



**Jacqueline Baptista Siqueira**

**Modelo de precificação e análise do prêmio de uma opção  
de compra de uma cesta de moedas**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Administração de Empresas

Orientador: Prof. Marcelo Cabús Klötzle

Rio de Janeiro  
Março de 2018



**Jacqueline Baptista Siqueira**

**Modelo de precificação e análise do prêmio de uma opção  
de compra de uma cesta de moedas**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Marcelo Cabús Klötzle**

Orientador

Departamento de Administração – PUC-Rio

**Prof. Antonio Carlos Figueiredo**

Departamento de Administração – PUC-Rio

**Prof. Ricardo Bordeaux Rego**

Departamento de Engenharia de Produção – UFF

**Prof. Augusto César Pinheiro da Silva**

Coordenador Setorial do Centro de Ciências Sociais – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 14 de Março de 2018

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Jacqueline Baptista Siqueira**

Graduou-se em Engenharia Elétrica com ênfase em Eletrônica no Centro de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ) em 2006. E Graduou-se em Engenharia de Produção na Universidade Federal Fluminense em 2014. Trabalha na área de Gestão de Riscos Financeiros.

#### Ficha Catalográfica

Siqueira, Jacqueline Baptista

Modelo de precificação e análise do prêmio de uma opção de compra de uma cesta de moedas / Jacqueline Baptista Siqueira ; orientador: Marcelo Cabús Klötzle. – 2018.

48 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)—Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Administração, 2018.

Inclui bibliografia

1. Administração – Teses. 2. Opções de compra. 3. Opção europeia. 4. Prêmio de opção. 5. Cesta de moedas. I. Klötzle, Marcelo Cabús. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Administração. III. Título.

CDD: 658

Para meus pais, Scheila e Bianor, minha irmãs, Jamile, Jéssica e Ully, por todo amor e apoio.

## Agradecimentos

À minha família, pelo apoio.

Aos mestres, pela dedicação e pelo compartilhamento de conhecimento.

À CAPES e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Aos Dr. Antonio Carlos Figueiredo e Dr. Marcelo Cabús Klötzle pela dedicação nas aulas ministradas.

## Resumo

Siqueira, Jacqueline Baptista; Klötzle, Marcelo Cabús. **Modelo de precificação e análise do prêmio de uma opção de compra de uma cesta de moedas**. Rio de Janeiro, 2018. 48 p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Muitas empresas apresentam exposições, como dívidas emitidas em outras moedas, diferente de sua moeda funcional. As empresas podem se proteger contra a desvalorização de sua moeda funcional através da contratação de instrumentos financeiros para este fim. Os estudos realizados apresentam uma estratégia de tratamento a exposição de um grupo de moedas com um custo menor quando comparado a estratégias de tratamento de cada exposição de forma individual. A estratégia apresentada é a utilização de opção de uma cesta de moedas, embora a cesta possa ser de vários tipos, como cesta de índices e ações. O objetivo do trabalho é realizar um estudo da precificação de uma alternativa de proteção à exposição a um conjunto de moedas. Os resultados obtidos com a estratégia proposta são comparados com a alternativa de se realizar proteção com uma opção de compra simples, bem como é apresentado um estudo de evolução do prêmio da opção dada correlação entre as moedas que compõem a cesta de opções. Os resultados obtidos do modelo de precificação mostram que as opções para uma cesta de moedas são um instrumento adequado para tratamento de exposição à moedas, pois apresenta um custo menor quando comparado com o custo de opções de compra para cada moeda a que está exposta.

## Palavras- chave

Opções de compra; Opção europeia; Prêmio de opção; Cesta de moedas

## Abstract

Siqueira, Jacqueline Baptista; Klötzle, Marcelo Cabús (Advisor). **Pricing model and premium analysis of a call basket option of currencies**. Rio de Janeiro, 2018. 48 p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Many companies have exposures, such as debts issued in other currencies that are not their functional currency. Companies can protect themselves against the devaluation of their functional currency by contracting financial instruments for this purpose. The studies carried out present a treatment strategy the exposure of a group of currencies with a lower cost when compared to treatment strategies of each exposure individually. The strategy presented is the use of a basket option of currencies, although the basket can be of several types, such as baskets option of indexes and basket option of stocks. The purpose is to carry out a study of the pricing of an alternative to protect exposure to a set of currencies. The results obtained with the proposed strategy are compared with the alternative of realizing protection with a call vanilla, as well as a study of the evolution of the premium of the option given correlation between the currencies that belong to the basket of options. The results obtained from the pricing model show that the options for a basket of currencies are an appropriate instrument for treatment of currency exposure because it presents a lower cost when compared to the cost of call options for each currency to which it is exposed.

## Keywords

Call Option; European Option; Premium; Basket Option

## Sumário

|   |    |
|---|----|
| 1 O problema  | 13 |
| 1.1. Introdução   | 13 |
| 1.2. Objetivo final   | 13 |
| 1.3. Objetivos Intermediários   | 14 |
| 1.4. Delimitação do estudo  | 14 |
| 1.5. Relevância do estudo   | 14 |
| 2 Referencial teórico   | 15 |
| 2.1. Derivativos - Opções   | 15 |
| 2.1.1. Opções Europeias   | 15 |
| 2.1.2. Opções de compra   | 15 |
| 2.1.3. Opções de venda  | 16 |
| 2.1.4. Classificação das séries de opções   | 16 |
| 2.2. Decomposição Cholesky  | 16 |
| 2.3. Correlação Limite  | 17 |
| 2.4. Teste de Raiz Unitária – Teste ADF   | 18 |
| 2.5. Opções de uma cesta de Ativos  | 18 |
| 2.5.1. Proteção com Cesta de Opções   | 20 |
| 2.5.2. Precificação da opção para uma Cesta de ativos   | 20 |
| 2.5.3. Modelo de Precificação   | 21 |
| 3 Metodologia   | 23 |
| 3.1. Tipo de Pesquisa   | 23 |
| 3.2. Quanto aos fins  | 23 |
| 3.3. Quanto aos meios   | 23 |
| 3.4. Universo e amostra   | 24 |
| 3.5. Procedimentos e Instrumentos de coleta de dados  | 25 |
| 3.6. Procedimentos de Análise de Dados  | 25 |
| 3.6.1. Série de dados de cotação das moedas que compõe a Cesta de moedas para definição da matriz de correlação | 26 |



|   |    |
|---|----|
| 3.6.2. Matriz Cholesky  | 26 |
| 3.6.3. Correlação Mínima entre as moedas  | 26 |
| 3.7. Limitações do Estudo   | 27 |
| 3.8. Processo de Precificação de uma opção de compra de uma cesta de moedas   | 27 |
| <br>  |    |
| 4 Análise e Interpretação dos Resultados  | 29 |
| 4.1. Identificação da proposta de construção da cesta de moedas   | 29 |
| 4.2. Identificação da janela de tempo da série de dados de moeda para o Teste ADF   | 29 |
| 4.3. Resultado do Teste ADF   | 29 |
| 4.3.1. Avaliação dos resultados para as séries de cotações  | 30 |
| 4.3.2. Avaliação dos resultados para as séries dos retornos   | 30 |
| 4.4. Matriz de correlação – Janela de tempo para calcular a correlação entre moedas – Definição da matriz correlação                      | 30 |
| 4.5. Taxas livre de riscos dos países das moedas componentes da cesta e dos EUA   | 31 |
| 4.6. Delimitação dos prazos para cálculo das opções   | 32 |
| 4.7. Cálculo das opções de compra para os respectivos prazos  | 32 |
| 4.8. Cálculo do prêmio das opções para a cesta de moedas para os prazos definidos   | 33 |
| 4.9. Comparação dos preços das opções de compra do tipo europeia obtidos pelo modelo de precificação e dos preços obtidos com o Derivagem | 34 |
| 4.10. Definição da correlação mínima para cálculo do preço da opção de compra para a cesta de moedas                                      | 35 |
| 4.11. Análise dos preços das opções de compra obtidos pela precificação de acordo com o aumento progressivo da correlação entre as moedas | 36 |
| <br>  |    |
| 5 Conclusão   | 40 |
| 5.1. Sugestões de Novos Trabalhos   | 41 |
| <br>  |    |
| 6 Referências bibliográficas  | 42 |



## Lista de Gráficos

|  |    |
|--|----|
| Gráfico 1: Evolução do prêmio da opção no dinheiro – Prazo: 1 ano  | 37 |
| Gráfico 2: Evolução do prêmio da opção no dinheiro – Prazo: 2 anos | 37 |
| Gráfico 3: Evolução do prêmio da opção no dinheiro – Prazo: 3 anos | 38 |
| Gráfico 4: Evolução do prêmio da opção no dinheiro – Prazo: 4 anos | 38 |
| Gráfico 5: Evolução do prêmio da opção no dinheiro – Prazo: 5 anos | 38 |

## Lista de tabelas

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1: Resultado Teste ADF   | 29 |
| Tabela 2: Matriz correlação das moedas componentes da cesta de moedas       | 30 |
| Tabela 3: Taxas livre de risco para as respectivas moedas da cesta          | 31 |
| Tabela 4: Prêmios das opções de compra no dinheiro do tipo europeia         | 32 |
| Tabela 5: Prêmios das opções de compra dentro do dinheiro do tipo europeia  | 33 |
| Tabela 6: Prêmios das opções de compra fora do dinheiro do tipo europeia    | 33 |
| Tabela 7: Prêmios das opções de compra no dinheiro do tipo europeia         | 33 |
| Tabela 8: Prêmios das opções de compra dentro do dinheiro do tipo europeia  | 34 |
| Tabela 9: Prêmios das opções de compra fora do dinheiro do tipo europeia    | 34 |
| Tabela 10: Prêmios das opções de compra no dinheiro do tipo europeia        | 34 |
| Tabela 11: Prêmios das opções de compra dentro do dinheiro do tipo europeia | 35 |
| Tabela 12: Prêmios das opções de compra fora do dinheiro do tipo europeia   | 35 |
| Tabela 13: Prêmios das opções de compra no dinheiro do tipo europeia        | 36 |
| Tabela 14: Prêmios das opções de compra dentro do dinheiro do tipo europeia | 36 |
| Tabela 15: Prêmios das opções de compra fora do dinheiro do tipo europeia   | 36 |

# 1

## O problema

### 1.1.Introdução

Muitas empresas apresentam exposições a várias moedas, como por exemplo, dívidas emitidas em outras moedas que não a sua moeda funcional assim como pagamentos futuros a serem realizados em diversas moedas. Geralmente, as empresas, a fim de se protegerem contra a flutuação e valorização dessas moedas, ou seja, a fim de se protegerem da desvalorização de sua moeda funcional, elas podem utilizar instrumentos financeiros com o objetivo de desenvolver estratégias individuais para cada exposição de moeda. Os estudos realizados para o desenvolvimento de programas de realização de proteção à exposição a alguma moeda é o resultado da análise do impacto do volume de exposição a cada moeda, que não seja a sua moeda funcional, nos resultados da empresa. Existem instrumentos financeiros que podem ser utilizados para desenvolver uma estratégia de tratamento a exposição de um grupo de moedas e com um custo menor quando comparado a estratégias de tratamento de cada exposição de forma individual, uma vez que os custos operacionais são menores. Desta maneira, o derivativo, opção de compra ou venda para uma cesta de ativos, é um recurso para tratar diversas exposições à moedas com um derivativo. Uma opção de cesta de ativos pode ser utilizada com diversos tipos de ativos, como índices, ações e moedas.

### 1.2. Objetivo final

O objetivo do trabalho é realizar um estudo da precificação de uma alternativa de proteção à exposição a um conjunto de moedas. Os resultados obtidos com o modelo de precificação estudado é comparado com a alternativa de se realizar proteção com uma opção de compra simples. Para contribuir na fundamentação do modelo proposto, é apresentado um estudo sobre a evolução do preço da opção de compra em estudo de acordo com a correlação do conjunto de moedas que compõem a exposição.

### **1.3. Objetivos Intermediários**

Uma série de etapas intermediárias deve ser realizada para que seja possível realizar a precificação da opção de compra, para uma cesta de moedas, proposta neste trabalho. Essas etapas envolvem, por exemplo, obtenção de série de dados, tratamento de dados, mapeamento de condições em que é possível realizar a precificação e análise dos resultados intermediários. Todas as etapas são condicionantes para obtenção da precificação adequada para a opção de compra de cesta de moedas.

