores com a estratégia implementada foi o L1. Analisando o MDD e $Yprofit$ conforme os custos vão sendo incluídos na estratégia o filtro L1 melhora sua performance quando comparado aos demais, porém os ganhos com a estratégia ocorrem em apenas 3 das 24 séries analisadas.

Analisando a medida *Information Ratio* observa-se que os ganhos da estratégia em relação ao *benchmark*, foram baixos, mas no geral há ganhos para todos os filtros. A única exceção foi a estratégia, sem custos de transação, implementada no ativo associado ao Peru com o filtro de Kalman.

Na figura 4.3, é possível observar uma síntese dos resultados dos filtros que em média mais se destacaram na estratégia semanal com custos de transação intermediários, se comparados com o *benchmark*.

Os únicos vértices que ficaram posicionados dentro da circunferência vermelha foram os associados ao filtro SMA para os ativos do Brasil e Filipinas, ou seja, somente nestes casos houve perdas se comparado ao *benchmark*, para todos os outros filtros e séries houve constatação de ganho da estratégia acima do *benchmark*.

Information Ratio (L1,EMA,SMA) – Semanal – Custos Intermediário

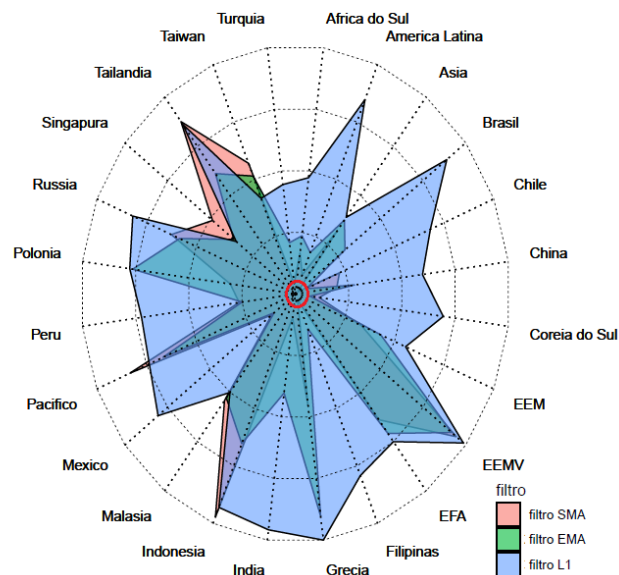


Figura 4.3: Coordenadas Polares – *Information Ratio* (L1, EMA, SMA) – Estratégia Semanal/ Custos Intermediário de Transação

A medida no raio indica o valor da estatística *Information Ratio* para a estratégia aplicada à série correspondente. O centro do gráfico corresponde ao valor de -0.04 e o ponto mais externo corresponde ao valor de 0.05. A Circunferência vermelha sinaliza que vértices acima dela são positivos e abaixo são negativos.

Na estratégia semanal e sem custos de transação, o ativo que apresentou maiores ganhos foi o referente à Turquia. Na figura 4.4, observa-se a performance dos métodos de filtragem aplicados a este ativo, no período de abril a junho de 2015.

Neste intervalo de tempo os filtros que proporcionam maiores ganhos foram o L1, HP e o de médias móveis simples (SMA), em contrapartida os métodos de filtragem que indicaram maiores prejuízos foram o de suavização exponencial (EMA) e o SMA.

Ao final do período analisado as posições assumidas para este ativo estavam aumentando para todos os filtros e a Identidade, com exceção do L1 que indica um decaimento nos ganhos com a estratégia.

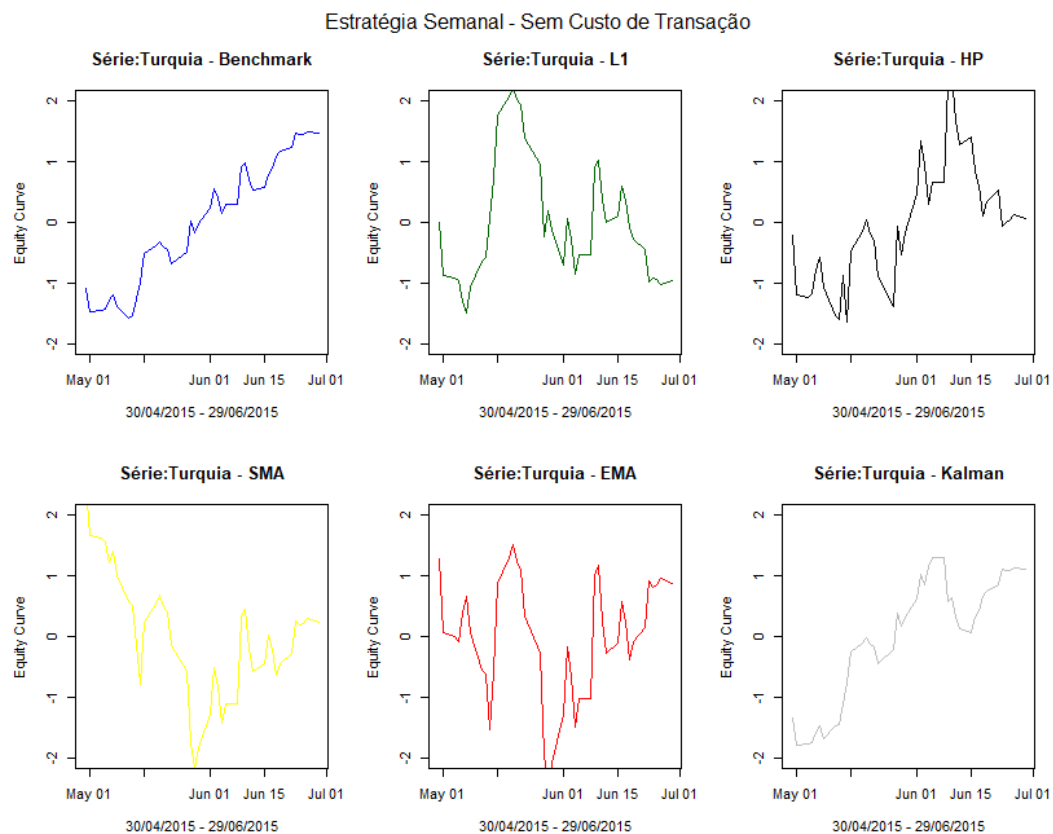


Figura 4.4: *Equity Curve*

Estratégia Semanal – Sem Custo de Transação

O eixo do y representa o lucro financeiro obtido com a estratégia dado o método de filtragem implementado na série.

Com a inclusão de custos na estratégia semanal, o ativo que teve desempenho superior aos demais foi o referente à Grécia. Observou-se que somente o método de filtragem L1 apresentou indícios mais consistentes de crescimento para as posições assumidas.

4.4.3 Estratégia Mensal

Os resultados adquiridos com as estratégias mensais foram diferentes dos já analisados através das estratégias diárias e semanais.

A tabela 4.8 apresenta um resumo para as estratégias mensais, realçando o ranking dos métodos de filtragem analisados neste trabalho através das medidas de desempenho *YProfit*, *Information Ratio* e MDD.

Tabela 4.8: Estratégia Mensal – Ranking – Desempenho dos Filtros

	L1		EMA		SMA		HP		Kalman		Benchmark	
Sem Custo de Transação												
<i>Yprofit</i>	Total		Total		Total		Total		Total		Total	
	2		2		1		1		11		7	
	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo
	2	0	1	1	1	0	1	0	11	0	7	0
<i>Information Ratio</i>	Total		Total		Total		Total		Total		Total	
	3		2		2		2		15		*	
	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas
	2	1	1	1	2	0	1	1	10	5	*	*
MDD	1		4		4		2		5		8	
Custo Intermediário												
<i>Yprofit</i>	Total		Total		Total		Total		Total		Total	
	7		6		8		0		1		2	
	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo
	3	4	4	2	7	1	0	0	1	0	1	1
<i>Information Ratio</i>	Total		Total		Total		Total		Total		Total	
	4		8		11		0		1		*	
	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas
	3	1	7	1	11	0	0	0	1	0	*	*
MDD	3		6		11		0		1		3	
Custo Alto												
<i>Yprofit</i>	Total		Total		Total		Total		Total		Total	
	10		7		7		0		0		0	
	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo	Lucro	Prejuízo
	4	6	0	7	1	6	0	0	0	0	0	0
<i>Information Ratio</i>	Total		Total		Total		Total		Total		Total	
	7		11		6		0		0		*	
	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas	Ganhos	Perdas
	7	0	11	0	6	0	0	0	0	0	*	*

MDD	10	7	7	0	0	0
-----	----	---	---	---	---	---

Em cada coluna é apresentado o número de séries em que cada filtro se destacou como o de melhor desempenho na estatística correspondente em comparação com os demais. Em cada um dos casos, para a estatística *YProfit*, se o destaque para os filtros foi de lucro ou prejuízo para as respectivas séries. Enquanto que para a estatística *Information Ratio* enfatiza-se se os destaques para cada filtro foram de ganhos ou perdas se comparado ao *benchmark*.

* Não se analisa a estatística *Information Ratio* em relação ao *benchmark*, pois essa medida é uma comparação dos filtros com a própria série de preços.

