

# **MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM ROBÔ ANTROPOMÓRFICO**

Thaiene Gouvêa Fcamidu

## **MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM ROBÔ ANTROPOMÓRFICO**

**Aluna: Thaiene Gouvêa Fcamidu**

**Orientador: D.Sc. Mauro Speranza Neto**

Trabalho apresentado com requisito parcial à conclusão do curso de Engenharia de Controle e Automação na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

## Agradecimentos

Primeiramente à Deus por permitir que tudo isso acontecesse, me dando força e sabedoria para superar os momentos difíceis. Por todas as bênçãos, oportunidades e conquistas que obtive ao longo de minha vida.

Aos meus Pais, Celi Gouvêa Fcamidu e Écio Fcamidu, por todo amor, apoio e incentivo incondicional. Obrigada por sempre acreditarem em mim, mesmo nos momentos mais difíceis. Por todo sacrifício que sempre fizeram pela minha felicidade e formação. Devo tudo que sou hoje a vocês.

Ao meu companheiro André Cardoso Chaves, que esteve ao meu lado durante esses anos de graduação sempre me apoiando, incentivando e acreditando no meu sucesso. Obrigada por toda compreensão e amor.

À minha família e amigos, por todo amor, incentivo e compreensão nos momentos de ausência.

Ao meu orientador Mauro Speranza Neto pela confiança depositada em mim. Por todo apoio, orientação e oportunidade que me deu não só para elaboração deste projeto, mas ao longo de toda graduação.

Por fim, à Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro pelo ambiente amigável, laboratórios, infraestrutura e oportunidade de fazer o curso com bolsa de estudos.

## Resumo

A cinemática é a ciência que estuda o movimento dos corpos sem se preocupar com sua dinâmica. A modelagem da cinemática direta de um robô humanoide tem como objetivo relacionar o movimento das juntas com a trajetória de um ponto de interesse no robô. Com a cinemática direta também é possível simular o movimento do robô humanoide.

Neste trabalho, é feita a modelagem da cinemática direta e diferencial de um robô humanoide. Este robô foi desenvolvido para ter 6 graus de liberdade em cada perna, 6 em cada braço, 2 na cabeça e mais 1 em seu torso, totalizando 27 graus de liberdade. Para o desenvolvimento da cinemática direta e diferencial foi utilizado a notação de Denavit-Hartenberg. A validação das equações da cinemática foi feita a partir de simulações no Software Matlab/Simulink.

**Palavras-chave: Robôs Humanoides; Cinemática Direta; Notação de Denavit-Hartenberg**

## **KINEMATIC MODELING OF AN ANTHROPOMORPHIC ROBOT**

### **Abstract**

The kinematic is the science that studies the movement of bodies without worrying with its dynamics. The modelling of the direct kinematic of a humanoid robot has the goal to relate the movement from the joint with the trajectory of a point of interest in the robot. With the direct kinematic it's also possible to simulate the humanoid robot movement.

This project describes the modelling of the differential and direct kinematic of a humanoid robot. The robot was developed to have six degrees of freedom in each leg, six in each arm, two in the head and one more in the torso, with a total of 27 degrees of freedom. The Denavit-Hartenberg notation was used to the development of the differential and direct kinematic. Simulations in the software Matlab/Simulink has validated the kinematics equations.

**Keywords: Humanoid Robot; Direct Kinematic; Denavit-Hartenberg notation**

## Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1.	Introdução.....	1
1.1.	Motivação.....	2
1.2.	Objetivo.....	3
2.	História dos robôs.....	4
2.1.	Contexto Histórico dos robôs humanoides.....	5
2.2.	Principais robôs humanoides.....	7
2.2.1.	Asimo da Honda.....	8
2.2.2.	Atlas.....	8
2.2.3.	Humanoide NAO.....	9
2.2.4.	HRP.....	10
3.	Conceitos Importantes para modelagem de um robô.....	11
3.1.	Manipuladores robóticos .....	11
3.1.1.	Tipos de Juntas.....	11
3.1.2.	Graus de liberdade de um robô .....	13
4.	Análise Cinemática.....	14
4.1.	Movimentos de corpos rígidos e transformações.....	14
4.1.1.	Representação de posições e orientações de corpos rígidos.....	14
4.1.2.	Transformação dos sistemas de coordenadas.....	16
4.1.3.	Transformações homogêneas.....	17
4.2.	Notação de Denavit-Hartenberg.....	19
4.3.	Tipos de base de referência.....	22
5.	Desenvolvimento da cinemática direta de um robô humanoide.....	23
6.	Cinemática diferencial de um robô humanoide.....	39
6.1.	Matriz Jacobiana.....	39
6.2.	Desenvolvimento da cinemática diferencial do robô.....	41
7.	Simulações.....	43
7.1.	Simulação Cinemática Direta.....	43
7.1.1.	Cadeia cinemática do Braço Direito.....	43
7.1.2.	Cadeia cinemática da Perna Direita.....	47
7.2.	Simulação Cinemática Diferencial.....	51
8.	Conclusões e trabalhos futuros.....	62
9.	Referências Bibliográficas.....	63
10.	Apêndices.....	64

