

3. Modelos de Otimização no Contexto do Planejamento do Despacho Hidrotérmico

Embora o foco desta Tese esteja no desenvolvimento de um modelo probabilístico alternativo para a geração de árvores de cenários utilizadas em modelos de otimização estocástica, faz-se necessário apresentar alguns aspectos metodológicos da técnica de PDDE, no qual esta proposta se insere.

Com vistas ao entendimento sequencial, serão apresentadas neste capítulo as técnicas de Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD) e na sua extensão para problemas estocásticos, a PDDE. Ao final, a última será aplicada ao contexto da aplicação deste trabalho, com a representação da variável estocástica por meio do modelo $PAR(p)$.

É importante ressaltar que este capítulo tem caráter introdutório e não pretende se aprofundar nas minúcias das técnicas de otimização. Para detalhes destes modelos, ver (YAKOWITZ, 1982); (MARCATO, 2002); (DIAS, et al., 2010); (CASTRO, 2012).

3.1 Programação Dinâmica Dual Determinística

Conforme descrito anteriormente, a PDDE é uma alternativa à PDE em função do mal da dimensionalidade, haja vista a necessidade de discretização de todo o espaço de estados do sistema. No caso do planejamento do despacho hidrotérmico no Brasil, esse é um fator determinante na escolha da técnica de otimização dos recursos, em função da dimensão do sistema e suas características de transmissão e intercâmbio entre regiões.

Já foi explicitado que a PDDD faz uso da Decomposição de Benders, que consiste em dividir o problema em diversos estágios, no qual cada estágio seja dependente do estágio subsequente. Desta forma, informações obtidas no período corrente são repassadas para períodos posteriores, permitindo que haja influências e interferências entre estes períodos. Em outras palavras, a técnica torna possível

que os estágios futuros sejam influenciados por informações do passado. Para entendimento do processo de Decomposição de Benders, faz-se necessário a descrição dos dois procedimentos iterativos que são a base da metodologia, as chamadas recursões *Forward* e *Backward*.

O passo *Forward* abrange o processo iniciado no segundo estágio e finalizado no último estágio, (CEPEL, 2001). Neste processo ocorre uma recursão direta, não incluindo informações a respeito do custo futuro da operação na primeira iteração. Neste caso, os problemas de otimização de cada estágio são resolvidos através de técnicas de Programação Linear, (CHVÁTAL, 1983). Dessa forma, a tendência do modelo é a utilização, em cada estágio, da capacidade máxima das usinas hidrelétricas, o que leva à utilização de usinas termelétricas no futuro e a um possível déficit.

Por sua vez, a recursão *Backward* segue caminho contrário do anterior: iniciando no último estágio e finalizando no segundo, (PENNA, 2009). A cada novo estágio no *Backward* é gerada uma restrição com relação ao estágio anterior. Esta restrição trará informações importantes à formação da FCF e conseqüentemente à otimização da operação do sistema hidrotérmico, (CASTRO, 2012).

A seguir é exposta a formulação geral do método de PDDD. Na próxima seção a extensão para o caso estocástico será apresentada.

Considere o seguinte problema de Programação Linear de dois estágios, cujo objetivo é minimizar o custo total de operação:

$$\begin{aligned}
 \min f &= c_1x_1 + c_2x_2 \\
 s.a. & \\
 A_1x_1 &\geq b_1 \\
 E_1x_1 + A_2x_2 &\geq b_2
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

O problema de otimização apresentado pode se interpretado como um processo de tomada de decisão em dois estágios. No primeiro escolhe-se uma decisão viável x_1^* , tal que $A_1x_1^* \geq b_1$. No segundo estágio, com x_1^* fixado e

conhecido, resolve-se o problema de otimização deste estágio passando x_1^* para o lado direito do conjunto de restrições, dado pela equação (3.2).