### **1.4. Delimitação do estudo**

O estudo realizado compara os resultados de um modelo de precificação de uma opção de uma cesta de moedas com opções de compra de moedas com as mesmas proporções do modelo de precificação apresentado para que seja possível realizar comparações entre os preços dos dois tipos de precificação de opções de compra. Existem outros modelos de precificação e modelos de aproximações para precificação de uma cesta de moedas. O estudo em questão utiliza o modelo de Monte Carlo para precificar a opção de uma cesta de moedas.

### **1.5. Relevância do estudo**

A proposta de precificação em estudo é de uma alternativa que apresenta menos custo quando comparado a alternativas de proteção à exposição cambial de empresas. Seria interessante que o modelo de precificação apresentado fosse discutido em estratégias de tratamento à exposição cambial a que várias empresas estão expostas, contemplando também o volume de exposição cambial, apetite a riscos da empresa e objetivos do plano de tratamento da exposição cambial.

## 2

### Referencial teórico

#### 2.1. Derivativos - Opções

##### 2.1.1. Opções Europeias

Conforme apresentado por Figueiredo (2011), opções configuram como um contrato que dá ao titular (comprador da opção) o direito, mas não a obrigação, de exercer o seu direito de compra, caso o titular tenha comprado opção de compra, ou de venda, caso o titular tenha comprado uma opção de venda. Considerando opções do tipo europeias, o direito de compra ou venda do ativo objeto só pode ser exercido na data de vencimento da opção. Assim, a opção do tipo europeia, dá ao comprador o direito de escolha de comprar ou vender o ativo objeto a um preço determinado numa data determinada.

##### 2.1.2. Opções de compra

Uma opção de compra representa o direito de quem comprou a opção (titular) de comprar o ativo objeto a um determinado preço e em sua data de exercício. O lançador vende a opção e recebe o prêmio pago pelo titular. O prêmio da opção antes do vencimento é determinado por vários fatores. No vencimento, o seu valor é calculado por:

$$\text{Máximo } [(S - E), 0] \quad (2.1)$$

Onde:

S: Preço do Ativo objeto na data de vencimento

E: Preço de exercício da opção.

### 2.1.3.

#### Opções de venda

Uma opção de venda representa o direito de quem comprou a opção (titular) de vender o ativo objeto a um determinado preço e em sua data de exercício. O lançador vende a opção e recebe o prêmio pago pelo titular. O prêmio da opção antes do vencimento é determinado por vários fatores. No vencimento, o seu valor é calculado por:

$$\text{Máximo } [(E - S), 0] \quad (2.2)$$

Onde:

S: Preço do Ativo objeto na data de vencimento

E: Preço de exercício da opção.

### 2.1.4.

#### Classificação das séries de opções

As séries de opções são classificadas de acordo com o preço de exercício de cada opção e o preço da cotação atual do ativo objeto. As séries se classificam em:

1) Dentro do dinheiro

Preço do ativo objeto é maior que o valor presente do preço de exercício da opção

2) No dinheiro

Preço do ativo objeto é igual ao valor presente do preço de exercício da opção

3) Fora do dinheiro

Preço do ativo objeto é menor que o valor presente do preço de exercício da opção

### 2.2.

#### Decomposição Cholesky

Conforme apresentado no artigo dos autores Saliby e Araújo (2001), a partir da matriz de correlação entre os pares de moedas que compõe a cesta de ativos, é necessário gerar valores correlacionados para as moedas.



Haug (2007) apresenta a necessidade de construir uma matriz de correlação para vários recursos na simulação de Monte Carlo, dessa maneira é apresentado a decomposição Cholesky com o objetivo de gerar valores correlacionados como insumo para se utilizar simulação de Monte Carlo.

As premissas para que seja possível efetuar esse tipo de decomposição é que a matriz original seja simétrica ( $R = R^T$ ) e positiva definida ( $\det R_K > 0$ ). Dado que a matriz  $R$  é simétrica e positiva definida, existe uma matriz triangular inferior cujos elementos da diagonal principal são positivos.

Abaixo é apresentado o passo a passo para se encontrar os elementos da matriz Cholesky, onde linhas são representados por  $i$  e colunas por  $j$ :

Elementos da diagonal:

$$m_{jj} = \sqrt{r_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} m_{jk}^2}$$

Elementos abaixo da diagonal, onde  $i > j$ :

$$m_{ij} = \frac{r_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} m_{ik} m_{jk}}{m_{jj}}$$

Para uma matriz  $R$  de ordem 2:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix}$$

Elemento da diagonal:

$$m_{11} = \sqrt{r_{11}}$$

$$m_{22} = \sqrt{r_{22} - m_{21}^2}$$

Elementos abaixo da diagonal:

$$m_{21} = \frac{r_{21}}{m_{11}}$$

### 2.3. Correlação Limite

Burgess (1927) apresenta a maneira de se obter a correlação mínima entre variáveis. Assim, imaginando que cada variável aleatória é um vetor unitário, a correlação entre elas é o cosseno do ângulo interno formado pelos vetores. E, dado um conjunto de  $(n+1)$  variáveis aleatórias de correlação  $\rho$ , entre cada par, o valor mínimo da correlação pode ser obtido visualizando-se  $(n+1)$  vértices de um polígono regular, análogo ao tetraedro. O ângulo interno do polígono regular

é dado pelo arco cosseno  $(-1/n)$ , portanto, a correlação mínima para cada par de variáveis é dada por  $(-1/n)$ .

## 2.4.

### Teste de Raiz Unitária – Teste ADF

Morettin et al. (2006) apresenta conceitos referentes a avaliação de estacionariedade de séries temporais de dados.

O teste de estacionariedade de uma série ocorre quando é realizado o teste de raiz unitária, verificando se a série tem ou não raiz unitária. Neste teste, a hipótese nula é de que a série possui raiz unitária e a série é não estacionária. Assim:

H0: Tem raiz unitária

H1: Não tem raiz unitária e a série é estacionária.

Uma série temporal é estacionária quando suas características estatísticas, por exemplo média e variância, são constantes ao longo do tempo. É uma série que se desenvolve aleatoriamente no tempo, em torno de uma média constante.

O teste ADF (Teste de Dickey-Fuller Aumentado) requer um estudo sobre a regressão:

$$\Delta Z_t = \theta_0 + \phi_1^* Z_{t-1} + \phi_2^* Z_{t-2} \dots + a_t \quad (2.3)$$

$\phi^*$  : é o coeficiente de raiz unitária. Se o polinômio auto regressivo  $\phi(B)$  tiver raiz unitária, então  $\phi(1) = 0$ . Logo, testar a hipótese que o polinômio auto regressivo tem uma raiz unitária é equivalente a testar a hipótese que  $\phi_1^* = 0$ .

Quando realizado o teste ADF da série, é necessário verificar a estatística T a fim de verificar se o teste rejeita ou não a hipótese nula, para que então se tenha resultado de que a série é ou não é estacionária.

## 2.5.

### Opções de uma cesta de Ativos

Wystup (2007) apresenta que muitas empresas e instituições financeiras apresentam exposição a mais de uma moeda. Para cada exposição de moeda pode ser realizado uma proteção individual, mas existem instrumentos de

proteção que contemplam exposição a várias moedas, configurando uma cesta de moedas que geralmente tem um custo menor quando comparado a estratégias de proteção individual para cada moeda a que a empresa está exposta.

Para Deelstra et al (2004) uma opção para uma cesta de ativos é uma opção exótica em que seu *payoff* está vinculado a uma cesta de ativos. A estrutura de *payoff* de uma opção para uma cesta de ativos é semelhante à estrutura de pagamento de uma Opção asiática. Uma opção para uma cesta de ativos é uma opção independente do caminho, cuja remuneração terminal é função de vários preços dos ativos na data de vencimento. O autor ainda apresenta que se pode utilizar simulação de Monte Carlo (assumindo que os ativos seguem processos de movimento geométricos Brownianos correlacionados) para obter uma estimativa numérica do preço.

Liaoning (2008) reúne vantagens e dificuldades sobre a utilização de opções para uma cesta de ativos.

#### Vantagens da utilização de opções para uma cesta de ativos:

- 4) A maior vantagem da utilização de opções para uma cesta de ativos é que seu custo tende a ser bem menor quando comparado à utilização de opções simples para o portfólio. Por exemplo, um investidor compra uma opção, ao invés de comprar várias;
- 5) Os ativos compõem a cesta não são perfeitamente correlacionados;
- 6) A volatilidade de uma cesta de ativos é, na maioria dos casos, menor que a soma das volatilidades (exceto quando são perfeitamente correlacionados);
- 7) A opção para uma cesta de ativos é uma ótima ferramenta de custo reduzido para fazer hedge exposições a risco de vários ativos.

#### Dificuldades da precificação de opções para uma cesta de ativos:

- 1) Precificar opções para uma cesta de ativos é mais complicado que precificar opções simples;
- 2) As correlações observadas são voláteis, assim como a volatilidade, mas a prática é assumir que as correlações são constantes.

### 2.5.1. Proteção com Cesta de Opções

Conforme apresentado por Wystup (2007), opções para uma cesta de ativos são derivativos que apresentam uma moeda base para a cesta e outras moedas, no qual se caracteriza o risco de exposição a cada moeda. As opções para uma cesta de ativos são opções do tipo europeias que pagam a diferença entre o valor da cesta e o preço contratado para o exercício. O risco de cada moeda da cesta apresenta um peso que reflete a exposição na respectiva moeda. Uma opção para uma cesta de moedas protege contra uma queda nas moedas da cesta ao mesmo tempo. O autor apresenta na equação 2.4 um exemplo do *payoff* da opção de compra da cesta de moedas composta por duas moedas na maturidade  $T$ , onde  $S_1(t)$  representa a cotação da moeda base perante a primeira moeda da Cesta e  $S_2(t)$  da moeda base em relação a segunda moeda da Cesta em um dado momento  $t$ ,  $a_i$  representa os respectivos pesos e  $K$  o preço contratado para o exercício da Cesta:

$$\text{Máximo} \left( a_1 \frac{S_1(t)}{S_1(0)} + a_2 \frac{S_2(t)}{S_2(0)} - K, 0 \right) \quad (2.4)$$

### 2.5.2. Precificação da opção para uma Cesta de ativos

Para avaliar opções simples, o modelo Black & Scholes leva a uma solução de formulário fechada, uma vez que o preço da ação em um momento fixo segue uma distribuição lognormal. Quando o mesmo modelo é utilizado para precificação de uma opção para uma cesta de moedas, é observado que este não apresenta uma forma fechada de precificação. A dificuldade decorre principalmente da falta de disponibilidade da distribuição de uma soma ponderada de lognormais não independentes. Uma proposta de precificação consiste em utilizar técnicas de simulação de Monte Carlo (assumindo que os ativos seguem processos de movimento geométricos browniano correlacionados) para obter uma estimativa numérica do preço. Por exemplo, na indústria, é comum usar a distribuição lognormal como uma aproximação para a soma dos lognormais, embora se saiba que esta metodologia leva às vezes a resultados ruins (Deelstra et al, 2004).

### 2.5.3. Modelo de Precificação

Deelstra et al (2004) adota que  $S_i(t)$  representa o preço do  $i$ -ésimo ativo de uma Cesta em um dado momento  $t$ , dessa maneira uma cesta é definida na equação (2.5):

$$S(t) = \sum_{i=1}^N a_i S_i(t) \quad (2.5)$$

Onde:  $a_i$  é um valor determinístico, constante e positivo e, representa o peso de um elemento que compõe a cesta de ativos. Assim o preço de uma opção de uma cesta de ativos é a soma ponderada pelos pesos das moedas que a compõe.

A equação 2.6 apresenta o cálculo do *Payoff* de uma opção de compra de uma cesta de ativos com exercício na data  $T$ ,  $n$  ativos e preço de exercício  $K$ . [5].

$$\text{Payoff (Call)} = \text{Max} [ (\sum_{i=1}^n a_i S_i(t) - K) , 0 ] \quad (2.6)$$

Para Wystup (2007), quando utilizado o modelo de Black-Scholes, assume-se um processo log-normal para os constituintes da cesta individualmente correlacionados. Conforme apresentado na equação 2.7, uma decomposição em constituintes não correlacionados do processo de taxa de câmbio é a base para a precificação da Basket.

$$dS_i = \mu S_i dt + S_i \sum_{j=1}^N \Omega_{ij} dW_j \quad (2.7)$$

$\mu(i)$ : Diferença entre a taxa de juros da moeda estrangeira e a moeda doméstica do  $i$ -ésimo par de moedas.