Inicialmente, analisando a medida *YProfit*, sem a inclusão de custos na estratégia, o *benchmark* produz resultados melhores em 7 das 24 séries analisadas (China, Filipinas, Grécia, Pacífico, Rússia, Tailândia e Taiwan) quando comparado aos filtros estudados. Conforme se incluem custos de transação na estratégia esses resultados diminuem, este número cai para 2 séries (Grécia e Indonésia). Com custos de transação mais elevados, assim como nas estratégias anteriores, os filtros implementados superam o *benchmark* em todas as séries.

Quando se observa o desempenho dos filtros na estratégia mensal, sem custos e analisando os resultados obtidos com a medida *Information Ratio*, constata-se que o mais expressivo é o de Kalman, porém, em 5 das 15 séries em que ele se destaca o ganho foi inferior à própria série de preços. A própria série de preços teve desempenho superior em 7 das 24 séries analisadas quando observa-se a medida *YProfit*. O filtro L1 só começa a apresentar resultados mais expressivos quando se incluem custos de transação mais elevados, e mesmo assim, em 6 das 10 séries em que ele se destaca constata-se prejuízo com a implementação da estratégia. Com os custos mais elevados, somente os filtros L1 e SMA apresentam ganhos com a estratégia, em 4 séries (Brasil, Chile, Grécia e Turquia) com o L1 e 1 série (Tailândia) com o filtro de médias móveis simples.

As menores perdas que um investidor estaria disposto a assumir são sinalizadas pelo MDD, observando a estratégia sem custos de transação, as melhores performances são associadas ao *benchmark* seguido do filtro de Kalman. Conforme o custo é incluído na estratégia os resultados mudam e as menores perdas detectadas são através dos processos de filtragem de médias móveis simples e suavização exponencial. Com os custos de transação mais elevados, os filtros L1, médias móveis simples e de suavização exponencial são os que mais se destacam.

Na figura 4.5, é possível observar uma síntese dos resultados dos filtros que em média mais se destacaram na estratégia mensal com custos de transação mais elevados, se comparados com o *benchmark*.

Os vértices que ficaram posicionados dentro da circunferência vermelha e foram associados ao filtro SMA foram para os ativos da Grécia e do Chile, associados ao filtro L1 foram os ativos da China, Índia e Indonésia, para o filtro EMA foi também o ativo da Grécia. Nestes casos houveram perdas se comparado ao *benchmark*.

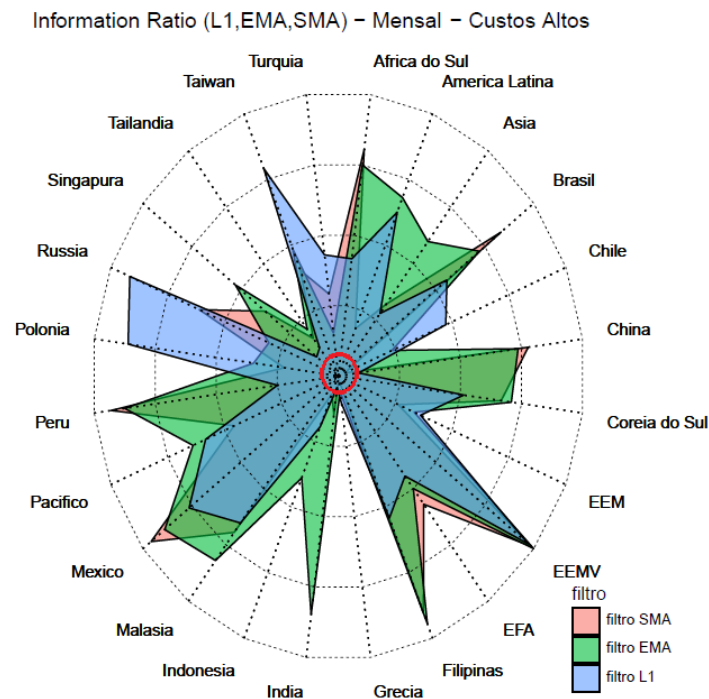


Figura 4.5: Coordenadas Polares – *Information Ratio* (L1, EMA, SMA) – Estratégia Mensal/ Custos Altos de Transação

A medida no raio indica o valor da estatística *Information Ratio* para a estratégia aplicada à série correspondente. O centro do gráfico corresponde ao valor de -0.04 e o ponto mais externo corresponde ao valor de 0.045. A Circunferência vermelha sinaliza que vértices acima dela são positivos e abaixo são negativos.

O ativo que teve melhor desempenho, com ou sem custos de transação envolvidos, foi o Chile.

Na figura 4.6 é possível observar o desempenho na estratégia mensal sem custos de transação, no período de julho a agosto de 2016 da série referente ao Chile.

Através das *equity curves* associadas aos respectivos filtros é possível observar que os métodos de filtragem que apresentaram maiores ganhos foram o Kalman, L1 e o HP. Todos os filtros apresentam indícios de crescimento na posição assumida para o ativo no intervalo de tempo analisado.

Ao final do período analisado as posições assumidas para este ativo estavam aumentando para todos os filtros e a Identidade, indicando um crescimento nos ganhos com a estratégia para esse período.

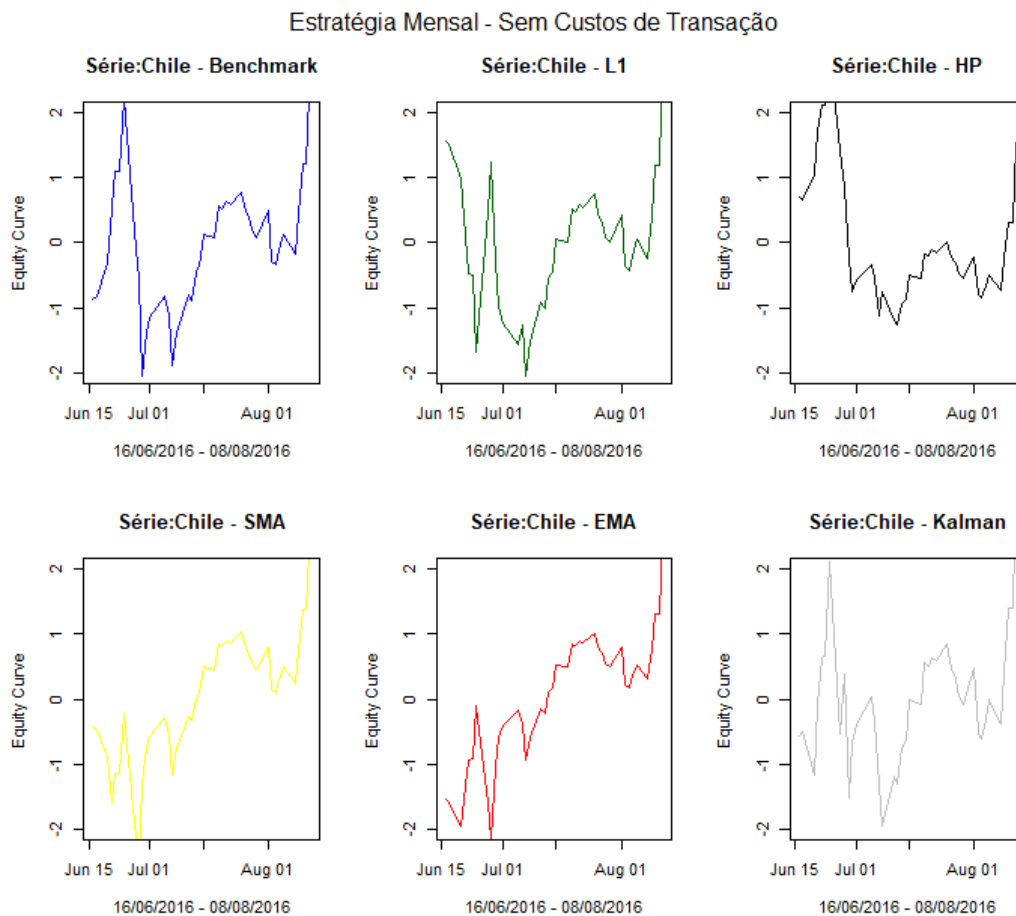


Figura 4.6: *Equity Curve*

Estratégia Semanal – Sem Custos de Transação

O eixo do y representa o lucro financeiro obtido com a estratégia dado o método de filtragem implementado na série.

Na série do Chile, com a inclusão de custos de transação na estratégia mensal, os resultados mudam e o melhor desempenho passa a ser do método de filtragem L1. Os outros filtros apresentam indícios inferiores ao *benchmark*, sendo que o filtro HP sinaliza prejuízos ao invés de ganhos.

4.4 Observações Finais

Para uma estratégia diária e sem custos, o filtro L1 foi aquele que apresentou melhor performance na maioria das séries analisadas, apresentando maior ganho, melhor nível de retorno obtido proporcionalmente ao risco assumido quando comparado ao *benchmark*. Tais resultados indicam que a estratégia apresenta ganhos principalmente com o filtro L1. A estratégia utilizando o filtro ainda se justifica com a introdução de custos intermediários, porém com eficácia menor, visto que a quantidade de séries que geram ganhos é reduzida. Entretanto, para uma estratégia diária com custos de transação mais elevados, a estratégia não se justifica, pois todos os filtros indicaram prejuízos, com exceção do L1 no ativo relacionado à Grécia.

