

Daniele Dias de Oliveira

**Transporte de Partículas em escoamento
Laminar entre Duas Placas Paralelas**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-
graduação em Engenharia Mecânica da PUC - Rio.

Orientador: Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Rio de Janeiro
Novembro de 2017

Daniele Dias de Oliveira

**Transporte de Partículas em escoamento
Laminar entre Duas Placas Paralelas**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Paulo Roberto de Souza Mendes

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Marcelo Neves Barreto

Departamento de Indústria – IFF

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 09 de Novembro de 2017

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

Daniele Dias de Oliveira

Daniele Dias de Oliveira graduou-se em Engenharia de Petróleo pela Universidade Estácio de Sá [2012].

Ficha Catalográfica

Oliveira, Daniele Dias

Transporte de partículas em escoamento laminar entre duas placas paralelas / Daniele Dias de Oliveira; orientador: Márcio da Silveira Carvalho. – 2017.

67 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2017.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2. Escoamento laminar. 3. Transporte de partículas. 4. Ressuspensão viscosa. 5. Sedimentação. I. Carvalho, Márcio da Silveira. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 621

À minha família, pelo apoio incondicional,
força e incentivo.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus por mais um objetivo conquistado. Aos meus pais e minha irmã pelo amor, encorajamento e suporte a buscar sempre mais.

À família que encontrei no Rio, que sempre me deu apoio e incentivou minha investida na Pós-Graduação.

Aos meus amigos Igor, Jeferson, Karlus, Luiz Claudio, Marcelo e Thiago por todos os momentos inesquecíveis.

Aos meus amigos, que mesmo distantes, me apoiaram e tornaram a trajetória percorrida muito mais agradável.

Ao meu orientador Professor Márcio pelo incentivo, apoio e dedicação para a realização deste trabalho.

À Tálita, Glaucia, Tamiris e Paulo por toda ajuda na elaboração deste trabalho, pelas dicas e valiosas sugestões.

Aos colegas de pesquisa do Laboratório de Micro-Hidrodinâmica em Meios Porosos, amigos e professores da PUC-Rio.

A CAPES e a PUC-Rio pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

A todos aqueles que contribuíram, direta ou indiretamente, para a sua realização.

Resumo

Oliveira, Daniele Dias; Carvalho, Márcio da Silveira. **Transporte de Partículas em Escoamento Laminar entre duas Placas Paralelas**. Rio de Janeiro, 2017. 67p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O escoamento de suspensões concentradas tem grande importância em diversos segmentos da indústria, representando uma maneira econômica de transportar grandes quantidades de materiais sólidos particulados. Uma das aplicações inclui a etapa de perfuração de poços de petróleo direcionais. No decorrer do processo são gerados sedimentos originários do corte da formação, que são removidos através da operação de limpeza do poço. Durante a limpeza, no trecho de maior inclinação esses sedimentos tendem a se separar da suspensão, pelo efeito gravitacional, formando um leito na parte inferior do anular. Esse leito formado pode causar vários problemas, como redução da taxa de penetração, desgaste prematuro da broca, prisão da coluna de perfuração, fraturamento da formação e torque excessivo na coluna de perfuração. O entendimento do escoamento de suspensões de partículas se torna relevante para o aperfeiçoamento desses processos. Nesse sentido, o objetivo deste trabalho é analisar o escoamento de suspensões de partículas entre duas placas paralelas para estudar a formação de um leito de sedimentos na parte inferior do canal e determinar o efeito dos diferentes mecanismos de migração de partículas neste processo. A formulação matemática do problema inclui as equações de conservação de massa e quantidade de movimento linear e equação de transporte de partículas. Para descrever o transporte de partículas no escoamento foi usado o modelo de fluxo difusivo proposto por Phillips et al. (1992). As equações diferenciais parciais, que descrevem o escoamento de uma suspensão de partículas, são resolvidas pelo método de Elementos Finitos de Galerkin e o sistema não-linear é resolvido através do método de Newton. Os resultados obtidos mostram como a distribuição das partículas sólidas varia com os parâmetros do problema e determina as condições para a formação de um leito de partículas.

Palavras-chave

Escoamento Laminar; Transporte de partículas; Ressuspensão Viscosa; Sedimentação.

Abstract

Oliveira, Daniele Dias; Carvalho, Márcio da Silveira (Advisor). **Particle Transport in Laminar Flow Between Two Parallel Plates**. Rio de Janeiro, 2017. 67p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The flow of solid particles suspended in a liquid medium have great importance in several industry segments representing an economical way to transport large quantities of solid materials. One of the applications includes the flow during directional well drilling. During the process sediments are generated from the formation cutting, which are removed through the wellbore cleaning. During the cleaning, step near the horizontal section of the well, these sediments tend to separate from the suspension by the action of gravity, forming a stationary bed in the bottom of the annular. This stationary bed can cause problems, such as reducing the penetration rate, premature wear of the drill bit, trapping column, fracturing of the formation and high torque. The complete understanding of the flow of solid particles suspension becomes relevant to the improvement of these processes. In this sense, the main goal of this work is to analyze the flow of solid particle suspensions between two parallel plates to investigate the formation of a stationary bed in the bottom of the channel and to determine the effect of different particle migration mechanisms in this process. The mathematical formulation includes the equations of mass (continuity equation) and momentum conservation. The Diffusive Flux Model proposed by Phillips et al. (1992) was used to describe the particle transport in the flow. The partial differential equations, which describe the flow of solid particles suspension, are solved by the Galerkin/Finite Element Method (GFEM) and the non-linear system is solved using Newton's Method. The results show how the distribution of solid particles varies with the problem parameters and determines the conditions for the formation of a stationary bed.

Keywords

Laminar flow; Particle transport; viscous resuspension; Sedimentation.

Sumário

1	Introdução	17
1.1.	Motivação	17
1.2.	Revisão Bibliográfica	19
1.3.	Objetivo	22
2	Modelo Matemático	23
2.1.	Descrição do problema	23
2.2.	Equações de conservação de massa e movimento linear	24
2.3.	Equação de transporte de partículas	28
2.3.1.	Efeitos da variação espacial da frequência de interação	29
2.3.2.	Efeito da variação espacial da viscosidade	30
2.3.3.	Efeito da sedimentação	32
2.4.	Condições de contorno	33
2.5.	Equações adimensionalizadas	34
2.6.	Método de solução	35
2.6.1.	Solução do sistema de equações pelo método de resíduos ponderados de Galerkin	35
2.6.2.	Solução do sistema não linear pelo método de Newton	39
3	Resultados	41
3.1.	Análise de convergência de malhas	41
3.2.	Efeito da Sedimentação das Partículas	45
4	Comentários Finais	62
4.1.	Conclusões	62
4.1.	Sugestões para trabalhos futuros	63
5	Referências bibliográficas	64

Lista de figuras

Figura 1.1 - Representação do transporte de partículas em poços horizontais (Adaptado: NAGANAWA. et al, 2017).	18
Figura 1.2 - Representação do leito de sedimentos formado em poços horizontais (Fonte: LI, Y. et al, 2007).	18
Figura 2.1 - Representação gráfica da configuração do problema (Fonte: Botti, 2015).	23
Figura 2.2 - Viscosidade da suspensão normalizada (Fonte: Silva, 2013).	28
Figura 2.3 - a) Colisões entre dois corpos com taxa de cisalhamento constante e b) Colisões entre dois corpos com variação na taxa de cisalhamento (Adaptado de Phillips et al. 1992).	30
Figura 2.4 - a) Colisões entre dois corpos com viscosidade constante e b) Colisões entre dois corpos com variação de viscosidade. (Phillips et al. 1992).	31
Figura 2.5 - Sedimentação de partículas esféricas ao longo do tempo.	32
Figura 2.6 - Representação das condições de contorno.	33
Figura 3.1 - Perfil de concentração de partículas na malha 1 (10x30).	42
Figura 3.2 - Perfil de concentração de partículas na malha 2 (20x40).	42
Figura 3.3 - Perfil de concentração de partículas na malha 3 (30x50).	43
Figura 3.4 - Perfis de concentração de partículas na saída do canal para os tipos de malha testadas.	44
Figura 3.5 - Detalhamento da oscilação para os 3 tipos de malha testadas.	44
Figura 3.6 - Perfil de concentração de partículas ao longo do canal para o Caso 1: (a) $s = 0$; (b) $s = 5,30 \cdot 10^{-3}$; (c) $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$.	47
Figura 3.7 - Perfil de concentração de partículas ao longo do canal para o Caso 2: (a) $s = 0$; (b) $s = 5,30 \cdot 10^{-3}$; (c) $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$.	49

Figura 3.8 - Perfil de concentração de partículas ao longo do canal para o Caso 3: (a) $s = 0$; (b) $s = 5,30 \cdot 10^{-3}$; (c) $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$.	51
Figura 3.9 - Perfil de concentração de partículas na saída do canal, para $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$.	52
Figura 3.10 - Perfil de concentração de partículas na saída do canal, para $Pe^* = 6,94 \cdot 10^3$.	53
Figura 3.11 - Perfil de concentração de partículas na saída do canal com $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, para os 3 casos analisados.	54
Figura 3.12 - Razão da altura do leito com concentrações acima de 0,5, para $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$, $Pe^* = 6,94 \cdot 10^3$ e $Pe^* = 1,25 \cdot 10^4$.	55
Figura 3.13 - Perfil de velocidade adimensional, na saída do canal, para escoamento laminar desenvolvido entre placas paralelas com $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$.	56
Figura 3.14 - Perfil de velocidade na saída do canal com $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, para os 3 valores de Pe^* analisados.	57
Figura 3.15 - Variação da vazão adimensional com o aumento do parâmetro da sedimentação.	58
Figura 3.16 - Perfil de concentração de partículas na saída do canal para $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, com $Re = 1,90 \cdot 10^{-6}$ e $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$; e $s = 1,51 \cdot 10^{-2}$, com $Re = 9,73 \cdot 10^{-6}$ e $Pe^* = 1,20 \cdot 10^4$.	59
Figura 3.17 - Perfil da velocidade na saída do canal para $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, com $Re = 1,90 \cdot 10^{-6}$ e $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$; e $s = 1,51 \cdot 10^{-2}$, com $Re = 9,73 \cdot 10^{-6}$ e $Pe^* = 1,20 \cdot 10^4$.	60
Figura 3.18 - Variação da vazão adimensional com o aumento do parâmetro da sedimentação para $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$ e $Pe^* = 1,20 \cdot 10^4$.	61

Lista de tabelas

Tabela 2.1 - Graus de liberdade correspondente a cada incógnita.	38
Tabela 3.1 - Malhas usadas no teste de convergência.	41
Tabela 3.2 - Valores dos parâmetros adimensionais para os 4 casos testados.	45
Tabela 3.3 - Razão da altura do leito formado para os valores de sedimentação do caso 1.	46
Tabela 3.4 - Razão da altura do leito formado para os valores de sedimentação do caso 2.	48
Tabela 3.5 - Razão da altura do leito formado para os valores de sedimentação do caso 3.	50
Tabela 3.6 - Vazão adimensional para diferentes valores de s , dos 3 casos analisados.	57
Tabela 3.7 - Razão da altura do leito formado para os valores de sedimentação para o caso com $Re = 9,73 \cdot 10^{-6}$.	59
Tabela 3.8 - Vazão adimensional para diferentes valores de s , com $Pe^* = 1,20 \cdot 10^4$.	60

Lista de símbolos

a	raio da partícula
\vec{g}	vetor aceleração da gravidade
\bar{G}	gradiente da velocidade interpolada
H	altura do canal
\bar{I}	tensor identidade
\underline{J}	matriz Jacobiana do método iterativo de Newton
K_c	coeficiente de migração devido ao gradiente de taxa de cisalhamento
K_η	coeficiente de migração devido ao gradiente de viscosidade
L	comprimento do canal
\vec{n}	vetor normal a parede
N_t	fluxo de migração total de partículas
N_c	fluxo de migração de partículas devido ao gradiente de taxa de cisalhamento
N_η	fluxo de migração de partículas devido ao gradiente de viscosidade
N_g	fluxo de migração de partículas devido a diferença de densidade entre as partículas sólidas e a fase líquida
P	pressão
Pe	número de Peclet Hidrodinâmico
P_o	pressão na entrada do canal
P_s	pressão na saída do canal
Q	vazão do escoamento de suspensão
\bar{Q}	vazão adimensional

Re	número de Reynolds
R	razão do canal
s	número de sedimentação
t	tempo
$\bar{\bar{T}}$	tensor de tensão
u	componente da velocidade da suspensão na direção horizontal
u^*	velocidade adimensional
\vec{u}	vetor velocidade
\vec{u}^T	vetor transposto da velocidade
v	componente da velocidade da suspensão na direção vertical
\vec{W}	vetor da função peso da equação de conservação da quantidade de movimento
x	coordenada horizontal
y	coordenada vertical

Símbolos Gregos

$\dot{\gamma}$	taxa de deformação
$\bar{\bar{\gamma}}$	tensor taxa de deformação
δ	razão da altura do leito com concentração acima de 0,5
Γ	limite do domínio físico
$\bar{\Gamma}$	limite do domínio de referência
$\Delta\rho$	diferença de densidade entre as partículas e a fase líquida
ΔP	diferencial de pressão imposta
λ	razão de difusividade
$\eta(\emptyset)$	viscosidade da suspensão de partículas
η_r	Viscosidade relativa
η_l	viscosidade da fase líquida
$\bar{\xi}$	vetor posição do domínio de referência
ξ	coordenada horizontal do domínio de referência
ρ	densidade
$\bar{\tau}$	tensor de tensão viscoso
φ	função peso para a equação de transporte
φ_j	função base polinomial biquadrática Lagrangiana
\emptyset	concentração de partículas
$\bar{\emptyset}$	concentração média de partículas na entrada do canal
\emptyset_m	concentração de partículas para o grau de empacotamento máximo
χ	função peso para a equação da continuidade
χ_j	função base descontínua linear
$\bar{\psi}$	função peso para a equação do gradiente da velocidade

interpolada

ψ_j função base polinomial bilinear Lagrangeana

Ω domínio físico

$\bar{\Omega}$ domínio de referência

1 Introdução

1.1. Motivação

Partículas sólidas suspensas em fluidos tendem a se depositar no fundo naturalmente, pelo efeito gravitacional. O arraste de sólidos em escoamento de fluidos é um fenômeno frequente em diversos processos tecnológicos e científicos. Em aplicações industriais, as suspensões proporcionam uma maneira econômica de transportar grandes quantidades de materiais sólidos particulados, dentre as quais se destacam o transporte de carvão e minérios em minas e fábricas de processamento, transporte de pós em fábricas de cimento e o movimento de partículas em leitos fluidizados. Na indústria do petróleo o estudo do transporte de partículas encontra uma de suas aplicações mais importantes durante a etapa de perfuração de poços. Durante o processo de perfuração de um poço direcional, principalmente no trecho de maior inclinação, o transporte de sólidos tem sido uma das grandes preocupações.

Na indústria do petróleo, com as descobertas de novos campos, sobretudo campos marítimos, com lâminas d'águas ultra profundas, tem sido usada a técnica da perfuração direcional. Essa técnica utiliza poços inclinados para atingir objetivos em coordenadas diferentes da cabeça de poço, reduzindo custos com instalações submarinas e linhas de produção.

No decorrer do processo de perfuração são gerados sedimentos originários do corte da formação, que são removidos através da operação de limpeza do poço. Essa operação de limpeza consiste em circular um fluido de perfuração, capaz de transportar os sólidos originados até a superfície, pelo espaço anular formado entre a coluna de perfuração e o revestimento.

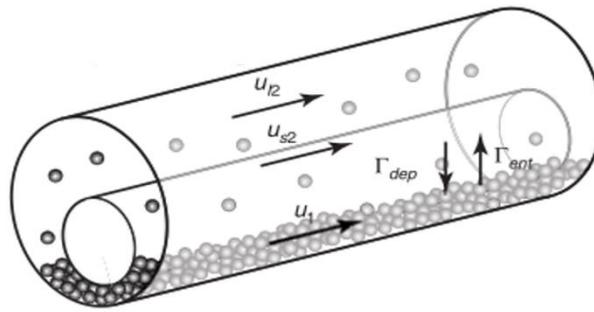


Figura 1.1 – Representação do transporte de partículas em poços horizontais (Adaptado: NAGANAWA. et al, 2017).

No trecho de maior inclinação, se a velocidade do fluido for menor que um valor crítico, esses sedimentos tendem a se separar da suspensão, pelo efeito gravitacional, formando um leito na parte inferior do anular, como esquematizado nas Figuras 1.1 e 1.2. Esse leito formado, dependendo da sua altura e da inclinação do poço, pode causar sérios problemas, como redução da taxa de penetração, desgaste prematuro da broca, perda de circulação, obstrução do anular, prisão da coluna de perfuração, fraturamento da formação e torque excessivo na coluna de perfuração.

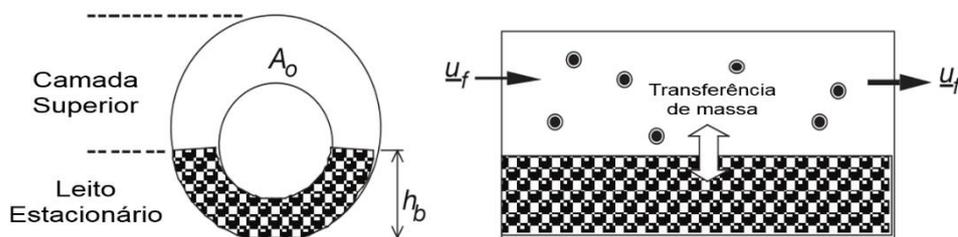


Figura 1.2 – Representação do leito de sedimentos formado em poços horizontais (Fonte: LI, Y. et al, 2007).

