

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Felipe Tostes Costa

**Projeto de materiais auxéticos através de
otimização topológica**

Projeto de Graduação

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia
Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Anderson Pereira

Rio de Janeiro
Dezembro de 2017

AGRADECIMENTOS

Primeiro, gostaria de agradecer a Deus pela vida e por todas as oportunidades que são proporcionadas a mim.

Agradeço aos meus pais, que em todos os momentos estiveram comigo e nunca deixaram de acreditar em mim. Obrigado pela compreensão, pelo investimento e por todas as gotas de suor para que eu pudesse estudar em uma faculdade como a PUC. Espero um dia poder fazer o mesmo pelos meus filhos.

Agradeço ao Dr. Anderson Pereira, meu orientador, pela paciência e disponibilidade. Obrigado por me incentivar e por tornar possível a conclusão desse trabalho.

A minha namorada Alice, por todo o carinho, compreensão e incentivo em todos os momentos.

A toda minha família e amigos, por estarem sempre juntos comigo.

RESUMO

O método de otimização topológica pode ser usado para o projeto de materiais com propriedades não-usuais. Estes novos materiais, denominados de metamateriais, apresentam propriedades melhoradas ou prescritas tais como o coeficiente de Poisson negativo ou o coeficiente térmico de expansão nulo.

Metamateriais auxéticos aumentam as dimensões da sua seção transversal quando tracionados e diminuem quando comprimidos, ou seja, possuem o coeficiente de Poisson negativo.

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de materiais auxéticos através do método de otimização topológica. As topologias obtidas serão pós-processadas e simuladas no Solidworks.

Palavras chave: Materiais auxéticos. Poisson negativo. Otimização Topológica

ABSTRACT

The topological optimization method can be used to design materials with unusual properties. These new materials, called metamaterials, have improved or prescribed properties such as the negative Poisson's coefficient or the thermal coefficient of zero expansion.

Auxetic metamaterials increase the dimensions of its cross section when stretched and decreases when compressed, i.e., they have a negative Poisson's ratio.

This work aims to develop auxetic materials through the topological optimization method. The topologies obtained will be postprocessed and simulated in Solidworks.

Keyword: Auxetic Materials. Negative Poisson's coefficient. Topological Optimization

Sumário

1. Introdução	8
1.1. Otimização Topológica para Materiais Complacentes	8
1.2. Materiais Auxéticos	9
1.3. Objetivos	9
2. Otimização Topológica	10
2.1. Introdução	10
2.2. Código	11
2.2.1. PolyMesher	11
2.2.2. PolyTop	12
2.2.3. Mecanismos Complacentes	13
2.3. Otimização Topológica para Materiais Flexíveis	14
2.3.1. Exemplos	14
3. Materiais Auxéticos	17
3.1. Introdução	17
3.2. Condições de Contorno	17
3.3. Exemplos	18
4. Resultados	20
5. Conclusão	31
Referências	32

Índice de Figuras

FIGURA 1 – TRÊS CATEGORIAS DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL (A) DIMENSIONAMENTO; (B) FORMA E (C) OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA. AS SOLUÇÕES FINAIS SÃO DEMONSTRADAS NAS FIGURAS (D), (E) E (F) RESPECTIVAMENTE (NIKOLAOS T. KAMINAKIS, GEORGIOS E. STAVROULAKIS, 2012)	10
FIGURA 2 - (A) DISCRETIZAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS. (B) RESULTADO FINAL. OS ELEMENTOS EM BRANCO INDICAM AUSÊNCIA DE MATERIAL, EM PRETO, PRESENÇA DE MATERIAL E EM CINZA, A DENSIDADE ESTÁ ENTRE 0 E 1 (NIKOS T. KAMINAKIS, ET AL., 2015).....	11
FIGURA 3- MALHAS CRIADAS USANDO O POLYMESHER (ANDERSON PEREIRA, ET AL., 2011)	12
FIGURA 4 - PROBLEMAS DE MECANISMO COMPLACENTE COM GEOMETRIA NÃO TRIVIAL USANDO POLYTOP (ANDERSON PEREIRA, ET AL., 2011)	13
FIGURA 5 - PROBLEMAS DE MECANISMO FLEXÍVEIS (ANDERSON PEREIRA, ET AL., 2011)	14
FIGURA 6 - TOPOLOGIAS FINAIS	14
FIGURA 7 - VISTAS LATERAL E ISOMÉTRICA DA MALHA CRIADA PARA O INVERSOR DE FORÇA.....	15
FIGURA 8- TENSÕES DE VON MISES E DESLOCAMENTO EM X. O CONTORNO EM LARANJA REPRESENTA A PEÇA NÃO DEFORMADA.....	15
FIGURA 9 - VISTAS LATERAL E ISOMÉTRICA DA MALHA CRIADA PARA O GRIPPER.....	16
FIGURA 10 - GRIPPER EM ESTADO RELAXADO, DEFORMADO E OS DOIS ESTADOS SOBREPOSTOS	16
FIGURA 11 - DEFORMAÇÕES NO EIXO Y	16
FIGURA 12. CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA UM QUARTO DO MODELO DE UM MATERIAL AUXÉTICO (NIKOS T. KAMINAKIS, ET AL., 2015)	17
FIGURA 13 – COLMEIA REENTRANTE EM ESTADO NÃO DEFORMADO E DEFORMADO (A ALDERSON* AND K L ALDERSON, 2011).....	18
FIGURA 14 – TOPOLOGIAS DE COLMEIAS AUXÉTICAS (A) QUIRAL; (B) ESTRELA; (C) CABEÇA DE FLECHA DUPLA (A ALDERSON* AND K L ALDERSON, 2011).....	19
FIGURA 15. (A) FORMATO DE SELA DE UM MATERIAL NÃO AUXÉTICO SUJEITO A FLEXÃO; (B) FORMATO DE CÚPULA DE UM MATERIAL AUXÉTICO SUJEITO A FLEXÃO (KRISHNA KUMAR SAXENA, ET AL., 2017)	19
FIGURA 16. MALHA E MODELO AUXÉTICO CRIADO A PARTIR DO POLYTOP	20
FIGURA 17 - VISTAS LATERAL E ISOMÉTRICA DA MALHA CRIADA PARA UM QUARTO DO MECANISMO AUXÉTICOS E CONDIÇÕES DE CONTORNO APLICADAS.....	21
FIGURA 18 - DEFORMAÇÕES EM X E Y.....	21
FIGURA 19- UM QUARTO DO MATERIAL AUXÉTICO EM ESTADO RELAXADO, DEFORMADO E OS DOIS ESTADOS SOBREPOSTOS.....	22
FIGURA 20 - VISTAS LATERAL E ISOMÉTRICA DA MALHA CRIADA PARA MECANISMO AUXÉTICO COMPLETO E CONDIÇÕES DE CONTORNO APLICADAS	22
FIGURA 21 - DEFORMAÇÕES EM X E Y.....	23
FIGURA 22 - MATERIAL AUXÉTICO EM ESTADO RELAXADO, DEFORMADO E OS DOIS ESTADOS SOBREPOSTOS.....	23
FIGURA 23- ARRANJO DE MATERIAL AUXÉTICO EM ESTADO DEFORMADO E RELAXADO SOBREPOSTOS.....	24
FIGURA 24. MALHA E MODELO AUXÉTICO CRIADO A PARTIR DO POLYTOP	24
FIGURA 25 - VISTAS LATERAL E ISOMÉTRICA DA MALHA CRIADA PARA UM QUARTO DO MECANISMO AUXÉTICOS E CONDIÇÕES DE CONTORNO APLICADAS.....	25
FIGURA 26 - DEFORMAÇÕES EM X E Y.....	25
FIGURA 27 – UM QUARTO DO MATERIAL AUXÉTICO EM ESTADO RELAXADO, DEFORMADO E OS DOIS ESTADOS SOBREPOSTOS.....	25

FIGURA 28 - VISTAS LATERAL E ISOMÉTRICA DA MALHA CRIADA PARA MECANISMO AUXÉTICOS COMPLETO E CONDIÇÕES DE CONTORNO APLICADAS.....	26
FIGURA 29 - DEFORMAÇÕES EM X E Y.....	26
FIGURA 30 - MATERIAL AUXÉTICO COMPLETO EM ESTADO RELAXADO, DEFORMADO E OS DOIS ESTADOS SOBREPOSTOS.....	26
FIGURA 31 - REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DE UMA ESTRUTURA REENTRANDO 2D27	
FIGURA 32 - VISTAS LATERAL E ISOMÉTRICA DA MALHA CRIADA PARA MECANISMO AUXÉTICOS REENTRANTE COMPLETO E CONDIÇÕES DE CONTORNO APLICADAS	27
FIGURA 33 - DEFORMAÇÕES EM X E Y.....	28
FIGURA 34 - MATERIAL AUXÉTICO REENTRANTE EM ESTADO RELAXADO, DEFORMADO E OS DOIS ESTADOS SOBREPOSTOS.....	28
FIGURA 35 - ARRANJO DE MATERIAL AUXÉTICO REENTRANTE EM ESTADO DEFORMADO E RELAXADO SOBREPOSTOS	28

1. Introdução

Otimização topológica é uma poderosa ferramenta computacional que reformula o problema de projeto, como um problema de otimização de distribuição de material para que o sistema encontre um layout ótimo para cumprir os requisitos determinados pela função objetivo. Durante as últimas três décadas, a otimização topológica de estruturas de carregamentos leves com comportamento linear elástico tem sido bem notáveis e foi estendida para problemas de design de metamateriais com comportamento altamente não linear. A primeira microestrutura projetada com parâmetros constitutivos prescritos foi feita por Sigmund usando a teoria da homogeneização inversa em 1944 [1]. Sigmund aplicou a homogeneização inversa para obter microestruturas de treliças com coeficiente de Poisson negativo tanto em 2D quanto em 3D. Wang [2] e Allaire [3], ambos aplicaram um método de otimização baseado em nível para projetos 2D NPR. Zhang [4] empregou o método baseado em energia de deformação para prever propriedades elásticas efetivas e aplicou uma otimização algorítmica dupla para o projeto de microestrutura com propriedades elásticas. Mesmo que os modelos 2D NPR possam ser extrudidos para obter geometrias 3D manufaturáveis [5], interesses em microestruturas 3D levou a alguns desenvolvimentos recentes no projeto de estruturas NPR. Schwerdtfeger [6] usando material isotrópico sólido com o método de penalização (SIMP) obteve uma microestrutura 3D NPR. Em outra contribuição recente, Andreassen [7] projetou uma microestrutura elástica 3D usando um método SIMP modificado. Além disso, Clausen [8] projetou microestruturas com coeficiente de Poisson programável sobre grandes deformações.

