



**Marcos Lopes Britto**

**“Aplicação multiperíodo do modelo de localização de hubs não-capacitados na distribuição física de equipamentos de uma empresa de telecomunicações via satélite: um estudo de caso.”**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre (opção profissional) pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Orientador: Prof. Fabrício Oliveira



**Marcos Lopes Britto**

**“Aplicação multiperíodo do modelo de localização de hubs não-capacitados na distribuição física de equipamentos de uma empresa de telecomunicações via satélite: um estudo de caso.”**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre (opção profissional) pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Fabrício Oliveira**

Orientador

Departamento de Engenharia Industrial – PUC -Rio

**Prof. Silvio Hamacher**

Departamento de Engenharia Industrial – PUC -Rio

**Prof. Hugo Repolho**

Departamento de Engenharia Industrial – PUC -Rio

**Prof. Márcio da Silveira Carvalho**

Coordenador(a) Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-RIO

Rio de Janeiro, 08 de outubro de 2015

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

## Marcos Lopes Britto

Graduou-se em Engenharia de Telecomunicações na UFF (Universidade Federal Fluminense) em 2002. cursou Análise e Programação de Sistemas e outros cursos de especialização em telecomunicações na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio no período de 1994 a 2000 e cursou *Master Business of Administration* na COPPEAD/UFRJ em 2006.

### Ficha Catalográfica

Britto, Marcos Lopes

Aplicação multiperíodo do modelo de localização de hubs não-capacitados na distribuição física de equipamentos de uma empresa de telecomunicações via satélite : um estudo de caso / Marcos Lopes Britto ; orientador: Fabrício Oliveira. – 2015.

77 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2015.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Telecomunicações. 3. Logística. 4. Problemas de localização. 5. Programação inteira mista. 6. Problema de localização não-capacitada. I. Oliveira, Fabrício. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD: 658.5

Para minha mãe que me deu a vida, meu pai que me deu amor e para minha  
esposa e filha que me deram paz.

## Agradecimentos

Ao meu orientador Professor Fabrício Oliveira pela paciência, estímulo e pela parceria na confecção deste trabalho.

Ao DEI – Departamento de Engenharia Industrial que me acolheu e auxiliou nos processos e tramites burocráticos exigidos na confecção deste trabalho.

Ao meus pais que me impulsionaram e acreditaram na minha determinação.

À minha esposa Adriana Campos Moreira Britto, que sempre esteve do meu lado, dando-me carinho, amor e sobretudo estímulo nesta caminhada. Adriana é a voz da razão e da determinação que me guiaram nesta empreitada, sendo a luz que ilumina a minha vida.

À minha filha Alícia Campos Moreira Britto, que compreendeu os momentos em que o “papai” estava estudando e não podia brincar ou passear.

Aos meus colegas de mestrado pela paciência e amizade construída.

A todos os professores que tive pela vida e em particular aqueles que contribuíram de alguma forma na confecção deste trabalho.

## Resumo

Britto, Marcos Lopes; Oliveira, Fabrício (Orientador) **Aplicação multiperíodo do modelo de localização de hubs não-capacitados na distribuição física de equipamentos de uma empresa de telecomunicações via satélite: um estudo de caso**. Rio de Janeiro, 2015, 77p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A relação entre as atividades logísticas desempenhadas nas empresas de telecomunicações e sua prestação de serviço parece, para o público em geral, estarem desassociadas. Entretanto, a necessidade de atendimento de áreas extensas associadas a redução custos, coloca essas atividades, ditas *não-essenciais*, no grupo de atividades estratégicas. Através da introdução do ambiente de telecomunicações brasileiro, da importância da logística para este serviço e do estudo de problemas de localização, a presente dissertação de mestrado desenvolve um modelo MIP – *Mix Integer Programming* – dinâmico para o problema de localização de *hubs* conhecido como: ULP – *Uncapacitated Hub Location Problem*, sendo este modelo utilizado na análise de um estudo de caso real de uma operadora de serviços de telecomunicações via satélite, onde foram obtidos *insights* quanto o nível de redução de custo através do redesenho da rede de distribuição e da escolha de novos pontos de armazenagem, sendo comprovados através um estudo estocástico com 500 cenários aleatórios.

## Palavras Chaves

Telecomunicações; logística; problemas de localização; programação inteira mista; problema de localização não-capacitada; estudo de caso estocástico.

## Abstract

Britto, Marcos Lopes; Oliveira, Fabrício (Advisor) **Application of multiperiod uncapacitated hub location model for equipment physical distribution of a satellite telecommunications company - a case study.** Rio de Janeiro, 2015, 77p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The relationship between logistics activities performed on telecommunications companies and their service delivery seems, to the public, is disassociated. However, the need to service large areas associated with reducing costs, puts these activities nonessential into to the group of strategic activities. Through the introduction of the Brazilian telecommunications environment, the importance of logistics for this service and the study location problems, this master thesis develops a dynamic MIP model - Mix Integer Programming - for the hub location problem known as ULP - Uncapacitated Hub Location Problem, and this model is used in the analysis of a real case study of an satellite telecommunications operator. which were obtained insights into the level of reducing cost by redesigning of distribution network and the choice of new warehouse points, being demonstrated by a stochastic study of 500 random scenarios.

## Keywords

Telecommunications; logistics; location problems; mixed integer programming; uncapacitated hub location problem; case study stochastic.

## Sumário

1.	Introdução	11
1.1.	Objetivo	14
1.2.	Metodologia	14
1.3.	Estrutura do trabalho	15
2.	Revisão Bibliográfica	16
2.1	A importância da logística na cadeia de suprimentos de serviços de telecomunicações	16
2.2	Problema de localização de infraestrutura	21
2.3	Problema de localização de hubs:	28
2.3.1	P-Hub mediana	31
2.3.2	Problema de P-Hub centro	34
2.3.3	Problema de cobertura de Hub	36
2.3.4	Problema de localização de Hubs sem limite de capacidade	40
2.4	Extensão temporal dos modelos hub-spoke	41
3	Análise e escolha do modelo de representação	43
3.1	Adequação do modelo escolhido para análise em múltiplos períodos	44
4	Estudo de caso:	47
4.4	Descrição do estudo de caso:	47
4.5	Análise do estudo de caso	51
4.5.1	Aplicação do modelo UHLP – Uncapacitated Hub Location Problem	54
4.5.2	Redução do custo total através da aplicação direta do modelo	55
4.5.3	Aplicação do modelo na escolha do melhor ponto de armazenagem	57
4.6	Análise estocástica do estudo de caso	59
4.7	Conclusão do estudo de caso	68
5	Conclusão:	69
6	Referências Bibliográficas	71



## Lista de figuras

Figura 1 – Evolução do custo e receita em um ligação móvel na europa.	12
Figura 2 - Gráfico de GAP (Demanda x Oferta) na área de telecomunicações.	13
Figura 3 - Dimensão geográfica do serviço de banda larga nos Estados Unidos da América.	17
Figura 4 – Infraestrutura de transporte dos Estados Unidos da América.	17
Figura 5 - Fluxo de matérias na prestação do serviço.	18
Figura 6 – Custo percentual da logística sobre o volume total de vendas	19
Figura 7 - Conceito de hubs ou pontos centrais.	28
Figura 8 - Níveis de rede no modelo HUB-Spoken.	29
Figura 9 – Nó de parada ou stop-ove” existente no nível de acesso.	31
Figura 10 – Elementos que compõem o sistema de comunicação via satélite.	48
Figura 11 - Gráfico de demanda - 22 períodos	49
Figura 12 - Custo total de transporte - 22 períodos	50
Figura 13 - Custo médio de transporte x Demanda	50
Figura 14 - Demanda período 1 e período 2	51
Figura 15 - Demanda período 7, 8 e 9	52
Figura 16 - Custo total por estado de origem	58
Figura 17 - Histograma da demanda Brasil - 594 observações (27 Estados x 22 Períodos)	60
Figura 18 - Função de distribuição acumulada da demanda	60
Figura 19 - Gráfico de curtosis x quadrado da assimetria	62
Figura 20 - Gráfico de Curtosis x Quadrado da Assimetria com a opção boot igual a 1000	62
Figura 21 - Gráficos empíricos e teóricos amostra versus distribuição de Poisson.	65
Figura 22 - Gráficos empíricos e teóricos amostra versus distribuição binomial Negativa.	66

Figura 23 - Gráficos empíricos e teóricos amostra versus distribuição normal. 66

Figura 24 - Histograma de reduções de custo derivada do modelo hub-spoke.67

Figura 25 - Histograma de reduções de custo derivada do modelo hub-spoke escolhendo-se o estado de Minas Gerais como ponto de armazenagem. 67

## 1. Introdução

De acordo com a Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, o setor de serviços foi responsável por 68,7% do PIB brasileiro, ou seja, no ano de 2012 o setor foi responsável por R\$ 2,557 trilhões e, de acordo com a pesquisa anual de serviços de 2012, por uma receita operacional líquida de R\$ 1,1 trilhão e R\$ 675,3 bilhões de valor adicionado (IBGE, Pesquisa Anual de Serviços 2012, 2012).

As empresas do setor de informação e comunicação são responsáveis por 25,6% da receita operacional líquida do setor de serviços, sendo o setor de telecomunicações o de maior consolidação de mercado, com 5,9% das empresas possuindo 57,8% da receita operacional líquida dos serviços de informação e comunicação, no valor de R\$ 162,7 bilhões.

Apesar de possuir a maior parcela de receita operacional líquida dentro do setor de informação e comunicação, o setor de telecomunicações vem apresentando perdas de receitas, queda da lucratividade e significativas mudanças em sua cadeia de valor no mundo e no Brasil. Piazi (2014) descreve a transformação da cadeia de valor e a evolução do mercado de telecomunicações brasileiro desde de sua privatização até o ano de 2013.

A queda de lucratividade neste setor, à nível mundial, é demonstrada na pesquisa realizada pela consultoria A.T Kearney, mencionada em Piazi (2014), a qual descreve a queda da receita de uma ligação móvel descrito na Figura 1.

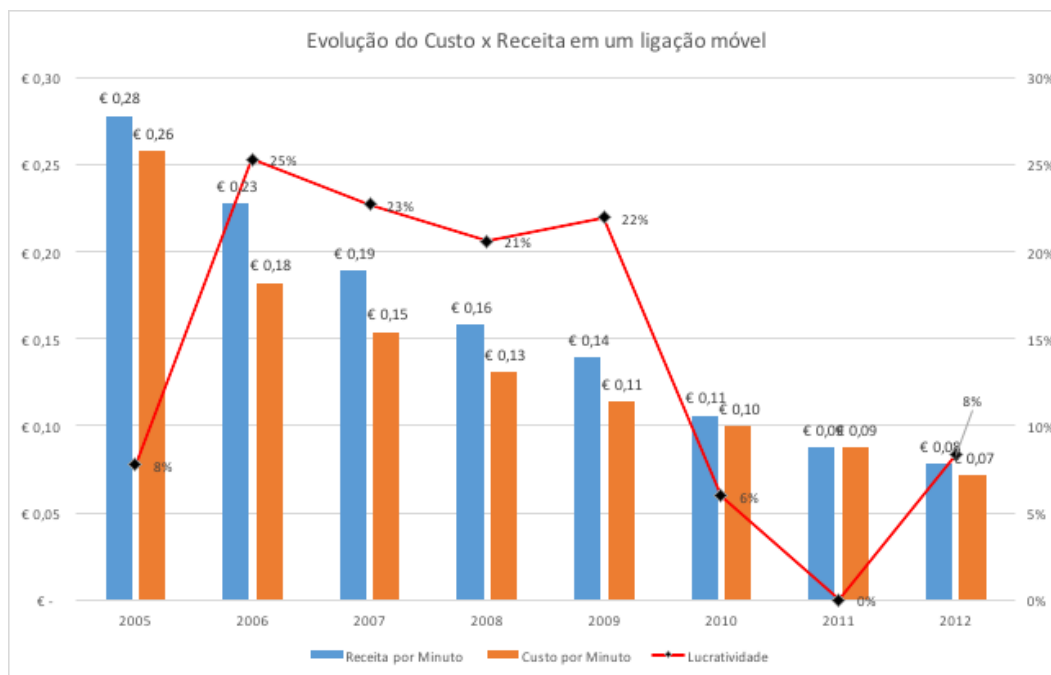


Figura 1 – Evolução do custo e receita em um ligação móvel na europa.  
Fonte: (Piazi, 2014)

No caso brasileiro, a queda de receita e a necessidade de altos investimentos nos últimos anos levou o setor a se consolidar, ou seja, empresas maiores realizaram diversas aquisições, transformando um mercado extremamente pulverizado (9 empresas de telefonia fixa e 22 empresas de telefonia móvel no início dos anos 2000) em um mercado altamente consolidado (3 empresas de telefonia fixa e 4 empresas de telefonia móvel em 2014).

Entretanto, mesmo com a forte consolidação do mercado, nenhum dos grandes grupos estabelecidos possuem cobertura completa do ponto de vista de oferta e demanda do território nacional (vide Figura 2), conforme descrito na pesquisa intitulada “Diagnóstico, cenários e ações para o setor de telecomunicações no Brasil 2010 – 2014”, realizada pelo Sindicato Nacional das Empresas de Telefonia e de Serviços Móvel Celular e Pessoal (SindiTeleBrasil, 2011).

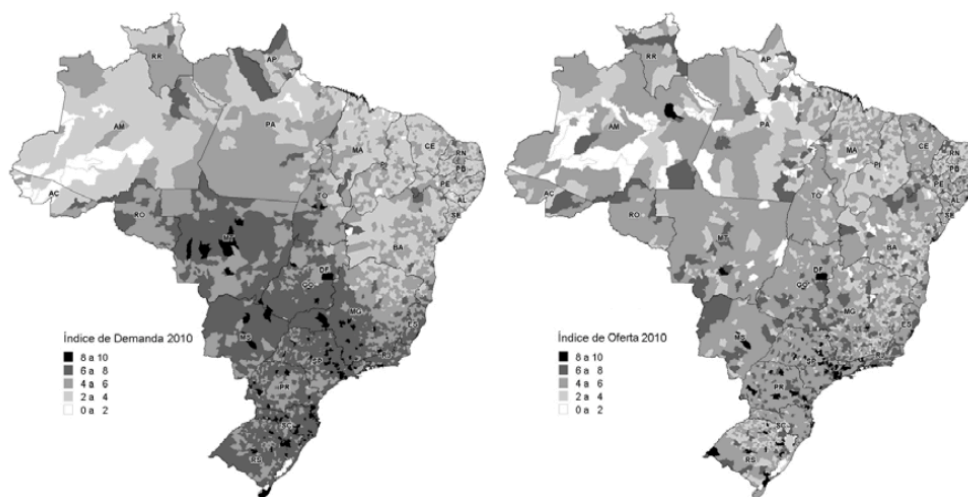


Figura 2 - Gráfico de GAP (Demanda x Oferta) na área de telecomunicações.  
Fonte: (SindiTelebrasil, 2011)

Uma alternativa para atendimento das áreas não exploradas ou com baixa capacidade de atendimento é a contratação de acessos de terceiros, procedimento usado por prestadores de serviços de telecomunicações que não possuem infraestrutura para atendimento em uma região, opção essa descrita na lei geral de telecomunicações - Lei Nº 9.472 de 16 de julho de 1997 (Brasil, 1997)

Esse procedimento é exemplificado por Sousa e Paiva da Silva (2012), onde os autores descrevem o uso de tecnologias via satélite fornecidas por empresas contratadas para a complementação dos serviços de telecomunicações prestados pelas operadoras nacionais. Esses serviços são contratados, principalmente no atendimento às áreas rurais e nos municípios não abrangidos pela rede de fibra óptica das operadoras nacionais.

Desta forma, a disponibilidade de equipamentos de telecomunicações (i.e., equipamentos de rádio frequência e antenas receptoras) para atendimento de clientes próprios ou através da contratação de acessos de terceiros exige, das empresas provedoras do serviço de comunicação via satélite, desafios significativos na distribuição física de equipamentos, posicionando essa atividade como essencial para a prestação do serviço de forma adequada.

### 1.1. Objetivo

O objetivo desta tese de mestrado é descrever através da análise dos tipos dos problemas de localização qual dos modelos tradicionais melhor se adequa na modelagem da atividade de distribuição física de equipamentos associada à prestação de um serviço de telecomunicações via satélite.

Após definição da família ou tipo de problema de localização que mais se adequa ao problema em análise, será realizado um estudo mais aprofundado desta família ou tipo através de artigos existentes na literatura científica visando uma melhor compreensão das características e conceitos de cada tipo ou componente da família escolhida.

Com base nesta análise, serão propostas adequações necessárias aos modelos tradicionais de localização de forma a adequá-los a um horizonte de planejamento necessário para o estudo mais próximo da realidade operacional existente no caso analisado.

Definido a família ou tipo de problema de localização e suas adequações ao ambiente de planejamento, o modelo resultante será utilizado em um estudo de caso real, que descreve os problemas encontrados, através do uso de métodos tradicionais de atendimento, na prestação do serviço à clientes distribuídos no território brasileiro.

Assim, através da aplicação do modelo proposto, serão avaliadas reduções de custos e propostas de mudanças no design da rede de distribuição existente, tais como: a identificação e localização dos *hubs* e novos pontos de armazenagem.

### 1.2. Metodologia

A metodologia desenvolvida na presente dissertação, iniciou-se através do estudo da literatura científica de problemas de localização de *hubs*, seus modelos de uso e seus respectivos modelos matemáticos, análise de modelos dinâmicos e adaptação dos modelos *hub-spoke* ao conceito dinâmico.

Após este estudo e através da análise de um caso real, definiu-se um modelo que melhor representasse os ganhos oriundos das redes *hub-spoke* descritos na literatura científica associada à problemas de localização.

O modelo encontrado se baseia em programação matemática inteira, o qual permite avaliar a operação da empresa no tempo, resultando em *insights*

importantes na execução de um planejamento logístico dinâmico e na melhoria do custo total de transporte.

Com base nos *insights* obtidos, propõe-se um conjunto de ações estratégicas a serem implementadas que resultarão em reduções de custo para a empresa analisada.

### **1.3. Estrutura do trabalho**

Com base na metodologia descrita acima, a presente dissertação foi organizada em 5 capítulos, além das referências. Abaixo encontram-se descritos cada capítulo e sua respectiva função dentro desta dissertação.

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica da literatura, onde são abordadas a importância da logística e da atividade de distribuição física na prestação de serviços, em particular o de telecomunicações, através da análise da estrutura típica deste atendimento. Em função disto, a importância da distribuição física é aprofundada através do estudo de problemas de localização, suas classificações e suas principais aplicações, chegando-se aos modelos de localização de *hubs* e sua adaptação ao conceito dinâmico.

O capítulo 3 apresenta a escolha do modelo *hub-spoke* que melhor representa a estrutura de distribuição física responsável pelo atendimento do serviço de telecomunicações e sua adaptação ao modelo dinâmico.

O capítulo 4 descreve um estudo de caso que se baseia na análise de uma empresa prestadora do serviço de comunicação via satélite. Neste estudo de caso, é aplicado o modelo selecionado no capítulo 3, e seus resultados são apresentados e analisados no decorrer do capítulo.

O capítulo 5 apresenta as conclusões obtidas na aplicação do modelo de otimização no estudo de caso, como também os próximos passos a serem realizados futuramente.

## 2. Revisão Bibliográfica

### 2.1 A importância da logística na cadeia de suprimentos de serviços de telecomunicações

Para se identificar a importância da logística para a cadeia de fornecimento de serviços, faz-se necessário definir o conceito de serviço. De acordo com Lovelock e Wirtz (2003), serviço é definido como *“uma ação ou um processo de geração de valor entre partes (pessoas ou empresas), que embora possa estar utilizando uma infraestrutura física, possui uma performance transitória, frequentemente intangível e normalmente não resulta na posse de qualquer um dos fatores de produção”*.

Baseado neste conceito, pode-se definir o serviço de telecomunicações como o fornecimento de um meio de comunicação entre pessoas e/ou máquinas, o qual é baseado em uma infraestrutura dedicada a prover a comunicação segura entre as partes em um determinado tempo e espaço geograficamente disperso.

Baseado na definição do serviço de telecomunicações, define-se suas três características básicas, que são: ser intangível, ser não estocável e ser intensivo de capital. Com isso, levanta-se uma interessante questão: *como a logística contribui para a execução deste serviço, uma vez que o mesmo não é tangível e nem estocável?*

Para começar a responder essa questão, é necessário observar a questão geográfica, ou seja, a existência de uma relação entre a extensão territorial de atendimento de uma prestadora do serviço de telecomunicações e, por exemplo, a infraestrutura de transporte de uma região ou país.

A fim de verificar a existência ou não desta relação, podem ser utilizadas, como exemplo, as representações gráficas da extensão territorial do serviço de banda larga fixa (National Broadband Map, 2014) e da infraestrutura de transporte nos Estados Unidos da América (United States Department of Transportation, 2015), conforme mostrado nas Figura 3 e Figura 4 respectivamente.



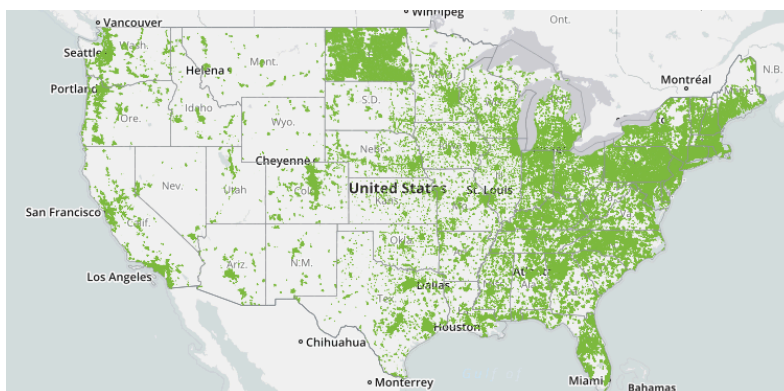


Figura 3 - Dimensão geográfica do serviço de banda larga nos Estados Unidos da América.