Em um cenário de estratégia *trend-following* semanal, em um contexto sem custos de transação, há ganhos, principalmente com o filtro L1, onde todos os resultados obtidos geram excedente positivo e as menores perdas na maioria das séries. Conforme os custos são incluídos os ganhos são reduzidos consideravelmente, e para custos mais elevados a estratégia não se mostra relevante visto que todos os filtros indicaram prejuízos, com exceção do L1 em três das 24 séries analisadas.

Com a aplicação de um horizonte de tempo ainda maior, mensal, a estratégia sem custos, o filtro que mais se destaca em relação aos demais é o Kalman, apresentando maior lucro em 11 ativos e perdas em relação ao *benchmark* em 5 deles. Os resultados obtidos indicam que a grande maioria das séries apresentam excedente negativo sugerindo que não é uma boa estratégia se comparada ao *benchmark*. Com a inclusão dos custos, as menores perdas passam a ser associadas aos filtros de médias móveis e L1. Porém, novamente a maioria dos resultados gerados indicam prejuízo, não justificando o uso da estratégia com um horizonte maior de tempo.

5. Conclusões

A metodologia utilizada nesta dissertação consistiu em avaliar comparativamente o desempenho de estratégias de *trend following* ao aplicá-las a cada uma das séries de preços filtrados de ETFs de mercados emergentes, utilizando algumas medidas de mercado para aferir a eficácia. Foram consideradas estratégias de 1 dia útil, 5 dias úteis e 21 dias úteis (diária, semanal e mensal), com a inclusão ou não de custos de transação.

Foram implementados os métodos de filtragem L1 e HP com alterações, ponderando as funções objetivo e colocando mais peso para o termo da expressão, que determina a suavização ou a tendência da série, conforme equações (3.21) e (3.24). Os valores para o parâmetro de suavização, neste contexto, foram limitados no intervalo entre 0 e 1, o que proporciona ganho computacional na estimação dos parâmetros.

Houve de fato ganho na questão computacional com as alterações nas funções objetivos e a mudança de software para um com mais recursos para realizar otimização. Com os recursos disponibilizados no *JuliaPro* o tempo de otimização foi reduzido para uma ordem de grandeza de minutos, tendo a mesma tarefa, se executada no software *R*, levado um tempo computacional considerável, na ordem de grandeza de dias.

Em uma análise preliminar, foram realizados dois testes, buscando verificar a existência de persistência da tendência. O primeiro teste sinalizou que retornos trimestrais tendem a ser maiores após uma tendência positiva do que após uma negativa, indicando persistência de tendência nas séries. Sem colocar limites para estes retornos condicionais, a persistência de tendência foi observada em aproximadamente 80% dos ativos analisados. O segundo teste indicou que, para todas as séries analisadas, para períodos mais longos a persistência de tendência apresenta um percentual menor do que em períodos mais curtos, sugerindo uma persistência maior em janelas de observações menores.

Buscou-se analisar a capacidade preditiva um-passo-a-frente dos filtros com base em tradicionais medidas de erro agregado de previsão. Apesar de diferenças

nos valores absolutos das medidas obtidas a partir de cada filtro, a diferença é não significativa para praticamente todas as séries e todos os filtros. Apenas o filtro de Kalman apresentou diferença significativa em relação aos outros filtros para poucos ativos.

Foram avaliadas em seguida as estratégias com diferentes horizontes de investimento e custos de transações. De forma geral, para horizontes de tempo menores os resultados observados foram melhores e as perdas geradas com as estratégias foram inferiores ao período maior, mensal. Esta observação que corrobora análises anteriores, que indicaram que em períodos mais curtos a persistência de tendência é mais acentuada. Interessante notar que não foi possível relacionar que quanto mais o filtro se ajusta à série analisada, melhor será o seu desempenho aplicado à estratégia de *trend following*.

Um resultado relevante detectado com a implementação dos métodos de filtragem nas estratégias foi que conforme os custos são incluídos, em todas as séries, os filtros, no geral, apresentam desempenho superior ao *benchmark*, evitando especulações desnecessárias, diminuindo assim o custo real de uma transação. Por outro lado, as perdas vão aumentando podendo acabar inviabilizando a estratégia.

Os resultados encontrados com a aplicação da estratégia de *trend-following* neste estudo estão de acordo com os encontrados por Conover *et al.*, (2017) que identificou retornos excessivamente predominantes para estratégias de curto prazo em dados do mercado emergente. Resultado similar foi encontrado neste estudo, pois para ativos de mercados acionários emergentes, com *backtest* históricos para horizontes de tempo diários e semanais, analisando algumas métricas *out-of-sample* constatou-se relevância na implementação de estratégias de *trend-following*.

A maioria dos estudos que envolvem ativos do mercado emergente não indicam resultados satisfatórios, além de a maioria dos trabalhos utilizarem ativos individuais em suas análises. Este trabalho verificou a boa performance do filtro L1 ressaltada por Bruder *et al.* (2011) e Dao (2014), ambos utilizando apenas uma série S&P 500, e aqui sendo implementado em 24 ativos referentes a mercados emergente. Neste estudo, além de o filtro L1 se destacar nas estratégias (intervalos de tempo menores e com custo de transação inferior), as métricas analisadas indicaram uma performance superior desses ativos se posicionarem acima do

desempenho do *benchmark*, justificando a implementação de determinadas estratégia.

Uma extensão dessa pesquisa para trabalhos futuros envolve a utilização de estratégias de *trend-following* com períodos menores para construção de uma carteira de ativos, além de investigar o comportamento de outros processos de filtragem, como SSA e STL (*Seasonal Trend Decomposition Using Loess*), entre outros, contrapondo-os com os resultados obtidos neste trabalho.

Outra proposta para trabalhos futuros está em avaliar outros métodos de estimação do parâmetro de suavização dos filtros HP e L1, replicando os resultados nas estratégias e refazendo comparação da métricas *out-of-sample*.

Referências Bibliográficas

ANDERSON, B. D.O.; MOORE, J. B. **Optimal Filtering**, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1979.

ARÉVALO, R. *et al.* **A dynamic trading rule based on filtered flag pattern recognition for stock market price forecasting**, *Expert Systems with Applications*, 81, pp. 177-192. 2017.

ASNESS, C. S. **Variables that explain stock returns**. (PhD dissertation) University of Chicago, 1994.

ASNESS, C. S. **The interaction of value and momentum strategies**. *Financial Analysts Journal*, 53, 29–36, 1997.

ASNESS, C. S.; LIEW, J. M.; STEVENS, R. L. **Parallels between the cross-sectional predictability of stock and country returns**. *Journal of Portfolio Management*, 23, 79–87, 1997.

ASNESS, C. S.; MOSKOWITZ, T. J.; PEDERSEN, L. H. **Value and momentum everywhere**. *Journal of Finance*, 68, 929–985, 2013.

BALTA, A.N., KOSOWSKI, R. **Momentum Strategies in Futures Markets and Trend Following Funds**. Research Collection BNP Paribas Hedge Fund Centre, 1-60, 2013.

BENHAMOU, E. **Trend Without Hiccups - A Kalman Filter Approach, France**, 2016.

BHAR, R. **Stochastic filtering with applications in finance**, Australia, 2010.

82

BRUDER, B. *et al.* **Trend filtering methods for momentum strategies**. Available at SSRN 2289097, 2011.

BURGHARDT, G. **Managed futures for institutional investors: analysis and portfolio construction**, New Jersey, 2011.

CHANG, E. J.; LIMA, E. J. A.; TABAK, B. M. **Testing for predictability in emerging equity markets**. *Emerging Markets Review*, 5(3), 295–316, 2004.

CLARE, A.; SEATON, J.; SMITH, P.N.; THOMAS, S. **The trend is our friend: Risk parity, momentum and trend following in global asset allocation**. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 9, pp. 63-80. 2016.

CONOVER, C Mitchel, *et al.* **Emerging markets: Is the trend still your friend?** *Global Finance Journal* 32, 128-148, 2017.

DAO, Tung-Lam. **Momentum Strategies with L1 Filter**. *Journal of Investment Strategies*, v.3, n. 4, p. 1-26, 2014.

DE GROOT, W., Pang, J.; SWINKELS, L. **The cross-section of stock returns in frontier emerging markets**. *Journal of Empirical Finance*, 19(5), 796–818, 2012.

DIEBOLD, F. X.; MARIANO, R. S. **Comparing Predictive Accuracy**. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 13, p. 253-265, 1995.

DUKE, J.; HARDING, D.; LAND, K. **Historical Performance of Trend Following**. Winton Capital Management, 2013.

DURBIN, J.; KOOPMAN, S.J. **Time Series Analysis by State Space Methods**. Oxford Statistical Science Series. Oxford: Oxford University Press, 253p. 2001.

FONG, W. M.; YONG, L. H. M. **Chasing trends: recursive moving average trading rules and internet stocks**, *Journal of Empirical Finance* n.12, pp 43– 76. 2005.

