



**Conrado de Godoy Garcia**

**Juros como variável explicativa para o  
retorno de ações**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção de grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Macroeconomia e Finanças do Departamento de Economia do Centro de Ciências Sociais da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Ruy Monteiro Ribeiro



**Conrado de Godoy Garcia**

**Juros como variável explicativa para o  
retorno de ações**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção de grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Macroeconomia e Finanças do Departamento de Economia do Centro de Ciências Sociais da PUC-Rio. Aprovado pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Ruy Monteiro Ribeiro**  
Orientador  
Departamento de Economia – PUC-Rio

**Prof. Marcelo Cunha Medeiros**  
Departamento de Economia – PUC-Rio

**Prof. Marco Antonio Cesar Bonomo**  
Insper

**Profª. Mônica Herz**  
Coordenadora do Centro de Ciências Sociais – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 27 de março de 2017

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Conrado de Godoy Garcia**

Graduou-se em Engenharia Elétrica e de Produção, com ênfase em Sistemas de Apoio a Decisão, pela PUC-Rio em 2006.

#### Ficha Catalográfica

Garcia, Conrado de Godoy

Juros como variável explicativa para o retorno de ações / Conrado de Godoy Garcia ; orientador: Ruy Monteiro Ribeiro. – 2017.

34 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Economia, 2017.

Inclui bibliografia

1. Economia – Teses. 2. Precificação de ativos. 3. Modelo linear multi-fatorial. 4. Anomalia de duration em ações. 5. variação seccional do retorno de ações.  
I. Ribeiro, Ruy Monteiro. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Economia. III. Título.

## **Agradecimentos**

Ao Ruy Monteiro Ribeiro, pela excelente orientação e pela confiança.

A Marcelo Medeiros pelo aprendizado transmitido nas diversas matérias ao longo dos últimos anos

Aos professores Márcio Garcia, Pablo Salgado, Marco Cavalcanti, Carlos Viana, Diogo Guillén e Leonardo Rezende, Alexandre Lowenkron, Eduardo Zilberman, Walter Novaes pelos excelentes cursos ministrados.

Aos meus amigos do Mestrado, Maurício Furtado, Gustavo Lima e Ricardo Barbosa, com quem tive a oportunidade de conviver e aprender, tanto dentro quanto fora da sala de aula.

A minha família, que sempre me ajudaram desde os primeiros passos.

## Resumo

Garcia, Conrado de Godoy; Ribeiro, Ruy Monteiro. **Juros como variável explicativa para o retorno de ações.** Rio de Janeiro, 2017. 34p. Dissertação de Mestrado Profissional - Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho tem como objetivo explorar o benefício da inclusão de um novo fator relacionado a juros aos principais modelos de análise do *cross-section* dos retornos de ações, como o *CAPM* e o modelo de 3 fatores de *Fama & French*. O foco em especial é sobre a anomalia dos maiores retornos ajustados ao risco das estratégias de *spread* entre ações de baixo e alto beta de mercado, que também pode ser visto nos *spreads* entre ações de baixa e alta volatilidade. A motivação para inclusão deste fator vem da teoria de que o bom desempenho destas estratégias é simplesmente uma exposição a taxa de juros, não capturada pelos modelos usuais. Apesar da literatura apontar que as taxas de juros afetam diversas variáveis econômicas, a maior parte dos trabalhos de análise do *cross-section* dos retornos de ações é conduzida através de modelos de fatores compostos apenas por ações, sem fatores ou ativos diretamente relacionados a mudança da taxa de juros. A análise é feita com modelos lineares de fatores para o mercado acionário norte-americano entre 1976 até 2015.

## Palavras-chave

Precificação de ativos; modelo linear multi-fatorial; anomalia de duration em ações; variação seccional do retorno de ações.

## **Abstract**

Garcia, Conrado de Godoy; Ribeiro, Ruy Monteiro (Advisor). **Interest Rate as an additional factor to explain stocks returns.** Rio de Janeiro, 2017. 34p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The literature shows that interest rates influence different economic variables such as consumption willingness, investment or expected asset returns. Notwithstanding, most works dealing with cross-sectional analysis of stock returns use only stock-based factor models disregarding the effects of interest rate movements. In this work, we explore the benefits of incrementing the traditional cross-sectional analysis (CAPM and Fama-French 3-factor model) with a new factor characterizing interest rate evolution over time. With this new factor, our model aims at better explaining stock return dispersion as well as a known anomaly of high risk-adjusted returns for low-volatility stock portfolios. Empirical analysis of linear factor models are carried out using US stock data using the Kenneth French database and the new factor is constructed using the US Aggregate do Barclays index that measures the return of low-risk assets

## **Keywords**

Cross-section of stock returns; Asset pricing; Linear multifactor models; Equity duration anomaly.

# Sumário

1	Introdução	11
2	Motivação	13
3	Dados e estimações	18
3.1.	Base de dados	18
3.2.	Estimações	19
3.3.	Decis BAB	19
3.4.	Portfólios <i>Double sorted on size &amp; beta</i>	23
4	Resultados	26
4.1.	Decis ordenados por beta de mercado	26
4.2.	Portfolios <i>Double sorted size &amp; beta</i>	27
5	Outras tentativas	32
6	Conclusão	33
7	Referências bibliográficas	34

## **Lista de tabelas**

Tabela 1 – Alfas dos decis BAB	17
Tabela 2 – Betas estimados para decis BAB – CAPM e 2 fatores	20
Tabela 3 – Betas estimados para decis BAB – 3 e 4 fatores	22
Tabela 4 – Sharpe Ratio para portfolios <i>double sorted</i>	23
Tabela 5 – Alfas dos portfólios <i>double sorted</i> - modelo CAPM	24
Tabela 6 – Alfas dos portfólios <i>double sorted</i> - modelo 3 fatores	25
Tabela 7 – Alfas dos decis BAB - CAPM e 2 fatores	26
Tabela 8 – Alfas dos decis BAB - 3 e 4 fatores	27
Tabela 9 – Alfas dos portfólios <i>double-sorted</i> - CAPM e 2 fatores	28
Tabela 10 – Alfas dos portfólios <i>double-sorted</i> - 3 e 4 fatores	30

## **Lista de figuras**

Figura 1 – Desempenho dos Decis de beta de mercado <i>Equal Weighted</i>	14
Figura 2 – Desempenho dos Decis de beta de mercado <i>Market Weighted</i>	15
Figura 3 – Betas de Mercado	16
Figura 4 – Sharpe Ratio – Janela rolante de 5 anos para fator de juros e de ações	21
Figura 5 – Sharpe da diversificação entre fator de ações e fator de juros	22

## **Lista de Abreviaturas**

Decis BAB	<i>Decis betting against beta</i>
CAPM	<i>Capital asset pricing model</i>
SMB	<i>Small minus big fator</i>
MKT	<i>Market fator</i>
HML	<i>High minus low fator</i>
CRSP	<i>Center for Research in Security Prices</i>
MQO	Mínimos quadrados ordinários

# 1

## Introdução

A estratégia de explorar *spreads* entre ativos de diferentes classes de risco é amplamente conhecida na gestão de ativos, assim como no meio acadêmico (Frazzini, Pedersen, 2013; Frazzini, Kabiller, Pedersen, 2013), em geral resultando em retornos ajustados ao risco significativamente altos, não explicados pelos fatores usuais da academia: *size* (SMB), *book-to-market* (HML), *market beta* (MKT) e *momentum* (UMD). Em Frazzini, Pedersen (2013) a estratégia criada, representada pelo fator BAB, obtém um impressionante alfa mensal de 0.73% para as ações norte-americanas da CRSP, durante o longo período entre 1926 até 2012.

As explicações acadêmicas usuais se dão por teorias comportamentais ou teorias de estrutura de mercado: Miller (2001) argumenta que a heterogeneidade na opinião dos investidores está positivamente correlacionada com o beta de mercado, levanto a baixos retornos de ações com beta alto com maior divergência de opiniões; Frazzini e Pedersen (2012) defendem que ações de beta alto oferecem uma oportunidade de alavancagem, tornando estas ações mais atrativas a investidores que estejam restrito a liquidez ou alavancagem, fazendo que seus preços subam, reduzindo seu retorno; Baker et al. (2011) segue a linha comportamental, dizendo que ações de alta volatilidade ou beta têm uma opçionalidade embutida, além de alguns exemplos de histórias bem sucedidas que as tornam mais atrativas para alguns investidores, aumentando seu preço e reduzindo seu retorno.