1.1. Otimização Topológica para Materiais Complacentes

A pesquisa de hoje gira em torno do desenvolvimento de materiais com propriedades personalizadas. Uma das propriedades desejadas é de alta rigidez em relação ao peso que pode ser alcançado por estruturas celulares. Quando a geometria dessas estruturas celulares são modificadas, dá-se origem aos materiais auxéticos. Até agora, a maior parte da pesquisa foi realizada em materiais celulares de microescala. Outra abordagem de desenvolvimento funcional materiais auxéticos é um material baseado em mecanismo design como destacado nas obras de Kim [9, 10]

e Lee [11]. Com base na inspiração de estruturas reentrantes, foram elaborados mecanismos compatíveis com reposta auxética na mesoescala. Eles relataram que o coeficiente de Poisson de magnitude 40 podem ser obtidos a partir desses mecanismos. As propriedades mecânicas desses mecanismos podem ser alteradas através da realocação de furos e fendas. Os furos nestes mecanismos servem como articulações.

1.2. Materiais Auxéticos

O coeficiente de Poisson é a relação entre a deformação elástica na direção perpendicular e a de carregamento.

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\frac{\Delta y}{l_y}}{\frac{\Delta x}{l_x}} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Materiais com coeficiente de Poisson negativo são denominados materiais auxéticos, o que significa que quando tracionamos um corpo na direção longitudinal, ele se expande na direção lateral.

Essa característica pode ser utilizada para melhorar propriedades mecânicas com o objetivo de incrementar a resistência, aumentando a resistência à fratura, ou fornecendo maior capacidade de absorção de som.

Muitas propriedades dependem do coeficiente de Poisson, como por exemplo, o módulo de cisalhamento G , onde

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

e E é o módulo de elasticidade. Pode-se perceber, que quando o ν se aproxima de -1 , o módulo de cisalhamento tende ao infinito.

1.3. Objetivos

O presente trabalho se propõe a realizar um estudo paramétrico para projeto de materiais auxéticos. Serão feitas modificações na rotina Matlab de forma a obter-se a melhor resolução para o material, mantendo-se as condições de contorno e variando alguns parâmetros do código. Os resultados obtidos serão analisados e comparados com os já existentes na literatura.

2. Otimização Topológica

2.1. Introdução

O principal objetivo da otimização topológica é encontrar a melhor distribuição de material dentro de um domínio de projeto. Esta distribuição é feita levando-se em consideração alterações em algum comportamento mecânico da estrutura, tal como flexibilidade, frequências naturais ou tensão, entre outros, que também são chamadas de função objetivo.

Em geral, um problema de otimização estrutural pode ser expressado como um problema de otimização de dimensionamento, onde o objetivo é encontrar o tamanho da seção transversal de todos os elementos estruturais de um corpo ou a espessura de todos os pontos de uma placa. O mesmo problema pode ser expresso por um problema de otimização de forma, onde o objetivo é encontrar a forma dos buracos ou ilhas no interior do domínio desejado, ou ainda por um problema de otimização topológica onde o objetivo é distribuir material dentro do domínio de forma que a estrutura seja capaz de suportar os carregamentos internos e externos. Algumas aplicações da otimização topológica são: design, otimização de estruturas, mecanismos flexíveis, materiais anisotrópicos, entre outras [12].

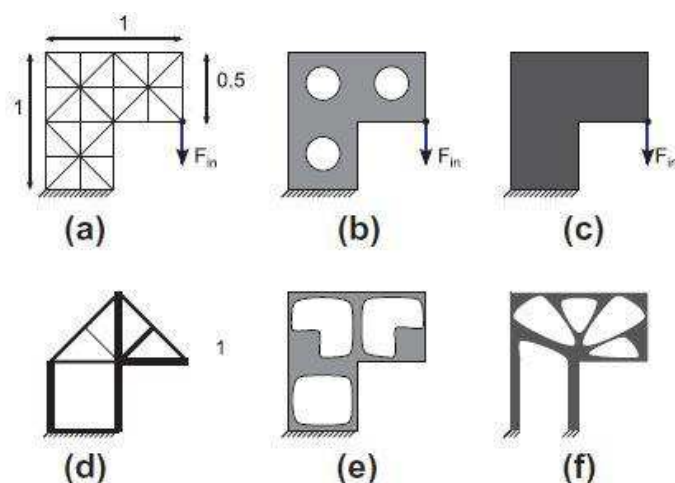


Figura 1 – Três categorias de otimização estrutural (a) dimensionamento; (b) forma e (c) otimização topológica. As soluções finais são demonstradas nas figuras (d), (e) e (f) respectivamente (Nikolaos T. Kaminakis, Georgios E. Stavroulakis, 2012)

A otimização topológica é um problema binário do tipo 0-1. Primeiramente, o domínio é discretizado em elementos finitos. Cada elemento finito representa uma

variável de densidade x . Se a densidade é igual a um, há material naquela área e a célula é pintada de preto. Se a densidade é igual a zero, não há material, e a célula é pintada de branco.

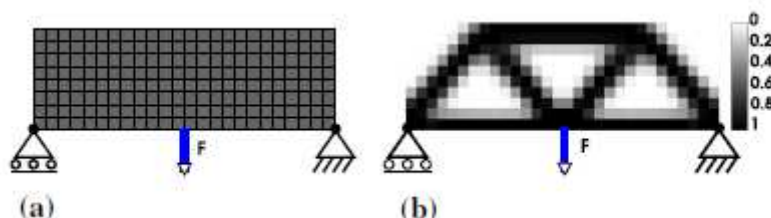


Figura 2 - (a) Discretização por elementos finitos. (b) Resultado final. Os elementos em branco indicam ausência de material, em preto, presença de material e em cinza, a densidade está entre 0 e 1 (Nikos T. Kaminakis, et al., 2015)

2.2. Código

Desde que Sigmund publicou o código “99 lines” em 2001, o compartilhamento de softwares educacionais se tornou tradição na área de otimização topológica. O “88 lines” é uma versão incrementada do código de Sigmundi, foi desenvolvido para alcançar uma melhor eficiência. Mais recentemente, o PolyMesher [14] e o PolyTop [15], complementou a literatura com a implementação do código MATLAB de otimização topológica, que inclui uma rotina de elementos finitos baseada em elementos poligonais [16].

2.2.1. PolyMesher

O Polymesher é um simples código MATLAB para geração de malhas poligonais. As principais características do Polymesher são a representação implícita do domínio e a utilização do diagrama de Centroidal Voronoi para a discretização. A representação implícita garante grande flexibilidade para construção de uma classe relativamente grande de domínios com expressões algébricas. A discretização do domínio é construída pelo Centroidal Voronoi tessellation (CVT) que utiliza uma aproximação para o contorno. Essa aproximação é obtida através da inclusão do conjunto de reflexões dos grãos [19]. Além disso o método de Lloyd’s é usado para estabelecer uma distribuição uniforme de grãos e, portanto, uma malha de ótima qualidade.

Para gerar a malha usando o PolyMesher, o usuário precisa definir uma função domínio que define o domínio da malha. Essa função é passada para o PolyMesher, disponibilizando acesso as informações da geometria do domínio, assim como os limites e as condições de contorno. A figura 3 mostra exemplos de malhas geradas pelo PolyMesher [16].

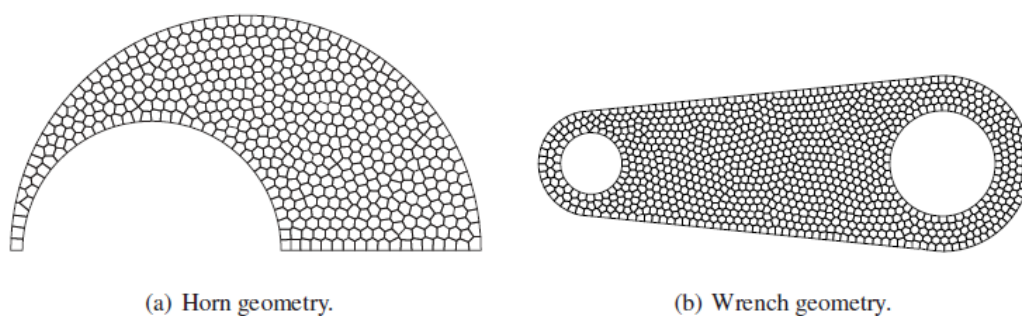


Figura 3- Malhas criadas usando o PolyMesher (Anderson Pereira, et al., 2011)

2.2.2. PolyTop

O PolyTop é um código para otimização topológica estrutural que inclui uma rotina de elementos finitos baseada em elementos poligonais. O código também possui uma estrutura na qual a rotina de análise e o algoritmo de otimização são separados da formulação de otimização de topologia.

Para rodar o PolyTop, o usuário precisa de dois arquivos principais. Primeiro, o PolyTop.m é o núcleo do código que contém o otimizador e rotinas de análise, incluindo a rotina FE e as funções responsáveis pelo cálculo dos custos funcionais e suas sensibilidades. Depois, o PolyScript.m é um script que chama o PolyTop.m, guarda todos os parâmetros relacionados a otimização topológica que vinculam as variáveis com os parâmetros de análise, assim como o modelo de elementos finitos.

Na implementação do PolyScript, as funções auxiliares PolyMesher e PolyFilter são chamadas para malha de elementos finitos e para a construção da matriz de filtragem linear. Outra função auxiliar é a MatIntFnc.m, responsável pela interpolação de material, é passada para o PolyTop.m pelo opt.MatIntFnc [16].

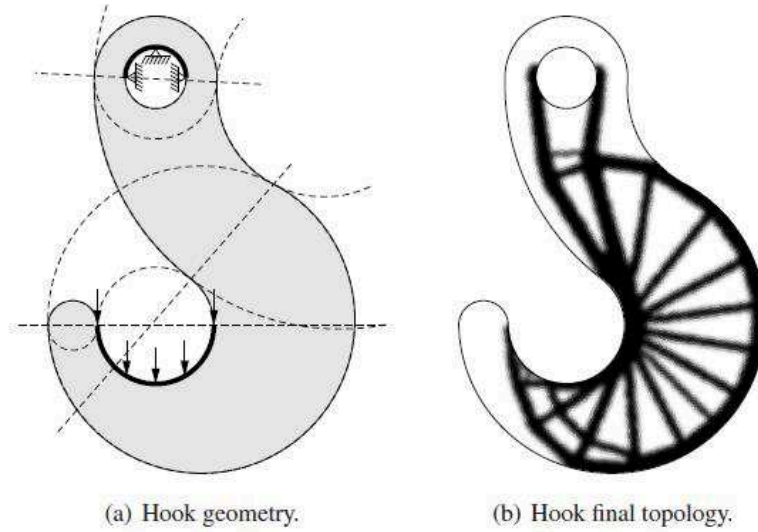


Figura 4 - Problemas de mecanismo complacente com geometria não trivial usando PolyTop (Anderson Pereira, et al., 2011)

2.2.3. Mecanismos Complacentes

A função objetivo do problema de otimização para a mínima flexibilidade é:

$$f = \mathbf{F}^T \mathbf{U}$$

Já para o mecanismo complacente:

$$f = \mathbf{L}^T \mathbf{U}$$

Onde \mathbf{F} , \mathbf{U} e \mathbf{L} são respectivamente, a força global, o vetor de deslocamento e um vetor de zeros, exceto o grau da posição de saída que é um.

