5
Resultados

Este capítulo tem como objetivo validar a teoria proposta neste trabalho, além de avaliar os limites de freqüência onde a teoria discreta de Reddy é válida. Com este propósito empregou-se uma técnica baseada na comparação entre o espectro de freqüência exato e aquele obtido pela teoria aproximada de Reddy.

Na literatura é comum encontrar trabalhos onde a validação das teorias aproximadas é feita comparando-se as freqüências naturais de vibração obtidas a partir das teorias aproximadas com as freqüências exatas para problemas de vibração livre de uma estrutura com uma determinada forma e com certas condições de contorno. No entanto, as conclusões obtidas a partir desta análise não são completas já que as mesmas são dependentes da forma e as condições de contorno da estrutura.

Neste trabalho comparou-se o espectro de freqüência de um cilindro infinito obtido da teoria aproximada com o obtido da teoria exata baseada na teoria linear de elasticidade. Esta forma de análise é mais eficiente pois é independente das condições de contorno do cilindro, além de que nos pontos do espectro de freqüência calculado estão todos os possíveis modos naturais de propagação de um cilindro finito. Além disso, comparou-se também o perfil do campo de deslocamento ao longo da espessura para diferentes modos de propagação e a curva de dispersão aproximada e exata. No caso do cilindro finito com condições de contorno, empregou-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) para comparar os resultados. Com este propósito duas configurações foram comparadas: um cilindro livre-livre e um cilindro engastado-livre. A resposta em freqüência do deslocamento radial na superfície externa do cilindro e as primeiras freqüências naturais de vibração foram comparadas por estes dois métodos.

Estas comparações foram feitas primeiro para um cilindro isotrópico de aço e depois para um cilindro laminado com camadas isotrópicas de

	$\frac{\rho}{\overline{\rho}}$	$\frac{\lambda}{\overline{\mu}}$	$\frac{\mu}{\overline{\mu}}$	$\frac{c_L}{\overline{c}}$	$\frac{c_T}{\overline{c}}$
Alumínio	1	2.13	1	2.03	1
Aço	2.88	4.29	2.86	1.86	0.99
Cobre	3.29	3.62	1.81	1.48	0.74

Tabela 5.1: Constantes elásticas para o Alumínio, Aço e cobre ($\overline{\rho} = 2700\,\mathrm{Kg/m^3}$, $\overline{\mu} = 2.5947 \times 10^{10}$ Pa, e $\overline{c} = 3100\,\mathrm{m/s}$)

aço, alumínio e cobre. As constantes elásticas destes materiais podem ser consultadas na Tabela 5.1

5.1 Comparação entre os espectros de dispersão exato e aproximado

Nesta seção compara-se o espectro de freqüência exato obtido a partir do procedimento indicado na seção 4.1 com o espectro de freqüência obtido pela teoria aproximada. O espectro de freqüência baseado na teoria discreta de Reddy foi obtido a partir da matriz de estado A (equação (3.24)). Cabe indicar que um autovalor da matriz de estado A para uma determinada freqüência ω e para um determinado parâmetro circunferencial n está relacionado ao número de onda de um modo de propagação da seguinte forma:

$$k_z = -i\,\lambda \tag{5-1}$$

onde k_z é o número de onda na direção axial e λ é um autovalor de $\mathbf{A}$.

Se λ é complexo ele representa uma onda estacionária com atenuação exponencial na direção indicada pelo sinal da parte real do autovalor. No entanto, se λ é imaginário puro ou real puro, ele representa uma onda propagante com direção de propagação dada pelo sinal do autovalor, ou uma onda de campo próximo, respectivamente. Então, o espectro de freqüência aproximado é obtido através da solução do problema de autovalor da matriz de estado A para a faixa de freqüência analisada. Assim, para cada freqüência ω e para um dado n calculam-se os autovalores de A e através da equação (5-1) obtém-se os números de onda. No entanto, o espectro de freqüência foi traçado considerando-se só os modos que se propagam sem atenuação no cilindro.

O campo de deslocamento associado a cada um dos modos guiados foram obtidos a partir dos autovetores da matriz de estado. O procedimento numérico para traçar este campo de deslocamento, assim como o espectro de freqüência foram feitos no ambiente matlab.

5.1.1
Cilindro Isotrópico

Esta seção trata da comparação dos resultados obtidos a partir da teoria exata com os resultados obtidos usando a teoria de Reddy para um cilindro isotrópico infinito de aço como o mostrado na Figura 5.1. As cons-

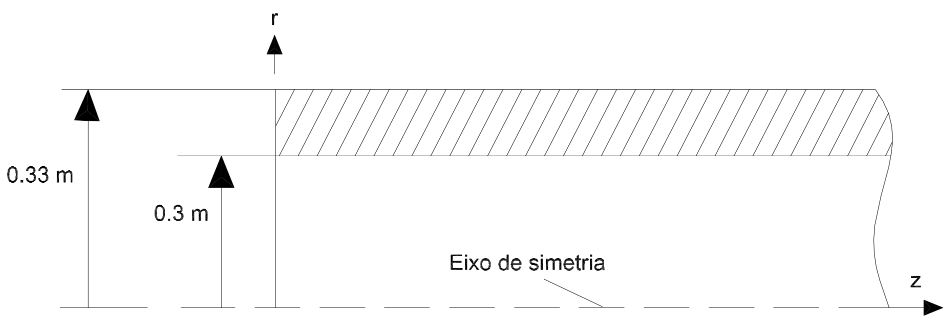

Figura 5.1: Cilindro infinito

tantes elásticas deste material podem ser consultadas na Tabela 5.1. Na montagem da matriz de estado deste cilindro isotrópico utilizou-se 10 camadas homogêneas (Reddy-10) de mesma espessura de 3 mm cada uma. A Figura 5.2 mostra a comparação do espectro de freqüência para este cilindro isotrópico infinito correspondente aos modos axi-simétricos ($n = 0$).

O espectro traçado com linhas contínuas de cor azul corresponde à solução exata e o espectro traçado com pontos vermelhos corresponde à solução aproximada. Nesta figura pode-se observar que a teoria discreta de Reddy

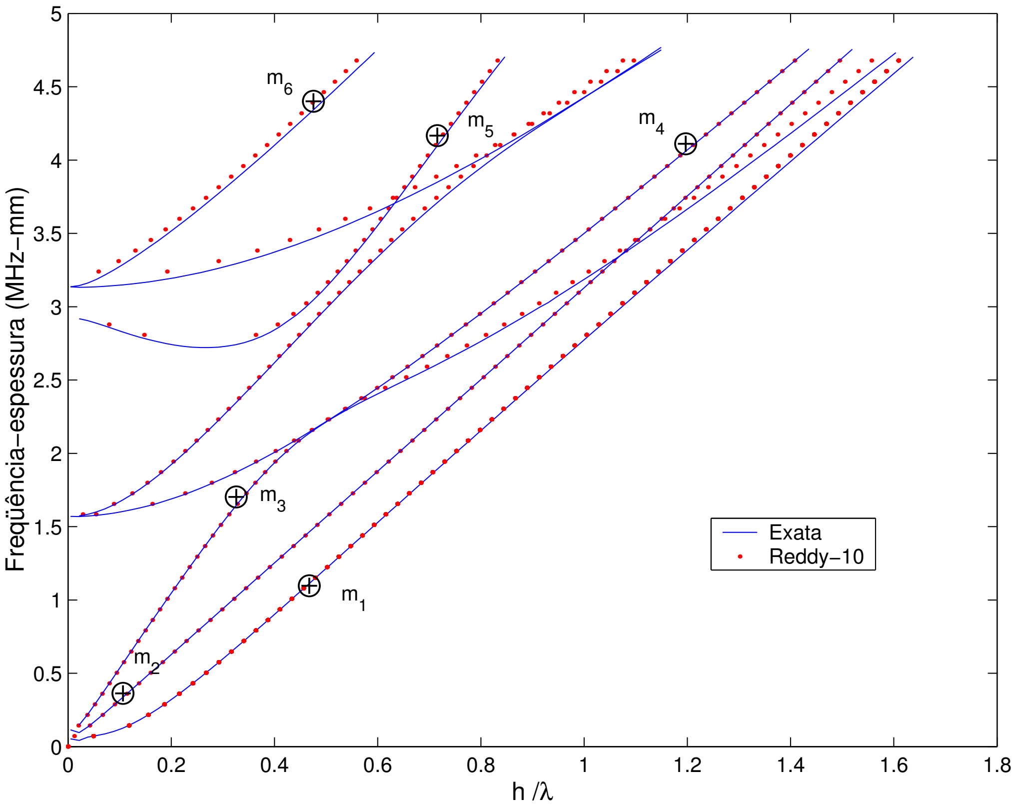

Figura 5.2: Espectro de Freqüência de modos axi-simétricos ($n=0$) para um cilindro isotrópico

fornece excelentes resultados para todos os ramos dos modos axi-simétricos até aproximadamente uma relação espessura-comprimento de onda de $1,6$. Isto indica que o comprimento representa menos que 0,7 da espessura. Desta forma fica evidenciado que a teoria de Reddy é capaz de representar com acuracidade o comportamento dinâmico de um cilindro isotrópico na faixa de altas freqüências (comprimento de onda menor que a espessura). As marcas pretas em forma de cruz representam os modos de propagação deste espectro que serão analisados. De acordo com as definições apresentadas no Capítulo 2, m_1, m_3, m_5 e m_6 correspondem a modos longitudinais de propagação ou seja o campo de deslocamento associado a estes modos está no plano (r, z). No entanto, m_2 e m_4 correspondem a modos torsionais associados a campos de deslocamentos somente com componente circunferencial. Escolheu-se estes modos guiados para poder verificar que a teoria discreta de Reddy é capaz também de representar o perfil dos campos de deslocamento radial, circunferencial e axial ao longo da espessura do cilindro para diferentes freqüências. As comparações dos campos de deslocamento exato e aproximado associadas ao primeiro modo são apresentados nas Figuras 5.3-5.4.

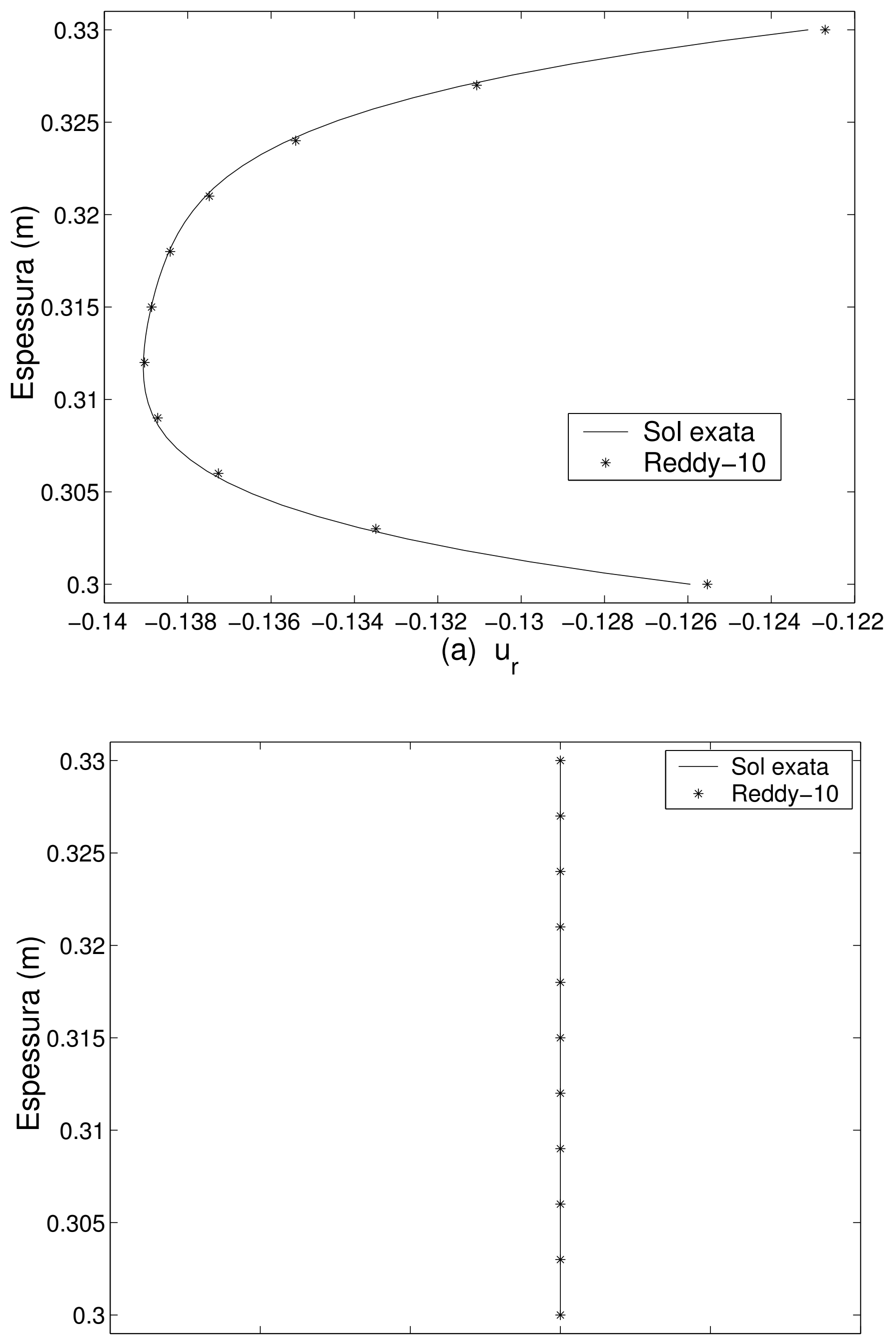

Figura 5.3: Campo de deslocamento do modo 1 ($n = 0$, $\omega.h = 1.14$ MHz-mm, $h/\lambda = 0.47$): (a) deslocamento radial, (b) deslocamento circunferencial