Para replicar as estratégias de *spread* de risco foram utilizando tanto portfólios ordenados por beta de mercado (decis BAB), quanto ordenados por beta de mercado e tamanho, de forma a limpar um possível efeito tamanho existente na composição dos portfólios, não controlado pela inclusão do fator SMB entre os regressores. Para o fator de juros foi utilizado o retorno do índice *US Aggregate* do Barclays, que replica o retorno de uma carteira títulos de renda fixa de baixíssimo risco no mercado norte americano.

Os resultados obtidos com a inclusão do fator proposto ficaram abaixo do esperado, colaborando apenas para uma pequena redução do alfa das estratégias de *spread* de risco. Tomando como *benchmark* o modelo de 3 fatores de Fama & French, a redução do *spread* médio de alfa foi de 4.8% para 3.8% a.a. em portfolios *double sorted*, e de 6.0% para 4.6% a.a. para os decis BAB. Em ambos os casos as diferenças dos *spreads* de risco continuam estatisticamente significante após a inclusão do fator.

Apesar dos resultados não explicarem o melhor desempenho das estratégias em questão, merece destaque o fato de que ranquear ações por beta de mercado é equivalente a ranquear por beta de juros, assim como a inclusão do novo fator não modificar os betas de mercado estimados. Tais fatos nos levam a acreditar que o fator de juros realmente captura um tipo de risco diferente do retorno do mercado de ações.

## 2 Motivação

Uma das explicações mais comuns no meio de gestão de ativos para o problema em questão, a qual será analisada nesse trabalho, é de que tais estratégias de *spread* de risco resultam em uma exposição indireta a taxa de juros, equivalente a compra de um título de renda fixa.

Analistas de empresas, tanto do “*sell side*” quanto do “*buy side*”, costumam descontar os fluxos de caixa previstos para uma empresa por um fator de desconto composto pela taxa de juros livre de risco, acrescida do beta de mercado multiplicado pelo prêmio de risco do mercado de ações:

$$m_t \approx \frac{1}{(1 + r_{f,t} + \beta_m * EquityRiskPremium)^t} \quad (1)$$

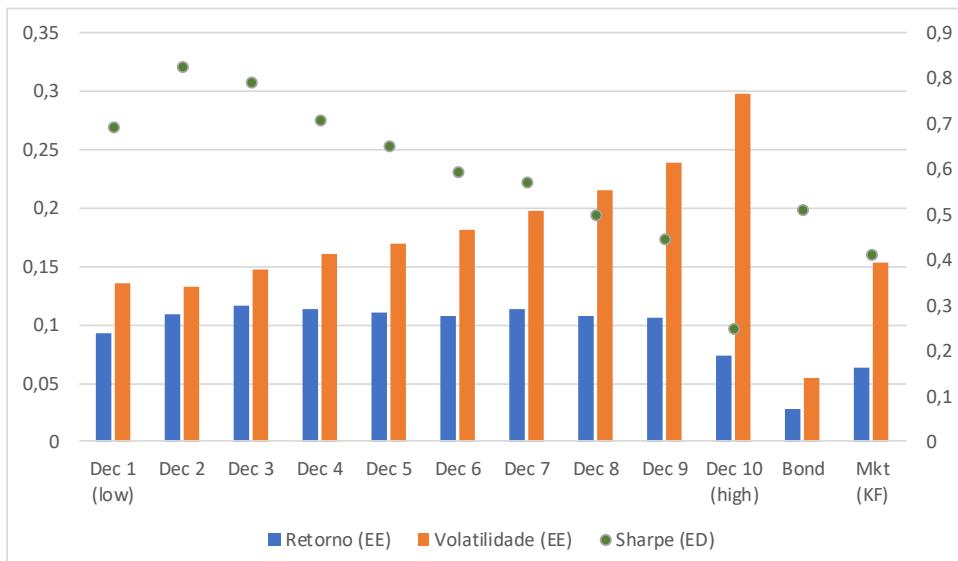
Tal aproximação para o fator de desconto cria uma exposição do valor de avaliação da empresa às mudanças da taxa de juros, com diferentes sensibilidades oriundas de características específicas de cada firma, como sua distribuição do fluxo de caixa ao longo do tempo e seu beta de mercado.

Sob essa abordagem, tomando todo o resto como fixo, quanto menor for o beta de mercado, maior será a sensibilidade da empresa aos seus fluxos de caixa mais longos, e consequentemente maior a exposição a uma mudança da taxa de juros. Tal exemplo ilustra como a aproximação para o fator de desconto cria uma relação entre mudanças de juros e retornos das ações, motivando a inclusão do fator de juros.

Olhando para os dados, podemos considerar tanto a volatilidade histórica, quanto o beta de mercado como forma de mensuração de risco, que os resultados são parecidos. Na figura 1, podemos notar um padrão de maior retorno ajustado ao risco para os portfólios ordenados por beta de mercado.

**Figura 1**  
**Desempenho dos Decis de beta de mercado Equal Weighted**

Esta figura ilustra a performance de 10 portfolios ordenados por beta de mercado (decis BAB), entre janeiro de 1976 a julho de 2015. Cada decil é rebalanceado mensalmente, com todas as ações tendo o mesmo peso. Os benchmarks são o retorno do índice de mercado acionário (Mkt) e o retorno do U.S. Aggregate Barclays Index (Bond), que representa o investimento em uma carteira de títulos públicos de baixíssimo risco. Os retornos são reportados em excesso sobre a taxa de juros livre de risco, anualizados de forma geométrica, no eixo esquerdo. A volatilidade é anualizada e reportada também no eixo esquerdo. O índice de Sharpe é reportado no eixo direito. Os dados foram obtidos nos sites do Kenneth French e da Barclays.

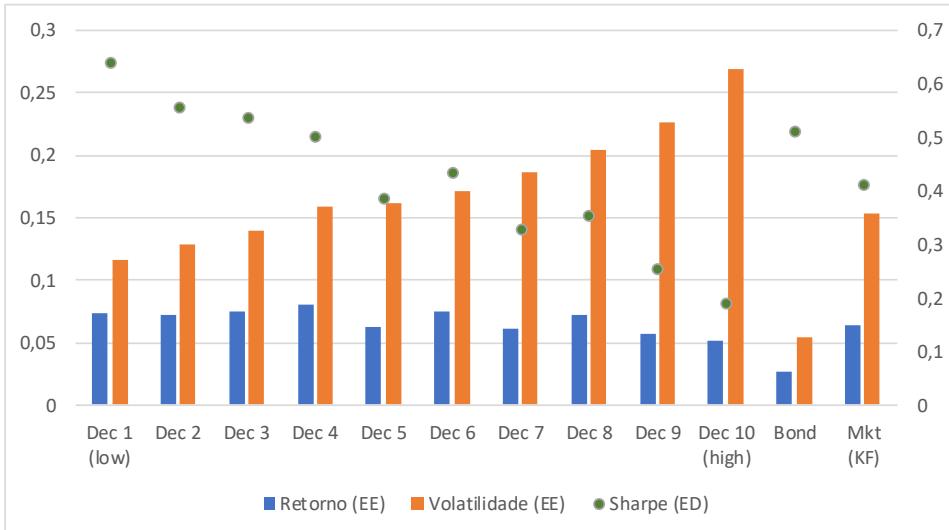


O fato de que praticamente todos decis apresentarem maiores retornos do que o índice de mercado evidencia um possível “efeito tamanho” na construção dos portfólios, ao utilizar o critério de pesos iguais para cada ação. Ao alterar o critério de ponderação para valor de mercado, obtemos também o mesmo padrão de redução de Sharpe a medida que se aumenta o risco (figura 2), porém agora com diversos decis apresentando retornos menores do que o de mercado, conforme o esperado, afinal o mercado é a composição de todos decis.

## Figura 2

### Desempenho dos Decis de beta de mercado *Market Weighted*

Esta figura ilustra a performance de 10 portfolios ordenados por beta de mercado (decis BAB), entre janeiro de 1976 a julho de 2015. Cada decil é rebalanceado mensalmente, com cada ação tendo peso proporcional ao seu valor de mercado. Os benchmarks são o retorno do índice de mercado acionário (Mkt) e o retorno do U.S. Aggregate Barclays Index (Bond), que representa o investimento em uma carteira de títulos públicos de baixíssimo risco. Os retornos são reportados em excesso sobre a taxa de juros livre de risco, anualizados de forma geométrica, no eixo esquerdo. A volatilidade é anualizada e reportada também no eixo esquerdo. O Índice de Sharpe é reportado no eixo direito. Os dados foram obtidos nos sites do Kenneth French e da Barclays.

