4.
APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS DA COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE BLACK&SCHOLES E GARCH

4.1
Influência do Número de Negócios no Apreçamento das Opções

Verificou-se se o número de negócios de cada observação influencia no erro do apreçamento das opções pelos modelos, uma vez que poucos negócios podem fazer com que o preço de mercado da opção se distancie do preço justo. Deste modo, se a baixa liquidez fizesse com que os erros nos apreçamentos fossem maiores, as observações com menor número de negócios seriam retiradas da amostra. Os gráficos 1, 2 e 3 mostram a relação entre o número de negócios e os erros médios de cada modelo para cada volatilidade empregada. As tabelas que deram origem aos gráficos compõem o anexo 6.

Não se realizaram testes estatísticos nesta análise, nem houve uma comparação mais apurada entre os modelos, ou entre o uso das três volatilidades, uma vez que o objetivo era somente saber se seriam retiradas as observações de opções com os menores números de negócios.

De uma maneira geral, pode-se observar, para o modelo de B&S utilizando as três volatilidades, que, quanto maior a quantidade de negócios, menores os erros médios (exceto para os menores tempos para vencimento quando se utiliza a volatilidade histórica). Porém, para o modelo GARCH, a região de maiores erros se situou geralmente na faixa central, entre 30 e 230 negócios. Desta forma, como para o modelo GARCH a baixa liquidez não significou maiores erros médios, não foram desprezadas as observações de opções com menores números de negócios.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Gráfico 1 - Relação nº de Negócios X Erros Médios dos Modelos no Apreçamento de Opções de B&S e GARCH, Utilizando a Volatilidade Histórica

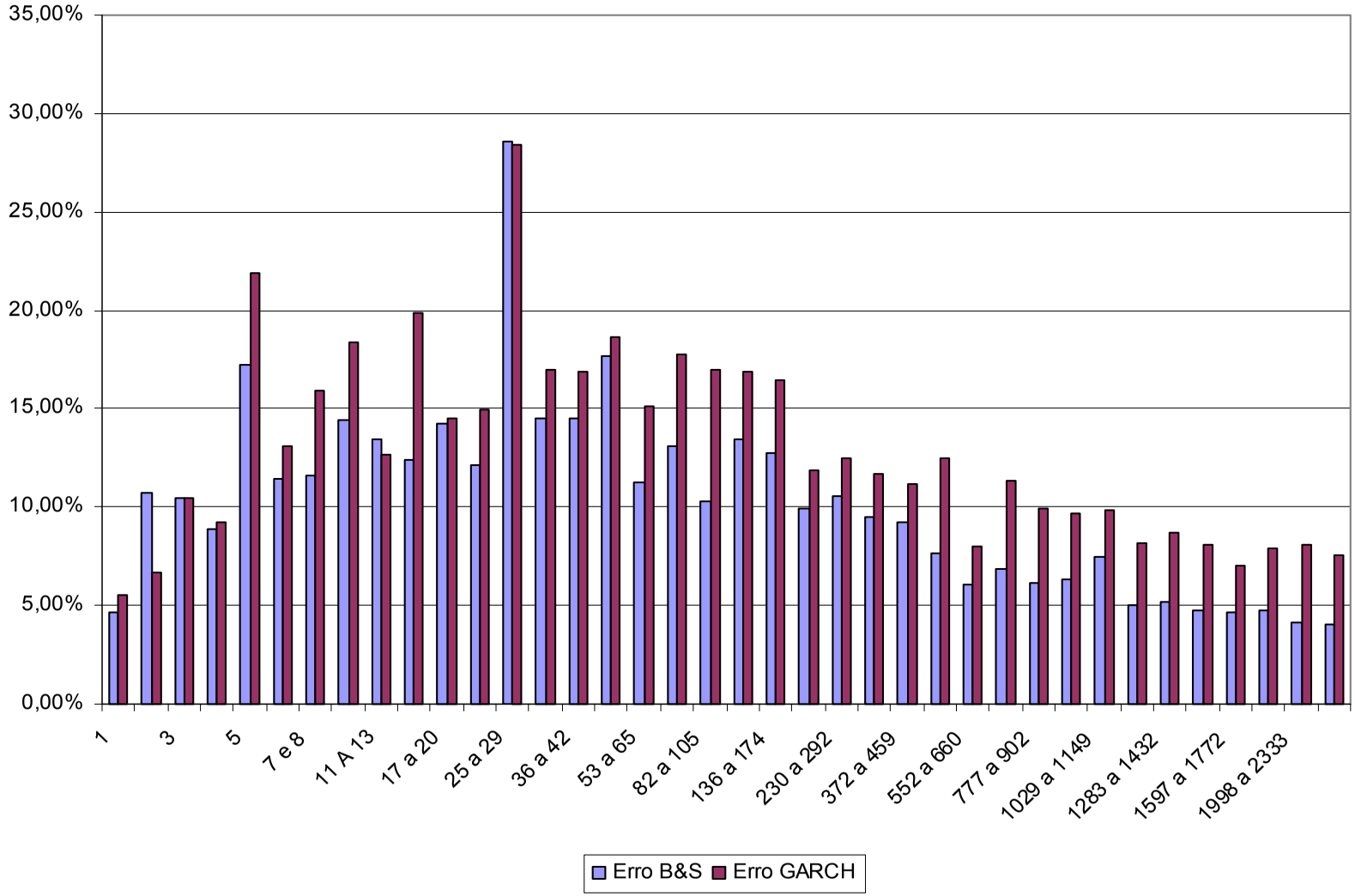


Gráfico 2 - Relação nº de Negócios X Erros Médios dos Modelos no Apreçamento de Opções de B&S e GARCH, Utilizando a Volatilidade Calculada por um Processo GARCH

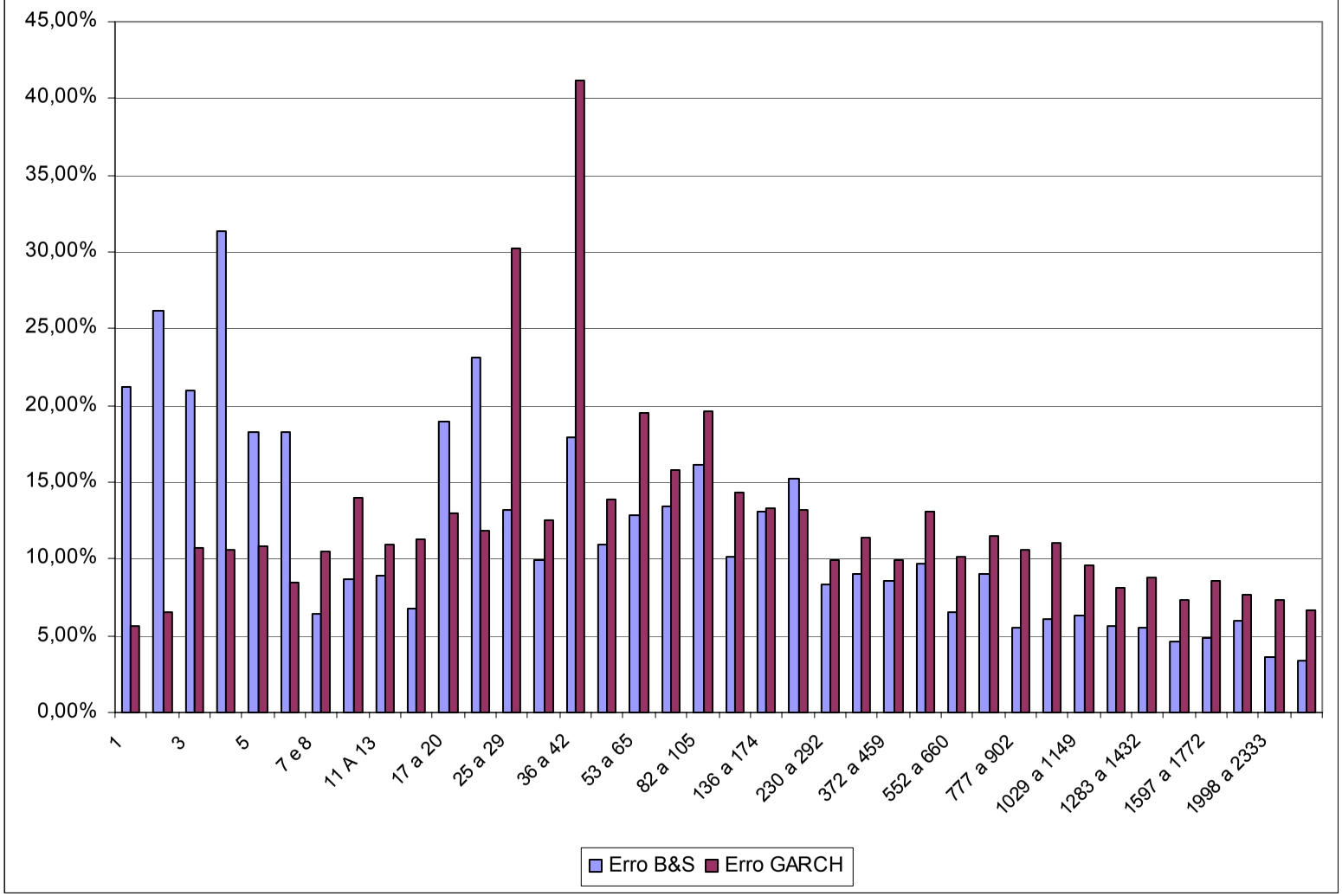
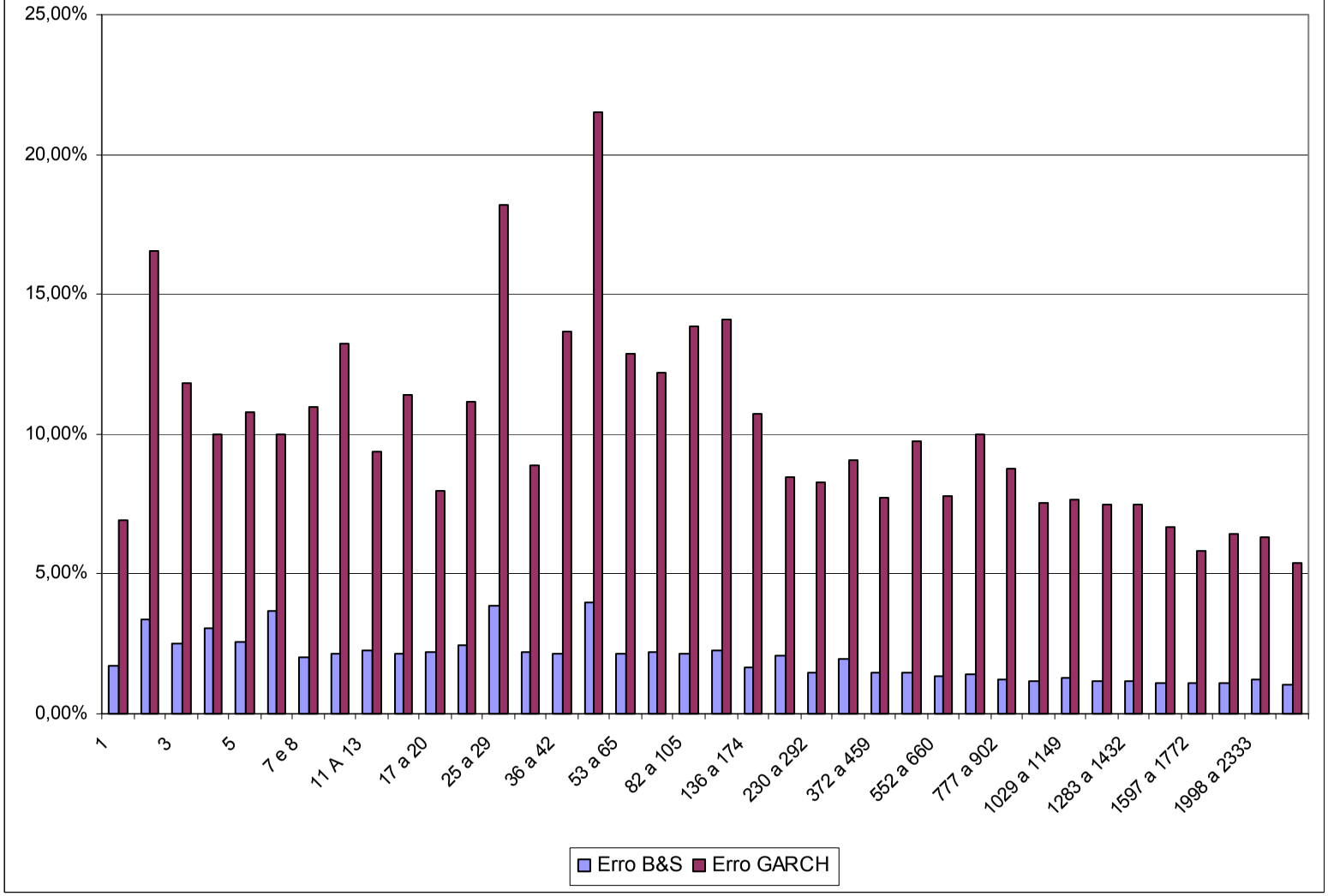