No processo de transporte de partículas, num escoamento, quando a velocidade aumenta, os efeitos inerciais e viscosos do fluido manifestam-se progressivamente. Este efeito é conhecido como "ressuspensão viscosa" e foi descrito por Acrivos e Leighton (1986). O completo entendimento do escoamento de suspensões de partículas é essencial para o aperfeiçoamento dos processos industriais em que o desempenho é afetado pelo nível de sólidos dispersos.

1.2. Revisão Bibliográfica

O transporte de partículas suspensas em um fluido foi estudado por diversos autores.

Eckstein et al. (1977), para obter mais informações sobre o mecanismo da difusão induzida por cisalhamento, mediu o movimento das partículas individualmente, onde a posição das partículas foi traçada através de sucessivas imagens. Eles determinaram experimentalmente o coeficiente de autodifusão para a dispersão lateral de partículas esféricas e partículas em forma de disco, em um fluxo de cisalhamento linear e número de Reynolds baixo. Através de um dispositivo Couette de cilindro concêntrico, uma partícula marcada radioativamente teve sua posição analisada. Esse método experimental comprovou ser muito importante para o entendimento do comportamento da difusão induzida por cisalhamento, mais tarde foi aperfeiçoado por Leighton & Acrivos (1987a).

Gadala-Maria (1979) fez medições de propriedades reológicas de uma suspensão de partículas de carvão e observou que, com baixas taxas de cisalhamento, depois de ter sido deixada repousar durante um período de tempo, a suspensão possuía uma viscosidade muito mais baixa do que o que havia sido medido anteriormente ao repouso. Sugeriu também que isso ocorria porque as partículas de carvão, na suspensão, tinham sedimentado durante o repouso. Observou-se que a viscosidade aumentava, quando a taxa de cisalhamento aumentava, atingindo o mesmo valor medido inicialmente, indicando que a camada sedimentada de partículas tinha ressuscitado e que essa ressuspensão também pode ocorrer em números de Reynolds baixos. Gadala-Maria & Acrivos (1980), estudaram a migração de partículas esféricas em uma suspensão utilizando um dispositivo de Couette e verificaram que a viscosidade da suspensão de partículas diminuía com o tempo de cisalhamento e atingiam um valor de equilíbrio para concentrações acima de 0,3.

Leighton & Acrivos (1986), chamaram de ressuspensão viscosa esse fenômeno, onde uma camada de partículas estáticas é colocada em fluxo novamente, através de cisalhamento. Eles mostraram que a diminuição da altura do leito de sedimentação é proporcional a tensão cisalhante aplicada. Leighton & Acrivos (1987a) demonstraram que a diminuição da viscosidade da suspensão observada em seus experimentos foi motivada pela migração de partículas, induzida por cisalhamento. Sua pesquisa provou também que em suspensões

concentradas, a migração ocorre devido as colisões irreversíveis entre duas partículas.

Baseado no modelo desenvolvido por Leighton e Acrivos (1986), Schaflinger et al. (1990) analisaram a ressuspensão viscosa em um escoamento de Hagen- Poiseuille bidimensional e em um fluxo de filme fino ao longo de um plano inclinado. No fluxo do filme, observaram a existência de um valor crítico para a concentração de partículas acima da qual as partículas se sedimentam e formam um leito no fundo, que aumentará com o tempo.

Um número notável de pesquisadores investigou o processo de ressuspensão viscosa, incluindo uma larga faixa de valores de taxa de cisalhamento, concentração e tamanho de partículas. Bossis e Brady (1989) fizeram pesquisas sobre a difusão induzida por cisalhamento como uma função do número de Peclet. Durlofsky e Brady (1989), utilizando elementos de contorno, incorporaram o efeito de parede no escoamento de suspensões.

Em sua pesquisa, Chapman e Leighton (1991) investigaram o processo de ressuspensão entre duas placas e conseguiram controlar e variar, em uma magnitude maior, o gradiente de concentração de partículas. Demonstraram, dessa forma, como a distribuição da concentração de partículas está relacionada à taxa de cisalhamento aplicada e determinaram seu efeito sobre a viscosidade da suspensão. Também realizaram experimentos em um maior número de diâmetros diferentes de partículas, para proporções de altura e taxas de cisalhamento.

Sinton & Chow (1991) demonstraram que a ressonância magnética nuclear pode ser usada para compreender o comportamento de fluxos newtonianos e não-newtonianos, já que permite a visualização do fluxo e tem a capacidade de investigar suspensões de partículas densamente embaladas para determinar, de uma maneira não invasiva, parâmetros estruturais e de composição e velocidades de fluxo ao longo do volume de um material.

A partir de um fluxo de Couette, utilizando ressonância magnética nuclear, Abbott et al. (1991) demonstrou a relação da migração de partículas induzida por cisalhamento sobre o perfil de concentração de partículas e confirmou que as partículas migram de regiões de alta taxa de cisalhamento para regiões onde essa taxa é baixa.

Phillips et al. (1992), usando uma versão modificada das expressões de fluxo difusivo de Leighton e Acrivos (1986), propuseram uma equação de transporte de partículas que descreve a migração de partículas induzida pelo fluxo. Este modelo é também chamado de modelo de fluxo difusivo e considera

os mecanismos de migração induzida pelos gradientes de viscosidade e cisalhamento. Apesar de ser um modelo de fácil implementação e ter fornecido bons resultados para alguns fluxos de cisalhamento típicos, ainda apresenta limitações. Graham et al. (1998) mostraram que alguns parâmetros relacionados a cada mecanismo difusivo, apresentados como coeficientes de difusão constantes e obtidos através de resultados experimentais, não são absolutos (universais) e devem ser modelados como funções da concentração local de partículas.

Zhang & Acrivos (1994), usaram o Modelo de Fluxo Difusivo para estudar o fluxo de Couette e analisar a migração induzida por cisalhamento em suspensões viscosas através do método de elementos finitos de Galerkin.

Morris & Boulay (1999), determinaram uma abordagem reológica onde tensões normais induzidas por cisalhamento normal proporcionam a força motriz para a migração, que é capaz de explicar os fenômenos de migração observados no fluxo curvilíneo de suspensões concentradas. Como as diferenças de tensão normais são relevantes em fluxos curvilíneos, a anisotropia das tensões comprovou ser influente no processo de migração.

Recentemente Silva (2013) e Araujo (2017), considerando a suspensão como um fluido newtoniano e com uma viscosidade dependente da concentração local, incorporaram o modelo de transporte de partículas na análise do escoamento que ocorre no processo de revestimentos de filmes finos e calcularam os perfis de concentração de partículas no filme depositado em um substrato em movimento.

Botti (2015), estudou o escoamento de suspensões entre duas placas paralelas e observou que o efeito de migração devido à diferença de densidade entre as fases da suspensão conduzem as partículas para o fundo do canal e os outros dois mecanismos de migração (devido aos gradientes de viscosidade e de taxa de cisalhamento) conduzem as partículas da base para o topo do canal.

O modelo de fluxo difusivo, por ser mais simples e ter uma boa precisão nos resultados, é a melhor escolha na simulação de migração de partículas, embora existam outros modelos que descrevem essa migração em suspensões concentradas.

1.3. Objetivo

O objetivo deste trabalho é estudar o escoamento de suspensões de partículas sólidas devido a um gradiente de pressão em um canal de placas paralelas. O principal foco é analisar a formação de um leito de partículas na parte inferior do canal e determinar o efeito das diferentes variáveis do problema neste processo.

O escoamento é descrito pelas equações de conservação de massa, quantidade de movimento e pela equação de transporte de partículas. A viscosidade é uma função da concentração em cada ponto.

O conjunto de equações diferenciais é resolvido numericamente através do método de Elementos Finitos de Galerkin, usando o programa desenvolvido por Carvalho (1996) e Romero (2004), com uma extensão incorporada ao código por Silva (2013) e Araujo (2017), que foi desenvolvido no Laboratório de Microhidrodinâmica e Meios Porosos da PUC-Rio.

Os resultados deste estudo mostram o comportamento da suspensão, permitindo avaliar a migração das partículas esféricas em relação a três mecanismos de transporte de partículas e representar o perfil do leito formado na base do canal em função das variáveis do problema.

2 Modelo Matemático

Compreender os fundamentos do escoamento de uma suspensão de partículas é de grande importância para otimização de diferentes processos naturais e industriais.

Este trabalho analisa o escoamento de uma suspensão de partículas não coloidais, esféricas e rígidas entre duas placas paralelas estacionárias. Assume-se escoamento bidimensional, laminar em regime permanente. Este capítulo apresenta a formulação matemática do problema, que inclui as equações de conservação de massa e quantidade de movimento linear, equação de transporte de partículas e as condições de contorno utilizadas.

2.1. Descrição do problema

O objetivo do trabalho é estudar o transporte de partículas sólidas num escoamento laminar para determinar a distribuição de partículas, o perfil de concentração das partículas na saída do canal e a relação vazão-gradiente de pressão em função das propriedades da suspensão.

Foi considerado o escoamento em um canal entre duas placas paralelas, com dimensões L e H . A figura 2.1 apresenta a configuração do problema.

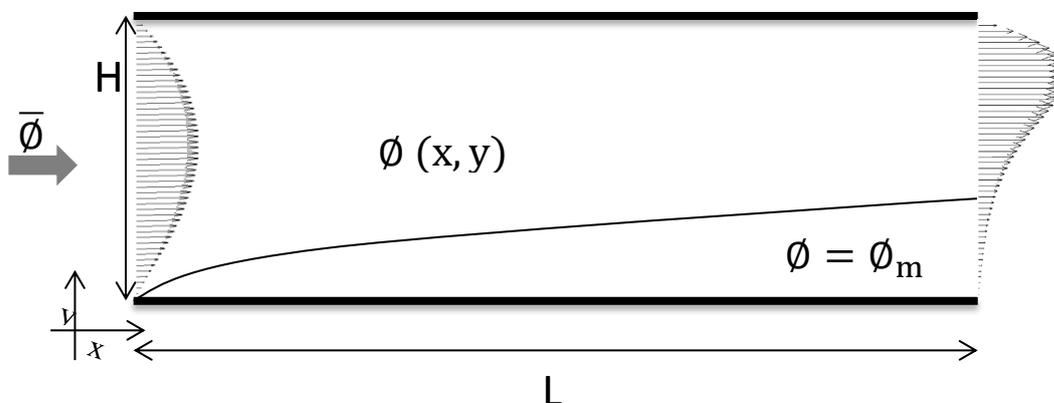


Figura 2.1 - Representação gráfica da configuração do problema (Fonte: Botti, 2015).

O fluxo ocorre devido a diferença de pressão imposta. Na entrada, a concentração de partículas é considerada uniforme. As partículas são arrastadas pelo fluxo e, como são mais densas que o líquido, tendem a sedimentar e formar um leito na parte inferior do canal.

O fluido é considerado Newtoniano, por isso a viscosidade do fluido não varia com a taxa de cisalhamento. No entanto, ela pode variar com a concentração local de partículas.

Assumindo que as partículas são suficientemente grandes, tipicamente com raio maior que $1\mu\text{m}$, o movimento Browniano pode ser ignorado (Bossis e Meunier, 1991).

As forças de inércia também foram desconsideradas na solução do problema por se tratar de um escoamento lento (número de Reynolds baixo).

Para determinar a velocidade e o perfil de concentração das partículas, são utilizadas equações de conservação da quantidade de movimento linear, conservação de massa e transporte de partículas.

As premissas abaixo foram adotadas para resolver este problema:

- Fluido Newtoniano;
- Escoamento bidimensional em regime permanente;
- Escoamento laminar;
- Não deslizamento na parede;
- Fases líquida e sólida incompressíveis;
- Escoamento desenvolvido na seção de entrada;
- Processo isotérmico;
- Considerando efeito gravitacional agindo somente no transporte de partículas.

2.2.

Equações de conservação de massa e movimento linear

O escoamento de uma suspensão de partículas é descrito pelos princípios de conservação de massa e de quantidade de movimento, sendo representadas respectivamente por:

Equação da conservação de massa (equação da Continuidade):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.1)$$

Equação de Conservação da quantidade de movimento linear:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \nabla \cdot \bar{T} + \rho \vec{g}, \quad (2.2)$$

onde ρ é a densidade da suspensão, \vec{u} é o vetor de velocidade, \bar{T} é o tensor de tensão e \vec{g} representa o vetor aceleração da gravidade.

Assumindo as premissas citadas acima, as equações podem ser simplificadas para:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.3)$$

e

$$\nabla \cdot \bar{T} = 0 \quad (2.4)$$

O divergente do tensor de tensões na equação de conservação do momento linear da equação (2.4) está relacionado às forças superficiais atuando sobre um elemento fluido. Tipicamente, o tensor de tensão é decomposto como:

$$\bar{T} = -p\bar{I} + \bar{\tau}, \quad (2.5)$$

onde p representa a pressão, \bar{I} é o tensor identidade e $\bar{\tau}$ é o tensor de tensão devido ao movimento do fluido. Considerando a suspensão como um fluido Newtoniano e a viscosidade variando de acordo com a concentração de partículas, $\bar{\tau}$ é definido como:

$$\bar{\tau} = \eta(\phi)\dot{\gamma}, \quad (2.6)$$

sendo $\eta(\phi)$ a viscosidade da suspensão em função da concentração local de partículas (ϕ) e $\bar{\dot{\gamma}}$ o tensor da taxa de deformação, que é representado por $\bar{\dot{\gamma}} = \nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T$. $\nabla \vec{u}$ representa o gradiente de velocidade.

Existe uma quantidade considerável de trabalhos que analisam a viscosidade de suspensões com partículas em função da concentração. A dissertação inaugural de Einstein incluiu a teoria da viscosidade de uma dispersão diluída de esferas rígidas. Onde η representa a viscosidade da suspensão, η_l a viscosidade do fluido Newtoniano e ϕ a fração de volume de esferas na suspensão, a equação é dada por (Krieger, 1972):

$$\eta = \eta_l \left(1 + \frac{5\phi}{2} \right) \quad (2.7)$$

A equação de viscosidade de Einstein supõe uma suspensão tão diluída que não existe uma interação significativa entre as esferas vizinhas. Outras equações foram desenvolvidas para ampliar a fórmula de Einstein na tentativa de descrever a viscosidade de fluidos com elevadas concentrações de sólidos.

Krieger e Dougherty (1959) propuseram uma equação semi-empírica que mostra o efeito de uma partícula, onde as interações moleculares não interferem na viscosidade da fase líquida, em suspensões mais concentradas. Eles consideraram a contribuição de várias amostras de suspensão para a fração de volume total de partículas e para a viscosidade da suspensão. B e ϕ_m são considerados parâmetros de ajuste e para partículas esféricas, o valor aproximado do produto do expoente ($B \cdot \phi_m$) é igual a 2 e a equação é dada por:

$$\eta_r = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m} \right)^{-B \cdot \phi_m} \quad (2.8)$$

Batchelor e Green (1972), acrescentaram termos de ordem superior, na fórmula de Einstein, representando assim o efeito das esferas vizinhas e tornando a equação apropriada para concentrações um pouco maiores.

Outros autores desenvolveram equações para representar a viscosidade relativa da suspensão em função da concentração de partículas local. Alguns dos modelos são os seguintes:

- Leighton e Acrivos (1986)

$$\eta_r = \left(1 + \frac{1,5\phi}{1 - \frac{\phi}{\phi_m}} \right)^2 \quad (2.9)$$

- Morris and Boulay (1999)

$$\eta_r = 1 + 2,5\phi \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m} \right)^{-1} + 0,1 \left(\frac{\phi}{\phi_m} \right)^2 \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m} \right)^{-2} \quad (2.10)$$

- Zarraga et al. (2000)

$$\eta_r = \frac{e^{-2,34\phi}}{\left(1 - \frac{\phi}{\phi_m} \right)^3} \quad (2.11)$$

Esses modelos teóricos descrevem a viscosidade de uma suspensão de partículas e retratam a viscosidade relativa da suspensão em função da concentração de partículas sólidas e relacionam, essa concentração de partículas, com a máxima concentração de sólidos que a suspensão pode suportar. Por ser o que melhor descreve a viscosidade de uma suspensão de partículas esféricas rígidas e devido à sua fácil implementação, o modelo de Krieger & Dougherty (1959) é amplamente utilizado no estudo de reologia de suspensões. Nesse estudo, será usado uma variação desse modelo proposto por Krieger (1972):

$$\eta_r = \frac{\eta(\phi)}{\eta_l} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m} \right)^{-2,67 \cdot \phi_m}, \quad (2.12)$$

sendo que η_r representa a viscosidade relativa da suspensão, $\eta(\phi)$ é a viscosidade efetiva, η_l é a viscosidade da fase contínua, ϕ é a concentração volumétrica de partículas e ϕ_m é a fração máxima de partículas, que corresponde ao valor de máximo empacotamento.

A fração máxima de partículas para o empacotamento depende fortemente da forma e da interação das partículas. Seu valor encontra-se entre 0,55 e 0,72, para esferas monodispersas. O figura 2.2 mostra a variação da viscosidade com a concentração de partículas.

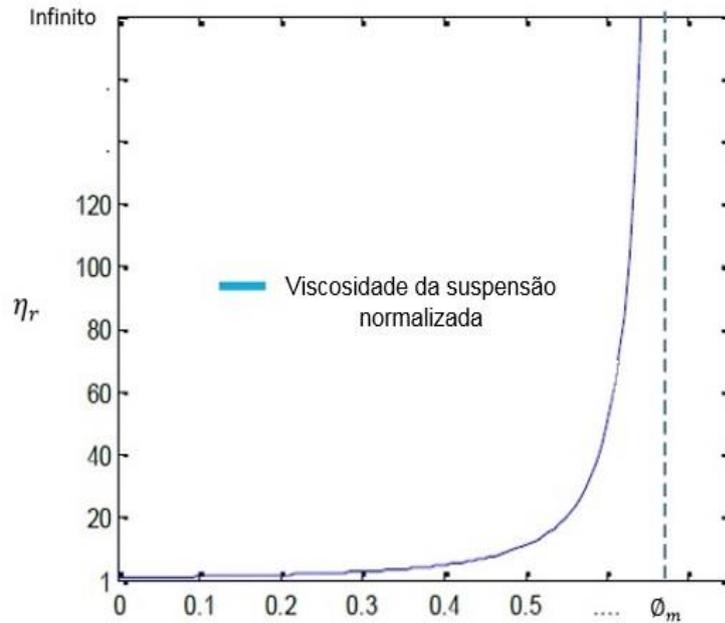


Figura 2.2 - Viscosidade da suspensão normalizada (Fonte: Silva, 2013).