$$\begin{aligned} \min &= (c_2 x_2) \\ \text{s.a.} & \\ A_2 x_2 &\geq b_2 - E_1 x_1^* \end{aligned} \quad (3.2)$$

No contexto do despacho hidrotérmico, os vetores x_1 e x_2 representam, respectivamente, as variáveis hidráulicas e térmicas: volumes armazenados ao final do período, volumes turbinados e vertidos, e níveis de geração térmica. Os custos do primeiro estágio são representados por $c_1 x_1$ e as restrições de operação do sistema (balanço hídrico, limites superior e inferior de volumes) são representadas por $A_1 x_1 \geq b_1$. Analogamente, $c_2 x_2$ representa o custo de operação do segundo estágio e $A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1^*$ as respectivas restrições operativas.

Haja vista o sequenciamento decisório, o problema pode ser resolvido por Programação Dinâmica com as seguintes expressões recursivas:

Segundo estágio:

$$\begin{aligned} \alpha_2(x_1) &= \min(c_2 x_2) \\ \text{s.a.} & \\ A_2 x_2 &\geq b_2 - E_1 x_1 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Primeiro estágio:

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_0) &= \min(c_1 x_1) + \alpha_2(x_1) \\ \text{s.a.} & \\ A_1 x_1 &\geq b_1 \end{aligned} \quad (3.4)$$

O valor x_0 pode ser representado como estado inicial do sistema. A função $\alpha_2(x_1)$ fornece informações sobre as sequências nos estágios futuros da decisão x_1 . Caso esta função esteja disponível, o problema dado por (3.1) pode ser

resolvido sem a representação explícita das restrições do segundo estágio. Todavia, em geral a FCF, generalizada para qualquer estágio por $\alpha_{t+1}(x_t)$, não é conhecida. A mesma é construída, de forma iterativa, por aproximações lineares por partes, a partir da Decomposição de Benders.

Uma vez que para qualquer problema de Programação Linear está associado seu Dual, (CHVÁTAL, 1983), (3.3) pode ser representado por (π_2 é o vetor com as variáveis duais associadas ao problema do segundo estágio):

$$\begin{aligned} \alpha_2(x_1) &= \max \pi_2(b_2 - E_1x_1) \\ s.a. & \\ A_2\pi_2 &\geq c_2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Desta forma, através da análise dual do problema do segundo estágio, dada por (3.5), a restrição transferida ao problema do primeiro estágio pode ser escrita como:

$$\alpha_2(x_1) + \pi_2^* E_1 x_1 \geq \omega_2^* + \pi_2^* - E_1 x_1^* \quad (3.6)$$

A vantagem deste processo é que não há necessidade da discretização do espaço de estados. A cada iteração, uma nova aproximação da FCF é gerada em torno do ponto obtido a partir da solução do problema do primeiro estágio.

A escolha dos pontos x_1^* é dada iterativamente através de recursões diretas e inversas, por meio dos passos *Forward* e *Backward*, conforme descrito anteriormente.

Considere o problema do planejamento de médio prazo do despacho hidrotérmico no Brasil. Tem-se T estágios e k iterações. No passo *Forward* é resolvida uma sequência direta de problemas, desde o estágio 2 até T . A partir de cada problema de Programação Linear é obtido o valor ótimo das variáveis $x_i^*(k)$ e o custo imediato associado a cada estágio, $c_i x_i^*(k)$. No último estágio, começa-se a recursão inversa, *Backward*, do estágio T até o 2. Para cada um, obtêm-se os valores de $\omega_i^*(k)$ e $\pi_i^*(k)$ que, associados ao vetor $x_{i-1}^*(k)$, calculado no passo *Forward*, geram a restrição geral para qualquer estágio:

$$\alpha_t(x_{t-1}) + \pi_t^*(k) E_{t-1} x_{t-1} \geq \omega_t^*(k) + \pi_t^*(k) - E_{t-1} x_{t-1}^*(k) \quad (3.7)$$

A restrição da inequação (3.7) é o chamado Corte de Benders, que é passada ao estágio anterior.

