

# 1. INTRODUÇÃO

O modelo de apreçamento de opções mais empregado pelos mercados financeiros é o modelo de Black&Scholes (Black & Scholes, 1973). A consagração deste modelo se deve principalmente à sua facilidade de aplicação e aos seus pequenos erros em relação aos preços de mercado.

Porém, existem alguns vieses sistemáticos, já amplamente estudados empiricamente, associados ao modelo de B&S, a saber: o sub-apreçamento de opções fora-do-dinheiro (Black, 1975; Gultekin et al, 1982), o sub-apreçamento de opções de ações com baixa volatilidade (Gultekin et al, 1982; Whaley, 1982) e o sub-apreçamento de opções com curto tempo para vencimento (Black, 1975; Whaley, 1982). Outra evidência já bem documentada é o sorriso da volatilidade (*volatility smile/smirk*). Este termo se refere ao fato de se obter, simultaneamente, volatilidades implícitas distintas para diferentes opções da mesma ação, o que é constatado com o formato convexo do gráfico da curva de volatilidade implícita em relação ao preço de exercício (Rubinstein, 1985; Sheikh, 1991; Derman e Kani, 1994; Duan, 1996). Existe, ainda, o fenômeno de as volatilidades implícitas da mesma ação, colhidas ao mesmo tempo, serem diferentes para vencimentos distintos (Black, 1975; Whaley, 1982; Heynen *et al*, 1994; Campa e Chang, 1995).

Com o intuito de atenuar os vieses apresentados pelo modelo de B&S, vários modelos foram desenvolvidos, tais como o Constant Elasticity of Variance Model (Cox e Ross, 1975), Jump Diffusion Model (Merton, 1976; Naik e Lee, 1990), Compound Option Model (Geske, 1979), Displaced Diffusion Model (Rubinstein, 1983), Diffusion Bivariate Models (Hull e White, 1987; Johnson e

Shanno, 1987; Scott, 1987; Wiggins, 1987; Stein e Stein, 1991), Variance-Gamma Option Pricing Model (Madan e Milne, 1990), o Modelo de saltos de Bakshi (Bakshi, Cão e Chen, 1997) e o Modelo de Apreçamento de Opções por GARCH (Duan, 1995), objeto de estudo deste trabalho.

Dentre as premissas do modelo de Black&Scholes (B&S), tem-se que os retornos dos ativos-objeto são normalmente distribuídos e que a volatilidade dos retornos é constante ao longo do tempo. Porém, como já largamente documentado pela literatura, os retornos das ações possuem propriedades como as caudas largas e variância mutável ao longo do tempo (Black, 1976).

A primeira tentativa bem sucedida de se modelar econometricamente essas propriedades foi feita por Engle (1982) ao introduzir os modelos ARCH.<sup>1</sup> Bollerslev (1986) estende o modelo ao desenvolver o modelo GARCH.<sup>2</sup>

Desde o início da década de 90, os modelos ARCH/GARCH vêm sendo utilizados para examinar preços de opções (Engle e Mustafa, 1992; Day e Lewis, 1992; Noh, Engle e Kane, 1994; Engle e Rosenberg, 1995). Porém, o arcabouço teórico para o apreçamento de opções pelo modelo GARCH somente foi desenvolvido por Duan (1995), ao introduzir o conceito *locally risk-neutral valuation relationship* (LRNVR).

Portanto, o apreçamento de opções pelo modelo GARCH é uma alternativa ao modelo de B&S que leva em conta a heteroscedasticidade dos retornos dos ativos e a não normalidade de suas distribuições. Assim, o intuito deste modelo é ser mais eficiente que o modelo de B&S, ao reduzir os seus vieses.

Como o modelo de apreçamento de opções GARCH não possui um algoritmo fechado para o cálculo do preço das opções européias, ele utiliza a simulação de Monte Carlo, método que vem sendo cada vez mais empregado em finanças devido à grande diminuição dos custos computacionais.

O presente trabalho é o primeiro exame aprofundado do apreçamento por modelos GARCH no mercado brasileiro de opções. Ele procura confirmar a hipótese de o modelo de apreçamento de opções GARCH reduzir alguns dos vieses do modelo de B&S no mercado brasileiro. Para isso, comparam-se os preços dados pelo modelo GARCH com os do modelo de B&S, cotejando-os com

---

<sup>1</sup> Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. Desenvolvido por Engle (1982).

<sup>2</sup> Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic. Desenvolvido por Bollerslev (1986), é uma versão generalizada do ARCH de Engle (1982).

os preços de mercado. Para cada modelo, as observações de opções são apreçadas utilizando a volatilidade histórica, a volatilidade implícita dada pelo modelo de B&S do dia útil imediatamente anterior (uma volatilidade por contrato de opção) e a volatilidade prevista pelo método GARCH.<sup>3</sup>

Algumas características são particulares a esse trabalho em relação a outros que tratam do modelo de apreçamento GARCH: os parâmetros de GARCH foram calculados diariamente, a volatilidade do ativo-objeto utilizada, em uma das comparações dos modelos, é a volatilidade implícita obtida a partir do mesmo contrato de opção do dia útil anterior, sem ponderações<sup>4</sup> (uma volatilidade para cada contrato de opção na mesma data), e, além da verificação dos erros em relação ao mercado, há também a investigação acerca do sub e super-apreçamento das opções pelos modelos.