## Lista de Figuras

Figura 1.	MOTOBOT, robô da Yamaha.....	3
Figura 2.	Humanoide do Filme "I Robot".....	4
Figura 3.	Modelo baseado no robô de Leonardo da Vinci.....	5
Figura 4.	O pato de Jacques de Vaucanson.....	6
Figura 5.	Elektro na exposição de New York em 1939.....	6
Figura 6.	Robô "Robonaut2".....	7
Figura 7.	Evolução dos robôs humanoides da Honda.....	8
Figura 8.	Robô Atlas.....	9
Figura 9.	Robô NÃO.....	10
Figura 10.	Robô HRP-4.....	10
Figura 11.	Demonstração dos elos e juntas de manipulador.....	11
Figura 12.	Tipos de Juntas.....	12
Figura 13.	Símbolos para Juntas Prismáticas e de Revolução.....	12
Figura 14.	Os 6 graus de liberdade de um corpo rígido.....	13
Figura 15.	Posição e orientação de um corpo rígido.....	15
Figura 16.	Transformação do sistema de coordenadas.....	16
Figura 17.	Transformações consecutivas de sistemas de coordenadas.....	18
Figura 18.	Notação de Denavit-Hartenberg.....	20
Figura 19.	Exemplo de configurações de base fixa e flutuante em robôs humanoides.....	22
Figura 20.	Modelagem do esqueleto do brinquedo de lego no SolidWorks.....	23
Figura 21.	Robô desenvolvido experimentalmente em madeira.....	24
Figura 22.	Projeto do Robô completo de madeira no SolidWorks.....	24
Figura 23.	Graus de Liberdade (GDL) das juntas do robô humanoide.....	25
Figura 24.	Demonstração das juntas desacopladas.....	26
Figura 25.	Cadeias cinemáticas geradas a partir do referencial escolhido.....	27
Figura 26.	Representação do Braço do robô humanoide na posição zero e do sentido de rotação de cada junta.....	29
Figura 27.	Representação da perna do robô humanoide na posição zero e do sentido de rotação de cada junta.....	30
Figura 28.	Perfil de velocidade das juntas utilizado nas simulações.....	44
Figura 29.	Variação dos efetuadores no tempo de 10s para configuração 1 do Braço.....	45
Figura 30.	Variação dos efetuadores no tempo de 10s para configuração 2 do Braço.....	46
Figura 31.	Variação dos efetuadores no tempo de 10s para configuração 3 do Braço.....	47
Figura 32.	Variação dos efetuadores no tempo de 10s para configuração 1 da Perna.....	49
Figura 33.	Variação dos efetuadores no tempo de 10s para configuração 2 da Perna.....	50
Figura 34.	Variação dos efetuadores no tempo de 10s para configuração 3 da Perna.....	50
Figura 35.	Simulação da cinemática diferencial no simulink do software Matlab.....	51
Figura 36.	Posição do efetuador do Braço para referencial em B1 – configuração 1.....	52

Figura 37.	Posição do efetuator do Braço para referencial em B1 – configuração 2.....	52
Figura 38.	Posição do efetuator do Braço para referencial em B1 – configuração 3.....	53
Figura 39.	Posição do efetuator do Braço para referencial no Ombro – configuração 1.....	53
Figura 40.	Posição do efetuator do Braço para referencial no Ombro – configuração 2.....	54
Figura 41.	Posição do efetuator do Braço para referencial no Ombro – configuração 3.....	54
Figura 42.	Posição do efetuator do Braço para referencial na Mão – configuração 1.....	55
Figura 43.	Posição do efetuator do Braço para referencial na Mão – configuração 2.....	55
Figura 43.	Posição do efetuator do Braço para referencial na Mão – configuração 3.....	56
Figura 45.	Posição do efetuator da Perna para referencial em B2 – configuração 1.....	56
Figura 46.	Posição do efetuator da Perna para referencial em B2 – configuração 2.....	57
Figura 47.	Posição do efetuator da Perna para referencial em B2 – configuração 3.....	57
Figura 48.	Posição do efetuator da Perna para referencial no Quadril – configuração 1.....	58
Figura 49.	Posição do efetuator da Perna para referencial no Quadril – configuração 2.....	58
Figura 50.	Posição do efetuator da Perna para referencial no Quadril – configuração 3.....	59
Figura 51.	Posição do efetuator da Perna para referencial no Pé – configuração 1.....	59
Figura 52.	Posição do efetuator da Perna para referencial no Pé – configuração 2.....	60
Figura 53.	Posição do efetuator da Perna para referencial no Pé – configuração 3.....	60

