

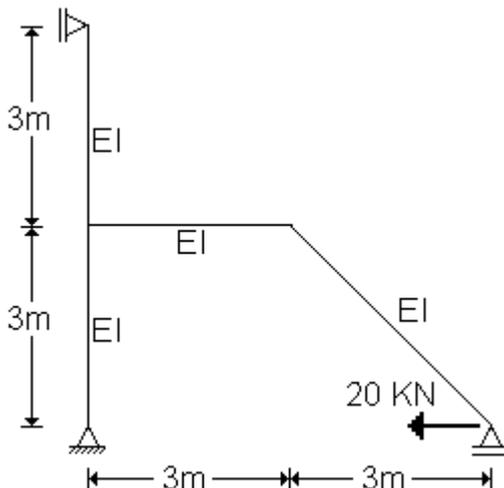
CIV 1122 - Estruturas Hiperestáticas I -1992/1

P1 - 27/04/92 - Duração: 2 horas - Sem Consulta

1ª Questão (4.5 pontos)

Descreva toda a metodologia do Método das Forças através da resolução do quadro hiperestático abaixo. Todas as barras têm rigidez a flexão EI . Siga os seguintes passos nesta descrição:

- Cite a idéia básica do método com respeito às condições de equilíbrio e compatibilidade, o tipo de incógnitas, que condições são automaticamente satisfeitas pelo sistema principal e o que expressam as equações finais.
- Obtenha um sistema principal e indique as incógnitas escolhidas. Desenhe os diagramas de momentos fletores correspondentes ao carregamento e aos hiperestáticos com valores unitários, todos atuando sobre o sistema principal escolhido.
- Monte e resolva o sistema de equações resultante da metodologia do método das forças. Despreze os efeitos axiais e de cisalhamento.
- Diga qual é a interpretação física de todos os coeficientes que aparecem neste sistema de equações.
- Desenhe o diagrama final de momentos fletores.

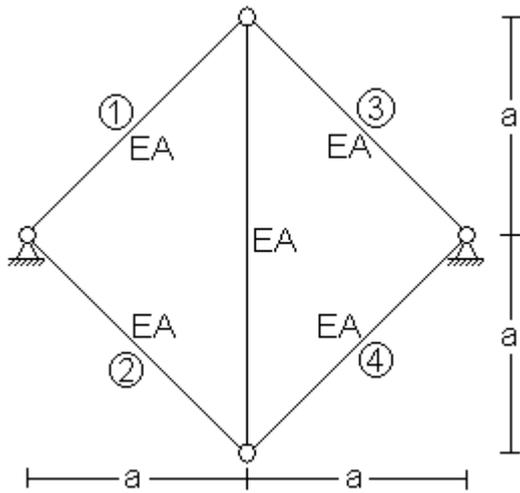


2ª Questão (3.0 pontos)

A barra 5 da treliça hiperestática abaixo foi fabricada com um comprimento igual a $2.05a$ e depois colocada na treliça. Todas as barras têm rigidez axial EA .

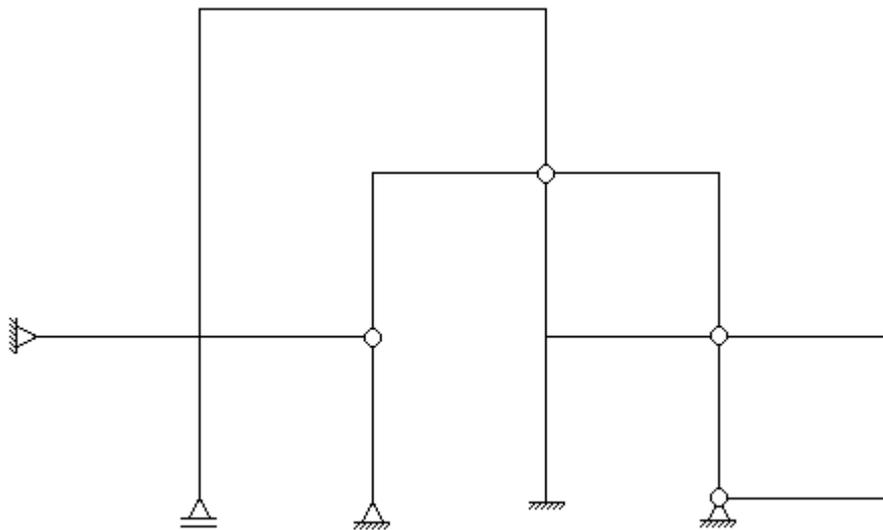
Pede-se:

- Determine o diagrama final de esforços normais em função de EA e a . Adote para o sistema principal a supressão da reação horizontal do apoio da direita.
- Diga qual é a interpretação física de todos os coeficientes que aparecem neste sistema de equações.
- Calcule o comprimento final da barra 5 (depois de colocada na treliça).