Para uma equação de estado linear discretizada, $\mathbf{KU} = \mathbf{F}$ onde \mathbf{K} é a matriz de rigidez, a sensibilidade da função objetivo, que respeita a variável de estado E , dada por:

$$\frac{\partial f}{\partial E} = -\lambda^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial E} \mathbf{U}$$

Onde λ é a solução para o problema abaixo:

$$\mathbf{K}\lambda = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{U}}$$

2.3. Otimização Topológica para Materiais Flexíveis

Mecanismos flexíveis são estruturas que permitem transformar cargas externas em movimento. Esse tipo de estrutura combina a cinética de um mecanismo tradicional com a rigidez de uma estrutura usual. Mecanismos flexíveis são corpos monolíticos. As áreas de articulação que aparecem na distribuição de material são resultados da otimização topológica.

Um exemplo de problema de design de mecanismo complacente é a microestrutura de um material auxético.

2.3.1. Exemplos

Inversor de força e pinça ou “garras” são outros exemplos de mecanismos flexíveis. Devido a simetria, agora, podemos resolver somente a metade do domínio.

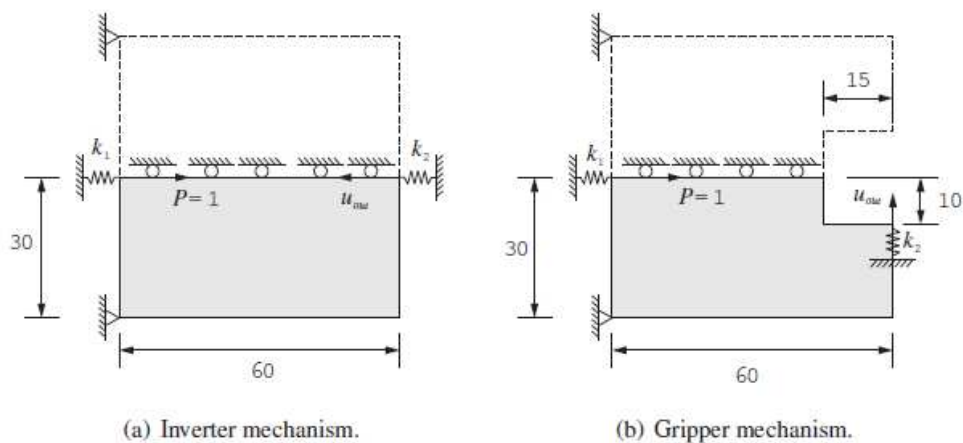


Figura 5 - Problemas de mecanismo flexíveis (Anderson Pereira, et al., 2011)

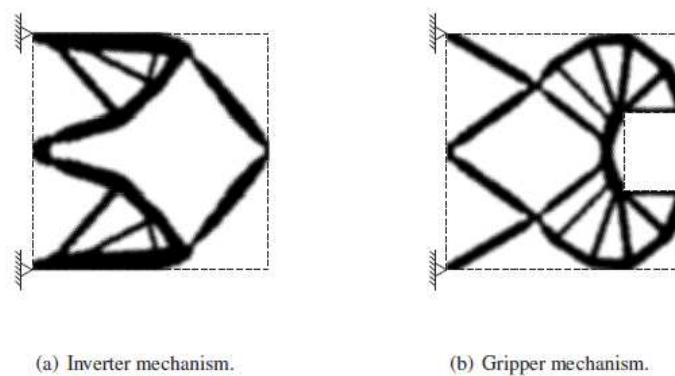


Figura 6 - Topologias finais

Para analisar o comportamento dos mecanismos acima, os mesmos foram desenhados no Solidworks.

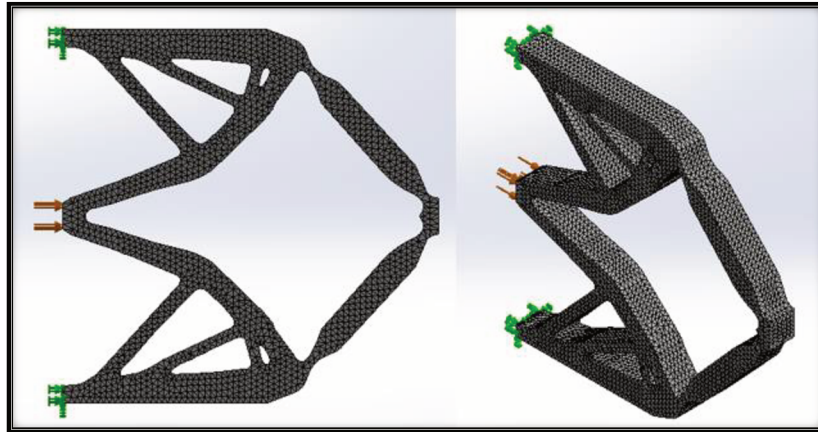


Figura 7 - Vistas lateral e isométrica da malha criada para o inversor de força

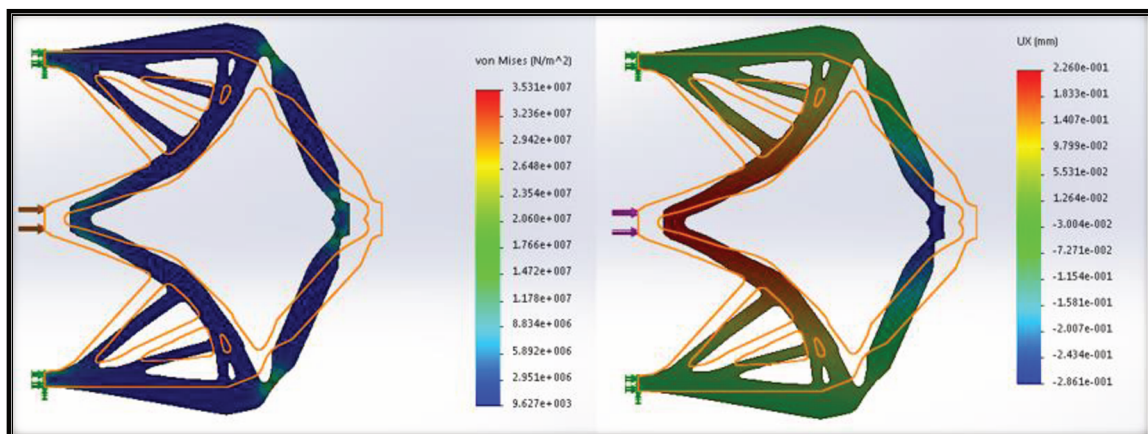


Figura 8- Tensões de von Mises e deslocamento em x. O contorno em laranja representa a peça não deformada.

Para o mecanismo inversor, obteve-se um deslocamento da ordem de 0,286 mm no sentido contrário a força de 10 N. Na figura 8 é possível ver as tensões de von Mises, as deformações em x, assim como o contorno da peça relaxada em laranja e a peça deformada.

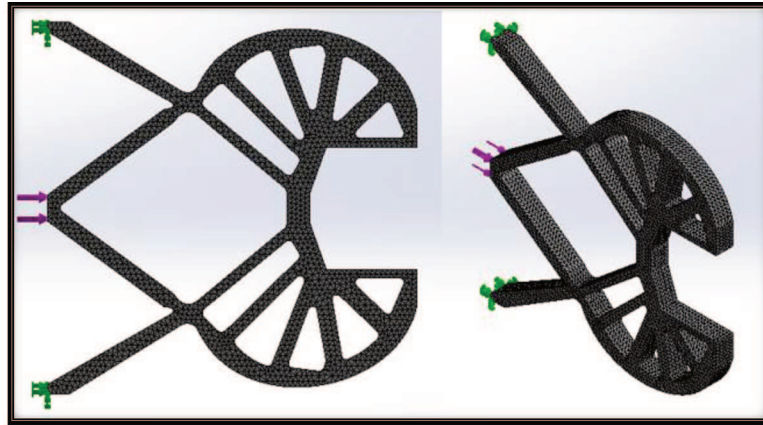


Figura 9 - Vistas lateral e isométrica da malha criada para o gripper

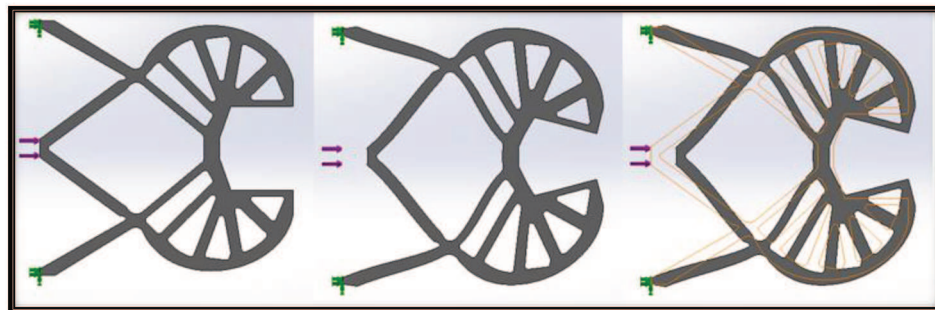


Figura 10 - Gripper em estado relaxado, deformado e os dois estados sobrepostos

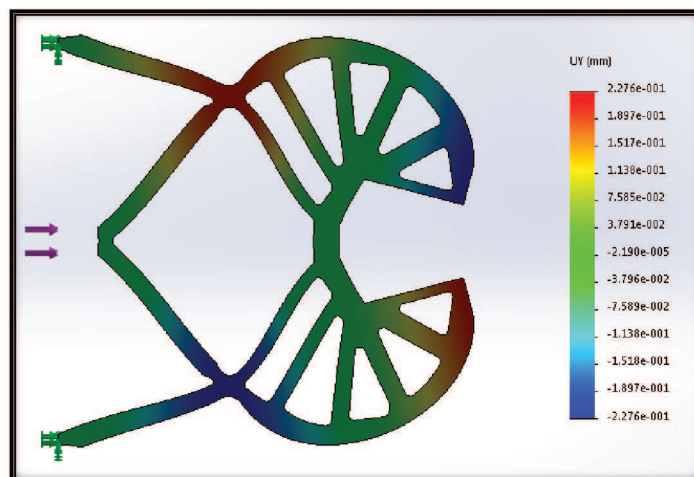


Figura 11 - Deformações no eixo y

Já no gripper, com a mesma força de 10 N, observou-se um deslocamento de 0,2276 mm na direção y.