Phillips et al. (1992) sugerem uma fração máxima de partículas para o empacotamento igual a 0,68, logo:

$$\eta_r = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-1,82} \quad (2.13)$$

2.3. Equação de transporte de partículas

Neste trabalho, o transporte de partículas no escoamento, é descrito pelo modelo de fluxo difusivo proposto por Phillips et al. (1992). O modelo descreve o campo de concentração de partículas através de uma equação convectivo-difusiva, que leva em conta diferentes tipos de interações importantes que ocorrem em suspensões concentradas de partículas. Essas interações referem-se à influência que uma partícula tem sobre o movimento de uma partícula vizinha (Phillips et al., 1992).

Nas suspensões concentradas de partículas, existem vários tipos de mecanismos de interação. Na simulação numérica, ainda não é viável considerar todos esses tipos. Por isso só serão considerados os mais importantes nesse estudo, que são: efeito da variação espacial da frequência de interação (N_c); efeito da variação espacial da viscosidade (N_η) e o efeito da sedimentação (N_g).

O fluxo total de partículas que surge a partir desses diferentes mecanismos de interação é representado por \vec{N}_t e a equação de transporte de partículas é definida por:

$$\nabla \cdot (\vec{u}\phi) + \nabla \cdot (\vec{N}_t) = 0 \quad (2.14)$$

Como N_t representa todos os mecanismos de interação, a equação pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\nabla \cdot (\vec{u}\phi) = -\nabla \cdot (\vec{N}_c + \vec{N}_\eta + \vec{N}_g) \quad (2.15)$$

Para compreender melhor a migração de partículas, é importante discutir como os diferentes mecanismos de interação de partículas atuam.

2.3.1. Efeitos da variação espacial da frequência de interação

De acordo com Phillips et al. (1992), é conveniente pensar em um escoamento cisalhante como um conjunto de superfícies que deslizam uma em relação à outra. A taxa de cisalhamento está diretamente relacionada com a diferença de velocidade dessas superfícies.

Quando as partículas estão localizadas em superfícies adjacentes que se movem com velocidades diferentes, pode ocorrer uma colisão entre elas. Como essa interação entre as partículas é irreversível, elas tendem a migrar de uma região de maior frequência de colisões para regiões de menor frequência de colisões. A figura 2.3 mostra um diagrama de uma colisão irreversível entre duas partículas, em um fluxo de cisalhamento.

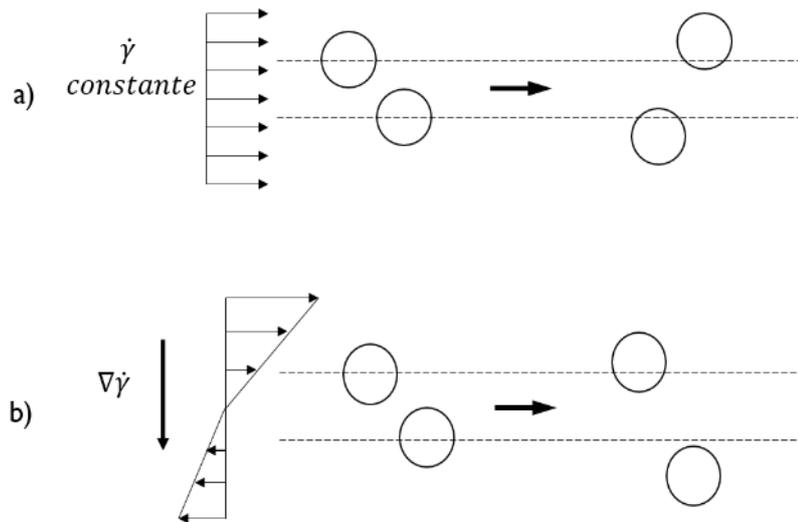


Figura 2.3 - a) Colisões entre dois corpos com taxa de cisalhamento constante e b) Colisões entre dois corpos com variação na taxa de cisalhamento (Adaptado de Phillips et al. 1992).

Em uma suspensão concentrada, o número de colisões sofridas por uma partícula, submetida a um fluxo de cisalhamento, é proporcional a $\dot{\gamma}\phi$ (onde $\dot{\gamma}$ é a magnitude da taxa de cisalhamento local). A variação na frequência de colisão em uma distância $\mathcal{O}(a)$ é dada então por $a\nabla(\dot{\gamma}\phi)$. Assumindo que a velocidade de migração de partículas é proporcional a variação na frequência de colisão e que cada uma dessas interações de dois corpos origina um deslocamento de $\mathcal{O}(a)$, o fluxo de partículas é dado por (Phillips et al., 1992):

$$\vec{N}_c = -K_c a^2 (\phi^2 \nabla \dot{\gamma} + \phi \dot{\gamma} \nabla \phi), \quad (2.16)$$

onde K_c representa uma constante de proporcionalidade obtida experimentalmente e a corresponde ao raio da partícula.

2.3.2. Efeito da variação espacial da viscosidade

Por causa da existência de gradientes na concentração de partículas, uma interação entre duas partículas pode ser afetada pela variação espacial da

viscosidade. Os gradientes da viscosidades estão relacionados a gradientes de concentração, já que a viscosidade da suspensão é uma função apenas da concentração local.

Regiões de maior viscosidade geram uma maior resistência ao movimento das partículas enquanto as regiões de menor viscosidade apresentam uma resistência menor. Como resultado, as partículas tendem a migrar para regiões em que essa resistência ao movimento seja mais baixa. O perfil do fluxo de partículas é apresentado na figura 2.4, que mostra a migração de regiões de alta viscosidade para regiões de baixa viscosidade.

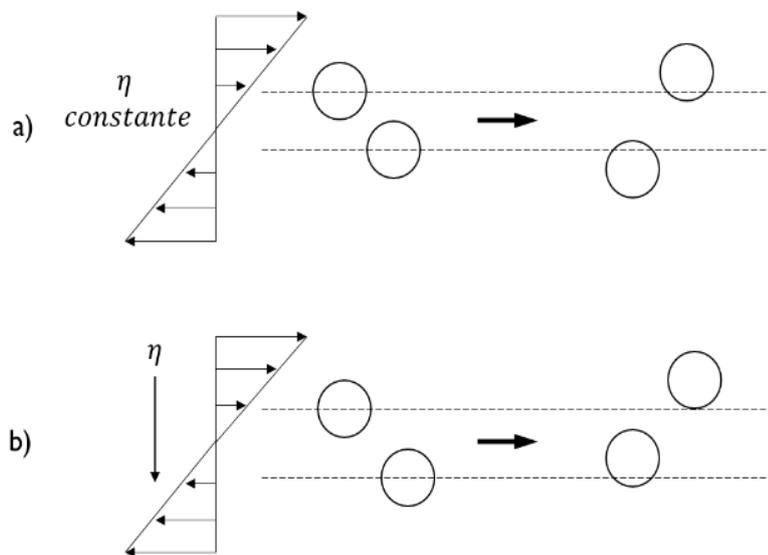


Figura 2.4 - a) Colisões entre dois corpos com viscosidade constante e b) Colisões entre dois corpos com variação de viscosidade. (Phillips et al. 1992).

Segundo Leighton & Acrivos (1987), a velocidade do movimento é proporcional à variação da viscosidade sobre uma distância de $\mathcal{O}(a)$, relativa à magnitude geral da viscosidade, $(a/\eta)\nabla\eta$. Se cada interação causa um deslocamento de $\mathcal{O}(a)$ e a escala de frequência de interação é $\dot{\gamma}\phi$, então a escala de velocidade de migração é $(\dot{\gamma}\phi)(a^2/\eta)\nabla\eta$. Multiplicando o resultado por ϕ e usando a equação $\eta_r = (1 - \phi/\phi_m)^{-1.82}$, para expressar o gradiente de viscosidade em termos de $\nabla\phi$, obtém-se (Phillips et al., 1992):

$$\vec{N}_\eta = -K_\eta \dot{\gamma} \phi \left(\frac{a^2}{\eta} \right) \frac{d\eta}{d\phi} \nabla \phi, \quad (2.17)$$

onde K_η representa uma constante de proporcionalidade obtida experimentalmente e o fluxo de partículas devido à variação espacial da viscosidade é representado por \vec{N}_η .

2.3.3. Efeito da sedimentação

Esse mecanismo está relacionado a diferença de densidade entre a fase líquida e sólida, que provoca a sedimentação das partículas e influencia em sua distribuição dentro do canal, conforme ilustrado na figura 2.5.

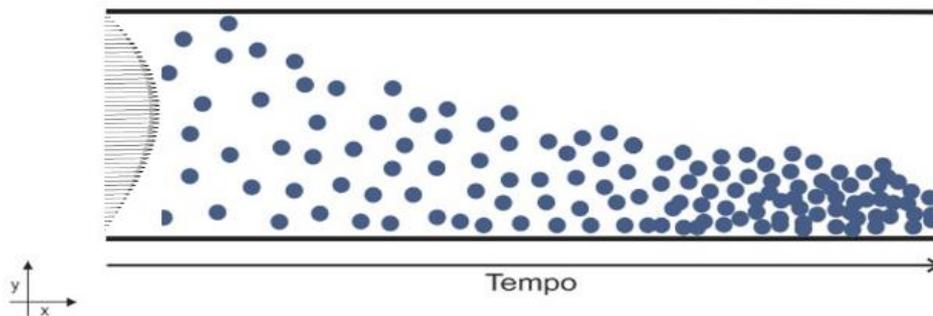


Figura 2.5 - Sedimentação de partículas esféricas ao longo do tempo.

De acordo com as análises feitas por Leighton e Acrivos (1986), a equação usada para representar o fluxo de partículas causado pela gravidade é dada por:

$$\vec{N}_g = \frac{2}{9} \phi f(\phi) \frac{a^2 \vec{g} \Delta \rho}{\eta_l}, \quad (2.18)$$

$f(\phi)$ é uma função da concentração e representa a resistência à sedimentação de partículas, causado pela presença de outras partículas na suspensão, a é o raio da partícula, $\Delta \rho$ é a diferença de densidade e η_l é a viscosidade do fluido.

Schaflinger et al (1990) usou uma função, obtida em experimentos de sedimentação vertical, para representar $f(\phi)$, por não ter informações sobre essa função na presença de cisalhamento. Ela pode ser representada pela equação (2.19), onde η_r simboliza a viscosidade relativa.

$$f(\phi) = \frac{1 - \phi}{\eta_r} \tag{2.19}$$

Reescrevendo a equação (2.18), a equação que representa o fluxo de partículas causado pela gravidade é dada por:

$$\vec{N}_g = \frac{2}{9} \frac{a^2 \vec{g} \Delta \rho}{\eta_l} \phi \left(\frac{1 - \phi}{\eta_r} \right) \tag{2.20}$$

2.4. Condições de contorno

As condições de contorno são fundamentais para terminar a formulação do problema. A figura 2.6 representa as condições de contorno usadas no problema.

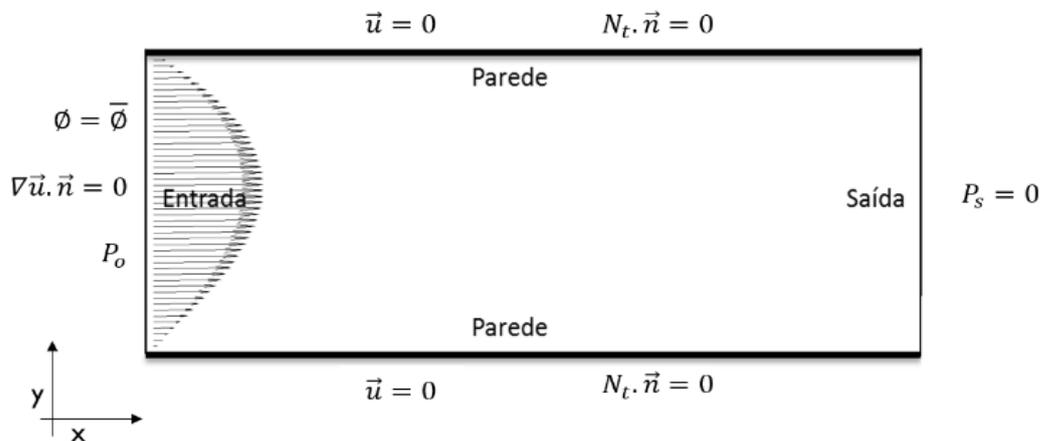


Figura 2.6 - Representação das condições de contorno.

A concentração de partículas é considerada uniforme no início do canal, $\phi = \bar{\phi}$. O escoamento ocorre devido a uma diferença de pressão, onde a pressão de entrada (P_o) e a pressão de saída (P_s) são impostas. O perfil de velocidade (\bar{u}) na entrada é desenvolvido.

O canal apresenta uma altura H e comprimento L . Na parede do canal foram adotadas as condições de não deslizamento e sem fluxo de partículas.

2.5. Equações adimensionalizadas

Os números adimensionais possibilitam a obtenção de dados de situações geometricamente similares e facilitam análises paramétricas. Nesse estudo, os parâmetros adimensionais usados são o número de Peclet hidrodinâmico, a razão de difusividade, o número de sedimentação, número de Reynolds, a vazão adimensional e a razão entre altura e comprimento do canal. Eles são relevantes para compreender a maneira como a concentração de partículas varia, de acordo com as características do escoamento.

O número de Peclet (Pe) é uma relação entre o transporte convectivo e transporte difusivo das partículas. Normalmente essa difusão é a browniana. Como as partículas são grandes o suficiente para desprezar a difusão browniana, a difusão considerada na definição do número de Peclet é a difusão induzida pelo escoamento. Por conveniência o fluxo difusivo usado foi a difusão devido ao gradiente de frequência de colisão e a equação é dada por:

$$Pe = \frac{\text{Transporte convectivo}}{\text{Transporte difusivo}} = \frac{H \cdot V}{\left(\frac{V}{H}\right) \cdot a^2 \cdot K_c} = \frac{H^2}{a^2 \cdot K_c} \quad (2.21)$$

A razão de difusividade (λ) estabelece uma relação entre a constante de proporcionalidade do mecanismo de efeito da variação espacial da frequência de interação (K_c) e a constante de proporcionalidade do mecanismo de efeito da variação espacial da viscosidade (K_η). Essa razão mostra a participação de cada mecanismo difusivo no transporte das partículas:

$$\lambda = \frac{K_c}{K_\eta} \quad (2.22)$$

O número de sedimentação (s) é uma relação entre o transporte de partículas causado pela sedimentação com o transporte convectivo de partículas. Dessa forma, a equação estabelece que:

$$s = \frac{2}{9} \left(\frac{a^2 \cdot g \cdot \Delta \rho \cdot L}{H^2 \cdot \Delta P} \right) \quad (2.23)$$

A vazão adimensional representa a razão entre a vazão do escoamento de suspensão e a vazão obtida se a concentração de partículas (e a viscosidade do líquido) fosse uniforme.

$$\bar{Q} = \frac{Q}{Q_m} = \frac{Q}{\frac{H^3}{12\bar{\eta}} \cdot \frac{\Delta P}{L}} \quad (2.24)$$

Número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho_l \cdot H^3}{12 \cdot \eta(\Phi)} \frac{\Delta P}{L} \quad (2.25)$$

Razão do canal:

$$R = \frac{L}{H} \quad (2.26)$$

2.6. Método de solução

As equações diferenciais parciais, que descrevem o escoamento de uma suspensão de partículas, serão resolvidas pelo método de Elementos Finitos de Galerkin. Nesse método de resíduos ponderados, a solução desconhecida é expandida em um conjunto de funções base, com constantes ajustáveis, que são escolhidas para fornecer a melhor aproximação da solução da equação diferencial (Finlayson, 1972).

2.6.1. Solução do sistema de equações pelo método de resíduos ponderados de Galerkin

As funções base usadas para representar o campo de velocidade (elementos biquadráticos) apresentam gradientes descontínuos nas fronteiras

dos elementos, tornando necessário uma abordagem especial para evitar esse problema. Um modo para tratar essa singularidade da formulação fraca foi proposto por Szad et al. (1995), onde o gradiente de velocidade é tratado como um campo independente com uma interpolação contínua. O gradiente de velocidade interpolado é representado por $\bar{\bar{G}}$ e é dado por:

$$\bar{\bar{G}} = \nabla \bar{u} \quad (2.27)$$

Contudo, em fluxos incompressíveis, o campo de velocidade aproximado não é exatamente desprovido de divergência, o traço do gradiente de velocidade aproximado não é nulo. Para garantir que o gradiente de velocidade interpolado, $\bar{\bar{G}}$, seja contínuo em todo o domínio e com traço nulo, Pasquali & Scriven (2002) propuseram uma nova formulação, dada por:

$$\bar{\bar{G}} = \nabla \bar{u} - \frac{\nabla \cdot \bar{u}}{\text{tr} \bar{I}} \bar{I} \quad (2.28)$$

Com as equações da conservação de massa (2.3), quantidade de movimento (2.4), transporte de partículas (2.10), gradiente de velocidade interpolado (2.23) e condições de contorno mencionadas, o sistema foi resolvido usando o método de Galerkin e Petrov-Galerkin com elementos finitos quadrilaterais, onde o resíduo da aproximação de cada equação é multiplicado por um função peso e a integral ao longo de todo o domínio $\bar{\Omega}$ é forçada a ser nula.