3ª Questão (2.5 pontos)

Introduzindo obrigatoriamente rótulas, indique um possível sistema principal para o quadro hiperestático mostrado abaixo. Os hiperestáticos devem ser também indicados. Mostre a decomposição do sistema principal obtido em quadros isostáticos simples (triarticulados, engastados ou biapoitados).



Gabarito

1ª Questão

Idéia básica: Determinar, dentro do conjunto de soluções que satisfazem as condições de equilíbrio, qual a que faz com que as condições de compatibilidade de deslocamentos também sejam satisfeitas.

Metodologia: Primeiro são consideradas as condições de equilíbrio, em seguida são consideradas as condições sobre o comportamento dos materiais, e por fim são consideradas as condições de compatibilidade.

Sistema Principal: Sistema principal que satisfaz o equilíbrio mas não é estaticamente determinado.

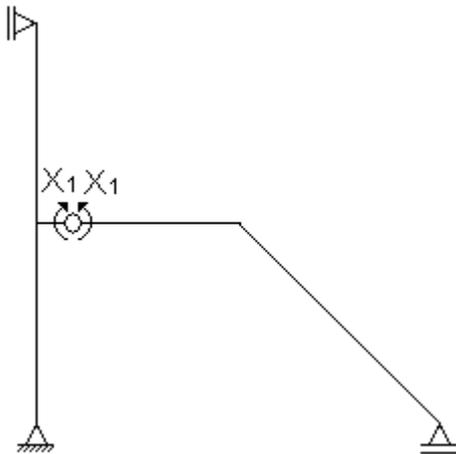
Tipo de Incógnita: Incógnitas são forças e/ou momentos.

Nº de Incógnitas: É igual ao grau de hiperestabilidade.

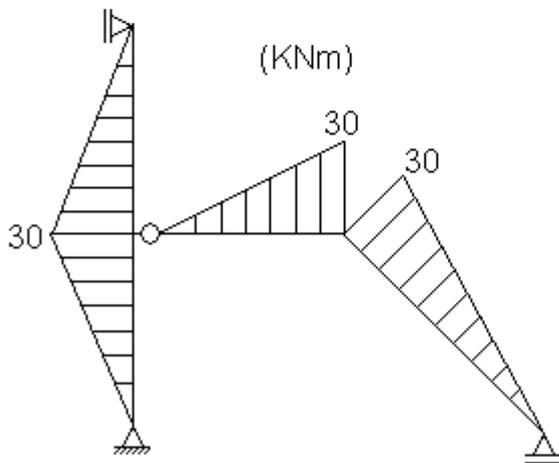
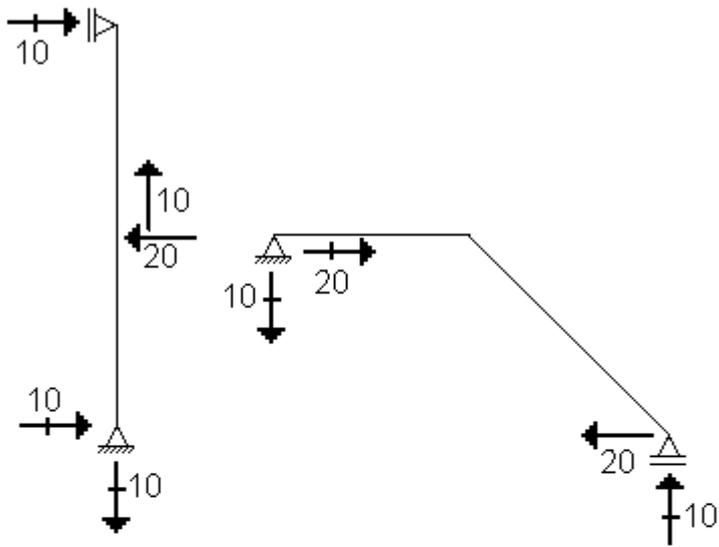
Condições satisfeitas pelo sistema principal: Sistema principal satisfaz equilíbrio mas não satisfaz compatibilidade com os vínculos originais da estrutura.

Equações finais: Hiperestáticos mantêm o equilíbrio e recompõem a compatibilidade. Equações finais expressam condições de compatibilidade.