3. Materiais Auxéticos

3.1. Introdução

As propriedades dos materiais podem ser adaptadas através da modificação da sua geometria. Com esse conceito, muitos metamateriais podem ser desenvolvidos. Materiais auxéticos é uma classe de materiais que exhibe propriedades interessantes de coeficiente de Poisson negativo. Em virtude do comportamento auxético, propriedades mecânicas como resistência a fratura podem ser melhoradas. Para explorar as propriedades dos materiais auxéticos, várias aplicações potenciais foram exploradas na medicina, esporte, automóveis e etc.

3.2. Condições de Contorno

Para achar as soluções de uma otimização topológica é preciso determinar as condições de contorno do problema. Obviamente, isso depende das propriedades que se deseja para o material.

Nos casos presentes nesse trabalho, o objetivo é distribuir material dentro do domínio retangular 30 x 30 mm. Para um material auxéticos especificamente, quando aplicamos forças nos pontos A e A', os pontos B e B' devem se mover para fora.

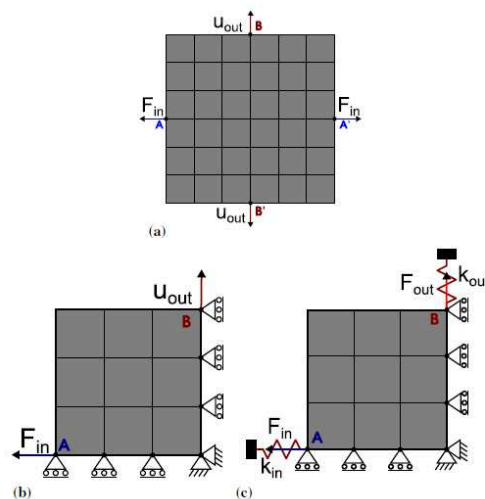


Figura 12. Condições de contorno para um quarto do modelo de um material auxético (Nikos T. Kaminakis, et al., 2015)

Devido a simetria nos eixos, pode-se reduzir o domínio em um quarto do original, de forma a simplificar o problema.

Para a formulação do problema, usam-se molas com rigidez k_{in} e k_{out} como pode ser visto na figura. Assim, o objetivo é maximizar a deformação u_{out} da mola de saída. Para baixos valores de k_{out} podemos obter grandes deslocamentos [13].

3.3. Exemplos

Um dos desenvolvimentos de células auxéticas é uma classe de material chamada colmeia. O exemplo mais recente de colmeia auxética é a topologia hexagonal reentrante esquematizada na figura 13. A figura mostra a deformação da colméia pela articulação das costelas diagonais em resposta a uma carga axial aplicada. O alinhamento das costelas diagonais ao longo da direção horizontal do estiramento aplicado faz com que as costelas alinhadas ao longo da direção vertical se movam independentemente, gerando assim, o efeito auxético. A maioria das colmeias desse tipo se deformam predominantemente por flexão das costelas diagonais, com dobramento e alongamento axial das costelas acontecendo simultaneamente.

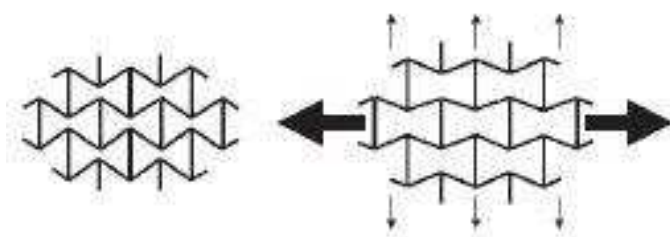


Figura 13 – Colmeia reentrante em estado não deformado e deformado (A Alderson and K L Alderson, 2011)*

Uma das desvantagens do sistema de colmeia reentrante é a dificuldade de fabricação em larga escala. Outros métodos são possíveis (como técnicas de prototipagem e moldagem rápidas), mas, claramente, isso exigirá justificativa através de uma análise de custo-benefício.

Alternativamente, existem outras topologias que geram o efeito auxético em sistemas de colmeia e que produzem um núcleo auxético comercialmente viável em termos de fabricação e desempenho. A figura 14 mostra algumas topologias

alternativas a de colmeia e que aumentam o comportamento auxético. A colmeia “QUIRAL” (Fig. 14(a)) consegue o efeito auxético através do enrolamento ou desenrolamento dos ligamentos dos nós da seção reta circular em resposta a força aplicada. A flexão e/ou articulação na colmeia em estrela (Fig. 14(b)) ou na cabeça de flecha dupla (Fig. 14(c)) permitem o abertura e fechamento das estrelas e da cabeça de flecha, respectivamente, para permitir o comportamento auxético [13].

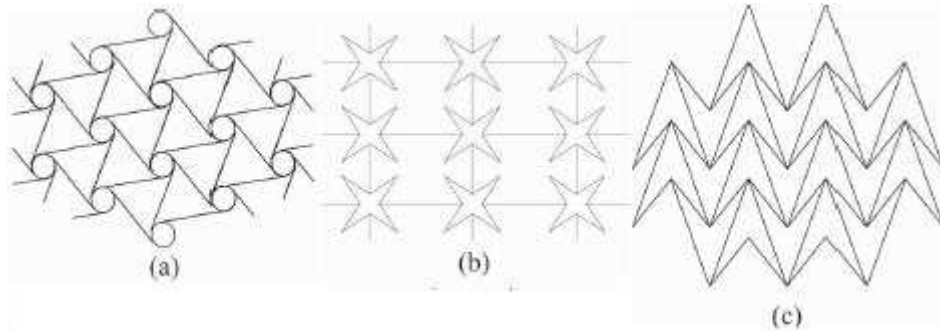


Figura 14 – Topologias de colmeias auxéticas (a) quiral; (b) estrela; (c) cabeça de flecha dupla (A Alderson* and K L Alderson, 2011)

Quando um material convencional hexagonal não-auxético é submetido a um momento de flexão, ele adapta uma forma de sela como mostrado na figura 15a. Por outro lado, no caso de materiais auxéticos, uma curvatura dupla em forma de cúpula é formada como mostrado na figura 12b. Esta propriedade é chamada de sinclástica [20]. Esta propriedade dos materiais auxéticos de se adaptar a forma de curva torna-os um candidato promissor para aplicações esportivas e médica dispositivos de segurança [17].

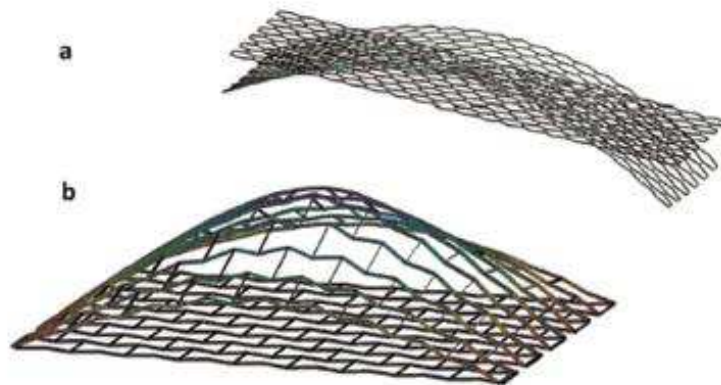


Figura 15. (a) Formato de sela de um material não auxético sujeito a flexão; (b) Formato de cúpula de um material auxético sujeito a flexão (Krishna Kumar Saxena, et al., 2017)

4. Resultados

A partir do código de otimização topológica foram geradas diversas peças. Alguns parâmetros como o raio do filtro (R), fração de volume (VolFrac), rigidez das molas (LeftBottomSpring e RightUpperSpring) e número de elementos foram variados a fim de observar o comportamento dos mesmos nos resultados finais. Para efeito de comparação, também foram simuladas algumas geometrias tradicionais da literatura.

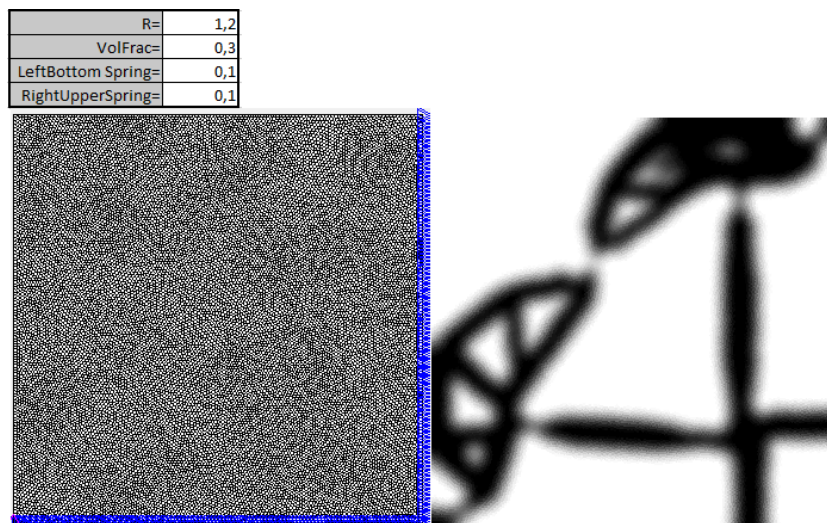


Figura 16. Malha e modelo auxético criado a partir do PolyTop

No intuito de analisar o comportamento da peça, assim como suas deformações, esse modelo foi gerado através do Solidworks. A malha criada pode ser vista na Figura 17e tem 88593 nós e 57222 elementos.