A formulação fraca do problema abordado neste trabalho é dada por:

$$R_c = \int_{\bar{\Omega}} (\nabla \cdot \bar{u}) x J_T d\bar{\Omega}, \quad (2.29)$$

$$R_m = \int_{\bar{\Omega}} (\bar{\bar{T}} : \nabla \bar{W}) J_T d\bar{\Omega} - \int_{\bar{\Gamma}} (\bar{n} \cdot \bar{\bar{T}}) \cdot \bar{W} \left(\frac{d\bar{\Gamma}}{d\bar{\Gamma}} \right) d\bar{\Gamma}, \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned}
R_t = \int_{\bar{\Omega}} \left[(\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \phi) \varphi + \bar{D} \nabla \phi \cdot \nabla \varphi + K_c a^2 \phi^2 \nabla \dot{\gamma} \cdot \nabla \varphi \right. \\
\left. + \frac{2}{9} \phi f(\phi) \frac{a^2}{\eta_l} \Delta \rho \vec{g} \cdot \nabla \varphi \right] J_T d\bar{\Omega} \\
- \int_{\bar{\Gamma}} \left[\bar{\mathbf{n}} \cdot (\bar{D} \nabla \phi + K_c a^2 \phi^2 \nabla \dot{\gamma} + \frac{2}{9} \phi f(\phi) \frac{a^2}{\eta_l} \Delta \rho \vec{g} \cdot \nabla \varphi) \right] \varphi \left(\frac{d\Gamma}{d\bar{\Gamma}} \right) d\bar{\Gamma}, \quad (2.31)
\end{aligned}$$

$$R_G = \int_{\bar{\Omega}} \left(\bar{G} - \nabla \bar{\mathbf{u}} + \frac{\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}}{\text{tr} \bar{\mathbf{I}}} \bar{\mathbf{I}} \right) \cdot \psi J_T d\bar{\Omega}, \quad (2.32)$$

onde x é a função peso linear descontínua da equação de conservação de massa, $\bar{\mathbf{W}}$ é o vetor da função peso da equação da conservação da quantidade de movimento, dado por $\bar{\mathbf{W}} = (\varphi_1, \varphi_2)$. $\bar{\psi}$ é o vetor da função peso para a equação do gradiente de velocidade interpolado, dado por $\bar{\psi} = (\psi_1, \psi_2)$. Na formulação fraca referente a equação de transporte de partículas, \bar{D} é dado por:

$$\bar{D} = K_c a^2 \phi \dot{\gamma} + K_\eta \dot{\gamma} \phi \left(\frac{a^2}{\eta} \right) \frac{d\eta}{d\phi} \quad (2.33)$$

De acordo com a formulação do método de elementos finitos, os campos desconhecidos do problema são escritos como uma combinação linear de funções base, que no método de Galerkin, são iguais às funções peso correspondentes. Os campos desconhecidos, velocidade (u e v), pressão (p), concentração de partículas (ϕ) e gradientes de velocidade interpolados (G_{ux}, G_{uy}, G_{vx} e G_{vy}) são escritos como:

$$u = \sum_{j=1}^n (U_j \varphi_j), \quad v = \sum_{j=1}^n (V_j \varphi_j) \quad (2.34)$$

$$p = \sum_{j=1}^m (P_j x_j) \quad (2.35)$$

$$\phi = \sum_{j=1}^n (\phi_j \varphi_j) \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} G_{ux} &= \sum_{j=1}^l (Gux_j \psi_j), & G_{uy} &= \sum_{j=1}^l (Guy_j \psi_j) \\ G_{vx} &= \sum_{j=1}^l (Gvx_j \psi_j), & G_{vy} &= \sum_{j=1}^l (Gvy_j \psi_j) \end{aligned} \quad (2.37)$$

onde $U_j, V_j, P_j, \phi_j, x_j, y_j, Gux_j, Guy_j, Gvx_j$ e Gvy_j são os coeficientes utilizados na combinação linear que são as incógnitas do problema.

Foram usados elementos finitos quadrilaterais nesse estudo. As funções base/peso utilizadas foram Lagrangeanas biquadráticas, $\varphi_j(\xi, \eta)$, para velocidade e concentração; funções base linear descontínua, $\chi_j(\xi, \eta)$, para pressão; e polinômios lagrangeanos bilineares, $\psi_j(\xi, \eta)$, para o gradiente de velocidade interpolado.

Cada elemento é composto por 9 nós e 64 graus de liberdade locais. A lista dos graus de liberdade de cada elemento, relacionado a cada incógnita, é apresentada na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Graus de liberdade correspondente a cada incógnita.

Variável	Graus de liberdade
v	1 ... 9
u	10 ... 18
ϕ	19 ... 27
p	28 ... 30
G_{ux}	31 ... 34
G_{uy}	35 ... 38
G_{vx}	39 ... 42
G_{vy}	43 ... 46

2.6.2. Solução do sistema não linear pelo método de Newton

As integrais dos resíduos ponderados são calculadas no domínio de referência utilizando o Método da Quadratura Gaussiana, com três pontos de integração em cada direção. O método dos resíduos ponderados, juntamente com uma interpolação das incógnitas do problema, leva a um sistema de equações algébricas não lineares. Esse sistema é resolvido através do método de Newton e sua representação em notação compacta é:

$$\vec{R}(\vec{c}; \vec{\lambda}) = 0, \quad (2.38)$$

onde \vec{R} representa o vetor de resíduos ponderados; \vec{c} representa o vetor solução, onde estão inclusos os coeficientes das funções base, que são as incógnitas do problema; e $\vec{\lambda}$ representa o vetor dos parâmetros que governam o problema.

O método de Newton lineariza o sistema de equações algébricas não lineares e a solução deste sistema linear é descrito da seguinte forma:

$$\underline{J} \delta \vec{c} = -\vec{R}(\vec{c}; \vec{\lambda}) \quad (2.39)$$

$$\delta \vec{c} = \vec{c}^{k+1} - \vec{c}^k \quad (2.40)$$

Os componentes da matriz jacobiana \underline{J} , que expressam a sensibilidade de cada equação algébrica em relação a cada incógnita do problema, são definidos por:

$$J_{ij} \equiv \frac{\partial R_i}{\partial C_j} \quad (2.41)$$

A matriz jacobiana foi calculada numericamente através de um esquema de diferenças centrais. Ela é representada da seguinte maneira:

$$J_{ij} = \frac{R_i(c_1, \dots, c_j + \epsilon, \dots) - R_i(c_1, \dots, c_j - \epsilon, \dots)}{2\epsilon} \quad (2.42)$$

O parâmetro de perturbação foi de $\epsilon = 10^{-6}$. O procedimento iterativo prossegue até que a equação (2.38) seja satisfeita. O processo termina quando a norma L_2 , do vetor resíduo, satisfaça a desigualdade $\|R\|_2 \leq 10^{-6}$.

O código utilizado é uma continuação do programa, escrito em Fortran 77/90, que foi desenvolvido por Carvalho (1996) e Romero (2004). O programa foi largamente testado em fluidos Newtonianos e não Newtonianos, em diversas geometrias. Romero (2004) também testou a implementação de modelos viscoelásticos para polímeros, aplicados à problemas com superfícies livres. Quintella et al. (2007) utilizaram o código para estudar fluxos de deslocamento de soluções poliméricas em capilares. Silva (2013) e Araujo (2017) incorporaram ao código o modelo de transporte de partículas em uma suspensão, que foi usada nesta pesquisa.

O programa é composto pelo PREPRO, onde a geometria, o número de regiões, o número de elementos, o tipo de fluido e as condições de contorno são definidas; pelo SOLVER, onde são geradas as soluções; e pelo POSTPRO, onde são gerados os arquivos com os dados dos resultados.

3 Resultados

Neste capítulo, são apresentados os resultados das simulações do escoamento laminar de suspensão de partículas através de um canal entre placas paralelas. O objetivo principal da análise foi estudar o efeito da migração das partículas durante o fluxo. As previsões mostram regiões com alta e baixa concentração de partículas de acordo com as variáveis do problema.

A geometria do canal e a concentração de partículas na entrada do escoamento não foram alterados de um teste para outro. Na geometria do canal foi usada a razão $L/H = 200$ e na concentração de partículas na entrada foi usado $\bar{\phi} = 0,30$.

Inicialmente, é realizado um teste de convergência de malha para demonstrar que os resultados são independentes do refinamento da malha. Em seguida, investigamos a distribuição final das partículas no fluxo variando o parâmetro de sedimentação, a razão de difusividade, o número de Peclet e o número de Reynolds. Os resultados mostram os campos de concentração de partículas e velocidade, bem como a distribuição de partículas na saída do canal.

3.1. Análise de convergência de malhas

Inicialmente, testou-se a convergência da solução para três malhas diferentes. A Tabela 3.1 mostra o número de elementos em cada malha. A malha 1 é composta por 300 elementos, a malha 2 é composta por 800 elementos e a malha 3 é composta por 1500 elementos.

Tabela 3.1 - Malhas usadas no teste de convergência.

Malha	Número de elementos na direção y	Número de elementos na direção x	Número de nós
Malha 1	10	30	1281
Malha 2	20	40	3321
Malha 3	30	50	6161

As simulações foram realizadas para uma suspensão de partículas com $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, $Pe = 1,39 \cdot 10^5$, $\lambda = 0,1$ e $Re = 1,90 \cdot 10^{-6}$. As Figuras 3.1, 3.2 e 3.3 apresentam o campo de concentração de partículas no canal para as três malhas testadas.

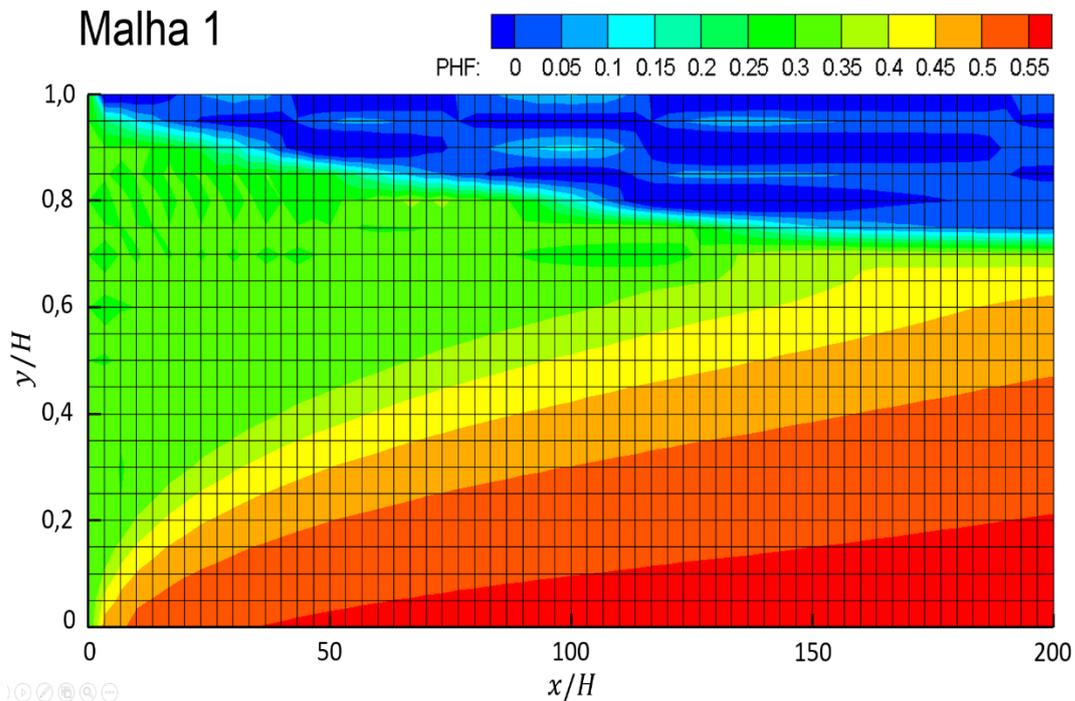


Figura 3.1 - Perfil de concentração de partículas na malha 1 (10x30).

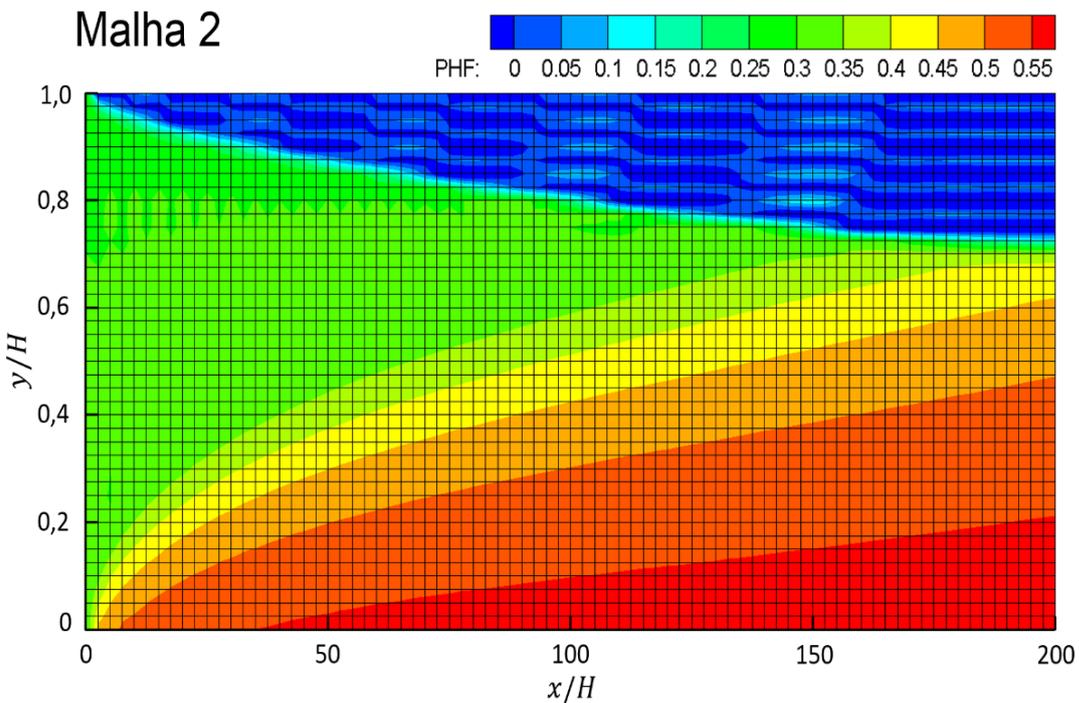


Figura 3.2 - Perfil de concentração de partículas na malha 2 (20x40).

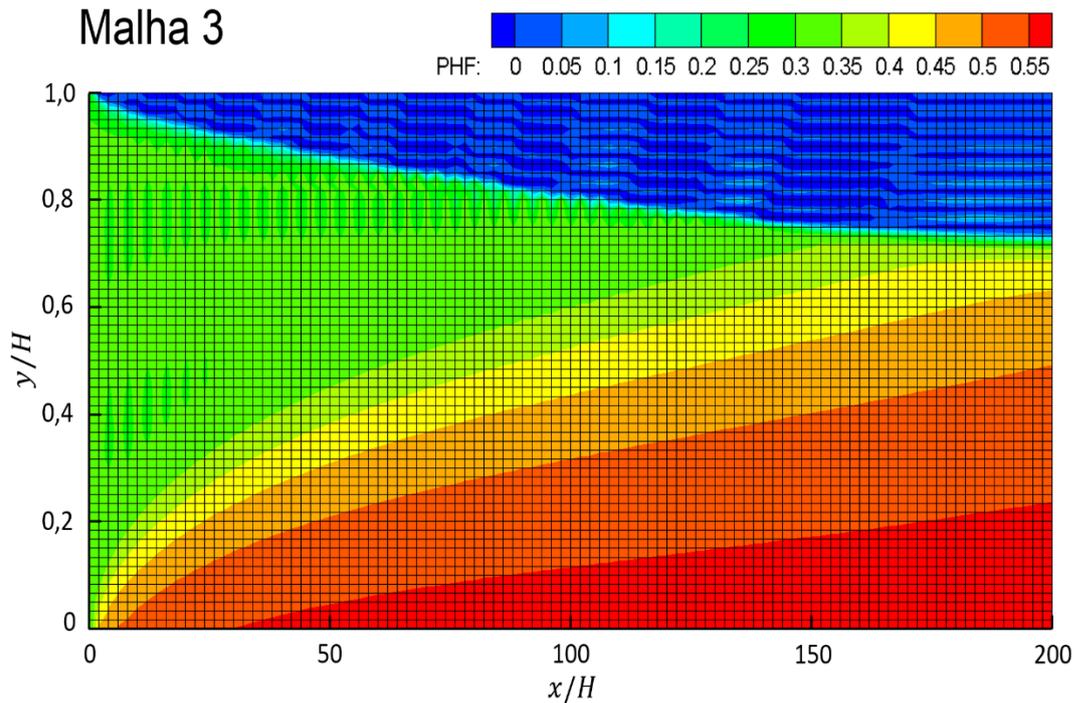


Figura 3.3 - Perfil de concentração de partículas na malha 3 (30x50).

As previsões obtidas com as malhas 1, 2 e 3 são praticamente as mesmas para todos os casos considerados. Observou-se também que à medida que a malha era refinada, a convergência do método de Newton tornava-se mais difícil, já que o número de graus de liberdade do problema não linear aumenta consideravelmente com a densidade da malha.