$dW_j$ : representa  $j$ -ésimo componente do movimento geométrico browniano associado ao processo de preço do ativo  $j$

O autor assume que os diferentes preços dos ativos sejam instantaneamente correlacionados de acordo com a matriz de covariância dada por  $\text{Corr}(dW_i, dW_j) = \rho_{ij} dt$  ou  $C_{ij} = (\Omega \Omega^T)_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$ . Onde:

$\sigma_i$ : Representa a volatilidade do  $i$ -ésimo para de moedas;

$\rho_{ij}$ : Representa o coeficiente de correlação.

Wystup (2007) apresenta um método de aproximação que assume que a precificação da Basket segue um processo lognormal e é dado por pela equação 2.8 com solução apresentado na equação 2.9.

$$dS(t) = S(t) [\mu dt + \sigma dW(t)] \quad (2.8)$$

$$S(t) = S(t) e^{\sigma W(T-t) + (\mu - 1/2\sigma^2)(T-t)} \quad (2.9)$$

### **3**

## **Metodologia**

### **3.1.**

#### **Tipo de Pesquisa**

A pesquisa para o estudo do modelo de precificação de uma opção de uma cesta de moedas foi desenvolvida com base em livros e artigos que abordam modelo de precificação de opções de uma cesta de ativos, assim como livros e artigos que fundamentam os conceitos e etapas para o desenvolvimento do modelo de precificação.

### **3.2.**

#### **Quanto aos fins**

A metodologia de trabalho tem por objetivo precificar uma opção de compra de uma cesta de moedas, compreendendo os insumos de dados e tratamento dos mesmos para que seja possível realizar a precificação e análise de resultados. Após a etapa de precificação, será realizada análise dos resultados encontrados que serão comparados aos resultados de precificação de uma cesta de opções de compra considerando que serão efetuadas compra individuais de moedas, sem considerar que existe correlação entre as moedas.

### **3.3.**

#### **Quanto aos meios**

Até que seja possível precificar uma opção de compra de uma cesta de moedas é necessário que várias etapas sejam realizadas. Estas etapas compreendem:

- 1) Aquisição de dados de cotação de moedas dado um intervalo de tempo;
- 2) Verificação de que a série de dados é estacionária;
- 3) Cálculo da correlação de cada par de moedas;
- 4) Construção da matriz de correlação de ordem  $n$ , onde  $n$  é número de pares de moedas da componentes da cesta de moedas;

- 5) Efetuar decomposição Cholesky da matriz de correlação com o objetivo de se construir uma matriz que será entrada para o processo de precificação. O resultado da decomposição Cholesky é uma matriz triangular inferior, onde seus elementos são correlacionados, o que é importante para carregar essa informação no processo de precificação da opção de compra de uma cesta de moedas;
- 6) Determinar o range de variação de correlação entre as moedas da cesta;
- 7) Atribuição de pesos para os pares de moeda de mesma base a compor a cesta;
- 8) Consulta da volatilidade da moeda escolhida em relação a moeda base;
- 9) Consulta de taxa de juros referente a cada país emissor de cada moeda que compõe a cesta de moedas do estudo;
- 10) Cálculo da opção de compra de cada par de moedas da cesta para posterior análise de resultados;
- 11) Tratar os dados de entrada para entrada adequada no programa de precificação;
- 12) Obter o valor da opção de compra da cesta de moedas do estudo.

### **3.4.**

#### **Universo e amostra**

Os dados foram obtidos de diversas fontes. Os dados e sua fonte de consulta serão apresentados abaixo:

- 1) Histórico de cotações das moedas foi obtido de consulta realizado no Terminal Bloomberg para o horizonte de 02/01/2017 a 20/10/2017;
- 2) Cotação das moedas que compõe a cesta de moedas do estudo obtida em consulta no Terminal Bloomberg em 20/10/2017;
- 3) Consulta da volatilidade para 6 meses de cada par de moedas que compõe a cesta obtida no Terminal Bloomberg em 20/10/2017;
- 4) Taxa de juros da moeda Dólar Americano obtida em consulta no Terminal Bloomberg com data base 20/10/2017;
- 5) Taxa de Juros de países emissores das moedas escolhidas para compor a cesta de moedas obtidas no site do respectivo país sobre



fatores econômicos, como taxas referenciais BM&F BOVESPA DI x Pré, Banco Central da Europa, Banco Central da Inglaterra e Banco Central do Canadá. Todas as taxas foram consultadas para os períodos de precificação do estudo e com data base 20/10/2017;

- 6) Horizonte de precificação da opção de compra da cesta de moedas: 1 a 5 anos;
- 7) Preço de exercício das opções de compra: obtido através de média ponderada considerando os pesos de cada moeda que compõe a cesta de moedas. O preço de exercício da opção de compra no dinheiro foi calculado com a média ponderada de cada moeda componente da cesta com as cotações à vista (data base). Para a opção Dentro do Dinheiro foi considerado redução de 10% na cotação à vista das moedas, e para a opção Fora do Dinheiro foi considerado aumento de 10% na cotação na data base das moedas.
- 8) Número de iterações/simulações para precificação da opção de compra da cesta de moedas: 10000.

### 3.5.

#### **Procedimentos e Instrumentos de coleta de dados**

Inicialmente, foi realizada coleta de dados das cotações à vista dos pares de moedas definidos para a composição da cesta para precificação da opção de compra, taxas livre de risco de cada país emissor de moeda que compõe a cesta de moedas do estudo para os horizontes de precificação da opção de compra da cesta de moedas e coleta de dados do histórico de cotações para o horizonte definido na pesquisa para obtenção de série de cotações de pares de moedas com o objetivo de se definir a correlação de cada par de moeda componente da cesta. É importante considerar que o período de coleta de dados foi definido considerando que não tenha ocorrido situações anormais de mercado configurado como um cenário de *Stress*.

### 3.6.

#### **Procedimentos de Análise de Dados**

De posse dos dados, estes serão insumos para o processo de precificação da opção de compra de uma cesta de moedas. Os dados originais

serão trabalhados para que possam ser utilizados como insumo no processo de precificação.

### **3.6.1.**

#### **Série de dados de cotação das moedas que compõe a Cesta de moedas para definição da matriz de correlação**

Obtidas as séries de dados das cotações de moedas que compõe a cesta de moedas no horizonte de tempo estipulado para a pesquisa, é necessário verificar se a mesmas são adequadas para que se possa obter as correlações dos pares de moedas. A verificação da adequação de cada série de dados é realizada através do teste ADF da série em questão. É necessário que as séries das quais se deseja obter a correlação sejam estacionárias. Dessa maneira o objetivo é testar se a série possui ou não raiz unitária. No teste ADF isso é verificado. Se a hipótese nula de que existe raiz unitária for verdadeira, a série é não estacionária e esta não é adequada para extrair com outra série a correlação entre as mesmas. Se a hipótese nula for rejeitada, a série é estacionária e é adequada para que possa obter sua correlação com outra série de dados também estacionária. É importante também considerar, que caso a hipótese nula seja rejeitada, a que níveis de significância ela é rejeitada.

### **3.6.2.**

#### **Matriz Cholesky**

Dada a matriz de correlação entre as moedas, é necessário que essas correlações se relacionem no processo de precificação da opção de compra da cesta de moedas. A decomposição Cholesky gera fatores correlacionados que serão insumos para o processo de precificação da opção de compra da cesta de moedas.

### **3.6.3.**

#### **Correlação Mínima entre as moedas**

No desenvolvimento do trabalho, além do processo de precificação da opção de compra, é realizado um estudo de evolução do preço da opção de compra dada evolução da correlação entre as moedas que compõe a cesta de moedas do estudo. A correlação mínima é função do número de moedas que compõe a cesta de moedas.

A função que determina a correlação mínima foi apresentada no referencial teórico e este é insumo para o processo de precificação da opção de compra da cesta de moedas.

### 3.7.

#### **Limitações do Estudo**

O estudo realizado compara os resultados de um modelo de precificação de uma opção de uma cesta de moedas com opções de compra de moedas com as mesmas proporções do modelo de precificação apresentado para que seja possível realizar comparações entre os preços dos dois tipos de opções. Existem outros modelos de precificação e modelos de aproximações para precificação de uma cesta de moedas. O estudo em questão utiliza o modelo de Monte Carlo para precificar a opção de uma cesta de moedas.

### 3.8.

#### **Processo de Precificação de uma opção de compra de uma cesta de moedas**

Dadas as variáveis de entrada abaixo, é iniciado o processo de precificação da opção de compra da cesta de moedas.

- 1) Número de moedas a compor a cesta;
- 2) Definição da moeda de referência;
- 3) Cotação das moedas;
- 4) Volatilidade das moedas em relação à moeda de referência;
- 5) Matriz de correlação entre as moedas;
- 6) Prazo para vencimento da opção de compra;
- 7) Preço de exercício da opção de compra (Dentro do dinheiro, No dinheiro e Fora do dinheiro);
- 8) Número de iterações da precificação da opção;

O programa desenvolvido para executar a precificação da opção de compra de uma cesta de moedas executa as seguintes etapas:

- 1) Decomposição Cholesky da matriz de correlação;

No momento de entrada de dados da matriz de correlação, em que a correlação entre as moedas forem iguais, quando se avalia o comportamento da evolução do preço da Opção de compra, é importante considerar que o valor mínimo de correlação entre as

moedas é dado pelo inverso do número de moedas que compõe a cesta menos um.

- 2) Geração do número aleatório de uma distribuição normal de média zero e desvio padrão igual a um.
- 3) Cálculo do vetor de  $n$  componentes, em que  $n$  representa o número de moedas que compõe a cesta. Este vetor é função dos elementos da matriz resultado da decomposição Cholesky e do prazo para vencimento da opção.
- 4) Cada componente do vetor acima calculado é insumo para o cálculo da cotação futura de cada moeda, dado prazo de vencimento da opção, seguindo a equação 2.9.
- 5) Dado a precificação da cotação futura de cada moeda. É calculado o valor da cesta de moedas de acordo com a distribuição de peso de cada moeda na cesta.
- 6) Dado o preço da cesta de moedas é calculado, para a iteração corrente, o prêmio da opção de compra, obtido através da diferença entre o preço da cesta calculado e o preço da cesta para o vencimento futuro estipulado. Dessa maneira é obtido o prêmio da opção de compra da cesta de moedas.
- 7) O processo de precificação e cálculo dos prêmios da opção de compra é realizado  $n$  vezes, onde  $n$  é o número de iterações definidas antes do início do processo de precificação.
- 8) Obtidos os  $n$  preços da opção de compra, é realizado uma média do preço da opção de compra considerando todos os valores obtidos em cada iteração do processo de precificação.
- 9) Obtido o valor médio, este é descontado para que se tenha o valor presente do prêmio da opção de compra da cesta de moedas.

## 4 Análise e Interpretação dos Resultados

### 4.1. Identificação da proposta de construção da cesta de moedas

A cesta de moedas será composta por quatro moedas: Euro (EUR), Libra Esterlina (GBP), Dólar Canadense (CAD) e Real (BRL). A divisão de pesos na composição da cesta de moedas será de 25% para cada moeda.

### 4.2. Identificação da janela de tempo da série de dados de moeda para o Teste ADF

O horizonte de tempo utilizado para coleta de dados para se obter a correlação entre as moedas que compõe a cesta de moedas é 2017, desde o primeiro dia útil de 2017 (02/01/2017) a 20/10/2017, data da coleta das cotações e da série de retornos. Foi realizado teste ADF das séries de dados das cotações e da série de retornos. O tamanho da amostra para o teste ADF é de 200. E as series de dados podem ser consultadas no anexo I.

### 4.3. Resultado do Teste ADF

A tabela abaixo apresenta o resultado do teste ADF das séries de cotações e das séries dos retornos para cada moeda componente da cesta de moedas.

|     | P-Valor          |                  |
|-----|------------------|------------------|
|     | Série - Cotações | Série - Retornos |
| EUR | 0,5868           | 0,0000           |
| GBP | 0,0440           | 0,0000           |
| CAD | 0,6687           | 0,0000           |
| BRL | 0,5304           | 0,0000           |

Tabela 1: Resultado Teste ADF  
Fonte: E-views. Elaborado pelo autor

### 4.3.1.

#### Avaliação dos resultados para as séries de cotações

A série EUR apresenta p-valor muito alto e para os níveis de significância 1%, 5% e 10%, não há rejeição da hipótese nula,  $H_0$ : Existe raiz unitária, ou seja, a série é não estacionária. O mesmo ocorre para as séries de cotação CAD e BRL.

Para a série GBP o p-valor é 0,0440, significando que a hipótese nula  $H_0$  é rejeitada a 1%, mas não é rejeitada aos níveis de 5% e 10% de significância.

