# 5 Resultados

Foi avaliada a capacidade do modelo proposto de capturar as propriedades estatísticas das sequências afetadas por erros em surtos produzidas por alguns sistemas de comunicações simulados. Baseado nestes dados realizou-se a estimação ML dos parâmetros do modelo proposto, e com o modelo assim ajustado gerou-se uma nova seqüência de erros. Em seguida, utilizou-se esta sequência para estimar diversas estatísticas de grande interesse no estudo de canais com memória [31], comparando-as com as mesmas estatísticas levantadas dos dados originais. Para facilitar a apresentação gráfica dos resultados, as definições das primeiras três estatísticas foram ligeiramente alteradas, conforme mostrado abaixo, mas seus nomes foram preservados. As estatísticas empregadas são descritas a seguir:

a. Distribuição de *gaps* (GD, do termo em Inglês *gap distribution*) – é expressa através da função distribuição complementar do comprimentos de *gaps G*, a qual é dada por  $P(G \ge m)$ ;

b. Distribuição de surtos de erros (EBD, do termo em Inglês *error burst distribution*) – expressa pela função distribuição complementar do comprimento de surtos *EB*, dada por  $P(EB \ge m)$ ;

c. Distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos (EFBD, da nomenclatura em Inglês *error-free burst distribution*) – expressa pela função distribuição complementar do comprimentos de i intervalos entre surtos *EFB*, sendo dada por  $P(EFB \ge m)$ ;

d. Função autocorrelação de erros de bit (BECF, do termo em Inglês *bit error correlation function*) – É a probabilidade condicional de que o m-ésimo bit recebido após um bit de erro esteja errado.

e. Distribuição de probabilidade de erro por bloco, P(m,n) probabilidade de ocorrerem *m* erros em um bloco de tamanho *n*.

f. Probabilidade  $P(0^m|1)$  (EFRD, do termo em Inglês *error-free run distribution*) – probabilidade condicional de ocorrerem *m* bits corretos, após a ocorrência de um bit errado.

Para efeitos de comparação, também foi avaliado um modelo consagrado na literatura, que é o *Single Error State* (SES) de Fritchman. Em particular, utilizou-se um modelo SES de 5 estados, que tem oito parâmetros, por ser este número o valor mais próximo e maior do que o número de parâmetros do modelo proposto. Com esta escolha procurou-se a igualdade de condições ao se comparar os dois modelos, com vantagem de um parâmetro a mais para o modelo de Fritchman.

Para maior efetividade das comparações, o critério utilizado para ajuste dos parâmetros do modelo SES de Fritchman foi a mesma aplicada ao modelo proposto. De forma mais específica, os parâmetros deste modelo foram estimados utilizando-se o bem conhecido Algoritmo de Baum-Welch, abordado no capítulo 2. Doravante este modelo será mencionado apenas como modelo de Fritchman.

Os dados utilizados nos experimentos foram simulados em computador, sendo que três casos típicos de fontes geradoras de erros em surtos foram empregados: o equalizador DFE (*decision feedback equalizer*), o qual será referido como Caso I, na apresentação dos resultados; a transmissão de sinais PSK-4 num canal variante no tempo com desvanecimento plano, que será referido como Caso II, e o decodificador de Viterbi, referido como Caso III.

Para cada estatística de interesse será apresentada uma comparação entre os dados originais; os dados gerados pelo modelo proposto e os dados gerados pelo modelo de Fritchman.

As comparações apresentadas a seguir mostram que em alguns casos tanto o modelo proposto como o modelo de Fritchman apresentam bons resultados, com pequena vantagem para o primeiro, enquanto que em diversos outros casos o modelo proposto demonstrou ser visivelmente melhor.

Deve ser ressaltado de antemão que o modelo proposto apresentou ainda uma vantagem em relação ao de Fritchman, no que diz respeito à velocidade de realização dos cálculos para estimação de seus parâmetros, aproximadamente 10 a 30 vezes maior. Observou-se também que o modelo proposto propicia uma menor dependência do tamanho da amostras de dados para obter ajustes satisfatórios, sendo possível com este modelo atingir ajustes compatíveis com os produzidos pelo modelo de Fritchman utilizando amostras de dados menores.