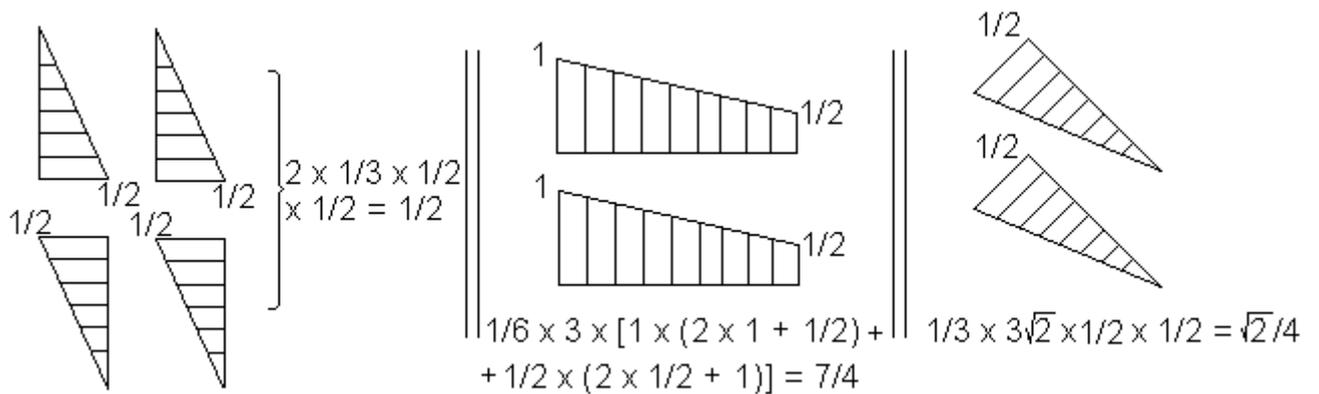
Sistema Principal



(Mo)



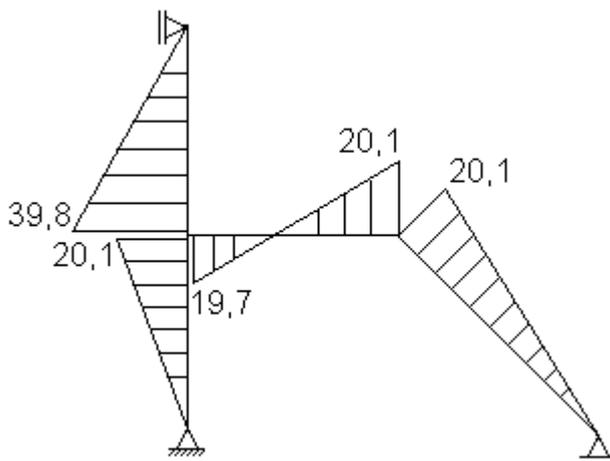
$EI\delta_{11}$



$$EI\delta_{11} = \frac{9 + \sqrt{2}}{4}$$

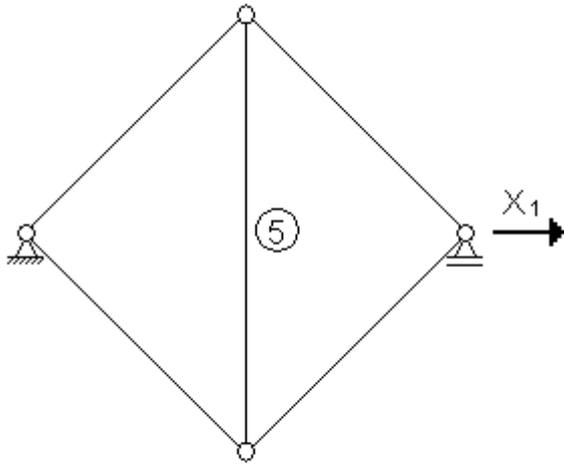
$$EI\delta_{10} + EI\delta_{11}X_1 = 0 \rightarrow X_1 = -\frac{30 + 15\sqrt{2}}{\frac{9 + \sqrt{2}}{4}} \rightarrow X_1 = -19,67$$

- d) $\delta_{10} \rightarrow$ rotação relativa entre as seções transversais imediatamente à direita e à esquerda da rótura introduzida no S.P. devida ao carregamento externo.
 $\delta_{10} \rightarrow$ idem, devido à $X_1 = 1$.
- e) $M = M_0 + M_1X_1$
 Momentos Finais (KNm)