Gráfico 3 - Relação nº de Negócios X Erros Médios dos Modelos de Apreçamento de Opções B&S e GARCH, Utilizando a Volatilidade Implícita da Fórmula de B&S do Dia Útil Anterior



4.2
Influência do Tempo para o Vencimento no Apreçamento das Opções

Similarmente ao ocorrido para as observações pouco negociadas, se os erros médios das observações com menores tempos para vencimento fossem significantemente maiores, elas seriam retiradas da amostra.

As Tabelas 6, 7 e 8 apresentam a freqüência de observações de opções e os erros médios de cada modelo no apreçamento, em determinados intervalos de tempos para vencimento, utilizando, respectivamente, a volatilidade histórica, a calculada por um processo GARCH e a implícita de B&S do dia útil anterior. O valor absoluto da estatística z informa, como já descrito na seção 3.7, se a diferença entre os erros dos modelos é significante.

Os erros médios das observações com menores tempos de vencimento para ambos os modelos não foram, de uma forma geral, significantemente maiores.

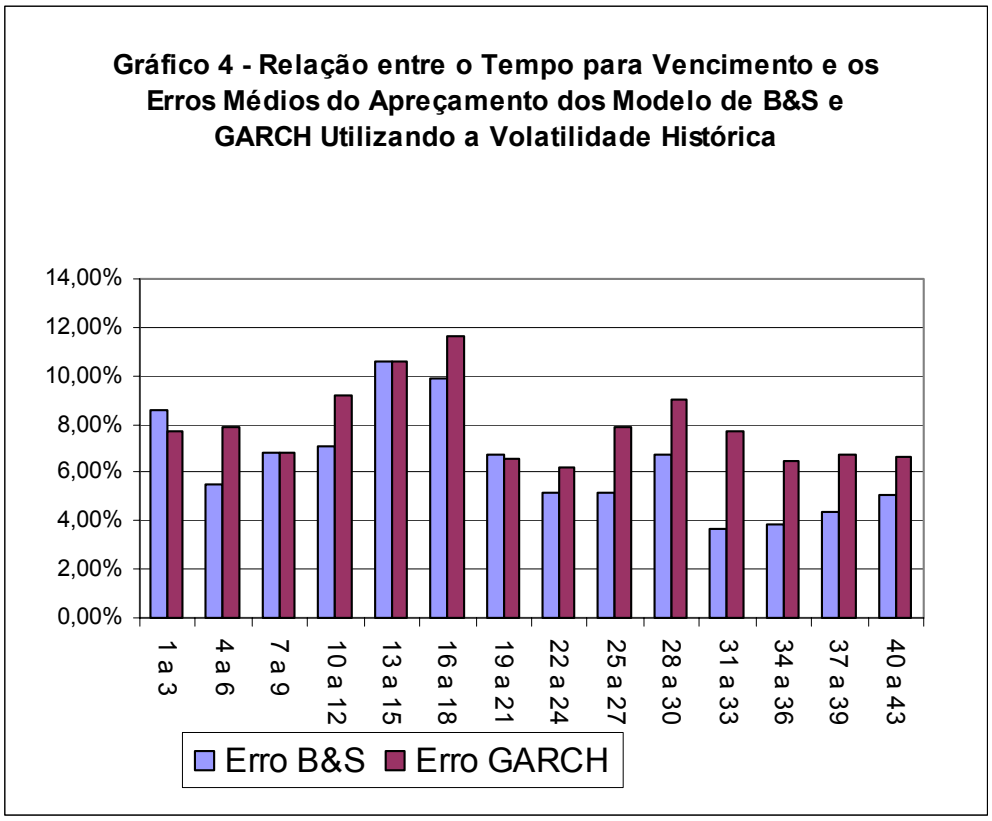
PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 6 - Relação Entre o Tempo para o Vencimento (em dias úteis) e os Erros Médios das Observações das Opções no Apreçamento pelos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Histórica

Tempo para o Vencimento (du)	Freqüência de Observações	Erro B&S	Erro GARCH	Estatística /z/
T=1 a 3	510	8,61%	7,67%	3,30
T=4 a 6	528	5,54%	7,84%	6,06
T=7 a 9	602	6,82%	6,86%	3,66
T=10 a 12	596	7,07%	9,20%	3,88
T=13 a 15	570	10,57%	10,62%	3,07
T=16 a 18	609	9,92%	11,61%	1,89
T=19 a 21	623	6,76%	6,53%	3,87
T=22 a 24	622	5,17%	6,18%	3,81
T=25 a 27	635	5,17%	7,87%	5,51
T=28 a 30	578	6,74%	9,05%	4,18
T=31 a 33	594	3,68%	7,66%	5,16
T=34 a 36	573	3,86%	6,53%	8,92
T=37 a 39	518	4,33%	6,72%	9,35
T=40 a 43	622	5,05%	6,68%	9,78
T=44 a 252	639	3,89%	7,25%	15,01

Utilizando-se a volatilidade histórica (tabela 6), pode-se perceber que não há uma tendência explícita para os erros dos preços das observações de opções, com

a mudança nos intervalos de tempos para o vencimento, tanto para o modelo B&S quanto para o modelo GARCH. Os erros do modelo de B&S são sempre significantemente menores que o GARCH, exceto para o intervalo de 19 a 21 dias úteis. O gráfico 4 mostra uma melhor visualização da relação entre o tempo para vencimento e os erros médios do apreçamento dos modelos de B&S e GARCH utilizando a volatilidade histórica.



Pela tabela 7, ao se utilizar a volatilidade calculada por um processo GARCH, pode-se afirmar que não há uma tendência explícita para os erros dos preços das observações de opções, com a mudança nos intervalos de tempos para o vencimento, para o modelo B&S. Os menores erros ocorrem nos intervalos extremos (menores e maiores tempos para o vencimento). No intervalo T = 16 a 18 dias úteis, os erros são consideravelmente maiores. Para o modelo GARCH, pode-se notar uma tendência de aumento nos erros até o intervalo de 31 a 33 dias úteis. O gráfico 4 mostra uma melhor visualização da relação entre o tempo para vencimento e os erros médios do apreçamento dos modelos de B&S e GARCH utilizando a volatilidade histórica.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 7 – Relação Entre o Tempo para o Vencimento (em dias úteis) e os Erros Médios das Observações das Opções no Apreçamento pelos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Calculada por um Processo GARCH				
Tempo para o Vencimento (du)	**Freqüência de Observações**	**Erro B&S**	**Erro GARCH**	**Estatística /z/**
T=1 a 3	510	3,16%	3,17%	5,03
T=4 a 6	528	2,89%	3,22%	8,48
T=7 a 9	602	6,22%	4,06%	11,43
T=10 a 12	596	7,80%	4,37%	11,65
T=13 a 15	570	3,53%	5,54%	10,31
T=16 a 18	609	21,99%	5,56%	9,57
T=19 a 21	623	4,81%	6,49%	11,30
T=22 a 24	622	5,25%	8,56%	10,92
T=25 a 27	635	13,09%	7,95%	11,56
T=28 a 30	578	14,32%	11,17%	8,08
T=31 a 33	594	11,05%	18,26%	8,82
T=34 a 36	573	8,22%	7,32%	9,76
T=37 a 39	518	5,48%	7,11%	10,08
T=40 a 43	622	3,50%	7,05%	12,99
T=44 a 252	639	2,17%	7,66%	18,50