O gráfico da Figura 3.4 mostra o perfil de concentração das partículas na saída do canal. As partículas tendem a se concentrar na parte inferior do canal, formando um leito. Consequentemente, a quantidade de partículas diminui na parte superior do canal, por onde praticamente flui apenas a fase líquida ($\phi \cong 0$). O gráfico mostra também uma oscilação na parte superior, detalhada na Figura 3.5, causada por problemas numéricos, já que as funções base consideradas são contínuas e o perfil apresenta uma região de alto gradiente de concentração. O resultado obtido com a malha 3 apresenta uma amplitude de oscilação menor que o apresentado com a malha 2, pois a instabilidade diminui quando se refina a malha. Já a malha 1 apresentou uma oscilação menor, por não ter tantos elementos na direção y , quanto as malhas 2 e 3.

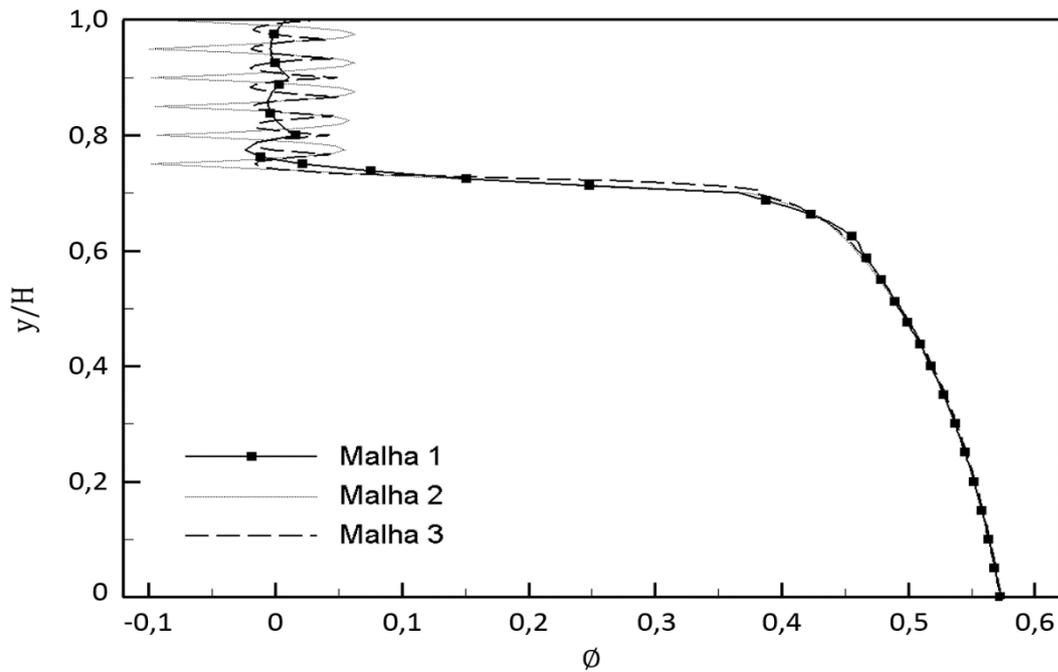


Figura 3.4 - Perfis de concentração de partículas na saída do canal para os tipos de malha testadas.

Para evitar esse tipo de problema, deveria ser usada alguma técnica ou outra função que permitisse a descontinuidade da função. Com o objetivo de visualizar melhor o resultado dos testes, essa oscilação será igualada a zero nos próximos gráficos.

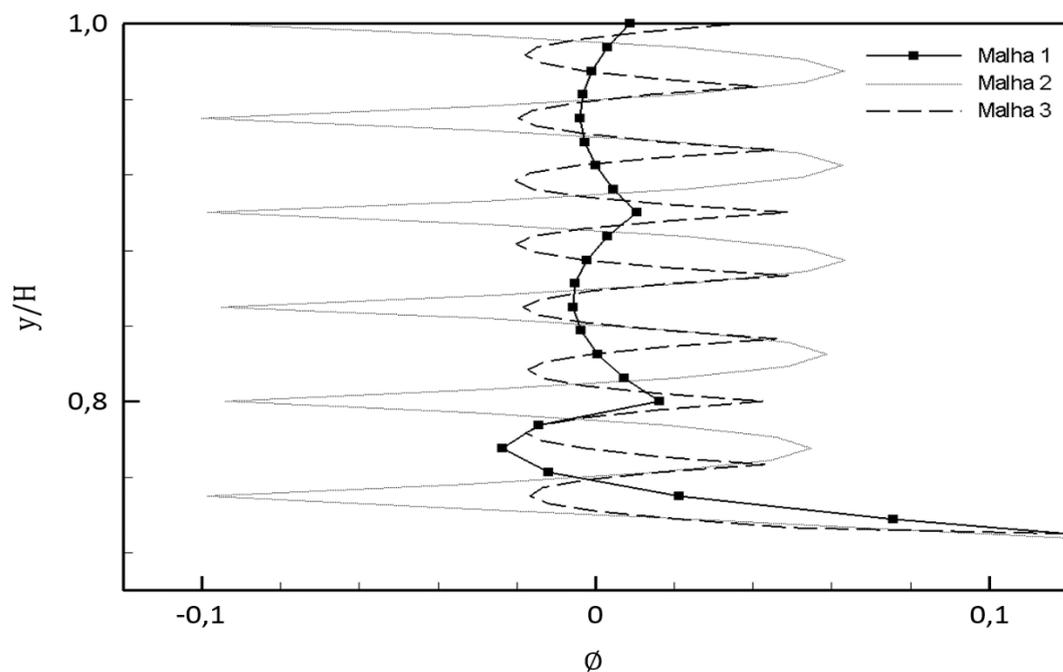


Figura 3.5 - Detalhamento da oscilação para os 3 tipos de malha testadas.

Considerando todo o domínio e com base nas Figuras 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4, as concentrações de partículas foram analisadas para cada malha e foi verificado que a malha 1 é inferior para estudar o problema apresentado, uma vez que seus resultados apresentam algumas divergências quando comparados aos resultados obtidos com as outras malhas testadas. O tempo necessário para realizar simulações com a malha 3 é, aproximadamente, 34% maior quando comparado com simulações com a malha 2, porém, por ter um maior número de elementos, o resultado é mais preciso na malha mais refinada. Por isso optou-se por utilizar a malha 3.

3.2. Efeito da Sedimentação das Partículas

Foram realizados 4 testes diferentes para analisar a influência da razão da difusividade, número de Peclet e Reynolds na sedimentação das partículas nesse escoamento. Os valores usados em cada caso estão na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Valores dos parâmetros adimensionais para os 4 casos testados.

Caso	Re	Pe	λ	$Pe^* = Pe \cdot \lambda$
1	$1,90 \cdot 10^{-6}$	$1,39 \cdot 10^5$	0,1	$1,39 \cdot 10^4$
2	$1,90 \cdot 10^{-6}$	$6,94 \cdot 10^4$	0,1	$6,94 \cdot 10^3$
3	$1,90 \cdot 10^{-6}$	$6,25 \cdot 10^4$	0,2	$1,25 \cdot 10^4$
4	$9,73 \cdot 10^{-6}$	$1,20 \cdot 10^5$	0,1	$1,20 \cdot 10^4$

O parâmetro da sedimentação s foi variado em cada um dos casos testados para avaliar o comportamento do escoamento e a altura do leito formado. A altura acima da qual não tem presença de partículas foi chamada de h e a razão da altura do leito formado é dada por h/H . A razão da altura do leito com concentração acima de 0,5 foi chamada de δ .

No primeiro caso analisado, os valores de s foram variados de 0 a $1,44 \cdot 10^{-2}$. Os valores de sedimentação e razão da altura do leito formado, estão na tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Razão da altura do leito formado para os valores de sedimentação do caso 1.

Sedimentação (s)	h/H	δ
$1,44 \cdot 10^{-2}$	0,74	0,48
$1,10 \cdot 10^{-2}$	0,79	0,20
$7,94 \cdot 10^{-3}$	0,86	-
$5,30 \cdot 10^{-3}$	0,92	-
$2,65 \cdot 10^{-3}$	1	-
$5,30 \cdot 10^{-4}$	1	-
0	1	-

A Figura 3.6 mostra o campo de concentração das partículas ao longo do canal para diferentes valores do parâmetro adimensional de sedimentação. À medida que o parâmetro s aumenta, começa a formar um leito de partículas. A Figura 3.6(a), onde $s = 0$, mostra um perfil de concentração simétrico em relação ao plano $y = 0,5$, com uma concentração um pouco maior no centro do canal. As partículas migram da parede, onde a taxa de cisalhamento é alta, para o centro do canal, onde a taxa de cisalhamento aproxima-se de zero.

Com o aumento do parâmetro da sedimentação s , o efeito da diferença de densidade entre a partícula e o líquido passa a ser mais atuante, fazendo com que comece a formar um leito com maior concentração de partículas no fundo do canal (Figura 3.6(b)). Para o $s = 5,30 \cdot 10^{-3}$ a razão entre a altura do leito e do canal é 0,92, deixando uma pequena região na parte superior do canal sem presença de partículas.

A Figura 3.6(c), $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, mostra um escoamento onde é formado um leito de partículas na parte inferior do canal e uma região livre de partículas na parte superior. A altura do leito adimensional com concentração superior a 0,5 é de aproximadamente $\delta \cong 0,48$. Em concentrações acima de 0,5, as partículas ficam quase estáticas e para $y > 0,7H$, o escoamento é livre de partículas.

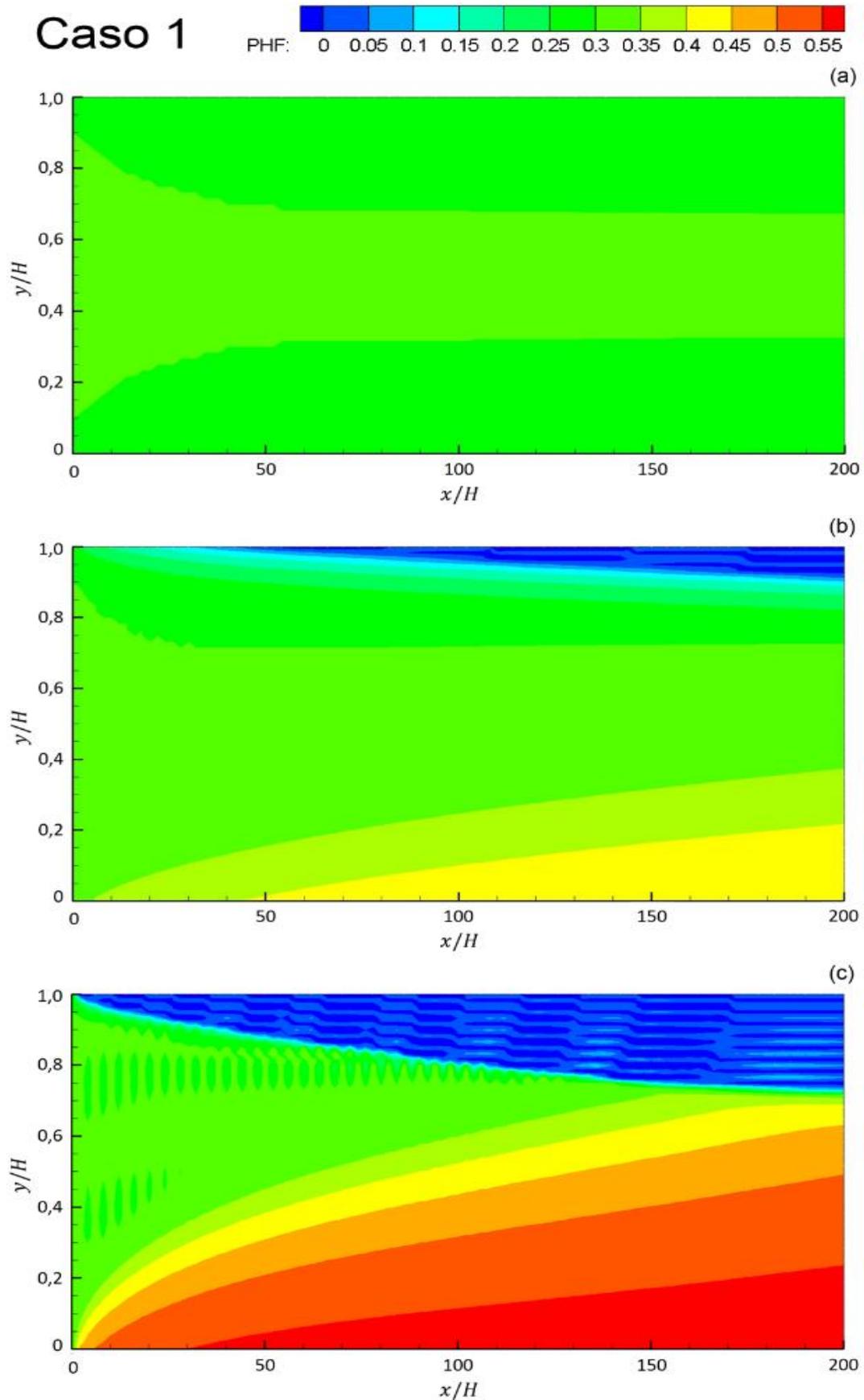


Figura 3.6 - Perfil de concentração de partículas ao longo do canal para o Caso 1:
(a) $s = 0$; (b) $s = 5,30 \cdot 10^{-3}$; (c) $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$.

No segundo caso, para avaliar a influência do número de Peclet no escoamento, o valor foi diminuído para $Pe = 6,94.10^4$ e a razão da difusividade foi mantida contante, $\lambda = 0,1$. Os valores de sedimentação testados foram os mesmos do primeiro caso. Os valores encontrados da razão da altura do leito nesse teste são apresentados na tabela 3.4.

Tabela 3.4 - Razão da altura do leito formado para os valores de sedimentação do caso 2.

Sedimentação (s)	h/H	δ
$1,44.10^{-2}$	0,76	0,08
$1,10.10^{-2}$	0,81	-
$7,94.10^{-3}$	0,89	-
$5,30.10^{-3}$	0,96	-
$2,65.10^{-3}$	1	-
$5,30.10^{-4}$	1	-
0	1	-

A Figura 3.7 mostra o campo de concentração das partículas no caso 2, com sedimentações de 0; $5,30.10^{-3}$ e $1,44.10^{-2}$. Como no caso anterior, o campo com $s = 0$ é simétrico em relação ao centro do canal, com uma concentração de partículas maior no centro do canal, região com taxa de cisalhamento nula.

Como o número de Peclet é menor, o transporte difusivo de partículas é mais intenso e o comprimento de desenvolvimento é menor que no caso 1. Para os casos com $s \neq 0$, figura 3.7(b) e (c), é possível observar que as partículas são deslocadas para cima (jogadas em direção ao centro do canal), levando mais tempo para sedimentar e formar o leito. Para $s = 5,30.10^{-3}$, a altura adimensional do leito é de, aproximadamente, 0,96 e para $s = 1,10.10^{-2}$ (Tabela 3.4) não houve formação de leito com concentração superior a 0,5, como no primeiro caso analisado.

Para $s = 1,44.10^{-2}$, figura 3.7(c), também ocorreu variação em relação ao primeiro caso. A razão da altura do leito é de 0,76, maior que o valor encontrado no caso 1. Já a altura adimensional com concentração superior a 0,5 foi menor que a do primeiro caso, $\delta = 0,08$. Com valores mais baixos de Pe , o transporte difusivo é mais intenso e o escoamento leva mais tempo para desenvolver.

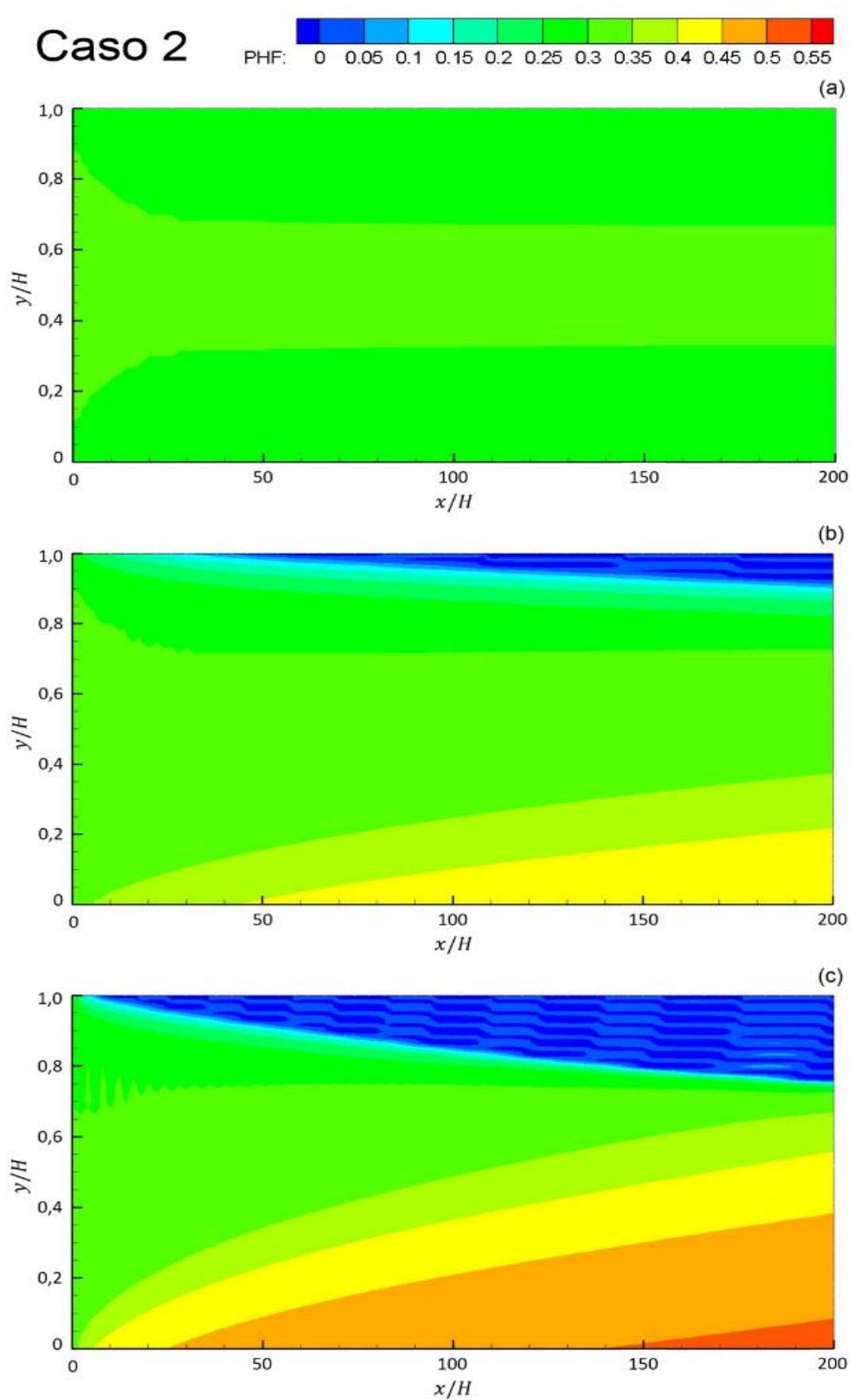


Figura 3.7 - Perfil de concentração de partículas ao longo do canal para o Caso 2: (a) $s = 0$; (b) $s = 5,30 \cdot 10^{-3}$; (c) $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$.