Nestas figuras nota-se a excelente concordância entre os resultados obtidos a partir da teoria exata e o obtido a partir da teoria discreta

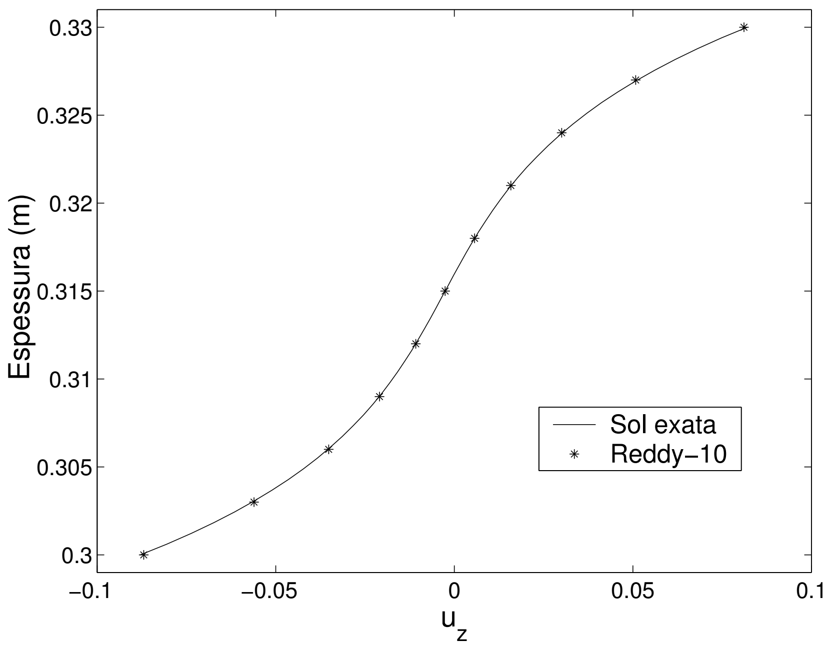

Figura 5.4: Campo de deslocamento axial do modo 1 (n=0, $\omega.h = 1.14$ MHz-mm, $h/\lambda = 0.47$)

de Reddy para o primeiro modo. Além disso, verifica-se que o perfil de deslocamento ao longo da espessura mostrado nestas figuras corresponde a um modo longitudinal como foi definido no Capítulo 2, já que a componente circunferencial (u_θ) do campo de deslocamento deste modo é nula.

Para obter o perfil do campo de deslocamento ao longo da espessura do cilindro associado a todos os modos, empregou-se os autovetores da matriz de estado com a mesma discretização que no caso anterior (Reddy-10). Não foi preciso empregar uma discretização mais fina para montar a matriz de estado já que os resultados obtidos com este número de sub-divisões foram satisfatórios.

As comparações para os outros modos axi-simétricos podem ser apreciadas nas Figuras 5.5-5.9. Nota-se que, da mesma forma que para o primeiro modo, os resultados são satisfatórios. Por exemplo, a Figura 5.5 mostra a comparação do modo 2 (torsional) onde pode-se notar que o campo de deslocamento só tem componente circunferencial. Este perfil de deslocamento pode ser considerado na faixa de baixa freqüência pois a variação do campo de deslocamento com a espessura é linear. No entanto, o perfil do campo de deslocamento associado aos modos 5 e 6 (Figuras 5.8 e 5.9) já podem ser considerados na faixa de alta freqüência.

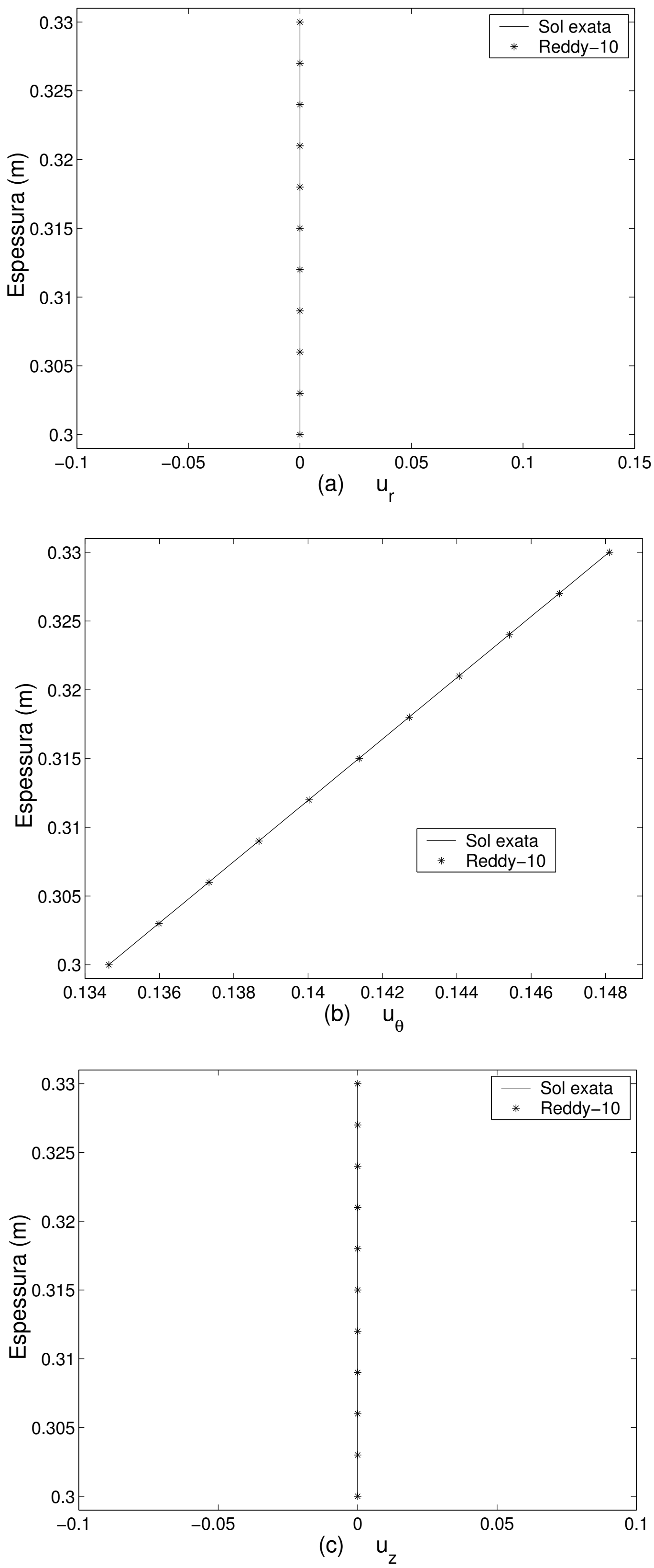

Figura 5.5: Campo de deslocamento do modo 2 ($n = 0$, $\omega.h = 0.37$ MHz-mm, $h/\lambda = 0.11$): (a) deslocamento radial, (b) deslocamento circunferencial, (c) deslocamento axial

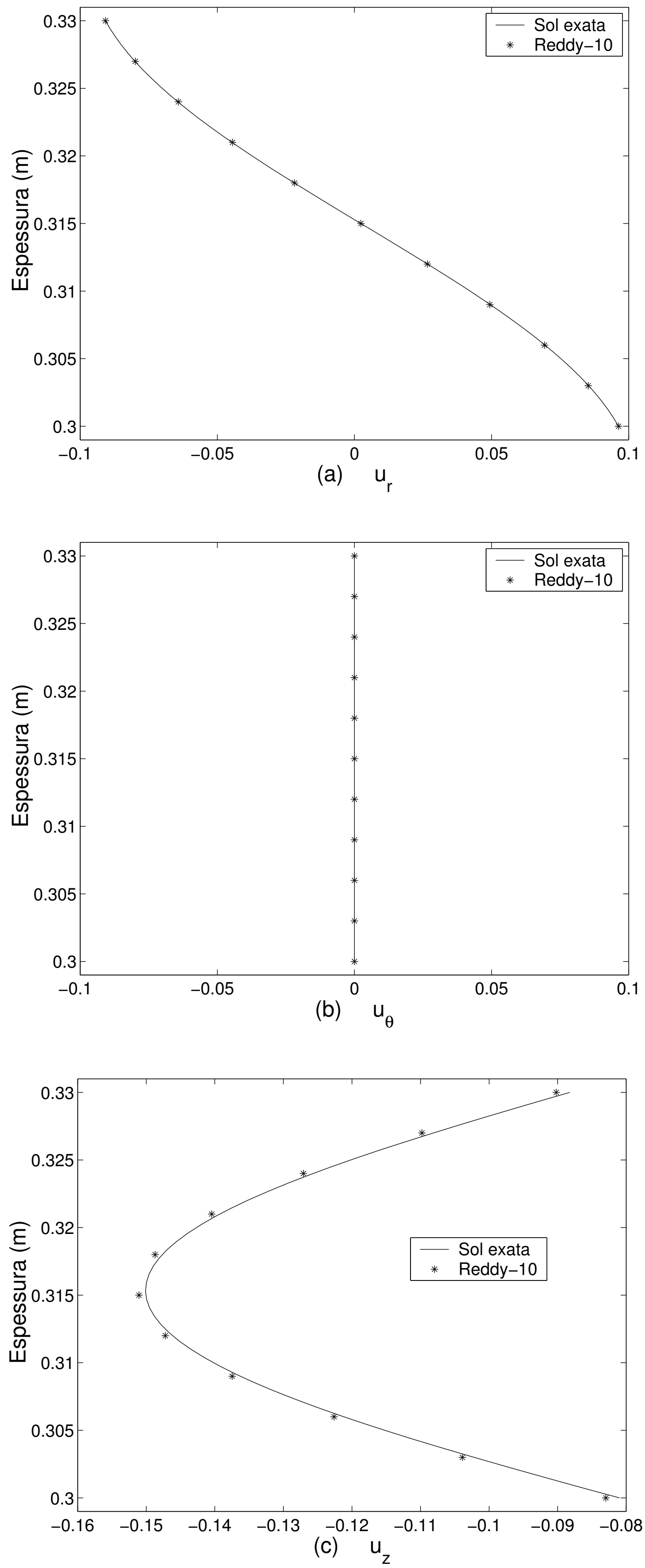

Figura 5.6: Campo de deslocamento do modo 3 ($n = 0$, $\omega.h = 1.77$ MHz-mm, $h/\lambda = 0.35$): (a) deslocamento radial, (b) deslocamento circunferencial, (c) deslocamento axial

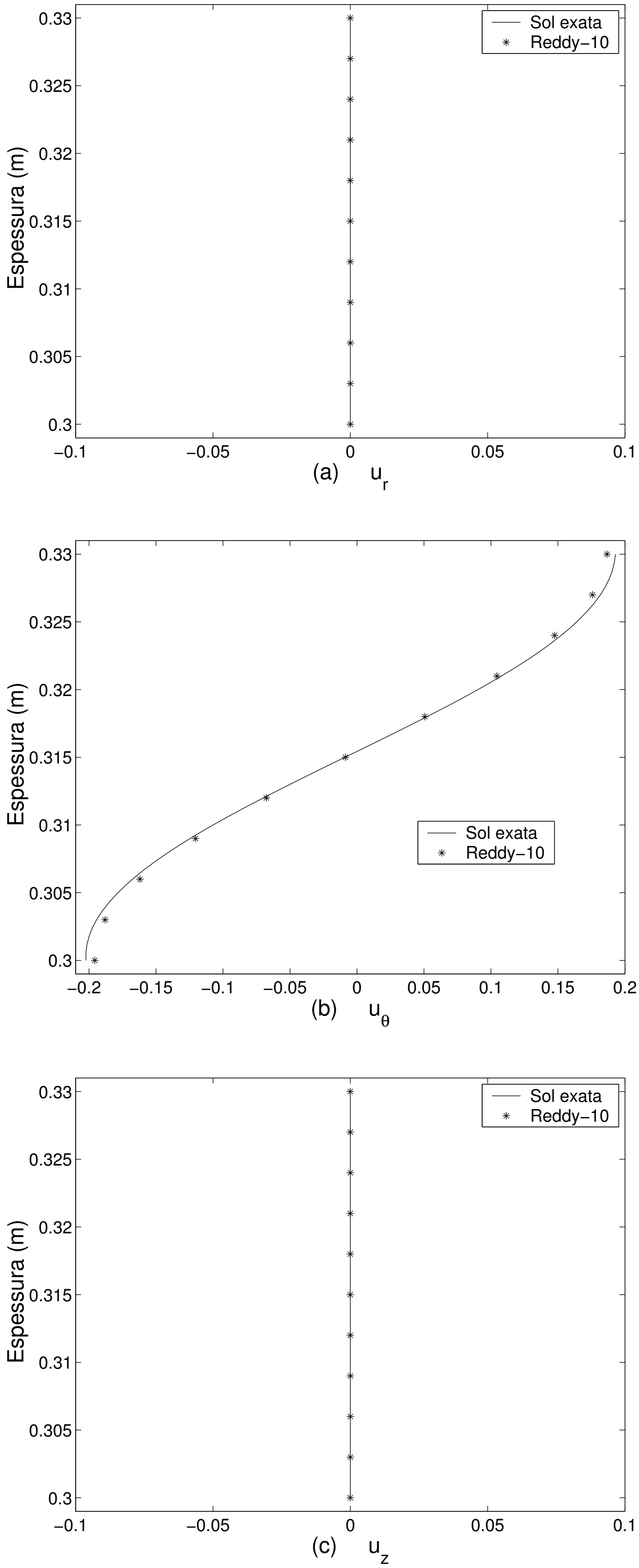

Figura 5.7: Campo de deslocamento do modo 4 ($n = 0$, $\omega.h = 4.05$ MHz-mm, $h/\lambda = 1.19$): (a) deslocamento radial, (b) deslocamento circunferencial, (c) deslocamento axial