GALLANT, A.R. **Nonlinear Statistical Models**, New York: John Wiley, 1987.

GENÇAY R.; SELÇUK F.; WHITCHER B. **An Introduction to Wavelets and Other Filtering Methods in Finance and Economics**, Academic Press, 2002.

HALEH, H.; MOGHADDAM, B. A.; EBRAHIMIYAN, S. **A New Approach to Forecasting Stock Price with EKF Data Fusion**, International Journal of Trade, Economics and Finance, Vol. 2, No. 2, April 2011.

HATGIOANNIDES, J.; MESOMERIS, S. **On the returns generating process and the profitability of trading rules in emerging capital markets**. Journal of International Money and Finance, 26(6), 948–973, 2007.

HARRIS, R.D.F.; YILMAZ, F. **A momentum trading strategy based on the low frequency component of the exchange rate**, Journal of Banking and Finance, 33 (9), pp. 1575-1585. 2009.

HARVEY A. **Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter**, Cambridge University Press. 1991.

HASTIE, T.; TIBSHIRANI, R.; WAINWRIGHT, M. **Statistical learning with sparsity: the lasso and generalizations**. CRC press, 2015.

HODRICK, R.J.; PRESCOTT E.C. **Business Cycles: An Empirical Investigation**, Postwar U.S. Journal of Money, Credit and Banking, 29 (1), pp. 1-16. 1997.

HURST, B.; YAO H. O.; PEDERSEN L. H. **A Century of Evidence on Trend-Following Investing**, working paper, AQR Capital Management and New York University. 2012.

HURST, B.; YAO H. O.; PEDERSEN L. H. **Demystifying Managed Futures**, working paper, AQR Capital Management and New York University. 2012.

KALMAN, R. E. **A new approach to linear filtering and prediction problems**. Journal of Basic Engineering, v. 82 (série D), p. 35-45, 1960.

KAUFMAN, P. J, **Trading Systems and Methods**, Canadá, 3rd ed. 1998.

KHADEMI I.; ZHOU K. **How to Invest in Uncertain Markets**. Proceedings of the 34th Chinese Control Conference, July 28-30, Hangzhou, China. 2015.

KIM S-J.; KOH, K.; BOYD S.; GORINEVSKY D., **L1 Trend Filtering**, *SIAM Review*, 51(2), pp. 339-360. (2009)

JEGADEESH, N.; TITMAN, S.. **Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency**. *Journal of Finance*, 48, 65–91, 1993.

LELES, M. C. R. e MOZELLI, L. A. **A New Trend-Following Indicator: Using SSA to Design Trading Rules**. World Scientific Publishing Company, Vol. 16, No. 2. (2017).

LEMPÉRIÈRE, Y. *et al.* **Two centuries of trend following** (2014).

MANN H.B., **Nonparametric Tests against Trend**, *Econometrica*, 13(3), pp. 245-259, 1945.

MARTINELLI, R.; HARNESSING T. **Behavior Of Markets, Technical Analysis of Stocks & Commodities**, Volume 24: June, 2006.

MARTINELLI, R.; RHOADS, N. **Predicting Market Data Using The Kalman Filter, part 1**, *Technical Analysis of Stocks & Commodities*, Volume 28: January 2010

MARKOWITZ, H. **Portfolio selection: efficient diversification of investments**. Nova York: John Wiley & Sons. 1959.

MITRA, S. K., *et al.* **Can profitability through momentum strategies be enhanced applying a range to standard deviation filter?**, Finance Research Letters n.20, p. 269–273. 2016

MOGHTADERI, A., *et al.* **Trend filtering: empirical mode decompositions versus L1 and Hodrick–Prescott**, Vol. 3, Nos. 1, World Scientific Publishing Company. 2011.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M. **Análise de Séries Temporais**. São Paulo, Blucher, 2006.

MOSKOWITZ, T. J.; GRINBLATT, M. **Do industries explain momentum?** Journal of Finance, 54, 1249–1290, 1999.

MOSKOWITZ, T. J.; GRINBLATT, M. **Predicting stock price movements from past returns: The role of consistency and tax-loss selling**. Journal of Financial Economics, 71, 541–579, 2004.

MOSKOWITZ, T. J.; OOI, Y. H.; PEDERSEN, L. H. **Time series momentum**. Journal of Financial Economics, 104(2), 228–250, 2012.

OPPENHEIM, A. V.; SCHAFFER, R. W. **Discrete-Time Signal Processing**, Prentice Hall, [1989, 1999, 2009].

PIZZOLATO, N. D; GANDOLPHO, A. A. **Técnicas de otimização**. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 225 p, 2009.

ROUWENHORST, K. G. **Local return factors and turnover in emerging stock markets**. Journal of Finance, 54, 1439–1464, 1999.

SZAKMARY, A. C.; SHEN, Q.; SHARMA, S. C. **Trend-following strategies in commodity futures: A re-examination**. Journal of Banking & Finance, 32(2), 409–426, 2010.

TSAY, R. S. **Analysis of financial time series**. Nova Jersey: John Wiley & Sons, 2005. 638p.

VAN DER HART, J.; DE ZWART, G.; VAN DIJK, D. **The success of stock selection strategies in emerging markets: Is it risk or behavioral bias?** *Emerging Markets Review*, 6, 238–262, 2005.

VAN DER HART, J.; SLAGTER, E.; VAN DIJK, D. **Stock selection strategies in emerging markets**. *Journal of Empirical Finance*, 10, 105–132, 2003.

VAN DIJK, D.; FRANSES, P.H. **Nonlinear error-correction models for interest rates in the Netherlands**, in W.A. Barnett, D.F. Hendry, S. Hylleberg, T. Terasvirta, D. Tjøstheim and A.H. Wurtz (eds.), 2000.

Anexos

Tabela A.1: Retorno Condicional Médio com *Threshold* de 5%

ETF	Trimestre Anterior Negativo	Trimestre Anterior Positivo	Diferença
África do Sul	0,35%	1,30%	0,95%
América Latina	0,00%	1,44%	1,44%
Ásia	0,96%	1,21%	0,26%
Brasil	0,39%	1,29%	0,90%
Chile	-0,54%	1,72%	2,26%
China	-0,45%	1,12%	1,57%
Coreia do Sul	1,04%	0,44%	-0,59%
EEM	0,36%	0,60%	0,24%
EEMV	-0,52%	-0,09%	0,43%
EFA	0,76%	1,19%	0,43%
Filipinas	0,84%	1,82%	0,98%
Grécia	-0,99%	-1,01%	-0,02%
Índia	0,70%	1,98%	1,28%
Indonésia	-0,66%	1,11%	1,76%
Malásia	-1,80%	0,94%	2,74%
México	1,64%	1,64%	0,00%
Pacífico	1,07%	0,82%	-0,25%
Peru	-1,78%	2,82%	4,59%
Polônia	-0,75%	-1,56%	-0,81%
Rússia	-0,99%	0,69%	1,68%
Singapura	0,47%	0,96%	0,49%
Tailândia	-0,27%	-0,58%	-0,31%
Taiwan	1,12%	0,78%	-0,35%
Turquia	1,31%	0,86%	-0,45%

Tabela A.2: Retorno Condicional Médio com *Threshold* de 10%

ETF	Trimestre Anterior Negativo	Trimestre Anterior Positivo	Diferença
África do Sul	1,26%	1,98%	0,72%
América Latina	0,04%	1,89%	1,85%
Ásia	0,57%	3,10%	2,54%
Brasil	0,54%	2,60%	2,05%
Chile	0,12%	2,54%	2,41%
China	0,90%	0,31%	-0,59%
Coreia do Sul	1,24%	0,62%	-0,61%
EEM	1,94%	2,93%	0,99%
EEMV	0,16%	-0,87%	-1,03%
EFA	2,51%	2,61%	0,10%
Filipinas	0,33%	2,37%	2,04%
Grécia	-2,83%	-1,37%	1,45%
Índia	2,63%	2,16%	-0,47%
Indonésia	-1,01%	0,56%	1,56%
Malásia	1,80%	1,17%	-0,64%
México	4,42%	1,60%	-2,82%
Pacífico	5,04%	0,53%	-4,51%
Peru	-1,79%	2,98%	4,77%
Polônia	0,82%	-1,24%	-2,06%
Rússia	0,80%	0,47%	-0,33%
Singapura	1,13%	2,10%	0,97%
Tailândia	-0,45%	0,64%	1,09%
Taiwan	1,62%	1,63%	0,01%
Turquia	1,92%	1,72%	-0,20%