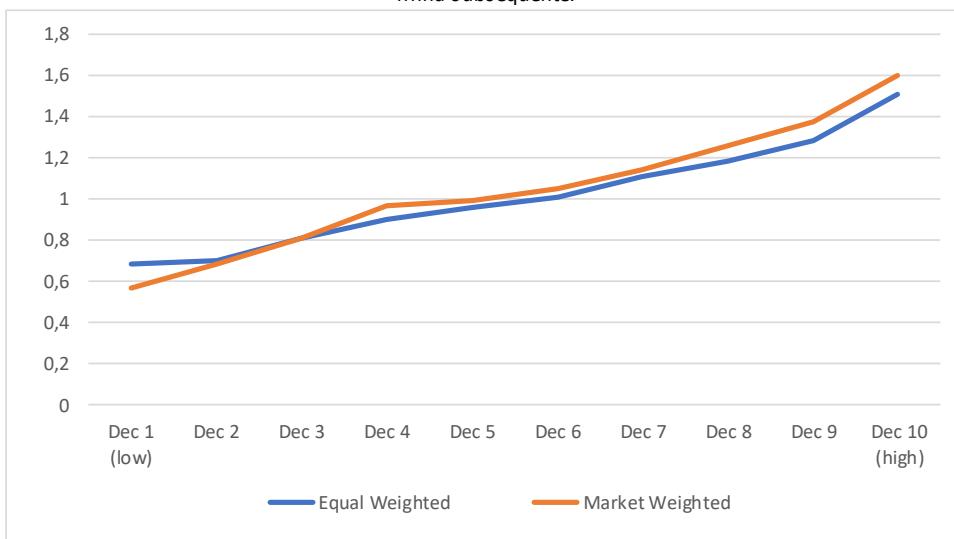


Pela figura 3 podemos notar que ranquear por beta individual das ações se traduz em portfólios com o mesmo padrão de beta de mercado, ou seja, a diversificação se dá de forma semelhante entre os portfólios.

### Figura 3 Betas de mercado

Esta figura apresenta o beta de mercado estimado para os decis BAB em questão, tanto com critério de formação por peso de mercado (Market Weighted), quanto com mesmo peso para cada ação (Equal Weighted), para o período entre janeiro de 1976 a julho de 2015. A estimação é incondicional para todo período, feita com MQO e usando apenas o retorno de mercado como variável dependente.

A tabela apresenta o valor estimado para o beta na primeira linha e a respectiva estatística t na linha subsequente.



	Dec 1	Dec 2	Dec 3	Dec 4	Dec 5	Dec 6	Dec 7	Dec 8	Dec 9	Dec 10
<b>Equal Weighted</b>	0,69	0,70	0,81	0,90	0,96	1,01	1,11	1,18	1,28	1,51
t-stat	19,5	21,5	22,4	26,0	27,1	29,0	28,9	30,0	29,2	28,4
<b>Market Weighted</b>	0,57	0,69	0,81	0,97	0,99	1,05	1,14	1,26	1,38	1,60
t-stat	20,3	24,2	32,3	44,9	51,9	54,2	46,2	54,4	46,7	46,3

Na tabela 1 obtemos resultados que corroboram com a anomalia mencionada na introdução, que estamos tentando explicar neste trabalho. A diferença dos retornos ajustados ao risco para os decis BAB, representando pelo alfa estimado por uma regressão, **apresenta um padrão de queda à medida que nos afastamos dos decis mais baixos (menor beta) para os decis mais altos (maior beta).**

Esta diferença de desempenho fica mais clara pela diferença (ou *spread*) do alfa entre os decis: valores altos e significativos para a diferença “decil 1 - decil 10”, para os diferentes métodos de estimação - 6.0% a.a. pelo modelo de 3 fatores e 6.9% a.a. por CAPM - assim como para os *spreads* “decil 2 – decil 9” e “decil 3 – decil 8”.

**Tabela 1**  
**Alfas dos decis BAB**

As tabelas abaixo apresentam os alfas estimados em % ao ano para os portfólios ordenados por beta de mercado - decis BAB (critério de formação por peso de mercado - *Market Weighted* - e pesos iguais entre ações - *Equal Weighted*). A estimação é feita para todo período através de MQO, usando o modelo de CAPM e o de três fatores de Fama & French. O período de estimação é entre janeiro de 1976 a julho de 2015. A primeira tabela apresenta o alfa estimado para cada portfólio, e a segunda apresenta diferenças (ou "spreads") de alfas entre os decis: a primeira coluna apresenta a diferença do decil 1 (menor beta de mercado) para o decil 10 (maior beta de mercado). Quanto maior a diferença entre os decis, maior é a diferença esperada do retorno ajustado a risco pela anomalia que está em estudo neste trabalho. As tabelas apresentam o valor estimado para o alfa na primeira linha e a respectiva estatística t na linha subsequente.

**Market Weighted - alfa anualizado**

	Dec 1	Dec 2	Dec 3	Dec 4	Dec 5	Dec 6	Dec 7	Dec 8	Dec 9	Dec 10
<b>CAPM</b>	3,7%	2,8%	2,2%	1,9%	0,1%	1,0%	-0,7%	-0,1%	-1,9%	-3,0%
t-stat	2,9	2,3	2,1	1,9	0,1	1,1	-0,7	-0,1	-1,5	-1,8
<b>3 fatores</b>	2,9%	2,1%	1,6%	1,7%	-0,3%	0,6%	-1,3%	-0,8%	-2,1%	-3,0%
t-stat	2,6	2,0	1,7	1,9	-0,3	0,6	-1,3	-0,7	-1,7	-2,1

**Market Weighted - diferença de alfas anualizados**

	Dec 1 - 10	Dec 2 - 9	Dec 3 - 8	Dec 4 - 7	Dec 5 - 6
<b>CAPM</b>	6,9%	4,9%	2,3%	2,6%	-0,9%
t-stat	2,6	2,2	1,4	2,1	-0,9
<b>3 fatores</b>	6,0%	4,2%	2,4%	3,1%	-0,9%
t-stat	2,9	2,3	1,7	2,4	-0,8

**Equal Weighted - alfa anualizado**

	Dec 1	Dec 2	Dec 3	Dec 4	Dec 5	Dec 6	Dec 7	Dec 8	Dec 9	Dec 10
<b>CAPM</b>	5,0%	6,4%	6,5%	5,8%	5,1%	4,7%	4,8%	4,0%	3,7%	0,5%
t-stat	3,5	5,1	4,9	4,2	3,6	3,1	3,0	2,2	1,8	0,2
<b>3 fatores</b>	2,3%	3,5%	3,4%	2,7%	2,1%	1,4%	1,4%	0,5%	0,4%	-2,2%
t-stat	2,2	4,3	4,2	3,1	2,6	1,5	1,6	0,5	0,3	-1,1

**Equal Weighted - diferença de alfas anualizados**

	Dec 1 - 10	Dec 2 - 9	Dec 3 - 8	Dec 4 - 7	Dec 5 - 6
<b>CAPM</b>	4,4%	2,5%	2,4%	0,9%	0,4%
t-stat	1,9	1,6	2,2	1,1	0,6
<b>3 fatores</b>	4,5%	3,1%	2,8%	1,2%	0,8%
t-stat	2,5	2,5	2,9	1,7	1,3

### 3 Dados e estimativas

#### 3.1. Base de dados

Os dados são em frequência mensal e abrangem o período entre janeiro de 1976 até julho de 2015.

Para as ações foram considerados diferentes portfólios obtidos no site do **Kenneth R. French<sup>1</sup>**: **i)** portfolios ordenados por beta de mercado (decis BAB), tanto com critério de formação com peso de mercado (Market Weighted), quanto com pesos iguais entre as ações (Equal Weighted); **ii)** 25 portfólios com duplo critério de ordenação - beta de mercado e tamanho da firma.

A motivação para a análise de portfólios com diferentes critérios de ordenação e ponderação foi a de tentar expurgar um possível efeito tamanho em portfolios *equal weighted*, mesmo com a presença do fator SMB entre os regressores.

Para o fator de juros foi considerado o índice ***US Aggregate Index*** elaborado pelo Barclays<sup>2</sup>, composto apenas por títulos americanos *Investment Grade*, como *US Treasuries, MBS, ABS, CMBS*. Esse índice possui valor de mercado em torno de US\$ 18 trilhões e por conter apenas títulos com baixíssimo risco de crédito, pode refletir investimento apenas com o risco da curva de juros.

Os fatores SMB, HML, MKT também foram retirados do site do Kenneth R. French<sup>1</sup>, assim como os dados para o *Risk Free* (retorno da *US t-bills* de 1 mês).