## 1.1 Objetivos

O alvo fundamental deste trabalho é verificar a eficiência do modelo de apreçamento de opções GARCH no mercado brasileiro. Para alcançar esse objetivo, será verificado se ele consegue reduzir os vieses do modelo de B&S.

Para a realização dessa pesquisa, faz-se necessário, ainda, que sejam respondidas os seguintes questionamentos, que podem ser vistos como passos secundários para se alcançar o objetivo final:

Qual método de previsão de volatilidade GARCH, entre os testados, se adapta melhor ao ativo objeto das opções a cada período?

De acordo com o método escolhido, quais são os parâmetros de GARCH para cada dia útil estudado?

---

<sup>3</sup> Neste estudo, método e processo GARCH se referem ao método de previsão de volatilidade e Modelo GARCH se refere ao modelo de apreçamento de opções.

<sup>4</sup> Segundo Hull (1997, p.280), “o peso de cada volatilidade implícita deve refletir a sensibilidade do preço da opção a mudanças na volatilidade”. Assim, Bessada (2000) sugere que as ponderações das volatilidades implícitas sejam proporcionais ao vega, pois é a medida que reflete a sensibilidade do preço da opção a variações na volatilidade do ativo-objeto. Bessada também sugere uma média ponderada pelo volume negociado.

Qual a volatilidade implícita de cada observação de opção de acordo com o modelo de Black&Scholes, e, para o ativo-objeto, em cada dia útil, qual a volatilidade histórica e a prevista pelo método GARCH selecionado?

Quais os preços de cada observação de opção dados pelos Modelos GARCH e B&S, utilizando cada volatilidade (implícita, histórica e prevista pelo método GARCH)?

Quais os erros médios dos modelos em relação aos preços de mercado?

Quais são os vieses do modelo de B&S ao apreçar opções no mercado brasileiro?

## 1.2 Relevância do Estudo

O presente trabalho é o primeiro estudo mais aprofundado sobre o exame do apreçamento por modelos GARCH no mercado brasileiro de opções.

Em sua ampla maioria, os participantes do mercado financeiro apreçam suas opções com base no modelo de B&S. Alguns vieses deste modelo podem causar distorções indesejáveis.

É bastante relevante buscar modelos de apreçamento mais apurados para que haja uma maior aproximação do real valor do ativo e da sua contribuição ao risco de uma carteira (no caso do derivativo opções, isso se torna ainda mais necessário, uma vez que os retornos desse ativo são muito voláteis). Para ativos ilíquidos, cujos preços não são dados diariamente pelo mercado, um método de apreçamento se faz necessário para a marcação a mercado.

Um especulador pode perder dinheiro ao apreçar erradamente um ativo (ou ganhar se estiver apreçando melhor que o mercado). Um *hedger* pode estar pagando um preço alto por uma proteção (ou o banco pode estar cobrando um prêmio pequeno). Um participante do mercado financeiro pode estar ganhando dinheiro sem risco (arbitragem) ao apreçar melhor o ativo.

### 1.3 Delimitação Do Estudo

O estudo aborda o apreçamento de opções no período de julho de 1995 a junho de 2000. Este período foi escolhido devido à sua atualidade e ao fato de ser pós Plano Real, quando, a partir de sua implantação, o Brasil obteve uma maior estabilidade de seus preços. Como a janela para a determinação dos parâmetros de GARCH neste trabalho é de um ano, o período de julho de 1994 a junho de 1995 foi excluído. É importante observar que várias crises financeiras<sup>5</sup> afetaram o Brasil durante o período, o que pode influenciar no valor das opções previsto pelos modelos e nos preços de mercado.

A amostra inicial se constitui de séries de opções de compra com base nas ações da Telebras cotadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), uma vez que estes ativos foram os mais líquidos no período estudado. A partir de julho de 2000 as ações da Telebras perderam liquidez.

Apenas as observações de opções que foram negociadas no dia útil anterior farão parte da amostra, uma vez que uma das volatilidades utilizadas nos modelos de apreçamento é a volatilidade implícita calculada para este dia.

As opções com volumes de negociação baixo e com tempo para vencimento muito pequeno não foram descartadas num primeiro momento. Se os erros de apreçamento nessas opções fossem significativamente maiores, para ambos os modelos, com todas as volatilidades utilizadas, elas seriam retiradas da amostra.

---

<sup>5</sup> Crise da Ásia no segundo semestre de 1997, crise da Rússia no segundo semestre 1998 e crise brasileira no início de 1999.