O processo iterativo termina quando a cada estágio t , o custo previsto no estágio $t-1$ para o estágio t , $\omega_t^*(k)$, iguala-se ao custo efetivo do estágio deste. Desta maneira, tem-se que o custo total do primeiro estágio, ω_1^* , é igual ao valor de $\sum_{i=1}^T c_i x_i^*$. Assim, a soma dos custos efetivos de todos os estágios em uma iteração define o limite superior do problema, sendo que o limite inferior é obtido no primeiro estágio. A convergência do algoritmo se dá quando a diferença entre o limite inferior e o superior é menor do que uma tolerância especificada.

Na próxima seção é apresentada a extensão da PDDD para o caso estocástico.

3.2 Programação Dinâmica Dual Estocástica

Haja vista o exposto na seção anterior e considerando a estocasticidade associada à geração hidráulica, a PDDE torna-se adequada ao problema do planejamento do despacho hidrotérmico. Nesta formulação, o algoritmo para solução de problemas estocásticos com múltiplos estágios considera o valor esperado das derivadas dos custos futuros da decisão a ser tomada sobre os diversos cenários.

Inicialmente, o valor da FCF é nulo para os estágios $t = 1, 2, \dots, T$, uma vez que não se considera nenhuma informação a respeito dos outros estágios. Considera-se também um valor para um limite inferior, Z_{inf} , igual a zero, pois corresponde ao custo da operação no primeiro estágio mais a FCF. O limite superior, Z_{sup} , assume valor infinito no início do processo, visto que corresponde à média do custo imediato de todos os estágios de planejamento. A Figura 2.2 ilustra claramente essas premissas.

Em seu algoritmo, a PDDE considera o sistema dado em n estágios do horizonte de planejamento e m cenários com as realizações da variável estocástica considerada com vistas à minimização do valor esperado da operação. Segundo (CASTRO, 2012), no caso da simulação *Forward* inicial, o problema de otimização é modelado da seguinte forma (para cada cenário em todos os estágios):

$$\begin{aligned}
 \min f &= c_1x_1 + (P_1c_2x_{2,1} + P_1c_2x_{2,2} + \dots + P_1c_2x_{2,m}) \\
 s.a. & \\
 A_1x_1 &\geq B_1 \\
 E_1x_1 + A_2x_{2,1} &\geq B_{2,1} \\
 E_1x_1 + A_2x_{2,2} &\geq B_{2,2} \\
 &\dots \\
 E_1x_1 + A_2x_{2,m} &\geq B_{2,m}
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

O vetor $(B_{2,1}, B_{2,2}, \dots, B_{2,m})$ está associado às probabilidades (P_1, P_2, \dots, P_m) .

Vale ressaltar que $\sum_{i=1}^m P_i = 1$.

A partir da restrição $A_1x_1 \geq B_1$ são encontrados os vetores de soluções viáveis para as variáveis de decisão, x_1^* , para a FCF, α_1^* . Desta forma, o problema de otimização apresentado em (3.8) pode ser dividido em m subproblemas:

$$\begin{aligned}
 \min f &= c_2x_{2,1} \\
 s.a. & \\
 A_2x_{2,1} &\geq B_{2,1} - E_1x_1^* \\
 &\dots \\
 \min f &= c_2x_{2,m} \\
 s.a. & \\
 A_2x_{2,m} &\geq B_{2,m} - E_1x_1^*
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Neste ponto do algoritmo são obtidos os valores esperados para cada um dos m cenários, dados por $(\omega_1^*, \omega_2^*, \dots, \omega_m^*)$, ponderados pelo vetor de probabilidades, e os multiplicadores simplex, $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m)$, que serão utilizados na construção dos

cortes de Benders. Os resultados da solução de (3.9) levam às soluções ótimas para as variáveis de decisão e das FCF, $(x_{1,1}^*, x_{1,2}^*, \dots, x_{1,m}^*)$ e $(\alpha_{1,1}^*, \alpha_{1,2}^*, \dots, \alpha_{1,m}^*)$, respectivamente.