No caso 3, para analisar a influência da razão de difusividade, seu valor foi aumentado para $\lambda = 0,2$, mantendo o valor de Peclet próximo ao valor usado no caso 2, nesse caso $Pe = 6,25 \cdot 10^4$. Os valores do parâmetro da sedimentação foram os mesmos usados nos casos 1 e 2. Os valores obtidos para a razão da altura do leito formado, em relação a sedimentação, estão na tabela 3.5.

Tabela 3.5 - Razão da altura do leito formado para os valores de sedimentação do caso 3.

Sedimentação (s)	h/H	δ
$1,44 \cdot 10^{-2}$	0,74	0,47
$1,10 \cdot 10^{-2}$	0,79	0,18
$7,94 \cdot 10^{-3}$	0,86	-
$5,30 \cdot 10^{-3}$	0,92	-
$2,65 \cdot 10^{-3}$	1	-
$5,30 \cdot 10^{-4}$	1	-
0	1	-

Para $s = 0$, Figura 3.8(a), o resultado não sofreu variação em relação aos casos 1 e 2 para o mesmo valor de s . Onde também apresenta um perfil simétrico em relação ao plano $y = 0,5$, com concentração de partículas maior no centro do canal, por ser uma área em que a taxa de cisalhamento é zero.

Para cada valor do parâmetro de sedimentação, a razão da altura do leito encontrada foi a mesma da apresentada no caso 1. Para $s = 5,30 \cdot 10^{-3}$, Figura 3.8(b), a razão da altura foi de 0,92 e para $s = 1,10 \cdot 10^{-2}$ (Tabela 3.5), a razão também foi igual ao do caso 1, $h/H = 0,79$. Porém a razão do leito para concentração acima de 0,5, foi menor, aproximadamente 0,18.

A Figura 3.8(c) mostra o escoamento desenvolvendo e a razão da altura do leito formado, $h/H = 0,74$. A razão da altura do leito com concentração superior a 0,5 deste caso é de aproximadamente 0,47, um pouco menor se comparado à Figura 3.6(c). Mesmo possuindo um valor de Pe próximo ao valor usado no caso 2, o comportamento do escoamento foi diferente.

O resultado obtido nesse caso foi semelhante ao caso 1, que possui um valor de Peclet maior, $Pe = 1,39 \cdot 10^5$. Através das Figuras 3.6, 3.7 e 3.8 e comparando os resultados das Tabelas 3.3, 3.4 e 3.5, observou-se que o parâmetro que governa esse escoamento é o produto do número de Peclet e razão da difusividade, que foi chamado de Pe^* . O Pe^* dos casos 1 e 3 são

aproximadamente os mesmos, $1,39 \cdot 10^4$ e $1,25 \cdot 10^4$, respectivamente, e apresentam o mesmo comportamento. Enquanto o caso 2, com $Pe^* = 6,94 \cdot 10^3$, apresenta um comportamento diferente, precisando de um comprimento maior para desenvolver.

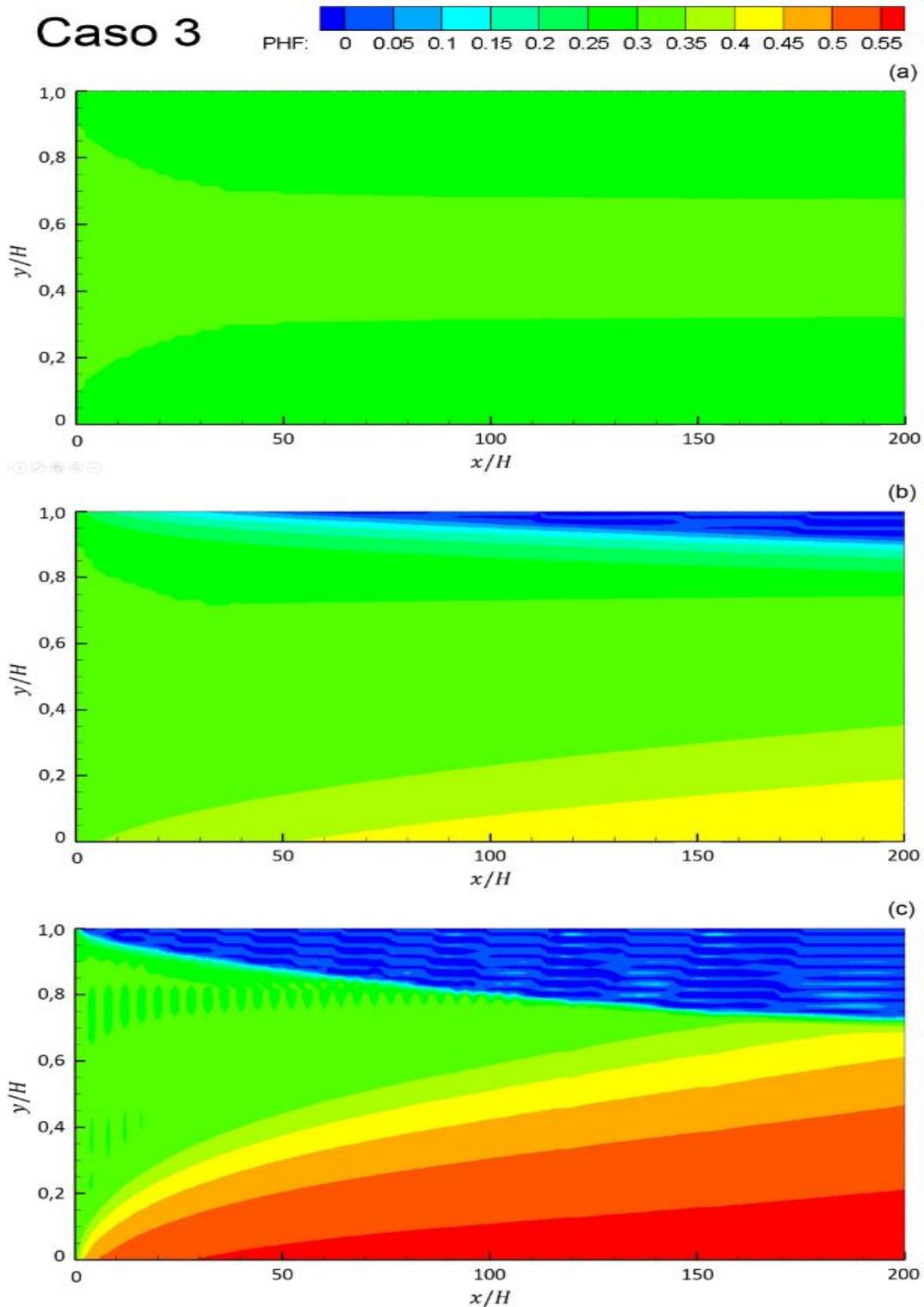


Figura 3.8 - Perfil de concentração de partículas ao longo do canal para o Caso 3:
(a) $s = 0$; (b) $s = 5,30 \cdot 10^{-3}$; (c) $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$.

Como mencionado anteriormente, o número de sedimentação representa a razão do transporte de partículas ocasionado pela sedimentação e ao transporte convectivo de partículas, dada pela Eq. (2.18). À medida que se aumenta o parâmetro da sedimentação, as partículas sofrem uma influência maior do efeito de migração devido à gravidade, impulsionando-as para baixo. Quanto maior o parâmetro s , maior é a quantidade de partículas que se depositam na parte inferior do canal. Para o caso com $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$, o perfil de concentração de partículas na saída do canal, de acordo com o aumento o parâmetro s , é representada na Figura 3.9.

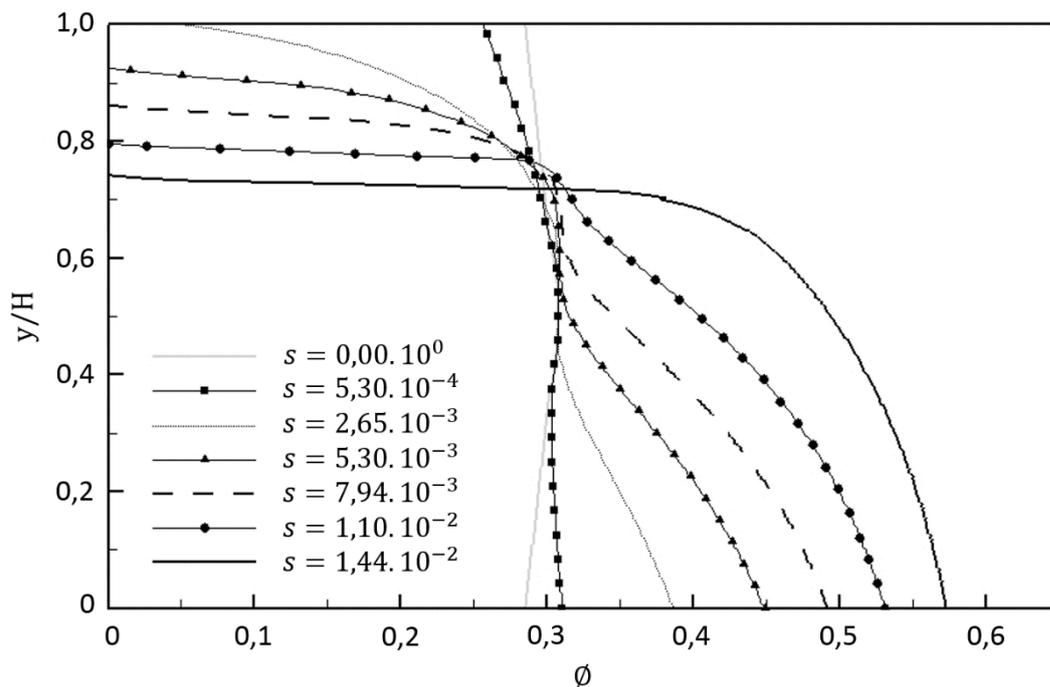


Figura 3.9 - Perfil de concentração de partículas na saída do canal, para $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$.

A Figura 3.9 mostra a evolução do perfil de concentração de partículas em função da variação do parâmetro s , na saída do canal. A curva que representa $s = 0$, mostra um perfil simétrico em relação ao centro do canal, com uma concentração um pouco maior no centro, por se tratar de uma área em que a taxa de cisalhamento é menor, como já foi discutido anteriormente.

Para $s = 2,65 \cdot 10^{-3}$, as partículas ainda ocupam toda a extensão do canal. Somente a partir da curva que representa $s = 5,30 \cdot 10^{-3}$, pode-se observar a

formação de uma camada livre de partículas na parte superior do canal, com uma concentração na base de $\phi \cong 0,45$.

À medida que se aumenta o parâmetro s , a região livre de partículas, ou seja, $\phi = 0$, na parte superior do canal cresce e a concentração na base aumenta. Para $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, a concentração na base do canal é de aproximadamente $\phi \cong 0,57$, formando um leito de partículas quase imóvel.

No caso em que $Pe^* = 6,94 \cdot 10^3$, o escoamento não chegou a desenvolver no comprimento considerado e apresentou uma concentração na base menor. Com o Pe^* menor, a influência dos fenômenos difusivos são mais fortes, impulsionando as partículas para o centro do canal.

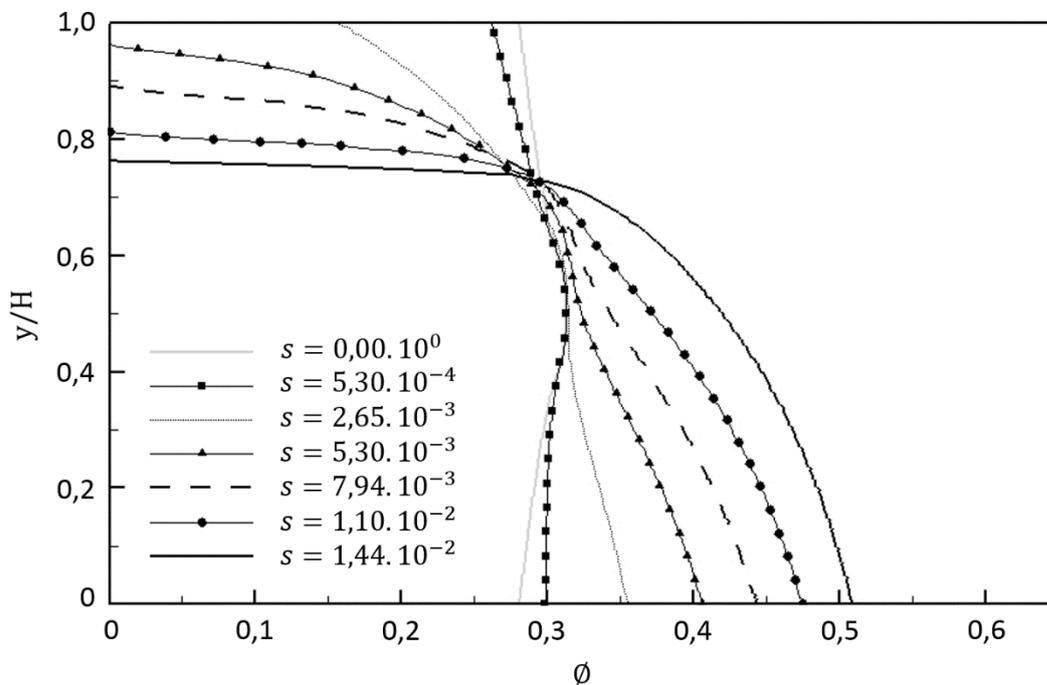


Figura 3.10 - Perfil de concentração de partículas na saída do canal, para $Pe^* = 6,94 \cdot 10^3$.

A Figura 3.10 mostra o perfil de concentração na saída do canal para os valores de sedimentação testados com $Pe^* = 6,94 \cdot 10^3$. Pode-se observar que a curva que representa $s = 5,30 \cdot 10^{-3}$ possui uma camada menor livre de partículas na parte superior do canal, se comparada ao mesmo caso em que $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$. Já a concentração na parte inferior é de aproximadamente $\phi \cong 0,41$.

Na curva em que $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, a concentração máxima de partículas na base, chegou a $\phi \cong 0,51$, resultado menor que o encontrado para o mesmo valor de s onde $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$.

A Figura 3.11 mostra uma comparação entre os perfis de concentração de partículas na saída do canal com $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, para os 3 valores de Pe^* testados.

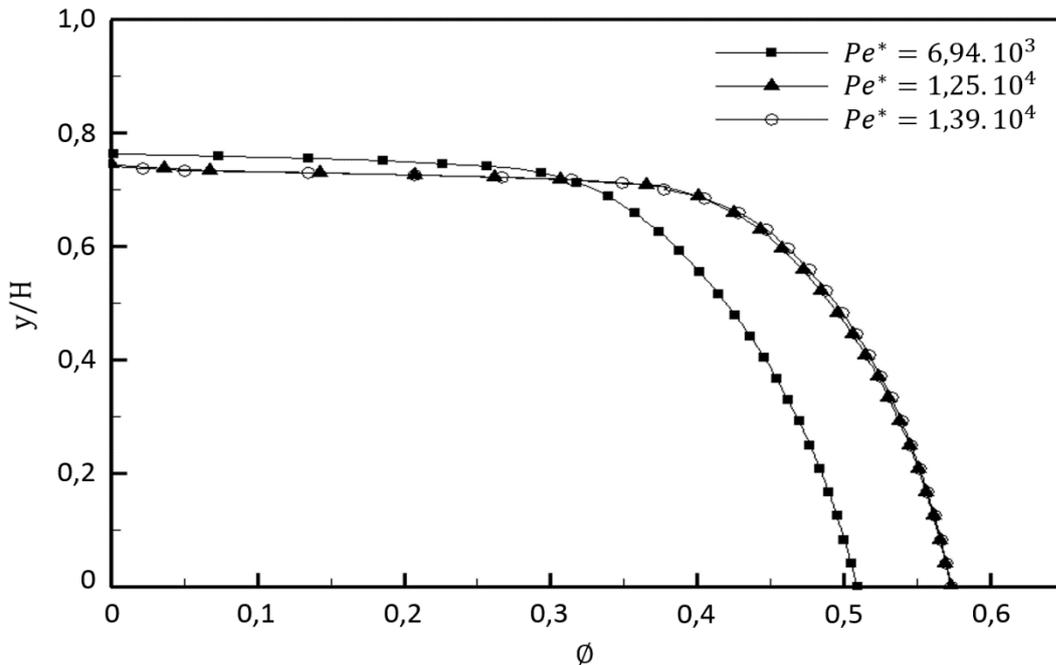


Figura 3.11 - Perfil de concentração de partículas na saída do canal com $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, para os 3 casos analisados.