Fonte: <http://www.broadbandmap.gov/number-of-providers>



Figura 4 – Infraestrutura de transporte dos Estados Unidos da América.

Fonte: [http://www.rita.dot.gov/bts/sites/rita.dot.gov/bts/files/Transportation\\_Infrastructure\\_2015\\_map\\_front\\_0.pdf](http://www.rita.dot.gov/bts/sites/rita.dot.gov/bts/files/Transportation_Infrastructure_2015_map_front_0.pdf)

Com base nas representações gráficas, é fácil inferir a existência de correlação entre a infraestrutura de transporte e o serviço de telecomunicações, representado pelo serviço de banda larga fixa. Essa relação se estabelece por vários motivos, como por exemplo: o fato das redes de fibra ótica de alta capacidade, os chamados *backbones*, utilizarem a infraestrutura da ferrovias e rodovias como meios de passagem e, de maneira simples, o transporte prévio de equipamentos e pessoas, ao fornecimento do serviço de telecomunicações conforme descrito em (Mokhtarian, 1990).

Desta forma, a disponibilidade de equipamentos próximos às áreas de atendimento através de atividades de transporte e de armazenagem é uma das atividades mais importantes da prestação do serviço, ficando a mesma sobre responsabilidade da área de logística de uma empresa de telecomunicações. Essa

atividade é conhecida, na literatura científica, como distribuição física (Ballou, 2012).

As atividades associadas a distribuição física podem ser listadas como: armazenagem, movimentação, transporte e distribuição de equipamentos necessários para a instalação e reparo de equipamentos necessários para a prestação do serviço de telecomunicações aos clientes finais.

Para entender a complexidade da distribuição física no segmento de serviços de telecomunicações, é importante observar o fluxo de materiais associado. Tipicamente, esse fluxo pode ser descrito segundo a Figura 5:

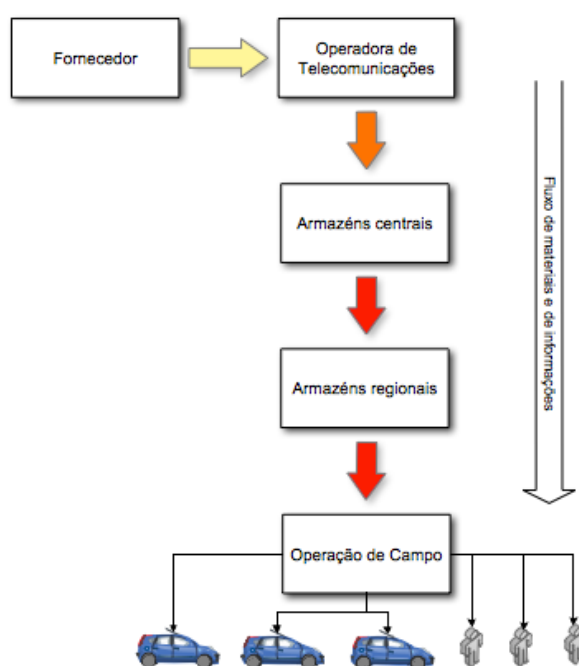


Figura 5 - Fluxo de matérias na prestação do serviço.  
Fonte: Elaboração própria

Conforme descrito pela Figura 5, percebe-se que as principais atividades realizadas estão associadas à armazenagem em pontos centrais de grandes volumes de equipamentos e, posteriormente, movimentação, transporte e à estocagem em armazéns regionais com capacidade limitada, visando o atendimento da demanda gerada pelos clientes existentes nesta área de atendimento.

Desta forma, observando a relação entre a malha rodoviária e fluxo de material na prestação do serviço, cria-se uma quarta característica básica para o serviço de telecomunicações que é a capilaridade, ou seja, quando maior for abrangência de atendimento, maior será o diferencial competitivo da prestadora.

Desta forma, pode-se inferir que este diferencial competitivo está diretamente associado a atividade logística da empresa e de seus parceiros, pois a disponibilidade e rapidez no atendimento está diretamente ligado a cadeia de distribuição.

Assim a logística tem importância estratégica no serviço de telecomunicações, e principalmente no serviço de comunicação de dados via satélite, pois este abrange áreas de atendimento com dezenas de milhares de quilômetros.

Entretanto, em virtude da queda de lucratividade e da forte consolidação do setor de telecomunicações, é cada vez mais latente a necessidade de redução de custos e de maior eficiência operacional. Essa necessidade coloca a logística em uma posição estratégica dentro do negócio de telecomunicações; pois, conforme pesquisa realizada pelo Instituto de Logística e Supply Chain (2014) o custo logístico brasileiro médio é de 9% sobre a receita líquida da empresa.

Entretanto, conforme descrito na Figura 6, o custo varia de acordo com o volume de carga transportado.

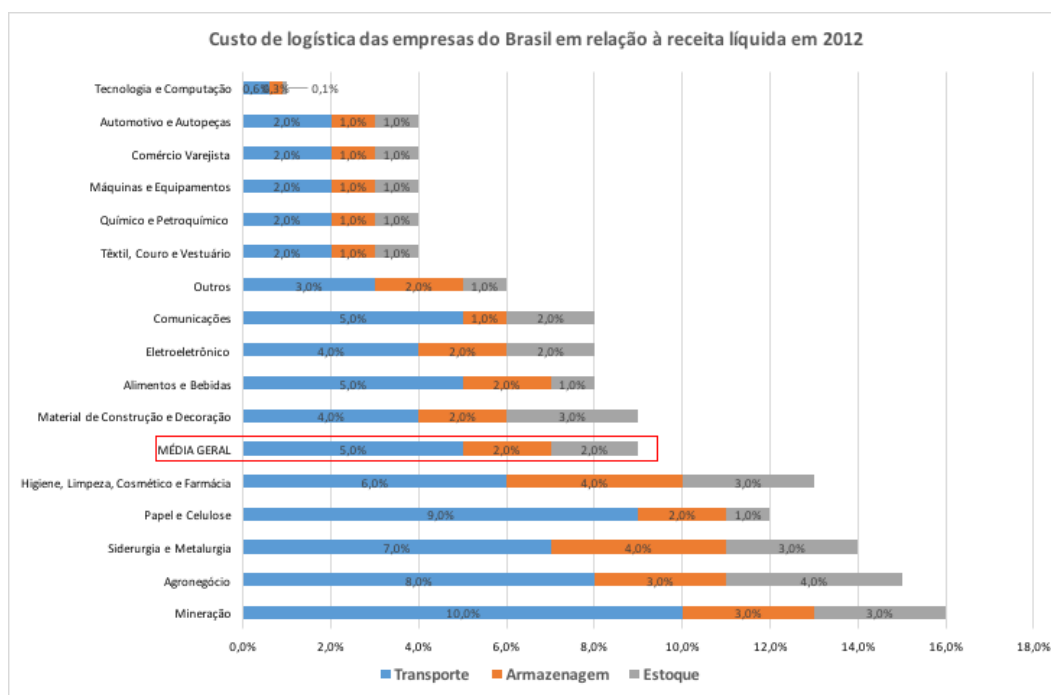


Figura 6 – Custo percentual da logística sobre o volume total de vendas  
Fonte: ILOS (2014)

O setor de telecomunicações é agrupado no item comunicações e apresenta, de acordo com o instituto ILOS, um custo médio de 8,0% sobre a receita média do setor. Entretanto, como trata-se de uma aproximação, o custo de empresas de

telecomunicações que possuem o transporte de carga como atividade estratégica para sua operação, tais como as operadoras satélites, apresenta custos superiores aos demonstrados pela pesquisa. Entretanto, por falta de uma pesquisa específica para esse conjunto de empresas, será considerado no presente trabalho o custo médio apresentado pelo instituto ILOS.

A justificativa para um custo logístico de 8% para o setor de telecomunicações é resultado do processo de terceirização das atividades logísticas realizado recentemente.

Entretanto, apesar do ganho financeiro decorrente da redução de custo, um efeito colateral resultante foi a queda na prestação do serviço medido pela diminuição do número de instalações realizadas no prazo exigido por lei, assim como o aumento do tempo de reparo, apresentada por Melo (2014) em reportagem publicada na revista EXAME.

Um dos principais motivos para a queda do serviço é a relação entre a capilaridade da prestadora de serviço e a de seu parceiro/operador logístico, ou seja, as empresas terceirizadas responsáveis pela logística dos equipamentos não podem possuir uma capilaridade inferior à extensão atendimento de uma operadora de telecomunicações. Caso contrário, a falta de materiais, de equipamentos e de pessoas próximas aos assinantes acarretará no não atendimento de novos clientes e no atraso de reparos solicitados.

Este cenário ratifica a importância da logística na cadeia de valor nas empresas prestadoras do serviço de telecomunicações; pois, para que ocorra uma melhoria na prestação do serviço, seus gestores precisam estudar o comportamento da demanda, bem como propor técnicas de localização de infraestruturas, em conjunto com as empresas parceiras, que comporão a rede de distribuição do serviço de telecomunicações.

## 2.2 Problema de localização de infraestrutura

Os problemas de localização são estudados desde o século XVII, inicialmente com Pierre de Fermant, Evagelista Torricelli e Battista Cavallieri, onde cada um, independentemente, propôs a solução do problema de mediana (Farahani & Hekmatfar, 2009).

No século XX, com as pesquisas de Alfred Weber em 1909, os problemas de localização passaram a ser reconhecidos como teoria da localização e, após 1965, com a publicação de “*Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph*” realizada por Hakimi, onde o autor prova que pelo menos uma solução ótima para um problema p-mediana – que visa reduzir o custo total (demanda ( $D_{ij}$ ) x distância ( $d_{ij}$ )) através da definição de um número P de *hubs* dentro de um conjunto de N pontos possíveis – é encontrada em um subconjunto de nós de rede do problema (Drezner & Hamacher, 2001).

Este trabalho possibilitou a limitação do conjunto de pontos a serem analisados em  $\binom{N}{P} = \frac{N!}{P!(N-P)!}$ , o que por sua vez possibilitou estimar, através de uma função polinomial, o tempo de solução deste tipo de problema. Com isso, a teoria da localização passou a estudar diversas áreas de aplicação, onde principalmente analisa-se a movimentação de pessoas, mercadorias e informação, dentre elas as áreas de telecomunicações e de logística.

De acordo com ReVelle & Eiselt (2005), a análise de localização é o conjunto de problemas utilizados na modelagem, formulação e solução da seguinte questão: *como encontrar o local ideal, baseado em restrições, para a construção de uma ou mais infraestruturas em dado espaço ou região analisada, observando que a infraestrutura a ser construída possui dimensão muito menor que o espaço no qual a mesma está inserida, e que esta possui relações com os demais elementos do problema?*

Tradicionalmente, um problema de localização típico possui os seguintes elementos básicos: 1º) **clientes**, os quais encontram-se localizados em pontos e rotas conhecidas; 2º) **infraestruturas**, as quais terão sua posição determinada; 3º) o **espaço**, onde os clientes e as infraestruturas estão localizados; 4º) a **métrica** que indica a distância ou o tempo entre elementos do problema (ReVelle & Eiselt, 2005) e 5º) a **demanda** de consumidores por produtos, serviços ou informações providas pelas infraestruturas.

Além de possuírem múltiplas aplicações, os problemas de localização possuem diferentes representações ou categorizações.

Em seu livro “*Network and Discrete Location – Models, Algorithms and Applications*” Daskin M. S., (1995) classifica os problemas de localização como:

**Quanto a representação do espaço os problemas podem ser:**

- **Planares ou contínuos:** clientes e infraestruturas estão em qualquer ponto do plano, sendo o valor da demanda no ponto (x,y) descrito por uma função de distribuição de probabilidade em (x,y) e distância definida por fórmulas (ex.: Minkowski - ReVelle e Eiselt (2005)), ou por métodos que estimam distâncias rodoviárias;
- **Discretos:** clientes e infraestruturas são finitos e a distância entre pontos é obtida através abordagens planares, em redes ou através de métodos alternativos que descrevam o custo de transporte em função da distância (Chhajer, Francis, & Lowe, Contributions of operations research to location analysis, 1992);

**Quanto ao número de infraestruturas a serem utilizadas os problemas podem ser:**

- **Endógenos:** a quantidade de infraestruturas é obtida pela solução do problema de localização;
- **Exógenos:** a quantidade de infraestruturas é informada como dado de entrada (*input*) do problema de localização;

**Quanto a variação dos dados de entrada os problemas podem ser:**

- **Estáticos:** os *inputs* do problema não variam com o tempo;
- **Dinâmico:** os *inputs* do problema variam com o tempo;

**Quanto a quantidade de fluxos (ex: produtos, serviços, etc.) os problemas podem ser:**

- **De fluxo único:** somente um fluxo de demanda o qual representa um único produto ou serviço;
- **Múltiplos fluxos:** mais de um fluxo de demanda, onde cada fluxo representa um produto ou serviço;

**Quanto à incerteza dos dados de entrada os problemas podem ser:**

- **Determinístico:** são considerados invariáveis na análise do problema analisado;

- **Probabilístico:** são considerados incertos e somente obtidos através projeções estatísticas ou estocásticas;

**Quanto a capacidade das infraestruturas os problemas podem ser:**

- **Não capacitados:** a solução do problema não considera como restrição a capacidade de atendimento das infraestruturas;
- **Capacitados:** a solução do problema considera como restrição a capacidade de atendimento das infraestruturas

Entretanto, em outro artigo Owen & S. Daskin (1998), classificam os problemas de localização de acordo com sua aplicação prática, conforme descrito abaixo:

- **Problemas de mediana:** são caracterizados por medir sua eficiência, através da distância média percorrida no atendimento prestado por um conjunto de infraestruturas aos seus usuários. Procedendo desta forma, é possível planejar o melhor design para uma rede de atendimento, minimizando a distância percorrida por seus usuários.
- **Problemas de cobertura:** são caracterizados por definir um conjunto de infraestruturas de atendimento capazes de atender seus usuários em um tempo determinado. Esses tipo de problema pode ainda ser dividido em dois tipos:
  - **Problema de cobertura:** no qual é dimensionada uma infraestrutura para atendimento de 100% dos usuários em um determinado tempo;
  - **Cobertura máxima** – baseia-se que dado uma infraestrutura de cobertura existente, qual será o número máximo de clientes atendidos.
- **Problema de centro:** diferente dos problemas de cobertura que partem de uma restrição de tempo ou distância para definir o quanto da demanda será atendida, os problemas de centro partem de um atendimento completo, definindo sua restrição de distância internamente no problema. Os problemas de centro podem ser subdivididos em:
  - **Problema p-center:** conhecido como *minimax problem* visa minimizar a máxima distância entre quaisquer pontos de

demanda e de infraestrutura. Caso o conjunto de pontos encontrados esteja sobre os nós da rede estudada, o problema *minimax* é chamado como *vertex center problem* e caso os pontos estejam em qualquer lugar da rede o nome dado é *absolute center problems*.

- **Problema de localização com preço fixo:** São problemas que definem um custo fixo para a criação de infraestruturas ou facilidades. Essa característica pode ser aplicada a qualquer um dos problemas descritos anteriormente, bastando pequenas modificações em suas formulações.
- **Problema de localização dinâmicos podem ser separados em:**
  - **Problemas dinâmicos e determinísticos de localização** – onde a incerteza está sobre o horizonte de planejamento, ou seja, o problema em si é definido, mas não se sabe o comportamento das variáveis de entrada que o compõem;
  - **Modelos estocásticos estáticos** – responsáveis por tentar localizar infraestruturas sobre dados incompletos ou imperfeitos.

Adicionam-se às classificações ou categorizações descritas acima, alguns problemas de uso específico, mas que possuem relevância na literatura científica, tais como:

- **Problemas de localização hierárquicos** – neste tipo de problemas, as infraestruturas possuem um tipo de hierarquia de serviços, ou seja, as infraestruturas de nível superior executam serviços não prestados pelo nível inferior. Um exemplo, de acordo com ReVelle e Eiselt (2005), é o sistema de saúde, onde o nível mais básico é representado por um consultório médico, o nível intermediário é representado por clínicas especializadas e o nível superior por hospitais que oferecem todos os serviços médicos.
- **Problemas de localização em competição** – são problemas que observam não somente a localização de uma infraestrutura, por exemplo uma loja, para a tomada de decisão, mas também as variáveis



associadas à captura de mercado, tais como nível de renda de uma localidade, número de pessoas, etc. (ReVelle e Eiselt, 2005).

- **Problemas de localização de *hubs*** – é caracterizado pelo transporte de mercadorias ou de pessoas por um ou múltiplos pontos de origem e/ou de destinos. Neste caso, para se evitar custos de transporte associados as rotas diretas, cria-se o conceito de *hubs*, os quais são definidos como os locais na rede onde os fluxos de matérias ou de pessoas são consolidados, gerando uma economia de custos através do ganho da escala (Campbell J. F., 1994).

Identificados as diversas classificações dos problemas de localização, ratifica a relevância deste no planejamento logístico, principalmente no que tange ao design da rede que compõe a atividade de distribuição física. Essa importância é corroborada por Daskin et al. (2005), quando o mesmo afirma que o desenho de uma cadeia de suprimentos, ou seja, a decisão de quais localidades serão utilizadas para atendimento a demanda é a ação mais importante e mais difícil do planejamento logístico.

Observando-se as classificações listadas, seja quanto as características ou ao tipo do problema, verifica-se que a infraestrutura descrita no item 2.1 é melhor descrita por dois tipos de problema: problemas dinâmicos e problemas localização de *hubs*.

A questão dinâmica é facilmente descrita, pois a distribuição física de equipamentos responsáveis por suportar o serviço de telecomunicações em diversos clientes é uma atividade continua no tempo, ou seja, não está restrita a um único intervalo de análise.

No caso da localização de *hubs*, a analogia não tão óbvia, pois observando-se o problema regionalmente, pode-se analisa-lo como um problema de cobertura. Entretanto, as infraestruturas responsáveis por atender os pontos de demanda existentes no problema de cobertura não possuem relação entre elas, ou seja, não há fluxos entre as infraestruturas de atendimento, quando se observar o problema de cobertura especificamente.

Desta forma, para modelarmos a existência de fluxos entre as infraestruturas de atendimento e também atender dos pontos de demanda, utilizar-se-á o conceito de *hubs* que representam os pontos dentro de uma rede de distribuição onde ocorrem

consolidações de fluxos de atendimento, como também o atendimento de pontos de demanda.

A modelagem de problemas de distribuição através de modelos *hub-spoke* é ampla documentada na literatura científica, conforme breve levantamento de artigos científicos publicados no período de 1990 a 2011 e descrito na tabela 1.

Título do Artigo	Autores	Área de aplicação	Ano de Publicação
<i>Accumulation point location on tree networks for guaranteed time distribution.</i>	Iyer, A., Ratliff, H.	Transporte de carga	1990
<i>Solution strategies for the single facility minimax hub location problem.</i>	O'Kelly, M., Miller,	Transporte de carga	1991
<i>The hub network design problem with stopovers and feeders: the case of federal expres</i>	Kuby, M., Gray, R., 1993	Rede aérea	1993
<i>Stackelberg hub location problem</i>	Sasaki, M., Fukushima, M.	Transporte marítimo	2001
<i>The single-assignment hub covering problem: Models and linearization</i>	BY Kara and BC Tansel	Design de rede	2003
<i>Strategic network design for motor carriers</i>	Campbell, J.	Transporte de carga	2005
<i>Optimal location of intermodal freight hubs</i>	Racunica, I., Wynter	Transporte de carga	2005
<i>The european freight railway system as a hub-and-spoke network</i>	Jeong, S., Lee, C., Bookbinder	Transporte de carga	2005
<i>A mixed integer programming model on the location of a hub port in the east coast of south america.</i>	Aversa, R., Botter, H., Haralambides, R., Yoshizaki, H., 2005	Transporte marítimo	2005
<i>Solving the Hub Location Problem in Telecommunication Network Design: A Local Search Approach</i>	G. Carello, F. Della Croce, M. Ghirardi, and R. Tadei	Telecomunicações	2005
<i>A Study of Demand Stochasticity in Service Network Design</i>	Teodor Gabriel Crainic	Transporte de carga e design de rede	2007
<i>A genetic algorithm for the problem of configuring a hub-and-spoke network for a ltl trucking company in brazil</i>	Cunha, C., Silva, M., 2007	Transporte de carga	2007

<i>Routing, ship size, and sailing frequency decision-making for a maritime hub-and-spoke container network.</i>	Hsu, C., Hsieh, Y.	Transporte marítimo	2007
<i>Hub-and-spoke network alliances and mergers: Price-location competition in the airline industry</i>	Nicole Adler, Karen Smilowitz	Design de rede em ambiente de competição (indústria de serviços aéreos)	2007
<i>The latest arrival hub location problem for cargo delivery systems with stopovers</i>	Hande Yaman, Bahar Y. Kara, Barbaros C., Tansel	Transporte de carga	2007
<i>A tabu-search based heuristic for the hub covering problem over incomplete hub networks</i>	Calik, H., Alumur, S.A., Kara, B., Karasan	Transporte de carga	2008
<i>Network hub location problems: the state of the art.</i>	Alumur, S., Kara, B.Y.	Transporte de carga	2008
<i>A genetic algorithm for the hub-and-spoke problem applied to containerized cargo transport.</i>	Takano, K., Arai, M.	Transporte marítimo	2008
<i>Multi-port vs. Hub-and-Spoke port calls by containerships</i>	Imai, A., Shintani, K., Papadimitriou, S.	Transporte marítimo	2009
<i>The design of single allocation incomplete hub networks</i>	Sibel A. Alumur, Bahar Y. Kara, Oya E. Karasan	Design de rede	2009
<i>A hub covering network design problem for cargo applications in Turkey</i>	Sibel A. Alumur, Bahar Y. Kara	Transporte de carga	2009
<i>Liner shipping hub network design in a competitive environment</i>	Shahin Gelareh, Stefan Nickel and David Pisinger	Transporte marítimo	2010
<i>Hub location problems in transportation networks</i>	Shahin Gelarehm e Stefan Nickel	Transporte público	2011
<i>Fleet deployment, network design and hub location of liner shipping companies</i>	Shahin Gelareh, David Pisinger	Transporte marítimo	2011

Tabela 1 - Lista de aplicações de problema de localização de hubs ou *hub-spoke problem*.  
Fonte: Elaboração própria.