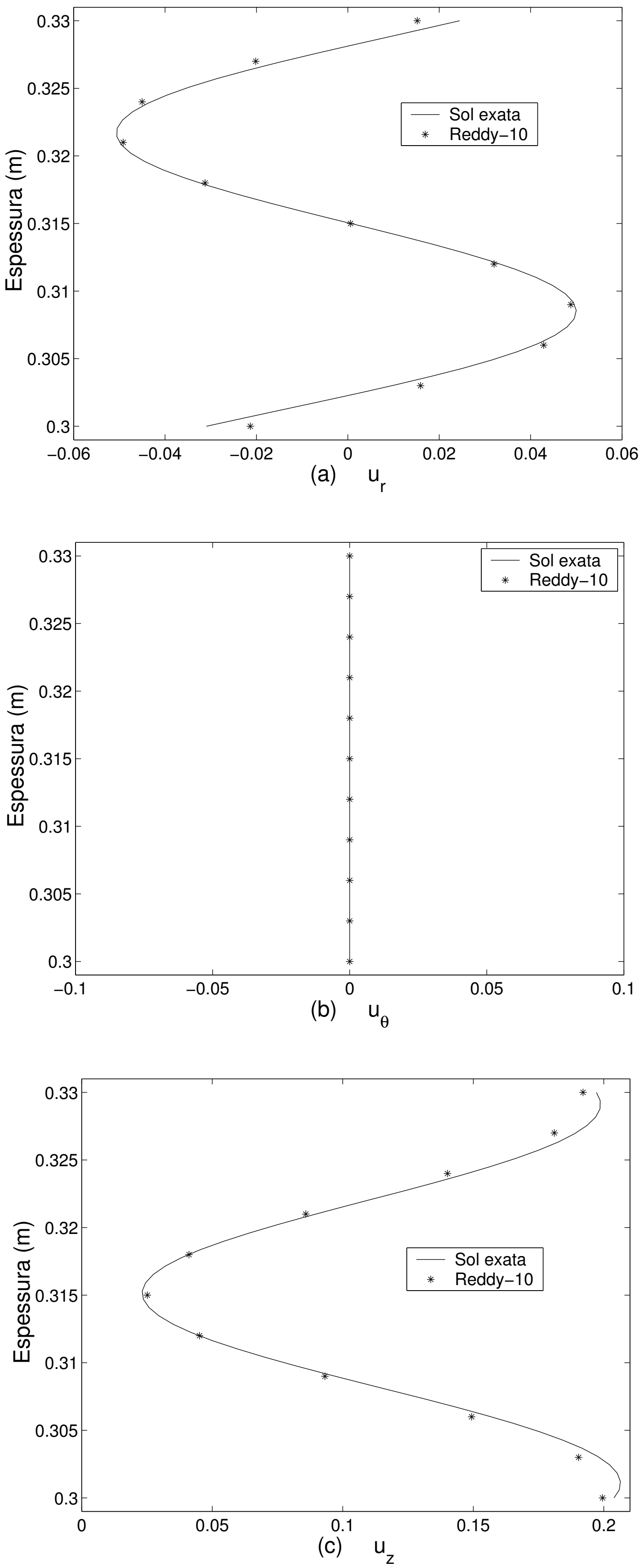

Figura 5.8: Campo de deslocamento do modo 5 ($n = 0$, $\omega.h = 4.09$ MHz-mm, $h/\lambda = 0.71$): (a) deslocamento radial, (b) deslocamento circunferencial, (c) deslocamento axial

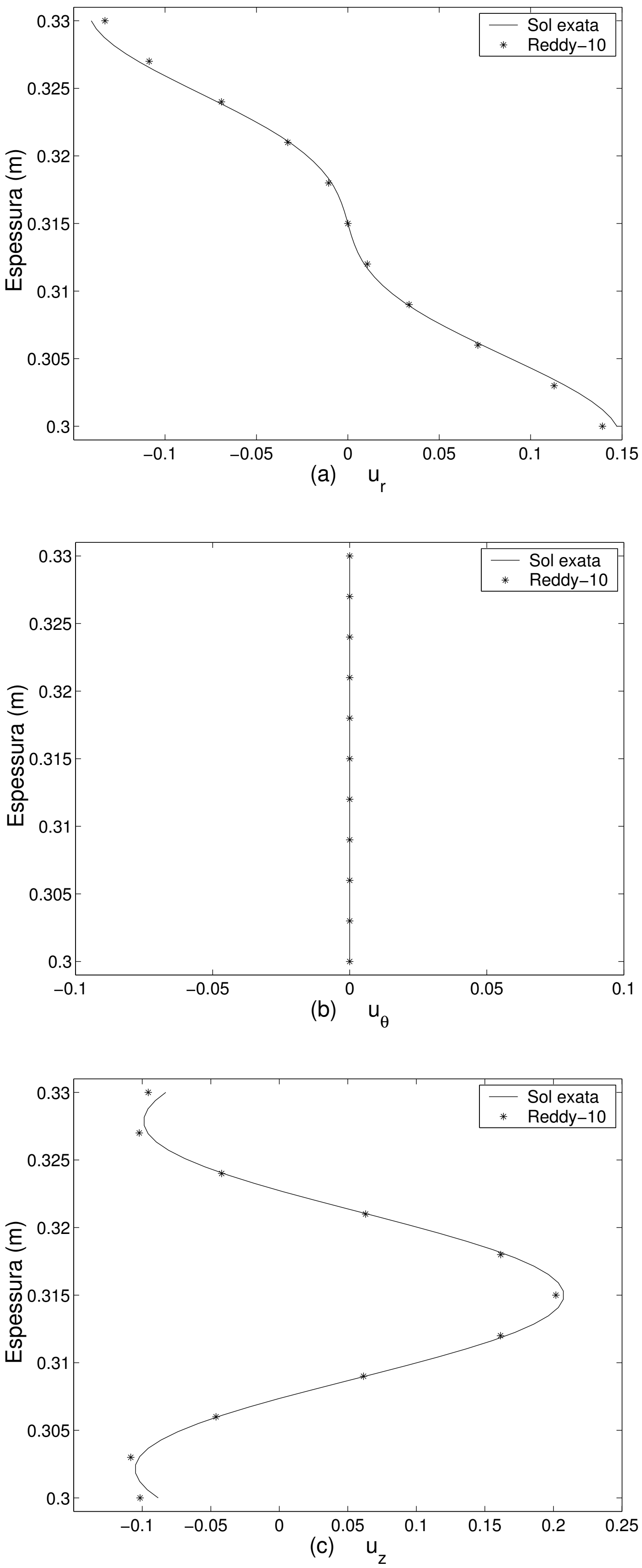

Figura 5.9: Campo de deslocamento do modo 6 ($n = 0$, $\omega.h = 4.34$ MHz-mm, $h/\lambda = 0.47$): (a) deslocamento radial, (b) deslocamento circunferencial, (c) deslocamento axial

O espectro de freqüência para os modos não axi-simétricos deste cilindro isotrópico, no caso particular quando $n = 1$, é quase idêntico ao mostrado na Figura 5.2, para o caso dos modos axi-simétricos. Isto foi demonstrado no Capítulo 2 ao comparar o espectro de freqüência dos modos longitudinais e torsionais com o espectro de modos de flexão ($para\ n = 1$). No entanto, estes modos não axi-simétricos podem ser apresentados, para não ter dois gráficos idênticos, na forma de curvas de dispersão que relaciona a velocidade de fase com a freqüência. A Figura 5.10 mostra esta comparação para os modos de flexão ($n = 1$). Nesta figura observa-se também que a teoria de Reddy fornece uma boa aproximação para representar a velocidade de fase na faixa de freqüência mostrada. Os modos de flexão 2, 5 e 6 mostrados na figura 5.10 são equivalentes aos modos axi-simétrico 2, 5 e 6 da Figura 5.2. As comparações do perfil do campo de deslocamentos ao longo da espessura associado a estes modos de flexão são mostrados nas Figuras 5.11-5.13. Verificou-se nestas figuras que estes modos, diferentemente dos modos axi-simétricos, têm componentes não nulas nas três direções.

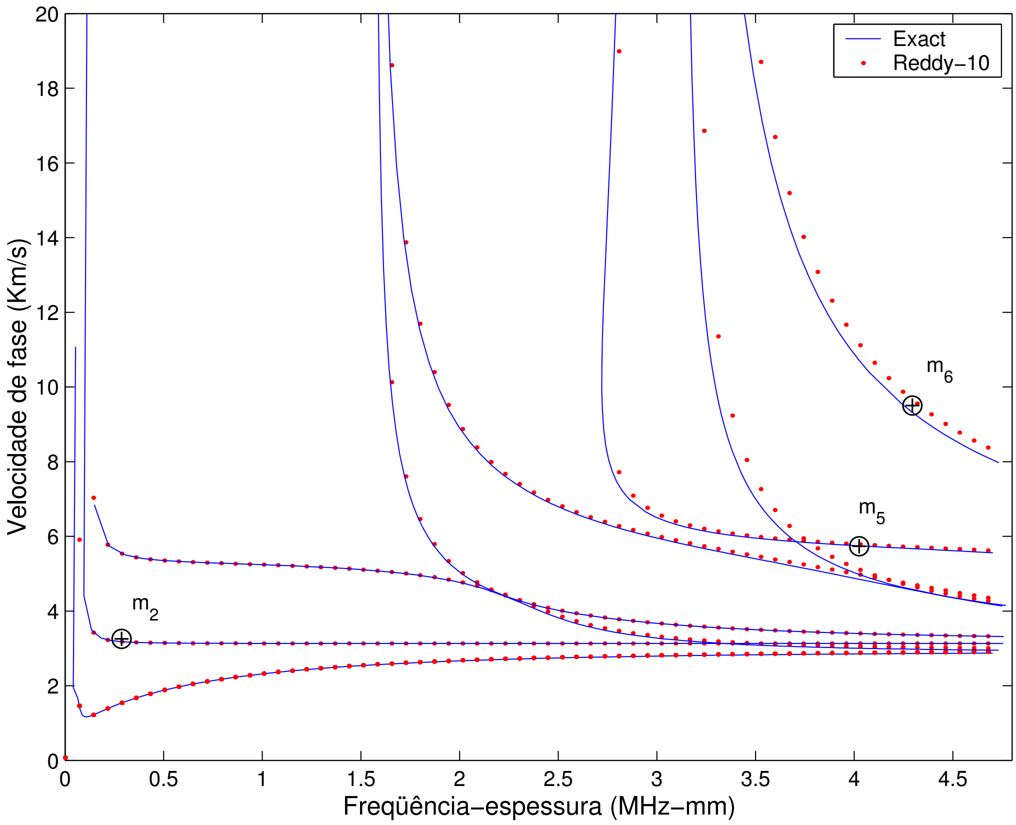

Figura 5.10: Curva de Dispersão de modos de Flexão para um cilindro isotrópico ($n = 1$)