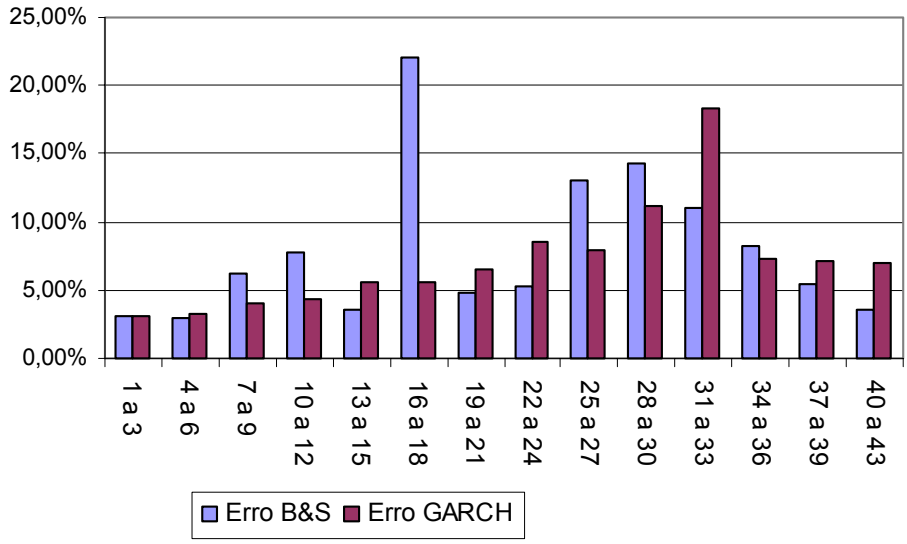
As diferenças entre os erros dos modelos foram sempre significativas. O modelo de B&S apreçou melhor em nove dos quinze intervalos de tempo para vencimento. A partir do intervalo de 37 a 39 dias úteis (nos três últimos períodos) o modelo de B&S sempre apreça melhor. O gráfico 5 oferece uma melhor visualização dos erros dos modelos utilizando a volatilidade calculada por um processo GARCH para cada intervalo de tempo para vencimento.

O erro de grande amplitude para o modelo de B&S quando há 16 a 18 dias úteis para o vencimento das opções se deve a uma ampla mudança na volatilidade calculada por GARCH (no caso, o método era o EGARCH(1,1)) nos dias 19 e 20/05/1998. A volatilidade (desvio-padrão) no dia 18 era de 40,51% a.a., mas se alterou para 88,99% a.a no dia 19 e baixou para 70,58% a.a no dia 20.[1] Essa alta da volatilidade fez com que o modelo de B&S apreçasse as opções com um valor muito mais alto do que estava fazendo, o que não foi acompanhado pelos preços de mercado. Assim, os erros se tornaram enormes. Na amostra utilizada, as data citadas só possuem tempo para vencimento de opções neste intervalo (16 a 18 dias), e por isso só o erro deste período foi prejudicado. Se retirássemos estes dias

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

de nossa amostra, que perfazem um total de 16 observações de opções, o erro para este intervalo cairia de 21,99% para 4,48%.

Gráfico 5 - Relação entre o Tempo para Vencimento e os Erros Médios do Apreçamento dos Modelo de B&S e GARCH Utilizando a Volatilidade GARCH

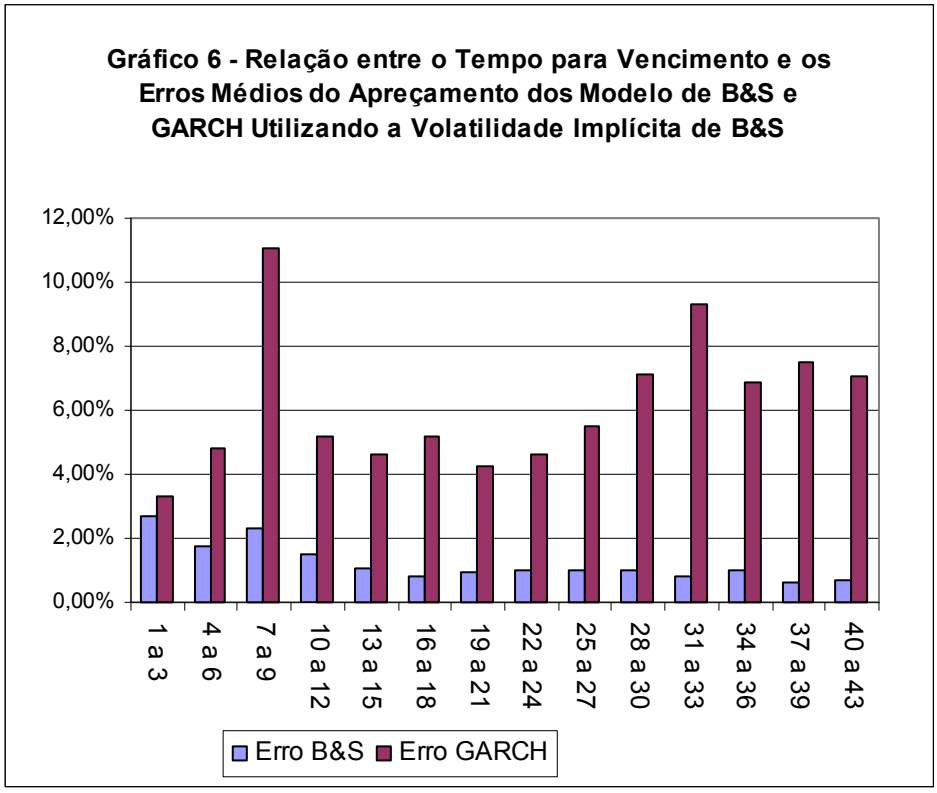


A tabela 8 mostra que quando se utiliza a volatilidade implícita de B&S do dia útil anterior, o modelo de B&S apreça sempre significantemente melhor que o GARCH, o que já era esperado, uma vez que se utiliza a mesma fórmula para se extrair a volatilidade e para apreçar a opção, apenas mudando-se o momento em que as ações ocorrem (o cálculo da volatilidade é feito um dia útil antes que o apreçamento). Quanto menor o intervalo entre a determinação da volatilidade e o cálculo do preço da opção, espera-se que mais correto seja o apreçamento em relação ao mercado.

[1] Os retornos dos dias 18, 19 e 20/5/98 foram de –7,46%, 2,78% e 1,94%. Como o método GARCH atribui um maior peso as informações mais recentes, a volatilidade calculada por GARCH mais que dobrou.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 8 - Relação Entre o Tempo para o Vencimento (em dias úteis) e os Erros Médios das Observações das Opções no Apreçamento pelos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Calculada Implícita de B&S do Dia Útil Anterior				
Tempo para o Vencimento (du)	**Freqüência de Observações**	**Erro B&S**	**Erro GARCH**	**Estatística /z/**
T=1 a 3	510	2,67%	3,33%	5,57
T=4 a 6	528	1,74%	4,80%	8,99
T=7 a 9	602	2,31%	11,06%	11,45
T=10 a 12	596	1,50%	5,17%	12,00
T=13 a 15	570	1,09%	4,66%	11,95
T=16 a 18	609	0,80%	5,18%	9,93
T=19 a 21	623	0,92%	4,24%	10,95
T=22 a 24	622	0,98%	4,65%	10,66
T=25 a 27	635	1,01%	5,51%	11,59
T=28 a 30	578	1,03%	7,16%	10,87
T=31 a 33	594	0,79%	9,31%	10,62
T=34 a 36	573	1,01%	6,85%	12,60
T=37 a 39	518	0,65%	7,48%	14,77
T=40 a 43	622	0,70%	7,06%	13,41
T=44 a 252	639	1,08%	7,31%	18,18



PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Pode-se observar que os erros médios do modelo de B&S tendem a decrescer com intervalos de tempo para vencimentos maiores; já o modelo GARCH apresenta uma tendência não muito nítida de crescimento nos erros. No intervalo de 7 a 9 dias úteis para o vencimento, ocorre um erro médio elevado que destoa dos demais.

4.3
Erros Médios dos Modelos de Apreçamento de Opções para Toda a Amostra e em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício

As Tabelas 9, 10 e 11 apresentam os erros médios dos modelos de GARCH e B&S, utilizando, respectivamente, a volatilidade histórica, a calculada por um processo GARCH e a implícita da fórmula de B&S do dia útil imediatamente anterior, para todas as observações de opções.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 9 - Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Histórica, para Toda a Amostra

Freq.de Observações	Erro B&S	Erro GARCH	/z/
8.819	1,68%	2,08%	37,56

Tabela 10 - Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Calculada por um Processo GARCH, para Toda a Amostra

Freq.de Observações	Erro B&S	Erro GARCH	/z/
8.819	2,44%	2,10%	24,59

Para a volatilidade calculada por um processo GARCH, o modelo GARCH possui erros médios significantemente menores que o modelo de B&S. Já no caso

em que os modelos utilizaram a volatilidade histórica e a implícita da fórmula de B&S do dia útil imediatamente anterior, ocorre o inverso (o modelo de B&S possui erros médios significantemente menores que o modelo GARCH).

Tabela 11 - Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Implícita da Fórmula de B&S do Dia Útil Imediatamente Anterior, para Toda a Amostra

Freq.de Observações	Erro B&S	Erro GARCH	/z/
8.819	0,34%	1,71%	76,64

As Tabelas 12, 13 e 14 apresentam os erros médios dos modelos de GARCH e B&S, utilizando, respectivamente, a volatilidade histórica, a calculada por um processo GARCH e a implícita da fórmula de B&S do dia útil imediatamente anterior, em relação à proximidade do dinheiro (razão entre o preço da Telebras e o valor presente do preço de exercício).

Tabela 12 - Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Histórica, em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício.

Observações Fora-do-Dinheiro				Observações No-Dinheiro				Observações Dentro-do-Dinheiro			
Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/
3.945	3,71%	4,40%	5,84	2.145	1,03%	2,41%	22,80	2.729	0,26%	0,98%	18,90

Para todas as volatilidades utilizadas, os erros médios das observações dentro-do-dinheiro são os menores, seguidos das observações no-dinheiro.

Em todas as situações em relação à proximidade do dinheiro, o modelo B&S possui os menores erros médios.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 13 - Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Calculada por um Processo GARCH, em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício

Observações Fora-do-Dinheiro				Observações No-Dinheiro				Observações Dentro-do-Dinheiro			
Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/
3.945	5,42%	4,45%	7,05	2.145	0,82%	2,44%	17,93	2729	0,23%	1,00%	16,67

Para a volatilidade calculada por um processo GARCH, o modelo GARCH possui os menores erros médios para as observações fora-do-dinheiro, enquanto que, para as observações no e dentro-do-dinheiro, o modelo B&S apreça melhor.

Quando os modelos empregam a volatilidade implícita da fórmula de B&S do dia útil imediatamente anterior, o modelo B&S apreça melhor para qualquer razão entre o preço da Telebras e o valor presente do preço de exercício (observações fora, no e dentro-do-dinheiro).