## Lista de Tabelas

Tabela 1.	Parâmetros de Denavit-Hartenberg para Braço Direito.....	29
Tabela 2.	Parâmetros de Denavit-Hartenberg para Perna Direita.....	30
Tabela 3.	Configurações para o Braço Direito.....	43
Tabela 4.	Tamanho dos elos do Braço Direito.....	43
Tabela 5.	Posição dos efetuadores para dada configuração do Braço.....	45
Tabela 6.	Configurações para a Perna Direita.....	47
Tabela 7.	Tamanho dos elos da Perna Direita.....	48
Tabela 8.	Posição dos efetuadores para dada configuração da Perna.....	49

## 1. Introdução

O homem sempre teve a necessidade de trabalhar menos aumentando a produtividade e melhorando a qualidade dos produtos. Com isso, se fez necessário o desenvolvimento de máquinas automáticas.

A revolução industrial teve grande avanço nesse sentido com a criação de máquinas para substituir e acelerar alguns dos trabalhos humanos. Sendo assim, o desenvolvimento de robôs industriais cresceu rapidamente. Seu uso garantia diversas vantagens como aumento da produtividade, redução dos custos a longo prazo, melhoria da qualidade dos produtos, entre outras, além de substituir o operador em tarefas de riscos e onerosas.

Com o aumento da tecnologia os robôs passaram a ocupar um espaço cada vez mais significativo na indústria. Com isso os investimentos em pesquisas na área de robótica têm aumentado constantemente. Estas pesquisas têm sido feitas não somente para o âmbito industrial, mas também para o desenvolvimento de robôs capazes de interagir com seres humanos ou até mesmo fazer tarefas domésticas. Sendo assim, os sistemas robóticos deixaram de ser exclusivamente utilizados na indústria e começaram a adotar novas aplicações. E, com isso, o desenvolvimento de robôs antropomórficos ganhou bastante força.

Esses robôs nada mais são que máquinas cujas características são espelhadas nas dos seres vivos. Apesar desse tipo de robô representar um grande desafio para a engenharia e ciência, suas características são as que melhores se adequam ao ambiente que vivemos, ou seja, é a que possui melhor forma capaz de ultrapassar certos obstáculos. Pensando nisso, o desenvolvimento de robôs humanoides vem crescendo ao longo dos anos.

Um robô humanoide é um robô cuja aparência e movimentos se assemelham a um ser humano. Ou seja, possuem cabeça, tronco, braços e pernas. Sendo assim, eles possuem capacidade de se adaptar a ambientes específicos para os humanos. Além disto, segundo a Breazeal (2003) e Schaal (2007), o aspecto e os movimentos semelhantes aos dos humanos para um robô são as duas características essenciais para promover a interação entre o robô e o humano.

Apesar das pesquisas nesta área já terem avançado muito, ainda não existem robôs que sejam ao mesmo tempo dotados de inteligência artificial adequada e que possuam estrutura mecânica ágil e graus de liberdade suficientes para que consigam executar exatamente igual a um ser humano determinadas tarefas. Sendo assim, é de extrema importância pesquisas de desenvolvimento de robôs humanoides. O presente trabalho mostra a modelagem de um robô humanoide utilizando a notação de Denavit-Hartenberg para estudo da cinemática direta e diferencial dos membros inferiores e superiores do robô.

### 1.1. Motivação

Existem diversas motivações para a realização da modelagem e desenvolvimento de robôs humanoides. Uma delas se deve ao acidente nuclear em Fukushima que aconteceu no Japão em 11 de março de 2011. O terremoto seguido de um tsunami devastou boa parte do Japão. Ele ocasionou uma falha nos equipamentos de segurança da usina nuclear de Fukushima Daiichi (1). Esta falha ocasionou o vazamento de radiação para algumas áreas da usina. Conseqüentemente, se nenhuma medida fosse tomada para aliviar a pressão interna dos reatores, poderia haver uma contaminação ambiental em nível global.