A conclusão é que as séries de cotações de moedas não é adequada para se obter a correlação entre os pares de moedas que compõe a cesta de moedas do estudo.

### 4.3.2.

#### Avaliação dos resultados para as séries dos retornos

O p-valor para as séries de retorno das cotações de moedas tende a zero, significando que a hipótese nula  $H_0$  é rejeitada, ou seja, a série não possui raiz unitária. Isso significa que a série é estacionária, portanto adequada para se obter a correlação entre os pares de moedas que compõe a cesta de moedas.

### 4.4.

#### Matriz de correlação – Janela de tempo para calcular a correlação entre moedas – Definição da matriz correlação

Uma vez realizado o teste ADF e verificado que é adequado se obter a correlação entre os pares de moedas das séries dos retornos, a matriz de correlação é apresentada na tabela 2. O horizonte de tempo da série de dados para cálculo dos retornos é compreendido entre 02/01/2017 e 20/10/2017.

|     | EUR    | GBP    | CAD    | BRL    |
|-----|--------|--------|--------|--------|
| EUR | 1      | 0,5204 | 0,3659 | 0,3073 |
| GBP | 0,5204 | 1      | 0,3692 | 0,1877 |
| CAD | 0,3659 | 0,3692 | 1      | 0,2766 |
| BRL | 0,3073 | 0,1877 | 0,2766 | 1      |

Tabela 2: Matriz correlação das moedas componentes da cesta de moedas  
Fonte: Elaborado pelo autor

#### 4.5.

#### **Taxas livre de riscos dos países das moedas componentes da cesta e dos EUA**

A tabela 3 apresenta as taxas de livre de risco com seus respectivos prazos utilizadas no processo de precificação. As taxas são as respectivas taxas livre de risco dos países emissores das moedas componente da cesta.

| Prazo (anos) | USD    | EUR     | GBP    | CAD    | BRL    |
|--------------|--------|---------|--------|--------|--------|
| 1            | 1,4480 | -0,7745 | 0,4300 | 1,3700 | 6,8900 |
| 2            | 1,6160 | -0,7185 | 0,5700 | 1,4700 | 7,8500 |
| 3            | 1,7390 | -0,5997 | 0,8500 | 1,5300 | 8,5600 |
| 4            | 1,8350 | -0,4404 | 1,1500 | 1,6150 | 9,0400 |
| 5            | 1,9220 | -0,2632 | 1,4300 | 1,7000 | 9,2900 |

Tabela 3: Taxas livre de risco para as respectivas moedas da cesta

Fonte: Elaborado pelo autor

Foram consultadas taxas para os prazos: 1, 2, 3, 4 e 5 anos.

Data base para consulta das taxas: 20/10/2017.

Fonte de consulta das taxas:

- 1) USD: Terminal Bloomberg
- 2) EUR: Banco Central Europeu  
Disponível em:  
<https://www.ecb.europa.eu/home/html/index.en.html>
- 3) GBP: Banco Central da Inglaterra  
Disponível em: <https://www.bankofengland.co.uk/>
- 4) CAD: Banco Central do Canadá  
Disponível em: <https://www.bankofcanada.ca/>
- 5) BRL: Taxas referenciais BM&F BOVESPA DI x Pré  
Disponível em:

[http://www.bmfbovespa.com.br/pt\\_br/servicos/market-data/consultas/mercado-de-derivativos/precos-referenciais/taxas-referenciais-bm-fbovespa/](http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/servicos/market-data/consultas/mercado-de-derivativos/precos-referenciais/taxas-referenciais-bm-fbovespa/)

#### 4.6.

#### **Delimitação dos prazos para cálculo das opções**

O modelo de precificação precifica opções para os vencimentos: 1, 2, 3, 4 e 5 anos.

#### 4.7.

#### **Cálculo das opções de compra para os respectivos prazos**

Foi utilizado o programa Derivagem para cálculo das opções de compra. As taxas livre de risco e os prazos foram os mesmos utilizados do processo de precificação da opções de compra da cesta de moedas. As proporções para o cálculo da opção de compra de cada moeda são 25% para cada moeda componente da cesta. Para que se possa comparar os resultados encontrados para a opção de compra proposto no estudo, a proporção adotada de 25% para cada moeda é adequada.

As tabelas 4, 5 e 6 apresentam os resultados obtidos para precificação de cada opção para cada moeda utilizada no estudo. A tabela 4 apresenta os prêmios em função dos prazos de vencimento para opções no dinheiro. A tabela 5 apresenta os prêmios em função dos prazos de vencimento para opções dentro do dinheiro. E a tabela 6 apresenta os prêmios em função dos prazos de vencimento para opções fora do dinheiro.

| Prazo (anos) | EUR    | GBP    | CAD    | BRL    |
|--------------|--------|--------|--------|--------|
| 1            | 0,0494 | 0,0515 | 0,0231 | 0,0166 |
| 2            | 0,0809 | 0,0766 | 0,0328 | 0,0232 |
| 3            | 0,1085 | 0,0929 | 0,0405 | 0,0286 |
| 4            | 0,1321 | 0,1027 | 0,0465 | 0,0306 |
| 5            | 0,1518 | 0,1080 | 0,0513 | 0,0346 |

Tabela 4: Prêmios das opções de compra no dinheiro do tipo europeia

Fonte: Elaborado pelo autor



| Prazo (anos) | EUR    | GBP    | CAD    | BRL    |
|--------------|--------|--------|--------|--------|
| 1            | 0,1436 | 0,1476 | 0,0805 | 0,0229 |
| 2            | 0,1722 | 0,1659 | 0,0847 | 0,0170 |
| 3            | 0,1984 | 0,1770 | 0,0893 | 0,0122 |
| 4            | 0,2203 | 0,1816 | 0,0929 | 0,0087 |
| 5            | 0,2381 | 0,1820 | 0,0957 | 0,0064 |

Tabela 5: Prêmios das opções de compra dentro do dinheiro do tipo europeia

Fonte: Elaborado pelo autor

| Prazo (anos) | EUR    | GBP    | CAD    | BRL    |
|--------------|--------|--------|--------|--------|
| 1            | 0,0079 | 0,0099 | 0,0028 | 0,0022 |
| 2            | 0,0270 | 0,0269 | 0,0085 | 0,0027 |
| 3            | 0,0482 | 0,0412 | 0,0143 | 0,0024 |
| 4            | 0,0685 | 0,0515 | 0,0194 | 0,0019 |
| 5            | 0,0867 | 0,0585 | 0,0240 | 0,0015 |

Tabela 6: Prêmios das opções de compra fora do dinheiro do tipo europeia

Fonte: Elaborado pelo autor

#### 4.8.

#### **Cálculo do prêmio das opções para a cesta de moedas para os prazos definidos**

Os resultados obtidos com o modelo de precificação utilizado no estudo estão apresentados nas tabelas 7, 8 e 9. Cada tabela apresenta os resultados para os prazos adotados e cada tipo de opção de compra do tipo europeia.

A tabela 7 apresenta os prêmios em função dos prazos de vencimento para opções no dinheiro. A tabela 8 apresenta os prêmios em função dos prazos de vencimento para opções dentro do dinheiro. E a tabela 9 apresenta os prêmios em função dos prazos de vencimento para opções fora do dinheiro.

| Prazo (anos) | Prêmio - Modelo |
|--------------|-----------------|
| 1            | 0,0250          |
| 2            | 0,0383          |
| 3            | 0,0467          |
| 4            | 0,0510          |
| 5            | 0,0544          |

Tabela 7: Prêmios das opções de compra no dinheiro do tipo europeia

Fonte: Elaborado pelo autor

| Prazo (anos) | Prêmio - Modelo |
|--------------|-----------------|
| 1            | 0,0952          |
| 2            | 0,1000          |
| 3            | 0,1064          |
| 4            | 0,1102          |
| 5            | 0,1122          |

Tabela 8: Prêmios das opções de compra dentro do dinheiro do tipo europeia

Fonte: Elaborado pelo autor

| Prazo (anos) | Prêmio - Modelo |
|--------------|-----------------|
| 1            | 0,0020          |
| 2            | 0,0074          |
| 3            | 0,0135          |
| 4            | 0,0189          |
| 5            | 0,0227          |

Tabela 9: Prêmios das opções de compra fora do dinheiro do tipo europeia

Fonte: Elaborado pelo autor

#### 4.9.

#### **Comparação dos preços das opções de compra do tipo europeia obtidos pelo modelo de precificação e dos preços obtidos com o Derivagem**

As tabelas 10, 11 e 12 apresentam os prêmios obtidos pelo modelo de precificação da opção de compra do tipo europeia para a cesta de moedas apresentado no estudo e a precificação das opções de compra calculado com o software Derivagem considerando a proporção de composição da cesta de 25% para cada tipo de moeda.

A tabela 10 apresenta os prêmios em função dos prazos de vencimento para opções no dinheiro. A tabela 11 apresenta os prêmios em função dos prazos de vencimento para opções dentro do dinheiro. E a tabela 12 apresenta os prêmios em função dos prazos de vencimento para opções fora do dinheiro.

| Prazo (anos) | Prêmio - Modelo | Prêmio - Derivagem |
|--------------|-----------------|--------------------|
| 1            | 0,0250          | 0,0352             |
| 2            | 0,0383          | 0,0534             |
| 3            | 0,0467          | 0,0677             |
| 4            | 0,0510          | 0,0780             |
| 5            | 0,0544          | 0,0864             |

Tabela 10: Prêmios das opções de compra no dinheiro do tipo europeia

Fonte: Elaborado pelo autor

| Prazo (anos) | Prêmio - Modelo | Prêmio - Derivagem |
|--------------|-----------------|--------------------|
| 1            | 0,0952          | 0,0986             |
| 2            | 0,1000          | 0,1100             |
| 3            | 0,1064          | 0,1192             |
| 4            | 0,1102          | 0,1259             |
| 5            | 0,1122          | 0,1305             |

Tabela 11: Prêmios das opções de compra dentro do dinheiro do tipo europeia

Fonte: Elaborado pelo autor

| Prazo (anos) | Prêmio - Modelo | Prêmio - Derivagem |
|--------------|-----------------|--------------------|
| 1            | 0,0020          | 0,0057             |
| 2            | 0,0074          | 0,0163             |
| 3            | 0,0135          | 0,0265             |
| 4            | 0,0189          | 0,0353             |
| 5            | 0,0227          | 0,0427             |

Tabela 12: Prêmios das opções de compra fora do dinheiro do tipo europeia

Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados encontrados estão coerentes com os resultados esperados e fundamentados com a teoria sobre o modelo de precificação de opções para uma cesta de moedas correlacionadas. O prêmio da opção de compra do tipo europeia utilizando método do estudo é menor que o prêmio de compra das opções de compra individuais das moedas que compõem a cesta de moedas.

#### 4.10.

#### **Definição da correlação mínima para cálculo do preço da opção de compra para a cesta de moedas**

O valor mínimo de correlação entre as moedas é dado pelo inverso do número de moedas que compõe a cesta menos um. No caso em estudo, a cesta é composta por quatro moedas.

O valor da correlação mínima é  $-0,33$ . No modelo de precificação foi utilizado  $-0,3$  como correlação mínima.