### 2.3 Problema de localização de hubs:

O problema de localização foi citado inicialmente no trabalho de Goldman – 1969 – *A Optimal location for centers in a network* (Alumur & Y, A tabu-search based heuristic for the hub covering problem over incomplete hub networks, 2009); e, gradativamente, passou a ser utilizado na modelagem de sistemas logísticos.

O termo *hub*, ou ponto central, pode ser entendido como um ponto concentrador de fluxos, sejam estes associados à comunicação de dados, voz ou transporte de mercadorias. Sua característica principal é unificar os diversos tráfegos de demandas (destinos) e de ofertas (origem) em pontos centrais.

O termo *spoke*, ou nó de serviço, pode ser entendido como sendo o conjunto de pontos de origem e destino do fluxo de materiais ou de informações. Sua característica principal é representar os nós iniciais e finais do fluxo (Figura 7).

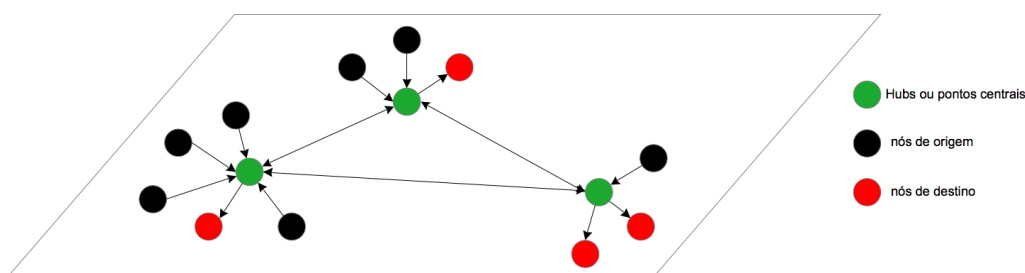


Figura 7 - Conceito de *hubs* ou pontos centrais.  
Fonte: Elaboração própria.

Através da agregação de fluxo feita nos *hubs* (por exemplo: centros de comutação, centro de distribuição ou *hubs* aéreas), cria-se uma oportunidade para a redução do custo (transporte ou de transmissão de dados). Essa redução é obtida através do uso de infraestruturas de maior capacidade para o transporte destes fluxos consolidados, sejam eles provenientes dos nós (*spokes*) de origem ou de destino.

No entanto, suas principais desvantagens são a necessidade de investimentos altos para a criação dos *hubs* (por muitas vezes, estruturas que necessitam de investimentos massivos de capital e possuem um período de longo de utilização), e o eventual aumento do tempo de deslocamento decorrente da busca pela consolidação de fluxos; uma vez que, necessariamente, não será utilizada a menor rota entre uma dada origem e um dado destino.

É importante observar que a conectividade plena entre *hubs* – todo *hub* possui uma conexão com outro *hub* – é uma condição, na maioria dos casos, necessária para a construção de uma topologia *hub-spoke*; pois, é através desta premissa, que os fluxos são consolidados.

De acordo com Campbell (1994), o problema de localização de *hubs* é um componente estratégico e importante na criação de redes do tipo *hub-spoke*, sendo esta rede modelada através de:

- Um conjunto de localidades (nós) que compreendem os locais de origem, destino e candidatos à *hubs*;
- Uma rede de comunicação, modelada através de arcos, que interliga todos as localidades entre si;
- O fluxo de matérias ou informações entre os pontos de origem e destino;
- Uma ou mais medidas de interesse associadas aos fluxos entre localidades de origem e destino, tais como: tempo, custo, etc.

Para (Campbell, 1994), o modelo *hub-spoke* pode ser entendido como constituído de dois níveis de rede: (i) o primeiro, chamado de nível de *hub*, é caracterizado pela rede que interconecta as diversas *hubs* existentes, e (ii) o segundo, chamado de nível de acesso, caracterizado pelos arcos de acesso que ligam os pontos remotos (*spokes*) aos *hubs* (Figura 12).

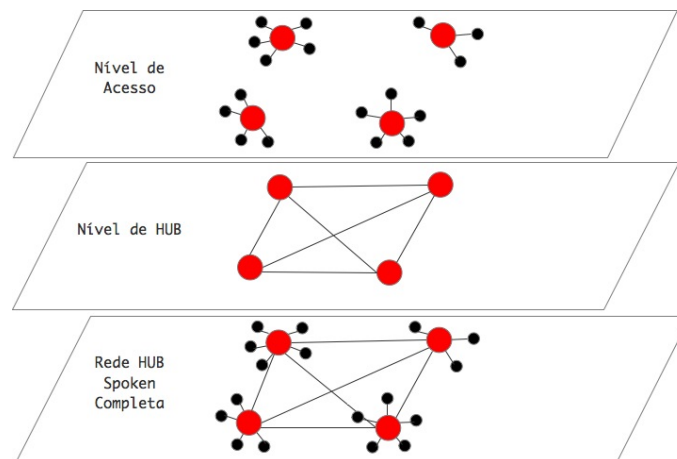


Figura 8 - Níveis de rede no modelo *HUB-Spoken*.  
Fonte: Elaboração própria.

De acordo com O’Kelly & Miller (1994), a definição formal dos componentes de uma rede *hub-spoke* é:

- Nós de serviço – representam os pontos de origem e destino, com fluxos de saída e de entrada respectivamente;

- *Hubs* – possuem as mesmas características dos nós de serviço, adicionando-se a capacidade de permitir a passagem e/ou roteirização dos fluxos provenientes de outros nós de serviços;
- Arcos – conectam os nós de serviço aos *hubs*, e os interconectam entre si.

Observando os níveis descritos na Figura 8, compreende-se que o custo de transporte no nível do *hub* é menor do que no nível de acesso. O ganho de escala, proveniente da consolidação dos fluxos, resulta em um custo médio de transporte menor do que o apresentado no nível de acesso. Esta redução é comumente modelada através de um desconto percentual  $\alpha$  sobre o custo unitário médio de transporte (Campbell, 1994; Skorin-Kapov et. al. 1996; Ernst & K\*, 1998).

O desconto  $\alpha$  representa o uso de veículos ou meios de comunicação com maior capacidade entre os *hubs*, o que resulta no transporte de um maior número de mercadorias ou informações por unidade de custo (tempo ou distância). Esse ganho “escala” possibilitando uma redução do custo médio de transporte ou transmissão.

Além dos itens acima descritos, Campbell (1994) define o conceito de *path*, ou caminho, como o conjunto de nós, que interconectados uns aos outros, definem a rota entre os nós de origem e de destino. Além disso, o autor define a rede no nível do *hub* em duas formas: totalmente conectadas (*Full-Connected*) ou parcialmente conectadas (*Partially Connected*). A rede do nível de acesso, por sua vez, possui três formas de alocação dos nós de origem aos *hubs*:

- Alocação simples (*single allocation*) – representa uma única ligação entre o nó de serviço e a *hub*
- Alocação múltipla (*multiple allocation*) – representa o caso em que um mesmo nó de origem é atendido por diversos *hubs* e;
- Alocação entre nós de serviço (*non-hubs routes*) – representa uma ou mais ligações entre nós de serviço antes da conexão final com o *hub*. Esse tipo de alocação entre nós de serviço é, muitas vezes, descrito como *stop-over*.

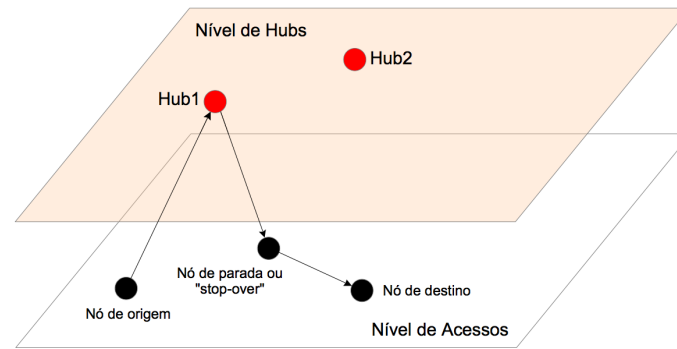


Figura 9 – Nó de parada ou *stop-over* existente no nível de acesso.  
 Fonte: Elaboração própria.

Campbell (1994) define quatro modelos básicos do problema *hub-spoke*, os quais são detalhados nas seções posteriores desta dissertação. Para análise destes modelos, será utilizada uma rede  $N = (V, A)$ , na qual: (i) os vértices  $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_N\}$  correspondem aos nós de origens, de destinos e candidatos aos *hubs*, e (ii)  $A = \{(v_1, v_2), (v_1, v_n), \dots, (v_n, v_m)\}$ , onde  $n \neq m$ , representa os arcos que interconectam cada vértice par a par. A distância  $d_{ij}$ , representada em cada arco, é a menor distância rodoviária entre os vértices que compõem o par ordenado  $(v_n, v_m)$ , onde  $n \leq N, m \leq N$ .

Com base na análise dos tipos básicos de localização de *hubs* espera-se definir o modelo, dentro da família *hub-spoke*, mais adequado para representar a estrutura de atendimento descrita na Seção 2.1 e então aplica-lo ao estudo de caso abordado posteriormente nesta dissertação.

### 2.3.1 P-Hub mediana

O problema *p-hub median problem* (HMP) é análogo ao modelo *p*-mediana descrito em Daskin (1995), ou seja, seu objetivo é encontrar o conjunto *p* de *hubs*, sendo  $p \leq V$ , que minimize o custo total de transporte.

Entretanto, Campbell (1994) descreve as diferenças entre o *modelo p-mediana* e o *p-hub median problem*, as quais podem ser listadas:

- (i) pela existência do *path* que representa os fluxos de origem e destino  $e$ ;
- (ii) a taxa de desconto ( $\alpha$ ) no tráfego entre hubs.

Desta forma, a redução da distância puramente não resulta em uma redução de custo, em função da taxa de desconto ( $\alpha$ ).

A primeira formulação do problema foi apresentada em Campbell (1994), tendo sido classificado como um problema inteiro-misto linear, apresentando as seguintes variáveis:

- $X_{ijkm}$  – define a fração do fluxo da origem  $i$  até o destino  $j$ , que é roteada pelos *hubs* localizados nos nós  $k$  e  $m$ . O *path* é definido pelos nós  $i, k, m$  e  $j$ ;
- $Y_k$  – define uma variável binária, a qual indica se o nó  $k$  é, ou não, um *hub*;
- $W_{ij}$  define a demanda entre o nó de origem  $i$  e o nó de destino  $j$ ;
- $C_{ijkm}$  define o custo total entre o nó de origem  $i$  e o nó de destino  $j$ , o qual é definido por  $C_{ijkm} = c_{ik} + \alpha c_{km} + c_{mj}$ . O valor de  $\alpha$  representa o desconto no custo médio unitário de transporte resultante da consolidação de fluxos provenientes dos nós de origem e de destino realizado pelos *hubs*, cuja descrição foi apresentada na Seção 2.3

A forma padrão, baseada nas variáveis decisão descritas acima, é apresentada abaixo:

$$\text{Min} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_m W_{ij} X_{ijkm} C_{ijkm} \quad (1)$$

*Sujeito:*

$$\sum_k Y_k = p \quad (2)$$

$$\sum_k \sum_m X_{ijkm} = 1, \forall i, j \quad (3)$$

$$X_{ijkm} \leq Y_k \forall i, j, k, m \quad (4)$$

$$X_{ijkm} \leq Y_m \forall i, j, k, m \quad (5)$$

$$0 \leq Y_k \leq 1 \text{ e inteiro } \forall k \quad (6)$$

$$0 \leq X_{ijkm} \leq 1 \forall i, j, k, m \quad (7)$$

A função objetivo (1) minimiza o custo de transporte entre o par origem e destino  $(i, j)$ , considerando a demanda  $W_{ij}$ . A restrição (2) define o número de *hubs* igual a  $p$ , sendo o nó  $k$  um *hub*, caso a variável binária  $Y_k = 1$ , conforme descrita na restrição (3). As restrições (4) e (5) representa a fração fluxo de demanda proveniente do nó  $i$  ao nó de destino  $j$ , através dos *hubs*  $k$  e  $m$ . As restrições (6) e (7) representa as restrições de domínio associadas as variáveis  $Y_k$  e  $X_{ijkm}$ .

Em Skorin-Kapov, Skorin-Kapov, O'Kelly (1996), é apresentada uma versão relaxada do modelo apresentado em Campbell (1994), a qual reduz a quantidade de



restrições. Entretanto, de acordo Repolho, Church & Antunes (2010) através do uso de restrições do tipo Efraymson-and-Ray na forma relaxada obtém-se um número menor de restrições ligada – “*bound constraints*” existentes na solução do problema relaxado.

A seguir, são descritas as variáveis de decisão utilizadas no modelo Skorin-Kapov, Skorin-Kapov, & O'Kelly (1996):

- $X_{ijkm}$  é a fração do fluxo de material entre os nós de origem  $i$  até o nó de destino  $j$ , que passa pelos hubs  $k$  e  $m$ . O *path* é definido pelos nós  $i, j, k$  e  $m$ ;
- $Z_{kk}$  define uma variável binária associada ao nó  $k$ , a qual possui valor igual 1, caso o nó  $k$  seja uma *hub* ou, caso contrário, 0;
- $Z_{ik}$  define uma variável binária, onde 1 representa a alocação entre os nós  $i$  e  $k$ , e 0 a não alocação;
- $W_{ij}$  define a demanda entre o nó de origem  $i$  e o nó de destino  $j$ ;
- $C_{ijkm}$  define o custo total entre o nó de origem  $i$  e o nó de destino  $j$ , o qual é definido por  $C_{ijkm} = c_{ik} + \alpha c_{km} + c_{mj}$ . O valor de  $\alpha$  representa o desconto no custo médio unitário de transporte, resultante da consolidação de fluxos provenientes dos nós de origem e de destino.

A forma padrão, baseada nas variáveis de decisão descritas anteriormente, é apresentada abaixo:

$$\text{Min} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_m W_{ij} C_{ijkm} X_{ijkm} \quad (1)$$

sujeito:

$$\sum_k Z_{kk} = p; \quad (2)$$

$$\sum_k Z_{kk} = 1; \forall i \quad (3)$$

$$\sum_k \sum_m X_{ijkm} = 1; \forall i \quad (4)$$

$$\sum_m X_{ijkm} \leq Z_{kk}; \forall i, j \in k \quad (5)$$

$$\sum_k X_{ijkm} \leq Z_{mm}; \forall i, j \in k \quad (6)$$

$$\sum_m X_{ijkm} = Z_{ik}; \forall i, j \in k \quad (7)$$

$$\sum_k X_{ijkm} = Z_{im}; \forall i, j \in m \quad (8)$$

A função objetivo (1) minimiza o custo de transporte entre o par origem e destino ( $i, j$ ), considerando a demanda  $W_{ij}$ . A restrição (2) define o número de hubs igual a  $p$ , sendo o nó  $k$  um *hub* caso a variável binária  $Z_{kk} = 1$ . A restrição (3) define a variável binária  $Z_{ik}$ , que representa a alocação do nó de acesso  $i$  ao *hub*  $k$ , sendo

o número máximo de alocações do nó  $k$  igual a 1. As restrições (4) e (5) definem a existência de fluxos roteados, somente nos casos em que os nós  $k$  e  $m$  sejam *hubs*; a restrição (6) garante que todo o tráfego destinado ao nó  $j$ , ou seja, a soma de todos os fluxos em  $m$  relativos aos *paths*  $X_{ijkm}$  não serão zero, se e somente se o nó  $i$  estiver associado à *hub*  $k$ . A restrição (7) e (8) garante que todo o tráfego dos nós de origem  $i$  e das *hubs*  $k$  serão roteados, através do *path*  $i \rightarrow k \rightarrow m \rightarrow j$ , se e somente se, o nó de destino  $j$  estiver conectado à *hub*  $m$ . As restrições (7) e (8) podem ser consideradas restrições de conservação de fluxo, ou seja, todo o tráfego proveniente do nível de acesso é encaminhado ao nível de *hub*, através do *hub*  $k$  e sai, deste nível, através do *hub*  $m$  em direção ao nó de destino.

### 2.3.2 Problema de P-Hub centro

Conceitualmente, o problema *p-hub center* – HCE – possui uma interpretação diferente do HMP. Enquanto o HMP tem o objetivo de obter o menor custo de transporte associado a uma demanda  $W_{ij}$ , com origem em  $i$  e destino em  $j$ , através da redução do custo médio de transporte, o problema HCE é considerado um problema *minimax*, ou seja, seu objetivo é minimizar, o custo máximo entre quaisquer nós de origem  $i$  e destino  $j$  dentro do conjunto de vértices existentes.

A importância do modelo *p-hub center* – HCE é a utilização do mesmo na análise do pior caso. Desta forma, diferente do modelo HMP, este tipo de problema não leva em consideração o fluxo de matérias (demanda) em sua solução, mas somente a métrica de custo (p. ex., tempo ou distância) entre os pontos de origem e destino.

Desta forma, a redução de custo unitário médio de transporte entre os nós  $i$  e  $j$ , obtida no modelo HMP, passa a ser representada no modelo HCE como a redução de tempo ou do deslocamento entre os nós  $i$  e  $j$ , sendo também representada pelo fator  $\alpha$ . Essa redução pode ser representada, como do uso de modais de transporte mais rápidos na interconexão entre os *hubs*.

Campbell (1994) descreve três abordagens para problemas HCE. A primeira se baseia na análise de atendimento sobre o *path* completo, ou seja, o conjunto de arcos  $i \rightarrow k \rightarrow m \rightarrow j$ , a segunda se baseia no estudo de um arco qualquer, e a última está baseada na investigação de arcos entre os nós de origem/destino e seu *hub* ( $i \rightarrow k$  e  $j \rightarrow m$ ).

A primeira formulação do problema HCE definida por Campbell (1994) possui as seguintes variáveis de decisão:

- $X_{ijkm}$  define a percentual do fluxo, entre os nós de origem  $i$  e de destino  $j$ , que passa pelos *hubs*  $k$  e  $m$ . O *path* é definido pelos nós  $i, j, k$  e  $m$ ;
- $Y_k$  – é uma variável binária, que representa se o nó  $k$  é um *hub* ou não;
- $t_{ij}$  define o tempo ou o custo de transporte entre a localidade  $i$  e  $j$ , sendo  $T_{ijkm}$  o tempo total entre o nó de origem e o nó de destino, definido por:  $T_{ijkm} = t_{ik} + \alpha t_{km} + t_{mj}$ . O valor de  $\alpha$  existente na fórmula representa a redução do tempo ou do custo de transporte entre os nós  $i$  e  $j$ , a qual é decorrente do uso de modais de transporte mais rápidos entre os *hubs*.

É importante observar que, alguns autores, tais como (Kara & Tansel, 2000), substituem a variável  $X_{ijkm}$  pelo produto de duas variáveis binárias  $X_{ik}$  e  $X_{jm}$ , o que pode ser compreendido como a existência de fluxo entre o nó de origem  $i$  e o de destino  $j$ , se e somente se, os nós de origem e de destino estiverem alocados às seus respectivos *hubs*  $k$  e  $m$ .

Desta forma, de acordo com Campbell (1994), a modelagem de um problema HCE é dada por:

$$\text{Min Max } \{X_{ijkm} T_{ijkm}\} \quad (1)$$

sujeito:

$$\sum_k Y_k = p; \quad (2)$$

$$\sum_k \sum_m X_{ijkm} = 1; \forall i, j \quad (3)$$

$$X_{ijkm} \leq Y_k, \forall i, j, k \text{ e } m; \quad (4)$$

$$X_{ijkm} \leq Y_m, \forall i, j, k \text{ e } m; \quad (5)$$

$$0 \leq Y_k \leq 1 \text{ e inteira } \forall k \quad (6)$$

$$0 \leq X_{ijkm} \leq 1 \text{ e inteira } \forall i, j, k \text{ e } m \quad (7)$$

A função objetivo (1) visa minimizar a máximo custo (e.g. tempo ou custo) entre quaisquer nós  $i$  e  $j$ . A restrição (2) restringe o número de *hubs* ao valor  $p$  – *input* do problema, a restrição (3) assume que os fluxos da origem  $i$  ao destino  $j$  serão roteados por um par de *hubs*  $k$  e  $m$ . As restrições (4) e (5) garantem que os fluxos de entrada e saída no nível de hub serão realizados somente através dos *hubs*  $k$  e  $m$ . A restrição (6) define a variável binária  $Y_k$ , que pode assumir valor 1, caso o nó  $k$  seja um *hub* e, caso contrário, sendo 0. e a restrição (7), diferente do HMP, apresenta valores inteiros 0 e 1, que representam a existência ou não de fluxo pelo *path* composto pelos nós  $i, j, k$  e  $m$ .