#### 5.1. Estimação do parâmetro L

Como mencionado antes, a função objetivo utilizada na estimação dos parâmetros foi definida como o simétrico do logaritmo da função de verossimilhança, e lidou-se com um problema de minimização desta função. Assim sendo, são apresentadas a seguir curvas correspondentes aos valores desta função objetivo otimizada em relação aos parâmetros contínuos do modelo proposto, correspondentes a diferentes valores do parâmetro inteiro *L* pertencentes a um conjunto pré-fixado. Desta forma tomamos como ótimos o valor de L correspondente ao melhor valor da métrica ML e os correspondentes parâmetros contínuos. Na Figura 5.1 são mostrados os resultados obtidos nos casos I e II e a Figura 5.2 mostra os resultados do Caso III. Uma rápida comparação entre os três casos indica haver maior sensibilidade da métrica ML com as variações do valor de L no Caso I.



Figura 5.1 – Levantamento do melhor valor do parâmetro L para o modelo proposto para os casos I e II.

Como o algoritmo de otimização empregado busca o ponto de mínimo da função objetivo, assim observamos na Figura 5.1, que o melhor valor de L é 5 e 40, respectivamente para os casos I e II, e na Figura 5.2, que o L ótimo é 30 para o Caso III.



Figura 5.2 – Levantamento do melhor valor parâmetro L para o modelo proposto para o Caso III.

# 5.2. Validação do método de ajuste do modelo

São apresentados em seguida alguns resultados de validação do método de estimação de parâmetros utilizado, onde se considera como fonte geradora o próprio modelo proposto.

De forma mais específica, o ajuste dos parâmetros deste modelo foi realizado a partir de uma sequência de dados gerada pelo mesmo modelo, arbitrando-se valores para os seus parâmetros . As estatísticas GD, EFRD, EBD, EFBD, P(m,300) e BECF foram estimadas a partir da amostra de erros original e a partir de uma amostra gerada pelo modelo ajustado, sendo ambas as amostras de 2 MBits. Para levantamento das estatísticas EBD, EFBD e fez-se o valor do limiar *inter-bursts* X igual ao valor do parâmetro L do modelo, igual a 80. Os resultados obtidos estão mostrados na Figura 5.3, que apresenta ajustes excelentes, assim comprovando o correto funcionamento dos algoritmos e técnicas empregadas.



Figura 5.3 – Resultados de validação do método de ajuste dos parâmetros do modelo proposto.

## 5.3. Equalizador DFE (Caso I)

Neste caso, foi adotado um equalizador DFE com coeficientes calculados partir de uma estimativa de canal ideal, seguindo uma abordagem de mínimo erro médio quadrático. A modulação empregada foi o PSK-2 com relação  $E_b/N_0$  igual a 10 dB; o modelo de canal adotado foi o modelo C do Proakis [13]; o valor do atraso de decisão foi fixado em 10; os números de coeficientes dos filtros avante (*"feedforward"*) e de realimentação (*"feedback"*) foram 21 e 10, respectivamente. O tamanho da sequência de dados original foi de 2 Mbits. O limiar *inter-bursts X* foi fixado em 5, tendo sido este valor escolhido como por ser o melhor valor de *L*, no sentido ML, com base no gráfico da Figura 5.1.

A Figura 5.4 mostra os resultados obtidos na estimação da distribuição de surtos de erro para este caso. Nota-se que o modelo proposto e o modelo de Fritchman produziram bons ajustes aos dados originais, sendo que o modelo proposto possibilitou uma aproximação um pouco melhor da curva referente aos dados originais.



Figura 5.4 - Estimativas da distribuição de surtos de erros para o Caso I.

A Figura 5.5 apresenta a função autocorrelação estimada. Vê-se nela que o modelo proposto mostrou ter uma precisão um pouco melhor para capturar esta estatística, em relação ao modelo de Fritchman.



Figura 5.5 – Estimativas da função autocorrelação para o Caso I.

A Figura 5.6, por sua vez, mostra que o modelo proposto obteve excelente desempenho na captura da distribuição de gaps. Aqui nenhuma diferença significativa de ajuste foi observada em relação ao obtido com o modelo de Fritchman.