Tabela A.3: Retorno Condicional Médio com *Threshold* de 15%

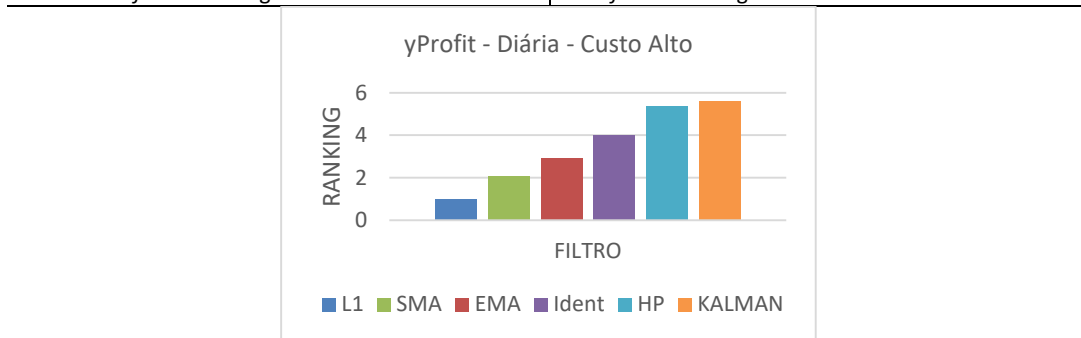
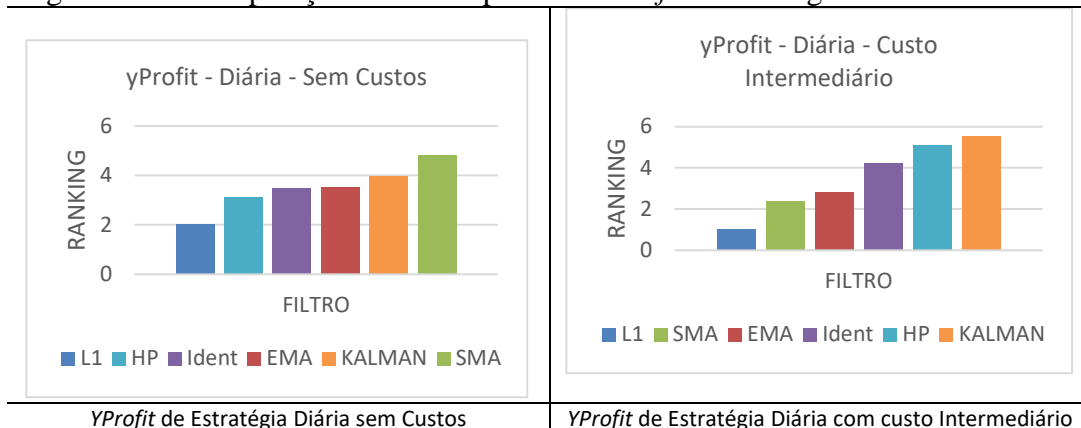
ETF	Trimestre Anterior Negativo	Trimestre Anterior Positivo	Diferença
África do Sul	6,20%	1,70%	-4,50%
América Latina	1,87%	1,32%	-0,56%
Ásia	1,24%	6,07%	4,83%
Brasil	-0,05%	0,45%	0,50%
Chile	-0,19%	2,62%	2,81%
China	-0,36%	-0,15%	0,21%
Coreia do Sul	0,08%	0,65%	0,57%
EEM	0,91%	2,86%	1,95%
EEMV	0,00%	0,00%	0,00%
EFA	5,92%	-2,95%	-8,87%
Filipinas	-0,43%	0,97%	1,41%
Grécia	-3,53%	-1,88%	1,65%
Índia	0,90%	3,95%	3,05%
Indonésia	-2,28%	0,44%	2,71%
Malásia	0,85%	0,13%	-0,72%
México	4,83%	2,25%	-2,58%
Pacífico	0,00%	-0,51%	-0,51%
Peru	-0,31%	4,65%	4,96%
Polônia	2,05%	0,87%	-1,18%
Rússia	2,52%	-0,42%	-2,94%
Singapura	0,13%	4,23%	4,10%
Tailândia	-0,45%	0,52%	0,97%
Taiwan	-0,35%	1,38%	1,73%
Turquia	1,56%	3,32%	1,76%

Tabela A.4: Resultados de Detecção de Tendência - Percentual de Não Rejeição da Hipótese Nula.

Índice	Tamanho da Amostra	Confiança	Confiança	Confiança
		90%	95%	99%
África do Sul	n=10 dias	51%	51%	51%
	n=3 meses	82%	82%	82%
	n= 1 ano	89%	89%	89%
América Latina	n=10 dias	76%	52%	34%
	n=3 meses	91%	82%	82%
	n= 1 ano	88%	88%	88%
Ásia	n=10 dias	50%	50%	50%
	n=3 meses	89%	89%	69%
	n= 1 ano	94%	89%	89%
Brasil	n=10 dias	74%	54%	34%
	n=3 meses	83%	83%	73%
	n= 1 ano	95%	95%	88%
Chile	n=10 dias	58%	58%	41%
	n=3 meses	82%	82%	82%
	n= 1 ano	93%	89%	86%
China	n=10 dias	74%	51%	30%
	n=3 meses	78%	78%	78%
	n= 1 ano	90%	90%	90%
Coréia do Sul	n=10 dias	54%	54%	37%
	n=3 meses	91%	82%	73%
	n= 1 ano	95%	92%	92%
EEMV	n=10 dias	49%	49%	35%
	n=3 meses	82%	82%	82%
	n= 1 ano	93%	93%	90%
EEM	n=10 dias	52%	52%	34%
	n=3 meses	83%	83%	83%
	n= 1 ano	91%	91%	91%
EFA	n=10 dias	51%	51%	51%
	n=3 meses	90%	79%	79%
	n= 1 ano	92%	92%	92%
Filipinas	n=10 dias	50%	50%	50%
	n=3 meses	78%	78%	78%
	n= 1 ano	94%	94%	88%
Grécia	n=10 dias	79%	57%	36%
	n=3 meses	87%	87%	81%
	n= 1 ano	95%	92%	92%
Índia	n=10 dias	49%	49%	49%
	n=3 meses	88%	88%	68%
	n= 1 ano	95%	95%	91%

Indonésia	n=10 dias	73%	73%	32%
	n=3 meses	90%	80%	67%
	n= 1 ano	91%	91%	87%
Malásia	n=10 dias	80%	80%	80%
	n=3 meses	80%	80%	80%
	n= 1 ano	91%	85%	85%
México	n=10 dias	52%	52%	33%
	n=3 meses	83%	83%	83%
	n= 1 ano	91%	91%	91%
Pacífico	n=10 dias	72%	50%	50%
	n=3 meses	90%	90%	80%
	n= 1 ano	91%	91%	81%
Peru	n=10 dias	57%	57%	38%
	n=3 meses	78%	78%	78%
	n= 1 ano	94%	94%	90%
Polônia	n=10 dias	75%	51%	51%
	n=3 meses	76%	76%	76%
	n= 1 ano	89%	89%	89%
Rússia	n=10 dias	74%	52%	33%
	n=3 meses	88%	78%	78%
	n= 1 ano	91%	91%	81%
Singapura	n=10 dias	55%	50%	50%
	n=3 meses	80%	80%	80%
	n= 1 ano	91%	91%	87%
Tailândia	n=10 dias	48%	48%	48%
	n=3 meses	93%	85%	85%
	n= 1 ano	97%	96%	96%
Taiwan	n=10 dias	53%	53%	53%
	n=3 meses	89%	78%	67%
	n= 1 ano	90%	90%	84%
Turquia	n=10 dias	55%	55%	35%
	n=3 meses	79%	79%	79%
	n= 1 ano	86%	86%	86%

Figura A.1¹: Comparação de Desempenho – *YProfit* – Estratégia Diária



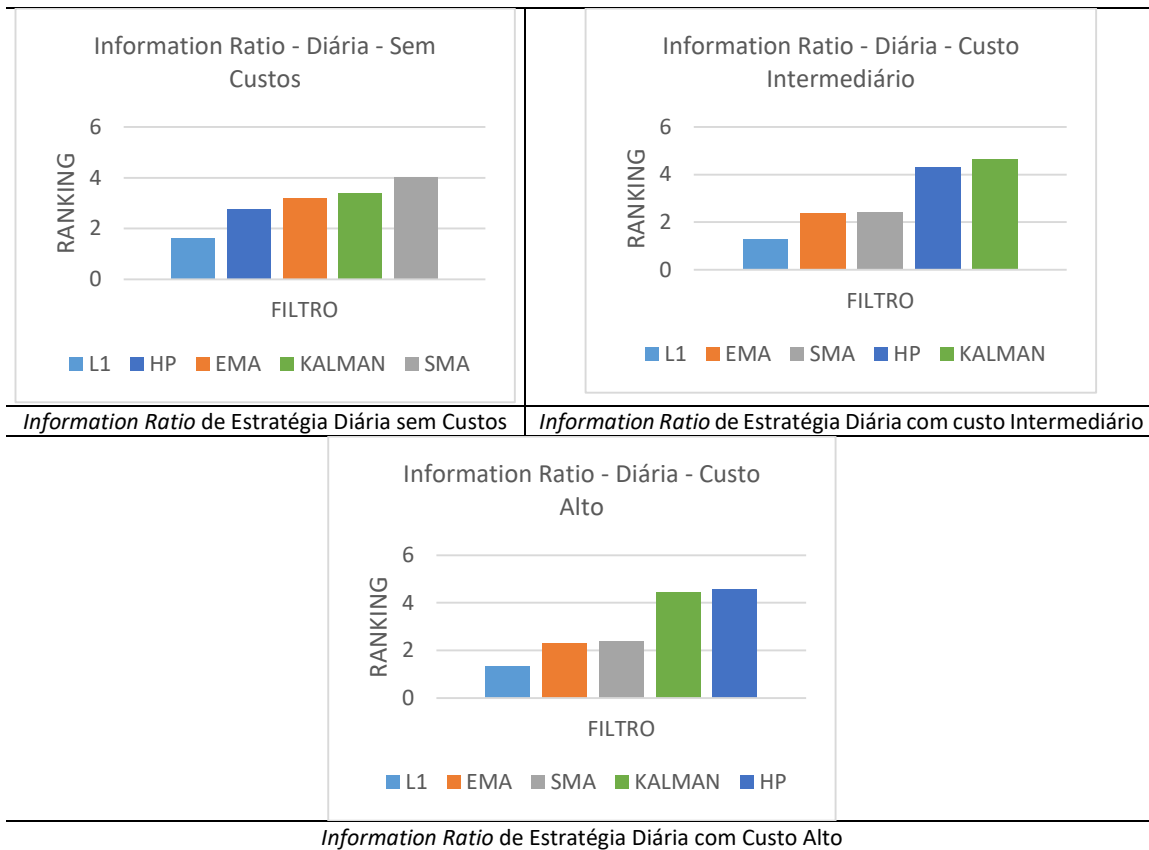
YProfit de Estratégia Diária com Custo Alto