O próximo passo do algoritmo é o cálculo de Z_{inf} e Z_{sup} , conforme apresentado em (MARCATO, 2002). Caso a diferença $[Z_{\text{sup}} - Z_{\text{inf}}]$ seja menor que uma tolerância previamente estabelecida, o conjunto de soluções obtido fornece a solução ótima e há a convergência do processo. Caso contrário, inicia-se o processo recursivo inverso, chamado de *Backward*, que cria novos Cortes de Benders para cada estágio anterior.

No passo *Backward* são formadas as restrições para os estágios anteriores, com base nas soluções ótimas fornecidas pela recursão *Forward*. De posse dos multiplicadores simplex, que compõem o novo conjunto de restrições do problema, a expressão do Corte de Benders é dada por:

$$\bar{\omega}^* + \bar{\pi}E_1(x_1^* - x_1) \leq \alpha \quad (3.10)$$

Na inequação (3.10) $\bar{\omega}^*$ e $\bar{\pi}$ correspondem, respectivamente, ao valor esperado dos custos de operação e dos multiplicadores simplex para todos os m cenários. De acordo com (CASTRO, 2012), os multiplicadores simplex medem a variação do custo de operação dos estágios do horizonte de planejamento com relação às variações marginais nos níveis de armazenamento dos reservatórios no início do processo.

Desta forma, o problema de otimização é reestruturado da seguinte forma, em que c_1x_1 representa o custo imediato e $\alpha(x_1, x_2, \dots, x_m)$ o valor esperado da FCF, que é, de forma iterativa, linearmente aproximada pelos Cortes de Benders.

$$\begin{aligned} \min f &= c_1x_1 + \alpha(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ \text{s.a.} \\ A_1x_1 &\geq B_1 \\ \bar{\omega}^* + \bar{\pi}E_1(x_1^* - x_1) &\leq \alpha \end{aligned} \quad (3.11)$$

O algoritmo prossegue com uma nova recursão direta, *Forward*, incluindo os cortes, criados como restrições, em todos os n estágios. São obtidos novos valores das variáveis de decisão, FCF e multiplicadores simplex para todos os m cenários. Conforme descrito, o processo prossegue até que a diferença $[Z_{\text{sup}} - Z_{\text{inf}}]$ seja menor que uma tolerância previamente estabelecida e o processo é dado como convergido.

Na próxima seção é apresentado o tratamento dado à PDDE no contexto do planejamento do despacho hidrotérmico no Brasil.

3.2

PDDE no Contexto do Planejamento do Despacho Hidrotérmico

Haja vista que a PDDE foi apresentada na seção anterior, resta contextualizá-la ao planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos. A estocasticidade é inserida por meio da simulação de realizações da variável estocástica em questão em diversos horizontes de planejamento, caracterizando os múltiplos estágios.

O primeiro passo para o início do processo é a definição do número de aberturas que farão parte das simulações *Backward*, ou seja, o número de sorteios referentes aos cenários de afluência que poderão ser realizados para cada estágio do horizonte de planejamento. Estas aberturas serão consideradas no processo de otimização da simulação recursiva, criação dos cortes, e na formação dos caminhos *Forward* de simulação. No modelo NEWAVE a seleção das aberturas é realizada no início do processo uma única vez para todos os estágios. Um dos objetivos desta Tese é a reformulação desta premissa, permitindo que as aberturas sejam flexíveis. Os detalhes e justificativas desta proposta de alteração metodológica serão apresentados no Capítulo 4.

O segundo procedimento é a definição do número e ordem de transição entre as sequências que deverão ser percorridos nas recursões *Forward* durante o processo de otimização. É justamente esta definição que determina os caminhos a serem visitados na árvore de cenários, que será discutida no próximo capítulo deste texto. É através desta árvore de cenários que a estocasticidade das afluências é inserida no problema.