Figura 5.6 – Estimativas da distribuição de gaps para o Caso I.

A Figura 5.7 mostra que, em relação à distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos, ambos os modelos obtiveram excelente desempenho,

sendo que o modelo proposto obteve uma sutil vantagem para valores de b menores do que 18, e que para valores maiores o modelo de Fritchman capturou mais precisamente esta estatística.



Figura 5.7 – Estimativas da distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos para o Caso I.

A Figura 5.8 representa a estimação da função probabilidade de erros por bloco, P(m,n), para um bloco de tamanho 300 bits (n=300). Nota-se que o modelo proposto mostrou um desempenho um pouco melhor que o modelo de Fritchman em capturar esta estatística, e que esta vantagem é mais acentuada para valores de *m* maiores do que 40.



Figura 5.8 – Estimativas da função Probabilidade de erros por bloco para um bloco de tamanho 300 ( P(m,300) ) para o Caso I.

Em suma, os resultados obtidos para Caso I indicam o modelo proposto produziu apenas pequenas melhorias nos ajustes das estatísticas de interesse, em relação ao modelo utilizado como comparação. Porém deve ser lembrada a maior eficiência de ajuste do modelo proposto, que viabilizou um tempo de cálculo de aproximadamente 10 a 30 vezes menor. Deve-se também levar em conta o fato de que o modelo de Fritchman usado para comparação possui oito parâmetros, contra os sete do modelo proposto.

# 5.4. Canal com desvanecimento Rayleigh (Caso II)

Neste caso foram utilizadas amostras obtidas de três simulações em computador de um canal variante no tempo com desvanecimento Rayleigh e espalhamento Doppler modelado pelo espectro de Jakes. Os valores do desvio Doppler máximo normalizado (pela taxa de símbolos) considerados nestas três simulações foram de  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$  e  $10^{-3}$ , e os valores correspondentes da razão  $E_b/N_0$  foram 10 dB, 15 dB e 15 dB. A modulação utilizada foi a PSK-4 com demodulação coerente, sendo suposto um perfeito sincronismo de fase no receptor. O tamanho das sequências de dados (amostras de erros) gerados nas simulações foi de 2 Mbits.

# 5.4.1. Canal com desvio Doppler normalizado de $10^{-1}$ e $E_b/N_0$ de 10 dB

Para o caso em que o desvio Doppler normalizado foi de  $10^{-1}$ , com  $E_b/N_0$  igual a 10 dB, o limiar *interburst* para este caso foi fixado em 5. Este caso será referido daqui por diante como caso II.a.

Diferentemente do caso I.a Figura 5.9 mostra que para este caso houve uma grande diferença entre os ajustes obtidos com os dois modelos, para a estatística distribuição de surtos de erro, sendo observado que o modelo proposto apresentou uma significativa vantagem na captura desta estatística em relação ao modelo de Fritchman.



Figura 5.9 – Estimativas distribuição de surtos de erro para o Caso II.a.

A Figura 5.10 mostra que para a distribuição de gaps, as estimativas geradas pelo modelo proposto apresentam um ajuste muito bom àquelas obtidas dos dados originais, superando o modelo de Fritchman, principalmente para valores de comprimentos de gaps acima de 10.



Figura 5.10 – Estimativas da distribuição de gaps para o Caso II.a.

A Figura 5.11 mostra a estimação de comprimentos de intervalos entre surtos para o Caso II.a. Nela se observa mais uma vez que o modelo proposto possibilitou um melhor ajuste aos dados originais do que o modelo de comparação.



Figura 5.11 – Estimativas da distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos para o Caso II.a.

A Figura 5.12 apresenta a função autocorrelação (BCEF) estimada para o Caso II.a. Apesar de neste caso, os resultados produzidos por ambos os modelos terem deixado a desejar, ainda se observa que o modelo proposto produziu nesta estatística um ajuste um pouco melhor do que o do modelo de comparação.



Figura 5.12 – Estimativas da função autocorrelação (BECF) para o Caso II.a.