## 4.11.

### Análise dos preços das opções de compra obtidos pela precificação de acordo com o aumento progressivo da correlação entre as moedas

As tabelas 13, 14 e 15 apresentam os prêmios obtidos pelo modelo de precificação da opção de compra do tipo europeia para a cesta de moedas apresentado no estudo em função da correlação adotada entre as moedas, considerando também os tipos de opções no dinheiro, dentro do dinheiro e fora do dinheiro.

|              | Correlação |        |        |        |        |        |        |
|--------------|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Prazo (anos) | -0,3       | -0,1   | 0,1    | 0,3    | 0,5    | 0,7    | 0,9    |
| 1            | 0,0114     | 0,0162 | 0,0204 | 0,0239 | 0,0262 | 0,0292 | 0,0312 |
| 2            | 0,0190     | 0,0252 | 0,0313 | 0,0359 | 0,0381 | 0,0419 | 0,0447 |
| 3            | 0,0234     | 0,0316 | 0,0391 | 0,0450 | 0,0500 | 0,0517 | 0,0570 |
| 4            | 0,0274     | 0,0370 | 0,0430 | 0,0489 | 0,0563 | 0,0583 | 0,0627 |
| 5            | 0,0290     | 0,0417 | 0,0478 | 0,0531 | 0,0592 | 0,0654 | 0,0682 |

Tabela 13: Prêmios das opções de compra no dinheiro do tipo europeia  
Fonte: Elaborado pelo autor

|              | Correlação |        |        |        |        |        |        |
|--------------|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Prazo (anos) | -0,3       | -0,1   | 0,1    | 0,3    | 0,5    | 0,7    | 0,9    |
| 1            | 0,0940     | 0,0950 | 0,0951 | 0,0951 | 0,0961 | 0,0971 | 0,0985 |
| 2            | 0,0990     | 0,0996 | 0,1000 | 0,1002 | 0,1046 | 0,1059 | 0,1081 |
| 3            | 0,1022     | 0,1027 | 0,1048 | 0,1063 | 0,1105 | 0,1122 | 0,1155 |
| 4            | 0,1020     | 0,1033 | 0,1067 | 0,1094 | 0,1105 | 0,1156 | 0,1185 |
| 5            | 0,1007     | 0,1022 | 0,1053 | 0,1089 | 0,1126 | 0,1165 | 0,1220 |

Tabela 14: Prêmios das opções de compra dentro do dinheiro do tipo europeia  
Fonte: Elaborado pelo autor

|              | Correlação |        |        |        |        |        |        |
|--------------|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Prazo (anos) | -0,3       | -0,1   | 0,1    | 0,3    | 0,5    | 0,7    | 0,9    |
| 1            | 0,0000     | 0,0001 | 0,0006 | 0,0017 | 0,0025 | 0,0039 | 0,0049 |
| 2            | 0,0001     | 0,0015 | 0,0039 | 0,0065 | 0,0092 | 0,0116 | 0,0145 |
| 3            | 0,0007     | 0,0041 | 0,0076 | 0,0120 | 0,0159 | 0,0194 | 0,0227 |
| 4            | 0,0019     | 0,0069 | 0,0110 | 0,0162 | 0,0198 | 0,0252 | 0,0303 |
| 5            | 0,0032     | 0,0093 | 0,0154 | 0,0205 | 0,0265 | 0,0310 | 0,0356 |

Tabela 15: Prêmios das opções de compra fora do dinheiro do tipo europeia  
Fonte: Elaborado pelo autor

Os gráficos abaixo apresentam a evolução do prêmio da opção de compra da cesta de moedas de acordo com a evolução das correlações entre as moedas componentes da cesta para o prazo de 1 a 5 anos, análogo ao apresentado por Wystup (2007). De acordo com o crescimento da correlação entre as moedas, pode ser observado que o prêmio da opção tende ao prêmio da opção de compra obtido pelo Derivagem, configurando o resultado esperado.

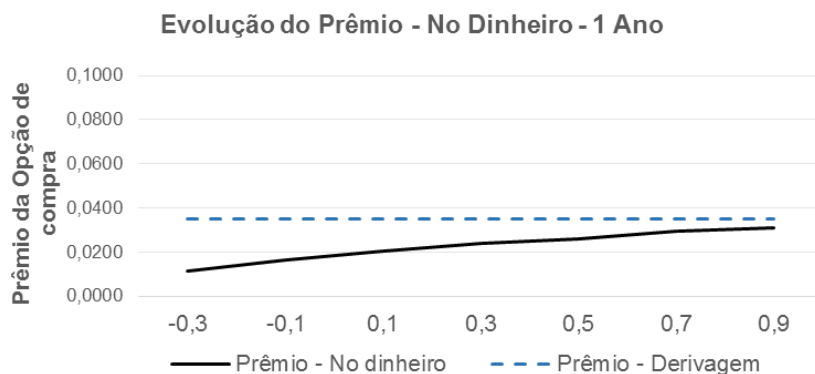


Gráfico 1: Evolução do prêmio da opção no dinheiro – Prazo: 1 ano

Fonte: Elaborado pelo autor

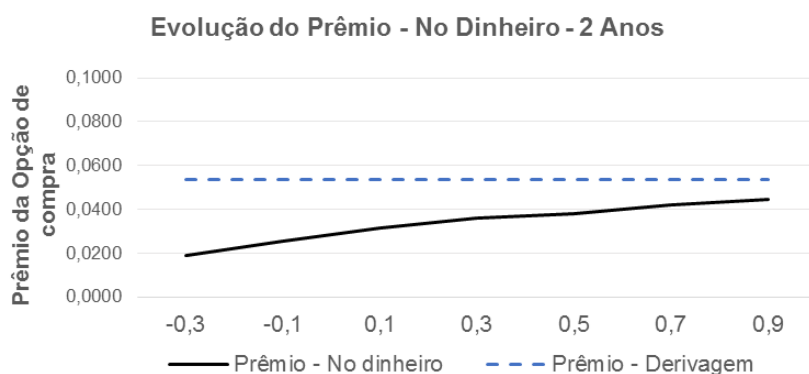


Gráfico 2: Evolução do prêmio da opção no dinheiro – Prazo: 2 anos

Fonte: Elaborado pelo autor

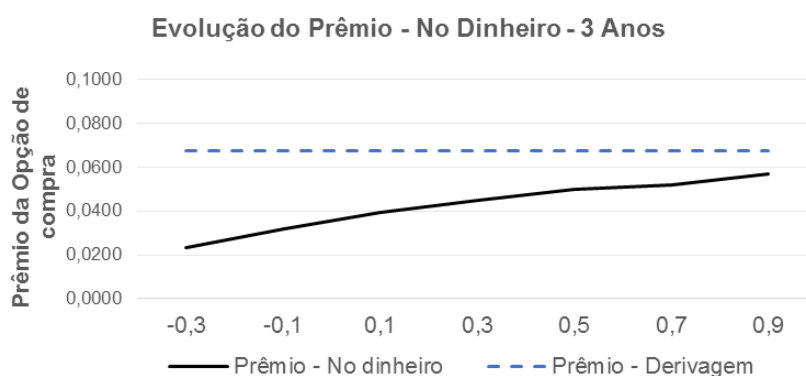


Gráfico 3: Evolução do prêmio da opção no dinheiro – Prazo: 3 anos  
Fonte: Elaborado pelo autor

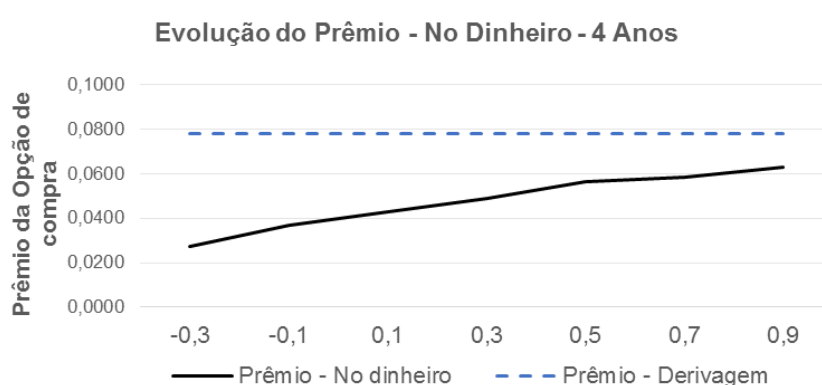


Gráfico 4: Evolução do prêmio da opção no dinheiro – Prazo: 4 anos  
Fonte: Elaborado pelo autor

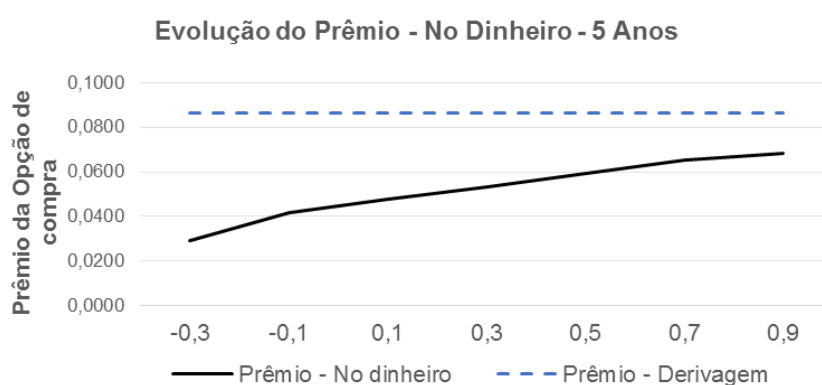


Gráfico 5: Evolução do prêmio da opção no dinheiro – Prazo: 5 anos  
Fonte: Elaborado pelo autor

Baseado no artigo de Gomes et al. (2016), em períodos de alta volatilidade de mercados, as correlações entre as moedas aumentam, promovendo perda de eficiência do efeito da diversificação. Este efeito pode ser observado com os gráficos acima, apresentando o efeito do preço da opção de compra com o

aumento da correlação entre as moedas componentes da cesta, fazendo com que a vantagem de redução do preço opção de compra da cesta de moedas diminua gradativamente, tendendo para o preço da opção de compra de cada moeda individual, calculado utilizando o Derivagem.

## 5 Conclusão

Muitas empresas apresentam exposições a várias moedas, como por exemplo, dívidas emitidas em outras moedas que não a sua moeda funcional assim como pagamentos futuros em diversas moedas. Assim, estão expostas ao risco de flutuação da moeda gerando exposição do seu fluxo de caixa. E, dependendo do volume, pode ocorrer grande impacto no fluxo de caixa da empresa. A fim de mitigar o risco de flutuação e valorização das moedas a que está exposta, a empresa pode utilizar instrumentos financeiros para desenvolver estratégias de tratamento do risco a que está exposta. O estudo em questão apresentou o derivativo opção de compra para uma cesta de moedas, como uma alternativa para tratar diversas exposições à moedas com um derivativo.

O estudo desenvolvido utilizou o modelo de Monte Carlo para precificar uma opção de compra para uma cesta de moedas. A proposta de precificação é uma alternativa que apresenta menos custo quando comparado a alternativas de proteção à exposição cambial de empresas, por exemplo, através de um programa de proteção utilizando opções de compra para cada moeda a que a empresa está exposta. Os resultados obtidos do modelo de precificação mostram que a opções para uma cesta de moedas são um instrumento adequado para tratamento de exposição à moedas, pois apresenta um custo menor quando comparado com o custo de opções de compra para cada moeda a que está exposta, além de utilizar as correlações entre as moedas para mitigar o risco da exposição e proteger a exposição à moedas quando as mesmas mudam na mesma direção.

Caso uma empresa decida realizar um estudo para decidir sobre a melhor forma de realizar a proteção de sua exposição cambial, seria interessante que no modelo de precificação, seja considerado o volume de exposição cambial, apetite a riscos da empresa, custo do programa de proteção, objetivos do plano de tratamento da exposição cambial, bem como decidir sobre o método de monitoramento e verificação de sua efetividade.



### **5.1. Sugestões de Novos Trabalhos**

O desenvolvimento do presente estudo realizado para precificação de opções de compra para uma cesta de moedas motivou o desenvolvimento de ideias para complementação do trabalho realizado. A ideia seria utilizar o modelo de precificação de opções apresentado no estudo como insumo para o desenvolvimento de estratégias de proteção para exposição de moedas, avaliando seu custo e possibilidade de sucesso da estratégia.

## 6

### Referências bibliográficas

BURGESS, R. W. **Introduction to the Mathematics of Statistics**. 1 ed. United States: Houghton Mifflin, 1927.

DEELSTRA, G. LINEV, J. VANMAELE, M. **Pricing of arithmetic basket options by conditioning**. Insurance: Mathematics and Economics. N.34, p. 55 – 77, 2004.

FIGUEIREDO, A. C. **Introdução aos Derivativos**. 2 ed. Rio de Janeiro: Cengage, 2011.

GOMES, L. KLÖTZLE, M. MAIA, P. MORAES, L. PINTO, A. **Aplicação de Técnica de Redução de Variância no Prêmio de Opções Asiáticas de Eletricidade por Simulação de Monte Carlo**, E&G ECONOMIA E GESTÃO, Vol. 16, No. 43, Abril - Junho 2016, pp. 33 - 50.

HAUG, E. G. **The Complete Guide to Option Pricing Formulas**. 2ed. United States: McGraw-Hill, 2007.

LIAONING, S. X. **Essays on Basket Options Hedging and Irreversible Investment Valuation**. Bonn, 2008.

MORETTIN, P. A. TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. 2 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2006.

SALIBY, E. ARAÚJO, M. **Cálculo do VAR de Simulação Monte Carlo: Uma Avaliação de Uso de Métodos Amostrais Mais Eficientes**, ENANPAD, Vol. 650, No. , 2001.

WYSTUP, U. **FX Options and Structured Products**. 1ed. United Kingdom: John Wiley and Sons Ltd, 2007.