Com intuito de diminuir os danos e tentar recuperar o que fosse possível, foram utilizados diversos robôs para acessar as áreas com alto nível de radiação (2). Contudo, apesar dos robôs possuírem bom desempenho, eles não foram capazes de operar de forma rápida e precisa, o que fez com que alguns seres humanos precisassem se expor à radiação para minimizar os danos do desastre.

Pensando nisso, após o acidente a agência de projetos de pesquisa "Darpa" ("Defense advanced reserch projects agency", em inglês), que é uma agência que investe em tecnologias inovadoras para segurança nacional dos Estados Unidos da América (3), resolveu organizar uma competição de robótica, a Darpa DRC ("Darpa Robotics Challenge", em inglês), com a intenção de motivar o avanço da robótica para utilização em catástrofes.

Outra área que também é bastante importante é a pesquisa em veículos autônomos. Nos dias de hoje é comum carros autônomos e elétricos estarem entre as prioridades das montadoras para o futuro. Existe muita pesquisa e desenvolvimento nesse campo. No entanto, é menos comum ver qualquer representante dessa filosofia no mundo das motocicletas. Isso talvez porque elas são instáveis por natureza, o que torna o controle um pouco mais complexo.

Uma das soluções encontradas para o controle do equilíbrio de motocicletas é adicionar um condutor robótico a ela. Isso porque, se analisarmos o comportamento humano ao conduzir uma motocicleta, podemos observar que nós somos os responsáveis pelo equilíbrio. Se a moto tender a cair para um dos lados, sem pensar em como, automaticamente compensamos o movimento, estabilizando a moto e mantendo o equilíbrio.

Sendo assim, essa é uma solução bastante utilizada em pesquisas nesse campo, como por exemplo o Motobot (figura 1), que está sendo desenvolvido pela Yamaha (5), que nada mais é do que um robô motoqueiro que consegue conduzir uma motocicleta controlando seu equilíbrio.

Desse modo, é de extrema importância o desenvolvimento de um robô humanoide que consiga conduzir uma motocicleta. Pois, com o desenvolvimento de um robô humanoide que possua graus de liberdade suficientes e conseqüentemente movimentos suficientes para conduzir uma moto de maneira a manter seu equilíbrio, poderemos tornar qualquer motocicleta autônoma, visto que quem será responsável por manter seu equilíbrio será o robô.



**Figura 1: MOTOBOT, robô da Yamaha (5)**

## **1.2. Objetivo**

Primeiramente, nesse trabalho, são estudados os movimentos e graus de liberdade necessários que um robô humanoide precisa para condução de motocicletas. Feito esse estudo, e partindo do modelo desenvolvido, o objetivo é fazer a modelagem de um robô humanoide utilizando a notação de Denavit Hartenberg para desenvolvimento da cinemática direta e diferencial do modelo adotado. A validade das equações desenvolvidas é conferida por simulações feitas em Matlab/Simulink.

## 2. História dos Robôs

A criação de robôs vem sendo alimentada a séculos pela ficção científica. Máquinas semelhantes a humanos e a animais ou até mesmo humanos com membros robóticos, todos já foram temas de obras da ficção científica e muitos se tornaram filmes.

Em 1920, a palavra "robot" foi utilizada pela primeira vez pelo escritor checo Karel Capek na peça "Rossum's Universal Robots". A peça estreou pela primeira vez em 1921, e abordava temas como escravidão e servidão (4).

Já o termo "robótica" foi criado pelo escritor Isaac Asimov, em 1941. Ele utilizou a palavra referindo-se à tecnologia utilizada pelos robôs e previu uma poderosa indústria de robótica. Ele também criou em sua obra "Runaround" de 1942 as três leis da robótica, às quais veio se juntar a lei zero. Segundo ele, essas leis regeriam os robôs no futuro, permitindo coexistência entre robôs inteligentes e humanos. Essas leis se tornaram ainda mais popularizadas depois da obra "I, Robot", de 1950, que virou um filme em 2004, que é baseada nas obras de Isaac Asimov. As leis propostas por ele são:

0. Um robô não pode causar mal à humanidade ou, por omissão, permitir que a humanidade sofra algum mal.
1. Um robô não pode ferir um ser humano ou, por ócio, permitir que um ser humano sofra algum mal.
2. Um robô deve obedecer às ordens que lhe sejam dadas por seres humanos, exceto nos casos em que tais ordens contrariem a Primeira Lei.
3. Um robô deve proteger sua própria existência, desde que tal proteção não entre em conflito com a Primeira e Segunda Leis.