Analisando as curvas onde o parâmetro da sedimentação vale $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, observa-se que os casos em que $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$ e $Pe^* = 1,25 \cdot 10^4$, possuem praticamente o mesmo perfil, com concentração na base de aproximadamente $\phi \cong 0,57$.

Como mencionado anteriormente (Figura 2.2), para concentrações, aproximadamente acima de 0,5, a viscosidade da suspensão aumenta de uma forma rápida, fazendo com que a mesma apresente o comportamento de um fluido muito viscoso, que impede as partículas de serem transportadas durante o fluxo.

A Figura 3.12 apresenta o valor de δ (altura com $\phi \geq 0,5$) em função do número de sedimentação s para os casos analisados.

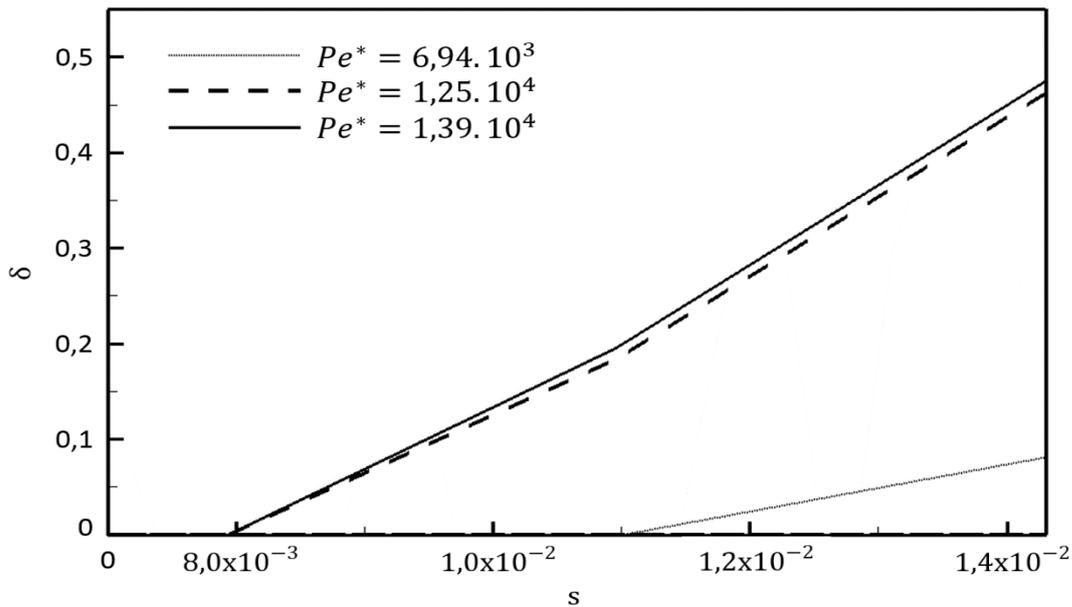


Figura 3.12 - Razão da altura do leito com concentrações acima de 0,5, para $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$, $Pe^* = 6,94 \cdot 10^3$ e $Pe^* = 1,25 \cdot 10^4$.

Observa-se que para $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$ e $Pe^* = 1,25 \cdot 10^4$, o leito com concentração superior a 0,5 começa a se formar a partir do parâmetro de sedimentação $s = 8,0 \cdot 10^{-3}$. Com $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, a razão de altura chega a aproximadamente 0,48, deixando livre somente 52% da saída do canal.

Para o valor de $Pe^* = 6,94 \cdot 10^3$, observou-se que a formação do leito com concentração superior a 0,5, começa com um valor do parâmetro de sedimentação superior a $1,1 \cdot 10^{-2}$. No caso do maior valor de sedimentação ($s = 1,44 \cdot 10^{-2}$), o leito só obstrui cerca de 8% da saída do canal.

Analisando o perfil de velocidade adimensional na saída do canal, observamos um comportamento semelhante para os 3 casos. Com o aumento da sedimentação, uma quantidade maior de partículas se concentra na parte inferior do canal, formando uma região com alta concentração de partículas e conseqüentemente de alta viscosidade. Esse leito obstrui parte do canal, causando uma diminuição na velocidade do fluxo.

A Figura 3.13 mostra o perfil de velocidade adimensional no plano de saída em função do número de sedimentação s para o caso em que $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$. A velocidade característica usada para o cálculo da velocidade adimensional é dada por $u^* = -\frac{H^2}{8\eta(\bar{\theta})} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)$. Para os altos valores de s (Figura 3.13(f)), a viscosidade do fluido na parte inferior do canal (no leito de partículas) é alta e o

perfil de velocidade torna-se quase linear. O comportamento da velocidade é semelhante para os 3 valores de Pe^* , por isso só será detalhado o primeiro caso.

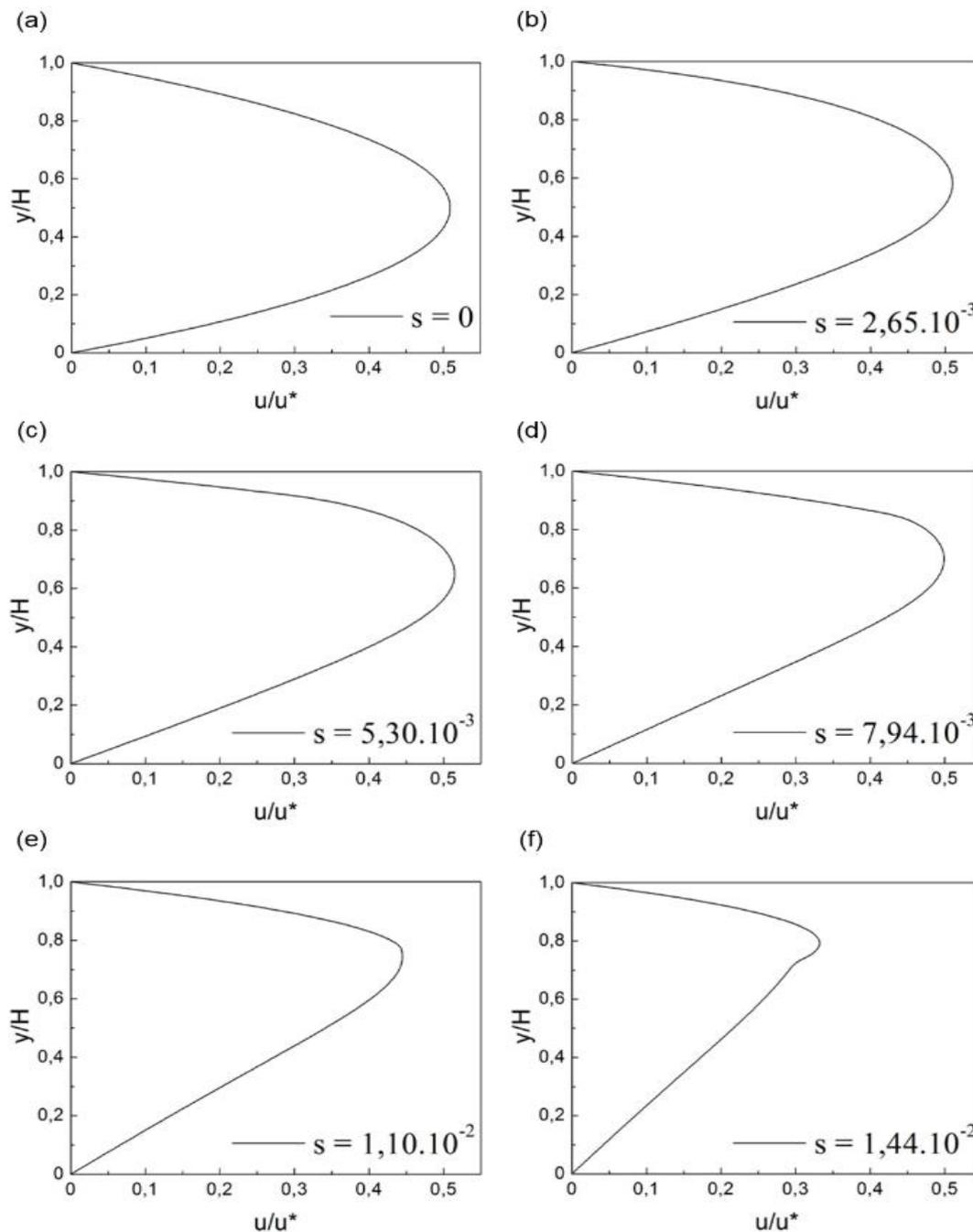


Figura 3.13 - Perfil de velocidade adimensional, na saída do canal, para escoamento laminar desenvolvido entre placas paralelas com $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$.

A Figura 3.14 apresenta a comparação entre os perfis de velocidade adimensional dos três valores de Pe^* analisados, para o maior valor do parâmetro de sedimentação $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$. Observa-se que para os casos com

$Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$ e $Pe^* = 1,25 \cdot 10^4$, a velocidade é menor. Isso ocorre devido ao leito formado na base do canal que bloqueia o fluxo. Para o caso com $Pe^* = 6,94 \cdot 10^3$, o leito formado com concentração superior a 0,5 foi menor, deixando uma área maior aberta ao fluxo.

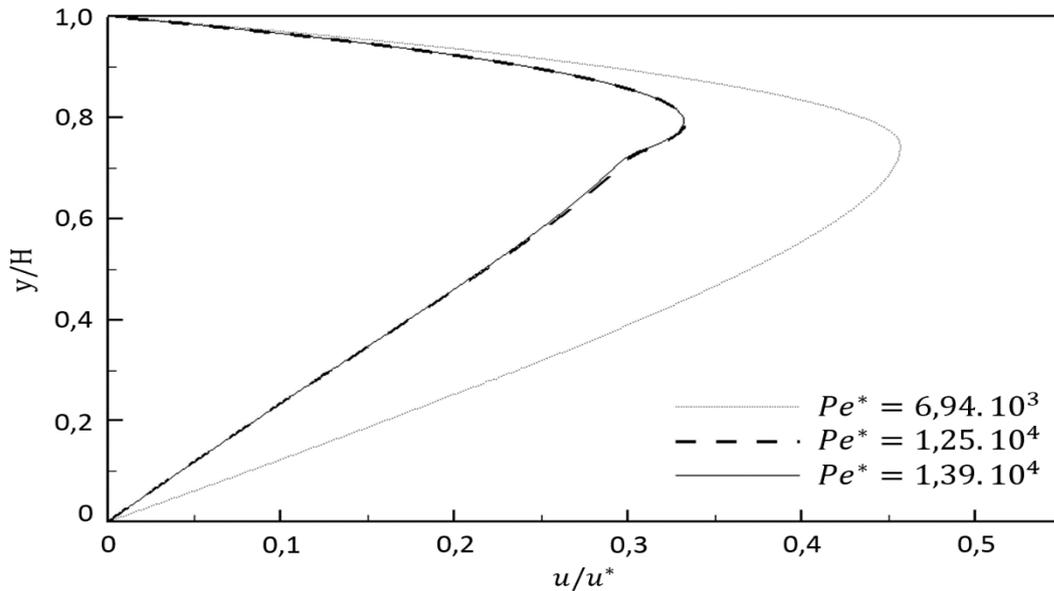


Figura 3.14 - Perfil de velocidade na saída do canal com $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, para os 3 valores de Pe^* analisados.

Através dos dados obtidos na simulação, observamos que também houve diminuição da vazão do fluxo. A tabela 3.6 mostra os valores da vazões adimensionais encontradas, em relação ao parâmetro da sedimentação, para os 3 casos.

Tabela 3.6 - Vazão adimensional para diferentes valores de s , dos 3 casos analisados.

Sedimentação (s)	\bar{Q} ($Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$)	\bar{Q} ($Pe^* = 6,94 \cdot 10^3$)	\bar{Q} ($Pe^* = 1,25 \cdot 10^4$)
$1,44 \cdot 10^{-2}$	5,40	8,36	5,42
$1,10 \cdot 10^{-2}$	7,82	9,82	7,92
$7,94 \cdot 10^{-3}$	9,29	10,23	9,46
$5,30 \cdot 10^{-3}$	10,10	10,47	10,33
$2,65 \cdot 10^{-3}$	10,28	10,41	10,59
$5,30 \cdot 10^{-4}$	10,27	10,40	10,61
0	10,27	10,40	10,58

A medida que aumenta o parâmetro s e o leito começa a ser formado, a resistência ao escoamento aumenta, o que faz a vazão do fluxo diminuir e esse escoamento perder eficiência no transporte de partículas. A Figura 3.15 apresenta a vazão adimensional em função dos parâmetros do escoamento. Os casos com Pe^* próximos ($Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$ e $Pe^* = 1,25 \cdot 10^4$) apresentam vazões semelhantes. Somente aumentando o parâmetro da sedimentação, gerou uma diminuição da vazão, como era previsto. Comprovando que o efeito do mecanismo de sedimentação é mais influente que os demais.

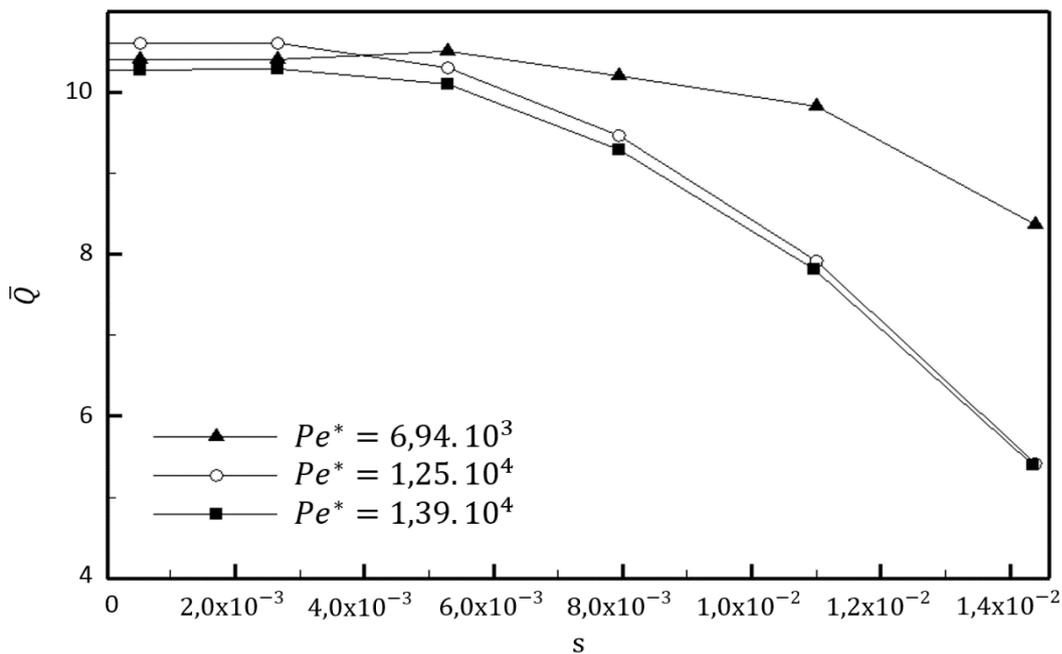


Figura 3.15 - Variação da vazão adimensional com o aumento do parâmetro da sedimentação.

Com o propósito de descobrir o efeito do número de Reynolds nesse escoamento, foi realizado mais um teste. Foi usado um valor maior do número de Reynolds, $Re = 9,73 \cdot 10^{-6}$, mantendo o número de Peclet e a razão da difusividade próximos aos valores usados no primeiro caso analisado. O valor de Pe^* desses casos possui uma diferença pequena (Tabela 3.2), o primeiro com $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$ e esse último com $Pe^* = 1,20 \cdot 10^4$. O valor usado no parâmetro da sedimentação também foi próximo ao valor usado no primeiro caso, conforme apresentado na Tabela 3.7. Para chegar no resultado, o valor do número de Reynolds foi aumentado gradativamente. Como poderá ser observado nos gráficos e tabelas abaixo, os resultados apresentam o mesmo comportamento.

Tabela 3.7 - Razão da altura do leito formado para os valores de sedimentação para o caso com $Re = 9,73 \cdot 10^{-6}$.

Sedimentação (s)	h/H	δ
$1,51 \cdot 10^{-2}$	0,74	0,46
$1,37 \cdot 10^{-2}$	0,74	0,33
$7,24 \cdot 10^{-3}$	0,88	-
$5,17 \cdot 10^{-3}$	0,93	-
$2,59 \cdot 10^{-3}$	1	-
$1,03 \cdot 10^{-3}$	1	-
0	1	-

Comparando os resultados na Tabela 3.7 com os resultados do primeiro caso, na Tabela 3.3, podemos observar que os valores obtidos para a razão do leito são parecidos. A razão do leito para concentrações acima de 0,5 também apresentou valores próximos aos encontrados no primeiro caso. Para $s = 1,51 \cdot 10^{-2}$, o campo de concentração de partículas e a velocidade na saída do canal foi similar ao apresentado para o valor de $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, com $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$. Esse resultado já era esperado por ser um escoamento com número de Reynolds muito baixo, $Re \ll 1$. A Figura 3.16 e 3.17 mostra a comparação entre os dois resultados.