O índice do *Barclays*, que representa o fator de juros, teve uma *duration* média de 4.7 anos ao longo do período em questão. O *loading* relativo a este fator é uma aproximação para a *duration* do portfólio em questão. Exemplo: *loading* de 0.40 de um portfólio representa uma *duration* aproximada de 1.88 anos (igual a 0.40 x 4.7).

---

<sup>1</sup> [http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data\\_library.html](http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html)

<sup>2</sup> <https://indices.barclays/IM/12/en/indices>

Para os portfólios ordenados por beta de mercado (decis BAB), as ações foram alocadas com o critério do beta de mercado, estimado pelo método de *Scholes-Williams*, com base no retorno dos últimos 5 anos. Após a ordenação, as ações foram separadas em 10 decis BAB diferentes. Para as 25 portfolios *double sorted*, a ordenação foi feita simultaneamente por beta de mercado e tamanho. Todos portfólios de ações em questão são rebalanceados mensalmente.

### 3.2. Estimações

As estimações foram feitas por MQO, com e sem imposição de restrições sobre os estimadores (intercepto livre ou zerado e/ou coeficiente dos regressores somando um), assim como em modelos condicionais (janela de 5 anos de estimação) e incondicionais.

$$\hat{B} = (X'X)^{-1}X'y \quad (2)$$

No cálculo da variância dos estimadores foi usado o “estimador sanduíche”, robusto a heterocedasticidade:

$$Var(\hat{B}) = (X'X)^{-1}X'\hat{\Sigma}X(X'X)^{-1} \quad (3)$$

### 3.3. Decis BAB

Nesta seção serão analisados os estimadores obtidos para os modelos de CAPM e 3 fatores, com e sem a inclusão do fator juros, assim como a exposição de cada decil BAB (Market Weighted) aos diversos fatores de risco.

A tabela 2 ilustra os betas estimados de forma incondicional para um modelo CAPM, e os betas com a inclusão do fator juros em um modelo de 2 fatores. Podemos notar que os betas de mercado estimados no modelo CAPM são praticamente invariantes a inclusão do fator de juros, em um modelo de 2 fatores. Isso nos levar a crer que este fator captura um tipo de risco diferente do mercado acionário.

**Tabela 2**  
**Betas estimados para decis BAB - CAPM e 2 fatores**

As tabelas abaixo apresentam os betas estimados para os portfólios ordenados por beta de mercado - decis BAB (critério de formação por peso de mercado - Market Weighted). As estimativas foram feitas por MQO para todo período amostral (janeiro de 1976 a julho de 2015). A primeira tabela apresenta o betas estimados para o modelo CAPM, e a segunda apresenta para o modelo de 2 fatores, com a inclusão do fator de juros. As tabelas apresentam o valor estimado na primeira linha e a respectiva estatística t na linha subsequente. Pode se notar que os betas de mercado estimados são praticamente invariantes para a inclusão do fator de juros, levando a acreditar que os juros realmente apresentar um fator de risco não capturado pelo retorno do mercado acionário.

**CAPM**

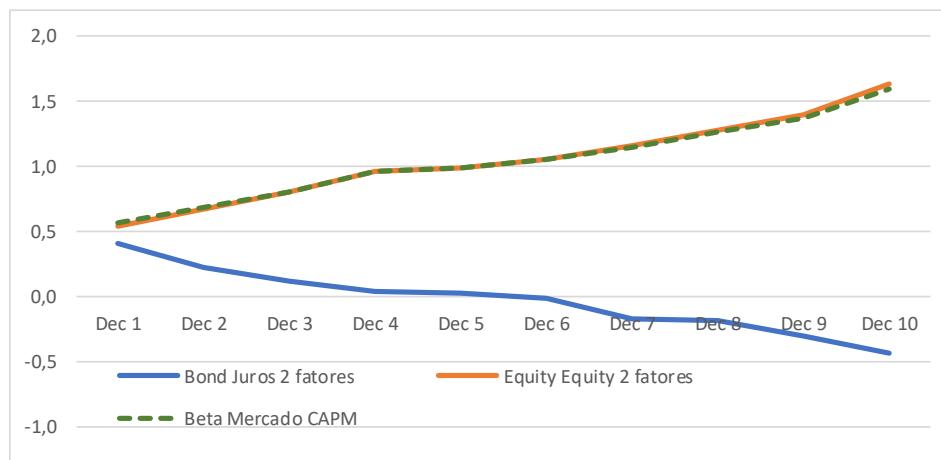
	Dec 1	Dec 2	Dec 3	Dec 4	Dec 5	Dec 6	Dec 7	Dec 8	Dec 9	Dec 10
<b>Beta Mercado</b>	<b>0,6</b>	<b>0,7</b>	<b>0,8</b>	<b>1,0</b>	<b>1,0</b>	<b>1,1</b>	<b>1,1</b>	<b>1,3</b>	<b>1,4</b>	<b>1,6</b>
t-stat	20,3	24,2	32,3	44,9	51,9	54,2	46,2	54,4	46,7	46,3

**Modelo de 2 fatores**

	Dec 1	Dec 2	Dec 3	Dec 4	Dec 5	Dec 6	Dec 7	Dec 8	Dec 9	Dec 10
<b>Beta Ações</b>	<b>0,5</b>	<b>0,7</b>	<b>0,8</b>	<b>1,0</b>	<b>1,0</b>	<b>1,1</b>	<b>1,2</b>	<b>1,3</b>	<b>1,4</b>	<b>1,6</b>
t-stat	18,9	23,2	30,6	41,8	48,4	52,9	46,3	51,2	46,1	44,9

	Dec 1	Dec 2	Dec 3	Dec 4	Dec 5	Dec 6	Dec 7	Dec 8	Dec 9	Dec 10
<b>Beta Juros</b>	<b>0,4</b>	<b>0,2</b>	<b>0,1</b>	0,0	0,0	0,0	-0,2	-0,2	-0,3	-0,4
t-stat	6,1	3,0	2,2	0,7	0,4	-0,2	-2,9	-3,3	-4,5	-4,9



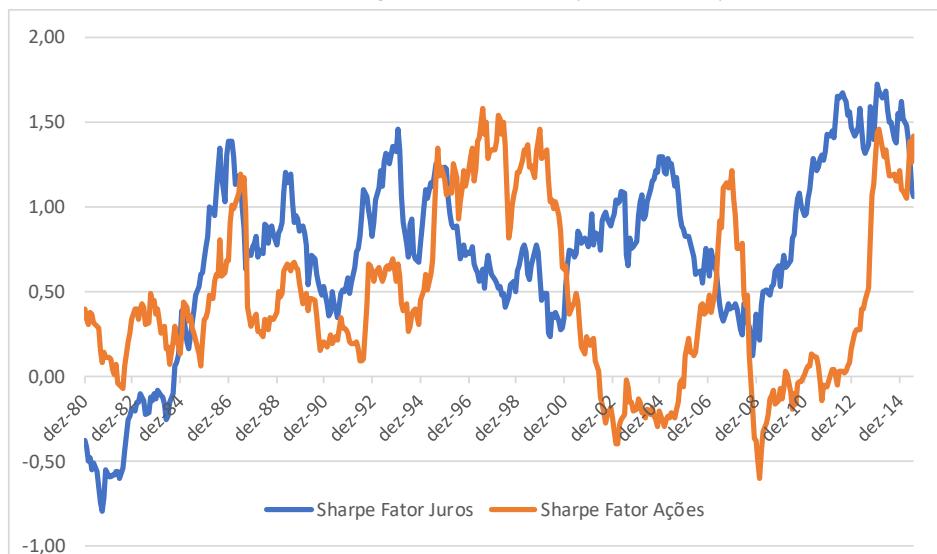
Os resultados são robustos às diferentes formas de estimativa, com imposição de restrições sobre os estimadores como intercepto zerado, ou betas de mercado e juros somando um.

Outro fato interessante é que a construção de portfólios com ordenação por beta de mercado acarreta também em um ordenamento por beta de juros, porém de forma inversa. Tal padrão mostra que as ações com baixo beta de mercado tiveram uma exposição positiva ao fator de juros, se beneficiando de um bom desempenho deste fator, como pode ser visto pela figura (figura 4). Além da melhor performance do fator, mensurada pelo Sharpe, os portfólios de baixo beta de mercado também se beneficiaram da diversificação entre os fatores de ações e juros, como pode ser visto pela figura 5. Já os portfólios de maior beta de mercado tiveram uma

exposição negativa para o fator juros, com resultados opostos aos mencionados acima para os de baixo beta de mercado.