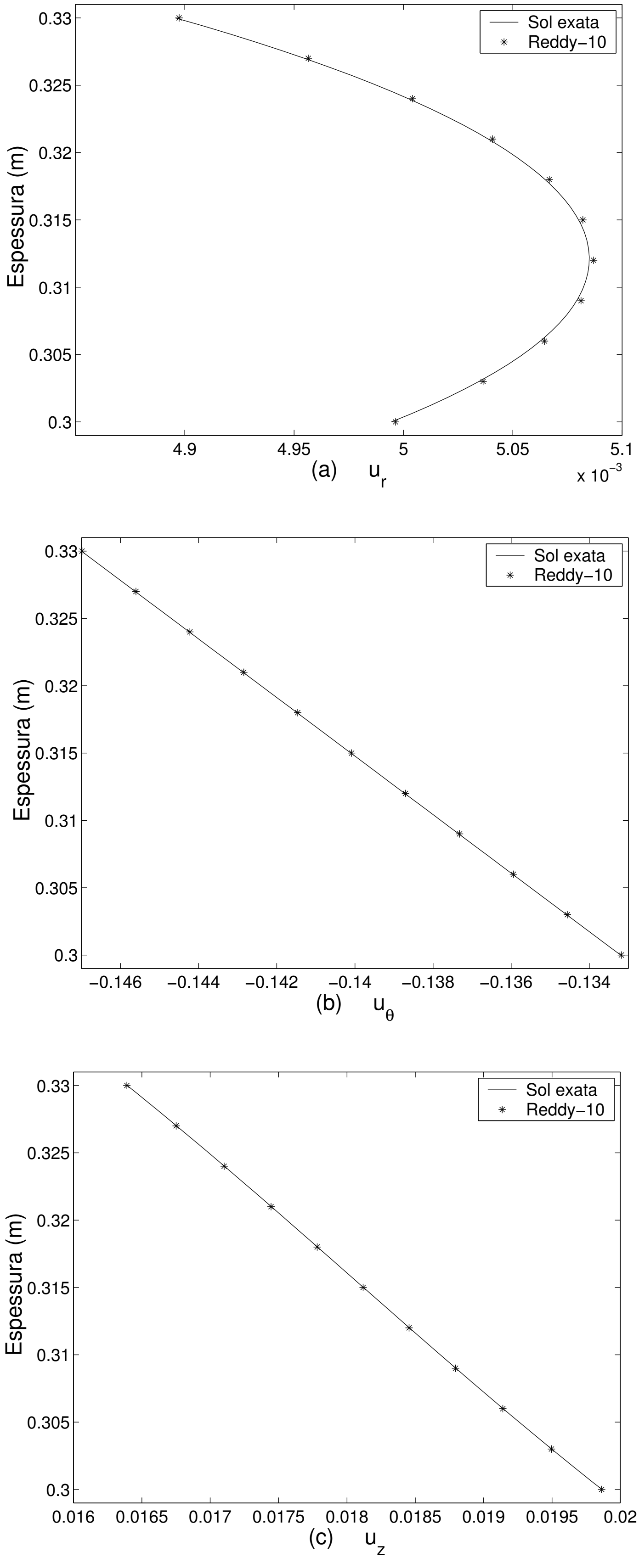

Figura 5.11: Campo de deslocamento do modo 2 de flexão ($n = 1$, $\omega.h = 0.37\,\text{MHz-mm}$, $h/\lambda = 0.11$): (a) deslocamento radial, (b) deslocamento circunferencial (c) deslocamento axial

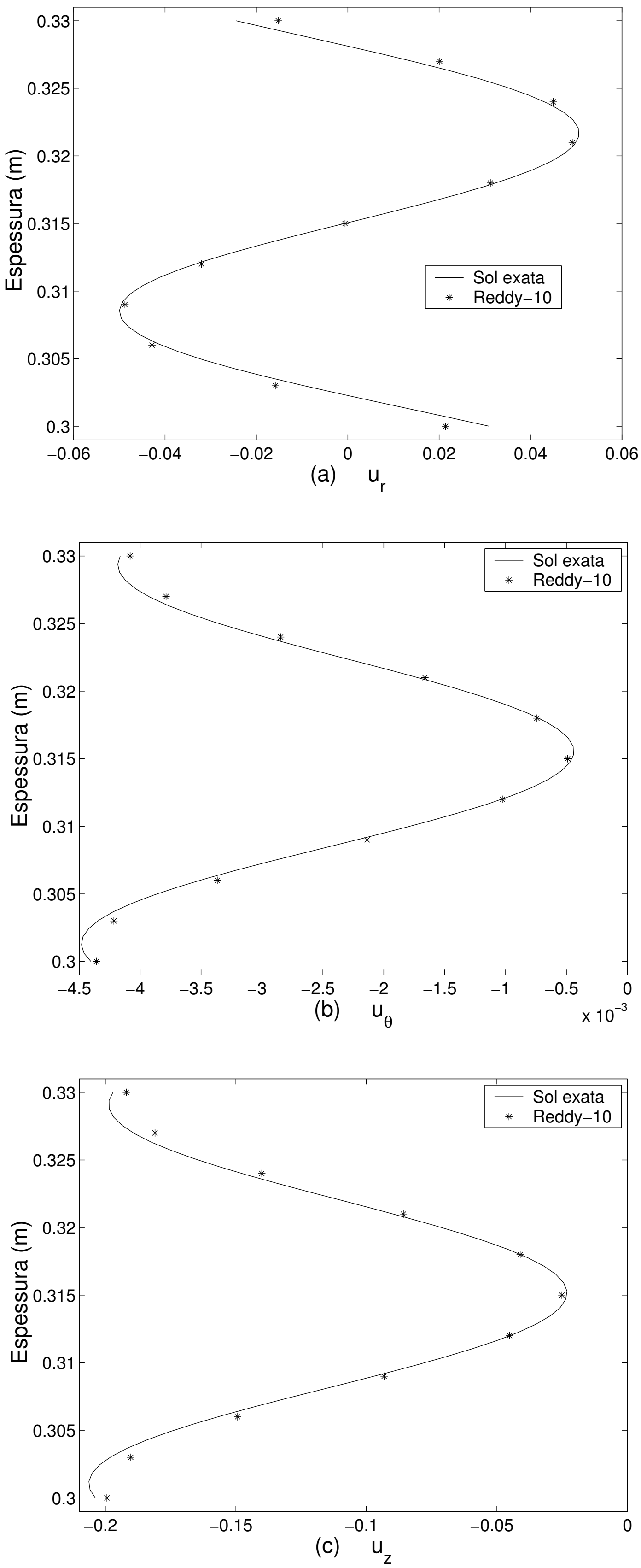

Figura 5.12: Campo de deslocamento do modo 5 de flexão ($n = 1$, $\omega.h =$ 4.09 MHz-mm, $h/\lambda = 0.71$): (a) deslocamento normal, (b) deslocamento circunferencial, (c) deslocamento axial

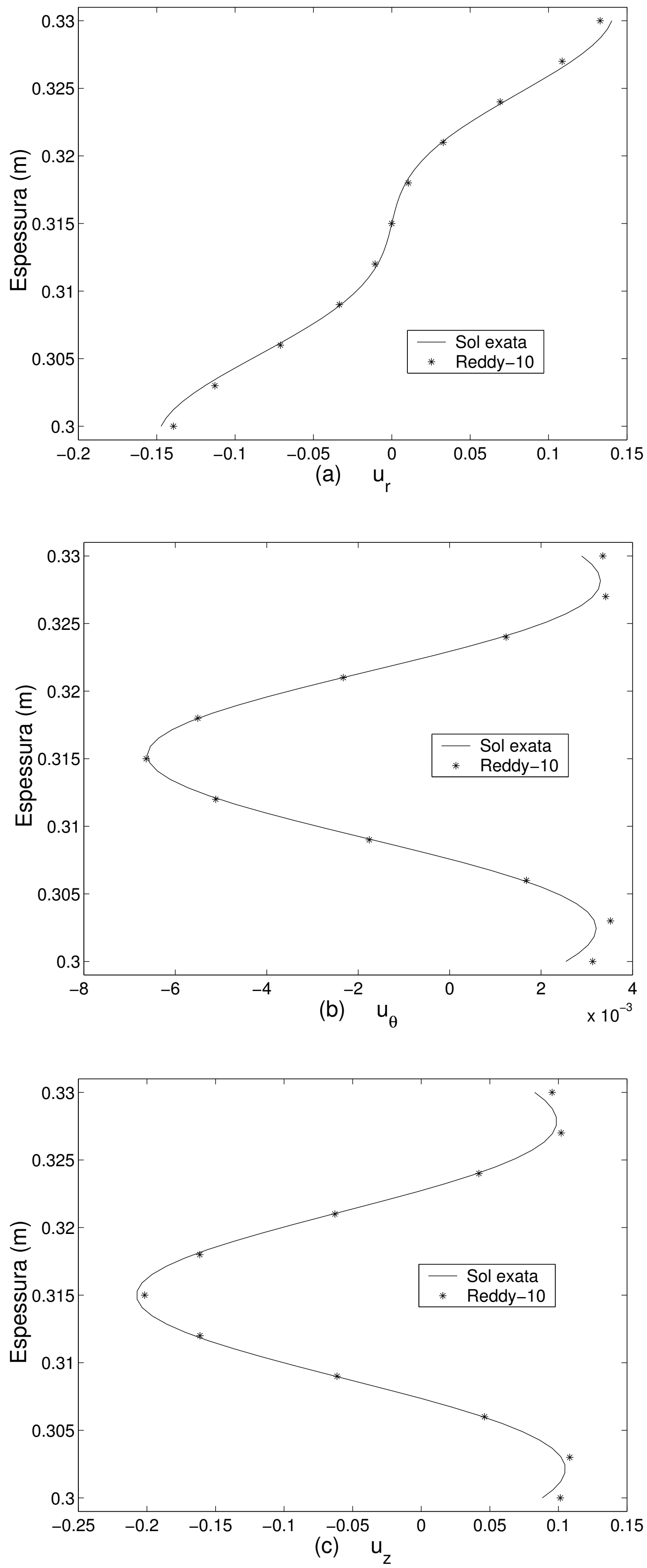

Figura 5.13: Campo de deslocamento do modo 6 de flexão ($n = 1$, $\omega.h =$ 4.34 MHz-mm, $h/\lambda = 0.47$): (a) deslocamento radial, (b) deslocamento circunferencial, (c) deslocamento axial

5.1.2
Cilindro Laminado

Nesta seção compara-se o espectro de freqüência aproximado com o exato considerando o caso de um cilindro laminado infinito. A Figura 5.14 mostra a geometria do cilindro que foi empregado nesta análise. As constantes elásticas deste cilindro laminado podem ser consultadas na Tabela 5.1. Diferentemente da seção anterior em que foram analisadas duas situações, nesta seção analisou-se só o espectro de freqüência dos modos de flexão para o caso de $n = 1$, já que o espectro de freqüência correspondente ao caso axi-simétrico é quase idêntico ao primeiro. Assim, a Figura 5.15 mostra a comparação do espectro de freqüência exato com o aproximado para $n = 1$. Neste caso, para obter a matriz de estado segundo a teoria de Reddy dividiu-se cada camada isotrópica em 10 sub-camadas da mesma espessura dando como resultado total 30 sub-camadas (Reddy-30) de $2\,mm$ de espessura cada uma. Nota-se nesta Figura que a teoria aproximada e a teoria exata fornecem resultados quase idênticos até uma relação espessura-comprimento de onda de 6. Isto quer dizer que o comprimento de onda representa menos que 1/5 da espessura do cilindro o que sem dúvida representa um comportamento na faixa de alta freqüência.

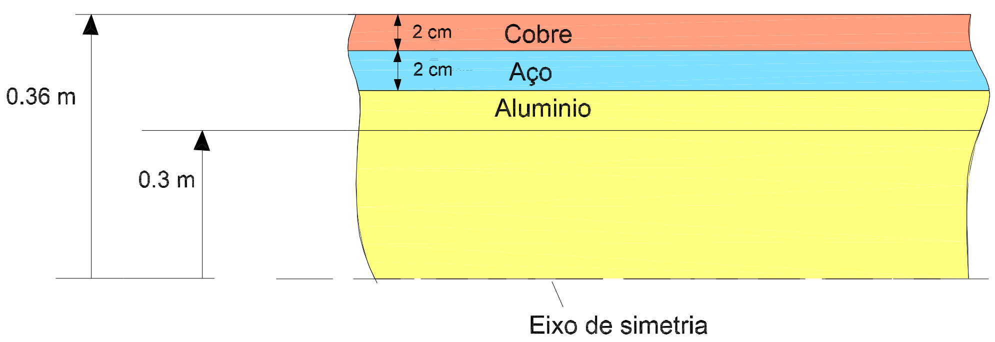

Figura 5.14: Cilindro Laminado Infinito

Nota-se também, que o espectro de freqüência deste cilindro laminado foi traçado para uma maior faixa de freqüência que para o caso de um cilindro isotrópico. Porém, este espectro é mais complexo e possui uma maior relação espessura-comprimento de onda.

Analogamente ao caso anterior, as marcas em forma de cruz na Figura 5.15 indicam os modos que vão ser analisados mais adiante. Neste caso, como se está trabalhando com modos de flexão, cada componente do campo de deslocamento vai ter um perfil determinado.

A partir do espectro de freqüência traçou-se a Figura 5.16 que mostra a comparação da curva de dispersão exata e aproximada (velocidade de fase vs freqüência) para este cilindro laminado. Este gráfico, como esperarado, é mais complexo que para o caso do cilindro isotrópico, mas mantém uma boa qualidade de aproximação com a teoria exata.