A título de exemplo, na Figura 3.1 é apresentada uma árvore de cenários com três aberturas *Backward* e um caminho *Forward* (destacados em preto). Os intervalos do horizonte temporal de planejamento (estágios) estão representados no eixo das abscissas. Os detalhes da construção das árvores de cenários serão apresentados no Capítulo 4.

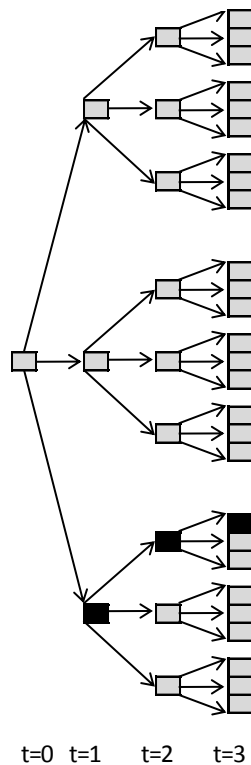


Figura 3.1 – Árvore de Cenários

Conforme descrito anteriormente, no caso de sistemas de reservatórios equivalentes de energia, a variável estocástica considerada que compõe a árvore de cenários é a ENA, que será formalmente definida a seguir. De acordo com (MARCATO, 2002), a ENA é calculada a partir das vazões naturais e das produtibilidades equivalentes ao armazenamento de 65% do volume útil dos reservatórios dos aproveitamentos hidroelétricos. Pode ser calculada em base diária, semanal, mensal ou anual e também por bacias e por subsistemas, de acordo com os sistemas de aproveitamentos hidroelétricos existentes nas configurações de bacias hidrográficas e de subsistemas elétricos.

Desta forma, considere a série temporal $ENA_{i,t}$ (cuja unidade é $MWmed$), $t = 1, \dots, N$, sendo N o número de observações da série com período s e i o subíndice referente ao subsistema considerado. Seja $NUSI_i$ o número de usinas hidrelétricas no sistema i , R_i o conjunto composto por todos os reservatórios do subsistema i , Q_i^j a vazão natural afluyente da usina i no estágio t (em m^3/s) e ρ_j a produtividade média do conjunto turbina-gerador da usina i . Por conseguinte, a $ENA_{i,t}$ é obtida por, (MARCATO, 2002):

$$ENA_{i,t} = \sum_{j \in R_i}^{NUSI_i} (Q_i^j \rho_j) \quad (3.12)$$

Ainda de acordo com (MARCATO, 2002), a ENA pode ser decomposta, por meio de um fator γ entre Energia Controlável (EC) e Energia Fio D'água (EFIO). A primeira está associada à vazão natural afluyente a um dado sistema em um estágio t que pode ser controlada pelos reservatórios deste sistema. A segunda, por sua vez, é relacionada à parte da energia gerada pelas usinas fio d'água, que é controlada pelas usinas com reservatórios que situam-se à montante. Desta forma, pode-se definir:

$$EC_{i,t} = \gamma_i ENA_{i,t} \quad (3.13)$$

$$EFIO_{i,t} = (1 - \gamma_i) ENA_{i,t} \quad (3.14)$$

Haja vista que a variável ENA segue um processo estocástico, o mesmo será detalhado no Capítulo 4. Por ora, assumir-se-á que a mesma seja modelada por um processo autorregressivo periódico de ordem p , conforme a expressão a seguir, em que $\varphi_{k,i,t}$ é o k -ésimo coeficiente autorregressivo do sistema i no período t e a_t é um processo estocástico do tipo Ruído Branco, (HIPEL & McLEOD, 1994).

$$ENA_{i,t} = \sum_{k=1}^p \varphi_{k,i,t} ENA_{i,t-k} + a_t \quad (3.15)$$

Uma vez estabelecidas das definições anteriores, a seguir será apresentada a formulação do sistema de otimização, conforme apresentado em (MARCATO, 2002) e (CASTRO, 2012).