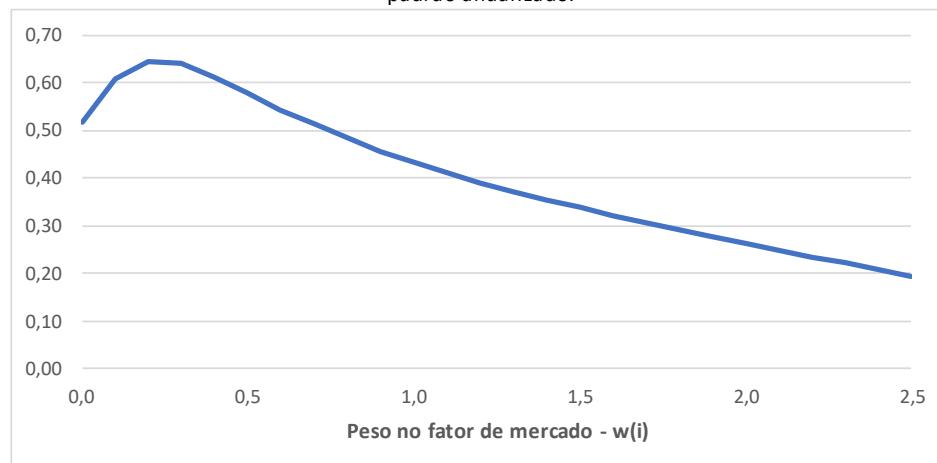
**Figura 4**  
**Sharpe Ratio – Janela rolante de 5 anos para fator de juros e de ações**

Esta figura ilustra a evolução da performance do Sharpe Ratio do mercado acionário (fator ações) e do U.S. Aggregate Barclays Index (fator juros), entre janeiro de 1976 a julho de 2015. O sharpe é calculado por janela rolante dos últimos 5 anos, pela razão entre o excesso de retorno mensal de cada fator (anualizados de forma geométrica) e seu respectivo desvio padrão anualizado.



**Figura 5**  
**Sharpe da diversificação entre fator de ações e fator de juros**

Esta figura ilustra o Sharpe Ratio (representado no eixo vertical) de portófolios diversificados entre ações e títulos públicos. A construção é feita para o período entre janeiro de 1976 a julho de 2015, com peso " $w(i)$ " (representado no eixo horizontal) no mercado acionário (fator de ações), e um peso " $1-w(i)$ " no U.S. Aggregate Barclays Index (fator juros). O sharpe é calculado pela razão entre o excesso de retorno mensal de cada fator (anualizados de forma geométrica) e seu respectivo desvio padrão anualizado.



Pode se notar pela tabela 3 que as estimativas dos betas do modelo de 3 fatores também são praticamente invariantes para a inclusão do fator de juros, levando a

acreditar, mais uma vez que os juros realmente representam um fator de risco não capturado pelos retornos do mercado acionário, do fator SMB e do fator HML.

**Tabela 3**  
**Betas estimados para decis BAB - 3 e 4 fatores**

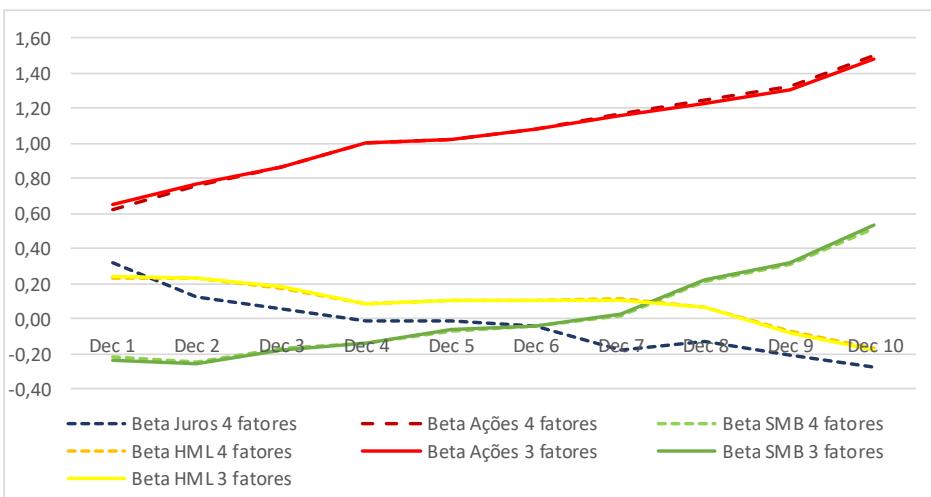
As tabelas abaixo apresentam os betas estimados para os decis BAB (critério de formação por peso de mercado - Market Weighted). As estimativas são feitas por MQO para todo período amostral (janeiro de 1976 a julho de 2015). A primeira tabela apresenta os betas estimados para o modelo de 3 fatores (Fama & French), e a segunda apresenta para o modelo de 4 fatores, com a inclusão do fator juros. As tabelas apresentam o valor estimado na primeira linha e a respectiva estatística t na linha subsequente.

**Modelo de 3 fatores - Fama & French**

	Dec 1	Dec 2	Dec 3	Dec 4	Dec 5	Dec 6	Dec 7	Dec 8	Dec 9	Dec 10
<b>Beta Ações</b>	<b>0,65</b>	<b>0,77</b>	<b>0,87</b>	<b>1,00</b>	<b>1,02</b>	<b>1,08</b>	<b>1,16</b>	<b>1,23</b>	<b>1,31</b>	<b>1,48</b>
t-stat	27,3	33,6	40,3	49,6	52,9	53,9	44,7	46,4	42,8	42,0
<b>Beta SMB</b>	<b>-0,24</b>	<b>-0,26</b>	<b>-0,18</b>	<b>-0,14</b>	<b>-0,06</b>	-0,04	0,03	<b>0,22</b>	<b>0,32</b>	<b>0,54</b>
t-stat	-6,7	-6,5	-4,7	-4,1	-1,9	-1,0	0,7	4,9	8,5	9,5
<b>Beta HML</b>	<b>0,24</b>	<b>0,24</b>	<b>0,18</b>	<b>0,08</b>	<b>0,10</b>	<b>0,10</b>	<b>0,11</b>	0,06	-0,08	<b>-0,17</b>
t-stat	5,4	5,3	4,4	2,1	3,2	3,0	2,7	1,5	-1,3	-2,7

**Modelo de 4 fatores**

	Dec 1	Dec 2	Dec 3	Dec 4	Dec 5	Dec 6	Dec 7	Dec 8	Dec 9	Dec 10
<b>Beta Ações</b>	<b>0,62</b>	<b>0,76</b>	<b>0,86</b>	<b>1,00</b>	<b>1,02</b>	<b>1,08</b>	<b>1,17</b>	<b>1,24</b>	<b>1,33</b>	<b>1,51</b>
t-stat	25,0	31,4	37,5	45,2	48,2	51,4	43,9	43,3	41,1	39,0
<b>Beta SMB</b>	<b>-0,21</b>	<b>-0,25</b>	<b>-0,17</b>	<b>-0,14</b>	<b>-0,07</b>	-0,04	0,02	<b>0,21</b>	<b>0,31</b>	<b>0,52</b>
t-stat	-6,1	-6,1	-4,5	-4,0	-1,9	-1,0	0,4	4,6	8,1	9,3
<b>Beta HML</b>	<b>0,24</b>	<b>0,23</b>	<b>0,18</b>	<b>0,08</b>	<b>0,10</b>	<b>0,10</b>	<b>0,11</b>	0,07	-0,07	<b>-0,17</b>
t-stat	5,5	5,3	4,3	2,1	3,2	3,1	2,8	1,5	-1,2	-2,6
<b>Beta Juros</b>	<b>0,32</b>	0,12	0,05	-0,01	-0,01	-0,04	<b>-0,18</b>	<b>-0,13</b>	<b>-0,21</b>	<b>-0,27</b>
t-stat	5,3	1,8	1,0	-0,2	-0,2	-0,6	-2,9	-2,5	-3,5	-3,6



### 3.4.

#### Portfólios ***Double sort on size & beta***

Os mesmos padrões de performance também ocorrem para os portfólios com duplo ordenamento por tamanho e beta de mercado (*double sorted*). Tais padrões se dão tanto no excesso de retorno ajustado ao risco (tabelas 5 e 6), quanto por *sharpe ratio* (tabela 4).