Tabela 14 - Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Implícita da Fórmula de B&S do Dia Útil Imediatamente Anterior, em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício

Observações Fora-do-Dinheiro				Observações No-Dinheiro				Observações Dentro-do-Dinheiro			
Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/
3.945	0,73%	3,54%	54,39	2.145	0,32%	2,20%	54,40	2729	0,16%	1,12%	54,40

4.4
Erros Médios dos Modelos de Apreçamento de Opções em Cada Semestre para Todas as Observações de Opções e em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício

A Tabela 15 apresenta os erros médios dos modelos de GARCH e B&S, utilizando a volatilidade histórica, para todas as opções e em relação à

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

proximidade do dinheiro (razão entre o preço da Telebras e o valor presente do preço de exercício (fora, dentro e no-dinheiro) para cada semestre).

Sem fazer a distinção entre observações fora, dentro e no-dinheiro, o modelo B&S apreçou melhor em 6 semestres, enquanto o GARCH obteve melhor desempenho em 4.

Os três maiores erros médios do modelo GARCH ocorreram em semestres em que o processo GARCH utilizado no apreçamento de opções foi o GARCH (1,1). Os maiores erros médios do modelo de B&S ocorreram respectivamente no 5º, 8º e 7º semestres, períodos estes que apresentaram as maiores volatilidades dos retornos – os períodos de crise (ver tabela 1).

Para ambos os modelos, em todos os semestres, os maiores erros ocorrem em opções fora-do-dinheiro e os menores em opções dentro-do-dinheiro.

Para as fora-do-dinheiro, os maiores erros do modelo GARCH ocorreram nos 4 semestres em que o processo utilizado foi o GARCH (1,1). O modelo GARCH apreçou melhor em 3 semestres (1º, 6º e 7º). No 5º, o melhor apreçamento do modelo GARCH não foi significante. Nos semestres citados o modelo de B&S obteve erros médios bastante altos. O modelo de B&S apreçou melhor em 6 semestres.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 15 – Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Histórica, para Todas as Observações de Opções e em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício para Cada Semestre.

	Todas Observações de Opções				Observações Fora-do-Dinheiro				Observações No-Dinheiro				Observações Dentro-do-Dinheiro			
Período	Freq.de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/
1º Sem.	593	2,43%	1,88%	15,27	251	14,02%	4,84%	8,74	156	4,88%	2,59%	7,18	186	1,38%	1,19%	10,16
2º Sem.	711	1,54%	9,92%	19,62	239	7,90%	37,94%	11,98	213	3,02%	13,66%	11,06	259	0,69%	4,75%	10,92
3º Sem.	1.110	1,49%	4,14%	28,41	512	3,71%	10,22%	19,16	294	1,82%	6,85%	14,66	304	0,42%	3,35%	15,03
4º Sem.	1.068	0,67%	3,86%	28,31	212	2,59%	13,43%	12,62	367	1,28%	7,22%	16,60	489	0,30%	2,91%	19,16
5º Sem.	1.249	8,97%	9,68%	8,35	673	14,01%	12,69%	0,75	253	3,13%	6,85%	9,40	323	0,72%	3,15%	11,57
6º Sem.	874	4,11%	3,31%	1,38	409	37,37%	8,53%	5,26	198	4,03%	6,52%	8,23	267	1,10%	2,13%	8,93
7º Sem.	845	7,21%	2,16%	24,36	482	19,60%	3,86%	19,24	132	2,61%	3,42%	8,90	231	0,86%	1,59%	11,55
8º Sem.	736	7,69%	5,33%	23,40	337	4,64%	4,71%	15,88	160	2,35%	5,35%	10,90	239	0,63%	2,90%	13,38
9º Sem.	899	1,72%	2,29%	15,91	390	3,13%	3,97%	9,82	224	1,79%	3,74%	7,26	285	0,47%	2,04%	9,12
10º Sem.	734	2,59%	11,29%	20,85	440	3,20%	15,34%	14,90	148	1,74%	7,21%	10,49	146	0,80%	5,25%	10,48

Para as opções no-dinheiro e dentro-do-dinheiro, o modelo GARCH obteve os menores erros apenas para o 1º semestre. O modelo de B&S apresentou ampla superioridade mesmo nos períodos de crise.

A Tabela 16 mostra os erros médios dos modelos de GARCH e B&S, utilizando a volatilidade calculada por um processo GARCH, para todas as opções e em relação à situação de proximidade do dinheiro (fora, dentro e no-dinheiro) para cada semestre.

Sem fazer a distinção entre observações fora, dentro e no-dinheiro (todos os tipos de observações de opções), o modelo GARCH apreça melhor que o modelo de B&S exatamente nos mesmos semestres que ao se utilizar a volatilidade histórica (estes são os semestres em que ocorrem os maiores erros médios para B&S), sendo que no 5º semestre o apreçamento melhor é significante. Os três maiores erros médios do modelo GARCH ocorreram novamente em semestres em que o processo GARCH utilizado no apreçamento de opções foi o GARCH (1,1).

Os maiores erros continuam a ocorrer, para ambos os modelos, nas observações fora-do-dinheiro e os menores nas dentro-do-dinheiro (há apenas uma exceção no 8º semestre para o modelo GARCH, em que o erro médio para as opções no-dinheiro é maior do que para as dentro-do-dinheiro).

Os maiores erros do modelo GARCH para as observações fora-do-dinheiro continuam a ocorrer nos 4 semestres em que o processo utilizado foi o GARCH (1,1). Nos semestres 1º, 5º, 6º e 7º, o modelo de B&S obteve mais uma vez altos erros médios. Nos outros períodos o modelo de B&S apreçou melhor.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 16 – Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade calculada por um processo GARCH, para Todas as Observações de Opções e em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício para Cada Semestre.

	Todas Observações de Opções				Observações Fora-do-Dinheiro				Observações No-Dinheiro				Observações Dentro-do-Dinheiro			
Período	Freq.de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/
1º Sem.	593	6,09%	2,18%	17,95	251	14,02%	4,82%	11,92	156	4,88%	2,58%	9,03	186	1,38%	1,18%	10,12
2º Sem.	711	3,13%	13,99%	23,07	239	8,69%	39,34%	13,39	213	3,57%	14,16%	12,65	259	0,85%	4,73%	13,89
3º Sem.	1.110	1,73%	5,43%	27,36	512	3,61%	10,89%	19,56	294	1,77%	7,03%	14,86	304	0,43%	3,32%	15,11
4º Sem.	1.068	0,69%	3,84%	27,38	212	2,60%	13,28%	12,62	367	1,28%	7,15%	14,64	489	0,30%	2,90%	19,16
5º Sem.	1.249	8,07%	5,85%	12,84	673	14,95%	10,49%	4,38	253	2,30%	6,42%	10,36	323	0,77%	3,13%	12,01
6º Sem.	874	17,78%	4,30%	3,57	409	37,94%	8,52%	10,14	198	4,07%	6,50%	6,37	267	1,11%	2,11%	8,18
7º Sem.	845	11,19%	2,31%	24,10	482	19,60%	3,87%	18,83	132	2,61%	3,42%	9,21	231	0,86%	1,59%	11,67
8º Sem.	736	2,20%	2,63%	24,95	337	4,64%	4,71%	15,69	160	2,35%	5,35%	10,89	239	0,63%	2,90%	17,91
9º Sem.	899	1,44%	2,06%	17,14	391	3,12%	3,96%	12,16	223	1,80%	3,77%	6,84	285	0,47%	2,04%	9,56
10º Sem.	734	1,95%	14,36%	22,52	440	3,20%	23,77%	16,95	148	1,74%	7,20%	10,53	146	0,80%	5,32%	10,48

Para as observações de opções no-dinheiro e dentro-do-dinheiro, o modelo de B&S apresentou novamente ampla superioridade em todos os semestres, exceto no primeiro.

Na Tabela 17 são apresentados os erros médios dos modelos de GARCH e B&S, utilizando a volatilidade implícita da fórmula de B&S do dia útil anterior, para todas as opções e em relação às situações de proximidade do dinheiro (fora, dentro e no-dinheiro) para cada semestre.

Em todos os semestres, para observações fora, no e dentro-do-dinheiro, o apreçamento pelo modelo de B&S obteve um melhor desempenho que o GARCH. Deve-se observar o já comentado viés desta experiência, uma vez que a volatilidade empregada advém da mesma fórmula que se está usando para apreçar as opções.

Para o modelo GARCH, sem se observar à relação entre o preço da Telebras e o valor presente do preço de exercício, dos cinco maiores erros médios, quatro são dos que utilizaram o processo GARCH (1,1). Os maiores erros médios do modelo de B&S desta vez ocorreram no 1º e no 10º semestre, seguidos dos 6º, 7º e 5º semestres.

Comparando-se o apreçamento de opções utilizando a volatilidade implícita e utilizando a volatilidade calculada por um processo GARCH, o modelo de B&S apresenta, em sua ampla maioria das vezes, menores erros médios utilizando a primeira. Já para o modelo GARCH, o mesmo fato não ocorre tão explicitamente.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 17 – Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Implícita de Black&Scholes, para Todas as Observações de Opções e em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício para Cada Semestre.

	Todas Observações de Opções				Observações Fora-do-Dinheiro				Observações No-Dinheiro				Observações Dentro-do-Dinheiro			
Período	Freq.de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/	Freq. de Observ.	Erro B&S	Erro GARCH	/z/
1º Sem.	593	1,42%	1,59%	16,10	251	3,26%	3,32%	13,73	156	1,17%	1,93%	10,83	186	0,45%	1,72%	11,83
2º Sem.	711	0,78%	11,31%	23,10	239	2,16%	31,22%	13,40	213	0,91%	11,74%	12,65	259	0,30%	6,42%	13,95
3º Sem.	1.110	0,71%	4,40%	27,38	512	1,48%	8,71%	19,61	294	0,65%	5,90%	14,84	304	0,34%	3,18%	15,14
4º Sem.	1.068	0,53%	3,83%	28,32	212	2,08%	13,63%	12,62	367	0,90%	6,89%	16,60	489	0,25%	2,87%	19,16
5º Sem.	1.249	1,08%	3,92%	30,61	673	1,93%	6,75%	22,47	253	1,19%	5,97%	13,79	323	0,63%	3,07%	15,58
6º Sem.	874	1,26%	3,33%	25,61	409	2,59%	6,46%	17,52	198	1,07%	5,50%	12,20	267	0,78%	2,04%	14,16
7º Sem.	845	1,23%	2,32%	25,18	482	2,10%	3,90%	19,02	132	1,28%	3,21%	9,97	231	0,73%	1,54%	13,18
8º Sem.	736	0,94%	2,38%	23,50	337	1,96%	4,50%	15,91	160	1,03%	4,31%	10,97	239	0,55%	2,25%	13,40
9º Sem.	899	0,81%	2,29%	25,97	390	1,79%	4,61%	17,11	224	0,80%	3,46%	12,97	285	0,34%	2,26%	14,63
10º Sem.	734	1,81%	11,98%	23,47	440	2,98%	19,55%	18,18	148	1,23%	9,16%	10,55	146	0,86%	8,44%	10,48

4.5
Sub-apreçamento e Super-apreçamento dos Modelos para Toda a Amostra

A tabela 18 mostra as proporções de sub e super-apreçamento dos modelos de B&S e GARCH, utilizando a volatilidade histórica, a calculada por um processo GARCH e a volatilidade implícita da fórmula de B&S do dia útil imediatamente anterior, para toda a amostra.