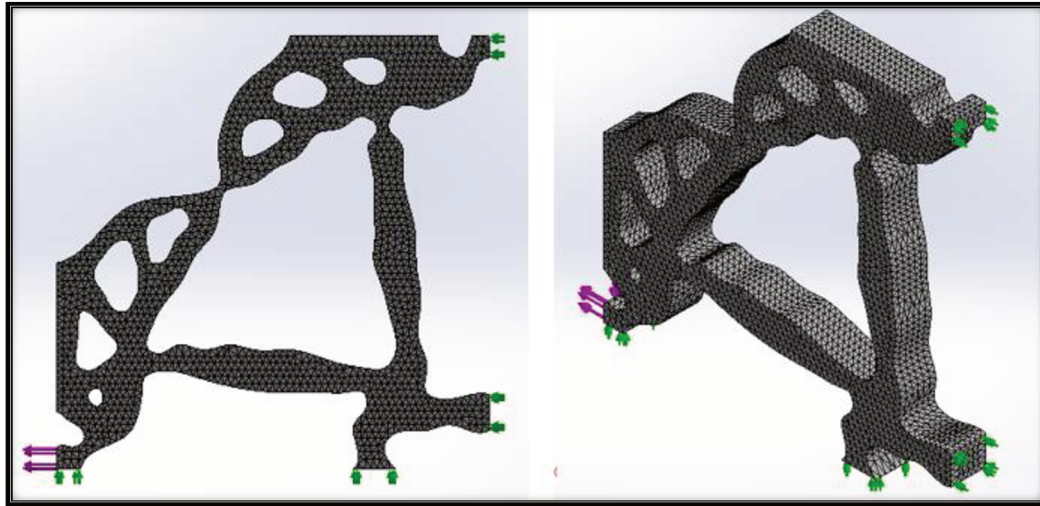


Figura 17 - Vistas lateral e isométrica da malha criada para um quarto do mecanismo auxéticos e condições de contorno aplicadas

Aplicada as devidas condições de contorno e uma força de 5 N, foi feita a simulação. Na figura 18, pode-se ver os deslocamentos em x e y respectivamente. O material escolhido foi o PET, que tem um módulo de elasticidade de 2,96 GPa.

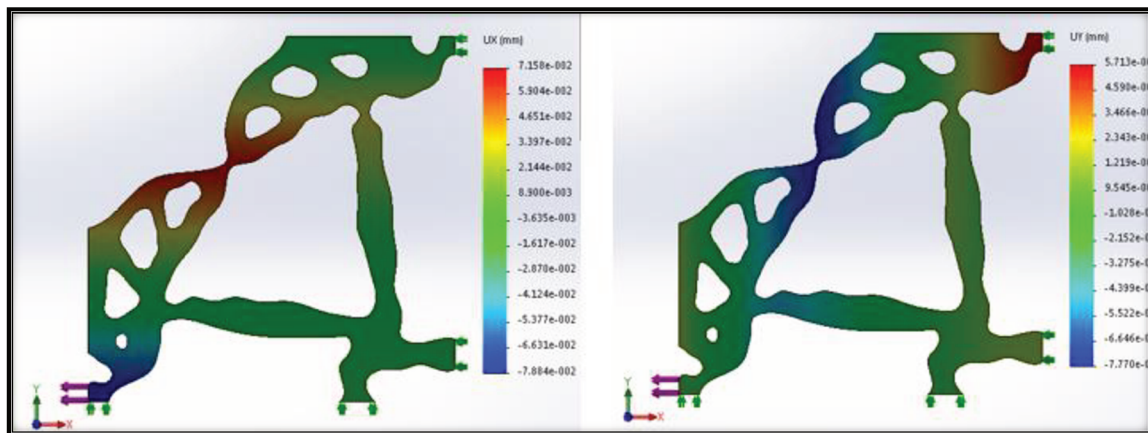


Figura 18 - Deformações em x e y

A figura 19 apresenta a peça em um estado relaxado e deformada. Dessa forma é possível observar o comportamento do mecanismo. Já na figura 18 é possível ver onde ocorrem os maiores deslocamentos tanto na direção x quanto em y.

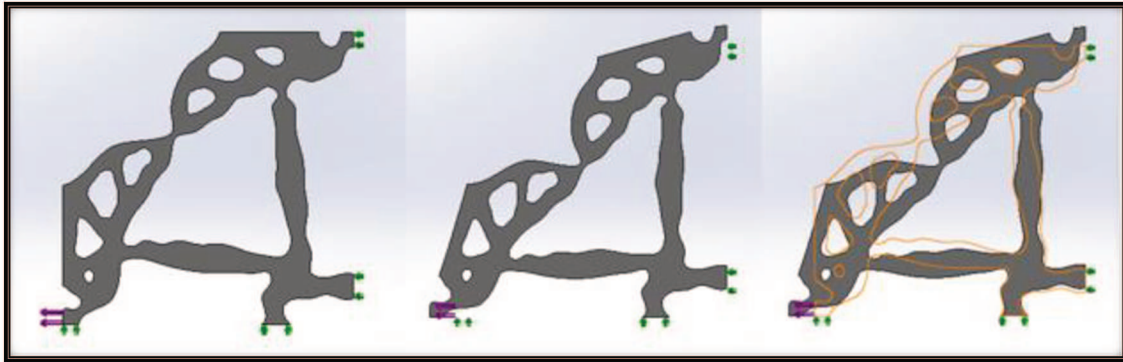


Figura 19- Um quarto do material auxético em estado relaxado, deformado e os dois estados sobrepostos

Medidos os deslocamentos e sabendo que se trata de um modelo 30 x 30 mm é possível medir o coeficiente de Poisson:

$$\nu = -\frac{5,713 \times 10^{-2}}{7,884 \times 10^{-2}} = -0,7246$$

É válido lembrar que o modelo gerado pelo Matlab, visando simplificar o problema, representa apenas um quarto do mecanismo. Assim, usando-se simetria é fácil construir o modelo completo.

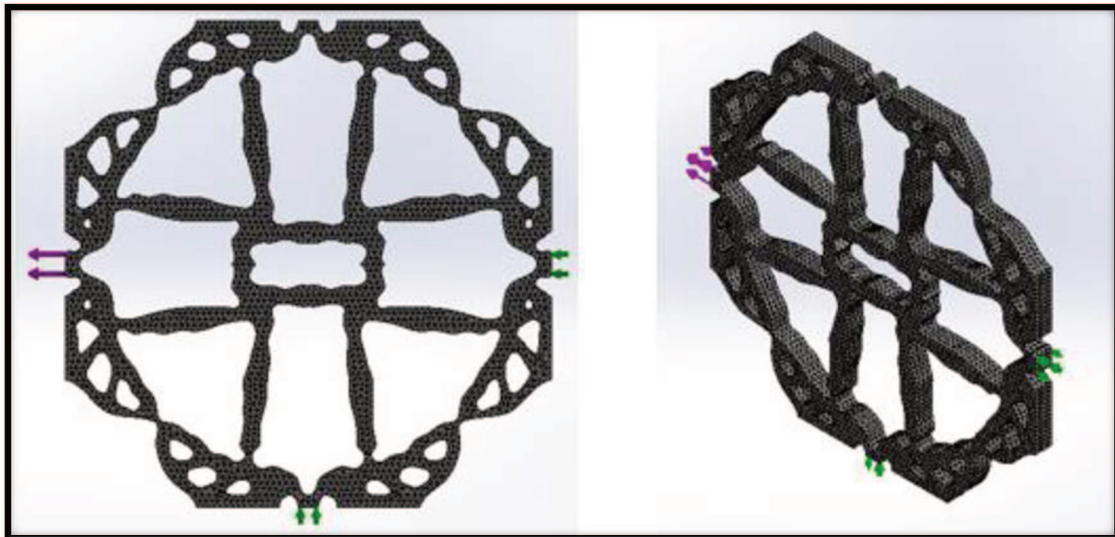


Figura 20 - Vistas lateral e isométrica da malha criada para mecanismo auxético completo e condições de contorno aplicadas

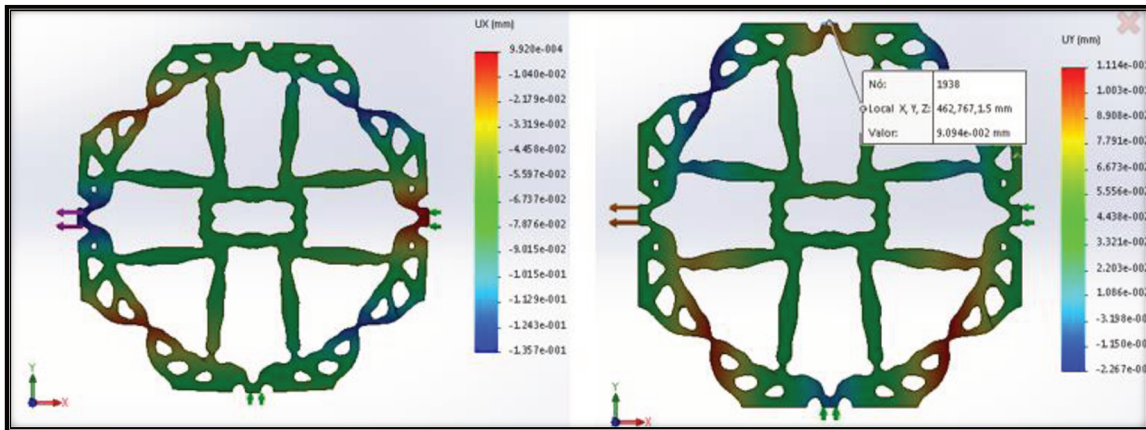


Figura 21 - Deformações em x e y

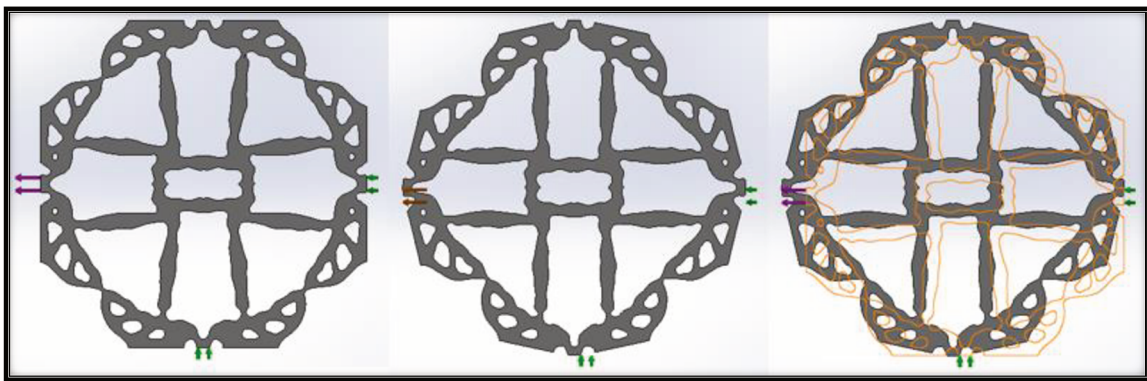


Figura 22 - Material auxético em estado relaxado, deformado e os dois estados sobrepostos

Para o modelo completo foi aplicada uma força de 10 N no ponto representado na figura 22 e o coeficiente de Poisson calculado foi -0,607.