**Tabela 4**  
**Sharpe Ratio para portfólios Double Sorted**

Esta figura ilustra o Sharpe Ratio dos portfólios *Double Sorted* (duplo critério de ordenação - beta de mercado e tamanho da firma), entre janeiro de 1976 a julho de 2015. O sharpe é calculado pela razão entre o excesso de retorno mensal de cada fator (anualizados de forma geométrica) e seu respectivo desvio padrão anualizado.

	<b>Small Beta</b>					<b>Large Beta</b>	<b>Média</b>
<b>Small Size</b>	0,62	0,63	0,52	0,53	0,25	0,51	
	0,60	0,72	0,64	0,48	0,24	0,54	
	0,69	0,72	0,64	0,47	0,27	0,56	
	0,71	0,65	0,57	0,34	0,24	0,50	
<b>Large Size</b>	0,59	0,48	0,36	0,32	0,16	0,38	
<b>Média</b>	0,65	0,64	0,55	0,43	0,23	<b>Média</b>	

**Tabela 5**  
**Alfas dos portfólios *double sorted - modelo CAPM***

As tabelas abaixo apresentam os alfas estimados em % ao ano para os portfólios com duplo critério de formação (beta de mercado e tamanho). A estimação é feita para todo período amostral através de MQO, usando o modelo de CAPM. O período de estimativa é entre janeiro de 1976 a julho de 2015. Para cada modelo, a primeira tabela apresenta o alfa estimado para cada portfólio, e a segunda apresenta as diferenças de alfa entre os portfólios com maior diferença de beta de mercado: primeira coluna apresenta a diferença do quintil 1 (menor beta de mercado) para o quintil 5 (maior beta de mercado). As tabelas apresentam o valor estimado para o alfa na primeira linha e a respectiva estatística t na linha subsequente.

#### CAPM - alfa anualizado

	Small Beta			Large Beta	
Small Size	4,2%	5,2%	4,2%	4,4%	-0,5%
	2,7	2,9	2,1	2,2	-0,2
	3,8%	5,6%	5,1%	2,8%	-1,6%
	2,6	3,8	3,3	1,6	-0,8
	4,3%	5,2%	4,5%	2,2%	-1,3%
	3,4	4,2	3,3	1,5	-0,7
	4,6%	3,9%	3,0%	-0,5%	-2,3%
	3,7	3,6	2,7	-0,4	-1,3
Large Size	3,0%	1,2%	-0,5%	-1,2%	-4,0%
	2,4	1,3	-0,6	-1,1	-2,3
	4,0%	4,2%	3,2%	1,6%	-1,9%
				Média	

#### Diferenças de alfa anualizado

	col 1 - 5	col 2 - 4
Small Size	4,7%	0,7%
	2,3	0,7
	5,5%	2,8%
	2,7	2,6
	5,7%	2,9%
	2,5	2,6
	7,0%	4,4%
	2,8	3,7
Large Size	7,3%	2,4%
	2,9	1,7
	6,0%	2,6%
	Média	

**Tabela 6**  
**Alfas dos portfólios *double sorted - modelo 3 fatores***

As tabelas abaixo apresentam os alfas estimados em % ao ano para os portfólios com duplo critério de formação (beta de mercado e tamanho). A estimação é feita para todo período através de MQO, usando o modelo de três fatores de Fama & French. O período de estimação é entre janeiro de 1976 a julho de 2015. Para cada modelo, a primeira tabela apresenta o alfa estimado para cada portfólio, e a segunda apresenta as diferenças de alfa entre os portfólios com maior diferença de beta de mercado: primeira coluna apresenta a diferença do quintil 1 (menor beta de mercado) para o quintil 5 (maior beta de mercado). As tabelas apresentam o valor estimado para o alfa na primeira linha e a respectiva estatística t na linha subsequente.

**3 fatores - alfa anualizado**

	Small Beta			Large Beta	
Small Size	2,6%	1,3%	0,1%	0,6%	-3,2%
	1,1	1,4	0,2	0,8	-2,7
	0,6%	2,3%	1,9%	-0,5%	-3,7%
	0,7	2,8	2,2	-0,6	-3,4
	1,9%	2,8%	1,9%	-0,3%	-2,3%
	1,8	3,1	2,1	-0,3	-1,8
	3,0%	2,2%	1,4%	-2,1%	-2,7%
	2,6	2,3	1,4	-1,9	-1,8
Large Size	2,6%	1,3%	-0,4%	-1,0%	-2,5%
	2,6	1,6	-0,4	-0,9	-1,5
	2,1%	2,0%	1,0%	-0,7%	-2,9%
				Média	

**Diferenças de alfa anualizado**

	col 1 - 5	col 2 - 4	
Small Size	4,3%	0,6%	2,5%
	2,9	0,7	-
	4,5%	2,9%	3,7%
	2,7	2,9	-
	4,3%	3,1%	3,7%
	2,4	2,9	-
	5,8%	4,5%	5,1%
	2,9	3,8	-
Large Size	5,3%	2,3%	3,8%
	2,3	1,7	-
	4,8%	2,7%	Média

## 4 Resultados

### 4.1. Decis ordenados por beta de mercado

O novo fator de juros adicionado teve alguma contribuição na explicação do excesso de retorno dos decis BAB (*Market Weighted*) e das estratégias de *spread* de risco, representada pela diferença de alfa entre os decis de baixo e alto beta de mercado, porém não de forma a explicar completamente os retornos (zerando os alfas conforme o desejado), ou deixando as diferenças entre *spreads* de decis não estatisticamente significante.

**Tabela 7**  
**Alfas dos decis BAB - CAPM e 2 fatores**

As tabelas abaixo apresentam os alfas estimados em % ao ano para os decis BAB (critério de formação por peso de mercado - Market Weighted). A estimativa é feita para todo período amostral através de MQO, usando o modelo de CAPM e o modelo de dois fatores com a inclusão do fator juros. O período de estimativa é entre janeiro de 1976 a julho de 2015. A primeira tabela apresenta o alfa estimado para cada portfolio, e a segunda apresenta diferenças (ou *spreads*) de alfas para os decis: a primeira coluna apresenta a diferença do decil 1 (menor beta de mercado) para o decil 10 (maior beta de mercado). Quanto maior a diferença entre os decis, maior é a diferença esperada do retorno ajustado a risco, pela anomalia que está em estudo neste trabalho. As tabelas apresentam o valor estimado para o alfa na primeira linha e a respectiva estatística t na linha subsequente.

**Market Weighted - alfa anualizado**

	Dec 1	Dec 2	Dec 3	Dec 4	Dec 5	Dec 6	Dec 7	Dec 8	Dec 9	Dec 10
<b>CAPM</b>	<b>3,7%</b>	<b>2,8%</b>	<b>2,2%</b>	<b>1,9%</b>	0,1%	1,0%	-0,7%	-0,1%	-1,9%	-3,0%
t-stat	2,9	2,3	2,1	1,9	0,1	1,1	-0,7	-0,1	-1,5	-1,8
<b>CAPM + juros</b>	<b>2,7%</b>	<b>2,3%</b>	<b>1,9%</b>	<b>1,8%</b>	0,1%	1,1%	-0,3%	0,3%	-1,3%	-2,0%
t-stat	2,2	1,9	1,9	1,9	0,1	1,2	-0,3	0,3	-1,0	-1,2
<b>Diferença</b>	<b>-1,0%</b>	<b>-0,5%</b>	<b>-0,3%</b>	<b>-0,1%</b>	<b>0,0%</b>	<b>0,0%</b>	<b>0,4%</b>	<b>0,4%</b>	<b>0,7%</b>	<b>1,0%</b>

**Diferença de alfas anualizados**

	Dec 1 - 10	Dec 2 - 9	Dec 3 - 8	Dec 4 - 7	Dec 5 - 6
<b>CAPM</b>	<b>6,9%</b>	<b>4,9%</b>	2,3%	<b>2,6%</b>	-0,9%
t-stat	2,6	2,2	1,4	2,1	-0,9
<b>CAPM + juros</b>	<b>4,9%</b>	3,6%	1,6%	2,1%	-1,0%
t-stat	1,9	1,7	1,0	1,7	-1,0
<b>Diferença</b>	<b>-2,0%</b>	<b>-1,2%</b>	<b>-0,7%</b>	<b>-0,5%</b>	<b>-0,1%</b>

**Tabela 8**  
**Alfas dos decis BAB - 3 e 4 fatores**

As tabelas abaixo apresentam os alfas estimados em % ao ano para os decis BAB (critério de formação por peso de mercado - Market Weighted). A estimação é feita para todo período amostral através de MQO, usando o modelo de 3 fatores de Fama & French e o modelo com 4 fatores. O período de estimação é entre janeiro de 1976 a julho de 2015. A primeira tabela apresenta o alfa estimado para cada portfolio, e a segunda apresenta diferenças (ou *spreads*) de alfas para os decis: a primeira coluna apresenta a diferença do decil 1 (menor beta de mercado) para o decil 10 (maior beta de mercado). Quanto maior a diferença entre os decis, maior é a diferença esperada do retorno ajustado a risco, pela anomalia que está em estudo neste trabalho. As tabelas apresentam o valor estimado para o alfa na primeira linha e a respectiva estatística t na linha subsequente.