Tabela 18 – Sub-apreçamento e Super-apreçamento dos Modelos de B&S e GARCH para Toda a Amostra

B&S				GARCH			
Com a Volatilidade Histórica							
Sub-apreçamento	46,40%	Super-apreçamento	53,60%	Sub-apreçamento	39,05%	Super-apreçamento	60,95%
Com a Volatilidade Calculada por um Processo GARCH							
Sub-apreçamento	46,51%	Super-apreçamento	53,49%	Sub-apreçamento	39,57%	Super-apreçamento	60,43%
Com a Volatilidade Implícita da Fórmula de B&S do Dia Útil Anterior							
Sub-apreçamento	48,86%	Super-apreçamento	51,14%	Sub-apreçamento	39,88%	Super-apreçamento	60,12%

Pode-se observar que os percentuais de sub (super)-apreçamento para o modelo de B&S estão sempre mais próximos de 50% que os do modelo GARCH. O percentual de super-apreçamento são maiores que os de sub-apreçamento para ambos os modelos com todas as volatilidades utilizadas.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

4.6
Sub-apreçamento e Super-apreçamento dos Modelos em Relação ao Preço de Mercado, ao Tempo para Vencimento e à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício

Nesta seção foi verificado o sub-apreçamento e super-apreçamento dos modelos em relação ao preço de mercado, ao tempo para vencimento e à proximidade do dinheiro. Foram utilizadas apenas as volatilidades por um processo GARCH e implícita de B&S.

4.6.1
Com a Volatilidade Calculada Por Um Processo GARCH

As tabelas 19 e 20 apresentam o percentual de observações de opções fora-do-dinheiro sub-apreçadas e super-apreçadas e seus erros médios para cada semestre, para os intervalos de tempo para vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 dias úteis, para, respectivamente, os modelos de B&S e GARCH utilizando a volatilidade calculada por um processo GARCH.

Pode-se observar que, para o modelo de B&S (tabela 19), no intervalo de menor tempo para o vencimento, sempre é maior o percentual de sub-apreçamento do que nos outros intervalos. Apenas no 2º e no 6º semestre houve super-apreçamento para o intervalo de menor tempo para o vencimento. Em quatro semestres houve sub-apreçamento em todos os intervalos de tempo para vencimento: 4º, 8º, 9º e 10º semestres. Em dois semestres ocorreu o oposto (super-apreçamento em todos os intervalos de tempo para vencimento): 2º e 6º semestres. Há altos percentuais de sub-apreçamento, como no 10º semestre no intervalo de 1 a 15 dias úteis, bem como de super-apreçamento, como nos intervalos de 16 a 30 e mais de 30, ambos no 6º semestre. Quanto à magnitude dos erros, pode-se notar que os erros para as super-apreçadas são geralmente maiores.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 19 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Fora-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo B&S Utilizando a Volatilidade Calculada por Um Processo GARCH.

Semestre	T	Freq. das Observ.	Sub-apreçadas	Erro	Super-apreçadas	Erro
1º	1 a 15	75	68,00%	10,82%	32,00%	17,61%
	16 a 30	99	20,20%	14,58%	79,80%	22,34%
	mais de 30	77	24,68%	14,58%	75,32%	50,61%
2º	1 a 15	75	46,67%	13,38%	53,33%	20,75%
	16 a 30	82	12,20%	7,63%	87,80%	19,38%
	mais de 30	82	13,41%	16,52%	86,59%	16,80%
3º	1 a 15	143	86,71%	6,71%	13,29%	17,08%
	16 a 30	163	52,76%	4,59%	47,24%	14,34%
	mais de 30	206	47,09%	3,99%	52,91%	9,55%
4º	1 a 15	53	71,70%	9,39%	28,30%	15,19%
	16 a 30	73	53,42%	4,71%	46,58%	5,99%
	mais de 30	86	60,47%	3,70%	39,53%	3,29%
5º	1 a 15	234	76,07%	6,24%	23,93%	16,78%
	16 a 30	242	14,88%	9,39%	85,12%	41,28%
	mais de 30	197	28,93%	4,72%	71,07%	36,86%
6º	1 a 15	140	38,57%	11,34%	61,43%	58,86%
	16 a 30	166	4,82%	9,87%	95,18%	89,68%
	mais de 30	103	6,80%	9,43%	93,20%	39,10%
7º	1 a 15	195	72,31%	6,51%	27,69%	55,93%
	16 a 30	167	50,90%	5,90%	49,10%	89,12%
	mais de 30	120	15,00%	8,17%	85,00%	49,56%
8º	1 a 15	117	78,63%	8,91%	21,37%	27,15%
	16 a 30	106	72,64%	7,07%	27,36%	30,94%
	mais de 30	114	75,44%	4,43%	24,56%	9,38%
9º	1 a 15	137	86,13%	7,56%	13,87%	9,08%
	16 a 30	144	79,86%	4,69%	20,14%	8,68%
	mais de 30	110	58,18%	6,66%	41,82%	7,72%
10º	1 a 15	157	96,18%	6,19%	3,82%	2,96%
	16 a 30	187	80,75%	3,25%	19,25%	15,73%
	mais de 30	96	60,42%	6,21%	39,58%	16,94%

Para o modelo GARCH (tabela 20), as observações de opções fora-do-dinheiro têm maior percentual de sub-apreçamento para as com tempo para vencimento menor, com exceção do 7º e 8º semestres. Houve três situações em que o percentual de super-apreçamento foi de 100%: nos dois intervalos com maiores tempos para vencimento no 4º semestre e no intervalo de 16 a 30 dias úteis no 2º semestre. Em ambos estes semestres, todos os intervalos foram super-apreçados e o processo de previsão de volatilidade utilizado foi o GARCH (1,1).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Houve períodos em que houve sub-apreçamento em todos os intervalos: os 7º, 8º e 9º semestres.

Tabela 20 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Fora-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo GARCH Utilizando a Volatilidade Calculada por Um Processo GARCH.

Semestre	T	Freq. das Observ.	Sub-apreçadas	Erro	Super-apreçadas	Erro
1º	1 a 15	75	78,67%	10,22%	21,33%	16,47%
	16 a 30	99	33,33%	10,66%	66,67%	7,76%
	mais de 30	77	44,16%	11,18%	55,84%	16,47%
2º	1 a 15	75	29,33%	16,65%	70,67%	57,38%
	16 a 30	82	0,00%	-	100,00%	85,30%
	mais de 30	82	1,22%	60,76%	98,78%	67,72%
3º	1 a 15	143	60,84%	7,90%	39,16%	17,73%
	16 a 30	163	4,29%	12,69%	95,71%	22,78%
	mais de 30	206	3,88%	26,48%	96,12%	20,64%
4º	1 a 15	53	18,87%	20,52%	81,13%	24,69%
	16 a 30	73	0,00%	-	100,00%	21,22%
	mais de 30	86	0,00%	-	100,00%	24,26%
5º	1 a 15	234	53,85%	6,77%	46,15%	16,87%
	16 a 30	242	36,78%	4,61%	63,22%	36,09%
	mais de 30	197	12,18%	8,06%	87,82%	22,43%
6º	1 a 15	140	65,71%	8,89%	34,29%	26,22%
	16 a 30	166	23,49%	7,76%	76,51%	17,41%
	mais de 30	103	44,66%	6,76%	55,34%	38,45%
7º	1 a 15	195	94,36%	6,63%	5,64%	25,04%
	16 a 30	167	100,00%	6,50%	0,00%	-
	mais de 30	120	99,17%	7,23%	0,83%	33,82%
8º	1 a 15	117	91,45%	8,88%	8,55%	10,74%
	16 a 30	106	92,45%	8,81%	7,55%	26,01%
	mais de 30	114	99,12%	7,96%	0,88%	0,00%
9º	1 a 15	137	99,27%	7,97%	0,73%	4,36%
	16 a 30	144	94,44%	6,74%	5,56%	33,45%
	mais de 30	110	80,91%	6,09%	19,09%	6,15%
10º	1 a 15	157	59,24%	7,72%	40,76%	10,44%
	16 a 30	187	17,65%	4,87%	82,35%	21,14%
	mais de 30	96	17,71%	7,02%	82,29%	125,16%

De uma maneira geral o modelo GARCH não diminuiu o percentual de observações de opções fora-do-dinheiro sub-apreçadas em relação ao modelo de B&S. A diminuição ocorreu apenas no 2º semestre (porém o percentual de sub-apreçamento no modelo de B&S, neste período, era menor que 50%), no 3º semestre, no 4º semestre, no 5º semestre (nos intervalos de 1 a 15 e mais de 30 dias úteis) e no 10º semestre.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

No apreçamento por GARCH os percentuais de sub-apreçamento dos intervalos são mais dispersos que no apreçamento por B&S. No 3º semestre, por exemplo, no menor intervalo, o sub-apreçamento esteve num percentual relativamente próximo a 50%, enquanto os outros intervalos tiveram percentuais de sub-apreçamento próximos a zero.

Tabela 21 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções No-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo B&S Utilizando a Volatilidade Calculada por Um Processo GARCH.