A Figura 5.13 apresenta as estimativas da função probabilidade de erros por bloco, P(m,n), para o Caso II.a, para blocos de tamanho 300 bits (n=300). O modelo proposto mostrou um desempenho discretamente melhor do que o modelo de Fritchman para capturar esta estatística, com pequena vantagem para valores de m entre 8 e 20. Para os demais valores de m os dois modelos produziram ajustes aproximadamente iguais.



Figura 5.13 – Estimativas da função Probabilidade de erros por bloco de tamanho 300, P(m,300), para o Caso II.a.

# 5.4.2. Canal com desvio Doppler normalizado de $10^{-2}$ e $E_b/N_0$ de 15 dB

Analogamente à seção anterior, as Figuras 5.14 a 5.18 apresentam as estatísticas de interesse levantadas a partir da sequência de dados obtida com desvio Doppler máximo normalizado de  $10^{-2}$  e razão  $E_b/N_0$  de 15 dB. O limiar *interburst* para este caso foi fixado em 40 para a obtenção destas curvas. Este valor foi baseado na busca do melhor valor de *L* mostrado no gráfico da Figura 5.1. Este caso será referido como Caso II.b.

A Figura 5.14 indica que também para este caso houve um melhor ajuste do modelo proposto em relação ao modelo de Fritchman, no que diz respeito à distribuição de surtos de erro, para todo os valores de *b* considerados.



Figura 5.14 – Estimativas da distribuição de surtos de erro para o Caso II.b.

A Figura 5.15 mostra que para a distribuição de gaps obteve-se um ajuste muito bom aos dados originais com o modelo proposto, superando neste aspecto o modelo de comparação, principalmente para valores de comprimentos de gap acima de 6.



Figura 5.15 – Estimativas da distribuição de gaps para o Caso II.b.

A Figura 5.16 mostra os resultado de estimação da estatística distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos para o Caso II.b. Nela pode ser observado o fato interessante em que o modelo proposto apresentou ajuste com precisão aproximadamente idêntica à obtida com o modelo de Fritchman.



Figura 5.16 – Estimativas da distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos para o Caso II.b.

A Figura 5.17 apresenta a função autocorrelação estimada para o Caso II.b. Apesar de neste caso, ambos os modelos terem deixado a desejar, observa-se que o modelo proposto produziu um desempenho um pouco melhor do que o do modelo de comparação no que diz respeito a capturar esta estatística.



Figura 5.17 – Estimativas da função autocorrelação (BECF) para o Caso II.b.

A Figura 5.18 apresenta os resultados de estimação da função probabilidade de erros por bloco, P(m,n), para o Caso II.b, tendo sido adotado tamanho de bloco igual a 300 (n=300). Observa-se que, de maneira geral, o modelo proposto mostrou ajuste desta estatística um pouco melhor do que o modelo de Fritchman.



Figura 5.18 – Estimativas da função Probabilidade de erros por bloco de tamanho 300 (P(m,300) ), para o Caso II.b.

### 5.4.3. Canal com desvio Doppler máximo de $10^{-3}$ e $E_b/N_0$ de 15 dB

Analogamente às duas seções anteriores, as Figuras 5.19 a 5.22 apresentam as estatísticas de interesse levantadas a partir da sequência de dados obtida com desvio Doppler máximo normalizado de  $10^{-3}$ , e razão  $E_b/N_0$  igual de 15 dB. O limiar *interburst* para este caso foi fixado em 504 para a obtenção destas curvas. Este valor foi o que levou a métrica ML ao seu máximo na pesquisa de L, sendo igualado ao limiar *interburst*, como nos outros casos. Este caso será referido como Caso II.c.

A Figura 5.19 demonstra que também para este caso obteve-se muito melhor ajuste com o modelo proposto em relação ao do modelo de Fritchman, para a estatística distribuição de surtos de erro.



Figura 5.19 – Estimativas da distribuição de surtos de erro para o Caso II.c.

A Figura 5.20 mostra que para a distribuição de gaps, a estimativa gerada pelo modelo proposto apresenta um ajuste muito bom à dos dados originais, superando neste aspecto o modelo de comparação.



Figura 5.20 – Estimativas da distribuição de gaps para o Caso II.c.