**Market Weighted - alfa anualizado**

	Dec 1	Dec 2	Dec 3	Dec 4	Dec 5	Dec 6	Dec 7	Dec 8	Dec 9	Dec 10
<b>3 fatores</b>	<b>2,9%</b>	<b>2,1%</b>	<b>1,6%</b>	<b>1,7%</b>	-0,3%	0,6%	-1,3%	-0,8%	-2,1%	-3,0%
t-stat	2,6	2,0	1,7	1,9	-0,3	0,6	-1,3	-0,7	-1,7	-2,1
<b>4 fatores</b>	<b>2,1%</b>	<b>1,8%</b>	<b>1,5%</b>	<b>1,7%</b>	-0,3%	0,7%	-0,9%	-0,5%	-1,6%	-2,4%
t-stat	1,9	1,6	1,6	1,9	-0,3	0,7	-0,9	-0,5	-1,3	-1,7
<b>Diferença</b>	<b>-0,7%</b>	<b>-0,3%</b>	<b>-0,1%</b>	<b>0,0%</b>	<b>0,0%</b>	<b>0,1%</b>	<b>0,4%</b>	<b>0,3%</b>	<b>0,5%</b>	<b>0,6%</b>

**Diferença de alfas anualizados**

	Dec 1 - 10	Dec 2 - 9	Dec 3 - 8	Dec 4 - 7	Dec 5 - 6
<b>3 fatores</b>	<b>6,0%</b>	<b>4,2%</b>	2,4%	<b>3,1%</b>	-0,9%
t-stat	2,9	2,3	1,7	2,4	-0,8
<b>4 fatores</b>	<b>4,6%</b>	<b>3,4%</b>	2,0%	<b>2,7%</b>	-0,9%
t-stat	2,3	1,9	1,4	2,1	-0,9
<b>Diferença</b>	<b>-1,4%</b>	<b>-0,8%</b>	<b>-0,4%</b>	<b>-0,4%</b>	<b>-0,1%</b>

Pelas tabelas 7 e 8, podemos notar que o *spread* entre os decis extremos (Decil 1 – Decil 10) se reduziu de **6.9% para 4.9% a.a. no modelo CAPM**, e de **6.0% para 4.6% a.a. no modelo de 3 fatores**. Apesar destas reduções, tais diferenças permaneceram estatisticamente significativas a níveis usuais de confiança (estatísticas t de 1.9 e 2.3 respectivamente).

Já para os outros *spreads*, tivemos redução em todos os casos, porém apenas no modelo CAPM a inclusão do novo fator fez com que alguns destes *spreads* deixassem de ser estatisticamente significante (“decil 2-9 e decil 4-7”). Tomando como base o modelo de 3 fatores, nenhuma diferença estatisticamente significativa deixou de ser com a inclusão do novo fator.

## 4.2.

### Portfolios Double sorted size & beta

A tabela 10 apresenta os alfas anualizados estimados por CAPM, e com a inclusão do fator de juros. Podemos observar uma leve redução dos *spreads* de alfa

entre os portfólios, com a diferença média entre os portfólios de menor e maior beta de mercado **saindo de 6,0% para 4,5% a.a., porém ainda estatisticamente significante.**

**Tabela 9**  
**Alfas dos portfólios double-sorted - CAPM e 2 fatores**

As tabelas abaixo apresentam os alfas estimados em % ao ano para os portfólios com duplo critério de formação (beta de mercado e tamanho). A estimativa é feita para todo período amostral através de MQO, usando o modelo de CAPM, e um modelo de 2 fatores, com a inclusão do fator de juros. O período de estimativa é entre janeiro de 1976 a julho de 2015. A primeira tabela apresenta o alfa estimado para cada portfólio, e a segunda apresenta as diferenças (ou *spreads*) de alfas para os portfólios com maior diferença de beta de mercado: primeira coluna apresenta a diferença do quintil 1 (menor beta de mercado) para o quintil 5 (maior beta de mercado). Os valores estimados para o alfa são apresentados na primeira linha e a respectiva estatística t na linha subsequente. A última tabela apresenta a diferença entre os *spreads* de risco (diferença de alfa entre os portfólios de maior e menor beta de mercado) entre os dois modelos em questão.

#### CAPM - alfa anualizado

	Small Beta		Large Beta		
Small Size	4,2%	5,2%	4,2%	4,4%	-0,5%
	2,7	2,9	2,1	2,2	-0,2
	3,8%	5,6%	5,1%	2,8%	-1,6%
	2,6	3,8	3,3	1,6	-0,8
	4,3%	5,2%	4,5%	2,2%	-1,3%
	3,4	4,2	3,3	1,5	-0,7
	4,6%	3,9%	3,0%	-0,5%	-2,3%
	3,7	3,6	2,7	-0,4	-1,3
Large Size	3,0%	1,2%	-0,5%	-1,2%	-4,0%
	2,4	1,3	-0,6	-1,1	-2,3
	4,0%	4,2%	3,2%	1,6%	-1,9%
			Média		

#### Diferenças de alfa anualizado

	col 1 - 5	col 2 - 4	
Small Size	4,7%	0,7%	2,7%
	2,3	0,7	-
	5,5%	2,8%	4,1%
	2,7	2,6	-
	5,7%	2,9%	4,3%
	2,5	2,6	-
	7,0%	4,4%	5,7%
	2,8	3,7	-
Large Size	7,3%	2,4%	4,9%
	2,9	1,7	-
	6,0%	2,6%	Média

### 2 fatores - alfa anualizado

	Small Beta			Large Beta	
Small Size	4,6%	5,6%	4,7%	5,3%	0,8%
	3,0	3,1	2,3	2,6	0,3
	3,6%	5,8%	5,3%	3,3%	-0,4%
	2,4	3,9	3,5	1,9	-0,2
	3,5%	5,0%	4,6%	2,7%	-0,3%
	2,8	4,0	3,4	1,8	-0,1
	3,4%	3,6%	3,1%	-0,2%	-1,4%
	2,9	3,4	2,9	-0,2	-0,8
Large Size	2,3%	1,0%	-0,6%	-0,8%	-3,5%
	1,8	1,1	-0,7	-0,8	-2,0
	3,5%	4,2%	3,4%	2,0%	-0,9%
				Média	

### Diferenças de alfa anualizado

	col 1 - 5	col 2 - 4	
Small Size	3,8%	0,3%	2,0%
	1,9	0,3	-
	4,0%	2,4%	3,2%
	2,1	2,3	-
	3,8%	2,3%	3,0%
	1,8	2,1	-
	4,9%	3,8%	4,3%
	2,1	3,2	-
Large Size	6,0%	1,8%	3,9%
	2,4	1,3	-
	4,5%	2,1%	Média

### Diferenças das diferenças de alfa anualizado

	col 1 - 5	col 2 - 4	
Small Size	-0,9%	-0,4%	-0,7%
	-1,4%	-0,4%	-0,9%
	-1,8%	-0,6%	-1,2%
	-2,0%	-0,6%	-1,3%
	-1,2%	-0,6%	-0,9%
Large Size	-1,5%	-0,5%	Média

Já para os 3 fatores de Fama & French (tabela 10), a inclusão do fator de juros levou a uma redução dos spreads de alfa de uma média de 4.8% para 3.8% a.a., com a diferença também se mantendo estatisticamente significante.

**Tabela 10**  
**Alfas dos portfólios double-sorted - 3 e 4 fatores**

As tabelas abaixo apresentam os alfas estimados em % ao ano para os portfólios com duplo critério de formação (beta de mercado e tamanho). A estimação é feita para todo período amostral através de MQO, usando o modelo de três fatores de Fama & French, e um modelo de 4 fatores, com a inclusão do fator de juros. O período de estimação é entre janeiro de 1976 a julho de 2015. A primeira tabela apresenta o alfa estimado para cada portfólio, e a segunda apresenta as diferenças (ou spreads) de alfas para os portfólios com maior diferença de beta de mercado: primeira coluna apresenta a diferença do quintil 1 (menor beta de mercado) para o quintil 5 (maior beta de mercado). Os valores estimados para o alfa são apresentados na primeira linha e a respectiva estatística t na linha subsequente. A última tabela apresenta a diferença entre os *spreads* de risco (diferença de alfa entre os portfólios de maior e menor beta de mercado) entre os dois modelos em questão.