Seja i o número de subsistemas equivalentes e T o número de estágios do horizonte de planejamento. A função objetivo do problema é:

$$Y_t = \min \sum_{k \in NS} \sum_{j \in NUT_k} CT_j GT_{i,j} + \frac{1}{1+\beta} \alpha_{t+1} \quad (3.16)$$

Em que:

- Y_t : Valor esperado do custo total de operação do estágio t até o final do horizonte de planejamento.
- NS : Número de subsistemas reais.
- NUT : Número de usinas térmicas.
- CT_j : Custo da usina térmica j .
- $GT_{i,j}$: Energia gerada pela usina térmica j no subsistema i no período t .
- β : Taxa de desconto mensal (%)
- α_{t+1} : Valor esperado do custo futuro associado à decisão tomada no tempo t .

A função objetivo representada em (3.16) está sujeita às seguintes restrições:

(i) *Restrição de Balanço Hídrico:*

$$\begin{aligned} EA_{t+1}^k &= EA_t^k + FC_t^k EC_t^k - GH_t^k - EVT_t^k - EVM_t^k - \\ &EVP_t^k - EM_t^k - EDVC_t^k \end{aligned} \quad (3.17)$$

$k = 1, \dots, NS$

EA_{t+1}^k : Energia gerada no subsistema i no estágio $t+1$.

EA_t^k	Energia gerada no subsistema i no estágio t .
FC_t^k	Fator de correção da Energia Controlável do subsistema i no estágio t .
EC_t^k	Energia controlável do subsistema i no estágio t .
GH_t^k	Energia hidráulica controlável gerada pelo subsistema i no estágio t .
EVT_t^k	Energia vertida no subsistema i no estágio t .
EVM_t^k	Energia de vazão mínima afluenta ao subsistema i no estágio t .
EVP_t^k	Energia evaporada no subsistema i no estágio t .
EM_t^k	Energia de enchimento de volume morto no subsistema i no estágio t .
$EDVC_t^k$	Energia de desvio de água a ser abatida da EC_t^k no subsistema i no estágio t .

Com vistas à visualização do impacto do modelo estocástico empregado na modelagem da variável ENA no modelo de otimização, a seguir é apresentada a restrição de Balanço Hídrico com a substituição do termo EC_t^k pela equação (3.13) e posteriormente por (3.15).

$$\begin{aligned}
 EA_{t+1}^k &= EA_t^k + FC_t^k \gamma_i \left[\sum_{k=1}^p \varphi_{k,i,t} ENA_{i,t-k} + a_t \right] - \\
 &- GH_t^k - EVT_t^k - EVM_t^k - EVP_t^k - EM_t^k - EDVC_t^k \\
 k &= 1, \dots, NS
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

A seguir a segunda restrição do problema tratado em (3.16):

(ii) *Restrição de Atendimento à Demanda:*

$$\begin{aligned}
 GH_t^k + \sum_{j \in NUT_k} GT_{t,j} + \sum_{j \in \Omega_k} (F_{t,i,k} - F_{t,k,i}) + DEF_{t,k} - EXC_t^k = \\
 D_t^k - EVM_t^k - EFIO_t^k - \sum_{j \in NUT_k} GTMIN_{t,j} - EDVF_t^k \\
 k = 1, \dots, NS
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Ω_k Conjunto de subsistemas diretamente conectados ao subsistema i .

$F_{t,i,k}$ Intercâmbio de energia do subsistema i para o k no estágio t .