A Figura 5.21 mostra os resultados de estimação da distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos para o Caso II.c, e nela se observa que o modelo proposto possibilitou ajuste com precisão bem superior ao do modelo de Fritchman.



Figura 5.21 – Estimativas da distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos para o Caso II.c.

A Figura 5.22 apresenta os resultados de estimação da função probabilidade de erros por bloco, P(m,n), para o Caso II.c, tendo sido adotado tamanho bloco 300 (n=300). Observa-se que de uma maneira geral o modelo proposto possibilitou um ajuste desta estatística bem melhor do que o modelo de Fritchman.



Figura 5.22 – Estimativas da função Probabilidade de erros por bloco de tamanho 300 (P(m,300) ), para o Caso II.c.

Analisando o conjunto de estatísticas estimadas para o Caso II.c observase que, apesar de o modelo proposto possibilitar uma melhor ajuste em relação ao modelo de comparação, de uma maneira geral não as estimativas obtidas não foram muito precisas.

### 5.5. Decodificador de Viterbi (Caso III)

Foram realizadas duas simulações em computador da decodificação de Viterbi com decisão abrupta aplicada a um código convolucional de taxa <sup>1</sup>/<sub>2</sub>, comprimento de restrição ("constraint length') 7, e polinômios geradores (133-171), sendo a probabilidade de erro na sua entrada de 0,1 e 0,05 respectivamente. O tamanho das sequências de dados foi de 2 Mbits.

### 5.5.1. Decodificador com probabilidade de erro de entrada de 0,1

As Figuras 5.23 a 5.27 mostram os resultados obtidos para o caso em que a probabilidade de erro na entrada do decodificador de Viterbi é de 0,1. O limiar *interburst* para este caso foi fixado em com base na busca do melhor valor de L mostrado no gráfico da Figura 5.2. Este caso será referido como Caso III.a.

A Figura 5.23 mostra que houve uma diferença significativa entre os ajustes dos dois modelos para a estatística distribuição de comprimentos de surtos de erro. Observa-se também que o modelo proposto apresentou uma sensível vantagem na captura desta estatística em relação ao modelo de Fritchman.



Figura 5.23 – Estimativas da distribuição de comprimentos de surtos de erro para o Caso III.a.

A Figura 5.24 mostra que para a distribuição de gaps as estimativas geradas pelo modelo proposto mostram um excelente ajuste às obtidas com os dados originais. Observamos ainda que o modelo de comparação também possibilitou grande precisão na captura desta estatística.



Figura 5.24 – Estimativas da distribuição de gaps para o Caso III.a.

A Figura 5.25 mostra os resultados de estimação da estatística distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos para o Caso III.a. Observa-se mais uma vez que o modelo proposto possibilitou um melhor ajuste aos dados originais do que o modelo de comparação.



Figura 5.25 – Estimativas da distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos para o Caso III.a.

A Figura 5.26 apresenta a função autocorrelação (BCEF) estimada para o Caso III.a. Observa-se que o modelo proposto produziu um bom ajuste na captura desta estatística, superando neste aspecto o modelo de comparação,



Figura 5.26 – Estimativas da função autocorrelação (BECF) para o Caso III.a.

A Figura 5.27 representa a estimação da função probabilidade de erros por bloco, P(m,n), para o Caso III.a com tamanho de bloco 300 (n=300). Tanto o modelo proposto quanto o modelo de Fritchman apresentaram resultados excelentes na captura desta estatística, ao ponto de praticamente não se distinguir uma curva da outra na Figura 5.27.



Figura 5.27 – Estimativas da função Probabilidade de erros por bloco de tamanho 300 (P(m,300) ), para o Caso III.a.

### 5.5.2. Decodificador com probabilidade de erro de entrada de 0,05

As Figuras 5.28 a 5.32 mostram os resultados obtidos com o decodificador de Viterbi quando a probabilidade de erro de entrada foi de 0,05. O limiar *interburst* para este caso foi fixado em 30 com base na busca do melhor valor de *L* usando a Figura 5.2. Este caso será referido como Caso III.a.

A Figura 5.28 mostra que houve uma diferença significativa entre os ajustes produzidos pelos dois modelos para a estatística distribuição de comprimentos de surtos de erro, sendo observado que o modelo proposto, de uma maneira geral, viabilizou uma melhor captura desta estatística do que o modelo de Fritchman.