Tendo em vista que os materiais auxéticos são muito interessantes quando tratados como microestruturas, é importante construir um arranjo para analisar o comportamento do mesmo.

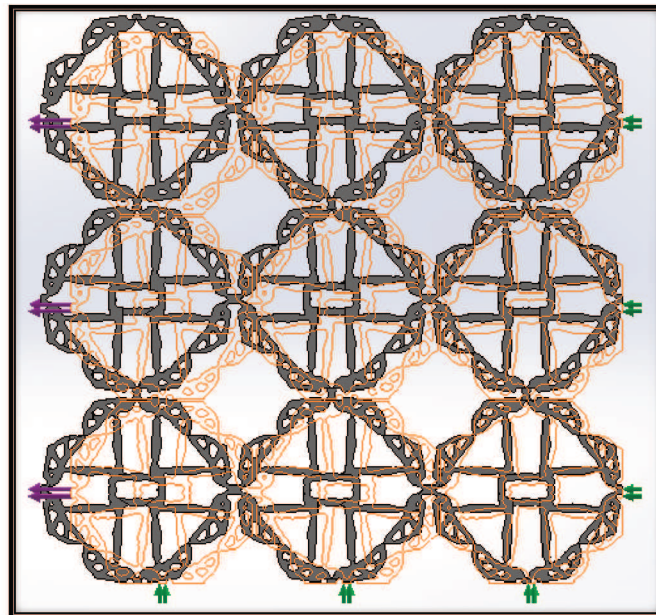


Figura 23- Arranjo de material auxético em estado deformado e relaxado sobrepostos

Pode-se observar através da figura 23 o comportamento auxético do arranjo 3 x 3, que obteve um coeficiente de Poisson de -0,6416. Em laranja, vemos a mecanismo relaxado, enquanto em cinza, deformado.

Agora, variando-se um parâmetro do problema, mais um resultado foi gerado. Vale observar, que o código do Matlab gera uma malha randômica. Alterando apenas o raio do filtro, obteve-se um resultado bem diferente.

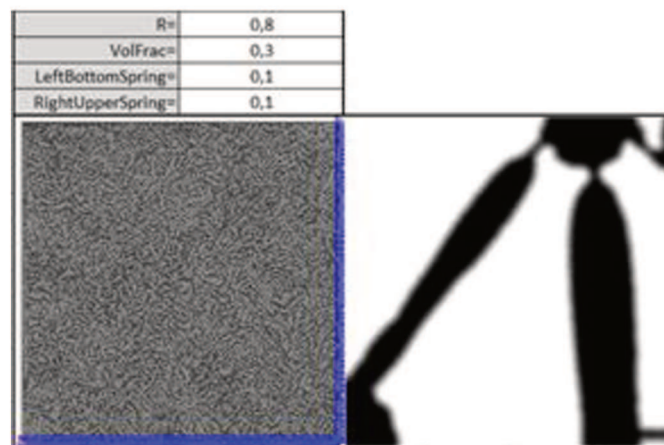


Figura 24. Malha e modelo auxético criado a partir do PolyTop

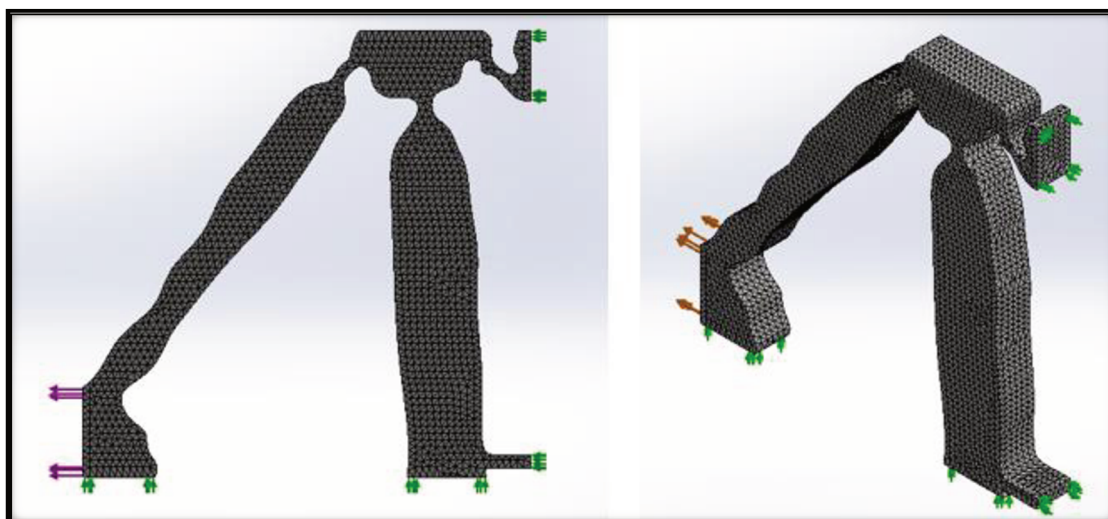


Figura 25 - Vistas lateral e isométrica da malha criada para um quarto do mecanismo auxéticos e condições de contorno aplicadas

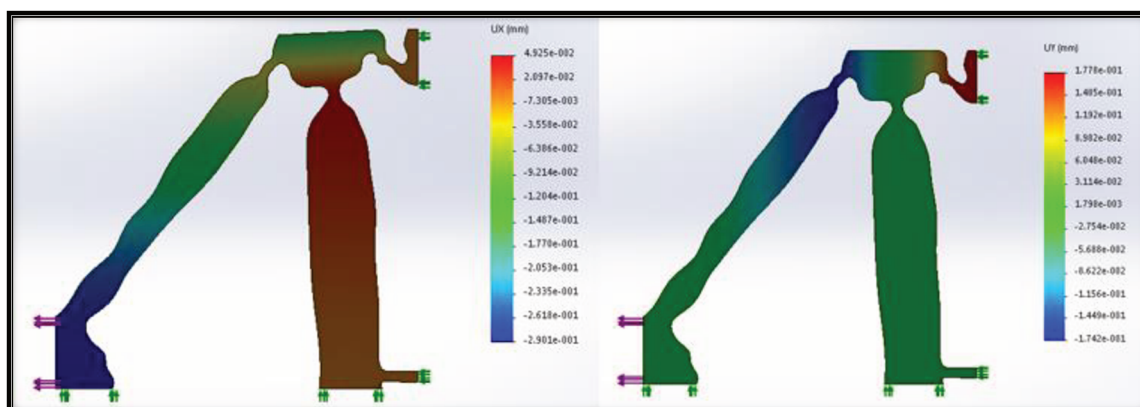


Figura 26 - Deformações em x e y

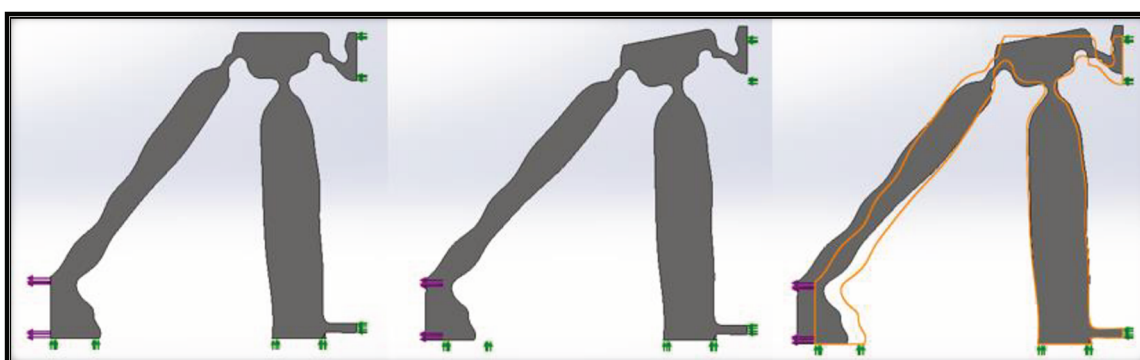


Figura 27 – Um quarto do material auxético em estado relaxado, deformado e os dois estados sobrepostos

Para um quarto desse modelo os deslocamentos em x e y foram de 0,2901 e 0,1778 mm e o coeficiente de Poisson -0,6129.

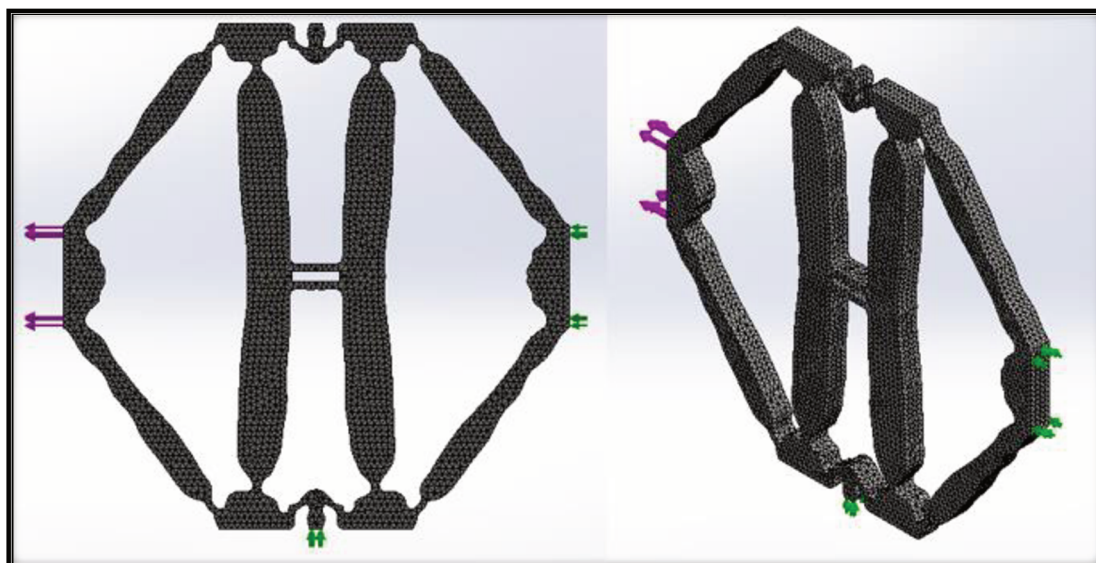


Figura 28 - Vistas lateral e isométrica da malha criada para mecanismo auxéticos completo e condições de contorno aplicadas