Em função de sua natureza combinatória e, conseqüentemente, do tempo computacional necessário para a sua solução, o problema HCE possui diversas relaxações lineares, tais com a apresentada por Kara e Tansel (2000), que propõe uma nova fórmula para o caso da alocação simples; bem como as descritas por Ernst et al. (2009), para os casos de alocação simples e múltipla. Como a análise das linalizações e ganhos de performance computacional está além do escopo da presente dissertação, informações adicionais podem ser encontradas nas seguintes referências: (Campbell, 1994; Skorin-Kapov et al., 1996; Kara, 2000; Ernst et al., 2009).

Cabe observar, que o modelo HCE apresenta custo unitários médios de transporte superiores aos apresentados no modelo HMP, haja vista não observar o fluxo de demanda, mas somente a distância entre pontos.

A grande diferença de custos entre os modelos pode ser explicada sobre dois aspectos:

1. Por observar a demanda, o modelo HMP identifica que *hubs* otimizam melhor as consolidações de fluxos e, por consequência, os custos de transporte associados.
2. Como o modelo HCE objetiva minimizar o tempo máximo de atendimento sobre o *path*, os *hubs* encontrados por ele não possuem relação com a demanda; ou seja, caso o nó de origem não seja um *hub*, haverá a necessidade de deslocamento da mercadoria até o ponto de entrada do nível de *hub*. Desta forma, o *path* encontrado é maior que o encontrado no HMP.

### 2.3.3 Problema de cobertura de Hub

De acordo com Daskin (1995), um problema de cobertura é definido como o conjunto de infraestruturas ou nós candidatos  $j$ , os quais são capazes de atender aos nós de demanda  $i$ , sendo a cobertura definida por um limite associado seja ele descrito por unidades de tempo ou distância.

O modelo de *p-hub covering* – HCO - determina que os pares de origem  $i$  e destino  $j$  serão atendidos pelos *hubs*  $k$  e  $m$ , caso estes estejam dentro de uma região de atendimento, ou dentro de um limite estabelecido. Da mesma forma que o modelo HCE, o modelo HCO possui três tipos de análise exemplificadas através da variável T (tempo), mas não se restringindo a ela, a saber:

- Análise sobre o tempo total, ou seja, os nós de origem  $i$  e destino  $j$  serão cobertos pelos *hubs*  $k$  e  $m$ , caso o tempo total  $T_{ijkm}$  seja inferior ao limite de atendimento definido por  $\beta_{ij}$ ;
- Análise do tempo realizada arco a arco, ou seja, os nós de origem  $i$  e destino  $j$  serão cobertos pelos *hubs*  $k$  e  $m$ , caso os componentes do tempo total  $t_{ik}$ ,  $\alpha_{km}$  e  $t_{mj}$  sejam inferiores ao limite de atendimento definido por  $\beta_{ij}$ ;
- Análise do tempo de atendimento para os arcos de origem e de destino, ou seja, os nós de origem  $i$  e destino  $j$  serão cobertos pelos *hubs*  $k$  e  $m$ , caso os arcos entre os nós de serviço e seus respectivos *hubs* estejam abaixo do limite de atendimento definido por  $\beta_{ij}$ , ou seja,  $t_{ik} < \beta_{ij}$  e  $t_{mj} < \beta_{ij}$ .

Como o objetivo da presente dissertação é encontrar um modelo de atendimento para a distribuição física, não faz sentido analisar os componentes do *path* ou a associação entre os nós origem/destino aos seus *hubs*, mas sim o *path* completo.

Campbell (1994) definiu três tipos de modelo de cobertura para análise do *path* completo, sendo estes: *p-hub covering* - HCO, *p-hub covering with penalties* - HCOwP e *Max covering* - HMCV. O modelo HCO, definido em Campbell (1994), possui as seguintes variáveis de decisão:

- $F_k$  representa o custo de criação de um *hub* em  $k$ , sendo usual considerar que o custo  $F_k$  é igual para todos os *hubs*;
- $Y_k$  é uma variável binária, que possui o valor 1 para representar se o nó  $k$  é um *hub* e, caso contrário, é 0;
- $X_{ijkm}$  define o percentual do fluxo, entre os nós de origem  $i$  e de destino  $j$ , que passa pelos *hubs*  $k$  e  $m$ . O *path* é definido pelos nós  $i$ ,  $j$ ,  $k$  e  $m$ ;
- $V_{ijkm}$  representa uma variável binária, que possui o valor 1 caso o par  $(i,j)$  seja atendido pelos *hubs*  $k$  e  $m$ , e caso contrário, o valor 0.

A forma padrão, baseada nas variáveis de decisão descritas anteriormente, é apresentada a seguir:

$$\text{Min } \sum_k F_k Y_k \quad (1)$$

sujeito

$$0 \leq Y_k \leq 1 \text{ e inteiro } \forall k \quad (2);$$

$$X_{ijk\tau n} \leq Y_k \forall i, j, k \text{ e } m \quad (3);$$

$$X_{ijk\tau n} \leq Y_m \forall i, j, k \text{ e } m \quad (4);$$

$$\sum_k \sum_{\tau n} V_{ijk\tau n} \cdot X_{ijk\tau n} \geq \forall i, j \quad (5).$$

A função objetivo (1) minimiza o número de *hubs*, através da minimização do seu custo de criação. A restrição (2) define se o nó  $k$  será um *hub* ou não, e as restrições (3) e (4) garantem que os fluxos serão roteados, se e somente se, os nós  $k$  e  $m$  forem *hubs*. A restrição (5) define se os nós de origem  $i$  e destino  $j$  serão atendidos, ou não, pelos *hubs*  $k$  e  $m$ .

Analisando-se a forma padrão, é possível verificar que se trata de um modelo endógeno no que se refere ao número de *hubs*, ou seja, tal parâmetro é objeto de decisão do modelo.

Esta modelo proposta por Campbell (1994) foi, posteriormente, revista por Kara e Tansel (2003), Ernst et. al.(2005) e Wagner (2007). As linearizações, apresentadas por Kara e Tansel (2003), tiveram - como foco principal - a melhoria computacional do problema, em especial o modelo HC-Lin descrito pelos autores. Em Ernst et. al.(2005), os autores aplicam conceito raio de atendimento derivado do modelo HCE, mas com uma formulação específica destinada à aplicação de cobertura. Por último, Wagner (2007) apresenta uma melhoria computacional sobre o modelo HC-Lin, apresentado em Kara & Tansel, (2003), através do pré-processamento dos nós que compõem a rede.

Conforme mencionado anteriormente, o modelo HCOwP, o qual foi proposto por Campbell (1994), identifica que pares não são atendidos, bem como estabelece uma penalidade para este não atendimento. Este modelo apresenta as seguintes variáveis adicionais ao primeiro modelo apresentado pelo autor:

- $p_{i,j}$  representa o valor da penalidade pelo não atendimento;
- $u_{i,j}$  é uma variável binária, que possui valor 1 caso o par  $(i,j)$  não seja atendido e, caso contrário, 0.

$$\text{Min} \sum_k F_k Y_k + \sum_i \sum_j p_{ij} u_{ij} \quad (1)$$

sujeito:

$$X_{ijkm} \leq Y_k \forall i, j, k \text{ e } m \quad (2);$$

$$X_{ijkm} \leq Y_m \forall i, j, k \text{ e } m \quad (3);$$

$$\sum_k \sum_m V_{ijkm} \cdot X_{ijkm} \geq \forall i, j \quad (4)$$

$$0 \leq Y_k \leq 1 \text{ e inteiro } \forall k \quad (5).$$

A função objetivo (1) minimiza o custo de construção de *hubs*, observando a penalidade pelo não atendimento aos pares ( $i, j$ ), definidos pela variável binária  $u_{ij}$ . A restrição (2) define se o nó  $k$  será um *hub* ou não. As restrições (3) e (4) garantem que os fluxos de entrada e saída do nível de hub serão roteados, se e somente se, os nós  $k$  e  $m$  sejam *hubs*. A restrição (5) define se os nós de origem  $i$  e destino  $j$  são atendidos, ou não, pelos *hubs*  $k$  e  $m$ .

Entretanto, conforme Campbell (1994) alerta, a não limitação do número de *hubs* pode levar a uma quantidade de infraestruturas superior ao nível de recursos financeiros disponíveis, o que inviabiliza uma tomada de decisão. Desta forma, é necessário uma abordagem alternativa (i.e. exôgena) através da inclusão da variável que totaliza o número de *hubs* e que passa a ser um *input* do problema, tornando-a limitada aos recursos disponíveis.

Para isso, Campbell (1994) utiliza o terceiro tipo de problema de cobertura apresentado pelo autor – HMCV -, o qual considera que dado um número  $p$  de *hubs*, quanto da demanda existente será possível atender. Para isso, o modelo se utiliza das seguintes variáveis de decisão:

- $W_{ij}$  – representa a demanda entre o nó de origem  $i$  e o nó de destino  $j$ ;
- $X_{ijkm}$  – define o percentual do fluxo, entre os nós de origem  $i$  e de destino  $j$ , que passa pelos *hubs*  $k$  e  $m$ . O *path* é definido pelos nós  $i$ ,  $j$ ,  $k$  e  $m$ ;
- $V_{ijkm}$  – variável binária, que possui valor 1 caso o *path* esteja abaixo do limite estabelecido para a cobertura ou, caso contrário, 0;
- $Y_k$  – variável binária, que possui valor 1 caso o nó  $k$  seja um *hub* ou, caso contrário, 0;

A forma padrão é descrita abaixo:

$$\text{Max } W_{ij} X_{ijk\tau m} V_{ijk\tau m} \quad (1)$$

sujeito:

$$\sum_k Y_k = p \quad (2);$$

$$\sum_k \sum_{\tau m} X_{ijk\tau m} = 1 \forall i, j \quad (3);$$

$$X_{ijk\tau m} \leq Y_k \forall i, j, k \text{ e } m \quad (4);$$

$$X_{ijk\tau m} \leq Y_{\tau m} \forall i, j, k \text{ e } m \quad (5);$$

$$0 \leq X_{ijk\tau m} \leq 1 \forall i, j, k \text{ e } m \quad (6).$$

$$0 \leq Y_k \leq 1 \text{ e inteiro } \forall k \quad (7).$$

A função objetivo (1) visa maximizar o atendimento da demanda  $W_{ij}$ , através das condições definidas pela variável  $V_{ijk\tau m}$  sobre o *path*  $X_{ijk\tau m}$ . A restrição (2) define o número de *hubs* igual à  $p$ , sendo representada pela variável binária  $Y_k$  definida pela restrição (7). A restrição (3) garante que o fluxo, entre os nós de origem  $i$  e de destino  $j$ , será roteado pelos *hubs*  $k$  e  $m$ . As restrições (4) e (5) asseguram que os fluxos de entrada e de saída do nível de *hub* serão realizados através dos *hubs*  $k$  e  $m$ . A restrição (6) define o *path* percorrido entre o nó de origem  $i$  e o nó destino  $j$ , através dos *hubs*  $k$  e  $m$ .

Como no problema HCE, é importante observar que os modelos HCO e HCOwP não levam em consideração a demanda em sua análise, mas sim o tempo de atendimento entre nós. Desta forma, qualquer alteração no padrão de dispersão da demanda não alterará a topologia encontrada na solução do problema, já o modelo HMCV apresenta modificações em sua topologia quando observa-se mudanças na demanda.

### 2.3.4 Problema de localização de *Hubs* sem limite de capacidade

De acordo com Campbell (1994), o problema de localização de *hubs* sem limite de capacidade – *uncapacitated hub location problem* - UHL tem, como objetivo, minimizar o custo total; ou seja, reduzir o custo de transporte através da agregação de fluxos, adicionando-se ainda o custo da criação de *hubs*.

Como em alguns modelos de cobertura, também nesta abordagem o número de *hubs* não é especificado, mas sim decidido pelo modelo, ou seja, é uma decisão endógena. Sua formulação possui as seguintes variáveis de decisão:

- $W_{ij}$  – representa a demanda entre o nó de origem  $i$  e o de destino  $j$ .
- $X_{ijk\tau m}$  – define a fração do fluxo de materiais originada em  $i$  com destino até  $j$ , como também o *path* utilizado entre os nós de origem e de destino.



- $Y_k$  – variável binária, que possui o valor 1 quando o nó  $k$  é um hub ou, caso contrário, 0.
- $F_k$  – custo fixo associado à criação de um *hub* em  $k$ .

Sua forma padrão é dada por:

$$\text{Min} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_m W_{ij} X_{ijkm} C_{ijkm} + \sum_k F_k Y_k \quad (1)$$

sujeito:

$$\sum_k \sum_m X_{ijkm} = 1 \forall k \quad (2);$$

$$X_{ijkm} \leq Y_k \forall i, j, k, m \quad (3);$$

$$X_{ijkm} \leq Y_m \forall i, j, k, m \quad (4);$$

$$0 \leq Y_k \leq 1 \text{ e inteiro } \forall k \quad (5);$$

$$0 \leq X_{ijkm} \leq 1 \forall k \quad (6).$$

A função objetivo (1) visa minimizar o custo total associado à demanda  $W_{ij}$ , levando em consideração os custos de transporte e de criação dos *hubs*. A restrição (2) garante que o fluxo entre os nós de origem  $i$  e destino  $j$  serão roteados pelos *hubs*  $k$  e  $m$ . As restrições (3) e (4) asseguram que os fluxos de entrada e saída do nível de *hub* serão realizados através dos *hubs*  $k$  e  $m$ . A restrição (5) tem o objetivo de identificar se o nó  $k$  é um *hub* ou não (6) define a fração do fluxo que percorre o *path* e a restrição.

Caso o estudo da capacidade das infraestruturas (i.e. *hubs*) seja relevante o modelo UHL, conforme Campbell (1994) exemplifica, pode ser modificado para um modelo capacitado através da inclusão da seguinte variável de decisão:

- $\Gamma_k$  – representa a capacidade da *hub* existente em  $k$ .

Além da nova variável, deve-se incluir, na formulação apresentada, a seguinte restrição para análise da capacidade dos *hubs*:

$$\sum_i \sum_j W_{ij} \left[ \sum_m (X_{ijkm} + X_{ijmk}) - X_{ijkk} \right] \leq \Gamma_k Y_k \forall k \quad (7)$$

A restrição (7) define que a demanda  $W_{ij}$  passará pelo hub  $k$ , caso o mesmo tenha capacidade para suportar o fluxo entrante vindo de  $i$ , adicionando-se o fluxo entrante vindo de  $m$ , subtraindo-se o fluxo destinado ao hub  $k$ .

## 2.4 Extensão temporal dos modelos *hub-spoke*

Após analisar todos os modelos *hub-spoke*, percebe-se que duas características são evidentes, que são a característica espacial e estática; ou seja, todos os modelos apresentam um conjunto de localidades fixas, e realizam análises sobre um grupo de variáveis que apresentam um único conjunto de valores no

tempo. Esse tipo abordagem ou problema é classificado, na literatura científica, como: *Static Facility Locations Problem (STFLP)* (Arabani & Farahani, 2012)

Apesar de grande parte dos modelos de localização serem STFLP, a análise do tempo em problemas de localização, sejam eles *hub-spoke* ou não, é muito importante, pois expande o estudo das variáveis de decisão de um ponto no tempo (estático), para uma visão de horizonte de planejamento composta por múltiplos períodos, o que resulta em um melhor entendimento do ambiente estudado.

A importância da análise multiperíodos é justamente suprir a necessidade de uma análise dinâmica, representando melhor as características variáveis no tempo, tais como a demanda, os custos de transporte, a realocação e o redimensionamento de infraestruturas (Erlenkotter, 2003).

De acordo com Arabani & Farahani (2012), existem dois tipos de *dynamic facility locations problems (DFLP)*, a saber:

1. *Explicit dynamic models* - modelos explicitamente dinâmicos – neste tipo de problema, por exemplo, as infraestruturas são abertas e fechadas em momentos pré-determinados, sendo especificados quais locais serão abertos ou fechados.
2. *Implicit dynamic models* - modelos dinâmicos implícitos – neste tipo de problemas, por exemplo, as infraestruturas são abertas em diversos períodos de tempo, mas permanecem abertas por todo o horizonte tempo.

A transformação de um modelo estático em dinâmico começa com a inclusão de um novo índice  $t$  nos modelos, que representa um instante de tempo no horizonte de estudo ou de planejamento.

A definição do horizonte de planejamento pode ser realizada através de duas técnicas: discreta e contínua. A técnica discreta representa o horizonte de planejamento, através de um domínio finito e inumeráveis de instantes de tempo (i.e.,  $T$  (meses do ano) =  $\{0,1,2, \dots, 12\}$ ). No que diz respeito à técnica contínua, esta representa o horizonte de planejamento, através de um intervalo contínuo de tempo (i.e.  $T = [0, \infty[$ ).

Como o tratamento de intervalos contínuos requer maior esforço computacional, a maioria dos sistemas dinâmicos utiliza a chamada “discretização” do tempo, ou seja, o tempo contínuo é representado por intervalos uniformes discretos, chamados de períodos.

Desta forma, à princípio, todos modelos descritos anteriormente podem ser adaptados a problemas de localização multiperíodos, através da inclusão de um índice  $t$  e subsequente adaptação das restrições de maneira a levar em conta a dimensão temporal.

Conforme mencionado, o principal ganho dos sistemas dinâmicos é analisar as variáveis de decisão no tempo. Dentro das variáveis apresentadas nos modelos, descritos na presente dissertação, a mais estratégica é a que representa a existência de um *hub* em um determinado nó. Essa importância, conforme descrito na seção 2.3, deve-se à redução de custos proporcionada pela consolidação de fluxos, e pelo investimento necessário para sua criação.

Desta forma, os modelos dinâmicos ajudam a analisar como esses ganhos se comportam no tempo, possibilitando que eles se justifiquem, ou não, no horizonte de planejamento. No caso da distribuição física associado ao envio de equipamentos e pessoas responsáveis pela prestação dos serviços de telecomunicações, essa infraestrutura (*hub* ou ponto central) tem importância estratégica na prestação do serviço, o que torna o horizonte de planejamento longo, justificando o uso de modelos dinâmicos implícitos.

### **3 Análise e escolha do modelo de representação**

Conforme descrito nas seções anteriores, os diversos modelos *hub spoken* apresentados possuem diversas características que podem ou não ser adequadas para representar o problema de distribuição física descrito na seção 2.1 da presente dissertação.

Para isso é necessária uma análise dos modelos apresentados de forma a encontrar o que melhor se adequa ao problema.

Analisando-se o modelo HMP, observa-se que sua principal função é a redução do custo total de transporte, a qual é feita através da redução da distância percorrida pelos fluxos de mercadoria.

Entretanto, apesar das variáveis existentes no modelo representarem grande parte do problema em estudo, o modelo HMP não representa a melhor configuração, pois não endereça o custo total de operação composto pelo custo de transporte e pelo custo de criação e operação dos *hubs*.

Analisando-se o modelo HCP, observa-se que seu principal objetivo é minimizar o custo máximo de transporte entre os nós de origem e destino. Desta

forma, sua importância deve-se a análise do pior caso do problema estudado o que já o descarta da análise, pois o objetivo desta dissertação é encontrar o modelo que melhor representa o problema descrito no item 2.1 e não o seu pior caso.

Seguindo para o modelo HCO, observa-se que seu objetivo é definir uma rede de distribuição que seja capaz de cobrir todos os pontos de demanda ou, no caso do modelo HCOwP, maximizar o atendimento a esses pontos.

Entretanto, os modelos cobertura (HCO e HCOwP) carecem, tal como o modelo HMP, da análise do custo total, ou seja, não observam custo de criação dos *hubs*. Além disso, os modelos não observam a dinâmica da demanda na criação de sua rede de distribuição o que encarece o custo de transporte do modelo.

O último modelo de cobertura HCMV é o único que observa o fluxo de demanda, mas pelo fato de considerar o número de hubs como input do problema torna sua aplicação pouco prática, pois não se chega através do modelo a infraestrutura ótima de atendimento. Adicionalmente a isto, o modelo HCMV também não apresenta o custo total de operação.

O modelo UHL tem como objetivo reduzir o custo total, ou seja, custo de transporte adicionando-se o custo de criação dos *hubs*. Além disso, sua função objetivo utiliza a demanda como fator determinante para a escolha *path* entre o nó de origem e de destino.

Desta forma, conclui-se que o modelo UHL é o mais adequado na representação do problema em estudo. Entretanto, o mesmo precisa ser adaptado para melhor representar a operação dos *hubs* no que tange a criação, manutenção e fechamento dos pontos de distribuição (*hubs*).