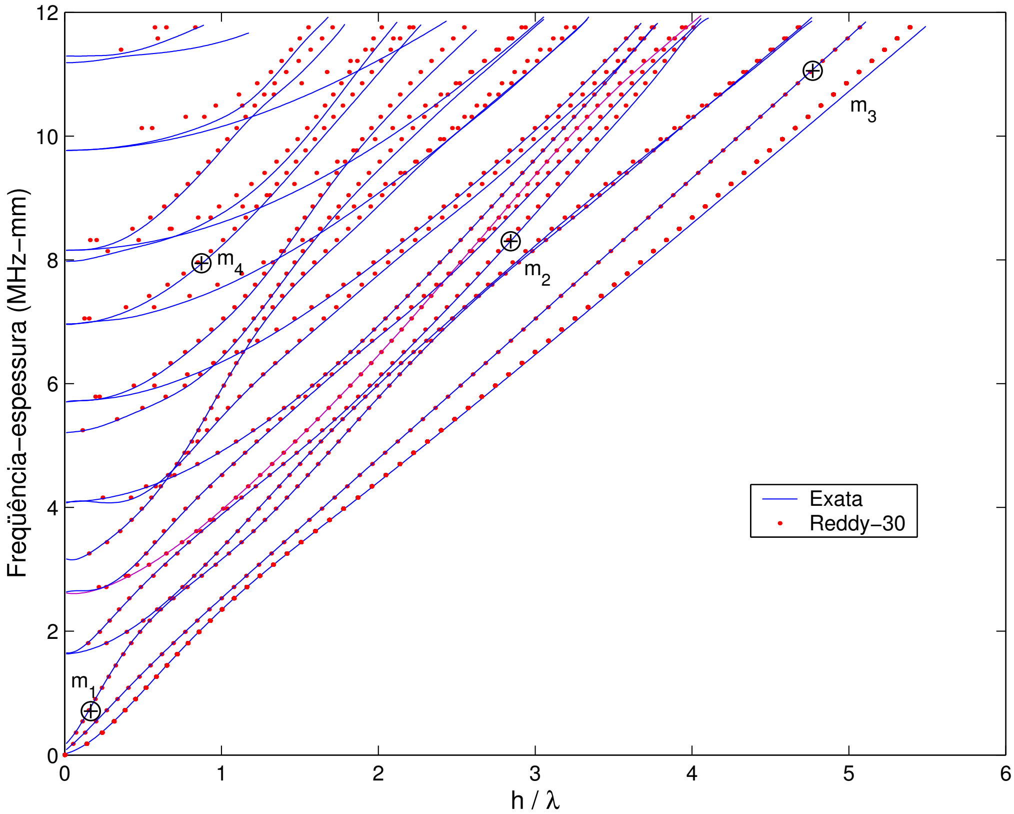

Figura 5.15: Espectro de Freqüência de modos de Flexão ($n = 1$) para um Cilindro Laminado

As Figuras 5.17-5.20 mostram o perfil do campo de deslocamento associado aos dos modos m_1, m_2, m_3 e m_4. Nestas figuras observa-se a maior complexidade do perfil do campo de deslocamento para o cilindro laminado em comparação ao perfil do campo de deslocamento associado aos modos correspondentes a um cilindro isotrópico. Por exemplo, o perfil do campo de deslocamento mostrado na Figura 5.17 tende a ser linear por partes e pode ser considerado na faixa de baixa freqüência. No entanto, o perfil mostrado na Figura 5.20 é complexo, representando um comportamento da estrutura na faixa de alta freqüência.

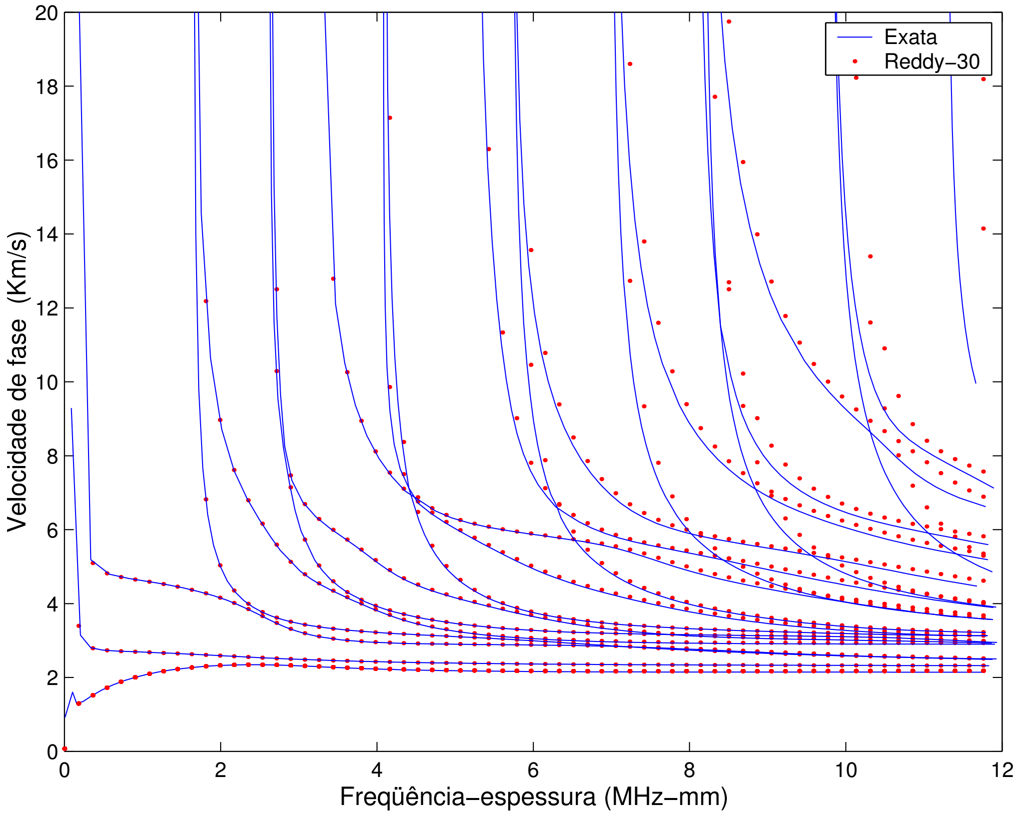

Figura 5.16: Curva de Dispersão de modos de Flexão para um Cilindro Laminado ($n = 1$)

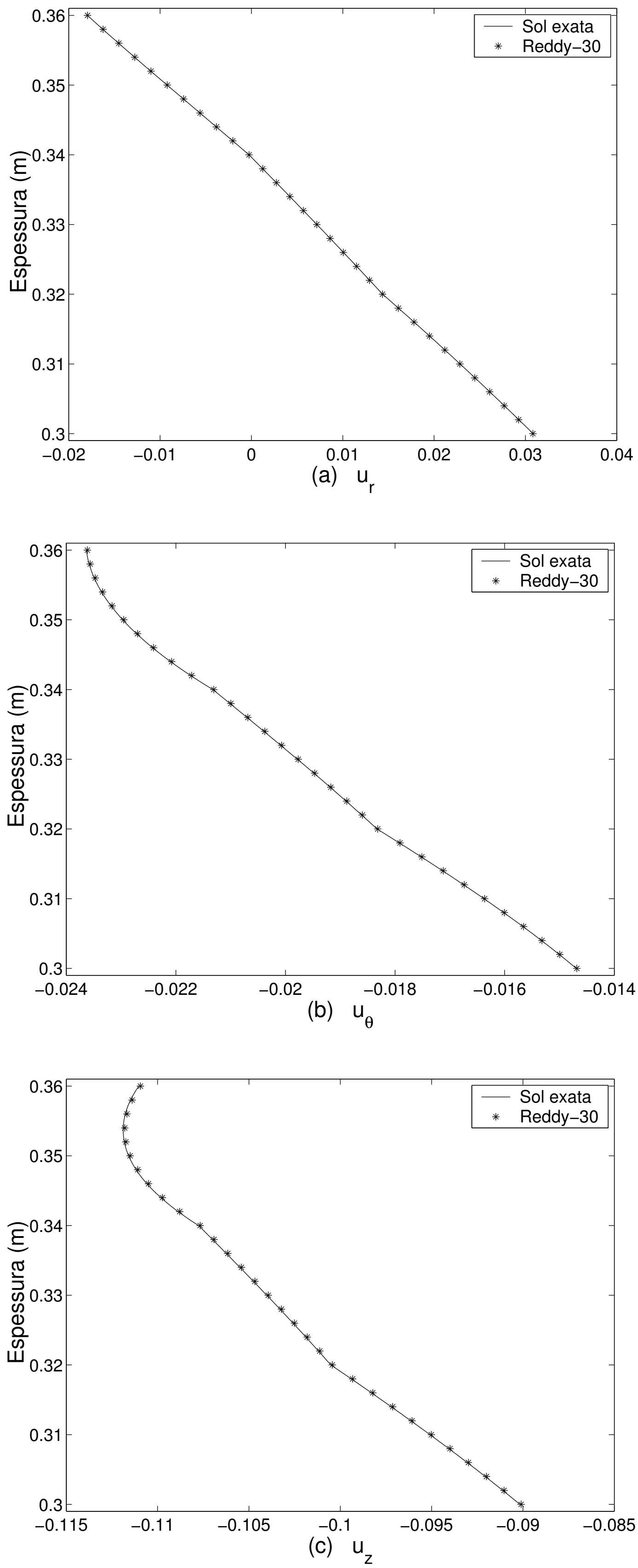

Figura 5.17: Campo de deslocamento do modo 1 de flexão, ($n = 1$, $\omega.h = 0.67\,MHz - mm$, $h/\lambda = 0.14$): (a) deslocamento radial, (b) deslocamento circunferencial, (c) deslocamento axial

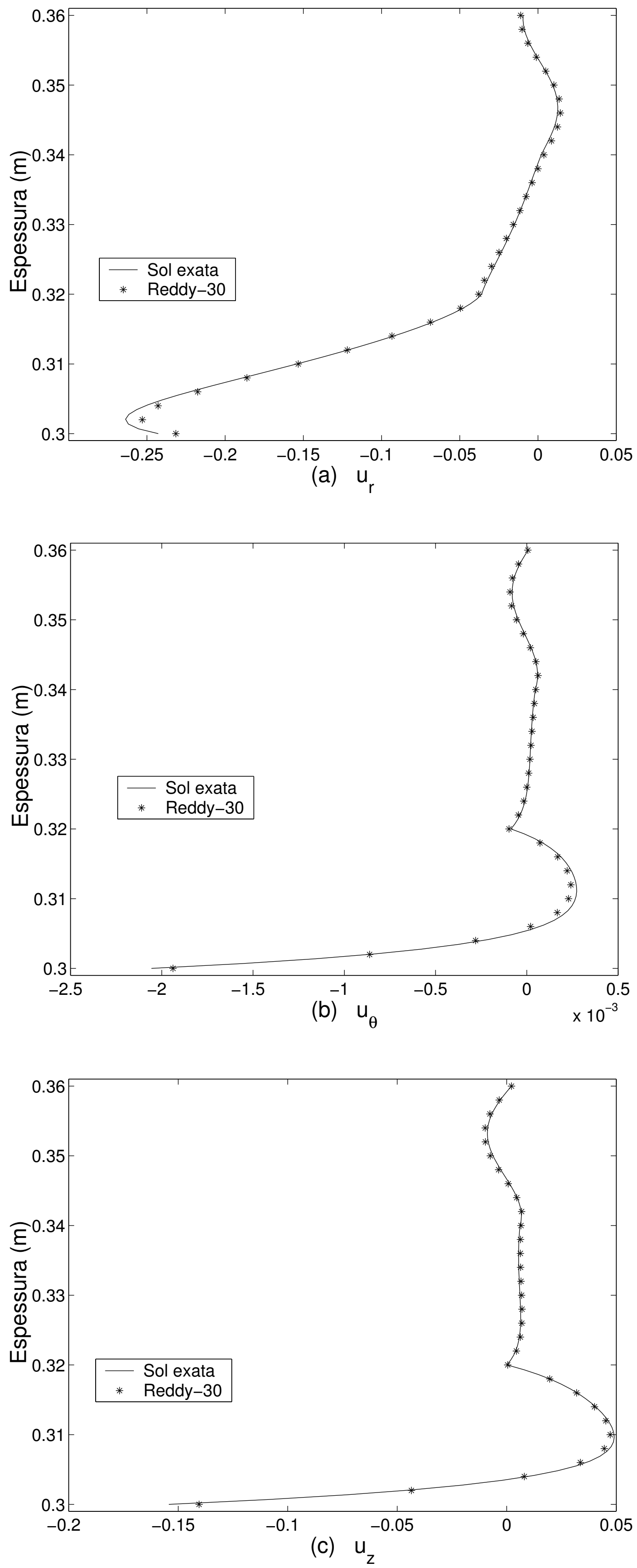

Figura 5.18: Campo de deslocamento do modo 2 de flexão ($n = 1$, $\omega.h = 8.36\, MHz - mm$, $h/\lambda = 2.86$): (a) deslocamento radial, (b) deslocamento circunferencial, (c) deslocamento axial

