



Gustavo Silva Araújo

**Análise do Modelo de Apreçamento de Opções
GARCH em Opções de Compra da Telebras**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Administração de Empresas do Departamento de Administração da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Orientador: Prof. Antonio Carlos Figueiredo
Co-orientador: Prof. Eduardo Facó Lemgruber

Rio de Janeiro
Setembro de 2002



Gustavo Silva Araújo

**Análise do Modelo de Apreçamento de Opções
GARCH em Opções de Compra da Telebras**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Administração de Empresas do Departamento de Administração da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Antonio Carlos Figueiredo

Orientador

Departamento de Administração, PUC-Rio

Prof. Eduardo Facó Lemgruber

Co-orientador

Coppead/UFRJ

Prof. Octávio Manuel Bessada Lion

Banco Central do Brasil

Profa. Zélia M. de Lossio e Seiblit

Coordenadora Setorial de Pós-Graduação do
Centro de Ciências Sociais – PUC-Rio

Todos os direitos são reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador

Gustavo Silva Araújo

Graduou-se em Engenharia de Produção na PUC-Rio em 1996. Kursou Análise de Sistemas na CCE/PUC-Rio em 1999. Trabalha no Departamento de Pesquisa do Banco Central do Brasil na área de Finanças - Risco de Mercado.

Ficha Catalográfica

Araújo, Gustavo Silva

Análise do modelo de apreçamento de opções GARCH em opções de compra da Telebrás / Gustavo Silva Araújo; orientador: Antonio Carlos Figueiredo; co-orientador: Eduardo Facó Lemgruber. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Administração, 2002.

[14], 116 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Administração.

Inclui referências bibliográficas.

1. Administração – Teses. 2. Apreçamento de opções. 3. Modelo GARCH. 4. Opções de Telebrás. 5. Simulação de Monte Carlo. I. Figueiredo, Antonio Carlos. II. Lemgruber, Eduardo Facó. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Administração. IV. Título.

CDD: 658

Agradecimentos

Aos meus pais e irmã, por sempre me apoiarem.

Aos Professores Figueiredo e Facó pelo estímulo e confiança depositada.

Ao Banco Central do Brasil, por ter incentivado a execução do Mestrado.

Ao colega Cláudio Barbedo, pela generosa colaboração.

Ao membro da banca, Prof. Octávio Manuel Bessada Lion.

Resumo

Araújo, Gustavo Silva; Figueiredo, Antonio Carlos (Advisor); Lemgruber, Eduardo Facó (Co-advisor). **Analysis of The GARCH Option Pricing Model using Telebras Calls**. Rio de Janeiro, 2002. 131p. MSc.Dissertation – Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho procura confirmar a hipótese de o modelo de apreçamento de opções GARCH reduzir alguns dos já amplamente estudados vieses do modelo de Black & Scholes, utilizando opções de compra da Telebras no período julho de 1995 a junho de 2000. Para isso, comparam-se os preços encontrados por intermédio do modelo GARCH com os do modelo de Black & Scholes, cotejando-os com os preços de mercado. Os resultados indicaram que o modelo GARCH foi capaz de diminuir alguns dos vieses, principalmente para opções fora-do-dinheiro com curto tempo para o vencimento. Desta forma, o modelo GARCH se mostrou uma alternativa eficaz ao modelo de Black & Scholes, sobretudo para opções com pouca liquidez, nas quais não é possível a utilização da volatilidade implícita da equação de Black & Scholes.

Palavras-Chave

Apreçamento de opções; modelo GARCH; simulação de monte carlo; opções de telebras.

Abstract

Araújo, Gustavo Silva; Figueiredo, Antonio Carlos (Advisor); Lemgruber, Eduardo Facó (Co-advisor). **Analysis of The GARCH Option Pricing Model using Telebras Calls**. Rio de Janeiro, 2002. 131p. MSc.Dissertation – Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This study attempts to confirm the hypothesis that the GARCH option pricing model reduces some of the well-documented biases associated with the Black & Scholes model, using Telebras calls in the period of July 1995 to June 2000. For this purpose, the prices obtained by the GARCH model are compared with the ones obtained by the Black & Scholes model, and both of them are checked with the market prices. The results of this research indicate that the GARCH model is able to lessen some biases, specially for out-of-the-money options with short maturity. Thus, the GARCH model is an efficient alternative to the Black & Scholes model, mainly for options with low liquidity, in which it is not possible to use the implicit volatility of the Black & Scholes equation.