		RANKING											
Custos		1º		2º		3º		4º		5º		6º	
0	0		5		8		6		3		2		
Intermediário	0	EMA	6	EMA	17	EMA	1	EMA	0	EMA	0	EMA	
Alto	0		2		22		0		0		0		
0	4		9		2		3		1		5		
Intermediário	0	HP	0	HP	0	HP	8	HP	6	HP	10	HP	
Alto	0		0		0		0		15		9		
0	4		2		5		7		3		3		
Intermediário	0	IDENT	1	IDENT	1	IDENT	14	IDENT	8	IDENT	0	IDENT	
Alto	0		0		0		24		0		0		
0	14		3		3		1		2		1		
Intermediário	24	L1	0	L1	0	L1	0	L1	0	L1	0	L1	
Alto	24		0		0		0		0		0		
0	0		2		3		2		7		10		
Intermediário	0	SMA	17	SMA	6	SMA	0	SMA	1	SMA	0	SMA	
Alto	0		22		2		0		0		0		
0	2		3		3		5		8		3		
Intermediário	0	KALMAN	0	KALMAN	0	KALMAN	1	KALMAN	9	KALMAN	14	KALMAN	
Alto	0		0		0		0		9		15		

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1613058/CA

1- A coluna que não possui título representa o número de séries em que determinado filtro ficou na posição do ranking correspondente. As tabelas equivalentes a esta devem ser lidas da mesma maneira.

Figura A.2: Comparação de Desempenho – *Information Ratio* – Estratégia Diária



Information Ratio de Estratégia Diária com Custo Alto

RANKING

Custos	1º	2º	3º	4º	5º	6º
0	1	7	5	8	3	0
Intermediário	4	9	10	0	1	0
Alto	4	9	11	0	0	0
0	3	9	6	3	3	0
Intermediário	0	0	0	17	7	0
Alto	0	0	0	10	14	0
0	0	0	0	0	0	24
Intermediário	0	0	0	0	0	24
Alto	0	0	0	0	0	24
0	16	4	2	1	1	0
Intermediário	19	3	2	0	0	0
Alto	17	6	1	0	0	0
0	0	2	6	5	11	0
Intermediário	1	12	11	0	0	0
Alto	3	9	12	0	0	0
0	4	2	5	7	6	0
Intermediário	0	0	1	7	16	0
Alto	0	0	0	14	10	0

Figura A.3: Comparação de Desempenho –MDD – Estratégia Diária

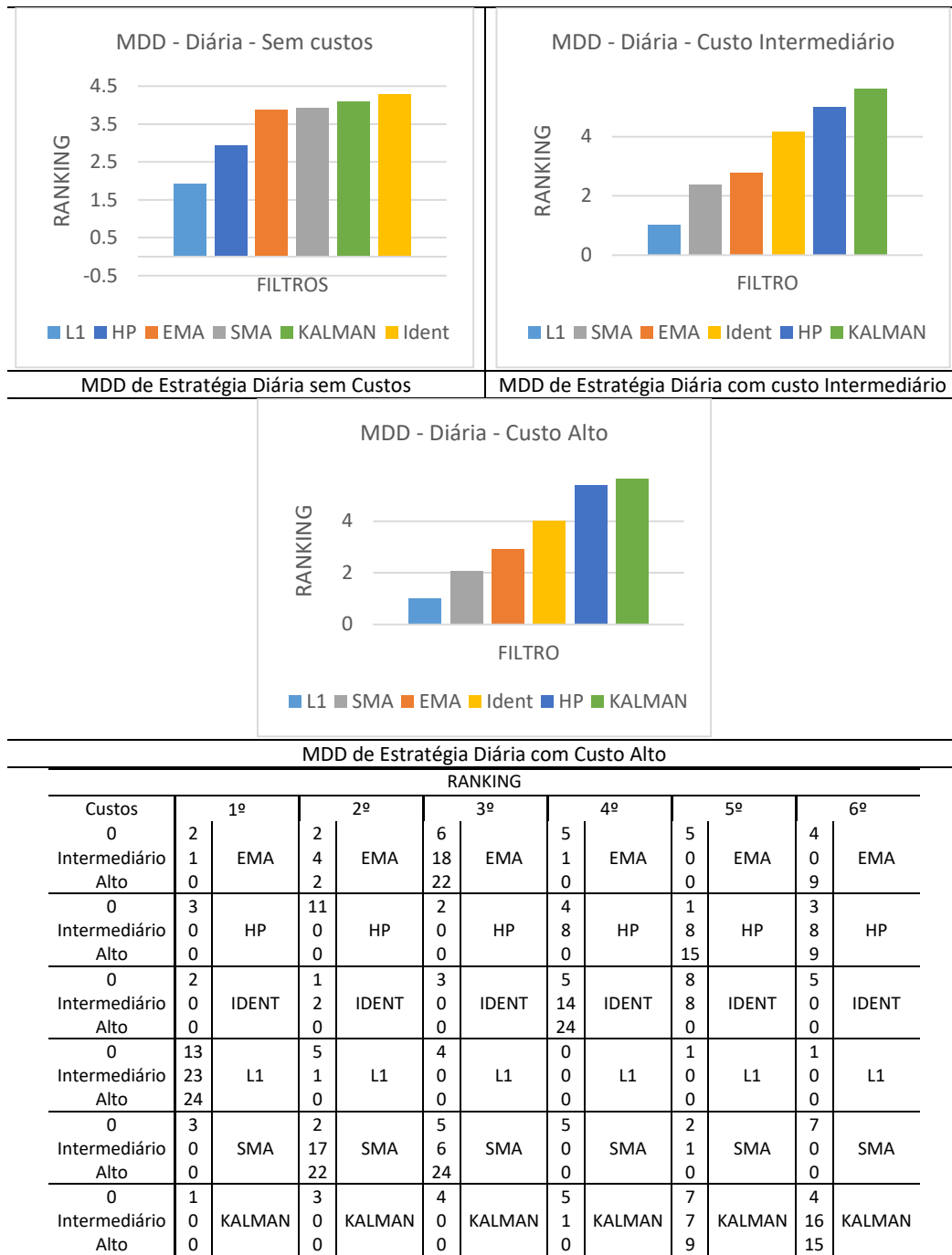
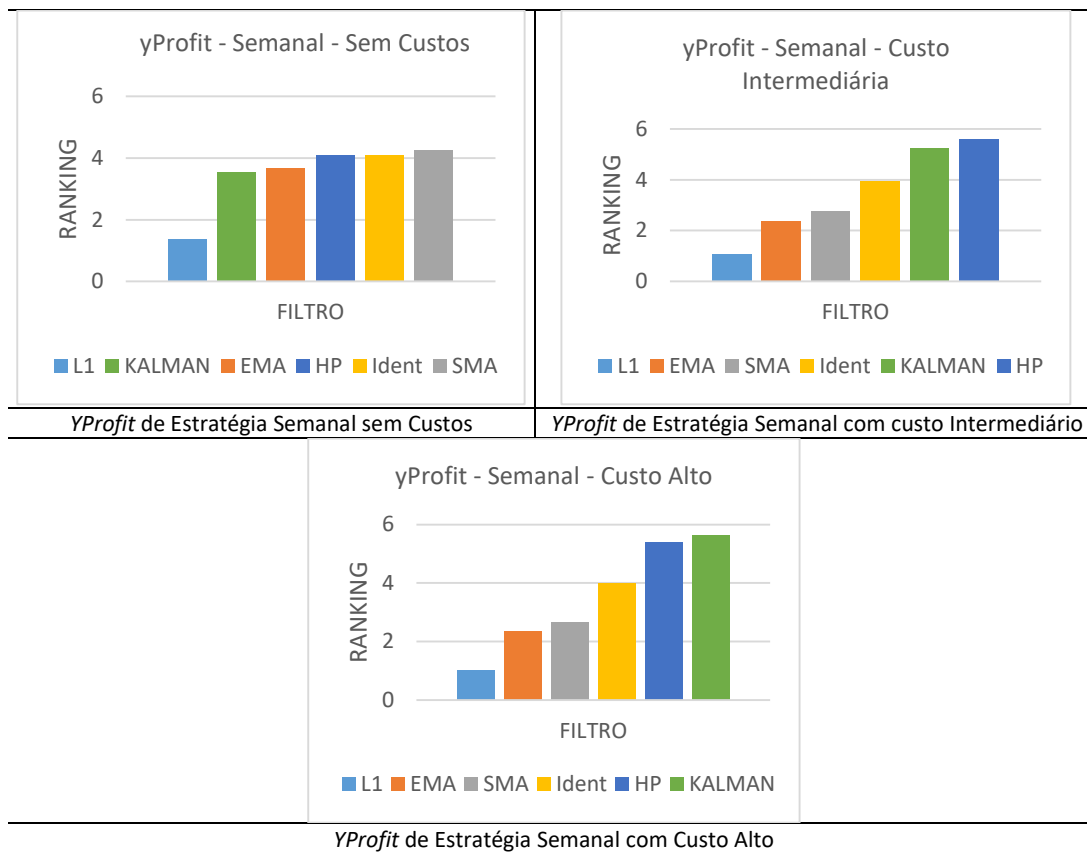