### 3 fatores - alfa anualizado

		Small Beta		Large Beta			
		2,6%	1,3%	0,1%	0,6%	-3,2%	0,3%
Small Size	1,1	1,4	0,2	0,8	-2,7	-	
	0,6%	<b>2,3%</b>	<b>1,9%</b>	-0,5%	<b>-3,7%</b>	<b>0,1%</b>	
	0,7	<b>2,8</b>	<b>2,2</b>	-0,6	<b>-3,4</b>	-	
	1,9%	<b>2,8%</b>	<b>1,9%</b>	-0,3%	<b>-2,3%</b>	<b>0,8%</b>	
	1,8	<b>3,1</b>	<b>2,1</b>	-0,3	-1,8	-	
	<b>3,0%</b>	<b>2,2%</b>	1,4%	-2,1%	-2,7%	<b>0,4%</b>	
	2,6	<b>2,3</b>	1,4	-1,9	-1,8	-	
	<b>2,6%</b>	1,3%	-0,4%	-1,0%	-2,5%	<b>0,0%</b>	
	2,6	1,6	-0,4	-0,9	-1,5	-	
	2,1%	2,0%	1,0%	-0,7%	-2,9%	Média	

### Diferenças de alfa anualizado

		col 1 - 5	col 2 - 4	
		4,3%	0,6%	2,5%
Small Size	2,9	0,7	-	
	<b>4,5%</b>	<b>2,9%</b>	<b>3,7%</b>	
	2,7	2,9	-	
	<b>4,3%</b>	<b>3,1%</b>	<b>3,7%</b>	
	2,4	2,9	-	
	<b>5,8%</b>	<b>4,5%</b>	<b>5,1%</b>	
	2,9	3,8	-	
	<b>5,3%</b>	2,3%	<b>3,8%</b>	
	2,3	1,7	-	
	<b>4,8%</b>	<b>2,7%</b>	Média	

#### 4 fatores - alfa anualizado

	Small Beta			Large Beta	
Small Size	0,9%	1,3%	0,1%	0,8%	-2,9%
Large Size	1,1	1,4	0,1	1,0	-2,5
	0,1%	<b>2,2%</b>	<b>1,9%</b>	-0,5%	<b>-3,2%</b>
	0,1	2,7	2,1	-0,5	-3,0
	1,1%	<b>2,4%</b>	<b>1,8%</b>	-0,1%	<b>-1,8%</b>
	1,1	<b>2,8</b>	<b>2,0</b>	-0,1	-1,4
	1,9%	<b>1,9%</b>	1,4%	-2,0%	<b>-2,2%</b>
	1,8	2,1	1,5	-1,7	-1,5
	<b>2,2%</b>	1,3%	-0,3%	-0,6%	<b>-2,1%</b>
	2,1	1,5	-0,3	-0,5	-1,2
	1,2%	1,8%	1,0%	-0,5%	-2,4%
					<b>Média</b>

#### Diferenças de alfa anualizado

	col 1 - 5	col 2 - 4
Small Size	<b>3,9%</b>	0,4%
	2,6	0,4
	<b>3,4%</b>	<b>2,6%</b>
	2,1	2,7
	2,9%	<b>2,6%</b>
	1,7	2,4
	<b>4,2%</b>	<b>4,0%</b>
	2,2	3,4
	<b>4,3%</b>	1,8%
	1,9	1,4
		<b>Média</b>
Large Size	<b>3,8%</b>	<b>2,3%</b>

#### Diferenças das diferenças de alfa anualizado

	col 1 - 5	col 2 - 4
Small Size	-0,4%	-0,2%
	-1,0%	-0,2%
	-1,3%	-0,5%
	-1,5%	-0,5%
	-0,9%	-0,4%
Large Size	-1,0%	-0,4%

Os benefícios da inclusão do novo fator são semelhantes para outras formas de estimação dos modelos, com a imposição de restrições sobre os parâmetros: betas limitados e/ou intercepto livre ou zerado.

## 5 Outras tentativas

Além do exposto acima, foram testadas outras abordagens para tentar explicar o retorno ajustado ao risco do fator BAB de Frazzini & Pedersen, que reflete a anomalia estudada por este trabalho. Seguem algumas delas:

- i) Inclusão de fatores criados com os componentes principais dos retornos de diversos *Barclays Bond Index* de diversas maturidades (primeiro, segundo e terceiro componente principal, representando respectivamente nível, inclinação e curvatura da curva de juros). Foram selecionadas índices com diversas maturidades, buscando refletir o desempenho de carteiras de *US Treasuries* com diferentes vencimentos.
- ii) Inclusão de fatores explicativos criados a partir dos retornos de diversos *Barclays Bond Index*, ponderados por suas volatilidades históricas.
- iii) Abordagem de modelos condicionais para diversos fatores, como: taxa de juros do *Treasury* de 10 anos; inclinação da curva de juros (combinações de diversas maturidades diferentes); *TED Spread*.

Não houve benefício incremental em relação ao modelo de 3 fatores para as tentativas feitas acima.

## 6 Conclusão

Apesar da motivação existente na inclusão do novo fator proposto, que reflete mudanças na taxa de juros, os resultados ficaram abaixo do esperado.

Existe certo benefício com a inclusão do fator de juros, representado pelo retorno de uma carteira composta por títulos públicos; porém não o suficiente para explicar completamente o retorno ajustado ao risco das estratégias de *spread* de risco, em questão neste trabalho.

Para os decis BAB, a inclusão do novo fator ajudou a reduzir o *spread* dos alfas de 6.9% a.a. para 4.9% a.a. na abordagem por CAPM. Já pelo modelo de 3 fatores, a redução do *spread* foi menor: 6.0% a.a. para 4.6% a.a.. Em ambos os casos, mesmo após a redução do alfa via inclusão do fator proposto, as diferenças dos *spreads* de risco continuam estatisticamente significantes.

Para os portfólios *double sorted*, a redução média do alfa foi de 6.0% a.a. para 4.5% a.a. na abordagem por CAPM, e de 4.8% a.a. para 3.8% a.a., na abordagem por 3 fatores de Fama & French. Novamente as diferenças dos *spreads* de risco permaneceram estatisticamente significantes com a inclusão do novo fator de juros.

Umas das possíveis explicações para a falta de sucesso das abordagens utilizadas pode se dar pelo fato de que modelos lineares têm dificuldade em capturar efeitos não lineares existentes, como a convexidade da relação juros-preço que existe nos títulos de renda fixa, ou pelo efeito tamanho na composição dos portfólios analisados. Mesmo com o critério de ponderação por peso de mercado utilizado, podemos ter concentração de empresas menores em portfólios de maior beta de mercado.

Dessa forma, uma possível forma de solucionar o problema do efeito tamanho citado acima, seria a construção de novos fatores SMB e HML a partir de um ranqueamento duplo por beta de ações e beta de juros. Tais fatores seriam neutros ao risco do mercado acionário e ao risco de taxa de juros, e, poderiam ajudar a explicar os altos retornos ajustados ao risco das estratégias abordadas neste trabalho.

## Referências bibliográficas

- BAKER, M.; BRADLEY, B.; WURGLER, J.; Benchmarks as limits to arbitrage: Understanding the low-volatility anomaly. **Financial Analysts Journal**. v. 67, n. 1, p. 40-54, 2011.
- BLACK, F.; JENSEN, M. C.; Scholes, M.; The capital asset pricing model: some empirical tests. **Studies in the Theory of Capital Markets**. v. 81, n. 1, p. 79-121, 1972
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The cross-section of expected stock returns. **The Journal of Finance**, v. 47, n. 2, p. 427-465, 1992
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. **Journal of Financial Economics**, v. 33, n. 1, p. 3-56, 1993.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Multifactor explanations of asset pricing anomalies. **The Journal of Finance**, v. 51, n. 1, p. 55-84, 1996.
- FRAZZINI, A.; PEDERSEN, L.H.; Betting against Beta. **Journal of Financial Economics**, v. 111, n. 1, p. 1-25, 2014
- FRAZZINI, A.; PEDERSEN, L.H.; KABILLER, D. 2012. Buffett's Alpha. **Unpublished working paper**. AQR Capital Management and New York University, Greenwich, CT and New York, NY