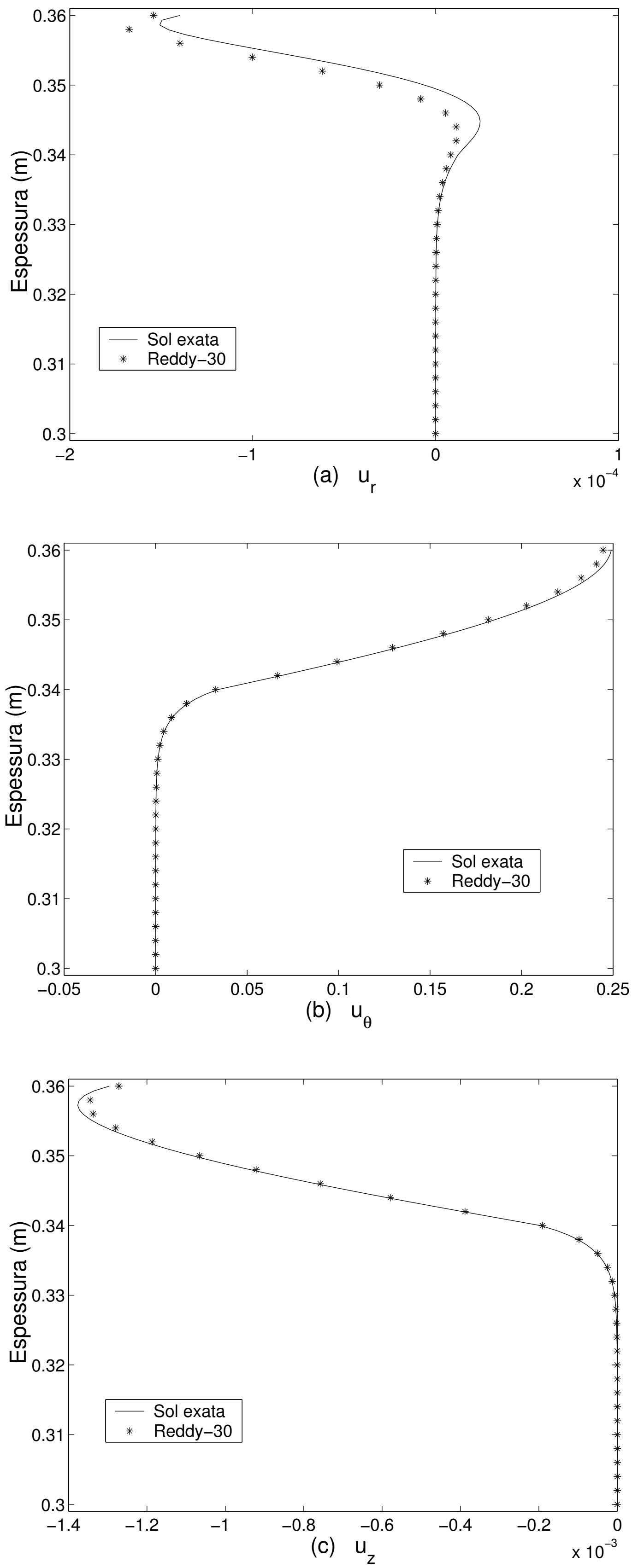

Figura 5.19: Campo de deslocamento do modo 3 de flexão ($n = 1$, $\omega.h = 11.08\,MHz - mm$, $h/\lambda = 4.77$): (a) deslocamento radial, (b) deslocamento circunferencial, (c) deslocamento axial

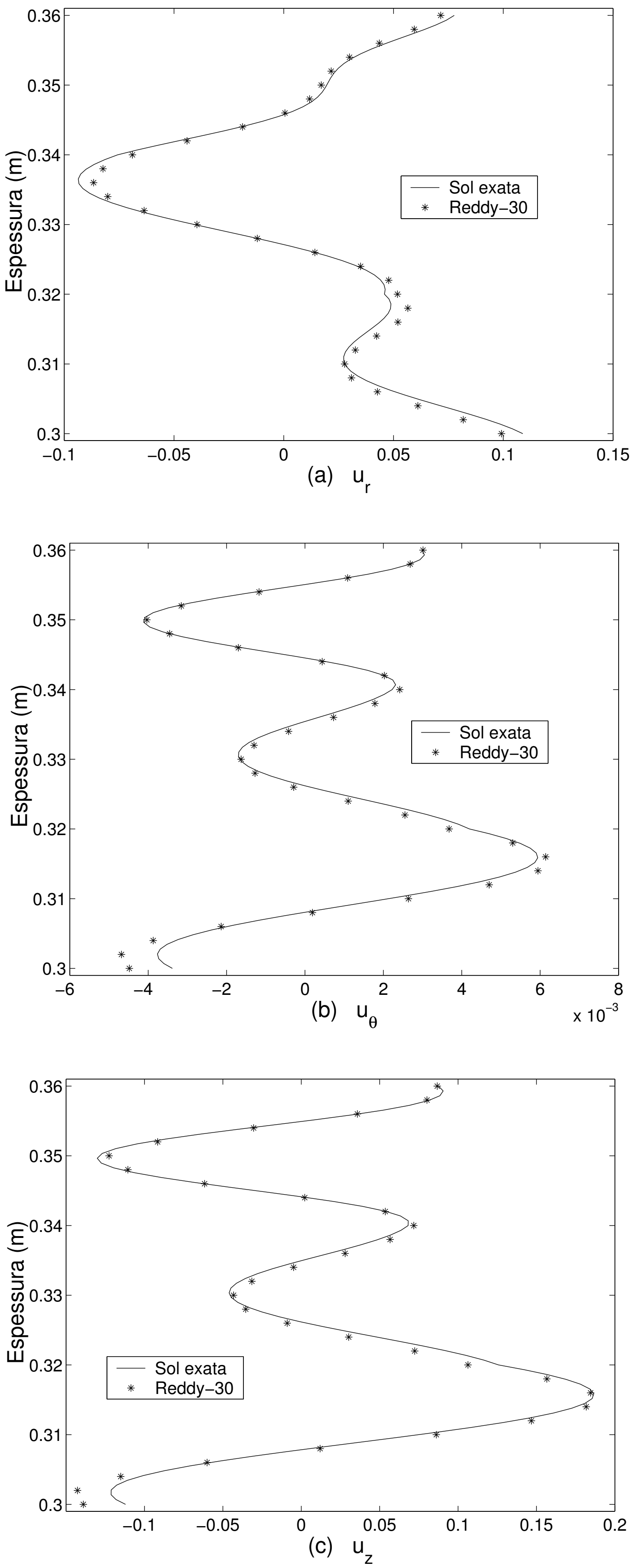

Figura 5.20: Campo de deslocamento do modo 4 de flexão ($n = 1$, $\omega.h = 8.11\, MHz - mm$, $h/\lambda = 0.95$): (a) deslocamento radial, (b) deslocamento circunferencial, (c) deslocamento axial

5.2
Comparação entre a Teoria de Reddy e o Método dos Elementos Finitos

Nesta seção compara-se os resultados obtidos a partir da teoria discreta de Reddy com o método dos elementos finitos (MEF) para um cilindro com comprimento finito. Diferentemente da seção anterior em que as condições de contorno não eram tão importantes devido ao fato de que a análise foi feita considerando um cilindro infinito, nesta seção elas são vitais já que os resultados são dependentes dos mesmos. Esta dependência dos resultados com as condições de contorno ficou claramente evidenciada no capítulo anterior quando foi definido o tensor de Impedância e a matriz de reflexão na seção inicial do cilindro.

Analisou-se duas configurações de contorno para comparar os resultados entre a modelagem pelo MEF e a teoria de Reddy. No primeiro caso trata-se de um cilindro livre-livre e no segundo caso trata-se de um cilindro engastado livre. Para cada uma destas condições de contorno comparou-se primeiro as primeiras freqüências naturais de vibração. Em seguida excitou-se o cilindro com uma carga harmônica concentrada num ponto na superfície externa do cilindro e se comparou a resposta em freqüência do deslocamento co-localizado obtido a partir destas duas teorias aproximadas.

Em ambas configurações utilizou-se uma análise de tipo axi-simétrico ($n = 0$) considerando, como na seção anterior, dois casos: um cilindro isotrópico e um cilindro laminado. Esta análise de tipo axi-simétrico foi utilizada nesta dissertação pelas vantagens encontradas, particularmente no modelagem por elementos finitos. A análise do cilindro por MEF foi possível porque se aproveitou suas características axi-simétricas evitando desta forma a malha em três dimensões que faria este cálculo impraticável pelo tempo e esforço computacional requerido.

5.2.1
Cilindro Isotrópico

Nesta parte analisam-se as comparações dos resultados obtidos a partir da teoria de Reddy com os obtidos a partir do programa comercial ANSYS para o caso de um cilindro isotrópico como o mostrado na Figura 5.21. Nesta figura apresentam-se as condições de contorno para os dois casos que serão analisados, assim como a geometria e o material desta estrutura.

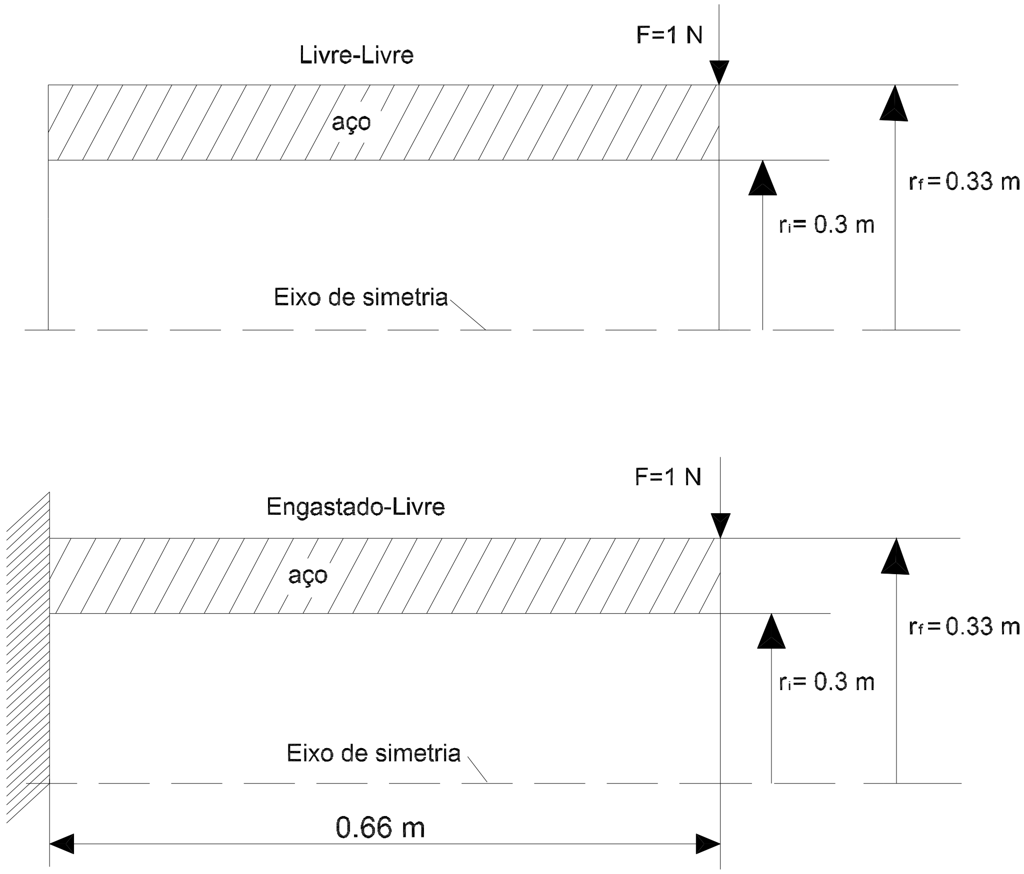

Figura 5.21: Cilindro Isotrópico com comprimento finito

As comparações das primeiras freqüências naturais de vibração para as duas condições de contorno já estabelecidas nesta seção são mostradas na Tabela 5.2. Nesta tabela pode-se observar a excelente concordância de resultados para as primeiras freqüências naturais axi-simétricas de vibração até o modo 7 no caso do cilindro livre-livre, e até o modo 5 no caso do cilindro engastado-livre. A diferença percentual, para os dois casos, entre as freqüências naturais segundo estas duas teorias é muito pequena chegando no pior dos casos a um valor de $0,24$. Nota-se também que as freqüências naturais obtidas a partir da teoria de Reddy são sempre menores ou iguais que aquelas calculadas pelo MEF.

O cálculo das freqüências naturais segundo a teoria de Reddy foi obtido a partir da resposta em freqüência do deslocamento da superfície externa do cilindro excitado por uma carga axi-simétrica radial concentrada. (Figura 5.21). As respostas em freqüência da amplitude deste deslocamento radial são confrontadas nas Figuras 5.22-5.23 para o caso de um cilindro

	Livre-Livre		Engastado-Livre	
modo	Reddy-20	Ansys	Reddy-20	Ansys
1	2473.9	2473.9	1864.5	1864.6
2	2538.3	2539.5	2546.4	2546.4
3	2561.1	2562.2	2645.0	2645.9
4	2708.9	2709.0	2796.9	2796.9
5	3158.1	3160.8	3171.5	3172.6
6	3986.5	3986.5	3972.8	3975.3
7	4135.0	4135.0	5119.0	5122
8	5155.5	5158.4	6069.8	6070.4
9	6599.3	6605.2	6546.3	6554.6
10	8054.7	8055.2	8158.0	8178.1

Tabela 5.2: Freqüências naturais axi-simétricas ($n = 0$) para um cilindro Isotrópico (Hz)

livre-livre e engastado-livre, respectivamente. Nestes gráficos pode-se notar a excelente concordância de resultados para a faixa de freqüência mostrada, especialmente para os pólos. No entanto, a diferença entre as duas teorias é mais notória no caso dos zeros, a partir do modo 6. A resposta em freqüência obtida a partir da teoria de Reddy foi encontrada variando-se a freqüência da força concentrada de $1N$ aplicada na superfície externa do cilindro como mostrado na Figura 5.21. Em seguida calculou-se o módulo do deslocamento radial para cada freqüência.