$DEF_{t,k}$	Déficit de energia no subsistema i no estágio t .
EXC_t^k	Excesso de energia a fio d'água, energia de vazão mínima, geração térmica mínima, geração de pequenas usinas e energia de submotorização no subsistema i no estágio t .
D_t^k	Demanda de energia do subsistema i no estágio t , descontadas a geração de pequenas usinas e energia de submotorização.
$EFIO_t^k$	Energia fio d'água afluyente ao subsistema i no estágio t .
$GTMIN_{t,j}$	Limite mínimo de geração da usina j no estágio t .
$EDVF_t^k$	Energia de desvio de água a ser abatida da $EFIO_t^k$ no subsistema i no estágio t .

Substituindo, na equação (3.19), a parcela $EFIO_t^k$ dada em (3.14) e posteriormente por (3.15), tem-se:

$$GH_t^k + \sum_{j \in NUT_k} GT_{t,j} + \sum_{j \in \Omega_k} (F_{t,i,k} - F_{t,k,i}) + DEF_{t,k} - EXC_t^k =$$

$$D_t^k - EVM_t^k - (1 - \gamma_i) \left[\sum_{k=1}^p \varphi_{k,i,t} ENA_{i,t-k} + a_t \right] - \sum_{j \in NUT_k} GTMIN_{t,j} - EDVF_t^k \quad (3.20)$$

$k = 1, \dots, NS$

(iii) *Restrição de Limites de Geração Térmica:*

$$0 \leq GT_{t,j} \leq \overline{GT}_{t,j}$$

$$\forall j \in NUT_k$$

$$k = 1, \dots, NS \quad (3.21)$$

$\overline{GT}_{t,j}$ Limite máximo de geração térmica da usina j no estágio t , descontando o limite mínimo de geração térmica desta usina.

(iv) *Restrição de Limites de Capacidade de Intercâmbio:*

$$|F_{t,i,k}| \leq \overline{F}_{t,i,k}$$

$$i = 1, \dots, NS$$

$$k = 1, \dots, NS \quad (3.22)$$

$\bar{F}_{t,i,k}$ Capacidade de intercâmbio de energia do subsistema i para o k no estágio t .

(v) *Restrição de Limites de Capacidade de Armazenamento:*

$$\begin{aligned} 0 \leq EA_{t+1}^k &\leq EAMAX_{t+1}^k \\ k &= 1, \dots, NS \end{aligned} \quad (3.23)$$

$EAMAX_{t+1}^k$ Limite máximo de armazenamento do subsistema i no estágio t .

(vi) *Restrição de Geração Hidráulica Máxima:*

$$\begin{aligned} GH_t^k + EFIO_t^k + EVM_t^k &\leq GHMAX_t^k \\ k &= 1, \dots, NS \end{aligned} \quad (3.24)$$

$GHMAX_t^k$ Limite máximo de geração hidráulica no subsistema i no estágio t .

Substituindo, na equação (3.23)(3.19), a parcela $EFIO_t^k$ dada em (3.14) e posteriormente por (3.15), tem-se:

$$\begin{aligned} GH_t^k + (1 - \gamma_i) \left[\sum_{k=1}^p \varphi_{k,i,t} ENA_{i,t-k} + a_t \right] + EVM_t^k &\leq GHMAX_t^k \\ k &= 1, \dots, NS \end{aligned} \quad (3.25)$$

(vii) *Restrição de Custo Futuro:*

$$\begin{aligned} \alpha_{t+1} - \sum_{k \in NS} \pi EA_{1,t+1}^k EA_{t+1}^k &\geq \delta_{1,t+1} \\ \dots & \\ \alpha_{t+1} - \sum_{k \in NS} \pi EA_{q,t+1}^k EA_{t+1}^k &\geq \delta_{q,t+1} \end{aligned} \quad (3.26)$$

πEA_{t+1}^k Derivada da função objetivo Y_t com relação à energia armazenada no subsistema i no estágio $t+1$

δ_{t+1} Termo constante da restrição linear.

q Número de segmentos da FCF.