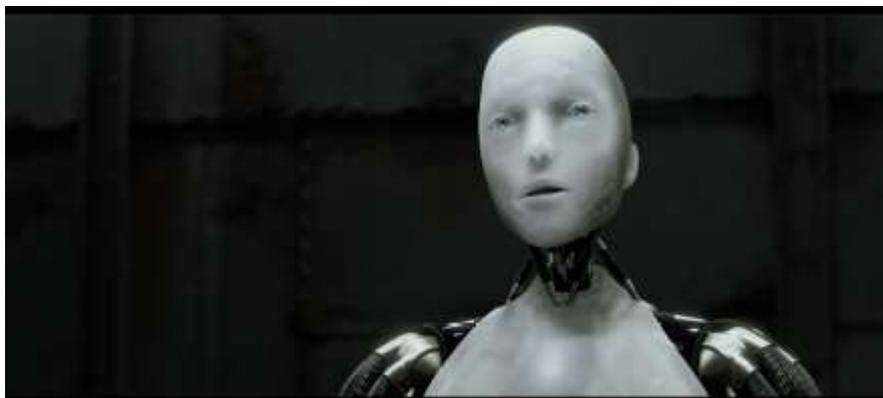


Figura 2: Humanoide do Filme "I Robot" (4)

Isaac Asimov transmitiu em suas obras a ideia de que um robô humanoide não precisaria ser exatamente como um ser humano e nem teriam de ser maus ou perigosos. A ficção científica ajudou a alavancar as pesquisas na área de robótica no sentido de mostrar que a ficção pode tornar realidade. Esse contexto é importante para que nos adaptemos com as formas realistas dos robôs humanoides e para que um dia seja comum o trabalho de forma colaborativa entre robôs e humanos.

### 2.1. Contexto histórico dos robôs humanoides

O desenvolvimento de robôs humanoides só passou a ser possível com o avanço da tecnologia. Graças ao surgimento de atuadores e sensores melhores, e principalmente ao aparecimento de microprocessadores e computadores que foi possível o avanço nessa área ao longo dos anos.

A idealização da existência de robôs com formas semelhantes aos seres humanos e que possam desempenhar as mesmas tarefas já existe a séculos. É verdade que a robótica como conhecemos hoje começou a ter avanços significativos no século XX. Porém as idealizações existem a muito mais tempo.

Há relatos que dizem que o primeiro esboço de um humanoide foi feito pelo Leonardo da Vinci em 1495. Leonardo desenvolveu um cavaleiro armado com dispositivos mecânicos. A figura 3 mostra um modelo baseado no robô de Leonardo da Vinci.



**Figura 3: Modelo baseado no robô de Leonardo da Vinci (6).**

Jacques de Vaucanson foi um inventor que dedicou parte de sua vida a construir engenhos mecânicos, alguns em caráter industrial. Ele também se dedicou a construção de um “homem artificial”. Em 1738, ele apresentou à Academia de Ciências três de seus trabalhos.

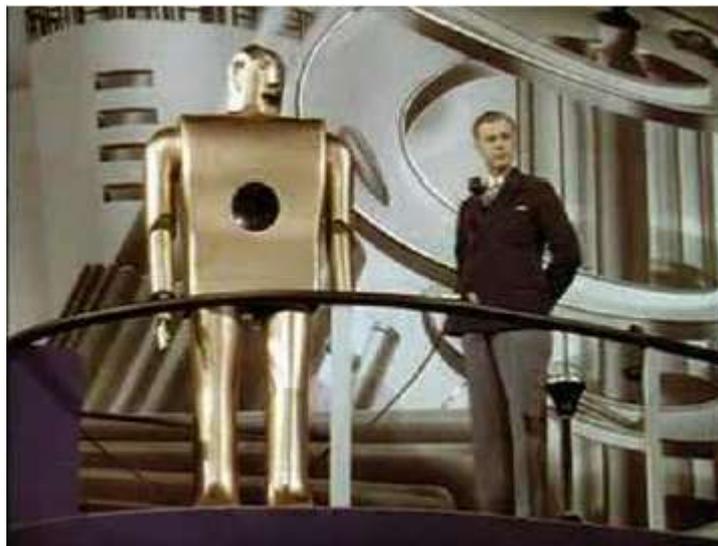
Eram eles: um tocador de flauta, um tocador de tambor e um pato. Ambos os músicos podiam tocar os instrumentos de forma semelhante ao ser humano. Já o pato ficou conhecido como uma de suas obras mais famosas por ser uma máquina muito realista que podia mover as asas e esticar-se de forma a receber e "comer" grãos igualmente a um pato de verdade.