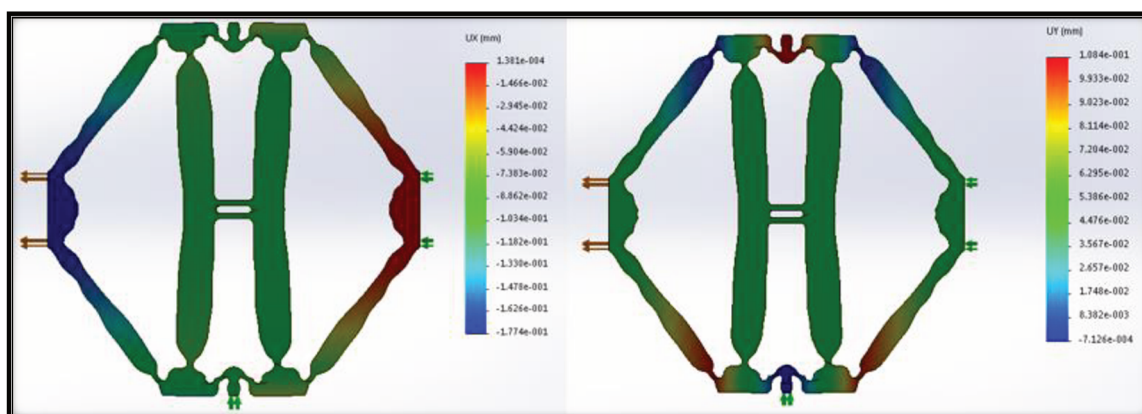


Figura 29 - Deformações em x e y

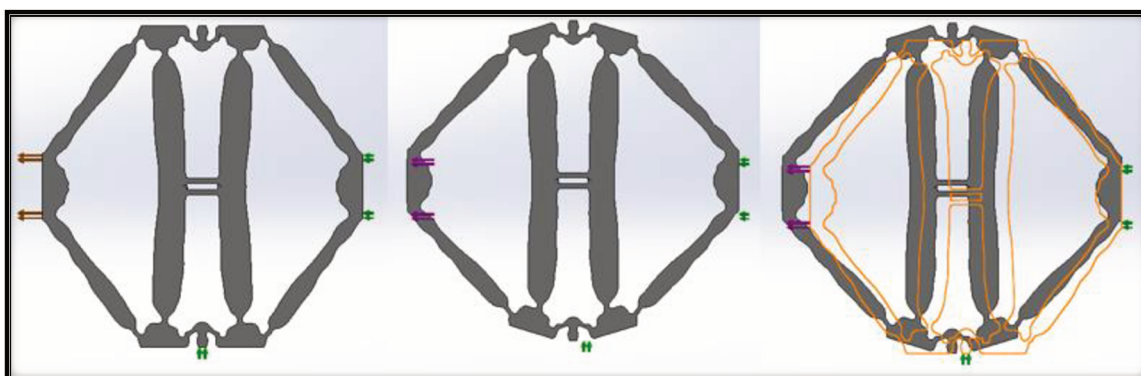


Figura 30 - Material auxético completo em estado relaxado, deformado e os dois estados sobrepostos

Já no modelo completo, deformações em x e y de 1,774 e 1,084 mm respectivamente e Poisson de -0,6110.

Como dito anteriormente, há diversos tipos de materiais auxéticos existentes na literatura. O a estrutura reentrante em colmeia foi proposto pela primeira vez por Gibson [23] e o comportamento auxéticos da estrutura 2D reentrante foi proposto por Master e Evans [24]. Quando uma carga é aplicada em qualquer direção, as costelas diagonais se movem de uma maneira que leva ao efeito auxéticos na outra direção [17].

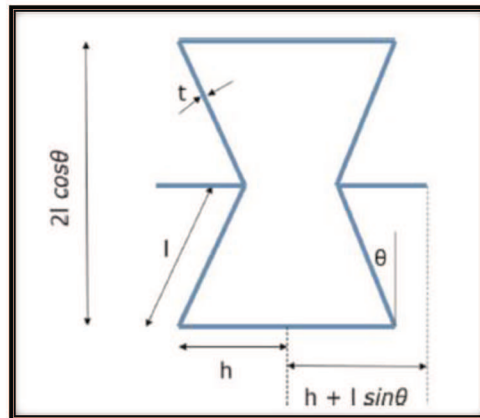


Figura 31 - Representação geométrica de uma estrutura reentrando 2D

Para analisar o comportamento desse tipo de material, o mesmo também foi construído. A espessura t foi definida de forma que o volume da peça fosse o mais próximo possível dos modelos criados a partir do Matlab.

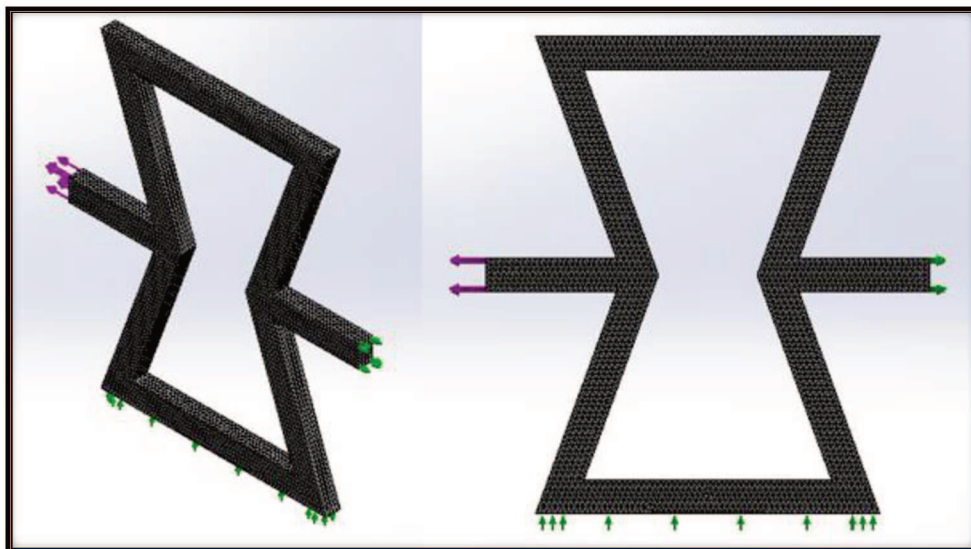


Figura 32 - Vistas lateral e isométrica da malha criada para mecanismo auxéticos reentrante completo e condições de contorno aplicadas

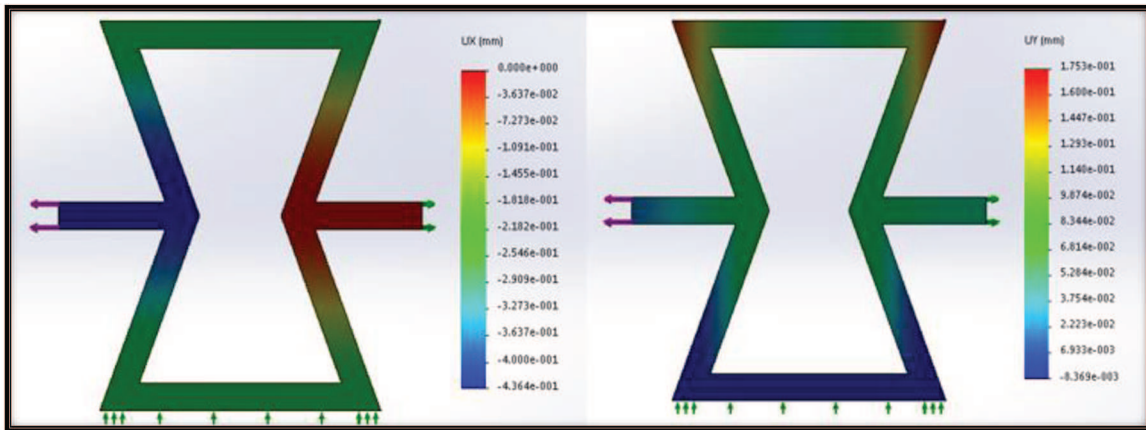


Figura 33 - Deformações em x e y

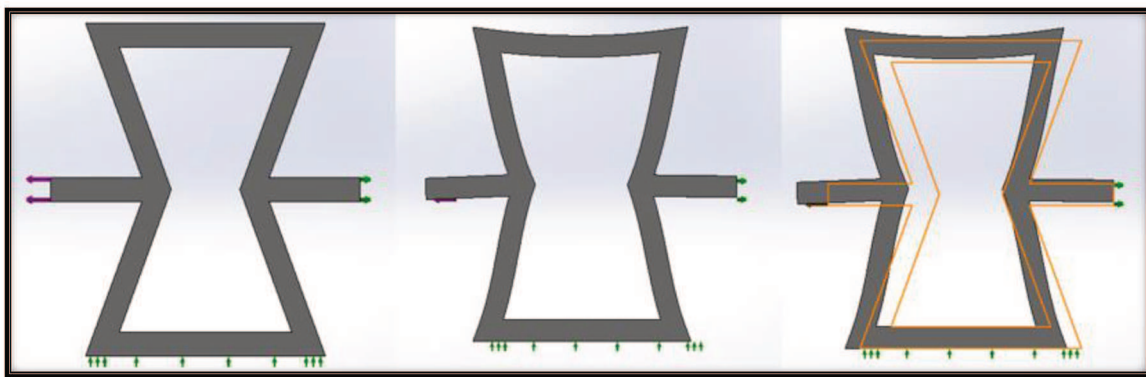


Figura 34 - Material auxético reentrante em estado relaxado, deformado e os dois estados sobrepostos

Para esse modelo, o coeficiente de Poisson encontrado foi de -0,4017, enquanto no modelo completo foi -0,3142.