No caso da restrição de custo futuro, como a EA_{t+1}^k depende de EA_t^k e das afliências passadas, a FCF sofre influência $ENA_{i,t}$:

$$\begin{aligned} & \alpha_{t+1} - \sum_{k \in NS} \pi EA_{1,t+1}^k EA_{t+1}^k - \sum_{k \in NS} \pi ENA_{1,t+1}^k \left[\sum_{k=1}^p \varphi_{k,i,t} ENA_{i,t-k} + a_t \right] - \\ & - \sum_{k \in NS} \pi EA_{p,t+1}^k EA_{t-p,t+1}^k \geq \delta_{1,t+1} \end{aligned} \quad (3.27)$$

(viii) *Restrição de Subsistemas Fictícios:*

$$\sum_{i \in \Omega_k} (F_{t,i,k} - F_{t,k,i}) = 0 \quad (3.28)$$

Uma vez apresentadas as a função objetivo e as restrições do problema de otimização em questão, para cada estado j , calcula-se as derivadas $(\pi_{ENA_1}^{j,i})_t, \dots, (\pi_{ENA_p}^{j,i})_t$, para cada cenário estocástico e o valor esperado para cada estado será utilizado como coeficiente da função de custo futuro para o estágio anterior. Portanto, de acordo com (MARCATO, 2002), chamando-se o multiplicadores simplex associados às restrições de atendimento à demanda, geração hidráulica máxima, e FCF de, respectivamente, $\beta_{i,t}$, $\nu_{i,t}$ e $\lambda_{j,t}$ (i, j são os índices referentes a subsistema e corte), a derivada de Y_t em relação à variável de estado de ENA nos estágios anteriores pode ser obtida pela Regra da Cadeia, para o estágio $(t-p)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_t}{\partial ENA_{i,t-p}} &= (\pi_{ENA_p}^{j,i})_t = \eta_{i,t} [FC_{i,t}(EA_{i,t}) \gamma_i \varphi_{p,i,t}] - \\ & - \beta_{i,t} (1 - \gamma_i) \varphi_{p,i,t} - \nu_{i,t} (1 - \gamma_i) \varphi_{p,i,t} + \sum_{j=1}^q \lambda_{i,j} [(\pi_{ENA_1}^{j,i})_{t+1} \varphi_{p,i,t}] \end{aligned} \quad (3.29)$$

Haja vista que o problema de otimização tratado pela PDDE no contexto do planejamento da operação, torna-se possível entender a importância do impacto da

estocasticidade associada. A observação das restrições (3.18), (3.20), (3.25) e (3.27), além da derivada apresentada em (3.29), permite perceber a influência do modelo estocástico na solução do problema de planejamento. Desta forma, a estruturação da modelagem probabilística da variável ENA afeta diretamente a qualidade da política de operação obtida como resposta da PDDE.

Conforme apresentado, a FCF será aproximada por uma equação linear por partes, através dos Cortes de Benders. A forma desta equação representa uma aproximação do valor esperado da FCF no problema e é completamente dependente da hipótese assumida acerca da estocasticidade da variável ENA aos sistemas equivalentes de energia.

A parcela de ruído do modelo estocástico, representada por a_t , deve fazer parte das restrições da função objetivo e tem influência direta nas derivadas da fase de otimização, conforme apresentado na equação (3.29). A definição correta da referida parcela é fundamental e o modelo vigente utiliza uma estrutura que tem sido alvo de pesquisas contínuas, haja vista possíveis inconvenientes.

Esta Tese insere-se neste contexto, uma vez que objetiva detalhar a metodologia estocástica vigente, levantando aspectos passíveis de melhorias metodológicas – em função de possíveis impactos negativos na solução da PDDE – e propor um modelo alternativo para a geração de cenários probabilísticos.

No próximo capítulo é apresentada a representação da incerteza hidrológica no planejamento da operação de médio prazo. A modelagem estocástica será definida e a geração da árvore de cenários utilizada na técnica de PDDE será formalizada.