**Figura 4: O pato de Jacques de Vaucanson (4).**

Já no século XIX, surge o "Homem Vapor" ou "Steam Man" em inglês, que era um homem mecânico movido a vapor que puxava uma carroça. Ele foi criado por Zadoc P. Dederick e Isaac Grass em 1868. Outra criação foi o "Homem elétrico" ou "Electric Man" em inglês, que seria uma versão elétrica do "Homem a Vapor" com algumas modificações. O "Electric Man" foi criado em 1885 por Frank Reade Junior.

O Elektro surgiu em 1938 e foi o primeiro robô humanoide da era moderna. Ele foi desenvolvido pela sociedade Westinghouse e podia simular características como o andar, falar e fumar humano.



**Figura 5: Elektro na exposição de New York em 1939 (6)**

Como dito, os robôs como são conhecidos hoje só começaram a aparecer no século XIX com o avanço da tecnologia, a invenção dos transistores e dos circuitos integrados.

A primeira fábrica de robô, a Unimation, foi criada por George Devol e Joseph Engelberger. O Unimate foi o primeiro robô industrial, desenvolvido no início da década de 60. Ele nada mais é que um braço robótico desenvolvido para automatizar tarefas em uma fábrica. Já em 1969, o "Braço de Stanford" foi criado por Victor Scheinman. Ele foi o primeiro braço elétrico controlado computacionalmente. Os braços robóticos são os robôs mais utilizados na indústria hoje. Eles se destinam, entre outras funções, a executar tarefas repetitivas e que representam risco a saúde ou segurança dos operadores.

O avanço no desenvolvimento de computadores permitiu uma alavancagem no desenvolvimento de robôs humanoides. O desenvolvimento de robôs humanoides modernos teve início na década de 1960. O Japão é sem dúvidas o país com mais humanoides desenvolvidos. Parte deles se deve a contribuição de empresas como Fujitsu, Sony, Toyota e Honda.

Um projeto desenvolvido pela NASA em parceria com a General Motors (GM) merece destaque. Ele é conhecido como "Robonaut2", como visto na figura 6. O "Robonaut2" é um projeto que visa auxiliar os astronautas em operações de manutenção das estações espaciais. Ele conta com 42 graus de liberdade independentes e mais de 350 sensores em seus membros superiores, tronco e cabeça.



**Figura 6: Robô "Robonaut2" (4)**

## 2.2. Principais Robôs Humanoides

As pesquisas na área de robótica têm se intensificado com o passar dos anos. Com o avanço dos atuadores, computadores e outras tecnologias utilizadas, o desenvolvimento de robôs que se aproximam cada vez mais da realidade humana e com capacidades úteis tem sido cada vez mais eficiente. Pensando nisso, alguns dos robôs humanoides mais conhecidos, que foram e que estão sendo desenvolvidos e aprimorados serão mostrados.

### 2.2.1. Asimo da Honda

A Honda teve avanços significativos no desenvolvimento de robôs humanoides a partir de 1986, onde desenvolveu protótipos do E1 até ao E6. Com a construção bem-sucedida de seus robôs a Honda serviu de inspiração para pesquisas nessa área. Já nos anos 2000 ela criou o robô Asimo, que é seu robô de modelo mais avançado e vem sofrendo melhorias ao longo dos anos.

O robô Asimo é capaz de correr, andar, subir escadas, pegar objetos, além de poder se desviar de obstáculos e reconhecer algumas faces humanas. Ele é um robô pequeno, medindo 130cm de altura e pesando 54Kg.

A principal motivação para criação do Asimo é a de ajudar as pessoas com dificuldades de mobilidade. Como ele é capaz de realizar muitas das tarefas domésticas, ele é um robô ideal para fazer companhia para pessoas com deficiências que necessitem de uma cadeira de rodas por exemplo.



**Figura 7: Evolução dos robôs humanoides da Honda (6)**

### 2.2.2. Atlas

O robô humanoide Atlas é apresentado na figura 8, a direita está sua versão mais recente e a esquerda a versão anterior.

O Atlas é um robô de alta mobilidade projetado pela empresa norte-americana "Boston Dynamics". O projeto é financiado pela "Darpa" e foi construído para se movimentar em ambientes acidentados. Ou seja, possui alto controle de sua estabilidade.