BANCO CENTRAL EUROPEU, *European Central Bank*. Disponível em: <[www.ecb.europa.eu/home/html/index.en.html](http://www.ecb.europa.eu/home/html/index.en.html)>. Acesso em: 30/11/2017.

BANCO CENTRAL DA INGLATERRA, *Bank of England*. Disponível em: <[www.bankofengland.co.uk](http://www.bankofengland.co.uk)>. Acesso em: 30/11/2017.

BANCO CENTRAL DO CANADÁ, *Bank of Canada*. Disponível em: <[www.bankofcanada.ca](http://www.bankofcanada.ca)>. Acesso em: 30/11/2017.

TAXAS REFERENCIAIS BM&F BOVESPA, Taxas DI x Pré. Disponível em: <[www.bmfbovespa.com.br/pt\\_br/servicos/market-data/consultas/mercado-de-derivativos/precos-referenciais/taxas-referenciais-bm-fbovespa](http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/servicos/market-data/consultas/mercado-de-derivativos/precos-referenciais/taxas-referenciais-bm-fbovespa)>. Acesso em: 30/11/2017.

## 7 Anexos

**QUADRO 01 – Tabela série de cotações das moedas e respectivos retornos**

|    |            | Cotações à vista |        |        |        | Retornos diários |         |         |         |
|----|------------|------------------|--------|--------|--------|------------------|---------|---------|---------|
|    |            | EUR              | GBP    | CAD    | BRL    | EUR              | GBP     | CAD     | BRL     |
| 1  | 02/01/2017 | 1,0455           | 1,2278 | 0,7439 | 0,3062 |                  |         |         |         |
| 2  | 03/01/2017 | 1,0405           | 1,2237 | 0,7448 | 0,3063 | -0,0048          | -0,0033 | 0,0012  | 0,0003  |
| 3  | 04/01/2017 | 1,0489           | 1,2323 | 0,7519 | 0,3109 | 0,0080           | 0,0070  | 0,0095  | 0,0149  |
| 4  | 05/01/2017 | 1,0607           | 1,2419 | 0,7562 | 0,3126 | 0,0112           | 0,0078  | 0,0057  | 0,0055  |
| 5  | 06/01/2017 | 1,0532           | 1,2287 | 0,7555 | 0,3102 | -0,0071          | -0,0107 | -0,0009 | -0,0077 |
| 6  | 09/01/2017 | 1,0574           | 1,2163 | 0,7567 | 0,3128 | 0,0040           | -0,0101 | 0,0016  | 0,0083  |
| 7  | 10/01/2017 | 1,0554           | 1,2177 | 0,7557 | 0,3129 | -0,0019          | 0,0012  | -0,0013 | 0,0003  |
| 8  | 11/01/2017 | 1,0582           | 1,2213 | 0,7589 | 0,3128 | 0,0026           | 0,0030  | 0,0042  | -0,0003 |
| 9  | 12/01/2017 | 1,0613           | 1,2162 | 0,7608 | 0,3137 | 0,0029           | -0,0042 | 0,0025  | 0,0029  |
| 10 | 13/01/2017 | 1,0643           | 1,2182 | 0,7625 | 0,3104 | 0,0028           | 0,0016  | 0,0022  | -0,0106 |
| 11 | 16/01/2017 | 1,0601           | 1,2047 | 0,7589 | 0,3085 | -0,0040          | -0,0111 | -0,0047 | -0,0061 |
| 12 | 17/01/2017 | 1,0713           | 1,2414 | 0,7668 | 0,3114 | 0,0105           | 0,0300  | 0,0104  | 0,0094  |
| 13 | 18/01/2017 | 1,0630           | 1,2261 | 0,7535 | 0,3095 | -0,0078          | -0,0124 | -0,0175 | -0,0061 |
| 14 | 19/01/2017 | 1,0664           | 1,2342 | 0,7509 | 0,3128 | 0,0032           | 0,0066  | -0,0035 | 0,0106  |
| 15 | 20/01/2017 | 1,0703           | 1,2375 | 0,7508 | 0,3153 | 0,0037           | 0,0027  | -0,0001 | 0,0080  |
| 16 | 23/01/2017 | 1,0765           | 1,2535 | 0,7554 | 0,3161 | 0,0058           | 0,0128  | 0,0061  | 0,0025  |
| 17 | 24/01/2017 | 1,0731           | 1,2520 | 0,7600 | 0,3154 | -0,0032          | -0,0012 | 0,0061  | -0,0022 |
| 18 | 25/01/2017 | 1,0748           | 1,2634 | 0,7651 | 0,3154 | 0,0016           | 0,0091  | 0,0067  | 0,0000  |
| 19 | 26/01/2017 | 1,0682           | 1,2597 | 0,7637 | 0,3147 | -0,0062          | -0,0029 | -0,0018 | -0,0022 |
| 20 | 27/01/2017 | 1,0699           | 1,2555 | 0,7603 | 0,3184 | 0,0016           | -0,0033 | -0,0045 | 0,0117  |
| 21 | 30/01/2017 | 1,0695           | 1,2486 | 0,7622 | 0,3197 | -0,0004          | -0,0055 | 0,0025  | 0,0041  |
| 22 | 31/01/2017 | 1,0798           | 1,2579 | 0,7674 | 0,3174 | 0,0096           | 0,0074  | 0,0068  | -0,0072 |
| 23 | 01/02/2017 | 1,0769           | 1,2659 | 0,7663 | 0,3195 | -0,0027          | 0,0063  | -0,0014 | 0,0066  |
| 24 | 02/02/2017 | 1,0759           | 1,2527 | 0,7677 | 0,3202 | -0,0009          | -0,0105 | 0,0018  | 0,0022  |
| 25 | 03/02/2017 | 1,0783           | 1,2484 | 0,7678 | 0,3208 | 0,0022           | -0,0034 | 0,0001  | 0,0019  |
| 26 | 06/02/2017 | 1,0750           | 1,2469 | 0,7643 | 0,3209 | -0,0031          | -0,0012 | -0,0046 | 0,0003  |
| 27 | 07/02/2017 | 1,0683           | 1,2509 | 0,7584 | 0,3205 | -0,0063          | 0,0032  | -0,0077 | -0,0012 |
| 28 | 08/02/2017 | 1,0698           | 1,2541 | 0,7608 | 0,3208 | 0,0014           | 0,0026  | 0,0032  | 0,0009  |
| 29 | 09/02/2017 | 1,0655           | 1,2497 | 0,7606 | 0,3195 | -0,0040          | -0,0035 | -0,0003 | -0,0041 |
| 30 | 10/02/2017 | 1,0643           | 1,2491 | 0,7643 | 0,3209 | -0,0011          | -0,0005 | 0,0049  | 0,0044  |
| 31 | 13/02/2017 | 1,0598           | 1,2526 | 0,7650 | 0,3215 | -0,0042          | 0,0028  | 0,0009  | 0,0019  |
| 32 | 14/02/2017 | 1,0578           | 1,2468 | 0,7650 | 0,3241 | -0,0019          | -0,0046 | 0,0000  | 0,0081  |
| 33 | 15/02/2017 | 1,0601           | 1,2461 | 0,7643 | 0,3269 | 0,0022           | -0,0006 | -0,0009 | 0,0086  |
| 34 | 16/02/2017 | 1,0674           | 1,2489 | 0,7651 | 0,3237 | 0,0069           | 0,0022  | 0,0010  | -0,0098 |
| 35 | 17/02/2017 | 1,0616           | 1,2412 | 0,7636 | 0,3221 | -0,0054          | -0,0062 | -0,0020 | -0,0050 |
| 36 | 20/02/2017 | 1,0614           | 1,2463 | 0,7630 | 0,3239 | -0,0002          | 0,0041  | -0,0008 | 0,0056  |
| 37 | 21/02/2017 | 1,0536           | 1,2473 | 0,7609 | 0,3230 | -0,0074          | 0,0008  | -0,0028 | -0,0028 |
| 38 | 22/02/2017 | 1,0558           | 1,2450 | 0,7596 | 0,3264 | 0,0021           | -0,0018 | -0,0017 | 0,0105  |
| 39 | 23/02/2017 | 1,0582           | 1,2556 | 0,7631 | 0,3269 | 0,0023           | 0,0085  | 0,0046  | 0,0015  |
| 40 | 24/02/2017 | 1,0563           | 1,2462 | 0,7638 | 0,3214 | -0,0018          | -0,0075 | 0,0009  | -0,0170 |