### 3.1 Adequação do modelo escolhido para análise em múltiplos períodos

De forma a descrever os desafios encontrados no planejamento de um serviço de telecomunicações, o modelo UHL foi reformulado, a fim de ser capaz de considerar o problema sob uma perspectiva de múltiplos períodos. Essa adaptação ao problema considera as seguintes variáveis de decisão:

- $W_{ijt}$  – representa a demanda do nó de origem  $i$  ao nó de destino  $j$  no instante  $t$ ;
- $X_{ijkmt}$  – variável binária, que possui o valor 1 quando o *path* entre nós de origem  $i$  e de destino  $j$  são atendidos pelos *hubs*  $k$  e  $m$  no instante  $t$  e, caso contrário, 0;

- $Z_{ikt}$  – variável binária, que possui o valor 1 quando o nó de origem  $i$  está associado ao hub  $k$  e, caso contrário, 0.
- $C_{ijkm}$  – variável não negativa, que representa o custo de transporte entre o nó de origem  $i$  e o nó de destino  $j$ . Seu valor é calculado através da seguinte formulação:  $c_{ik} + \alpha \cdot c_{km} + c_{mj}$ ;
- $C_{kt}$  – variável binária, que possui o valor 1 quando o nó  $k$  é um *hub* no período  $t$  e, caso contrário, 0;
- $M_{kt}$  – variável binária, que possui o valor 1 quando o hub  $k$  está em operação no período  $t$  e, caso contrário, 0;
- $T_{kt}$  – variável binária, que possui o valor 1 quando o hub  $k$  é fechado no período  $t$  e, caso contrário, 0;
- $CC$  – valor constante que representa o custo de abertura ou criação de um *hub*;
- $MC$  – valor constante que representa o custo de manutenção de um *hub*;
- $TC$  – valor constante que representa o custo de fechamento de um *hub*;
- 

Com base nas variáveis de decisão descritas anteriormente, a formulação do modelo *UHLMP – uncapacitated hub location problem with multi periods* é dada por:

$$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_m \sum_t C_{ijkm} * W_{ijt} * X_{ijkmt} + \sum_k \sum_t C_{kt} * CC + \sum_k \sum_t M_{kt} * MC + \sum_k \sum_t T_{kt} * TC \quad (1)$$

*Sujeito*

$$\sum_k Z_{ikt} = 1, \forall i, j \quad (2)$$

$$\sum_k X_{ijkmt} = Z_{jmt}, \forall i, j, m, t \quad (3)$$

$$\sum_k X_{ijkmt} = X_{ikt}, \forall i, j, k, t \quad (4)$$

$$\sum_k C_{kt} \leq 1, \forall k \quad (5)$$

$$\sum_t T_{kt} \leq 1, \forall k \quad (6)$$

$$M_{kt} = \sum_{\ell \leq t} C_{k\ell} + \sum_{\ell \leq t-1} T_{k\ell} \forall k, t \quad (7)$$

$$Z_{ikt} \leq M_{kt} \forall i, k, t \quad (8)$$

$$Z_{ikt}, X_{ijkmt}, C_{kt}, M_{kt}, T_{kt} \in \{0, 1\} \quad (9)$$

$$C_{ijkmt} = c_{ik} + \alpha c_{kmt} + c_{jmt}, \forall i, j, k, m, t; \quad (10)$$

$$W_{ijt} \geq 0 \text{ e } C_{ijkmt} \geq 0. \quad (11)$$

$$CC, MC \text{ e } TC \geq 0. \quad (12)$$

A função objetivo (1) visa minimizar os custos totais, ou seja, somando-se o custo de transporte, o custo de criação, custo de manutenção e o custo de retirada de hubs no tempo.

A função objetivo também realiza os vínculos entre os tempos  $t$  e  $t-1$ , possibilitando que os custos de criação, manutenção e retirada dos *hubs* seja adicionado cada um em seu tempo.

As restrições (2) garantem que cada nó  $i$  esteja ligado à somente um *hub* em qualquer período  $t$ . A restrição (3) representa a entrada do fluxo proveniente do nó  $i$  no nível de *hub*, através do *hub*  $k$ , sendo esse fluxo denominado *inbound*. A restrição (4) descreve a saída do fluxo do nível de *hub*, agora chamado de *outbound*, para o nó de destino  $j$ , sendo a saída realizada no *hub*  $m$ .

As restrições (5) e (6) garantem que um *hub* só pode ser criado ou fechado uma vez no horizonte de planejamento. A restrição (7) garante que um dado *hub*  $k$  opere somente no intervalo entre a sua criação e fechamento. A restrição (8) garante que um nó de origem  $i$  esteja associado a um *hub*  $k$  caso este tenha sido criado.

As equações de (9) a (12) definem as restrições de integralidade das variáveis utilizadas no modelo.

Conforme descrito acima, as principais diferenças do modelo multiperíodo para o modelo original, deve-se – principalmente – a dois fatores: a inclusão do conceito de tempo/período, e o uso do índice  $t$  de forma a identificar os períodos de criação, manutenção e retirada dos hubs dentro do horizonte de planejamento.

Essa modelagem em particular permite modelar o ciclo de vida de um *hub* identificando os principais custos existentes dentro do horizonte de planejamento.

## 4 Estudo de caso:

De forma a exemplificar a importância dos assuntos discutidos nesta dissertação, será utilizado um estudo de caso, o qual foi inspirado no atendimento de uma operadora satélite à uma grande operadora brasileira.

Para a análise do estudo de caso, utilizou-se um computador Intel Core i7 de 2,2 GHz, com 16 Gbytes de memória RAM e, como software de modelagem, a plataforma AIMMS na versão 4.1 de 64 bits para MAC OS.

Os tempos de execução observados na aplicação do modelo multiperíodo descrito no item 3.1 serão descritos no decorrer das seções do estudo de caso.

Como as informações aqui descritas são de caráter confidencial e estratégico, o nome da empresa será omitido, sendo a mesma identificada no decorrer do caso pela sigla “EMPSAT”.

### 4.4 Descrição do estudo de caso:

A EMPSAT é uma fornecedora de serviços satélite no mercado nacional e internacional, que é altamente reconhecida por sua agilidade e qualidade na prestação do serviço. Em sua atuação no Brasil, a EMPSAT não possui um satélite próprio e não fabrica equipamentos de radiofrequência, sendo obrigada a alugar faixas de frequências dos fornecedores de segmento satélite, e a importar equipamentos de rádio frequência dos Estados Unidos e da Europa.

Os principais serviços via satélite ofertados (i.e. transferência de dados e voz entre sites, etc.) pela EMPSAT caracterizam-se por prover comunicação entre dois pontos, cujas distâncias entre si estão na ordem de centenas até milhares de quilômetros.

A infraestrutura utilizada nestes tipos de serviço é caracterizada pela existência de dois conjuntos funcionais, o primeiro composto por antena e equipamento de radiofrequência, e o segundo composto pelo satélite e sua frequência de operação. A primeira antena, chamada de transmissora, é responsável por transmitir um sinal eletromagnético de frequência ( $f_1$ ) chamado de *up-link*. A segunda antena, conhecida como receptora, é caracterizada por receber outro sinal eletromagnético de frequência ( $f_2$ ), chamado *down-link*. Assim, resta, ao satélite, a tarefa de converter os sinais ( $f_1 \rightarrow f_2$  e  $f_2 \rightarrow f_1$ ) e de, então, retransmiti-los à terra, conforme a Figura 10.

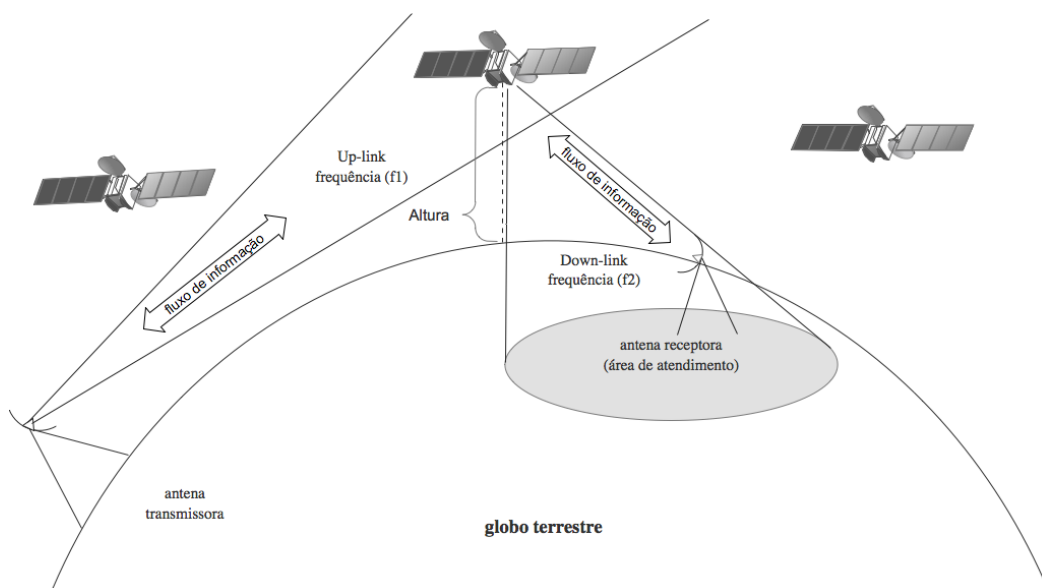


Figura 10 – Elementos que compõem o sistema de comunicação via satélite.  
Fonte: Elaboração própria

Devido a grande dimensão geográfica do país, a operação da EMPSAT no Brasil é baseada no uso de antenas que utilizam a tecnologia VSAT – *Very Small Aperture Terminal*, destinada ao tráfego de dados seja para acesso a Internet, seja para a interconexão de redes corporativas.

O fato de não possuir os insumos básicos para a prestação do serviço (i.e., segmento espacial e fabricação de equipamentos de radiofrequência próprios), deixa a EMPSAT em posição desfavorável junto à concorrência, exigindo uma austeridade de custos acima da praticada pelo mercado.

Recentemente, a EMPSAT assinou um contrato de fornecimento de acesso de “última milha”, via satélite, junto a uma grande operadora brasileira. A função da EMPSAT, neste contrato, é ser responsável por prover acesso satélite entre o cliente final desta operadora e seu *backbone* de dados.

O referido contrato possui características novas à EMPSAT, tais como: (i) atendimento em todo território nacional na prestação e manutenção do acesso satélite; (ii) tempo de atendimento (i.e., tempo entre o pedido de compra até sua implementação) de até 5 dias úteis para todo o território brasileiro, e (iii) multa contratual no valor de 25% do valor cobrado mensalmente pelo serviço prestado pela EMPSAT ao cliente, caso o prazo de 5 dias úteis para a implementação não seja atendido.

Preocupada em prover uma infraestrutura de atendimento capaz de atender os requisitos do contrato e ter o menor investimento possível, a EMPSAT disponibiliza, em todo o território nacional, equipes responsáveis por implantar os



equipamentos (i.e., antenas e equipamentos de radiofrequência). Entretanto, em virtude do custo associado à manutenção de estoques locais, a EMPSAT - através de seu planejamento logístico - decide manter, em seu principal fornecedor nacional, um estoque de antenas, localizado no estado do Paraná. Além disso, a EMPSAT mantém, em sua matriz, localizada no Rio de Janeiro, um estoque de equipamentos de radiofrequência.

Seguindo o objetivo de reduzir custos, a EMPSAT decide consolidar o envio dos equipamentos, através de um grande operador logístico, no ponto de armazenagem das antenas localizado em Curitiba/Paraná.

Passados 22 períodos após a assinatura do contrato, a EMPSAT verificou os seguintes números de demanda e custos totais de transporte associados a esta operação:

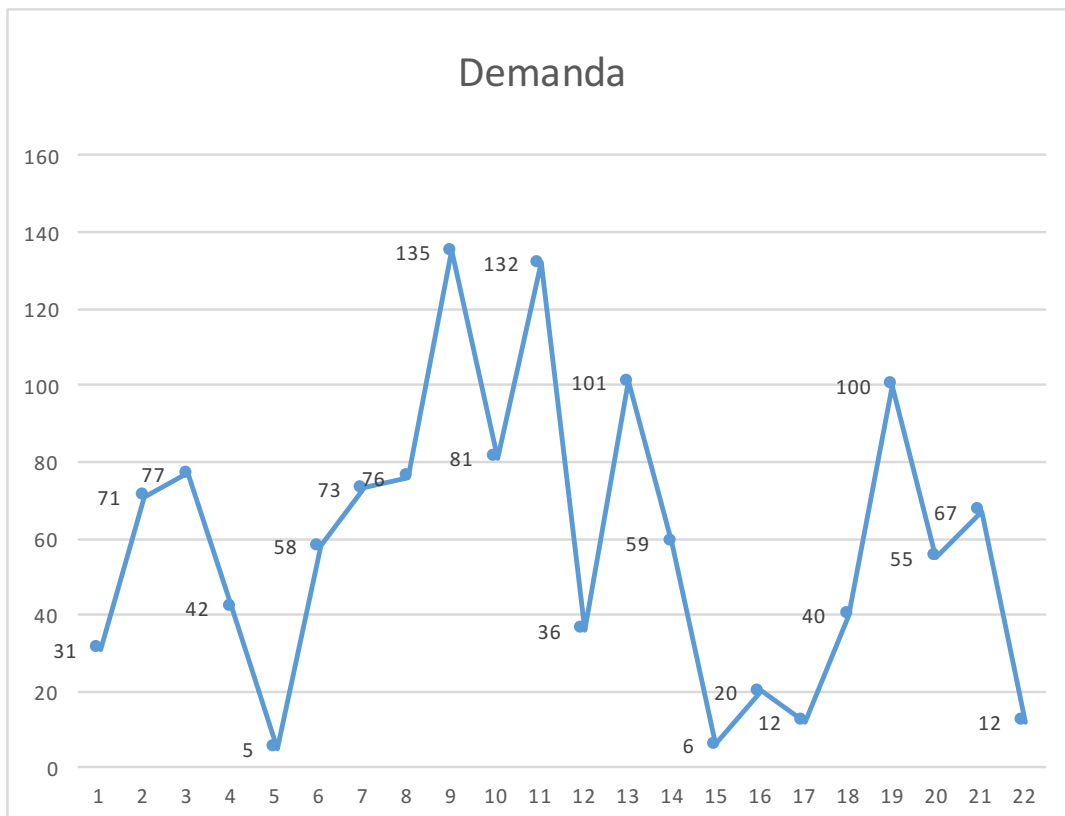


Figura 11 - Gráfico de demanda - 22 períodos

Fonte: Elaboração própria

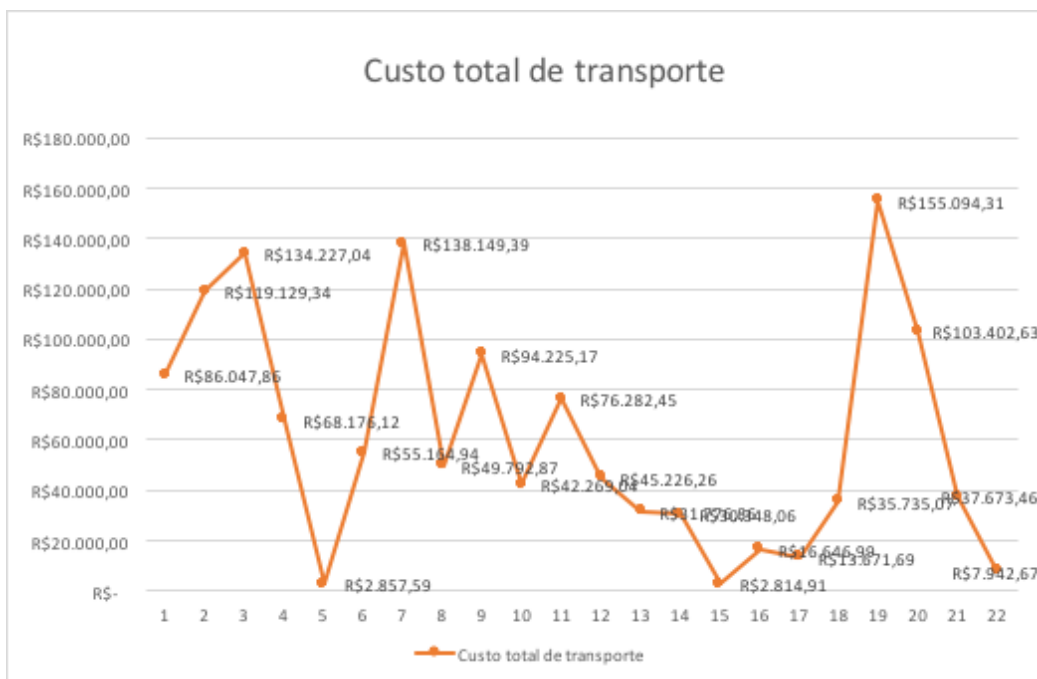


Figura 12 - Custo total de transporte - 22 períodos

Fonte: Elaboração própria

Analisando a evolução dos custos médio de transporte x o crescimento da demanda nos 22 períodos, verificou-se que a relação entre o aumento da demanda e a evolução do custo de transporte não apresenta uma relação direta, ou seja, o aumento da demanda não resultava sempre no aumento do custo de transporte, conforme descrito na figura abaixo:

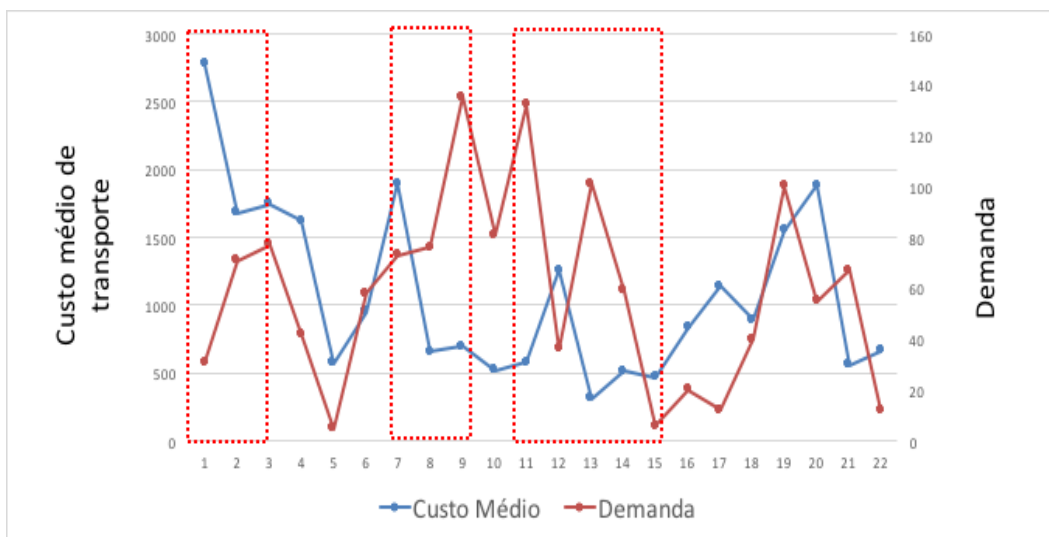


Figura 13 - Custo médio de transporte x Demanda

Fonte: Elaboração própria

A dissociação entre o aumento da demanda e o custo de transporte leva a EMPSAT observar o comportamento da demanda e sua dispersão, com o objetivo

de melhorar a infraestrutura de distribuição física responsável pela prestação do serviço.

#### 4.5 Análise do estudo de caso

Para encontrar o porquê desta dissociação, utilizou-se a análise gráfica como ferramenta de estudo da dispersão da demanda no território nacional.

A análise gráfica foi feita através da “plotagem” dos pontos atendidos período a período. Observando-se os períodos 1 e 2, verifica-se que o primeiro é caracterizado por uma distribuição dispersa, ou seja, não há nenhum estado com um grande número de estações.

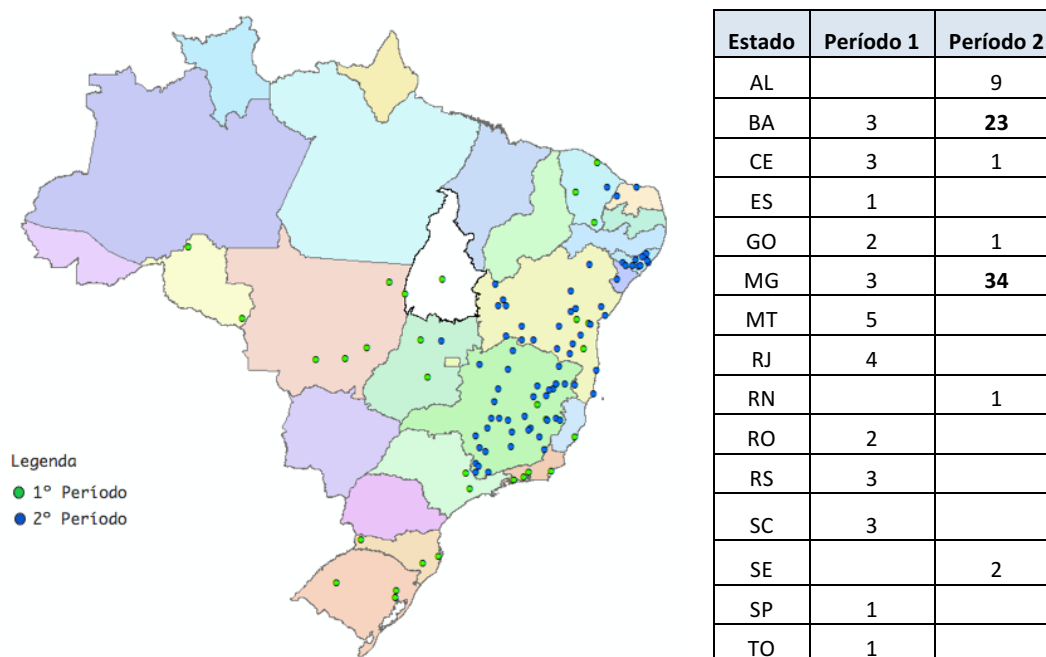


Figura 14 - Demanda período 1 e período 2  
Fonte: Elaboração própria

Entretanto, observando-se o segundo período, verifica-se uma concentração de estações em alguns estados, são eles: Bahia (BA) com 32,23% da demanda e Minas Gerais (MG) com 47,88% da demanda.