Ele é um verdadeiro representante de um robô humanoide, capaz de andar sobre as duas pernas, deixando os membros superiores livres para manipular e transportar objetos, além de ser capaz de realizar outras tarefas projetadas para os seres humanos.



**Figura 8: Robô Atlas (7)**

### **2.2.3. Humanoide NAO**

O pequeno humanoide NAO foi desenvolvido pela "Aldebaran Robotics", e já é um robô que se encontra disponível no mercado. A empresa fornece as plataformas, software e ferramentas necessárias para o desenvolvimento do robô NAO no intuito de ajudar a desenvolver aplicações futuras.

A última versão do NAO, o NAO H25, possui 14 graus de liberdade, mede 573mm e pesa 5,2Kg. Sua autonomia é de 5h de funcionamento e ele possui um conjunto de sensores tais como 2 câmeras, 1 sonar, 1 acelerômetro, 2 giroscópios, 4 microfones e uma serie de sensores de contato.



**Figura 9: Robô NAO (4)**

#### **2.2.4. HRP**

Juntamente com a Kawada Industries e algumas universidades, o instituto de investigação Advanced Industrial Science and Technology (AIST) do Japão, desenvolveu alguns robôs. Inicialmente o desenvolvimento começou com o "Humanoid Robotics Project" (HRP), que foi financiado pelo ministro da economia Japonesa em 1997. O projeto começou com o robô P3, que depois foi chamado de HRP-1. O último robô, o HRP-4, foi desenvolvido com o objetivo de ser utilizado como auxílio no cotidiano diário das pessoas. Este robô possui corpo leve e um preço mais acessível que seus antecessores.



**Figura 10: Robô HRP-4 (6)**

### 3. Conceitos Importantes para modelagem de um robô

Após o histórico apresentado sobre alguns robôs humanoides desenvolvidos ao longo da história da robótica, esse capítulo visa apresentar os principais conceitos relacionados ao movimento de robôs humanoides.

#### 3.1. Manipuladores Robóticos

Um manipulador robótico consiste na união de uma série de corpos, rígidos ou não, conectados entre si por juntas. Cada corpo do manipulador é chamado de elo. A combinação das juntas e dos elos pode ser chamada de cadeia. Os manipuladores robóticos podem ser seriais ou paralelos. O elo mais afastado em relação a base de referência, que é geralmente o último elo, é chamado de "end effector" ou efetuador. Em geral, é na extremidade deste elo que a garra ou ferramenta é acoplada.

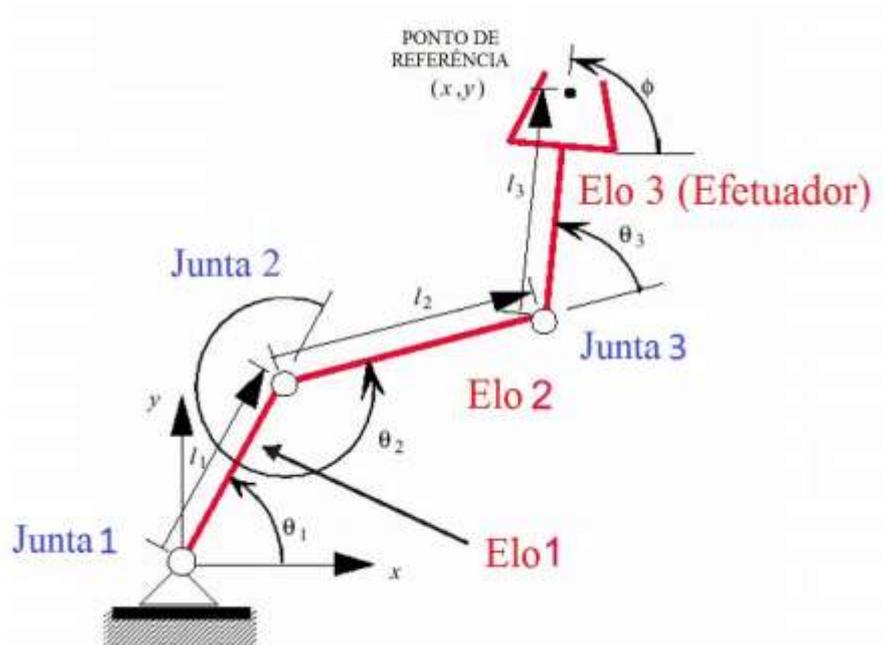


Figura 11: Demonstração dos elos e juntas de manipulador (9).

Um robô humanoide pode ser considerado como uma série de manipuladores seriais conectadas entre si (8). Ou seja, cada extremidade do corpo do humanoide, como as pernas, braços, cabeça e torço, pode ser tratada como manipuladores individuais.