Semestre	T	Freq. das Observ.	Sub-apreçadas	Erro	Super-apreçadas	Erro
1º	1 a 15	48	8,33%	10,50%	91,67%	8,46%
	16 a 30	49	2,04%	2,56%	97,96%	9,99%
	mais de 30	59	6,78%	7,56%	93,22%	8,29%
2º	1 a 15	67	17,91%	2,71%	82,09%	7,69%
	16 a 30	82	2,44%	11,15%	97,56%	5,22%
	mais de 30	85	11,76%	8,37%	88,24%	4,95%
3º	1 a 15	89	6,74%	2,89%	93,26%	3,09%
	16 a 30	120	25,00%	1,13%	75,00%	2,70%
	mais de 30	107	29,91%	4,26%	70,09%	4,46%
4º	1 a 15	107	29,91%	4,26%	70,09%	4,46%
	16 a 30	112	48,21%	2,38%	51,79%	2,99%
	mais de 30	148	54,73%	1,60%	45,27%	2,41%
5º	1 a 15	80	37,50%	3,75%	62,50%	4,68%
	16 a 30	84	26,19%	4,34%	73,81%	6,48%
	mais de 30	89	41,57%	2,86%	58,43%	5,79%
6º	1 a 15	63	17,46%	7,45%	82,54%	10,60%
	16 a 30	65	6,15%	5,36%	93,85%	6,44%
	mais de 30	70	18,57%	2,10%	81,43%	7,16%
7º	1 a 15	45	53,33%	3,33%	46,67%	7,60%
	16 a 30	52	78,85%	3,81%	21,15%	13,76%
	mais de 30	35	22,86%	6,86%	77,14%	7,06%
8º	1 a 15	46	69,57%	6,84%	30,43%	7,07%
	16 a 30	48	89,58%	4,75%	10,42%	21,91%
	mais de 30	66	89,39%	2,91%	10,61%	4,05%
9º	1 a 15	67	71,64%	4,80%	28,36%	4,38%
	16 a 30	72	80,56%	2,24%	19,44%	1,36%
	mais de 30	84	89,29%	3,84%	10,71%	1,40%
10º	1 a 15	60	68,33%	3,38%	31,67%	2,41%
	16 a 30	61	83,61%	2,93%	16,39%	5,60%
	mais de 30	27	74,07%	6,47%	25,93%	7,31%

As tabelas 21 e 22 são similares às 19 e 20, somente se diferenciando por tratarem de observações de opções no-dinheiro.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

O modelo de B&S (tabela 21) super-apreçou todos os intervalos de tempos para vencimento em cinco semestres e sub-apreçou todos eles em três. O percentual de sub-apreçamento e a magnitude dos erros são menores do que nas opções fora-do-dinheiro. Não se repetiu o fato de o percentual de sub-apreçamento do intervalo de tempos para vencimento menores (t = 1 a 15) serem sempre maiores.

Tabela 22 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções No-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo GARCH Utilizando a Volatilidade Calculada por Um Processo GARCH.

Semestre	T	Freq. das Observ.	Sub-apreçadas	Erro	Super-apreçadas	Erro
1º	1 a 15	48	33,33%	5,31%	66,67%	7,42%
	16 a 30	49	24,49%	2,27%	75,51%	4,91%
	mais de 30	59	33,90%	5,68%	66,10%	5,83%
2º	1 a 15	67	0,00%	-	100,00%	25,99%
	16 a 30	82	0,00%	-	100,00%	26,31%
	mais de 30	85	4,71%	15,10%	95,29%	9,80%
3º	1 a 15	89	0,00%	-	100,00%	12,82%
	16 a 30	120	0,00%	-	100,00%	12,75%
	mais de 30	107	2,80%	20,12%	97,20%	9,68%
4º	1 a 15	107	2,80%	20,12%	97,20%	9,68%
	16 a 30	112	0,00%	-	100,00%	10,01%
	mais de 30	148	0,00%	-	100,00%	14,51%
5º	1 a 15	80	8,75%	5,96%	91,25%	8,19%
	16 a 30	84	25,00%	8,62%	75,00%	13,14%
	mais de 30	89	5,62%	19,97%	94,38%	14,84%
6º	1 a 15	63	15,87%	10,34%	84,13%	12,70%
	16 a 30	65	9,23%	3,66%	90,77%	11,18%
	mais de 30	70	25,71%	4,09%	74,29%	15,65%
7º	1 a 15	45	64,44%	5,49%	35,56%	5,09%
	16 a 30	52	94,23%	6,22%	5,77%	3,09%
	mais de 30	35	100,00%	8,01%	0,00%	-
8º	1 a 15	46	84,78%	10,02%	15,22%	6,56%
	16 a 30	48	91,67%	11,06%	8,33%	19,09%
	mais de 30	66	98,48%	8,91%	1,52%	0,66%
9º	1 a 15	67	92,54%	6,60%	7,46%	6,92%
	16 a 30	72	98,61%	7,12%	1,39%	7,02%
	mais de 30	84	67,86%	8,28%	32,14%	8,96%
10º	1 a 15	60	6,67%	9,94%	93,33%	6,81%
	16 a 30	61	1,64%	10,86%	98,36%	11,27%
	mais de 30	27	18,52%	6,86%	81,48%	33,09%

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

O modelo GARCH (tabela 22) super-apreçou todos os intervalos de tempo para vencimento em sete dos dez semestres. Nos três restantes (7º, 8º e 9º semestres), os intervalos foram sempre sub-apreçados. Houve seis situações em que o modelo super-apreçou a totalidade das observações e uma em que a sub-apreçou. Em sete dos dez semestres, o maior sub-apreçamento ocorre no intervalo com mais dias úteis para o vencimento. Para o super-apreçamento, a magnitude dos erros de uma maneira geral é menor para as observações no-dinheiro que para as fora-do-dinheiro.

No apreçamento de opções por B&S, os percentuais de sub e super-apreçamento de observações no-dinheiro estão mais próximos de 50% que no apreçamento por GARCH e as amplitudes de seus erros médios em geral são menores.

As tabelas 23 e 24 são idênticas às tabelas 19 e 20 (fora-do-dinheiro) e 21 e 22 (no-dinheiro), porém tratam de observações de opções dentro-do-dinheiro.

O modelo de B&S (tabela 23) obteve maior percentual de sub-apreçamento no intervalo com tempos para vencimento mais curtos (t= 1 a15) somente para os cinco primeiros semestres. Assim, não se repetiu a situação ocorrida nas observações fora-do-dinheiro em que os percentuais de sub-apreçamento foram sempre maiores para o intervalo de tempos para vencimento menores. Houve três semestres em que ocorreu super-apreçamento em todos os intervalos de tempo e dois semestres em que o oposto aconteceu. Existiram, ainda, semestres em que houve uma grande dispersão dos percentuais de sub-apreçadas em relação aos intervalos de tempos para vencimento, como por exemplo o 2º semestre. A magnitude dos erros é menor para as observações dentro-do-dinheiro que para as fora e no-dinheiro.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 23 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Dentro-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo B&S Utilizando a Volatilidade Calculada por Um Processo GARCH.

Semestre	T	Freq. das Observ.	Sub-apreçadas	Erro	Super-apreçadas	Erro
1º	1 a 15	38	23,68%	1,18%	76,32%	1,81%
	16 a 30	61	1,64%	2,71%	98,36%	2,21%
	mais de 30	87	3,45%	2,26%	96,55%	2,52%
2º	1 a 15	81	76,54%	1,27%	23,46%	1,99%
	16 a 30	82	63,41%	1,13%	36,59%	2,85%
	mais de 30	96	7,29%	2,19%	92,71%	1,94%
3º	1 a 15	65	32,31%	1,27%	67,69%	0,86%
	16 a 30	112	22,32%	0,75%	77,68%	0,93%
	mais de 30	127	11,02%	1,65%	88,98%	0,79%
4º	1 a 15	158	68,35%	0,74%	31,65%	0,59%
	16 a 30	152	53,95%	0,96%	46,05%	0,56%
	mais de 30	179	27,37%	0,77%	72,63%	0,58%
5º	1 a 15	99	62,63%	1,07%	37,37%	1,10%
	16 a 30	100	28,00%	1,89%	72,00%	2,54%
	mais de 30	124	31,45%	1,36%	68,55%	1,55%
6º	1 a 15	74	24,32%	1,75%	75,68%	4,09%
	16 a 30	91	27,47%	0,70%	72,53%	1,79%
	mais de 30	102	26,47%	0,81%	73,53%	1,90%
7º	1 a 15	71	42,25%	1,45%	57,75%	1,31%
	16 a 30	101	64,36%	1,25%	35,64%	3,41%
	mais de 30	59	35,59%	2,03%	64,41%	2,79%
8º	1 a 15	79	64,56%	1,32%	35,44%	1,04%
	16 a 30	63	77,78%	1,64%	22,22%	3,43%
	mais de 30	97	67,01%	1,25%	32,99%	1,48%
9º	1 a 15	84	45,24%	0,65%	54,76%	0,64%
	16 a 30	108	50,00%	0,84%	50,00%	0,52%
	mais de 30	93	67,74%	1,81%	32,26%	0,88%
10º	1 a 15	66	56,06%	1,42%	43,94%	1,06%
	16 a 30	65	67,69%	1,53%	32,31%	1,17%
	mais de 30	15	66,67%	5,64%	33,33%	8,29%

O modelo GARCH (tabela 24) super-apreçou todos os intervalos de tempo para vencimento em seis dos dez semestres. Como para as observações no-dinheiro havia sete semestres em que todos os intervalos de tempo para vencimento foram super-apreçados, vale observar que o semestre que deixou de possuir essa característica foi o 1º (passou a possuir todos os semestres sub-aperçados). Há cinco casos de intervalos com a totalidade de super-apreçamento (duas no 3º semestre, duas no 4º e uma no 10º; nestes semestres o processo

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

GARCH utilizado foi o GARCH (1,1)). A amplitude dos erros médios foi menor que nas observações no-dinheiro.

Tabela 24 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Dentro-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo GARCH Utilizando a Volatilidade Calculada por Um Processo GARCH.