Keywords

Option pricing; GARCH model; monte carlo simulation; telebras calls

Sumário

Lista de gráficos	10	
Lista de tabelas	11	
1	Introdução	15
1.1	Objetivos	17
1.2	Relevância do Estudo	18
1.3	Delimitação do Estudo	19
2	Revisão Bibliográfica	20
2.1	Modelo de Apreçamento de Opções GARCH	20
2.2	Modelo de Apreçamento de Opções GARCH x Modelo de Black&Scholes (B&S)	24
2.3	Aplicações do Modelo de Apreçamento de Opções GARCH	26
3	Metodologia e Amostra	38
3.1	Seleção do Período e da Amostra	38
3.2	Cálculo da Curva da Taxa de Juros Pré-Fixada	42
3.3	Cálculo das Volatilidades	44
3.3.1	Volatilidade Histórica	44
3.3.2	Volatilidade Calculada pelo Método GARCH	44
3.3.3	Volatilidade Implícita da Fórmula de Black&Scholes	45
3.4	Apreçamento das Observações de Opções pelo Modelo de Black&Scholes	45
3.5	Apreçamento das Observações de Opções pelo Modelo de GARCH	46

3.5.1	Escolha do Método GARCH para Cada Semestre	46
3.5.2	Estimação dos Parâmetros de GARCH Dia-a-Dia	50
3.5.3	Apreçamento das Opções	51
3.6	Medidas de Erro e Testes Estatísticos	52
4	Apresentação e Análise dos Resultados da Comparação entre os Modelos de Black&Scholes e GARCH	54
4.1	Influência do Número de Negócios no Apreçamento das Opções	54
4.2	Influência do Tempo para o Vencimento no Apreçamento das Opções	58
4.3	Erros Médios dos Modelos de Apreçamento de Opções para Toda a Amostra e em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício	63
4.4	Erros Médios dos Modelos de Apreçamento de Opções em Cada Semestre para Todas as Observações de Opções e em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício	65
4.5	Sub-apreçamento e Super-apreçamento dos Modelos para Toda a Amostra	72
4.6	Sub-apreçamento e Super-apreçamento dos Modelos em Relação ao Preço de Mercado, ao Tempo para Vencimento e à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício	73
4.6.1	Com a Volatilidade Calculada Por Um Processo GARCH	73
4.6.2	Com a Volatilidade Implícita da Fórmula de B&S do Dia Útil Imediatamente Anterior	81
5	Conclusão	89
6	Referências Bibliográficas	93

7	Anexos	98
	Anexo 1 – Aproximações Realizadas para o Cálculo da Taxa Pré-Fixada do Dia do Pregão ao Dia de Vencimento da Opção	103
	Anexo 2 – Estimativa dos Métodos GARCH para Escolha de Qual Método Seria Utilizado em Cada Semestre	108
	Anexo 3 – Programas para a Escolha do Método GARCH a ser Utilizado no Semestre	118
	Anexo 4 – Programas para Obtenção dos Parâmetros de GARCH a Cada Dia	123
	Anexo 5 – Função para a Obtenção do Preço da Opção pelo Modelo GARCH	131
	Anexo 6 – Tabelas da Relação Entre o Número de Negócios das Observações de Opções e os Erros dos Modelos de Apreçamento GARCH e B&S, Utilizando-se as Volatilidades Histórica, Implícita de B&S e a Calculada por Um Processo GARCH	134

Lista de gráficos

Gráfico 1 – Relação nº de Negócios X Erros Médios dos Modelos no Apreçamento de Opções de B&S e GARCH, Utilizando a Volatilidade Histórica	55
Gráfico 2 – Relação nº de Negócios X Erros Médios dos Modelos no Apreçamento de Opções de B&S e GARCH, Utilizando a Volatilidade Calculada por um Processo GARCH	56
Gráfico 3 – Relação nº de Negócios X Erros Médios dos Modelos no Apreçamento de Opções de B&S e GARCH, Utilizando a Volatilidade Implícita da Fórmula de B&S do Dia Útil Anterior	57
Gráfico 4 – Relação entre o Tempo para Vencimento e os Erros Médios do Apreçamento dos Modelos de B&S e GARCH, Utilizando a Volatilidade Histórica	59
Gráfico 5 – Relação entre o Tempo para Vencimento e os Erros Médios do Apreçamento dos Modelos de B&S e GARCH, Utilizando a Volatilidade GARCH	61
Gráfico 6 – Relação entre o Tempo para Vencimento e os Erros Médios do Apreçamento dos Modelos de B&S e GARCH, Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S	62