Os resultados plotados nesta seção a partir da teoria discreta de Reddy foram obtidos discretizando-se a espessura do cilindro isotrópico em 20 camadas da mesma espessura (Reddy-20). Não foi preciso utilizar uma discretização mais fina pois os resultados já foram satisfatórios. Para a análise através do método dos elementos finitos utilizou-se o código ANSYS versão 5.5. Desta forma, utilizou-se o elemento PLANE42 de quatro nós para a malha. Este elemento foi utilizado como um elemento axi-simétrico, porém o malha foi feita só numa seção transversal do cilindro isotrópico. A malha desta seção transversal possui 2200 elementos. Assim, a espessura e o comprimento do cilindro foram divididos em 10 fileiras e 220 colunas de elementos, respectivamente como é mostrado no esquema da malha, na

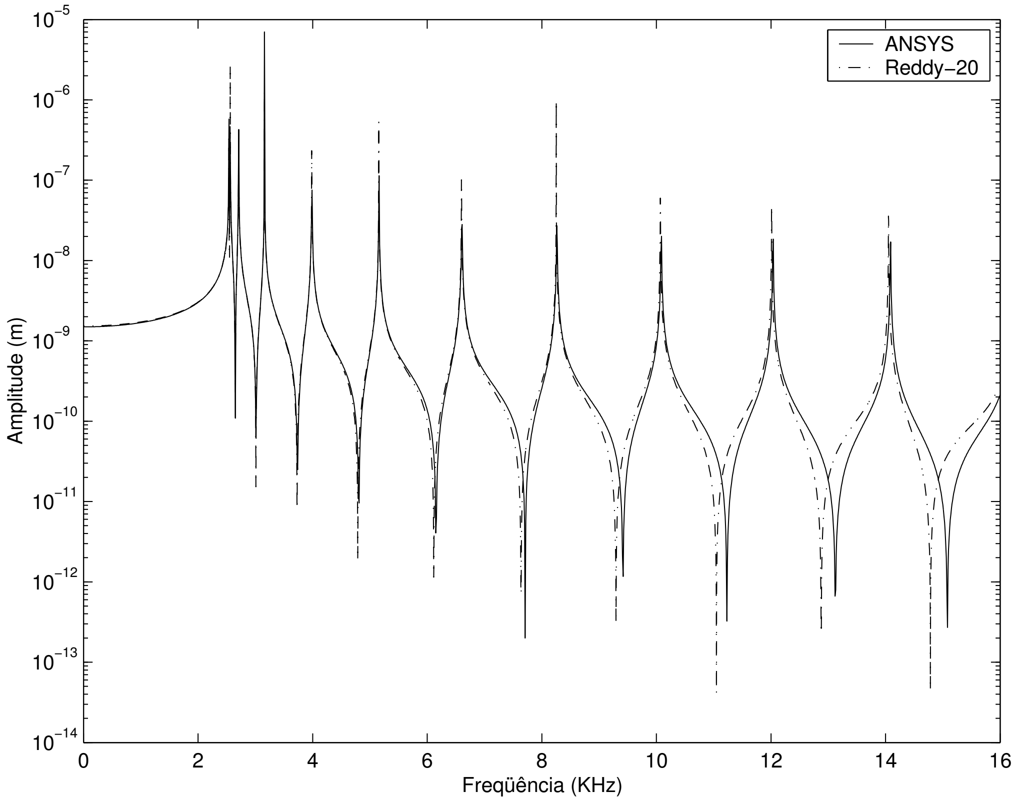

Figura 5.22: Resposta em Freqüência para um cilindro isotrópico (Livre-Livre)

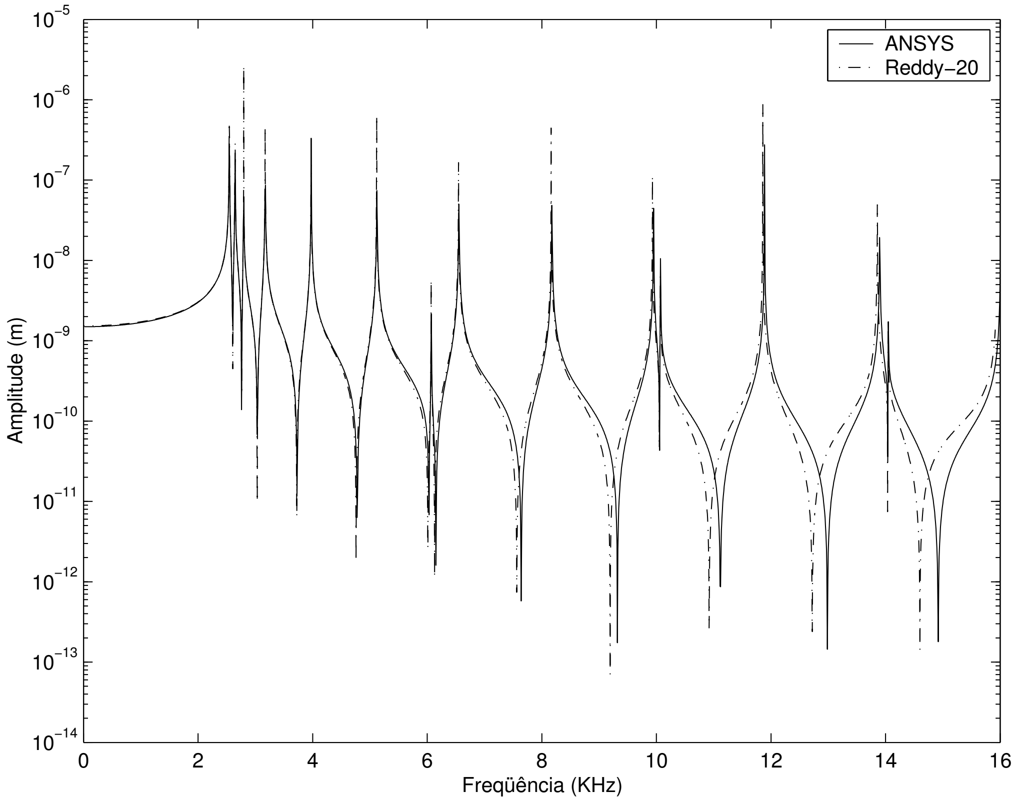

Figura 5.23: Resposta em Freqüência para um cilindro isotrópico (Engastado-Livre)

Figura 5.24.

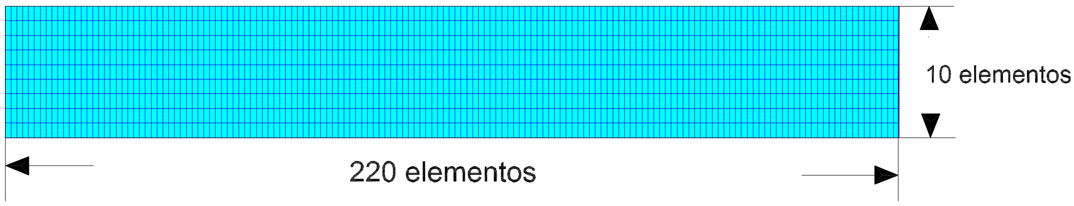

Figura 5.24: Esquema da malha por Elementos finitos da seção de um cilindro isotrópico

5.2.2
Cilindro Laminado

Nesta seção compara-se os resultados obtidos a partir da teoria de Reddy com os obtidos pelo MEF para um cilindro laminado de comprimento finito como mostrado na Figura 5.25. Neste caso trabalhou-se com um cilindro de maior espessura e maior comprimento que no caso da seção anterior. Escolheu-se estas dimensões para testar a teoria de Reddy no caso de cascas relativamente mais grossas (relação espessura-raio= 0.2). As constantes elásticas do material empregado neste cilindro laminado são as mesmos que foram utilizadas na seção anterior e podem ser consultadas na tabela 5.1.

As comparações das freqüências naturais obtidas a partir da teoria discreta de Reddy e a partir do MEF são apresentadas na tabela 5.3. Nota-se que analogamente ao caso da seção anterior para o cilindro isotrópico, os resultados mostrados nesta tabela são satisfatórios para as dez primeiras freqüências naturais axi-simétricas ($n = 0$). A solução a partir da teoria de Reddy foi obtida discretizando a espessura do cilindro laminado em 30 sub-

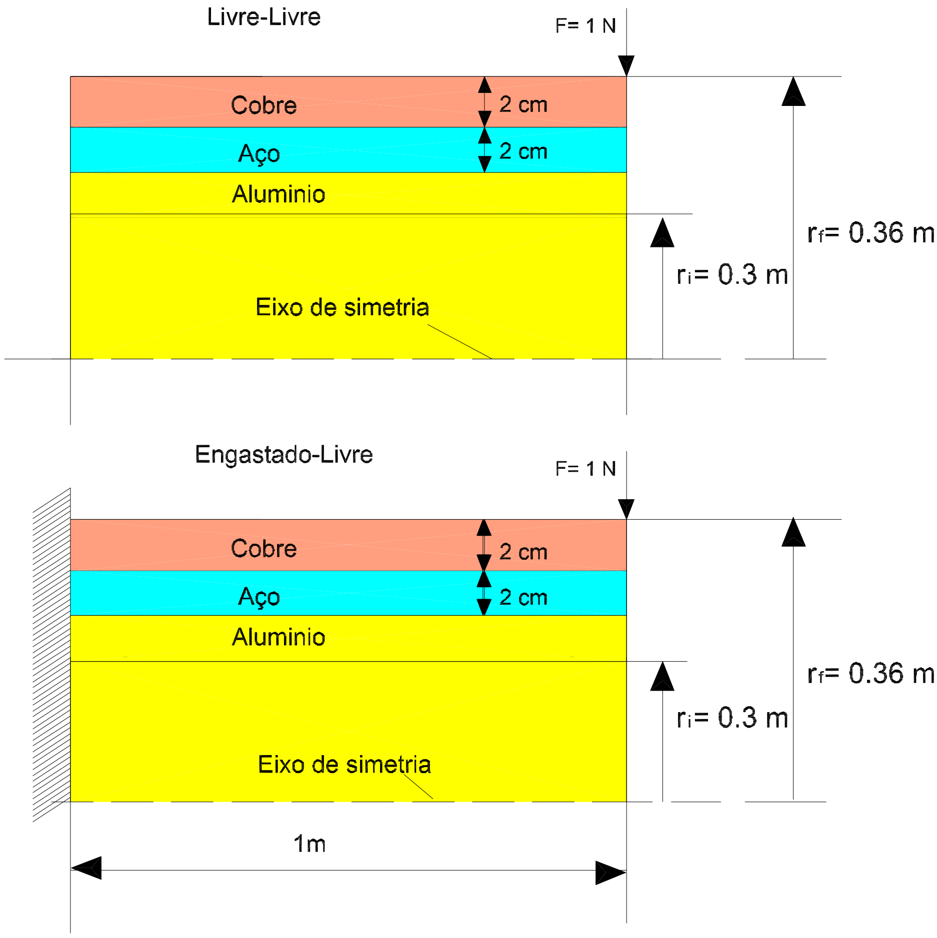

Figura 5.25: Cilindro Laminado de comprimento finito

camadas da mesma espessura (Reddy-30). Isto quer dizer que cada camada isotrópica foi dividida em 10 sub-camadas.

Na análise por elementos finitos foi utilizado o mesmo tipo de elemento axi-simétrico de 4 nós que na seção anterior, para o caso de um cilindro isotrópico. A malha utilizada para discretizar a seção transversal do cilindro laminado contém no total 7500 elementos distribuídos segundo o esquema mostrado na Figura 5.26.

As comparações da resposta em freqüência para este cilindro laminado são apresentadas nas Figuras 5.27 e 5.28. Nestas figuras constata-se, uma vez mais, que a teoria discreta de Reddy e a teoria de elementos finitos fornecem resultados coincidentes, quando se trabalha na faixa de baixas freqüências. No entanto, esta diferença, como também será mostrado mais adiante, é mais notória ao aumentar a freqüência. Esta discrepância nos

	Livre-Livre		Engastado-Livre	
modo	Reddy-30	Ansys	Reddy-30	Ansys
1	1903.0	1903.7	1109.3	1109.3
2	2115.2	2115.3	2111.9	2111.9
3	2134.2	2134.2	2162.7	2162.7
4	2205.0	2204.9	2279.4	2278.5
5	2446.0	2446.0	2460.5	2459.3
6	2643.0	2640.7	2914.7	2913.4
7	2917.6	2917.1	3527.9	3526.6
8	3612.5	3610.7	3678.3	3676.3
9	4479.2	4477.7	4445.7	4444.5
10	4755.0	4752.7	5435.5	5434.5

Tabela 5.3: Freqüências naturais axi-simétricas ($n = 0$) para um cilindro Laminado (Hz)

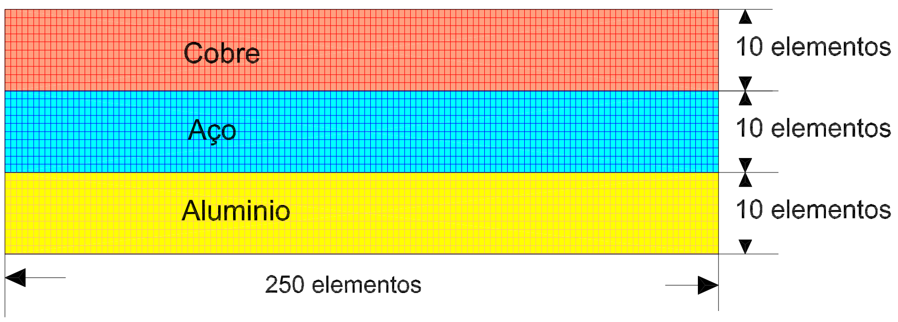

Figura 5.26: Esquema da malha por Elementos Finitos da seção de um cilindro laminado

resultados das comparações, que já havia sido verificada no caso do cilindro isotrópico na seção anterior, indica que o método dos elementos finitos deve ser utilizado com precaução na faixa de altas freqüências. Isto se deduz a partir do fato de que a teoria discreta de Reddy já foi validada na faixa de altas freqüências, comparando-as com resultados obtidos a partir da teoria linear de elasticidade nas primeiras seções deste capítulo.