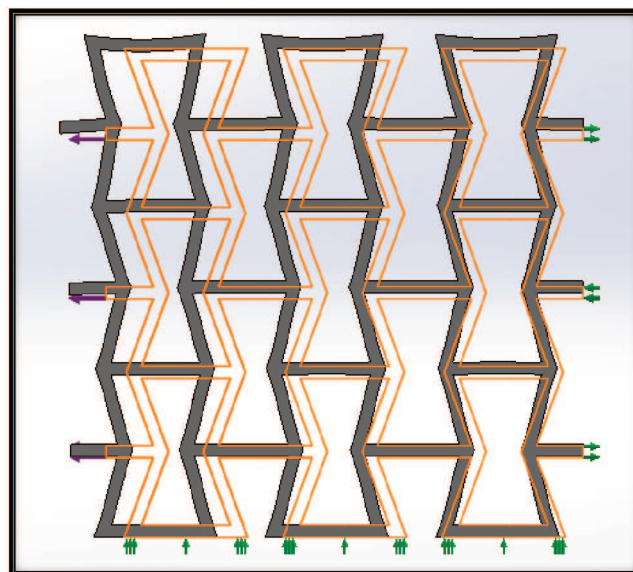
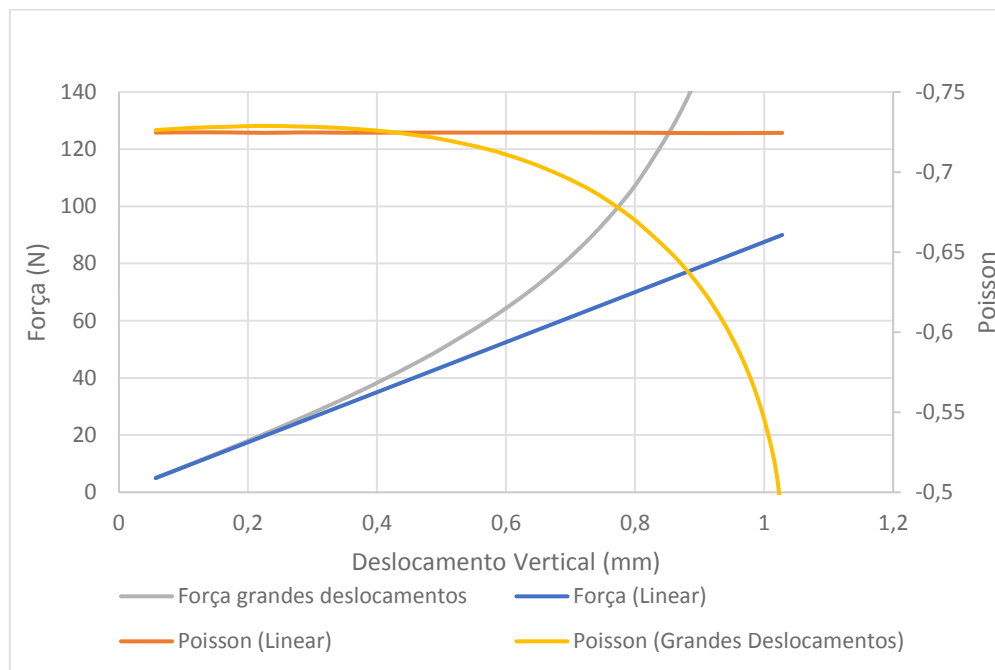


Figura 35 - Arranjo de material auxético reentrante em estado deformado e relaxado sobrepostos

Como as forças aplicadas até agora foram baixas e os deslocamentos pequenos, todas as simulações deste trabalho foram feitas através de solução linear elástica. A teoria linear pressupõe pequenos deslocamentos. Também pressupõe que as normais às áreas de contato não mudam de direção durante a carga. Portanto, considera que a carga total é aplicada de uma só vez. Esta abordagem pode levar a resultados imprecisos ou dificuldades de convergência nos casos em que essas pressuposições não forem válidas. A solução de grande deslocamento é necessária quando a distorção adquirida altera significativamente a rigidez (capacidade da estrutura de resistir a cargas). Para analisar o comportamento do Poisson em uma solução com grandes deslocamentos, a força foi variada e o deslocamento vertical e o Poisson medidos.



LINEAR			
F	δx	δy	Poisson
5	0,07884	0,05713	-0,72463
10	0,1577	0,1143	-0,72479
15	0,2365	0,1714	-0,72474
20	0,3154	0,2285	-0,72448
25	0,3942	0,2857	-0,72476
30	0,4731	0,3428	-0,72458
35	0,5519	0,3999	-0,72459
40	0,6308	0,4571	-0,72464
45	0,7096	0,5142	-0,72463
50	0,7884	0,5713	-0,72463
60	0,9461	0,6856	-0,72466
70	1,104	0,7999	-0,72455
80	1,262	0,9141	-0,72433
90	1,419	1,028	-0,72445
100	1,577	1,143	-0,72479
110	1,735	1,257	-0,7245
130	2,05	1,485	-0,72439
140	2,208	1,6	-0,72464
150	2,365	1,714	-0,72474
170	2,681	1,943	-0,72473
190	2,996	2,171	-0,72463
210	3,311	2,4	-0,72486
230	3,627	2,628	-0,72457
250	3,942	2,857	-0,72476

GRANDES DESLOCAMENTOS			
F	δx	δy	Poisson
5	0,07819	0,05678	-0,72618
10	0,1549	0,1127	-0,72757
15	0,23	0,1675	-0,72826
20	0,3031	0,2209	-0,7288
25	0,3742	0,2726	-0,72849
30	0,4429	0,3224	-0,72793
35	0,5092	0,3701	-0,72683
40	0,5726	0,4153	-0,72529
45	0,6335	0,4581	-0,72313
50	0,6916	0,4984	-0,72065
60	0,7997	0,5712	-0,71427
70	0,8982	0,6344	-0,7063
80	0,9873	0,6885	-0,69736
90	1,068	0,7347	-0,68792
100	1,143	0,7744	-0,67752
110	1,212	0,8084	-0,667
130	1,336	0,8634	-0,64626
150	1,446	0,9051	-0,62593
170	1,545	0,9368	-0,60634
190	1,637	0,9616	-0,58742
210	1,723	0,9808	-0,56924
230	1,804	0,9956	-0,55188
250	1,882	1,007	-0,53507
270	1,957	1,016	-0,51916

Nesse gráfico pode-se observar que, considerando o comportamento não-linear, o coeficiente de Poisson reduz como o aumento dos deslocamentos.

5. Conclusão

Nesse trabalho, foi apresentada uma forma de se construir materiais auxéticos através de otimização topológica. O efeito do coeficiente de Poisson negativo foi verificado, demonstrando o comportamento de um material auxético.

Os resultados gerados pela rotina PolyTop apresentaram coeficiente de Poisson maior (em módulo) do que a estrutura tradicional presente na literatura, no entanto, sabe-se da dificuldade de se produzir em larga escala uma estrutura complexa como a gerada aqui.

É evidente que as propriedades dos materiais auxéticos são muito interessantes e os fazem potenciais candidatos para várias aplicações. No entanto, esse tipo de material ainda está em etapa de desenvolvimento e requer pesquisa intensiva. A maioria das literaturas propuseram estruturas auxéticas, mas poucas delas mostraram validação experimental bem sucedida para realizar sua aplicação na prática.

Referências

- [1] Sigmund O. Materials with prescribed constitutive parameters: An inverse homogenization problem. *Internat J Solids Structures* 1994;31:2313–29.
- [2] Wang MY, Wang X. A level-set based variational method for design and optimization of heterogeneous objects. *Comput-Aided Des* 2005;37:321–37.
- [3] Allaire G, De Gournay F, Jouve F, Toader A. Structural optimization using topological and shape sensitivity via a level set method. *Control Cybern* 2005; 34:59.
- [4] Zhang W, Dai G, Wang F, Sun S, Bassir H. Using strain energy-based prediction of effective elastic properties in topology optimization of material microstructures. *Acta Mech Sin* 2007;23:77–89.
- [5] Xu B, Arias F, Brittain ST, Zhao X-M, Grzybowski B, Torquato S, Whitesides GM. Making negative Poisson's ratio microstructures by soft lithography. *Adv Mater* 1999;11:1186.
- [6] Schwerdtfeger J, Wein F, Leugering G, Singer R, Körner C, Stingl M, Schury F. Design of auxetic structures via mathematical optimization. *Adv Mater* 2011; 23:2650–4.
- [7] Andreassen E, Lazarov BS, Sigmund O. Design of manufacturable 3D extremal elastic microstructure. *Mech Mater* 2014;69:1–10.
- [8] Clausen A, Wang F, Jensen JS, Sigmund O, Lewis JA. Topology optimized architectures with programmable Poisson's ratio over large deformations. *Adv Mater* 2015;27:5523–7.
- [9] K. Kim, J. Ju, D.-M. Kim, in *ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, ASME, San Diego, California, USA 2013.
- [10] K. Kim, J. Ju, *Compos. Struct.* 2015, 132, 874
- [11] J. Lee, K. Kim, J. Ju, D.-M. Kim, *J. Eng. Mater. Technol.* 2014, 137, 011001.

- [12] Nikos T. Kaminakis · Georgios A. Drosopoulos · Georgios E. Stavroulakis, Design and verification of auxetic microstructures using topology optimization and homogenization, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2014, DOI 10.1007/s00419-014-0970-7
- [13] A Alderson* and K L Alderson, Auxetic materials, JAERO185 IMechE 2007 DOI: 10.1243/09544100JAERO185
- [14] Nikolaos T. Kaminakis, Georgios E. Stavroulakis. Topology optimization for compliant mechanisms, using evolutionary-hybrid algorithms and application to the design of auxetic materials. SciVerse ScienceDirect, 2012
- [15] K. E. Evans, Compos. Struct. 1991, 17, 95.
- [16] Anderson Pereira, Ivan F. M. Menezes, Cameron Talischi And Glaucio H. Paulino, An Efficient And Compact Matlab Implementation Of Topology Optimization: Application To Compliant
- [17] Krishna Kumar Saxena,* Raj Das and Emilio P. Calius, op. cit.
- [18] Sigmund, O. 2001: A 99 line topology optimization code written in Matlab. Struct. Optim. 21, 120-127.
- [19] Talischi C., Paulino G.H., Pereira A., and Menezes I.F.M. PolyMesher: A general-purpose mesh generator for polygonal elements written in Matlab. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2011a. In Press, doi:10.1007/s00158-011-0706-z.
- [20] Talischi C., Paulino G.H., Pereira A., and Menezes I.F.M. PolyTop: A Matlab implementation of a general topology optimization framework using unstructured polygonal finite element meshes. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2011b. In Press, doi:10.1007/s00158-011-0696-x.
- [21] Bolander J.E. and Saito S. Fracture analyses using spring networks with random geometry. Eng Fract Mech, 61(5-6):569–591, 1998.

- [22] Talischi C., Paulino G.H., Pereira A., and Menezes I.F.M. Polygonal finite elements for topology optimization: A unifying paradigm. *Int J Numer Meth Eng*, 82(6):671–698, 2010.
- [23] L. J. Gibson, M. F. Ashby, G. S. Schajer, C. I. Robertson, *Proc. R. Soc. London A: Math. Phys. Eng. Sci.* 1982, 382, 25.
- [24] I. G. Masters, K. E. Evans, *Compos. Struct.* 1996, 35, 403.
-