

2

O Value –at- Risk

2.1

Definição

Risco, na teoria de finanças, é compreendido como a dispersão dos resultados inesperados, causado pela volatilidade das variáveis financeiras. Estes desvios podem ocorrer tanto positivamente quanto negativamente. Contudo, em ambos os casos pode significar perdas ou ganhos, dependendo da posição assumida pelo investidor, comprado ou vendido. O *Value-at-Risk*, por sua vez, procura mensurar a exposição da carteira a riscos e para tanto, usa de ferramental estatístico, mensurado por meio do desvio-padrão dos resultados inesperados, ao que chamamos de volatilidade.

Com base em fundamentos científicos, é uma ferramenta capaz de fornecer uma medida concisa do risco de mercado. Em síntese, representa a pior perda esperada em um intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e sob determinado nível de confiança. Ele pode ser aplicado a cada um das variáveis financeiras fontes de volatilidade, que de forma resumida me refiro às taxas de juros, de câmbio, a commodities e a ações e pode beneficiar qualquer instituição que esteja exposta a risco financeiro, como podemos classificar da seguinte forma:

- I. **Fornecimento de informações gerenciais:** Nesse caso, sua atuação é passiva, ou seja, tem o intuito de mensurar o risco agregado e informar a alta gerência e acionistas sobre os riscos incorridos em transações e operações de investimentos.

- II. **Controle de risco:** Usado de modo defensivo, com a pretensão de estabelecer limites de posição a unidades de negócios, operadores de mercado, produtos e controle da instituição como um todo. Mostra-se útil ao criar um denominador comum para comparar as atividades de risco de mercados distintos.

III. **Gerenciamento de risco pela performance:** O VaR também tem a função de tornar a alocação de recursos mais eficiente entre operadores de mercado, unidades de negócios, produtos e na instituição como um todo, ao ajustar os retornos das operações aos níveis de risco a que estão expostas. Através de Medidas de Performance Ajustadas ao Risco (MPAR), é capaz de corrigir distorções geradas por operações que podem resultar em grandes resultados, mas que incorrem em elevados riscos para tanto. Uma vez implementado, o MPAR posiciona a instituição financeira de forma a otimizar sua relação risco/retorno. Com isso, serve de auxílio aos gestores de carteiras na melhor alocação dos investimentos e oferece uma visão global do risco da carteira, gerando valor ao acionista.

Com base em suas características, tem sido amplamente difundido seu uso em instituições pelo mundo, destacadamente:

- **Instituições financeiras:** As instituições financeiras, pela representatividade na administração das carteiras, posicionam-se como vanguardistas no estudo da administração de risco. Em geral, elas estão expostas a várias fontes de risco financeiro, além de instrumentos complexos, e necessitam implementar sistemas centralizados de gerenciamento de risco.
- **Órgãos reguladores:** Em face de desastres financeiros, a regulamentação do sistema evoluiu para exigências de manutenção de níveis mínimos de capital como reservas contra riscos financeiros. Nesse sentido, o Comitê de Supervisão Bancária da Basileia, além de outras entidades reguladoras norte-americanas e européias, convergiram na direção do VaR como ferramenta para mensuração de risco.
- **Instituições não financeiras:** Empresas e outras instituições não financeiras, inseridas em uma economia capitalista, estão sujeitas às intempéries econômicas decorrentes de variáveis financeiras. Neste sentido, torna-se igualmente importante que sua administração tenha um foco na gestão de risco.

- **Gestão de ativos:** O VaR oferece aos gestores de portfólios uma forma de controle dos riscos financeiros e análise do impacto da variação de determinadas variáveis financeiras no desempenho da carteira.

Para o cálculo do VaR, precisamos, *à priori*, definir algumas variáveis de interesse. Para mensurar uma carteira, devemos inicialmente marcar a mercado a atual carteira. Em seguida, medir a variabilidade dos fatores de risco. Feito isso, torna-se necessário determinarmos o prazo de manutenção dos ativos em carteira. Em seguida, é necessário determinarmos o nível de confiança para, uma vez que todas as informações anteriores tenham sido processadas, reportar a pior perda esperada.

Porém, vale ressaltar que o prazo de manutenção dos ativos em carteira está relacionado à liquidez dos mesmos. Outra observação que se coloca pertinente diz respeito ao nível de confiança, pois maiores níveis de confiança implicam, necessariamente, em maiores valores para o VaR. É importante precisar um nível de VaR que permita a comparação com a perda de fato ocorrida.

2.2 Definição do VaR

O *Value-at-Risk* pode ser definido como sendo a pior perda esperada em um período de tempo determinado, dado determinado nível de confiança. Dependendo da cauda da distribuição a ser analisada, pode representar também o melhor ganho esperado. Trata-se dos valores extremos, das caudas das distribuições. Matematicamente, podemos descrevê-lo com funções estatísticas, definido como:

$$p = P [\Delta V(l) \leq VaR] \quad (1)$$

$\Delta V (l)$: Mudança no valor dos ativos na posição financeira, ao longo do período l .