Lista de tabelas

Tabela 1 – Divisão da Amostra em Semestres e as Características dos Retornos da Telebras para cada Período	40
Tabela 2 - Quantidade de Observações de Preços de Opções de Compra da Telebras por Semestre	41
Tabela 3 - Quantidade de Observações de Opções de Compra da Telebras em Relação à Razão entre o Preço do Ativo-Objeto e o Valor Presente do Preço de Exercício da Opção	42
Tabela 4 - Semestres em Que a Amostra é Dividida, com seu Total de Dias Úteis e com a Janela para a Estimação dos Parâmetros de GARCH	47
Tabela 5 – Processo GARCH Selecionado para Cada Semestre e a Justificativa para a Escolha	49
Tabela 6 - Relação Entre o Tempo para o Vencimento (em dias úteis) e os Erros Médios das Observações das Opções no Apreçamento pelos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Histórica	58
Tabela 7 – Relação Entre o Tempo para o Vencimento (em dias úteis) e os Erros Médios das Observações das Opções no Apreçamento pelos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Calculada por um Processo GARCH	60
Tabela 8 - Relação Entre o Tempo para o Vencimento (em dias úteis) e os Erros Médios das Observações das Opções no Apreçamento pelos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Calculada Implícita de B&S do Dia Útil Anterior	62
Tabela 9 - Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Histórica, para Toda a Amostra	63

Tabela 10 - Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Calculada por um Processo GARCH, para Toda a Amostra	63
Tabela 11 - Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Implícita da Fórmula de B&S do Dia Útil Imediatamente Anterior, para Toda a Amostra	64
Tabela 12 - Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Histórica, em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício	64
Tabela 13 - Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Calculada por um Processo GARCH, em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício	65
Tabela 14 - Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Implícita da Fórmula de B&S do Dia Útil Imediatamente Anterior, em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício	65
Tabela 15 – Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Histórica, para Todas as Observações de Opções e em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício para Cada Semestre	67
Tabela 16 – Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade calculada por um processo GARCH, para Todas as Observações de Opções e em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício para Cada Semestre	69
Tabela 17 – Erros Médios dos Modelos de GARCH e B&S, Utilizando a Volatilidade Implícita de Black&Scholes, para Todas as Observações de Opções e em Relação à Razão entre o Preço da Telebras e o Valor Presente do Preço de Exercício para Cada Semestre	71
Tabela 18 – Sub-apreçamento e Super-apreçamento dos Modelos de B&S e GARCH para Toda a Amostra	72

- Tabela 19 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Fora-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo B&S Utilizando a Volatilidade Calculada por Um Processo GARCH 74
- Tabela 20 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Fora-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo GARCH Utilizando a Volatilidade Calculada por Um Processo GARCH 75
- Tabela 21 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções No-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo B&S Utilizando a Volatilidade Calculada por Um Processo GARCH 76
- Tabela 22 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções No-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo GARCH Utilizando a Volatilidade Calculada por Um Processo GARCH 77
- Tabela 23 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Dentro-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo B&S Utilizando a Volatilidade Calculada por Um Processo GARCH 79
- Tabela 24 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Dentro-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo GARCH Utilizando a Volatilidade Calculada por Um Processo GARCH 80
- Tabela 25 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções

Fora-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo B&S Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S do Dia Útil Anterior 81

Tabela 26 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Fora-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo GARCH Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S do Dia Útil Anterior 83

Tabela 27 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções No-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo B&S Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S do Dia Útil Anterior 84

Tabela 28 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções No-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo GARCH Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S do Dia Útil Anterior 85

Tabela 29 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Dentro-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo B&S Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S do Dia Útil Anterior 87

Tabela 30 - Percentual de Observações de Opções Sub-apreçadas e Super-apreçadas e Seus Erros Médios para Observações de Opções Dentro-do-Dinheiro para Cada Semestre, para os Intervalos de Tempo para Vencimento 1 a 15, 16 a 30 e mais de 30 Dias Úteis, para o Modelo GARCH Utilizando a Volatilidade Implícita de B&S do Dia Útil Anterior 88