Semestre	T	Freq. das Observ.	Sub-apreçadas	Erro	Super-apreçadas	Erro
1º	1 a 15	38	60,53%	2,10%	39,47%	3,28%
	16 a 30	61	67,21%	1,67%	32,79%	2,39%
	mais de 30	87	58,62%	3,12%	41,38%	3,15%
2º	1 a 15	81	41,98%	1,35%	58,02%	4,55%
	16 a 30	82	1,22%	6,97%	98,78%	6,75%
	mais de 30	96	4,17%	5,08%	95,83%	11,68%
3º	1 a 15	65	4,62%	1,11%	95,38%	2,80%
	16 a 30	112	0,00%	-	100,00%	4,77%
	mais de 30	127	0,00%	-	100,00%	6,60%
4º	1 a 15	158	13,29%	0,96%	86,71%	1,64%
	16 a 30	152	0,00%	-	100,00%	3,55%
	mais de 30	179	0,00%	-	100,00%	7,20%
5º	1 a 15	99	12,12%	1,10%	87,88%	2,92%
	16 a 30	100	24,00%	7,44%	76,00%	5,67%
	mais de 30	124	4,84%	15,00%	95,16%	7,24%
6º	1 a 15	74	10,81%	4,02%	89,19%	3,38%
	16 a 30	91	13,19%	2,88%	86,81%	3,32%
	mais de 30	102	32,35%	2,38%	67,65%	6,32%
7º	1 a 15	71	70,42%	1,91%	29,58%	2,34%
	16 a 30	101	86,14%	2,44%	13,86%	2,33%
	mais de 30	59	98,31%	4,81%	1,69%	1,81%
8º	1 a 15	79	88,61%	3,14%	11,39%	1,89%
	16 a 30	63	93,65%	7,17%	6,35%	12,18%
	mais de 30	97	97,94%	5,27%	2,06%	5,51%
9º	1 a 15	84	71,43%	2,85%	28,57%	1,21%
	16 a 30	108	98,15%	3,36%	1,85%	1,08%
	mais de 30	93	69,89%	5,66%	30,11%	7,59%
10º	1 a 15	66	7,58%	1,72%	92,42%	3,49%
	16 a 30	65	3,08%	0,96%	96,92%	7,68%
	mais de 30	15	0,00%	-	100,00%	37,96%

Os erros médios do modelo GARCH foram maiores que os do modelo de B&S. O sub e o super-apreçamento também foram mais acentuados.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

4.6.2

Com a Volatilidade Implícita da Fórmula de B&S do Dia Útil Imediatamente Anterior

Os erros médios para os testes com o modelo de B&S foram sempre menores quando se utilizou a volatilidade implícita do que quando se utilizou uma volatilidade de um processo GARCH, em virtude de, como já citado neste estudo, a volatilidade utilizada ser proveniente da mesma fórmula que se está usando para apreçar as opções.

Tabela 25 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Fora-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo B&S Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S do Dia Útil Anterior.

Semestre	T	Freq. das Observ.	Sub-apreçadas	Erro	Super-apreçadas	Erro
1º	1 a 15	75	66,67%	7,50%	33,33%	5,90%
	16 a 30	99	52,53%	3,66%	47,47%	6,50%
	mais de 30	77	42,86%	4,96%	57,14%	13,47%
2º	1 a 15	75	62,67%	7,19%	37,33%	9,57%
	16 a 30	82	57,32%	3,67%	42,68%	3,46%
	mais de 30	82	54,88%	2,05%	45,12%	4,58%
3º	1 a 15	143	60,14%	5,37%	39,86%	6,66%
	16 a 30	163	48,47%	2,91%	51,53%	2,93%
	mais de 30	206	46,12%	2,03%	53,88%	2,28%
4º	1 a 15	53	56,60%	8,74%	43,40%	11,13%
	16 a 30	73	56,16%	2,64%	43,84%	4,79%
	mais de 30	86	52,33%	2,55%	47,67%	2,62%
5º	1 a 15	234	65,81%	4,92%	34,19%	7,62%
	16 a 30	242	50,41%	3,28%	49,59%	4,63%
	mais de 30	197	56,35%	3,22%	43,65%	4,43%
6º	1 a 15	140	62,86%	6,64%	37,14%	13,89%
	16 a 30	166	51,20%	3,58%	48,80%	3,57%
	mais de 30	103	54,37%	2,72%	45,63%	5,32%
7º	1 a 15	195	72,82%	4,95%	27,18%	7,80%
	16 a 30	167	50,30%	3,99%	49,70%	4,86%
	mais de 30	120	61,67%	2,70%	38,33%	4,72%
8º	1 a 15	117	58,12%	5,37%	41,88%	8,52%
	16 a 30	106	66,98%	3,82%	33,02%	3,24%
	mais de 30	114	46,49%	2,21%	53,51%	2,68%
9º	1 a 15	136	75,00%	4,69%	25,00%	6,68%
	16 a 30	144	56,94%	2,33%	43,06%	3,75%
	mais de 30	110	43,64%	2,67%	56,36%	5,12%
10º	1 a 15	157	67,52%	5,96%	32,48%	20,86%
	16 a 30	187	49,20%	2,23%	50,80%	3,26%
	mais de 30	96	55,21%	2,12%	44,79%	4,35%

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

As tabelas 25 e 26 mostram o percentual de observações de opções fora-do-dinheiro, sub-apreçadas e super-apreçadas e seus erros médios para cada semestre, para os intervalos de tempo para vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 dias úteis, para, respectivamente, os modelos de B&S e GARCH utilizando a volatilidade implícita da fórmula de B&S do dia útil imediatamente anterior.

O modelo de B&S (tabela 25) sempre sub-apreçou os maiores percentuais no intervalo de menor tempo para o vencimento (1 a 15 dias úteis) do que os outros intervalos, exceto no 8º semestre, e esse percentual foi sempre maior que 50%. Em cinco semestres (todos diferentes dos de quando foi utilizada a volatilidade do processo GARCH, exceto o 4º) houve sub-apreçamento em todos os intervalos de tempo para vencimento. O oposto não ocorreu em semestre algum. Não houve altos percentuais de sub-apreçamento nem de super-apreçamento. Os erros médios geralmente têm magnitude maior para as observações super-apreçadas.

As observações sub-apreçadas que possuem erros médios de maior amplitude são as com menores tempo para vencimento. O mesmo ocorre para as super-apreçadas, exceto no 1º semestre.

Para o modelo GARCH (tabela 26), as observações de opções fora-do-dinheiro têm maior percentual de sub-apreçamento para as com tempo para vencimento menor, com exceção dos 5º, 7º e 8º semestres. Houve duas situações em que o percentual de super-apreçamento atingiu a totalidade (novamente no 4º semestre), e duas em que quase atingiram (no 2º semestre). Nos 1º, 6º, 7º, 8º e 9º semestres houve sub-apreçamento em todos os intervalos. O contrário ocorreu nos 2º, 3º, 4º e 10º semestres.

O modelo GARCH reduziu a proporção de observações sub-apreçadas, em relação ao modelo de B&S, em alguns semestres (2º. 3º, 4º, 5º e 10º), mas aumentou em outros (1º, 7º, 8º e 9º). Outro ponto relevante é que os percentuais de super ou sub-apreçamento são sempre maiores no modelo GARCH.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 26 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Fora-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo GARCH Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S do Dia Útil Anterior.

Semestre	T	Freq. das Observ.	Sub-apreçadas	Erro	Super-apreçadas	Erro
1º	1 a 15	75	88,00%	7,94%	12,00%	13,83%
	16 a 30	99	64,65%	5,79%	35,35%	4,37%
	mais de 30	77	64,94%	7,94%	35,06%	10,92%
2º	1 a 15	75	25,33%	10,60%	74,67%	58,86%
	16 a 30	82	2,44%	8,50%	97,56%	49,40%
	mais de 30	82	3,66%	20,93%	96,34%	68,35%
3º	1 a 15	143	26,57%	9,49%	73,43%	14,29%
	16 a 30	163	2,45%	18,95%	97,55%	16,00%
	mais de 30	206	1,94%	41,04%	98,06%	16,38%
4º	1 a 15	53	9,43%	38,27%	90,57%	24,30%
	16 a 30	73	0,00%	-	100,00%	22,11%
	mais de 30	86	0,00%	-	100,00%	24,18%
5º	1 a 15	234	24,36%	7,95%	75,64%	12,29%
	16 a 30	242	53,31%	4,27%	46,69%	20,22%
	mais de 30	197	19,29%	7,91%	80,71%	19,98%
6º	1 a 15	140	77,14%	8,05%	22,86%	21,94%
	16 a 30	166	56,63%	5,92%	43,37%	21,70%
	mais de 30	103	50,49%	8,16%	49,51%	32,78%
7º	1 a 15	195	97,44%	6,42%	2,56%	21,19%
	16 a 30	167	99,40%	6,53%	0,60%	18,25%
	mais de 30	120	99,17%	7,81%	0,83%	22,21%
8º	1 a 15	117	98,29%	7,19%	1,71%	147,44%
	16 a 30	106	100,00%	8,22%	0,00%	-
	mais de 30	114	99,12%	7,73%	0,88%	0,05%
9º	1 a 15	136	96,32%	7,09%	3,68%	8,28%
	16 a 30	144	87,50%	6,47%	12,50%	59,01%
	mais de 30	110	77,27%	6,24%	22,73%	21,48%
10º	1 a 15	157	24,84%	11,99%	75,16%	54,98%
	16 a 30	187	9,09%	5,09%	90,91%	19,06%
	mais de 30	96	16,67%	7,06%	83,33%	57,51%

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

As tabelas 27 e 28 possuem as mesmas características as 25 e 26, porém tratam observações de opções no-dinheiro.

Tabela 27 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções No-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo B&S Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S do Dia Útil Anterior.

Semestre	T	Freq. das Observ.	Sub-apreçadas	Erro	Super-apreçadas	Erro
1º	1 a 15	48	35,42%	4,78%	64,58%	4,11%
	16 a 30	49	40,82%	1,69%	59,18%	1,92%
	mais de 30	59	49,15%	2,23%	50,85%	1,46%
2º	1 a 15	64	46,88%	3,35%	53,13%	3,51%
	16 a 30	67	58,21%	1,86%	41,79%	1,34%
	mais de 30	82	52,44%	1,38%	47,56%	1,48%
3º	1 a 15	85	37,65%	3,93%	62,35%	1,82%
	16 a 30	89	46,07%	1,42%	53,93%	1,11%
	mais de 30	120	49,17%	0,85%	50,83%	0,81%
4º	1 a 15	107	43,93%	2,30%	56,07%	4,50%
	16 a 30	112	46,43%	1,17%	53,57%	1,00%
	mais de 30	148	45,27%	1,31%	54,73%	1,25%
5º	1 a 15	80	38,75%	3,78%	61,25%	3,87%
	16 a 30	84	39,29%	3,26%	60,71%	2,50%
	mais de 30	89	51,69%	1,68%	48,31%	2,00%
6º	1 a 15	63	52,38%	3,05%	47,62%	4,81%
	16 a 30	65	52,31%	1,07%	47,69%	1,41%
	mais de 30	70	47,14%	1,47%	52,86%	2,44%
7º	1 a 15	45	51,11%	3,02%	48,89%	5,92%
	16 a 30	52	46,15%	1,90%	53,85%	1,40%
	mais de 30	35	45,71%	1,82%	54,29%	2,46%
8º	1 a 15	46	32,61%	2,75%	67,39%	4,30%
	16 a 30	48	64,58%	1,56%	35,42%	1,91%
	mais de 30	66	48,48%	1,24%	51,52%	1,57%
9º	1 a 15	68	41,18%	3,08%	58,82%	3,03%
	16 a 30	76	50,00%	1,09%	50,00%	1,24%
	mais de 30	80	52,50%	1,50%	47,50%	1,27%
10º	1 a 15	60	41,67%	4,02%	58,33%	2,97%
	16 a 30	61	44,26%	1,86%	55,74%	2,29%
	mais de 30	27	51,85%	2,89%	48,15%	3,32%

Os percentuais de sub e super-apreçamento do modelo de B&S (tabela 27) estão muito mais próximos a 50% que nas observações fora-do-dinheiro. Ao contrário destas observações, os percentuais de sub-apreçamento do intervalo de

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

menores tempos para vencimento (t = 1 a 15) são menores em oito dos dez semestres (os períodos em que isso não ocorre são os 6º e 7º semestres).