Vale lembrar que neste caso em especial estamos considerando a cauda esquerda da distribuição, ou seja, a probabilidade de perdas, em caso de posição comprada, ou a possibilidade de ganhos, no caso de posição vendida. Para trabalharmos com a cauda direita da distribuição, a inequação teria sentido

inverso, significando perdas no caso de posição vendida e ganhos para posições compradas.

Em nosso estudo, o foco será apenas na cauda esquerda da distribuição, ou seja, consideramos a posição comprada.

O VaR pode ser expresso em termos absolutos ou relativos. Segundo Jorion (2003), sendo o horizonte de investimento curto, o retorno médio pode ser pequeno e os dois métodos devem levar a resultados semelhantes. Em caso negativo, o VaR relativo seria conceitualmente mais apropriado, ao medir o risco em termos do desvio em relação à média para o período considerado. Contudo, a única ressalva é que, por vezes, o retorno médio é difícil estimar.

O VaR absoluto, ou seja, a perda relativa à zero, pode ser matematicamente expressa como:

$$VaR(zero) = W_0 - W^* = -W_0 R^* \quad (2)$$

Definimos o VaR relativo como sendo a perda relativa à média, matematicamente expresso como:

$$VaRrel(média) = E[W] - W^* = -W_0 (R^* - \mu) \quad (3)$$

W_0 : Investimento inicial

R: Taxa de retorno

μ : Retorno esperado

Dessa forma, o valor da carteira ao final do prazo considerado seria: $W = W_0 (1 + R)$

O menor valor da carteira, para determinado nível de confiança c , seria expresso como:

$$W^* = W_0 (1 + R^*) \quad (4)$$

W^* : Menor valor da carteira, para um nível de confiança c .

Algebricamente, podemos reescrever as equações, da seguinte forma:

$$VaRrel = E[W] - W^* = E[W_0(1 + r)] - W_0(1 + r^*) \quad (5)$$

$$VaR_{rel} = W_0(1 + E[r]) - W_0(1 + r^*) \quad (6)$$

Conforme já definido: $\mu = E[r]$

$$VaR_{rel} = W_0(\mu - r^*) \quad (7)$$

Lembrando que o VaR absoluto se refere à média zero, então, com base nesta equação acima, seu valor fica:

$$VaR_{abs} = -W_0r^* \quad (8)$$

2.3 Critérios para o *backtesting*

Os modelos de cálculo de VaR são úteis quando conseguimos estimar variáveis para compor o modelo de modo que este consiga estimar o risco. Contudo, o modelo deve ter uma validação mais formal da sua eficácia. Há muitas ferramentas para testar a aderência do modelo à realidade, como *backtestings*, auditorias e testes de estresse. O *backtesting*, porém, é uma ferramenta estatística formal que valida a consistência entre as perdas previstas e as perdas observadas.

Assim, quando o modelo está perfeitamente calibrado, as observações que estejam fora dos limites do VaR devem estar aproximadamente de acordo com o nível de confiança adotado. De certa forma, quando o número de observações que exceder o VaR (que chamamos de exceções) for superior ao nível de confiança, dizemos que o modelo subestima o risco. Da mesma forma, quando o número de exceções for bastante inferior ao número de observações dado por nosso nível de confiança, dizemos que o modelo está superestimando o risco.

2.4 Validação do modelo

Para verificar a aderência do modelo, dispomos de alguns testes estatísticos que nos fornecem uma validação formal. O nível de precisão do modelo consiste em registrarmos a taxa de exceções para uma determinada amostra. Definimos como N o número de exceções e como N/T a taxa de exceções, para um total de T dias na amostra.

Dado c é o nível de confiança, então $p = 1 - c$ seria nossa probabilidade de perdas do modelo. Assim, nosso modelo deveria fornecer uma medida não-viesada de p , ou seja, deve convergir para p à medida que cresce a amostra.

Recorrendo à Teoria Clássica Probabilística de testes para sequências de sucessos e fracassos, também denominada Eventos de Bernoulli, o número de exceções N deve possuir uma distribuição de probabilidade binomial, expresso matematicamente da seguinte forma:

$$f(N) = \binom{T}{N} p^N (1 - p)^{T-N} \quad (9)$$

Onde sabemos que:

$$E[N] = pT : \text{Valor Esperado de } N$$

$$V(N) = p(1 - p)T : \text{Variância de } N$$

A distribuição binomial pode ser usada para validar se o número de exceções em um teste é aceitável. Quando processamos o teste, há dois tipos de erro que podem ocorrer, conforme resumido na tabela abaixo. Para fins de *backtesting*, a análise do VaR tem que balancear erros tipo 1 com erros tipo 2. Segundo Jorion (2003), idealmente fixa-se um erro do tipo 1 pequeno e desenvolve-se um teste que minimize a ocorrência de um erro tipo 2.

	Modelo	
Decisão	Correta	Incorreta
Aceita	OK	Erro tipo 2
Rejeitar	Erro tipo 1	OK

Tabela 1: tipos de erro do modelo

Para este caso, o teste desenvolvido por Kupiec (1995) mostra-se poderoso ao gerar regiões de confiança de aproximadamente 95% (esse nível de confiança refere-se à regra de decisão usada para aceitar ou rejeitar o modelo).