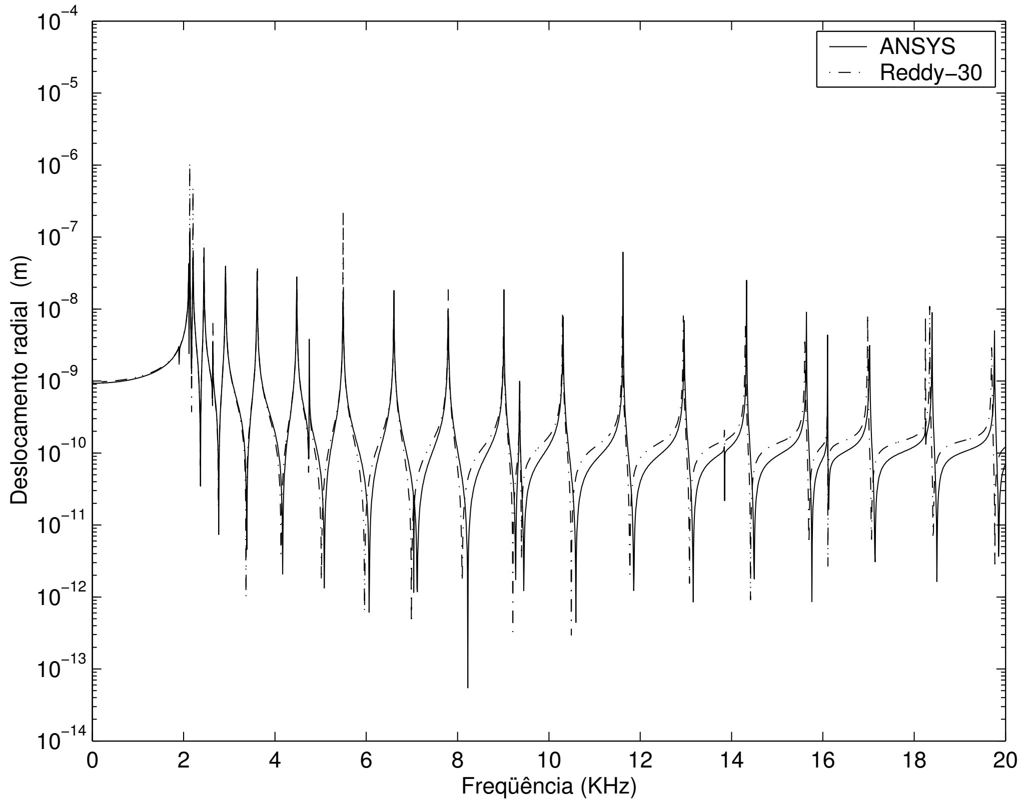

Figura 5.27: Resposta em freqüência de um cilindro laminado Livre-Livre

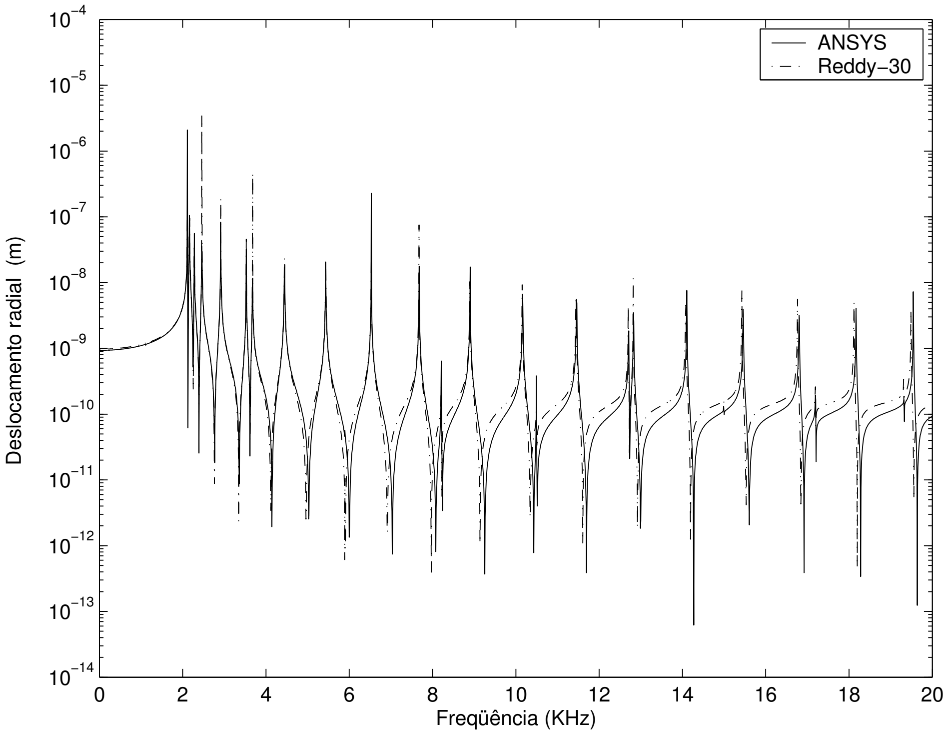

Figura 5.28: Resposta em freqüência de um cilindro laminado Engastado-Livre

O perfil de deslocamento ao longo da espessura para este cilindro laminado de comprimento finito também pode ser comparado usando o método dos elementos finitos e o proposto neste trabalho. Com este propósito excitou-se o cilindro como mostrado na Figura 5.25 (configuração engastado-livre), mas agora com uma freqüência definida. O campo de deslocamento obtido a partir da teoria de Reddy no extremidade direita do cilindro laminado foi obtido segundo o procedimento descrito no capítulo anterior. É importante mencionar que analogamente às análises anteriores, a carga concentrada aplicada para excitar o cilindro é axi-simétrica ($n = 0$), porém a componente circunferencial do campo de deslocamento em qualquer seção do cilindro é nula.

As Figuras 5.29-5.32 mostram as comparações do perfil do campo de deslocamento radial e axial calculados nesta seção do cilindro laminado para uma freqüência de 10KHz e 40KHz, respectivamente. Considerou-se estas freqüências para poder observar a diferença do perfil dos deslocamentos em situações extremas de freqüência. Observa-se nestes gráficos que os resultado obtidos por MEF e por Reddy para o deslocamento radial têm algumas diferenças (isto já havia sido observado na resposta em freqüência). A malha e o tipo de elemento utilizados para obter o perfil do deslocamento por elementos finitos foi a mesma utilizada para o cálculo das freqüências naturais.

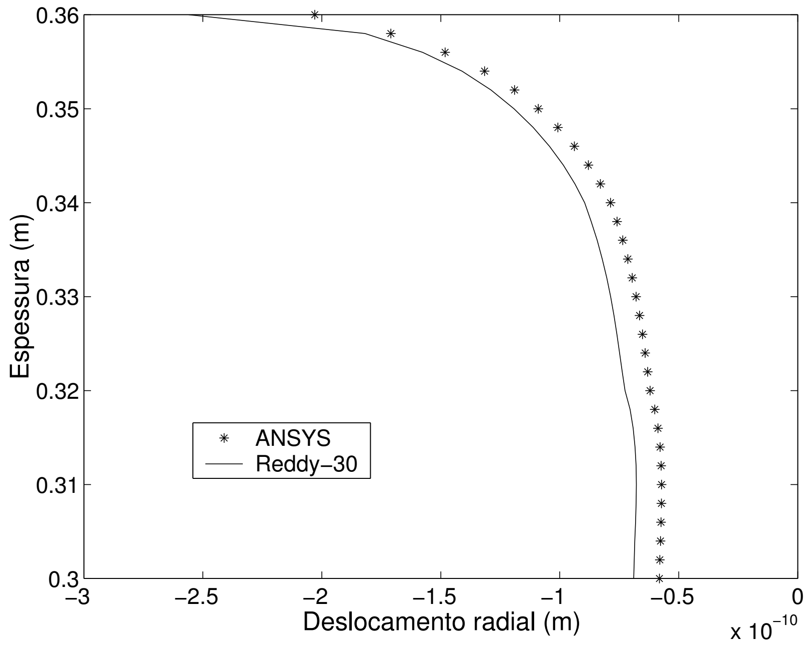

Figura 5.29: deslocamento radial na extremidade livre do cilindro laminado (10 KHz)

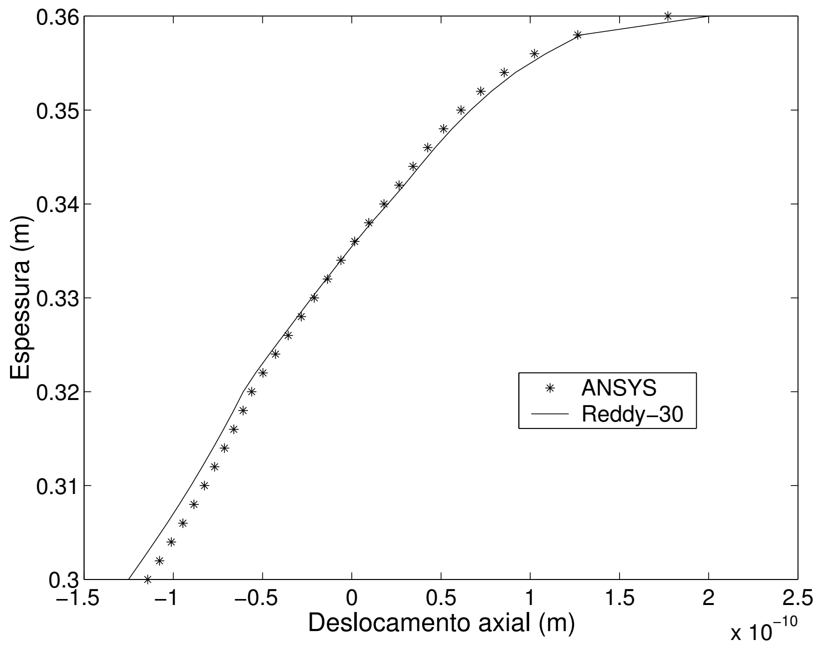

Figura 5.30: deslocamento axial na extremidade livre do cilindro laminado (10 KHz)

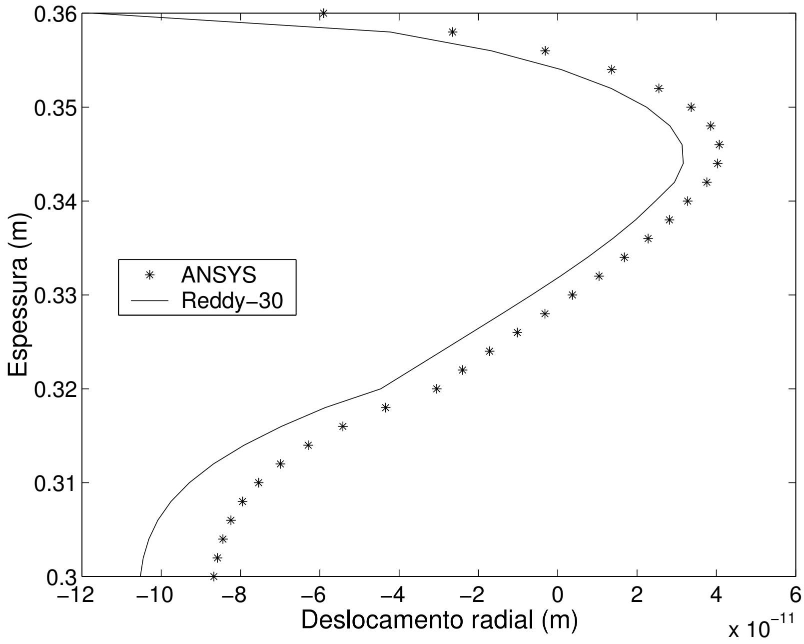

Figura 5.31: deslocamento radial na extremidade livre do cilindro laminado (40 KHz)

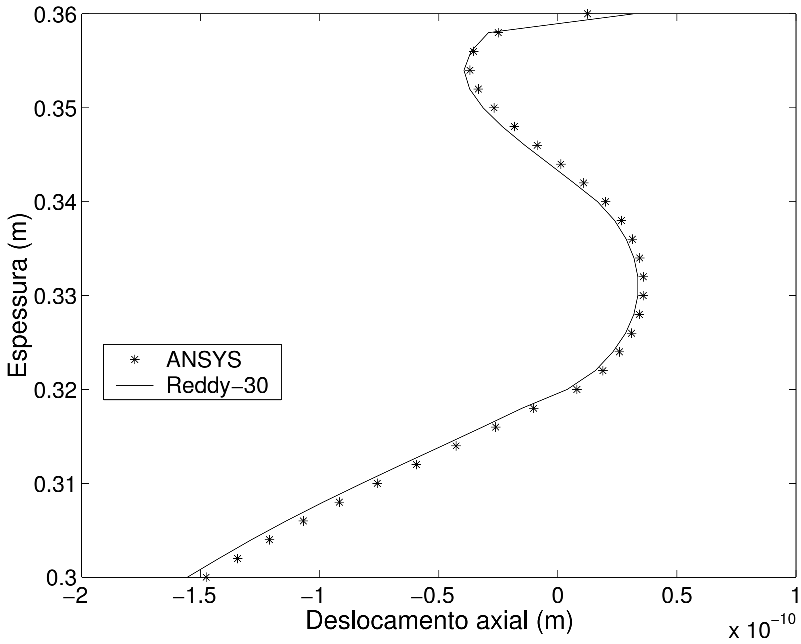

Figura 5.32: deslocamento axial na extremidade livre do cilindro laminado (40 KHz)