Figura A.4: Comparação de Desempenho – YProfit – Estratégia Semanal,



YProfit de Estratégia Semanal com Custo Alto

RANKING

Custos	1º		2º		3º		4º		5º		6º	
0	0		4		8		6		4		2	
Intermediário	0	EMA	15	EMA	9	EMA	0	EMA	0	EMA	0	EMA
Alto	0		16		8		0		0		0	
0	2		3		3		5		5		6	
Intermediário	0	HP	0	HP	0	HP	0	HP	10	HP	14	HP
Alto	0		0		0		0		15		9	
0	1		3		5		4		6		5	
Intermediário	0	IDENT	0	IDENT	2	IDENT	21	IDENT	1	IDENT	0	IDENT
Alto	0		0		0		24		0		0	
0	18		4		1		1		0		0	
Intermediário	23	L1	0	L1	1	L1	0	L1	0	L1	0	L1
Alto	24		0		0		0		0		0	
0	1		1		6		4		7		5	
Intermediário	1	SMA	8	SMA	12	SMA	2	SMA	1	SMA	0	SMA
Alto	0		8		16		0		0		0	
0	2		9		1		4		2		6	
Intermediário	0	KALMAN	1	KALMAN	0	KALMAN	1	KALMAN	12	KALMAN	10	KALMAN
Alto	0		0		0		0		9		15	