O Teste desenvolvido por Kupiec, denominado Teste de Razão Verossimilhança (Likelihood ratio – LR), é um teste estatístico que possui uma distribuição assintótica qui-quadrada (χ^2) com um grau de liberdade, sob a hipótese de que p é a verdadeira probabilidade. Ou seja, temos 2 hipóteses a serem testadas:

$$H_0 = \frac{N}{T} = p \quad (10)$$

$$H_1 = \frac{N}{T} \neq p \quad (11)$$

O Teste Estatístico LR é dado por:

$$LR = 2 \ln\{[1 - (N/T)]^{T-N} (N/T)^N\} - 2\ln[(1 - p)^{T-N} p^N] \quad (12)$$

Para um nível de confiança de 95%, compara-se o valor do teste estatístico LR com o valor crítico da distribuição, rejeitando-se a hipótese nula se o teste estatístico $LR > 3,84$.

2.5 O VaR simulado

A Simulação de Monte Carlo, é uma metodologia capaz de cobrir uma quantidade substancial de variáveis financeiras, além de fatores não implícitos que impactam nas variáveis, como as correlações.

Basicamente, consiste em especificar um processo estocástico para as variáveis financeiras de interesse e os parâmetros (volatilidades, correlações etc.) que influenciam no comportamento das mesmas. A partir dessa etapa, são simuladas trajetórias de preços (ou valores) para as variáveis de interesse. Com base nestes valores, é utilizada uma geração de uma distribuição de retornos, da qual o *VaR* pode ser extraído.

Considerado o método mais eficiente para o cálculo dos valores em risco, a análise de Monte Carlo consegue capturar grande quantidade dos riscos, inclusive

os não-lineares, os de volatilidade e até os de modelo, além de incorporar a variação temporal da volatilidade, caudas grossas e cenários extremos. Também é possível incorporar efeitos temporais que geram mudanças estruturais na carteira, como a depreciação das opções financeiras ao longo do tempo. Quanto maior o número de simulações, mais acurados serão os resultados, contudo, maior e mais complexas serão as análises, gerando um custo computacional e temporal.

2.6

As limitações do modelo de Value-at-Risk e o CVAR

O Value-at-Risk, contudo, apresenta limitações. Embora ele represente um ferramental matemático consistente e robusto para lidar com os riscos financeiros, ele não é capaz de prever oscilações bruscas de mercado, tampouco é capaz de reagir a elas de forma eficiente a ponto de reduzir substancialmente as perdas.

Para estes eventos díspares, o VaR não pressupõe uma capacidade de resposta à altura. A mais relevante limitação é que o modelo não fornece a medida da pior perda absoluta, mas uma estimativa de perda para um dado nível de confiança, ou seja, haverá ocasiões onde o Var será excedido. Por exemplo: Níveis de confiança mais baixos produzem medidas de VaR também mais baixas, mas com maior frequência de exceções.

Para tanto, torna-se essencial o uso do ferramental estatístico que compare a taxa de exceções com o nível de confiança utilizado, o chamado *Backtesting*. Exceções irão ocorrer, mas o modelo se torna eficiente ao manter uma taxa de observações dentro das faixas esperadas coerente com o nível de confiança adotado.

Outro ponto interessante a abordar é que o VaR considera fixa a posição da carteira para um dado horizonte. Há a possibilidade de as posições da carteira mudarem no tempo, uma forma de reação e interpretação às condições de mercado.

Cabe também destacar que os modelos de VaR são baseados em dados históricos e que eles pressupõe que o comportamento passado seria uma boa

estimativa para projeção da aleatoriedade futura. Eventos isolados ou mudanças estruturais podem significar uma ruptura com padrões históricos.

Por fim, o estudo das finanças comportamentais vêm colocar a questão do comportamento humano como uma incógnita no que tange à sua racionalidade para lidar com momentos de *stress*, onde conceitos de aversão ao risco se tornam subjetivos e provocam distorções na lógica de mercado.

Criado como um aperfeiçoamento da teoria de Value-at-Risk, o CVaR (Conditional Value-at-Risk) surgiu como uma forma de mensurar grandes perdas. O VaR seria uma ferramenta estatística para estimar o mínimo retorno esperado para um dado nível de confiança, enquanto que o CVaR, com a evolução e a melhor compreensão dos eventos relacionados à distribuição do retorno dos ativos, surgiu como uma medida de risco que utiliza em sua estrutura informações sobre eventos que ocorrem nas caudas das distribuições de probabilidades.

Para o presente estudo, concentrei minhas atividades na análise do Value-at-Risk para eventos extremos, mas considero que o CVaR se tornou um instrumento mais complexo e apurado para análise do comportamento das caudas das distribuições, com capacidade de gerar resultados satisfatórios e até superiores ao desempenho do VaR utilizando-se a Teoria dos Valores extremos. Para tanto, proponho o uso do CVaR e sua comparação com o VaR utilizando-se a T.V.E. como temas para estudos posteriores.