|    |            | Cotações à vista |        |        |        | Retornos diários |         |         |         |
|----|------------|------------------|--------|--------|--------|------------------|---------|---------|---------|
|    |            | EUR              | GBP    | CAD    | BRL    | EUR              | GBP     | CAD     | BRL     |
| 41 | 01/03/2017 | 1,0547           | 1,2293 | 0,7504 | 0,3236 | -0,0015          | -0,0137 | -0,0177 | 0,0068  |
| 42 | 02/03/2017 | 1,0507           | 1,2267 | 0,7468 | 0,3168 | -0,0038          | -0,0021 | -0,0048 | -0,0212 |
| 43 | 03/03/2017 | 1,0622           | 1,2291 | 0,7476 | 0,3209 | 0,0109           | 0,0020  | 0,0011  | 0,0129  |
| 44 | 06/03/2017 | 1,0582           | 1,2236 | 0,7456 | 0,3186 | -0,0038          | -0,0045 | -0,0027 | -0,0072 |
| 45 | 07/03/2017 | 1,0566           | 1,2200 | 0,7456 | 0,3206 | -0,0015          | -0,0029 | 0,0000  | 0,0063  |
| 46 | 08/03/2017 | 1,0541           | 1,2168 | 0,7412 | 0,3162 | -0,0024          | -0,0026 | -0,0059 | -0,0138 |
| 47 | 09/03/2017 | 1,0577           | 1,2165 | 0,7401 | 0,3132 | 0,0034           | -0,0002 | -0,0015 | -0,0095 |
| 48 | 10/03/2017 | 1,0673           | 1,2167 | 0,7424 | 0,3185 | 0,0090           | 0,0002  | 0,0031  | 0,0168  |
| 49 | 13/03/2017 | 1,0653           | 1,2219 | 0,7437 | 0,3171 | -0,0019          | 0,0043  | 0,0017  | -0,0044 |
| 50 | 14/03/2017 | 1,0604           | 1,2153 | 0,7419 | 0,3155 | -0,0046          | -0,0054 | -0,0024 | -0,0051 |
| 51 | 15/03/2017 | 1,0734           | 1,2291 | 0,7516 | 0,3222 | 0,0122           | 0,0113  | 0,0130  | 0,0210  |
| 52 | 16/03/2017 | 1,0766           | 1,2360 | 0,7508 | 0,3206 | 0,0030           | 0,0056  | -0,0011 | -0,0050 |
| 53 | 17/03/2017 | 1,0738           | 1,2396 | 0,7489 | 0,3235 | -0,0026          | 0,0029  | -0,0025 | 0,0090  |
| 54 | 20/03/2017 | 1,0739           | 1,2358 | 0,7489 | 0,3255 | 0,0001           | -0,0031 | 0,0000  | 0,0062  |
| 55 | 21/03/2017 | 1,0811           | 1,2478 | 0,7490 | 0,3239 | 0,0067           | 0,0097  | 0,0001  | -0,0049 |
| 56 | 22/03/2017 | 1,0797           | 1,2485 | 0,7503 | 0,3237 | -0,0013          | 0,0006  | 0,0017  | -0,0006 |
| 57 | 23/03/2017 | 1,0783           | 1,2521 | 0,7490 | 0,3183 | -0,0013          | 0,0029  | -0,0017 | -0,0168 |
| 58 | 24/03/2017 | 1,0798           | 1,2473 | 0,7475 | 0,3217 | 0,0014           | -0,0038 | -0,0020 | 0,0106  |
| 59 | 27/03/2017 | 1,0864           | 1,2559 | 0,7476 | 0,3198 | 0,0061           | 0,0069  | 0,0001  | -0,0059 |
| 60 | 28/03/2017 | 1,0814           | 1,2450 | 0,7472 | 0,3184 | -0,0046          | -0,0087 | -0,0005 | -0,0044 |
| 61 | 29/03/2017 | 1,0766           | 1,2434 | 0,7504 | 0,3206 | -0,0044          | -0,0013 | 0,0043  | 0,0069  |
| 62 | 30/03/2017 | 1,0674           | 1,2468 | 0,7495 | 0,3174 | -0,0086          | 0,0027  | -0,0012 | -0,0100 |
| 63 | 31/03/2017 | 1,0652           | 1,2550 | 0,7509 | 0,3203 | -0,0021          | 0,0066  | 0,0019  | 0,0091  |
| 64 | 03/04/2017 | 1,0670           | 1,2486 | 0,7473 | 0,3211 | 0,0017           | -0,0051 | -0,0048 | 0,0025  |
| 65 | 04/04/2017 | 1,0674           | 1,2440 | 0,7462 | 0,3233 | 0,0004           | -0,0037 | -0,0015 | 0,0068  |
| 66 | 05/04/2017 | 1,0663           | 1,2483 | 0,7443 | 0,3207 | -0,0010          | 0,0035  | -0,0025 | -0,0081 |
| 67 | 06/04/2017 | 1,0644           | 1,2470 | 0,7455 | 0,3181 | -0,0018          | -0,0010 | 0,0016  | -0,0081 |
| 68 | 07/04/2017 | 1,0591           | 1,2371 | 0,7460 | 0,3178 | -0,0050          | -0,0080 | 0,0007  | -0,0009 |
| 69 | 10/04/2017 | 1,0596           | 1,2415 | 0,7504 | 0,3193 | 0,0005           | 0,0036  | 0,0059  | 0,0047  |
| 70 | 11/04/2017 | 1,0605           | 1,2491 | 0,7505 | 0,3187 | 0,0008           | 0,0061  | 0,0001  | -0,0019 |
| 71 | 12/04/2017 | 1,0665           | 1,2540 | 0,7546 | 0,3200 | 0,0056           | 0,0039  | 0,0054  | 0,0041  |
| 72 | 13/04/2017 | 1,0613           | 1,2503 | 0,7503 | 0,3178 | -0,0049          | -0,0030 | -0,0057 | -0,0069 |
| 73 | 17/04/2017 | 1,0643           | 1,2565 | 0,7510 | 0,3227 | 0,0028           | 0,0049  | 0,0009  | 0,0153  |
| 74 | 18/04/2017 | 1,0730           | 1,2841 | 0,7473 | 0,3218 | 0,0081           | 0,0217  | -0,0049 | -0,0028 |
| 75 | 19/04/2017 | 1,0711           | 1,2777 | 0,7416 | 0,3172 | -0,0018          | -0,0050 | -0,0077 | -0,0144 |
| 76 | 20/04/2017 | 1,0717           | 1,2813 | 0,7424 | 0,3176 | 0,0006           | 0,0028  | 0,0011  | 0,0013  |
| 77 | 24/04/2017 | 1,0868           | 1,2796 | 0,7407 | 0,3197 | 0,0140           | -0,0013 | -0,0023 | 0,0066  |
| 78 | 25/04/2017 | 1,0926           | 1,2842 | 0,7367 | 0,3177 | 0,0053           | 0,0036  | -0,0054 | -0,0063 |
| 79 | 26/04/2017 | 1,0904           | 1,2848 | 0,7343 | 0,3151 | -0,0020          | 0,0005  | -0,0033 | -0,0082 |
| 80 | 27/04/2017 | 1,0873           | 1,2904 | 0,7335 | 0,3140 | -0,0028          | 0,0043  | -0,0011 | -0,0035 |
| 81 | 28/04/2017 | 1,0895           | 1,2951 | 0,7324 | 0,3148 | 0,0020           | 0,0036  | -0,0015 | 0,0025  |
| 82 | 02/05/2017 | 1,0930           | 1,2939 | 0,7294 | 0,3173 | 0,0032           | -0,0009 | -0,0041 | 0,0079  |
| 83 | 03/05/2017 | 1,0886           | 1,2867 | 0,7283 | 0,3159 | -0,0040          | -0,0056 | -0,0015 | -0,0044 |
| 84 | 04/05/2017 | 1,0985           | 1,2923 | 0,7273 | 0,3137 | 0,0091           | 0,0043  | -0,0014 | -0,0070 |
| 85 | 05/05/2017 | 1,0998           | 1,2982 | 0,7326 | 0,3146 | 0,0012           | 0,0046  | 0,0073  | 0,0029  |
| 86 | 08/05/2017 | 1,0924           | 1,2940 | 0,7304 | 0,3127 | -0,0068          | -0,0032 | -0,0030 | -0,0061 |
| 87 | 09/05/2017 | 1,0874           | 1,2934 | 0,7289 | 0,3135 | -0,0046          | -0,0005 | -0,0021 | 0,0026  |
| 88 | 10/05/2017 | 1,0868           | 1,2938 | 0,7323 | 0,3158 | -0,0006          | 0,0003  | 0,0047  | 0,0073  |
| 89 | 11/05/2017 | 1,0861           | 1,2886 | 0,7301 | 0,3184 | -0,0006          | -0,0040 | -0,0030 | 0,0082  |
| 90 | 12/05/2017 | 1,0931           | 1,2890 | 0,7294 | 0,3202 | 0,0064           | 0,0003  | -0,0010 | 0,0056  |
| 91 | 15/05/2017 | 1,0975           | 1,2896 | 0,7335 | 0,3216 | 0,0040           | 0,0005  | 0,0056  | 0,0044  |
| 92 | 16/05/2017 | 1,1083           | 1,2917 | 0,7349 | 0,3229 | 0,0098           | 0,0016  | 0,0019  | 0,0040  |

|     |            | Cotações à vista |        |        |        | Retornos diários |         |         |         |
|-----|------------|------------------|--------|--------|--------|------------------|---------|---------|---------|
|     |            | EUR              | GBP    | CAD    | BRL    | EUR              | GBP     | CAD     | BRL     |
| 93  | 17/05/2017 | 1,1159           | 1,2970 | 0,7352 | 0,3184 | 0,0068           | 0,0041  | 0,0004  | -0,0140 |
| 94  | 18/05/2017 | 1,1103           | 1,2938 | 0,7351 | 0,2958 | -0,0050          | -0,0025 | -0,0001 | -0,0736 |
| 95  | 19/05/2017 | 1,1206           | 1,3036 | 0,7401 | 0,3073 | 0,0092           | 0,0075  | 0,0068  | 0,0381  |
| 96  | 22/05/2017 | 1,1237           | 1,3000 | 0,7406 | 0,3060 | 0,0028           | -0,0028 | 0,0007  | -0,0042 |
| 97  | 23/05/2017 | 1,1183           | 1,2961 | 0,7401 | 0,3058 | -0,0048          | -0,0030 | -0,0007 | -0,0007 |
| 98  | 24/05/2017 | 1,1219           | 1,2972 | 0,7459 | 0,3052 | 0,0032           | 0,0008  | 0,0078  | -0,0020 |
| 99  | 25/05/2017 | 1,1210           | 1,2942 | 0,7415 | 0,3054 | -0,0008          | -0,0023 | -0,0059 | 0,0007  |
| 100 | 26/05/2017 | 1,1183           | 1,2804 | 0,7437 | 0,3067 | -0,0024          | -0,0107 | 0,0030  | 0,0042  |
| 101 | 29/05/2017 | 1,1164           | 1,2840 | 0,7433 | 0,3070 | -0,0017          | 0,0028  | -0,0005 | 0,0010  |
| 102 | 30/05/2017 | 1,1186           | 1,2859 | 0,7430 | 0,3070 | 0,0020           | 0,0015  | -0,0004 | 0,0000  |
| 103 | 31/05/2017 | 1,1244           | 1,2890 | 0,7407 | 0,3100 | 0,0052           | 0,0024  | -0,0031 | 0,0097  |
| 104 | 01/06/2017 | 1,1213           | 1,2882 | 0,7399 | 0,3077 | -0,0028          | -0,0006 | -0,0011 | -0,0074 |
| 105 | 02/06/2017 | 1,1279           | 1,2888 | 0,7417 | 0,3079 | 0,0059           | 0,0005  | 0,0024  | 0,0006  |
| 106 | 05/06/2017 | 1,1254           | 1,2904 | 0,7422 | 0,3034 | -0,0022          | 0,0012  | 0,0007  | -0,0147 |
| 107 | 06/06/2017 | 1,1277           | 1,2911 | 0,7432 | 0,3049 | 0,0020           | 0,0005  | 0,0013  | 0,0049  |
| 108 | 07/06/2017 | 1,1257           | 1,2960 | 0,7403 | 0,3059 | -0,0018          | 0,0038  | -0,0039 | 0,0033  |
| 109 | 08/06/2017 | 1,1214           | 1,2956 | 0,7403 | 0,3066 | -0,0038          | -0,0003 | 0,0000  | 0,0023  |
| 110 | 09/06/2017 | 1,1195           | 1,2746 | 0,7426 | 0,3033 | -0,0017          | -0,0163 | 0,0031  | -0,0108 |
| 111 | 12/06/2017 | 1,1203           | 1,2659 | 0,7505 | 0,3013 | 0,0007           | -0,0068 | 0,0106  | -0,0066 |
| 112 | 13/06/2017 | 1,1211           | 1,2754 | 0,7552 | 0,3016 | 0,0007           | 0,0075  | 0,0062  | 0,0010  |
| 113 | 14/06/2017 | 1,1218           | 1,2751 | 0,7549 | 0,3053 | 0,0006           | -0,0002 | -0,0004 | 0,0122  |
| 114 | 16/06/2017 | 1,1198           | 1,2783 | 0,7568 | 0,3037 | -0,0018          | 0,0025  | 0,0025  | -0,0053 |
| 115 | 19/06/2017 | 1,1149           | 1,2737 | 0,7565 | 0,3045 | -0,0044          | -0,0036 | -0,0004 | 0,0026  |
| 116 | 20/06/2017 | 1,1134           | 1,2629 | 0,7537 | 0,3006 | -0,0013          | -0,0085 | -0,0037 | -0,0129 |
| 117 | 21/06/2017 | 1,1168           | 1,2671 | 0,7500 | 0,2998 | 0,0030           | 0,0033  | -0,0049 | -0,0027 |
| 118 | 22/06/2017 | 1,1152           | 1,2682 | 0,7556 | 0,2992 | -0,0014          | 0,0009  | 0,0074  | -0,0020 |
| 119 | 23/06/2017 | 1,1194           | 1,2718 | 0,7538 | 0,2991 | 0,0038           | 0,0028  | -0,0024 | -0,0003 |
| 120 | 26/06/2017 | 1,1182           | 1,2723 | 0,7550 | 0,3034 | -0,0011          | 0,0004  | 0,0016  | 0,0143  |
| 121 | 27/06/2017 | 1,1339           | 1,2814 | 0,7577 | 0,3017 | 0,0139           | 0,0071  | 0,0036  | -0,0056 |
| 122 | 28/06/2017 | 1,1378           | 1,2926 | 0,7669 | 0,3049 | 0,0034           | 0,0087  | 0,0121  | 0,0106  |
| 123 | 29/06/2017 | 1,1441           | 1,3007 | 0,7689 | 0,3028 | 0,0055           | 0,0062  | 0,0026  | -0,0069 |
| 124 | 30/06/2017 | 1,1426           | 1,3025 | 0,7714 | 0,3023 | -0,0013          | 0,0014  | 0,0032  | -0,0017 |
| 125 | 03/07/2017 | 1,1364           | 1,2940 | 0,7688 | 0,3029 | -0,0054          | -0,0065 | -0,0034 | 0,0020  |
| 126 | 04/07/2017 | 1,1346           | 1,2920 | 0,7730 | 0,3021 | -0,0016          | -0,0015 | 0,0054  | -0,0026 |
| 127 | 05/07/2017 | 1,1352           | 1,2934 | 0,7718 | 0,3041 | 0,0005           | 0,0011  | -0,0016 | 0,0066  |
| 128 | 06/07/2017 | 1,1423           | 1,2971 | 0,7705 | 0,3033 | 0,0062           | 0,0029  | -0,0017 | -0,0026 |
| 129 | 07/07/2017 | 1,1401           | 1,2890 | 0,7766 | 0,3049 | -0,0019          | -0,0063 | 0,0079  | 0,0053  |
| 130 | 10/07/2017 | 1,1399           | 1,2881 | 0,7758 | 0,3072 | -0,0002          | -0,0007 | -0,0010 | 0,0075  |
| 131 | 11/07/2017 | 1,1467           | 1,2848 | 0,7743 | 0,3073 | 0,0059           | -0,0026 | -0,0019 | 0,0003  |
| 132 | 12/07/2017 | 1,1412           | 1,2885 | 0,7843 | 0,3118 | -0,0048          | 0,0029  | 0,0128  | 0,0145  |
| 133 | 13/07/2017 | 1,1398           | 1,2939 | 0,7860 | 0,3114 | -0,0012          | 0,0042  | 0,0022  | -0,0013 |
| 134 | 14/07/2017 | 1,1470           | 1,3098 | 0,7908 | 0,3144 | 0,0063           | 0,0122  | 0,0061  | 0,0096  |
| 135 | 17/07/2017 | 1,1478           | 1,3055 | 0,7877 | 0,3142 | 0,0007           | -0,0033 | -0,0039 | -0,0006 |
| 136 | 18/07/2017 | 1,1554           | 1,3040 | 0,7919 | 0,3169 | 0,0066           | -0,0011 | 0,0053  | 0,0086  |
| 137 | 19/07/2017 | 1,1515           | 1,3022 | 0,7933 | 0,3176 | -0,0034          | -0,0014 | 0,0018  | 0,0022  |
| 138 | 20/07/2017 | 1,1631           | 1,2973 | 0,7942 | 0,3204 | 0,0100           | -0,0038 | 0,0011  | 0,0088  |
| 139 | 21/07/2017 | 1,1663           | 1,2997 | 0,7976 | 0,3182 | 0,0027           | 0,0018  | 0,0043  | -0,0069 |
| 140 | 24/07/2017 | 1,1642           | 1,3028 | 0,7993 | 0,3178 | -0,0018          | 0,0024  | 0,0021  | -0,0013 |
| 141 | 25/07/2017 | 1,1647           | 1,3025 | 0,7995 | 0,3152 | 0,0004           | -0,0002 | 0,0003  | -0,0082 |
| 142 | 26/07/2017 | 1,1734           | 1,3122 | 0,8035 | 0,3187 | 0,0074           | 0,0074  | 0,0050  | 0,0110  |
| 143 | 27/07/2017 | 1,1677           | 1,3066 | 0,7966 | 0,3175 | -0,0049          | -0,0043 | -0,0086 | -0,0038 |
| 144 | 28/07/2017 | 1,1751           | 1,3136 | 0,8043 | 0,3193 | 0,0063           | 0,0053  | 0,0096  | 0,0057  |