Figura A.5: Comparação de Desempenho – *Information Ratio* – Estratégia Semanal,

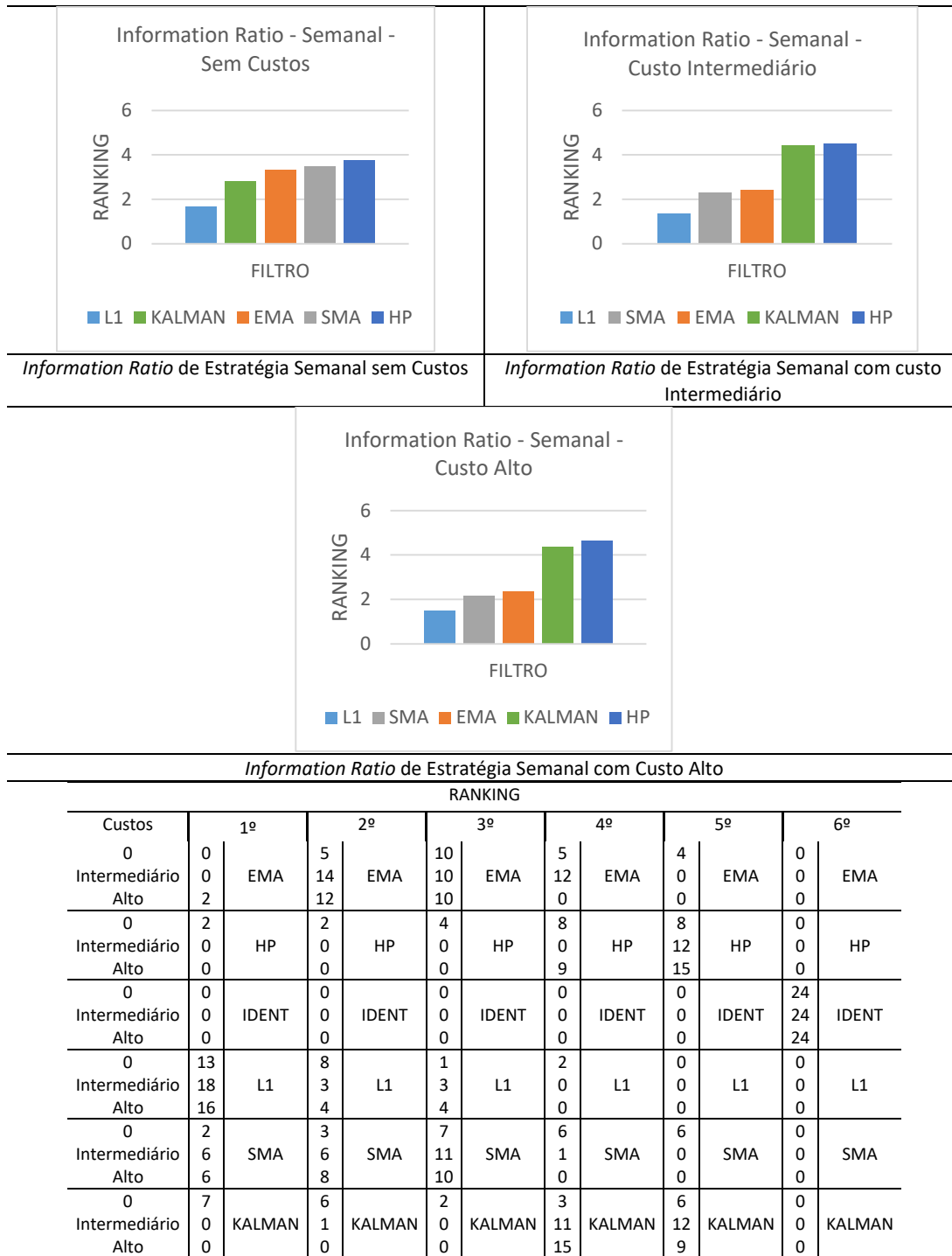


Figura A.6: Comparação de Desempenho – MDD – Estratégia Semanal

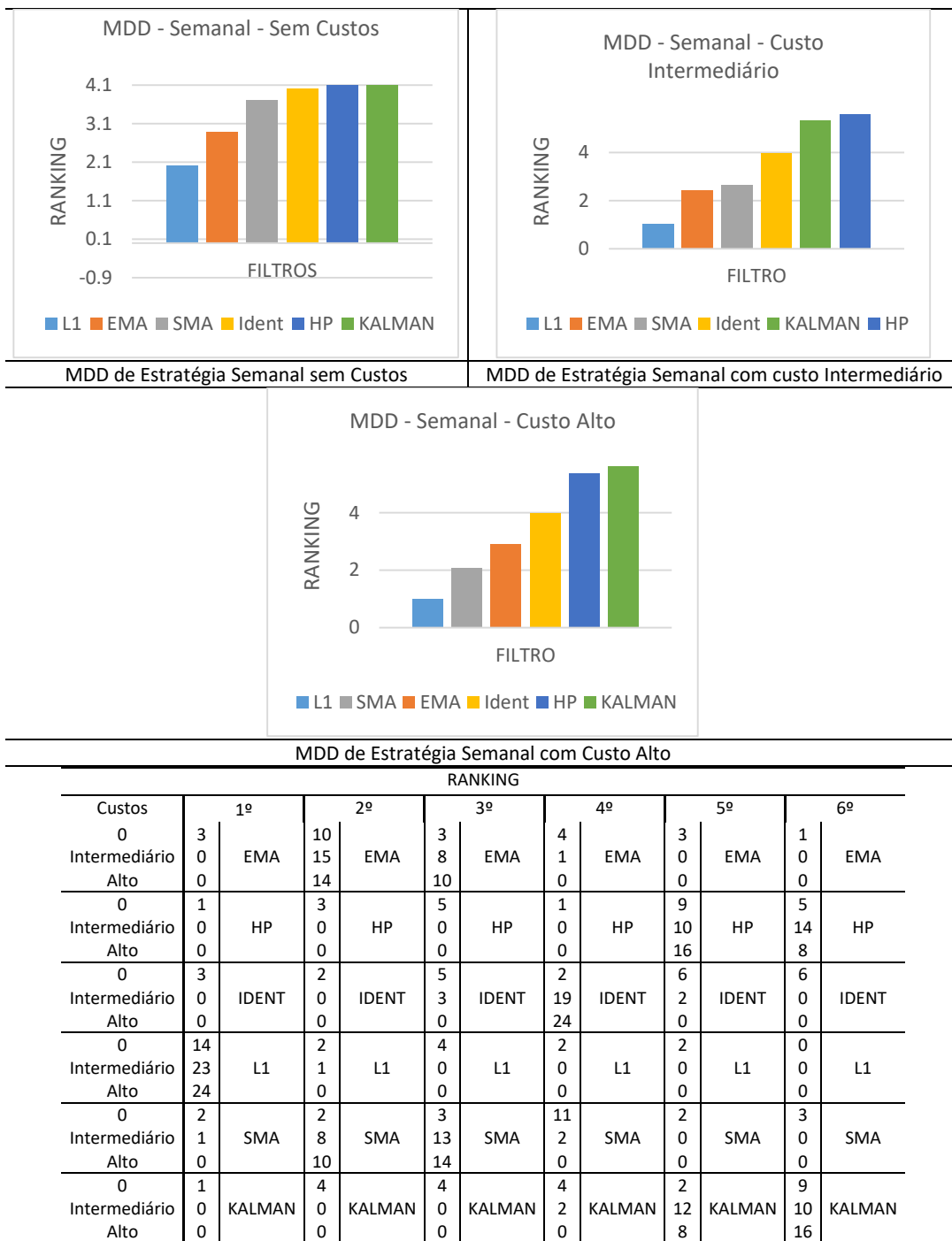


Figura A.7: Comparação de Desempenho – YProfit – Estratégia Mensal

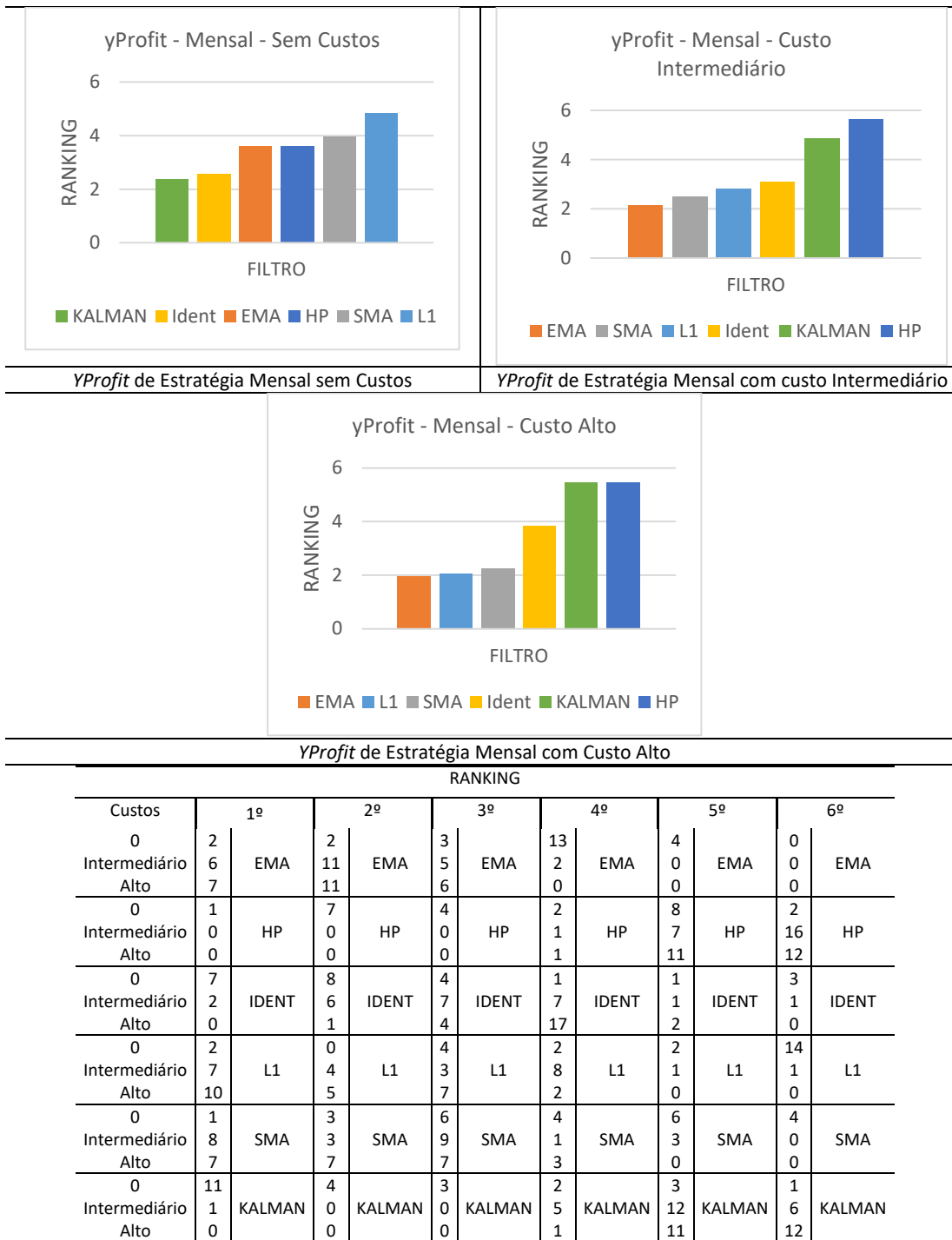


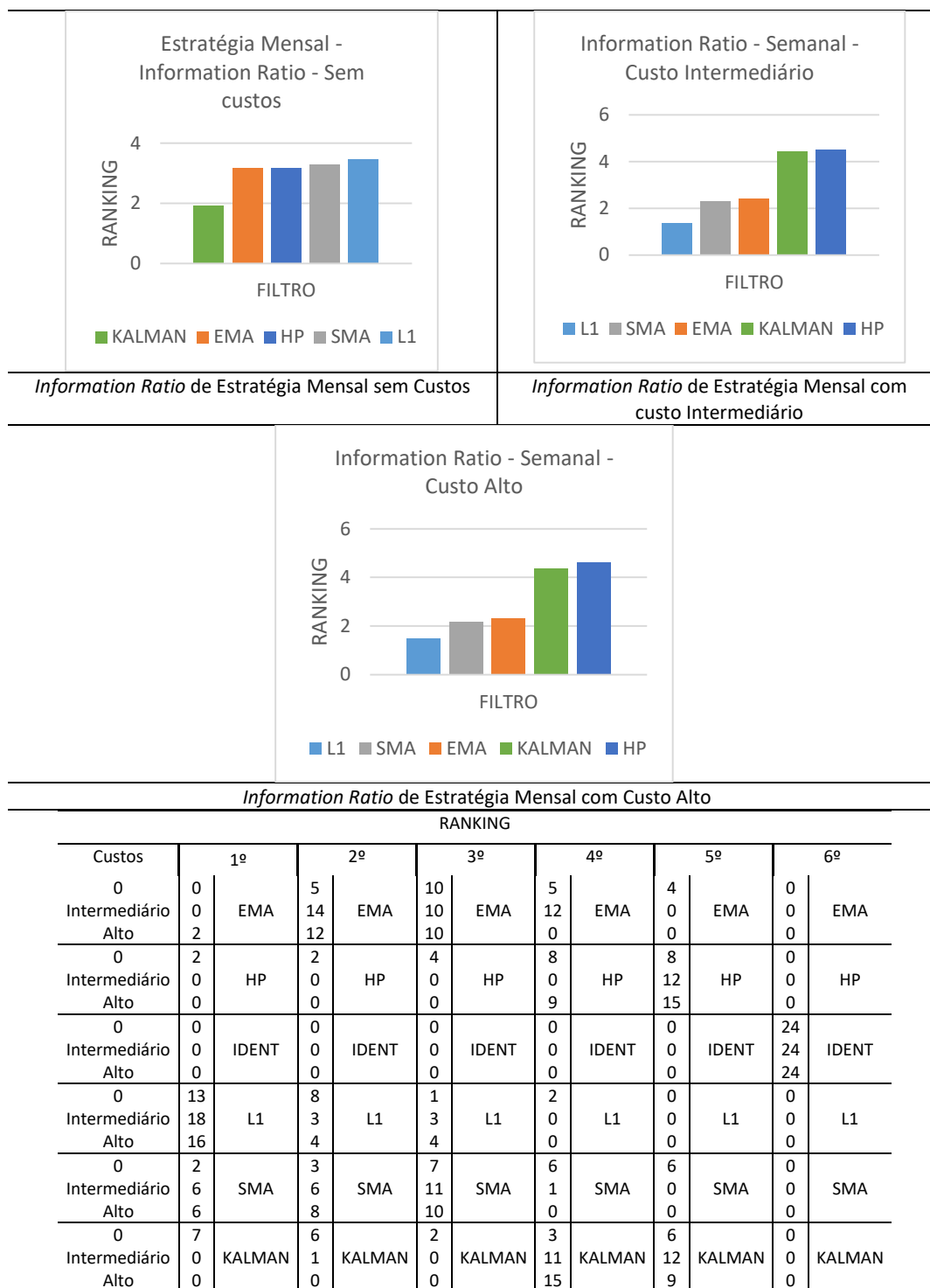
Figura A.8: Comparação de Desempenho – *Information Ratio* – Estratégia Mensal

Figura A.9: Comparação de Desempenho – MDD – Estratégia Mensal