Tabela 28 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções No-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo GARCH Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S do Dia Útil Anterior.

Semestre	T	Freq. das Observ.	Sub-apreçadas	Erro	Super-apreçadas	Erro
1º	1 a 15	48	75,00%	4,79%	25,00%	5,49%
	16 a 30	49	71,43%	2,15%	28,57%	2,46%
	mais de 30	59	61,02%	4,91%	38,98%	5,99%
2º	1 a 15	64	31,25%	12,31%	68,75%	13,32%
	16 a 30	67	13,43%	14,70%	86,57%	16,30%
	mais de 30	82	4,88%	23,66%	95,12%	28,47%
3º	1 a 15	85	12,94%	9,50%	87,06%	6,02%
	16 a 30	89	0,00%	-	100,00%	11,18%
	mais de 30	120	0,00%	-	100,00%	11,20%
4º	1 a 15	107	2,80%	14,65%	97,20%	8,45%
	16 a 30	112	0,00%	-	100,00%	9,50%
	mais de 30	148	0,00%	-	100,00%	14,32%
5º	1 a 15	80	7,50%	9,58%	92,50%	7,46%
	16 a 30	84	27,38%	7,12%	72,62%	11,20%
	mais de 30	89	6,74%	11,89%	93,26%	14,63%
6º	1 a 15	63	26,98%	5,89%	73,02%	9,18%
	16 a 30	65	10,77%	7,88%	89,23%	10,08%
	mais de 30	70	28,57%	5,18%	71,43%	15,80%
7º	1 a 15	45	73,33%	4,68%	26,67%	7,52%
	16 a 30	52	86,54%	5,51%	13,46%	2,99%
	mais de 30	35	100,00%	8,35%	0,00%	-
8º	1 a 15	46	89,13%	5,76%	10,87%	19,22%
	16 a 30	48	91,67%	9,14%	8,33%	3,32%
	mais de 30	66	100,00%	7,54%	0,00%	-
9º	1 a 15	68	69,12%	6,36%	30,88%	5,23%
	16 a 30	76	94,74%	5,47%	5,26%	12,26%
	mais de 30	80	63,75%	7,24%	36,25%	15,60%
10º	1 a 15	60	5,00%	20,93%	95,00%	10,87%
	16 a 30	61	0,00%	-	100,00%	15,63%
	mais de 30	27	18,52%	6,41%	81,48%	33,35%

O modelo GARCH (tabela 28) super-apreçou todos os intervalos de tempo para vencimento em seis dos dez semestres. No primeiro semestre (no qual ao se utilizar a volatilidade de GARCH, as observações eram super-apreçadas em todos os intervalos), e no 7º, 8º e 9º semestres, as observações em todos intervalos foram sempre sub-apreçados. A totalidade das observações foi super-apreçada em

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

cinco intervalos e sub-apreçada em dois. Em cinco dos dez semestres, o maior sub-apreçamento ocorre no intervalo com mais dias úteis para o vencimento (eram sete ao se utilizar a volatilidade por GARCH).

As tabelas 29 e 30 são semelhantes às 27 e 28, e às 25 e 26, apenas se diferenciando por tratarem de observações de opções dentro-do-dinheiro.

Para as observações dentro-do-dinheiro, os percentuais de sub e super-apreçamento do modelo de B&S (tabela 29) não estão tão próximos a 50% como nas observações no-dinheiro. Há semestres, como o 1º, em que há proporções de super-apreçamento bastante altas. Há três semestres em que ocorre o super-apreçamento em todos os intervalos de tempo para vencimento e dois em que o oposto acontece. Como quando o processo de volatilidade GARCH foi utilizado, o maior percentual de sub-apreçamento nos intervalos com tempos para vencimento mais curtos somente ocorreu para os cinco primeiros semestres (não se repetindo o ocorrido nas observações fora-do-dinheiro, em que os percentuais de sub-apreçamento foram sempre maiores para o intervalo de tempos para vencimento menores). A magnitude dos erros é menor para as observações dentro-do-dinheiro que para as fora e no-dinheiro.

Para o modelo GARCH (tabela 30), as observações de opções dentro-do-dinheiro foram em sua maioria super-apreçadas. Com exceção do 2º semestre, todos os intervalos de tempo para vencimento em todos os semestres foram super-apreçados. Porém, não houve situações em que o percentual de super-apreçamento atingiu a totalidade, o que não havia ocorrido em todas as outras análises do modelo GARCH (tanto para a volatilidade por processo GARCH quanto para a volatilidade implícita).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 29 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Dentro-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo B&S Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S do Dia Útil Anterior.

Semestre	T	Freq. das Observ.	Sub-apreçadas	Erro	Super-apreçadas	Erro
1º	1 a 15	38	23,68%	1,18%	76,32%	1,81%
	16 a 30	61	1,64%	2,71%	98,36%	2,21%
	mais de 30	87	3,45%	2,26%	96,55%	2,52%
2º	1 a 15	81	76,54%	1,27%	23,46%	1,99%
	16 a 30	82	63,41%	1,13%	36,59%	2,85%
	mais de 30	96	7,29%	2,19%	92,71%	1,94%
3º	1 a 15	65	32,31%	1,27%	67,69%	0,86%
	16 a 30	112	22,32%	0,75%	77,68%	0,93%
	mais de 30	127	11,02%	1,65%	88,98%	0,79%
4º	1 a 15	158	68,35%	0,74%	31,65%	0,59%
	16 a 30	152	53,95%	0,96%	46,05%	0,56%
	mais de 30	179	27,37%	0,77%	72,63%	0,58%
5º	1 a 15	99	62,63%	1,07%	37,37%	1,10%
	16 a 30	100	28,00%	1,89%	72,00%	2,54%
	mais de 30	124	31,45%	1,36%	68,55%	1,55%
6º	1 a 15	74	24,32%	1,75%	75,68%	4,09%
	16 a 30	91	27,47%	0,70%	72,53%	1,79%
	mais de 30	102	26,47%	0,81%	73,53%	1,90%
7º	1 a 15	71	42,25%	1,45%	57,75%	1,31%
	16 a 30	101	64,36%	1,25%	35,64%	3,41%
	mais de 30	59	35,59%	2,03%	64,41%	2,79%
8º	1 a 15	79	64,56%	1,32%	35,44%	1,04%
	16 a 30	63	77,78%	1,64%	22,22%	3,43%
	mais de 30	97	67,01%	1,25%	32,99%	1,48%
9º	1 a 15	84	45,24%	0,65%	54,76%	0,64%
	16 a 30	108	50,00%	0,84%	50,00%	0,52%
	mais de 30	93	67,74%	1,81%	32,26%	0,88%
10º	1 a 15	66	56,06%	1,42%	43,94%	1,06%
	16 a 30	65	67,69%	1,53%	32,31%	1,17%
	mais de 30	15	66,67%	5,64%	33,33%	8,29%

Vale a pena destacar que para as observações dentro-do-dinheiro utilizando a volatilidade implícita de B&S do dia anterior, a magnitude dos erros para o modelo GARCH foi , de uma forma geral, menor que para o modelo de B&S.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA

Tabela 30 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Dentro-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo GARCH Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S do Dia Útil Anterior.

Semestre	T	Freq. das Observ.	Sub-apreçadas	Erro	Super-apreçadas	Erro
1º	1 a 15	38	34,21%	0,93%	65,79%	0,98%
	16 a 30	61	29,51%	0,85%	70,49%	0,77%
	mais de 30	87	33,33%	1,18%	66,67%	1,05%
2º	1 a 15	81	60,49%	0,66%	39,51%	0,69%
	16 a 30	82	51,22%	0,48%	48,78%	1,12%
	mais de 30	96	38,54%	0,55%	61,46%	0,68%
3º	1 a 15	65	23,08%	1,34%	76,92%	1,02%
	16 a 30	112	37,50%	0,58%	62,50%	0,76%
	mais de 30	127	44,88%	0,54%	55,12%	0,80%
4º	1 a 15	158	48,73%	0,47%	51,27%	0,49%
	16 a 30	152	42,76%	0,62%	57,24%	0,58%
	mais de 30	179	34,08%	0,81%	65,92%	0,65%
5º	1 a 15	99	39,39%	1,30%	60,61%	1,01%
	16 a 30	100	35,00%	1,91%	65,00%	2,19%
	mais de 30	124	40,32%	1,13%	59,68%	1,11%
6º	1 a 15	74	25,68%	1,68%	74,32%	3,18%
	16 a 30	91	39,56%	0,98%	60,44%	1,05%
	mais de 30	102	41,18%	0,66%	58,82%	1,30%
7º	1 a 15	71	33,80%	1,46%	66,20%	1,55%
	16 a 30	101	35,64%	1,03%	64,36%	1,63%
	mais de 30	59	42,37%	1,61%	57,63%	2,57%
8º	1 a 15	79	44,30%	0,84%	55,70%	1,21%
	16 a 30	63	46,03%	1,58%	53,97%	1,51%
	mais de 30	97	39,18%	0,75%	60,82%	1,49%
9º	1 a 15	84	25,00%	0,68%	75,00%	0,77%
	16 a 30	108	38,89%	0,62%	61,11%	0,65%
	mais de 30	93	38,71%	1,03%	61,29%	1,00%
10º	1 a 15	66	36,36%	2,07%	63,64%	1,80%
	16 a 30	65	38,46%	1,33%	61,54%	1,53%
	mais de 30	15	40,00%	5,78%	60,00%	4,56%

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0014360/CA