|     |            | Cotações à vista |        |        |        | Retornos diários |         |         |         |
|-----|------------|------------------|--------|--------|--------|------------------|---------|---------|---------|
|     |            | EUR              | GBP    | CAD    | BRL    | EUR              | GBP     | CAD     | BRL     |
| 145 | 31/07/2017 | 1,1842           | 1,3215 | 0,8014 | 0,3199 | 0,0077           | 0,0060  | -0,0036 | 0,0019  |
| 146 | 01/08/2017 | 1,1802           | 1,3203 | 0,7975 | 0,3198 | -0,0034          | -0,0009 | -0,0049 | -0,0003 |
| 147 | 02/08/2017 | 1,1856           | 1,3223 | 0,7955 | 0,3212 | 0,0046           | 0,0015  | -0,0025 | 0,0044  |
| 148 | 03/08/2017 | 1,1870           | 1,3138 | 0,7945 | 0,3211 | 0,0012           | -0,0064 | -0,0013 | -0,0003 |
| 149 | 04/08/2017 | 1,1773           | 1,3040 | 0,7905 | 0,3193 | -0,0082          | -0,0075 | -0,0050 | -0,0056 |
| 150 | 07/08/2017 | 1,1795           | 1,3035 | 0,7887 | 0,3198 | 0,0019           | -0,0004 | -0,0023 | 0,0016  |
| 151 | 08/08/2017 | 1,1752           | 1,2992 | 0,7895 | 0,3199 | -0,0037          | -0,0033 | 0,0010  | 0,0003  |
| 152 | 09/08/2017 | 1,1759           | 1,3004 | 0,7875 | 0,3169 | 0,0006           | 0,0009  | -0,0025 | -0,0094 |
| 153 | 10/08/2017 | 1,1772           | 1,2977 | 0,7847 | 0,3149 | 0,0011           | -0,0021 | -0,0036 | -0,0063 |
| 154 | 11/08/2017 | 1,1821           | 1,3014 | 0,7887 | 0,3131 | 0,0042           | 0,0028  | 0,0051  | -0,0057 |
| 155 | 14/08/2017 | 1,1780           | 1,2964 | 0,7860 | 0,3132 | -0,0035          | -0,0038 | -0,0034 | 0,0003  |
| 156 | 15/08/2017 | 1,1735           | 1,2869 | 0,7839 | 0,3154 | -0,0038          | -0,0074 | -0,0027 | 0,0070  |
| 157 | 16/08/2017 | 1,1767           | 1,2891 | 0,7925 | 0,3172 | 0,0027           | 0,0017  | 0,0109  | 0,0057  |
| 158 | 17/08/2017 | 1,1723           | 1,2868 | 0,7885 | 0,3149 | -0,0037          | -0,0018 | -0,0051 | -0,0073 |
| 159 | 18/08/2017 | 1,1761           | 1,2870 | 0,7946 | 0,3178 | 0,0032           | 0,0002  | 0,0077  | 0,0092  |
| 160 | 21/08/2017 | 1,1815           | 1,2900 | 0,7963 | 0,3160 | 0,0046           | 0,0023  | 0,0021  | -0,0057 |
| 161 | 22/08/2017 | 1,1762           | 1,2824 | 0,7962 | 0,3163 | -0,0045          | -0,0059 | -0,0001 | 0,0009  |
| 162 | 23/08/2017 | 1,1807           | 1,2800 | 0,7966 | 0,3183 | 0,0038           | -0,0019 | 0,0005  | 0,0063  |
| 163 | 24/08/2017 | 1,1799           | 1,2801 | 0,7987 | 0,3177 | -0,0007          | 0,0001  | 0,0026  | -0,0019 |
| 164 | 25/08/2017 | 1,1924           | 1,2882 | 0,8012 | 0,3166 | 0,0105           | 0,0063  | 0,0031  | -0,0035 |
| 165 | 28/08/2017 | 1,1979           | 1,2933 | 0,7995 | 0,3157 | 0,0046           | 0,0040  | -0,0021 | -0,0028 |
| 166 | 29/08/2017 | 1,1972           | 1,2918 | 0,7992 | 0,3160 | -0,0006          | -0,0012 | -0,0004 | 0,0009  |
| 167 | 30/08/2017 | 1,1884           | 1,2925 | 0,7923 | 0,3165 | -0,0074          | 0,0005  | -0,0087 | 0,0016  |
| 168 | 31/08/2017 | 1,1910           | 1,2930 | 0,8011 | 0,3176 | 0,0022           | 0,0004  | 0,0110  | 0,0035  |
| 169 | 01/09/2017 | 1,1860           | 1,2951 | 0,8067 | 0,3184 | -0,0042          | 0,0016  | 0,0070  | 0,0025  |
| 170 | 04/09/2017 | 1,1896           | 1,2931 | 0,8055 | 0,3185 | 0,0030           | -0,0015 | -0,0015 | 0,0003  |
| 171 | 05/09/2017 | 1,1914           | 1,3033 | 0,8082 | 0,3208 | 0,0015           | 0,0079  | 0,0033  | 0,0072  |
| 172 | 06/09/2017 | 1,1917           | 1,3043 | 0,8179 | 0,3225 | 0,0003           | 0,0008  | 0,0119  | 0,0053  |
| 173 | 08/09/2017 | 1,2036           | 1,3200 | 0,8225 | 0,3240 | 0,0099           | 0,0120  | 0,0056  | 0,0046  |
| 174 | 11/09/2017 | 1,1953           | 1,3163 | 0,8258 | 0,3223 | -0,0069          | -0,0028 | 0,0040  | -0,0053 |
| 175 | 12/09/2017 | 1,1967           | 1,3283 | 0,8206 | 0,3199 | 0,0012           | 0,0091  | -0,0063 | -0,0075 |
| 176 | 13/09/2017 | 1,1885           | 1,3211 | 0,8214 | 0,3190 | -0,0069          | -0,0054 | 0,0010  | -0,0028 |
| 177 | 14/09/2017 | 1,1919           | 1,3399 | 0,8221 | 0,3204 | 0,0029           | 0,0141  | 0,0009  | 0,0044  |
| 178 | 15/09/2017 | 1,1945           | 1,3594 | 0,8202 | 0,3215 | 0,0022           | 0,0144  | -0,0023 | 0,0034  |
| 179 | 18/09/2017 | 1,1954           | 1,3495 | 0,8136 | 0,3188 | 0,0008           | -0,0073 | -0,0081 | -0,0084 |
| 180 | 19/09/2017 | 1,1994           | 1,3503 | 0,8135 | 0,3190 | 0,0033           | 0,0006  | -0,0001 | 0,0006  |
| 181 | 20/09/2017 | 1,1892           | 1,3495 | 0,8115 | 0,3191 | -0,0085          | -0,0006 | -0,0025 | 0,0003  |
| 182 | 21/09/2017 | 1,1941           | 1,3580 | 0,8112 | 0,3186 | 0,0041           | 0,0063  | -0,0004 | -0,0016 |
| 183 | 22/09/2017 | 1,1951           | 1,3504 | 0,8103 | 0,3200 | 0,0008           | -0,0056 | -0,0011 | 0,0044  |
| 184 | 25/09/2017 | 1,1848           | 1,3466 | 0,8083 | 0,3165 | -0,0087          | -0,0028 | -0,0025 | -0,0110 |
| 185 | 26/09/2017 | 1,1793           | 1,3458 | 0,8101 | 0,3158 | -0,0047          | -0,0006 | 0,0022  | -0,0022 |
| 186 | 27/09/2017 | 1,1745           | 1,3387 | 0,8014 | 0,3133 | -0,0041          | -0,0053 | -0,0108 | -0,0079 |
| 187 | 28/09/2017 | 1,1786           | 1,3442 | 0,8047 | 0,3142 | 0,0035           | 0,0041  | 0,0041  | 0,0029  |
| 188 | 29/09/2017 | 1,1814           | 1,3398 | 0,8019 | 0,3162 | 0,0024           | -0,0033 | -0,0035 | 0,0063  |
| 189 | 02/10/2017 | 1,1733           | 1,3276 | 0,7994 | 0,3170 | -0,0069          | -0,0091 | -0,0031 | 0,0025  |
| 190 | 03/10/2017 | 1,1744           | 1,3237 | 0,8008 | 0,3181 | 0,0009           | -0,0029 | 0,0017  | 0,0035  |
| 191 | 04/10/2017 | 1,1759           | 1,3248 | 0,8015 | 0,3190 | 0,0013           | 0,0008  | 0,0009  | 0,0028  |
| 192 | 05/10/2017 | 1,1711           | 1,3119 | 0,7958 | 0,3171 | -0,0041          | -0,0098 | -0,0071 | -0,0060 |
| 193 | 06/10/2017 | 1,1730           | 1,3066 | 0,7979 | 0,3170 | 0,0016           | -0,0040 | 0,0026  | -0,0003 |
| 194 | 09/10/2017 | 1,1740           | 1,3142 | 0,7967 | 0,3136 | 0,0009           | 0,0058  | -0,0015 | -0,0108 |
| 195 | 10/10/2017 | 1,1808           | 1,3203 | 0,7990 | 0,3144 | 0,0058           | 0,0046  | 0,0029  | 0,0025  |
| 196 | 11/10/2017 | 1,1859           | 1,3223 | 0,8026 | 0,3150 | 0,0043           | 0,0015  | 0,0045  | 0,0019  |

|     |            | Cotações à vista |        |        |        | Retornos diários |         |         |         |
|-----|------------|------------------|--------|--------|--------|------------------|---------|---------|---------|
|     |            | EUR              | GBP    | CAD    | BRL    | EUR              | GBP     | CAD     | BRL     |
| 197 | 13/10/2017 | 1,1820           | 1,3285 | 0,8021 | 0,3179 | -0,0033          | 0,0047  | -0,0006 | 0,0092  |
| 198 | 16/10/2017 | 1,1796           | 1,3251 | 0,7988 | 0,3154 | -0,0020          | -0,0026 | -0,0041 | -0,0079 |
| 199 | 17/10/2017 | 1,1766           | 1,3190 | 0,7986 | 0,3166 | -0,0025          | -0,0046 | -0,0003 | 0,0038  |
| 200 | 18/10/2017 | 1,1787           | 1,3205 | 0,8022 | 0,3153 | 0,0018           | 0,0011  | 0,0045  | -0,0041 |
| 201 | 19/10/2017 | 1,1852           | 1,3159 | 0,8009 | 0,3154 | 0,0055           | -0,0035 | -0,0016 | 0,0003  |
| 202 | 20/10/2017 | 1,1778           | 1,3191 | 0,7920 | 0,3131 | -0,0063          | 0,0024  | -0,0112 | -0,0073 |