Essa concentração também é vista nos períodos 7, 8 e 9 conforme verificado no mapa abaixo:

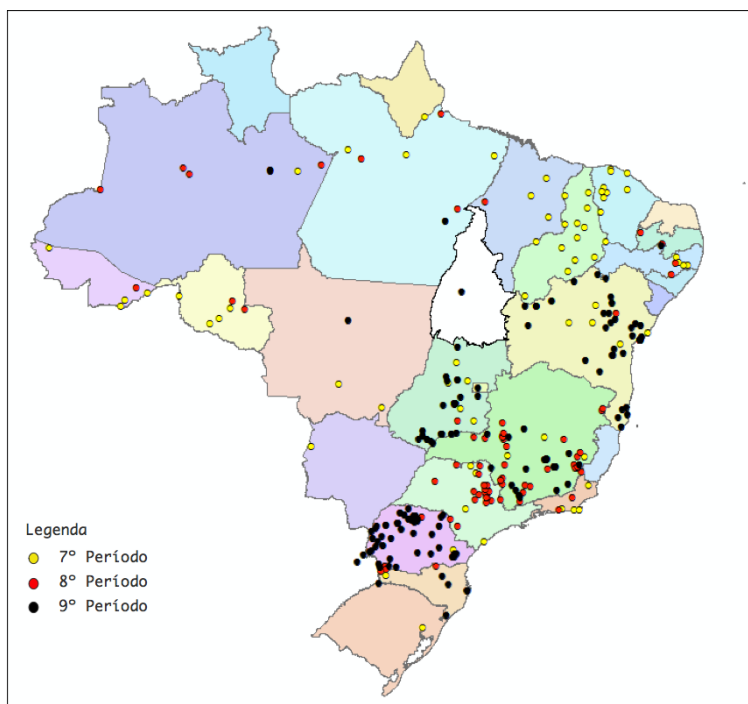


Figura 15 - Demanda período 7, 8 e 9  
 Fonte: Elaboração própria

Observando-se a distribuição da demanda na tabela abaixo, verifica-se que no período 8, o estado de MG possui 41% da demanda e no período seguinte os estados de MG, PR e GO possuem respectivamente 12%, 38% e 16% da demanda.

Estado	Período 7	% da UF no período	Período 8	% da UF no período	Período 9	% da UF no período
PA	3	4%	3	4%	1	1%
MG	3	4%	34	<b>41%</b>	19	<b>12%</b>
DF		0%		0%	1	1%
MS	1	1%		0%		0%
MT	2	3%		0%	1	1%
PR	3	4%	3	4%	60	<b>38%</b>
SC	1	1%	5	6%	6	4%
CE	10	13%		0%		0%
GO	7	9%	2	2%	25	<b>16%</b>
PB		0%	1	1%		0%
AP	1	1%		0%		0%
AM	1	1%	5	6%	1	1%
TO		0%		0%	1	1%
RS	1	1%		0%		0%
RO	4	5%	2	2%		0%
PE	4	5%	3	4%	1	1%
AC	4	5%	1	1%		0%
RJ	4	5%	2	2%		0%

BA	7	9%	1	1%	42	<b>27%</b>
MA	3	4%	1	1%		0%
SP	4	5%	19	<b>23%</b>		0%
PI	13	17%		0%		0%

Tabela 2 - Demanda e % da demanda no período

Fonte: Elaboração própria

Esse mesmo comportamento ocorre nos períodos 11, 12, 13 e 14 conforme descrito na tabela abaixo:

Estados	Período 11	% da UF no período	Período 12	% da UF no período	Período 13	% da UF no período	Período 14	% da UF no período
PA		0%		0%		0%		0%
MG	36	<b>25%</b>	17	<b>40%</b>	55	<b>53%</b>	31	<b>49%</b>
RR		0%	1	2%		0%		0%
DF	6	4%	1	2%		0%	1	2%
MS	3	2%		0%		0%		0%
MT	12	8%		0%		0%	3	5%
PR	20	<b>14%</b>		0%	5	5%	1	2%
SC	28	<b>19%</b>		0%	10	10%		0%
CE		0%	2	5%		0%		0%
GO	9	6%	1	2%	8	8%	3	5%
PB	1	1%	3	7%		0%		0%
AP		0%	7	<b>16%</b>		0%		0%
AM	3	2%	1	2%	2	2%		0%
RN		0%	3	7%		0%		0%
TO	7	5%		0%		0%		0%
RS	2	1%		0%	1	1%		0%
RO	1	1%	1	2%	4	4%	10	16%
PE	1	1%	1	2%		0%		0%
RJ	1	1%		0%		0%		0%
BA	3	2%	1	2%	4	4%	8	<b>13%</b>
MA		0%	3	7%	4	4%		0%
SP	12	8%	1	2%	9	9%	5	8%
ES		0%		0%	2	2%	1	2%

Tabela 3 - Demanda período 11, 12, 13 e 14

Fonte: Elaboração própria

Desta forma, como as demais condições, que definem o custo de transporte, continuam as constantes, infere-se que caso o aumento da demanda ocorra de maneira consolidada (i.e. dentro do estado) o custo de transporte tende a diminuir devido a consolidação dos fluxos entre o ponto de armazenagem e o estado atendido. Entretanto, caso o aumento demanda ocorra de forma esparsa o custo de

transporte tende a aumentar justamente pela falta de consolidação dos referidos fluxos.

Como não existe previsibilidade da demanda, torna-se necessário desenvolver uma estratégia de distribuição física que reduza o impacto da variabilidade da demanda no tempo, observando-se a consolidação dos fluxos como meio de redução de custo de transporte.

#### **4.5.1 Aplicação do modelo UHLP – *Uncapacitated Hub Location Problem***

Observando as características descritas pela análise gráfica exemplificada no item 3.5, verificou que a melhor forma de modelar a infraestrutura de atendimento necessária para o serviço seria a aplicação de modelos *hub-spoke*.

Conforme descrito na seção 3, o modelo que melhor se adequa ao problema é o modelo UHL – *Uncapacitated Hub Location*, sendo posteriormente adaptado na seção 3.1 através da adição da variável tempo e dos custos de criação, manutenção e término da operação de um *hub*.

Desta forma, com o uso do modelo adaptado será possível exemplificar as reduções de custos descritas na seção 2.3 da presente dissertação. Para isso, realizou-se as seguintes atividades:

- Levantamento das coordenadas geodésicas (i.e., latitudes e longitudes) das estações instaladas nos 22 períodos analisados;
- Obtenção da menor distância rodoviária, através do *Google Maps Distance Matrix API* (Google, 2014), entre pontos instalados e as capitais dos estados que compõem o território nacional. Através deste levantamento se identificou qual capital será responsável pelo atendimento de um conjunto de estações instaladas, representando desta forma a zona de atendimento desta capital, como também a sua demanda;
- Com base nas coordenadas geodésicas das capitais e através da *Google Maps Distance Matrix API* (Google, 2014), levantou-se a matriz de distâncias do ponto de armazenagem  $i$ , localizado em Curitiba, e a capital de destino  $j$ ;
- Com as distâncias entre capitais e as distâncias entre os pontos de atendimento as capitais, chega-se a distância total entre o ponto de

origem  $i$  e o ponto de destino  $j$ , possibilitando a análise completa do custo de transporte entre os pontos e seus respectivos hubs.

- Estimativa de custo médio de transporte definido em R\$ 1,47/Km, obtido através do histórico de custos referente aos 22 períodos de análise;
- Fator de redução do custo médio de transporte -  $\alpha = 0.70$  (Claudio & Silva, 2007).

#### 4.5.2 Redução do custo total através da aplicação direta do modelo

Conforme descrito na revisão bibliográfica da presente dissertação, o uso de modelos *hub-spoke* tem como objetivo a redução do custo total, seja ele representado somente pelo custo de transporte ou adicionando-se a este o custo de criação de hubs.

Adiciona-se aos custos descritos acima, através do modelo mencionado no item 3.1, os custos de manutenção e fechamento de hubs, o que possibilita uma análise mais clara e real dos ganhos obtidos com a aplicação do modelo.

Conforme descrito na introdução do estudo de caso, analisou-se a curva de demanda dos 22 períodos da empresa EMPSAT. Essa curva é agora apresentada na tabela 3 identificando-se a demanda de cada estado em dado período.

		Períodos																						
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
ESTADOS	SE		2	3	2																			
	PA				1		6	3	3	1	2							1		12	26	10		
	MG	3	35	44	8	1	6	3	34	19	15	36	17	55	31	1	2	1	8	10	9	49	1	
	RR													1										
	DF									1	1	6	1		1									
	MS				1			1				3					1	1		3	5			
	MT	5			2			2		1	4	12			3	1	1		4	10	1			
	PR							3	3	60	2	20		5	1	2		6	15	31	4	1		
	SC	3			2		5	1	5	6	19	28		10			2	1	1	7	1			
	CE	3	1		1		1	10					2							1				
	GO	2	1					7	2	25	7	9	1	8	3	1				7	2	2	1	11
	PB				3		3		1			1	3											
	AP							1					7											
	AL		9	6	3		7				1													
	AM							1	5	1		3	1	2					2	6		9		
	RN		1	7	1		2						3								3			
	TO	1								1	1	7								4	2		1	
	RS	3						1			12	2		1		1	7		2	3				
	RO	2						4	2			1	1	4	10		5	1		9				
	PE						4	4	3	1		1	1							5				
	AC							4	1												1			
	RJ	4		10	5		28	4	2		3	1										1	1	
BA	3	24	9	8		1	7	1	42	10	3	1	4	8					5	1				
MA				3	1	1	3	1		1		3	4							5	1			
SP	1				4		4	19		14	12	1	9	5	1	3	1	2		1				
PI							13													1				
ES	1			2										2	1									

Tabela 4 - Demanda por estado e por período

Fonte: Elaboração própria

Utilizando o valor de custo médio por quilômetro informado anteriormente na seção 4.5.1, verifica-se que o custo total de transporte foi de R\$ 2.952.219,95 no final dos 22 períodos.

O tempo de processamento observando na aplicação do modelo descrito no item 3.1 foi de 77,08 segundos, observando-se o valor mínimo de custos de R\$ 2.451.694,00 com a criação de um infraestrutura de distribuição composto de seis hubs.

	Períodos				
	1	2	6	7	19
PA					*
MG		*			
PR	*				
GO			*		
RO				*	
BA	*				

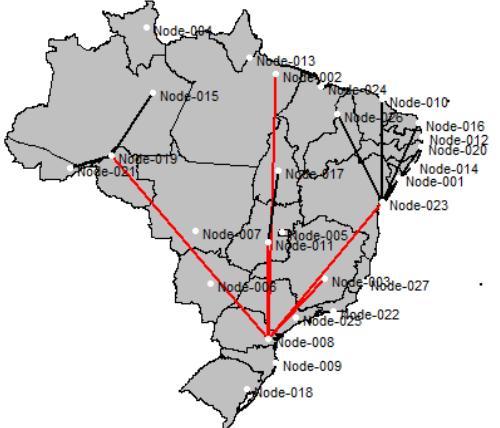


Tabela 5 – Tabela de *hubs* por estado e infraestrutura de atendimento para o período 19º  
Fonte: Elaboração própria

Através desta infraestrutura de atendimento, os fluxos de demanda são consolidados no tempo em seus respectivos *hubs* obtendo uma redução do custo total relativo aos 22 períodos de 17%. Para isso utilizou-se o custo de criação, manutenção e fechamentos de um *hub* nos valores de R\$ 10.000,00, R\$ 1.000,00 e R\$ 5.000,00 respectivamente. Os valores informados levam em consideração o aluguel de uma infraestrutura de armazenamento em operador logístico brasileiro.

Abaixo estão descritos os *paths* de atendimento por período.



PATHS DE ATENDIMENTO UTILIZADOS NOS PERÍODOS				PERÍODOS																						
i	k	m	j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
PR	PR	PA	PA																			*	*	*		
		MG	MG		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		ES	ES				*										*	*								
		PA	PA				*																			
		MG	MG	*																						
		MS	MS				*				*			*						*	*		*	*		
		MT	MT	*			*				*	*	*	*				*	*	*	*	*	*	*	*	*
		PR	PR								*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		SC	SC	*			*			*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		GO	GO	*	*																	*	*	*	*	*
		TO	TO	*																						
		RS	RS	*							*			*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		RO	RO	*																						
		RJ	RJ	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		SP	SP	*			*			*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		ES	ES	*																						
		PA	PA					*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		DF	DF									*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		GO	GO									*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		TO	TO											*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		MA	MA					*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		RR	RR													*										
		AP	AP								*					*										
		AM	AM								*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		RO	RO								*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		AC	AC								*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		SE	SE		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		CE	CE	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		PB	PB					*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		AL	AL		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		RN	RN		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		PE	PE					*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		BA	BA	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		MA	MA				*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		PI	PI								*													*	*	*

Tabela 6 - Paths de atendimento

Fonte: Elaboração própria

#### 4.5.3 Aplicação do modelo na escolha do melhor ponto de armazenagem

Analisando a redução de custo de 17% com a aplicação direta do modelo *hub-spoke*, gera-se a seguinte pergunta: *essa redução é mínima ou existe uma forma de otimizá-la?*

De acordo com artigos científicos (O'Kelly, 1992; Klose, 2005; Daskin, 1995) os modelos *hub-spoke* podem ser utilizados também como ferramenta de design de uma rede de distribuição.

Partindo deste princípio, a empresa EMPSAT utilizou o modelo desenvolvido como ferramenta de escolha de seu ponto de armazenagem. Isto foi possível, mantendo-se constante as demais variáveis do problema, deixando o ponto de origem variável, ou seja, cada um dos estados brasileiros foi testado como ponto de origem dos fluxos de demanda. Desta forma, verifica-se qual dos estados possuem maior redução de custo.

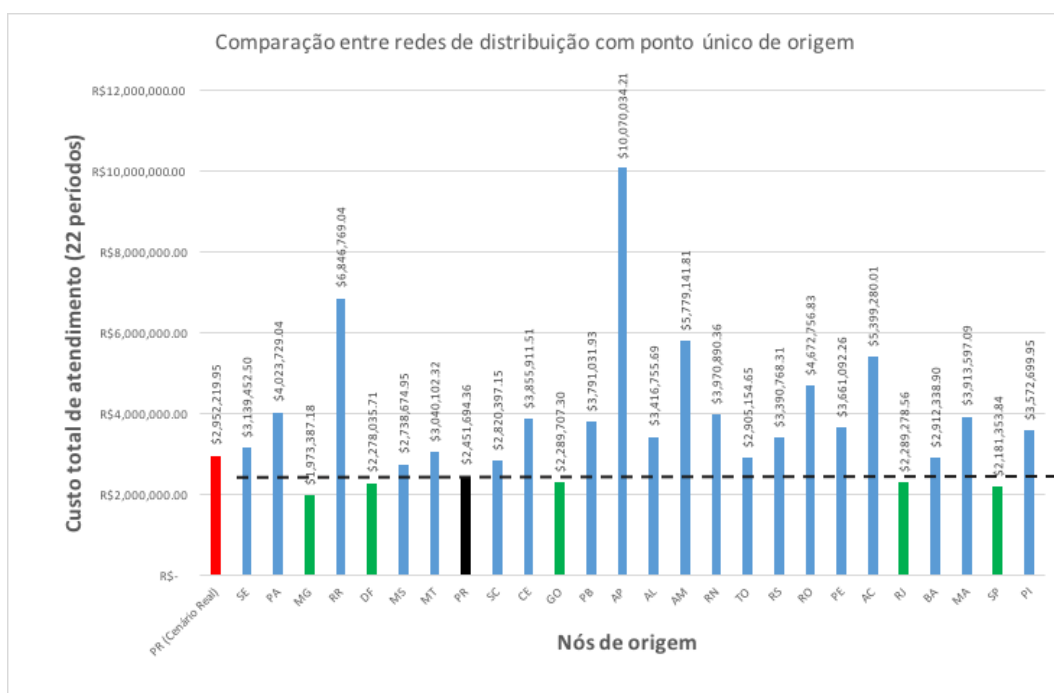


Figura 16 - Custo total por estado de origem

Fonte: Elaboração própria

Nó de Origem	Custo total	Custo de Transporte	Custo de Hubs	% de Desconto
PR (Cenário Real)	R\$ 2.952.219,95	R\$ 2.952.219,95	R\$ -	NA
SE	R\$ 3.139.452,50	R\$ 2.937.452,50	R\$ 202.000,00	6%
PA	R\$ 4.023.729,04	R\$ 3.726.729,04	R\$ 297.000,00	36%
MG	R\$ 1.973.387,18	R\$ 1.803.387,18	R\$ 170.000,00	-33%
RR	R\$ 6.846.769,04	R\$ 6.551.769,04	R\$ 295.000,00	132%
DF	R\$ 2.278.035,71	R\$ 2.076.035,71	R\$ 202.000,00	-23%
MS	R\$ 2.738.674,95	R\$ 2.487.674,95	R\$ 251.000,00	-7%
MT	R\$ 3.040.102,32	R\$ 2.787.102,32	R\$ 253.000,00	3%
PR	R\$ 2.451.694,36	R\$ 2.251.694,36	R\$ 200.000,00	-17%
SC	R\$ 2.820.397,15	R\$ 2.582.397,15	R\$ 238.000,00	-4%
CE	R\$ 3.855.911,51	R\$ 3.634.911,51	R\$ 221.000,00	31%
GO	R\$ 2.289.707,30	R\$ 2.082.707,30	R\$ 207.000,00	-22%
PB	R\$ 3.791.031,93	R\$ 3.560.031,93	R\$ 231.000,00	28%
AP	R\$ 10.070.034,21	R\$ 9.775.034,21	R\$ 295.000,00	241%
AL	R\$ 3.416.755,69	R\$ 3.185.755,69	R\$ 231.000,00	16%
AM	R\$ 5.779.141,81	R\$ 5.510.141,81	R\$ 269.000,00	96%
RN	R\$ 3.970.890,36	R\$ 3.739.890,36	R\$ 231.000,00	35%
TO	R\$ 2.905.154,65	R\$ 2.683.154,65	R\$ 222.000,00	-2%
RS	R\$ 3.390.768,31	R\$ 3.131.768,31	R\$ 259.000,00	15%
RO	R\$ 4.672.756,83	R\$ 4.403.756,83	R\$ 269.000,00	58%
PE	R\$ 3.661.092,26	R\$ 3.430.092,26	R\$ 231.000,00	24%
AC	R\$ 5.399.280,01	R\$ 5.130.280,01	R\$ 269.000,00	83%
RJ	R\$ 2.289.278,56	R\$ 2.055.278,56	R\$ 234.000,00	-22%
BA	R\$ 2.912.338,90	R\$ 2.736.338,90	R\$ 176.000,00	-1%
MA	R\$ 3.913.597,09	R\$ 3.635.597,09	R\$ 278.000,00	33%
SP	R\$ 2.181.353,84	R\$ 1.940.353,84	R\$ 241.000,00	-26%
PI	R\$ 3.572.699,95	R\$ 3.302.699,95	R\$ 270.000,00	21%
ES	R\$ 2.421.997,91	R\$ 2.177.997,91	R\$ 244.000,00	-18%

Tabela 7 - Custo total por estado de origem

Fonte: Elaboração própria

Observando-se a figura 16 e a tabela 6, chega-se a conclusão que a implementação direta do modelo de distribuição descrito na seção 3.1, resulta na redução dos custos na ordem de 17% (comparação entre as barras vermelha e preta),

mas utilizando-se o modelo para a redefinição da rede de distribuição, através da escolha do ponto de armazenagem, é possível verificar reduções superiores a apresentada através da implementação direta do modelo.

Os estados de Minas Gerais (MG), Distrito Federal (DF), Goiás (GO), Rio de Janeiro (RJ) e São Paulo (SP) apresentam reduções variando de 22% a 33%.

Desta forma, o uso do modelo como ferramenta auxiliar no design da rede é comprovado pelos ganhos descritos acima, conforme descrito por (O'Kelly, 1992; Kloze, 2005; Daskin, 1995).

#### **4.6 Análise estocástica do estudo de caso**

Apesar das reduções de custos encontradas no item 4.5 já indicarem os ganhos oriundos da aplicação do modelo apresentado, todas elas se baseiam na análise de uma demanda existente nos 27 estados brasileiros dividida em 22 períodos de tempo, ou seja, com base em uma demanda conhecida o uso de modelos *hub spoke*, em particular o modelo *Uncapacitated Hub Location Problem*, reduz significativamente os custos transporte quando compara-se alternativa tradicional de atendimento (i.e. transporte direto entre o ponto de origem  $i$  e o ponto de destino  $j$ ).

Entretanto, para concluir efetivamente a eficácia da aplicação do modelo, faz-se necessário uma última pergunta: Essa redução de custo está associada a demanda conhecida? Ou é válida para qualquer demanda que respeite as características apresentadas no estudo de caso.

Para responder a essa pergunta, deve-se primeiramente analisar como representar essa demanda conhecida para depois utilizar essa representação na geração de uma demanda estocástica.

Com trata-se de uma demanda discreta, o primeiro passo para o seu entendimento é a criação de seu histograma. Para isso, considerou-se uma demanda composta por uma amostra de 594 observações, obtida através da observação de 27 estados brasileiros em 22 períodos de tempo.

Assim, se obteve o seguinte histograma:

**Histograma da demanda = 22 Períodos e 27 estados**

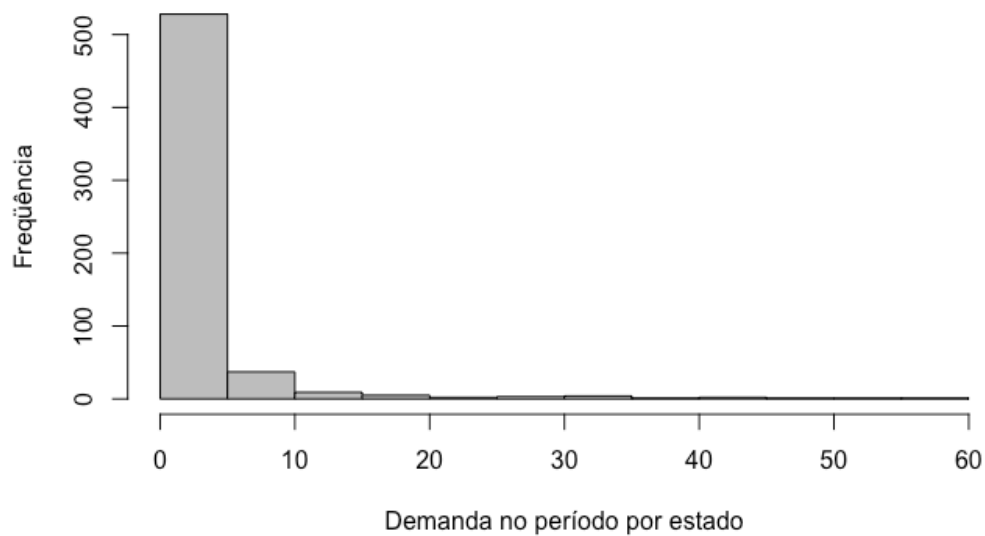


Figura 17 - Histograma da demanda Brasil - 594 observações (27 Estados x 22 Períodos)  
Fonte: Elaboração própria.