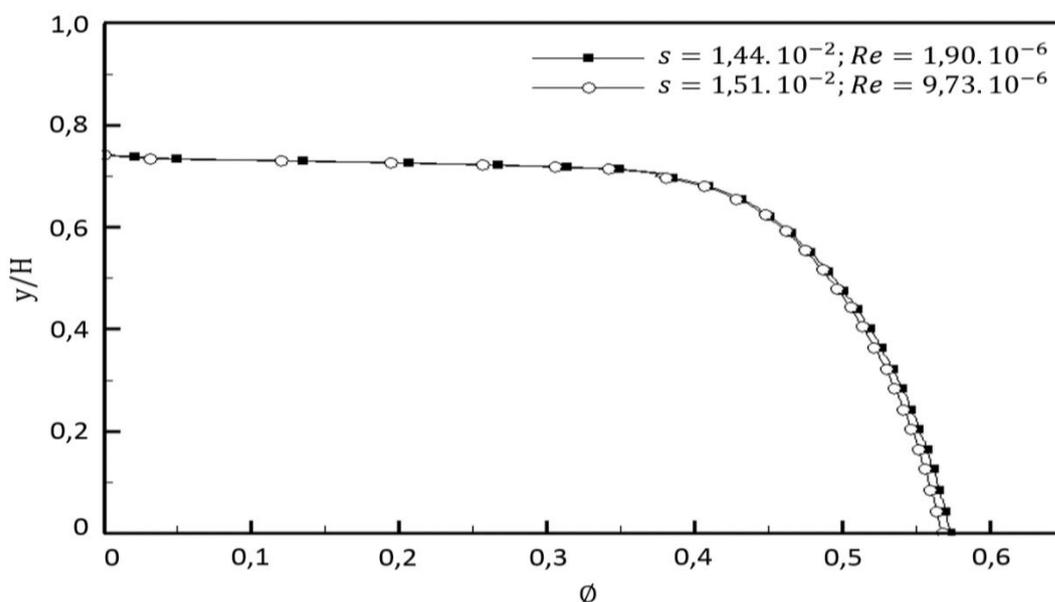


Figura 3.16 - Perfil de concentração de partículas na saída do canal para $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, com $Re = 1,90 \cdot 10^{-6}$ e $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$; e $s = 1,51 \cdot 10^{-2}$, com $Re = 9,73 \cdot 10^{-6}$ e $Pe^* = 1,20 \cdot 10^4$.

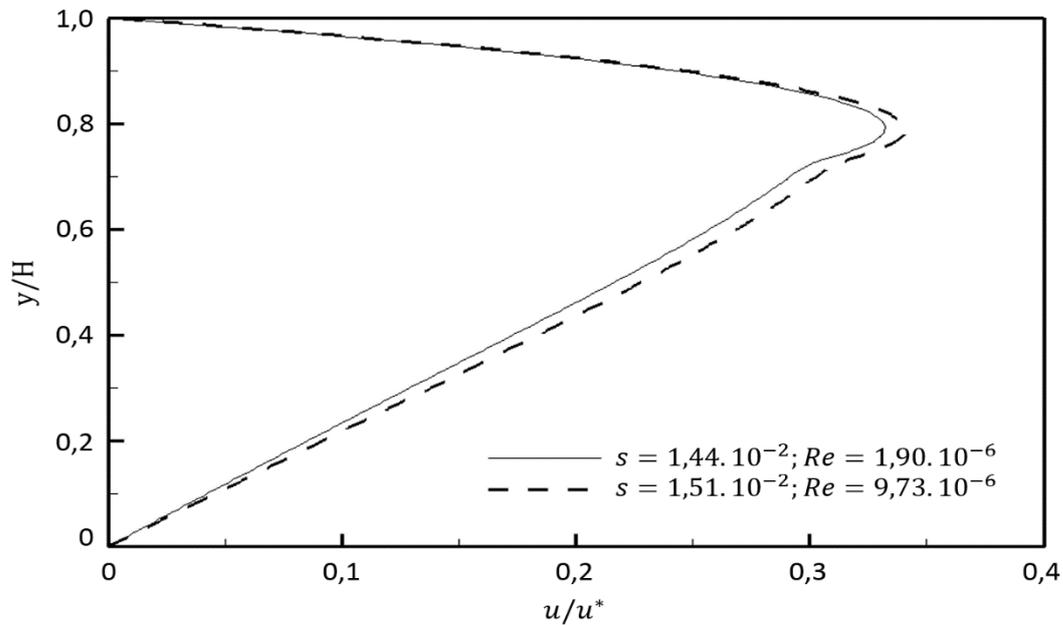


Figura 3.17 - Perfil da velocidade na saída do canal para $s = 1,44 \cdot 10^{-2}$, com $Re = 1,90 \cdot 10^{-6}$ e $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$; e $s = 1,51 \cdot 10^{-2}$, com $Re = 9,73 \cdot 10^{-6}$ e $Pe^* = 1,20 \cdot 10^4$.

A Tabela 3.8 apresenta os valores encontrados para a vazão adimensional em relação ao parâmetro s , com $Pe^* = 1,20 \cdot 10^4$. Analisando a Figura 3.17, podemos observar que não houve variação significativa se comparada ao caso com $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$.

Tabela 3.8 - Vazão adimensional para diferentes valores de s , com $Pe^* = 1,20 \cdot 10^4$.

Sedimentação (s)	\bar{Q}
$1,51 \cdot 10^{-2}$	5,63
$1,03 \cdot 10^{-2}$	6,75
$7,24 \cdot 10^{-3}$	9,76
$5,17 \cdot 10^{-3}$	10,23
$2,59 \cdot 10^{-3}$	10,31
$1,03 \cdot 10^{-3}$	10,30
0	10,30

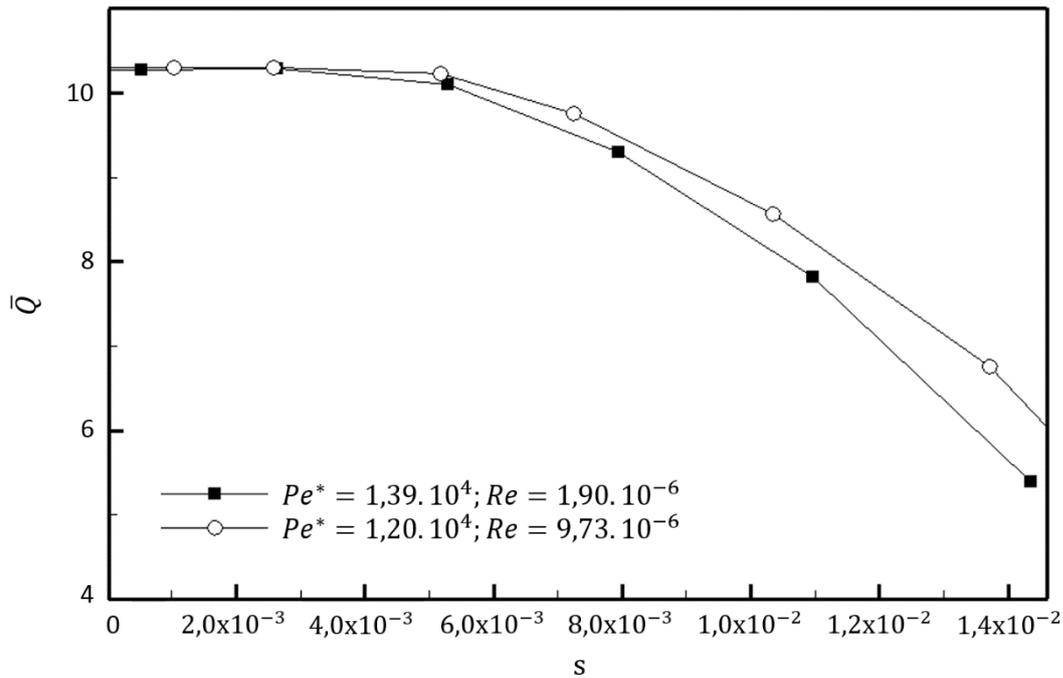


Figura 3.18 - Variação da vazão adimensional com o aumento do parâmetro da sedimentação para $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$ e $Pe^* = 1,20 \cdot 10^4$.

Com base nos resultados obtidos, nota-se que o valor do número de Reynolds não é alto o suficiente para influenciar esse escoamento. Os valores de $Pe^* = 1,39 \cdot 10^4$ e $Pe^* = 1,20 \cdot 10^4$ são parecidos, dessa forma os resultados encontrados apresentam um comportamento semelhante.

Analisando os resultados das equações adimensionais usadas para estudar os 4 casos, observa-se que a altura do leito formado e a concentração de partículas na base do canal dependem principalmente do parâmetro da sedimentação e do valor de Pe^* .

4 Comentários Finais

4.1. Conclusões

A ineficiência na retirada dos cascalhos gerados durante o processo de perfuração do poço pode dificultar a continuação desse processo, com a redução da taxa de penetração e desgaste prematuro da broca, e até mesmo paralisa-lo, caso ocorra a prisão da coluna de perfuração. O que torna o transporte de sedimentos uma etapa importante.

O estudo do fluxo com partículas suspensas tem sido de grande interesse não só na indústria do petróleo como em diversos processos industriais. Em alguns casos, os problemas relacionados ao transporte de sedimentos possuem o fluxo turbulento, onde a ressuspensão viscosa não se destaca. Porém, em um escoamento laminar, a difusão de partículas induzida por cisalhamento e a ressuspensão resultante podem ser fundamentais para a análise do problema.

Neste trabalho, investigamos numericamente o escoamento de uma suspensão de partículas esféricas e analisamos os efeitos de migração das partículas usando parâmetros adimensionais.

Primeiro, foi feita a análise da influência do número de Peclet e da razão da difusividade. Esses parâmetros foram variados para valores de sedimentação fixos e observou-se que o fluxo de partículas era influenciado pelo produto do número de Peclet e da razão da difusividade, que foi chamado de Pe^* . Ele está relacionado aos mecanismos de cisalhamento e viscosidade, que atuam jogando as partículas para o centro do canal. Quanto maior o valor do Pe^* , menor é sua influência no escoamento. Esse parâmetro é de fato o número de Peclet usando a difusão por gradiente de viscosidade como o mecanismo difusivo.

Observou-se também que o parâmetro de sedimentação, que está relacionado a ação da gravidade, é mais influente para maiores diferenças de densidade entre as fases líquida e sólida. À medida que aumentava esse parâmetro, as partículas formavam o leito de forma mais rápida e com uma concentração maior.

Depois foi feita uma análise para descobrir o efeito do número de Reynolds nesse escoamento. Seu valor foi aumentado gradativamente e observou-se que os resultados encontrados foram parecidos com os obtidos com o número de Reynolds mais baixo. Pode-se concluir que o valor do número de Reynolds explorado foi baixo o suficiente para não alterar o escoamento.

Os resultados mostram que com o aumento da diferença de densidade entre as partículas e a fase líquida, conseqüentemente o aumento no parâmetro da sedimentação, há um aumento expressivo na altura do leito formado. Simultaneamente, constatamos que o valor do Pe^* é extremamente importante, de modo que quanto menor seu valor, mais tempo levará para as partículas sedimentarem. Adicionalmente, a variação do número de Reynolds permitiu afirmar que seu valor é baixo para interferir nesse escoamento.

4.1. Sugestões para trabalhos futuros

A partir deste estudo, algumas linhas de pesquisa podem ser investigadas. Como trabalho futuro, as seguintes propostas são sugeridas para melhorar o entendimento sobre o problema analisado e ampliar o objetivo deste estudo:

- Extensão do estudo para escoamento turbulento, uma vez que alguns problemas relacionados ao transporte de sedimentos em geral possuem o fluxo turbulento;
- Considerar a suspensão concentrada com comportamento não newtoniano, com a viscosidade variando com a tensão de cisalhamento aplicada no escoamento. Dessa forma, em um escoamento isotérmico, a suspensão terá taxas de viscosidade variadas;
- Analisar experimentalmente o processo de transporte de partículas em escoamento laminar entre placas paralelas para validar os resultados teóricos obtidos.

5

Referências bibliográficas

ABBOTT, J. R.; TETLOW, N.; GRAHAM, A. L.; ALTOBELLI, S. A.; FUKUSHIMA, E.; MONDY, L. A.; STEPHENS, S. **Experimental Observations of Particle Migration in Concentrated Suspensions: Couette Flow**. Journal of Rheology. Vol 35, p. 773–795, 1991.

ACRIVOS, A. et al. **Shear-Induced Resuspension in a Couette Device**. International Journal of Multiphase Flow. Vol. 19, No. 5, p. 797-802, 1993.

ARAUJO, S. B. D.; CARVALHO, M. S. **Sedimentation and Marangoni stress in slot coating flow of particle suspension**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 247, 53-61, 2017.

BATCHELOR, G. K.; GREEN, J. T. **Hydrodynamic Interaction of Two Small Freely Moving Spheres in a Linear Flow Field**. Journal of Fluid Mechanics. 1972.

BOSSIS, G.; MEUNIER, A. **Stokesian Dynamics Simulations of Particle Trajectories Near a Plane**. Phys. Fluids. 3, 1853, 1991.

BOSSIS, G.; BRADY, J. F. **The Rheology of Brownian Suspensions**. Journal of Chemical Physics. 91, 1866-1874, 1989.

BOTTI, T. C. **Solids Transport in Laminar Flow**. 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering. 2015.

CARVALHO, M. S. **Deformable Roll Coating in Rigid and Deformable Gaps**. Phd thesis, University of Minnesota. Minneapolis, MN, USA, 1996.

CHAPMAN, B. K.; LEIGHTON, D. T. **Dynamic Viscous Resuspension**. International Journal of Multiphase Flow. Vol. 17, No. 4, p. 469-483, 1991.

DURLOFSKY, L.; BRADY, J. **Dynamic Simulation of Bounded Suspensions of Hydrodynamically Interacting Particles**. Journal of Fluid Mechanics. 200, 39-67, 1989.

ECKESTEIN, E. C.; BAILEY, D. G.; SHAPIRO, A. H. **Self-diffusion of Particles in Shear Flow of a Suspension**. Journal of Fluid Mechanics. 79, 191-208, 1977.

FINLAYSON, B. A. **The Method of Weighted Residuals and Variational Principles, with Applications in Fluid Mechanics, Heat and Mass Transfer**. 1st Edition, Academic Press, 1972.

GADALA-MARIA, F. A. **The rheology of concentrated suspensions**. Thesis, Stanford University, 1979.

GADALA-MARIA, F. A.; ACRIVOS, A. **Shear-Induced Structure in a Concentrated Suspension of Solid Spheres**. Journal of Rheology. 24, 799-814, 1980.

GRAHAM, A. L.; MAMMOLI, A. A.; BUSH, M. B. **Effects of Demixing on Suspension Rheometry**. Rheologica Acta. 37(2), 139-150, 1998.

KRIEGER, I. M. **Rheology of Monodispersed Latices**. Advances in Colloid and Interface Science. Vol. 3, No. 2, p. 111-136, 1972.

KRIEGER, I. M.; DOUGHERTY, T. J. **A Mechanism for Non-Newtonian Flow in Suspensions of Rigid Spheres**. Transactions of the Society of Rheology. Vol. 3, p. 137-152, 1959.

LEIGHTON, D.; ACRIVOS, A. **Viscous Resuspension**. Chemical Engineering Science. Vol. 41, No. 6, p. 1377-1384, 1986.

LEIGHTON, D.; ACRIVOS, A. **Measurements of the shear induced coefficient of self-diffusion**. Journal of Fluid Mech. Vol. 177, p. 109-131, 1987a.

LEIGHTON, D.; ACRIVOS, A. **The Shear-Induced Migration of Particles in Concentrated Suspensions**. Journal of Fluid Mech. Vol. 181, p. 415-439, 1987b.

LI, Y. et al. **Numerical Modelling of Cuttings Transport in Horizontal Wells Using Conventional Drilling Fluids**. Journal of Canadian Petroleum Technology. Vol. 46, No. 7, 2007.

MORRIS, J. F.; BOULAY, F. **Curvilinear Flows of Noncolloidal Suspensions: The Role of Normal Stresses**. Journal of Rheology. Vol. 43, p. 1213-1237, 1999.

NAGANAWA, S.; SATO, R.; ISHIKAWA, M. **Cuttings-Transport Simulation Combined With Large-Scale-Flow-Loop Experimental Results and Logging-While-Drilling Data for Hole-Cleaning Evaluation in Directional Drilling.** Society of Petroleum Engineers. 2017.

PASQUALI, M.; SCRIVEN, L. E. **Free Surface Flows of Polymer Solutions with Models Based on the Conformation Tensor.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. Vol. 108, p. 363-409, 2002.

PHILLIPS, R. J. et al. **A constitutive equation for concentrated suspensions that accounts for shearinduced particle migration.** Physics of Fluids A. Vol. 4, No. 1, p. 30-40, 1992.

QUINTELLA, E. F.; SOUZA MENDES, P. R.; CARVALHO, M. S. **Displacement Flows of Dilute Polymer Solutions in Capillaries.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. Vol. 147, No. 1-2, p. 117-128, 2007.

ROMERO, O. J.; SUSZYNSKI, W. J.; SCRIVEN, L. E.; CARVALHO, M. S. **Low-Flow Limit in Slot Coating of Dilute Solutions of High Molecular Weight Polymer.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 118, 137-156, 2004.

SCHAFLINGER, U. et al. **Viscous Resuspension of a Sediment within a Laminar and Stratified Flow.** International Journal of Multiphase Flow. Vol. 16, No. 4, p. 567-578, 1990.

SILVA, L. D. V. **Analysis of Slot Coating Process of Particle Suspensions.** MsC thesis, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2013.

SINTON, S. W.; CHOW, A. W. **NMR Flow Imaging of Fluids and Solid Suspensions in Poiseuille Flow.** Journal of Rheology. Vol. 35, p. 735-772, 1991.

SZAD, M. J.; SALAMON, T. R.; LIU, A. W.; BORNSIDE, D. E.; ARMSTRONG, R. C.; BROWN, R. A. **A New Mixed Finite Element Method for Viscoelastic Flows Governed by Differential Constitutive Equations.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. Vol. 59, p. 215-243. 1995.

ZARRAGA, I. E.; HILL, D. A.; LEIGHTON, D. T. **The Characterization of the Total Stress of Concentrated Suspensions of Non-Colloidal Spheres in Newtonian Fluids.** Journal of Rheology. 44, 185-220, 2000.

ZHANG, K.; ACRIVOS, A. **Viscous Resuspension in Fully Developed Laminar Pipe Flows.** International Journal of Multiphase Flow, Vol. 20, No. 3, p. 579-591, 1994.