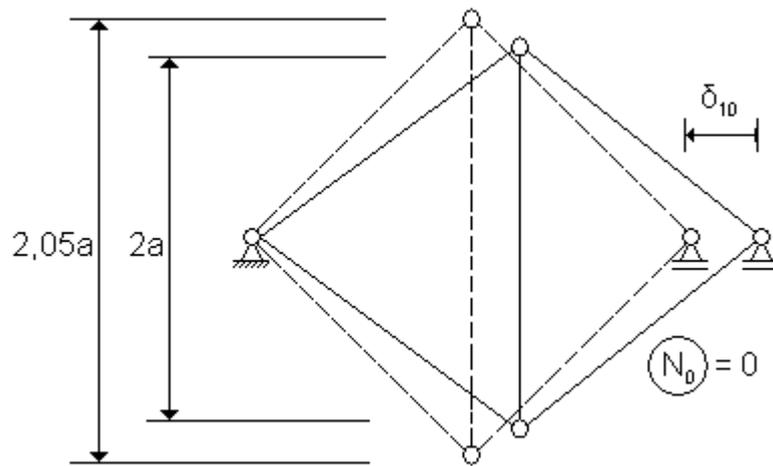


2ª Questão

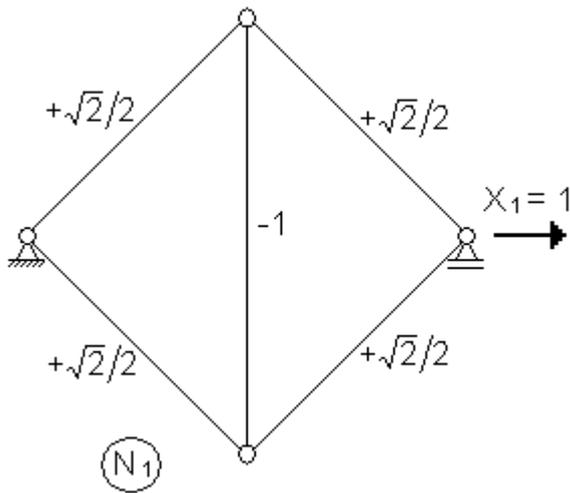
a) Sistema Principal



0) Solicitação Externa: Fabricação errada da barra 5



1) $X_1=1$



$$\delta_{10} + \delta_{11}X_1 = 0$$

$$\delta_{10} = \int_{\text{estru}} N_1 du,$$

onde du é variação de um comprimento de um elemento infinitesimal dx devido à solicitação externa.

du é nulo para todas as barras, exceto para a barra 5 .

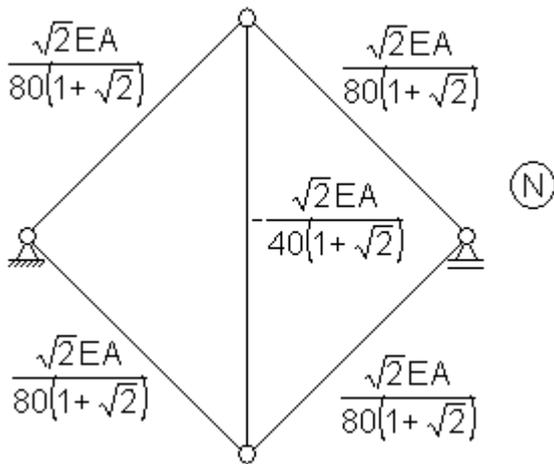
$$du = \frac{2.05a - 2a}{2a} dx \text{ (o erro é distribuído uniformemente ao longo da barra 5)}$$

$$\delta_{10} = \int_{\text{barra5}} N_1 du = N_1 0.05a = -0.05a = \frac{-a}{20}$$

$$\delta_{11} = \int_{\text{estru}} \frac{N_1}{EA} dx = \sum_{i=1}^5 \frac{N_1}{EA} L^i = \left[4 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 a\sqrt{2} + (-1)2a \right] \frac{1}{EA} = \frac{a}{EA} 2(1 + \sqrt{2}),$$

$$X_1 = \frac{EA}{40(1 + \sqrt{2})}$$

Esforços normais finais $N = N_0 + N_1X_1$, $N_0 = 0$



b) $\delta_{10} \rightarrow$ deslocamento horizontal do apoio da direita do S.P. (vínculo rompido) devido à solicitação externa (fabricação errada da barra 5).

c) $\delta_{11} \rightarrow \nabla = E\varepsilon$

$$\frac{N}{A} = E \frac{\Delta L}{L_{\text{inic}}} \Rightarrow \Delta L = \frac{N}{EA} L_{\text{inic}} \Rightarrow \Delta L = \frac{-EA}{40(1+\sqrt{2})} \frac{1}{EA} 2.05a$$

$$L_{\text{final}} = L_{\text{inicial}} + \Delta L$$

$$L_{\text{final}} = 2.029a$$

3ª Questão
g = 7