O histograma acima é conhecido na literatura científica com “*zero inflated distribution*”, ou seja, são distribuição com alto índices de (0) zeros ou falsos em seus dados.

Associado a isto, também se observou a função de distribuição acumulada da demanda, conforme exemplificado abaixo:

**"Função de distribuição acumulada"**

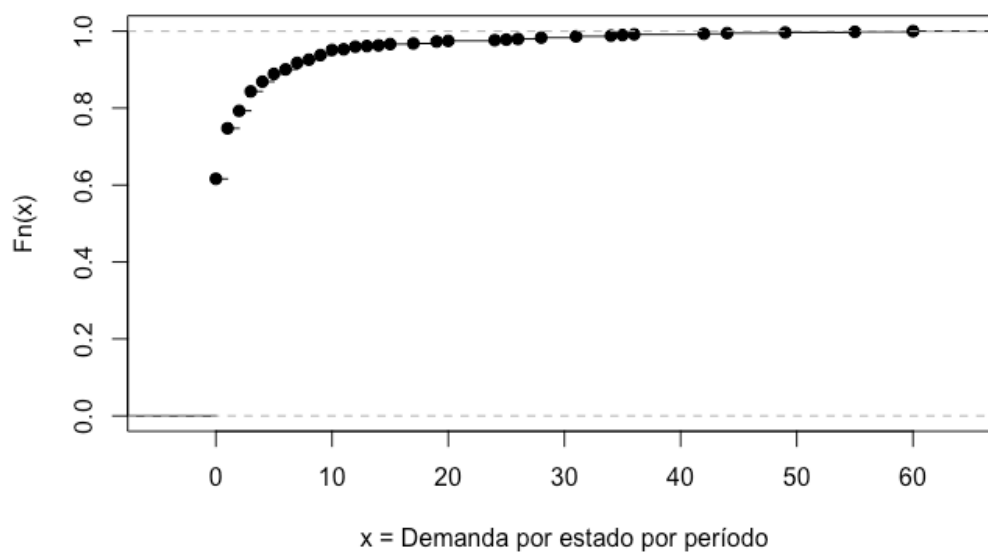


Figura 18 - Função de distribuição acumulada da demanda  
Fonte: Elaboração própria

Com intuito de encontrar a melhor distribuição discreta que represente o histograma e função de acumulada de probabilidade descrita pelas figuras 17 e 18, utilizou-se a linguagem R (Ihaka & Gentleman, 1996) através de sua distribuição gratuita R-Project (The R Foundation for Statistical Computing, 2015) e seu ambiente de programação R-Studio (RStudio, 2015).

Sendo uma demanda discreta, utilizou-se o *package fitdistplus* (Institute for Statistics and Mathematics of Wirtschaftsuniversität Wien, 2016) da biblioteca de funções estatísticas existentes na linguagem R.

A *package fitdistplus* possui diversas funções que tem como objetivo estimar os parâmetros de diversas distribuições de probabilidades, das quais podemos citar no caso discreto as distribuições Binomial, Poisson, Geométrica, Hipergeométrica e Binomial Negativa.

Os métodos utilizados na estimação de parâmetros são: MLE (*Maximum likelihood estimation*), MME (*Moment Matching*), QME (*Quantile matching*) e MGE (*Maximum goodness fit estimation*).

Entretanto, antes de se utilizar um dos métodos descritos acima, deve-se observar ou encontrar que distribuições discretas são mais adequadas aos gráficos descritos nas figuras 17 e 18 ou a uma distribuição “*zero inflated*”. Para isso utilizou uma técnica descrita em (Cullen & Frey, 1999), a qual utiliza métricas de *kurtosis* (i.e. curtosis) e o *skewness* (i.e. assimetria) sobre os eixos  $y$  e  $x$  respectivamente.

A métrica de *kurtosis* (i.e. curtosis) é uma medida relativa de concentração ou frequência de valores centrais quando se compara uma dada distribuição à distribuição normal. Desta forma, uma distribuição pode ter um pico normal (i.e.  $kurtosis \approx 0$ ), mais achatada que a normal (i.e.  $kurtosis < 0$ ) e mais afinada que a normal (i.e.  $kurtosis > 0$ ).

A métrica de *skewness* (i.e. assimetria) é uma medida relativa de distribuição de frequência quando se compara uma dada distribuição à distribuição normal. Desta forma, uma dada distribuição pode ser assimétrica a direita (i.e.  $skewness > 0$ ), assimétrica a esquerda (i.e.  $skewness < 0$ ) e simétrica (i.e.  $skewness = 0$ ).

A função *descdist*, existente no *package fitdistplus*, é uma implementação da técnica descrita em (Cullen & Frey, 1999), sendo responsável por sugerir quais distribuições teóricas mais se adequam aos dados informados.

Após o uso da função, verifica-se o seguinte gráfico:

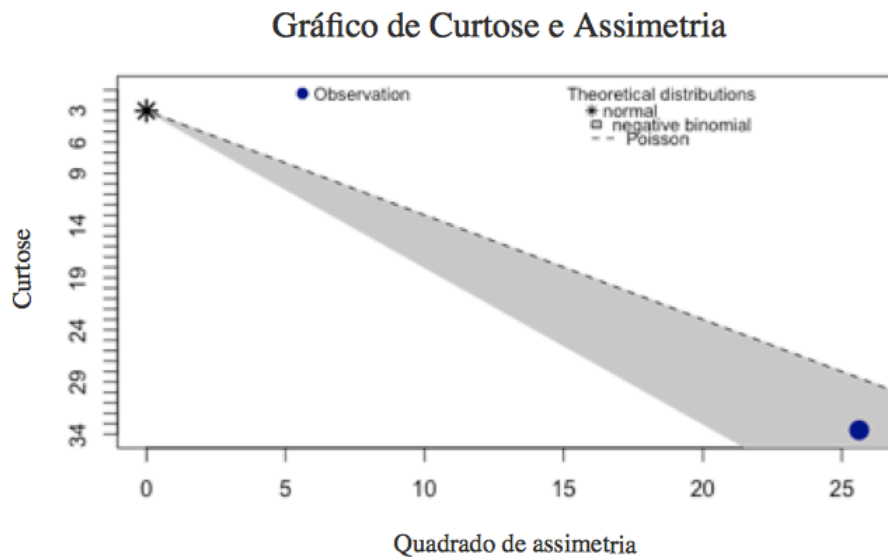


Figura 19 - Gráfico de curtosis x quadrado da assimetria  
 Fonte: (Cullen & Frey, 1999)

Utilizando a opção *boot* da função *descdist*, é possível obter diversas pequenas amostras com reposição retiradas do conjunto de dados analisados. Essas amostras são plotadas no gráfico de curtose e assimetria de forma a melhor representar a distribuição escolhida. No caso estudado, escolheu-se um conjunto de 1000 amostras, as quais foram plotadas na figura 20:

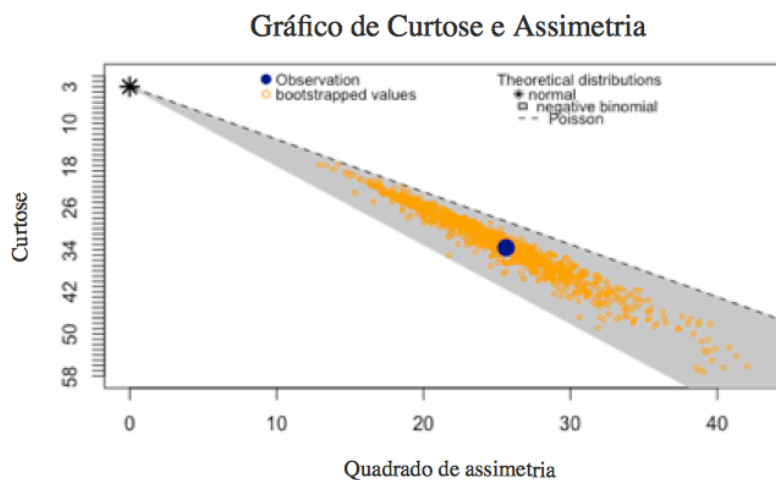


Figura 20 - Gráfico de Curtosis x Quadrado da Assimetria com a opção *boot* igual a 1000  
 Fonte: (Cullen & Frey, 1999)

Com isto, chega-se a conclusão que a distribuição que melhor se adequa a demanda estudada é a distribuição **binomial negativa**.

De acordo com (Rodríguez, 2015) a distribuição binomial negativa é muito utilizada para representação de dados de contagem com forte sobre-dispersão – “*Overdispersion*”. Essa característica é observada, quando se analisa uma amostra discreta que possui um valor de variância muito acima da média da amostra, o que também acontece em distribuições “*zero inflated*”.

Uma distribuição binomial negativa é representada pela variável aleatória  $X1$  definida como o número de tentativas necessárias para se obter  $r$  sucessos, em  $n$  ensaios de Bernoulli independentes, sendo a probabilidade de sucesso igual a  $p$ .

Desta forma, a função de probabilidade que representa  $r$  sucessos em  $x$  tentativas, sendo último ensaio o  $r$ -ésimo sucesso é definida por:

$$P(X_1 = x | (p, r)) = \binom{x-1}{r-1} \cdot p^r \cdot (1-p)^{x-r}$$

Uma segunda definição para distribuição binomial negativa é dada pela variável aleatória  $X2$  que representa o número de falhas ( $x$ ) antes do  $r$ -ésimo sucesso, sendo a função de probabilidade descrita por:

$$P(X_2 = x | (p, r)) = \binom{r+x-1}{x} \cdot p^r \cdot (1-p)^x$$

Esta segunda definição pode ser modificada através da aplicação do coeficiente de Binomial  $\binom{y}{k} = \frac{\Gamma(y+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(y-k+1)}$ , onde  $\Gamma(x)$  é conhecido como função Gamma.

$$P(X_2 = x | (p, r)) = \frac{\Gamma(x+r)}{\Gamma(x+1)\Gamma(r)} \cdot p^r \cdot (1-p)^x$$

De forma a obter os estimadores dos parâmetros  $p$  e  $r$ , utilizar-se-á método de maximização da função verossimilhança ou MLE (*Maximum likelihood estimation*). No caso de uma distribuição discreta, como a função Binomial Negativa, a função de verossimilhança é definida como:

$$L(\theta_1, \theta_2; x_1, x_2, \dots, x_n) = P(X_2 = x_1) \cdot P(X_2 = x_2) \cdot P(X_2 = x_3) \cdot \dots \cdot P(X_2 = x_n)$$

$$L(\theta_1, \theta_2; x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(X_2 = x_i)$$

$$L(\theta_1, \theta_2; x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \frac{\Gamma(x^i + r)}{\Gamma(x^i + 1) \Gamma(r)} \cdot p^r \cdot (1 - p)^{x^i}$$

Para a simplificar o manuseio matemático da função de verossimilhança, se aplicou o logaritmo natural (ln) nos dois lados da equação, transformando a função de verossimilhança em log-verossimilhança.

$$\ln(L(\theta_1, \theta_2; x_1, x_2, \dots, x_n)) = \ln\left(\prod_{i=1}^N \frac{\Gamma(x^i + r)}{\Gamma(x^i + 1) \Gamma(r)} \cdot p^r \cdot (1 - p)^{x^i}\right)$$

$$l(\theta_1, \theta_2; x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^N \ln(\Gamma(x^i + r) \cdot p^r \cdot (1 - p)^{x^i}) - \sum_{i=1}^N \ln(\Gamma(x^i + 1) \Gamma(r))$$

$$l(\theta_1, \theta_2; x_1, x_2, \dots, x_n) = Nr \ln(p) - N \ln(r) + \sum_{i=1}^N \ln(\Gamma(x_i + r)) + x_i \cdot \ln(1 - p) - \ln(\Gamma(x_i + 1))$$

Cabe observar, que como se está utilizando uma função logarítmica que possui domínio de entre  $[0,1]$ , os valores da função log-verossimilhança variarão de  $]-\infty, 0]$ . Desta forma, quanto mais próximo de 0, maior será o valor da função de log-verossimilhança.

Derivando-se a função log-verossimilhança em termos de  $\theta_1$  e  $\theta_2$  e igualando 1º e 2º derivadas a zero de forma a encontrar os pontos de máximo da função, se encontrará os estimadores  $\hat{p}$  e  $\hat{r}$  para a amostra analisada.

Entretanto, como não é intuito desta dissertação descrever o método da máxima verossimilhança para a estimação de parâmetros, são informadas as seguintes referências de (Crowley, 2012) e (Ross & Preece, 1985) para futuras referências.

O método de estimação de parâmetros através da maximização da função de log-verossimilhança é encontrado na função *fitdist* existente no *package fitdistplus* na linguagem R.

Utilizando-se a função *fitdist*, obtém-se os seguintes parâmetros:

Parâmetro	Valor estimado	Erro quadrático
<i>size</i> (n)	0.1780358	0.01534372
<i>mu</i>	2.3480447	0.23678336
Log-verossimilhança: -979.6998 AIC: 1963.4 BIC: 1972.173		

Os parâmetros *size* e *mu* representam o parâmetro de dispersão e a média *mu*, muito utilizada em ecologia (The Negative Binomial Distribution, 2015),



representada pelo primeiro momento da distribuição, ou seja, a média dos dados analisados.

O parâmetro  $p$  é obtido através da seguinte fórmula  $p = \frac{n}{n+\mu}$ , donde se conclui que  $p = \frac{0.1780358}{0.1780358+2.3480447} = 0.07047907 = 7,04\%$ .

De forma ratificar, que a função binomial negativa é a função que mais se aproxima da amostra analisada, mostra-se na tabela 7 os valores de log-verossimilhança, AIC (*Aikake Information Criterion*) e BIC (*Bayesian Information Criterion*), ratificando que para função de log-verossimilhança quanto mais próximo de zero o número estiver mais próxima da amostra estará a distribuição estimada. Para os demais indicadores (i.e. AIC e BIC) esta proximidade entre a amostra e a distribuição é descrita por números positivos mais próximos de zero.

	DISTRIBUIÇÕES PROPOSTAS		
	Normal	Poisson	Binomial Negativa
Log-Verossimilhança	-1955,956	-2658,271	-979,6998
AIC	3915,912	5318,542	1963,4
BIC	3924,686	5322,929	1972,173

Tabela 8 - Comparação entre as distribuições analisadas

Essas informações são identificadas quando se observa os gráficos empírico e teórico da distribuição versus a amostra analisada das três distribuições informados na Figura 19, e suas respectivas funções de probabilidade acumulada (*CDF – Cumulative Distribution Function*).

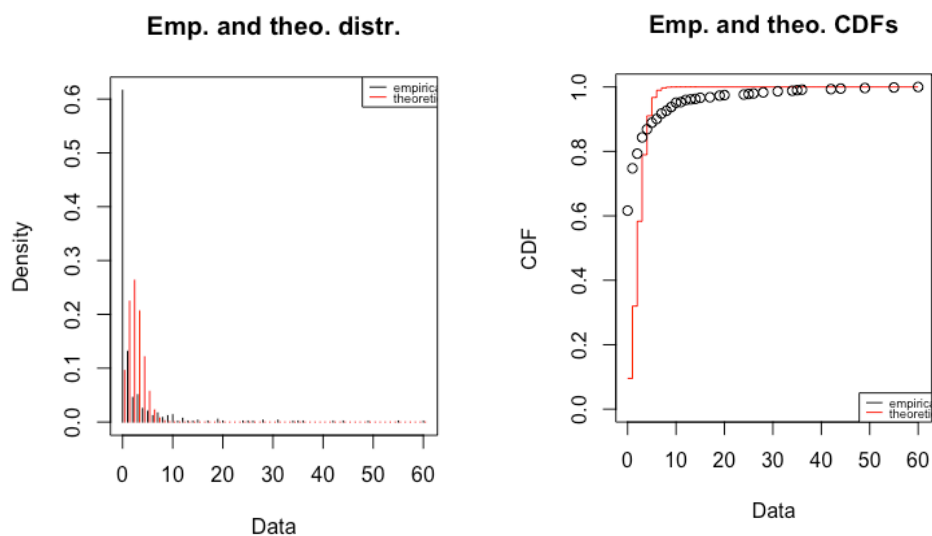


Figura 21 - Gráficos empíricos e teóricos amostra versus distribuição de Poisson.  
Fonte: Elaboração própria

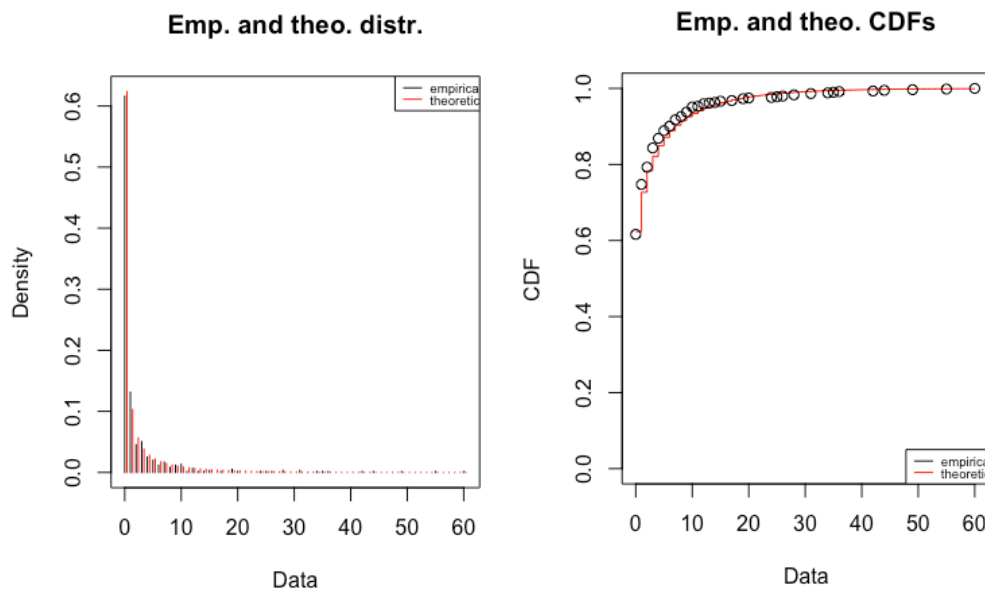


Figura 22 - Gráficos empíricos e teóricos amostra versus distribuição binomial Negativa.  
Fonte: Elaboração própria

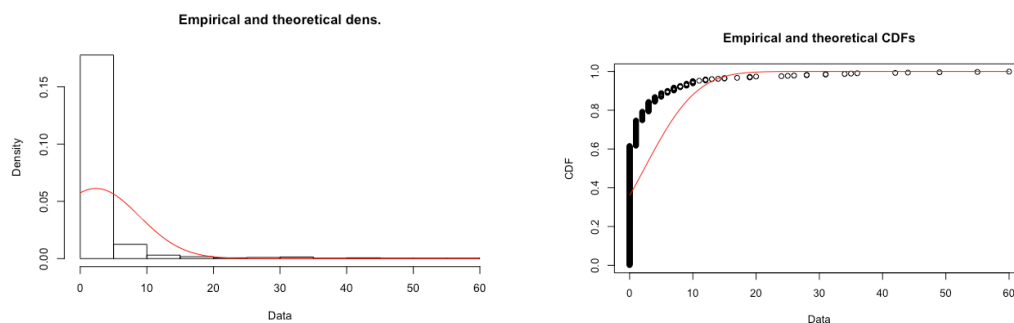


Figura 23 - Gráficos empíricos e teóricos amostra versus distribuição normal.  
Fonte: Elaboração própria

Por intermédio distribuição binomial negativa, que melhor representa os cenários analisados de demanda, foram criados 500 cenários aleatórios de demanda, os quais foram aplicados ao modelo apresentado na seção 3.1. Através desta análise, chega-se a conclusão que os ganhos associados a aplicação direta do modelo podem variar de 14% a 41% de redução, o que por si só justifica a aplicação do modelo na cadeia de distribuição utilizada.