Figura 5.28 – Estimativas da distribuição de comprimentos de surtos de erro para o Caso III.b.

A Figura 5.29 mostra que para a distribuição de gaps a estimativas gerada pelo modelo proposto mostrou um ajuste muito bom à dos dados originais, superando o modelo de comparação, que só obteve ajuste satisfatório para pequenos valores de g.



Figura 5.29 – Estimativas da distribuição de gaps para o Caso III.b.

A Figura 5.30 mostra os resultado de estimação da estatística da distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos para o Caso III.b. Observa-se nesta figura que mais uma vez o modelo proposto possibilitou ajuste com precisão melhor do que o modelo de Fritchman.



Figura 5.30 – Estimativas da distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos para o Caso III.b.

A Figura 5.31 apresenta a função autocorrelação estimada para o Caso III.b. Observa-se que o modelo proposto teve um comportamento um pouco melhor do que o do modelo de comparação, no que diz respeito a capturar esta estatística.



Figura 5.31 – Estimativas da função autocorrelação (BECF) para o Caso III.b.

A Figura 5.32 representa a estimação da probabilidade de erros por bloco P(m,n) para o Caso III.b, com tamanho de bloco de tamanho 300 bits (*n*=300). De maneira geral o modelo proposto produziu um ajuste desta estatística bem melhor do que o obtido com o modelo de Fritchman.



Figura 5.32 – Estimativas da função Probabilidade de erros por bloco de tamanho 300, P(m,300), para o Caso III.b.

Observando-se os resultados apresentados pelas Figuras 5.4 a 5.32, conclui-se parcialmente, que na grande maioria dos casos o modelo proposto produz melhores ajustes do que os obtidos com o modelo de Fritchman. Numa pequena fração dos casos avaliados os dois modelos apresentam precisão aproximadamente igual.

### 5.6. Influência do emprego da técnica PSO

Como já mencionado anteriormente, a técnica PSO foi usada para gerar as estimativas iniciais dos parâmetros do modelo proposto, a serem utilizadas no algoritmo de otimização clássica.

Para ilustrar, de uma forma qualitativa, o efeito do emprego desta técnica, as duas Figuras seguintes apresentam os resultados de estimações feitas com uma sequência de erro de 2 Mbits, originada da simulação do decodificador de Viterbi acima mencionado, com probabilidade de erro de bit em sua entrada igua a 0,1. A Figura 5.33 mostra as estimativas obtidas com inicialização arbitrária do algoritmo de otimização. Neste caso observa-se claramente que a convergência não aconteceu ou se deu para um ponto de máximo local, uma vez que foram obtidos péssimos ajustes para as seis estatísticas escolhidas, a saber: distribuição de gaps, distribuição de surtos de erro, função probabilidade de erros por bloco, distribuição de  $P(0^m|1)$ , distribuição de comprimentos de intervalos entre surtos e função autocorrelação.



Figura 5.33 – Estimativas obtidas sem o emprego do PSO no ajuste do modelo proposto.

A Figura 5.34 apresenta resultados obtidos para o mesmo experimento de simulação (com a mesma amostra de erros), com a diferença de que a inicialização dos parâmetros foi feita empregando-se o PSO. Observam-se agora excelentes ajustes, o que comprova a eficácia na estimação dos parâmetros, conseguida com o uso combinado do PSO e da otimização simples.



Figura 5.34 – Estimativas obtidas com o emprego do PSO no ajuste do modelo proposto.

Em suma, as Figuras 5.33 e 5.34 mostram a importância de uma escolha adequada para os valores iniciais dos parâmetros a serem usados pelo algoritmo de otimização clássica e ainda comprovam a eficácia da técnica PSO como solução para este tipo de problema. Cabe lembrar ainda que este efeito foi obtido de forma eficiente, uma vez que o número de partículas empregado na técnica PSO foi pequeno ao ponto de fazer com que todo o processo de otimização ainda pudesse ser feito com tempo de processamento de 10 a 30 vezes menor do que o gasto para ajuste de parâmetros do modelo de Fritchman usado como referência.