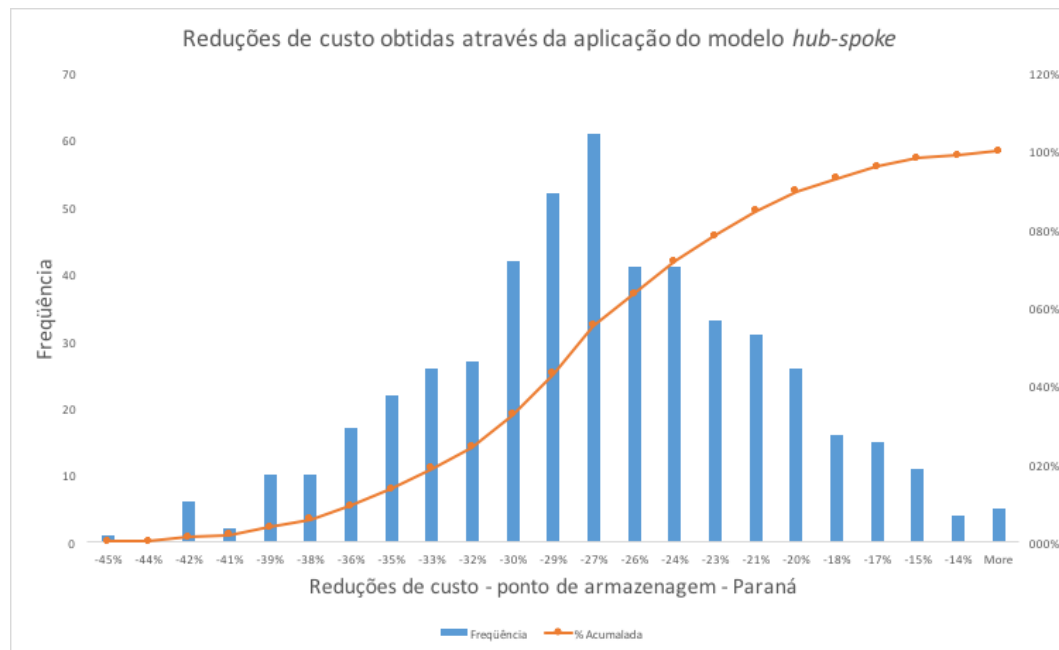


Figura 24 - Histograma de reduções de custo derivada do modelo *hub-spoke*.  
Fonte: Elaboração própria

Utilizando o estado de Minas Gerais, obtido na análise do armazém perfeito, conforme descrito na seção 4.5.3 e exemplificado na figura 23, obtêm-se ganhos ou reduções de custo variando de 24% a 51%.

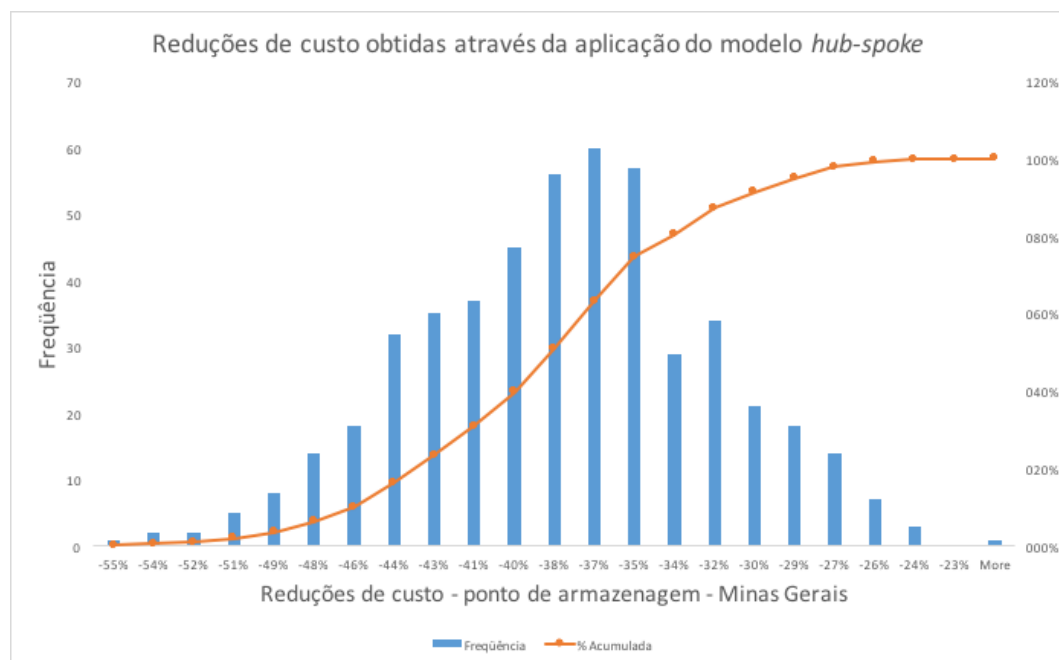


Figura 25 - Histograma de reduções de custo derivada do modelo *hub-spoke* escolhendo-se o estado de Minas Gerais como ponto de armazenagem.  
Fonte: Elaboração própria.

#### 4.7 Conclusão do estudo de caso

Após as conclusões obtidas através da aplicação direta do modelo ao cenário analisado, da estimativa de redução de custo decorrente da mudança do ponto de armazenagem ou de origem dos fluxos e na análise estocástica sobre os 500 cenários aleatórios, chega-se a conclusão que a redução de custos decorrente da redefinição da rede de distribuição da EMPSAT será significativa, justificando a início do projeto.

O projeto foi iniciado em julho 2013 e o mesmo apresenta-se dividido em duas fases: 1º) composta pela implementação de uma rede hub spoke com 2 *hubs* localizadas no estado do Paraná e no estado de Minas Gerais, o qual resultou na economia de 9% do custo de transporte e 2º) criação dos demais *hubs* localizados nos estados do Pará, Goiás, Roraima e Bahia.

Com a existência de 6 *hubs* observou-se uma redução de custo médio de 15% dos 2 anos seguintes (i.e. 2014 e 2015), o que resultou não só de melhoria do atendimento, mas também aumento da margem líquida do contrato em questão.

## 5 Conclusão:

As dificuldades enfrentadas pelas empresas atuais, as levam a observar cada vez mais sua eficácia e eficiência operacional. Funções outrora entendidas como não-essenciais, tornam-se, por força da economia de custos, estratégicas para a operação de uma dada empresa/indústria.

A importância da atividade de distribuição física no setor de telecomunicações é o maior exemplo da força da economia de custos, pois os gastos envolvidos no transporte de equipamentos, mais explicitamente na prestação do serviço de comunicação via satélite, tornam uma atividade não associada ao *core-business* do negócio (i.e. serviço de telecomunicações). em um componente estratégico para o mesmo.

A importância de uma rede de distribuição física bem definida é objeto dos problemas de localização, dentre eles os modelos *hub-spoke*, pois é através da definição do número de pontos centrais, suas capacidades e o número de terminais conectados aos *hubs*, que se chega a *insights* valiosos para a construção de uma rede de distribuição enxuta e eficiente.

Entretanto, o uso desta técnica (i.e. modelos *hub spoke*) para a criação de uma rede de distribuição física destinada a distribuição de equipamentos necessários a prestação de serviço de comunicação de dados via satélite não possui referência na literatura científica no período analisado no item 2.

A ideia de utilizar uma técnica de otimização como ferramenta para o design de uma rede de distribuição é mencionada em Daskin et. al (2005) e em diversos outros artigos científicos listados no presente trabalho. Entretanto, a análise multi-período descrita no item 3.1 e aplicada no item 4.5.1, possibilita verificar a evolução dos mecanismos de redução de custos (i.e. consolidação de fluxos nos *hubs* criados) nos períodos analisados, o que permite concluir que o uso de modelo multi-período possibilita uma análise mais profunda do que os modelos estáticos tradicionais.

As decisões de redifinição da rede de distribuição ou do ponto de armazenagem, o qual é representado pelo ponto de origem no problema analisado, produzem reduções que variam de 17% a 33% do custo total de transporte. Desta forma, conclui-se que o modelo *hub-spoke* multi período proposto além de representar bem a realidade analisada, também possibilita uma excelente estatística sobre possíveis reduções de custo

Esse intervalo de confiança é descrito pelas análises estocásticas realizadas posteriormente, as quais utilizaram quinhentos cenários aleatórios, obtidos através da análise do perfil de demanda descritas no item 4.6. Com esta análise é possível concluir que as reduções de custo resultantes da mudança do design da rede variarão em torno de 14% a 41%.

Essa economia de custos ratifica o nível estratégico da atividade de logística no caso estudado, ficando evidente a necessidade cada vez maior da interdisciplinaridade nos vários segmentos de negócios atuais, ou seja, atividades hora estudadas em um setor específico, tal como a logística no segmento industrial e comércio, podem ser utilizadas em setores totalmente diferentes como a prestação de serviços, tais como os serviços de telecomunicações.

Entretanto, a análise multi-período descrita na presente dissertação também carece de melhoramentos, pois não permite observar o custo e o momento o qual uma infraestrutura pode ser fechada ou descontinuada.

Como próximo passo para futuros estudos, deve-se analisar o fechamento de hubs dentro do ambiente de planejamento, pois esta característica é vital para uma modelagem completa de um ambiente com demanda variável, pois no caso em que um dado *hub* não possui demanda associada, este deve ser fechado de forma a reduzir os custos associados a sua manutenção.

Para isso, será necessário adaptar o modelo não-capacitado para o modelo capacitado e incluir novas restrições associadas ao comportamento histórico da demanda, ou seja, em que casos da demanda histórica um *hub* deve ser fechado ou descontinuado. Com isso será possível responder qual a demanda mínima que justifique a existência de um *hub*.

Apesar dessas modificações serem facilmente compreendidas, sua implementação através de formulações matemáticas tornarão o problema insolúvel em termos de tempo de processamento, pois o modelo original já é um problema *NP-hard*, sendo o novo ainda mais complexo.

Desta forma, a análise dinâmica completa – com criação, manutenção e fechamento dos *hubs* – de uma rede de distribuição é um grande desafio acadêmico, o qual vislumbra-se a solução através de técnicas baseadas em heurísticas a serem definidas.

## 6 Referências Bibliográficas

ADLER, N., & SMILOWITZ, K. **Hub-and-spoke network alliances and mergers: Price-location competition in the airline industry**, Transportation Research Part B: Methodological, v.41, n.4, p.394-409. 2007.

ALUMUR, S., & KARA, B. Y. **Network hub location problems: The state of the art**, European Journal of Operational Research, v.190, n.1, p.1-21. 2008.

ALUMUR, S., & KARA, B. Y. **A Hub Covering Network Design Problem for Cargo Applications in Turkey**, The Journal of the Operational Research Society, v.60, n.10, p.1349-1359. 2009.

ALUMUR, S., & Y, B. K. **Network hub location problems: The state of the art**, European Journal of Operational Research, v.190, n.1, p. 1-21. 2007.

ALUMUR, S., & Y, B. K. **A tabu-search based heuristic for the hub covering problem over incomplete hub networks**. Computers & Operations Research, 36(3088-3096), pp. 1-21. 2009.

ALUMUR, S., KARA, B., & KARASAN, O. **The design of single allocation incomplete hub networks**, Transportation Research, v.43, n.10, p. 936–951. 2009.

ARABANI, A. B., & FARAHANI, R. Z. **Facility location dynamics: An overview of classifications and applications**. Computers & Industrial Engineering, v.62, n.1, p. 408-420. 2012

AVERSA, R., BOTTER, R. C., HARALAMBIDES, H. E., & YOSHIZAKI, H. T. **A mixed integer programming model on the location of a hub port in the East Coast of South America**. Maritime Economics and Logistics, v. 7, n.1, p. 1-18. 2005.

BALLOU, R. H. **Logística Empresarial: Transportes, Administração de Materiais e Distribuição Física**. São Paulo: Atlas. 2012. 40p.

BRASIL, Lei n.º 9472, de 16 de julho de 1997, dispõe sobre a organização dos serviços de telecomunicações, a criação e funcionamento de um órgão regulador e outros aspectos institucionais, nos termos da Emenda Constitucional n.º 8, de 1995. **Presidência da República Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos.** Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L9472.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9472.htm). Acesso em: 02 de junho de 2015

CALIK, H., ALUMUR, S. A., KARA, B. Y., & KARASAN, O. E. **A tabu-search based heuristic for the hub covering problem over incomplete hub networks.** Computers & Operations Research, v. 36, n.12, p. 3088-3096. 2009.

CAMPBELL, J. F. **Logistics Systems: Design and Optimization**, 1. ed., p. 245-278. US. Springer. 2005.

CAMPBELL, J. F. **A survey of network hub location.** Locational Analysis, v. 1, n. 6, p. 31-48. 1994.

CARELLO, G., DELLA CROCE, F., GHIRARDI, M., & TADEI, R. **Solving the Hub location problem in telecommunication network design: A local search approach.** Networks an International Journal, v. 44, n.2,p. 94-105. 2004.

CHHAJED, D., FRANCIS, R. L., & LOWE, T. J.. **Contributions of operations research to location theory.** Bureau of Economic and Business Research. Illinois, 1992, Faculty Working paper, University of Illinois at Urbana-Champaign.

CLAUDIO, C. B., & SILVA, M. R. **A genetic algorithm for the problem of configuring a hub-and-spoke network for a LTL trucking company in Brazil.** European Journal of Operational Research, v. 179, n. 3, p. 747-758. 2007.



CRAINIC, T. G., & LIUM, A.-G. **A Study of Demand Stochasticity in Service Network Design**. Transportation Science, v. 43, n.2, p.144-157. 2007.

CROWLEY, S. Maximum Likelihood Estimation of the Negative Binomial Distribution. [vixra.org](http://vixra.org). Disponível em: <http://vixra.org/pdf/1211.0113v1.pdf>. Acesso: 10 jun. 2015.

CULLEN, A. C., & FREY, H. C. **Probabilistic Techniques in Exposure Assessment** - Handbook of Dealing with variability and uncertainty in Models Inputs. New York, Ed. P. P. Corporation. 1999

CUNHA, C. B., & SILVA, M. R. **A genetic algorithm for the problem of configuring a hub-and-spoke network for a LTL trucking company in Brazil**. European Journal of Operational Research, v. 179, n. 3,p 747-758. 2007.

DASKIN, M. S., SNYDER, L. V., & BENDER, R. T. **Logistics Systems: Design and Optimization**, 1. ed., p. 39-65. US. Springer. 2005.

DASKIN, S. M. **Network and discrete location: models, algorithms, and applications**. 1. ed. Michigan, US: John Wiley & Sons, Inc. 1995.

DREZNER, Z., & HAMACHER, H. W. **Facility Location: Applications and Theory**. 1. Ed. Berlin, Germany: Springer. 2001.

ERLENKOTTER, D. **A comparative study of approaches to dynamic location problems**. European Journal of Operational Research,v. 6, n.2, p. 1-11. 2003.

FARAHANI , R. Z., & HEKMATFAR , M. **Facility Location** - Concepts, Models, Algorithms and Case Studies. 1. Ed. Berlin, Heidelberg , German: Springer-Verlag. 2009.

FILGUEIRAS DE SOUSA, R. A., & PAIVA DA SILVA, C. R. **Reflexões sobre o uso de satélites como infraestrutura complementar ao programa nacional de banda larga**. Radar: Tecnologia, produção, e comércio exterior, n. 15, p 70, 2011.

GELAREH, S., & NICKEL, S. **Hub location problems in transportation networks**. *Transportation Research Part E*, v. 47, n.6, p. 1092–1111. 2011.

GELAREH, S., & PISINGER, D. **Fleet deployment, network design and hub location of liner shipping companies**. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, v. 47, n. 6, p. 947–964. 2011.

GELAREH, S., NICKEL, S., & PISINGER, D. **Liner shipping hub network design in a competitive environment**. *Transportation Research*, v. 46, n. 6, p. 991–1004. 2010

GOOGLE. Google Maps Distance Matrix API. **Google**. Acesso em Junho de 2014, disponível em Google Maps Distance Matrix API:<https://developers.google.com/maps/documentation/distance-matrix/intro>

HSU, C., & HSIEH, Y. **Routing, ship size, and sailing frequency decision-making for a maritime hub-and-spoke container network**. *Mathematical and Computer Modelling*, v. 45, n. 7-8, p. 899-916. 2007.

**PESQUISA ANUAL DE SERVIÇOS**, Brasília: IBGE. 2012. Anual.

IHAKA, R., & GENTLEM, R. **R: A Language for Data Analysis and Graphics**. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, v. 5, n. 3, p. 299-314. 1996.

ILOS. **ILOS** - Instituto de Logística e Supply Chain. Acesso em 12 de 2015, disponível em: <http://www.ilos.com.br/web/custos-logisticos-no-brasil/> (11 de 2014).

INSTITUTE FOR STATISTICS AND **MATHEMATICS OF WIRTSCHAFTSUNIVERSITÄT WIEN**. The Comprehensive R Archive Network. Acesso em 10 de setembro, disponível em:<https://cran.r-project.org> (2016)

IYER, A. V., & RATLIFF, H. D. **Accumulation Point Location on Tree Networks for Guaranteed Time Distribution**. *Management Science*, v. 36, n. 8, p. 958-969. 1990.

JEONG, S.-J., LEE, C.-G., & BOOKBINDER, J. H. **The European freight railway system as a hub-and-spoke network**. *Transportation Research*, v. 41, n.6,p. 523-536. 2006.

KARA, B. Y., & TANSEL, B. Ç. **The single-assignment p-hub center problem**. *European Journal of Operational Research* , v. 125, n.3, p. 648-655. 2000.

KARA, B. Y., & TANSEL, B. C. **The single-assignment hub covering problem: Models and linearizations**. *Journal of the Operational Research Society*, v.54, n.1,p 59-64, 2003.

KLOSE, A., & DREXL, A. **Facility location models for distribution system design**. *European Journal of Operational Research* , v. 162, n.1, p. 4-29. 2005.

KUBY, M. J., & GRAY, R. G. **The Hub Network Design Problem with Stopovers and Feeders - the Case of Federal Express**. *Transportation Research Part a-Policy and Practice*, v. 27, n.1,p.1-12. 1993.

LOVELOCK, C., & WIRTZ, J. **Services Marketing**, 5º. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Prentice Hall. 2003.

MELO, L. (17 de 03 de 2014). Por que as operadoras foram tão reclamadas no Procon-SP. **Revista Exame**. Acesso em 09 de 06 de 2015, disponível em: <http://exame.abril.com.br/negocios/noticias/por-que-as-operadoras-foram-tao-reclamadas-no-procon-sp>

MOKHTARIAN, P. L. **A typology of relationships between telecommunications and transportation**. *Transport Research Part A: General*, v. 24, n. 3, p. 232-242. 1990

NATIONAL BROADBAND MAP. Number of Broadband Providers ., disponível em: <http://www.broadbandmap.gov/number-of-providers>. Acesso em 05 de jun. 2015.

O'KELLY, M. E. **Hub Facility Location With Fixed Costs**. *Papers in Regional Science*. v. 71. n. 293. 1992.

OKELLY, M. E., & MILLER, H. J. **The hub network design problem.** Journal of transport Geography, v. 2, n.1, p. 31-40. 1994

OKELLY, M. E., & MILLER, H. J. **Solution Strategies for The Single Facility Minimax Hub Location Problem.** Papers in Regional Science, v. 70, n.4, p. 367-380. 2005.

OWEN, S. H., & DASKIN, S. M. **Strategic facility location: A review.** European Journal of Operational Research, v. 111, p. 423-447. 1998.

PIAZI, P. V. **Os desafios do crescimento do setor de operadoras de telecomunicações no Brasil (1996-2013)**, Rio de Janeiro, 2004 .  
Dissertação de doutorado – Instituto Coppead de Administração – Universidade Federal do Rio de Janeiro.

RACUNICA, I., & WYNTER, L. **Optimal location of intermodal freight hubs.** Transportation Research Part B: Methodological, v. 39, n. 5, p. 453-477. 2005.

REVELLE, C. S., & EISELT, H. A. **Location Analysis: A synthesis and survey.** European Journal of Operational Research, v.165, n.1, p. 1-19. 2005.

RODRÍGUES, G. Models for Count Data With Overdispersion. **Princeton University.** Acesso em 02 de set. 2016, disponível em: <http://data.princeton.edu/wws509/notes/c4a.pdf> .

ROSS, G. J., & PREECE, D. A. **The Negative Binomial Distribution.** Journal of the Royal Statistical Society, v. 34, n. 3, p. 323-335. 1985.

RSTUDIO. (12 de 2015). RStudio. Fonte: <https://www.rstudio.com>.

SASAKI, M., & FUKUSHIMA, M. **Stackelberg hub location problem.** Journal of the Operations Research Society of Japan, v. 44, n. 4, p. 390-405. 2001.

**DIAGNÓSTICO, CENÁRIOS E AÇÕES PARA O SETOR DE TELECOMUNICAÇÕES NO BRASIL.** Rio de Janeiro: SindiTeleBrasil..

Sindicato Nacional das Empresas de Telefonia e de Serviço Móvel Celular e Pessoal (2011).

SKORIN-KAPOV, D., SKORIN-KAPOV, J., & O'KELLY, M. **Tight linear programming relaxations of uncapacitated p-hub median problems.** European Journal of Operational Research , v. 94, n.3, p. 582-593. 1996.

TAKANO, K., & ARAI, M. **A genetic algorithm for the hub-and-spoke problem applied to containerized cargo transport.** Journal of Marine Science and Technology, v. 14, v. 2, p. 256-274. 2009.

**The Negative Binomial Distribution.** Acesso em dez. de 2015. Disponível em: <https://stat.ethz.ch/R-manual/R-devel/library/stats/html/NegBinomial.html>

The R Foundation for Statistical Computing. Acesso em dez. de 2015. **The R Project for Statistical Computing.** Disponível em: <https://www.r-project.org>

UNITED STATES DEPARTMENT OF TRANSPORTATION. **Geospatial Information.** Acesso em 06 de 06 de 2015, disponível em: [http://www.rita.dot.gov/bts/sites/rita.dot.gov.bts/files/Transportation\\_Infrastructure\\_2015\\_map\\_front\\_0.pdf](http://www.rita.dot.gov/bts/sites/rita.dot.gov.bts/files/Transportation_Infrastructure_2015_map_front_0.pdf)

WAGNER, B. **Model formulations for hub covering problems.** Journal of the Operational Research Society, v. 59, n. 7, p. 932-938. 2007.

YAMAN, H., KARA, B. Y., & TANSEL, B. Ç. **The latest arrival hub location problem for cargo delivery systems with stopovers.** Transportation Research, v.41, n.8, p. 906-919, 2007.