##### 3.1.1. Tipos de Juntas

Para o desenvolvimento de robôs são utilizados diversos tipos de juntas. As principais são as juntas rotativas, cilíndricas, prismáticas, esféricas, tipo fuso e planar. Como podem ser vistas na figura 12. A figura 12 também mostra os graus de liberdade associados a cada tipo de junta.

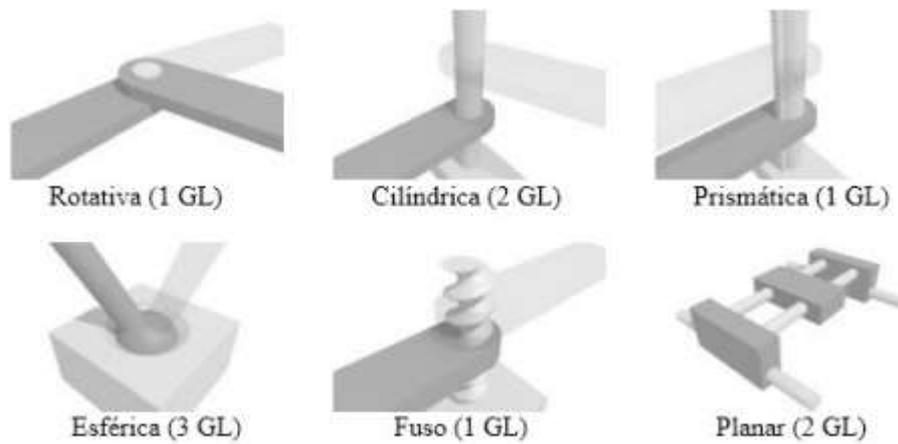


Figura 12: Tipos de Juntas (10)

Dentre os tipos de juntas apresentadas, as rotativas e as prismáticas, como apresentado na figura 13, são as mais utilizadas no desenvolvimento de robôs e manipuladores. A figura 13 mostra do lado esquerdo o símbolo para juntas prismáticas. Elas são juntas que, quando unidas a outros elos produzem um deslocamento translacional ao longo de um eixo fixo. Já do lado direito da figura 13, podemos ver a representação de uma junta rotativa. Essas juntas são juntas de revolução. Ou seja, quando ligadas a outros elos faz com que os elos girem ao redor de um eixo fixo de rotação.

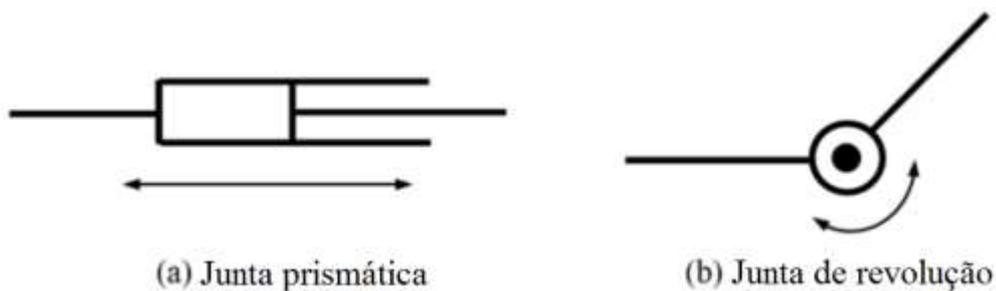


Figura 13: Símbolos para Juntas Prismáticas e de Revolução (8).

### 3.1.2. Graus de Liberdade de Um Robô

Um dos fatores mais importantes para um robô é definir o número de graus de liberdade que ele possui. Este fator determina a quantidade e os tipos de movimentos que o manipulador será capaz de executar. Em um sistema robótico, temos que cada junta que se move em uma única direção independente representa um grau de liberdade. Segundo Ildi Cismasiu, os graus de liberdade são representados pelos movimentos de translação e rotação independentes de um corpo rígido livre (11).

Para simular um corpo rígido livre no espaço precisamos de 6 graus de liberdade, sendo 3 de translação e 3 de rotação. Portanto para que a extremidade do sistema possa se mover livremente em diversas orientações para uma mesma posição do "end effector" em um espaço tridimensional, são necessários pelo menos 6 graus de liberdade.

Segundo Carrara (2004), o grau de liberdade total de um manipulador pode ser definido por meio do somatório de todos os graus de liberdade das juntas, e quanto maior o grau de liberdade, mais complexa é sua cinemática.

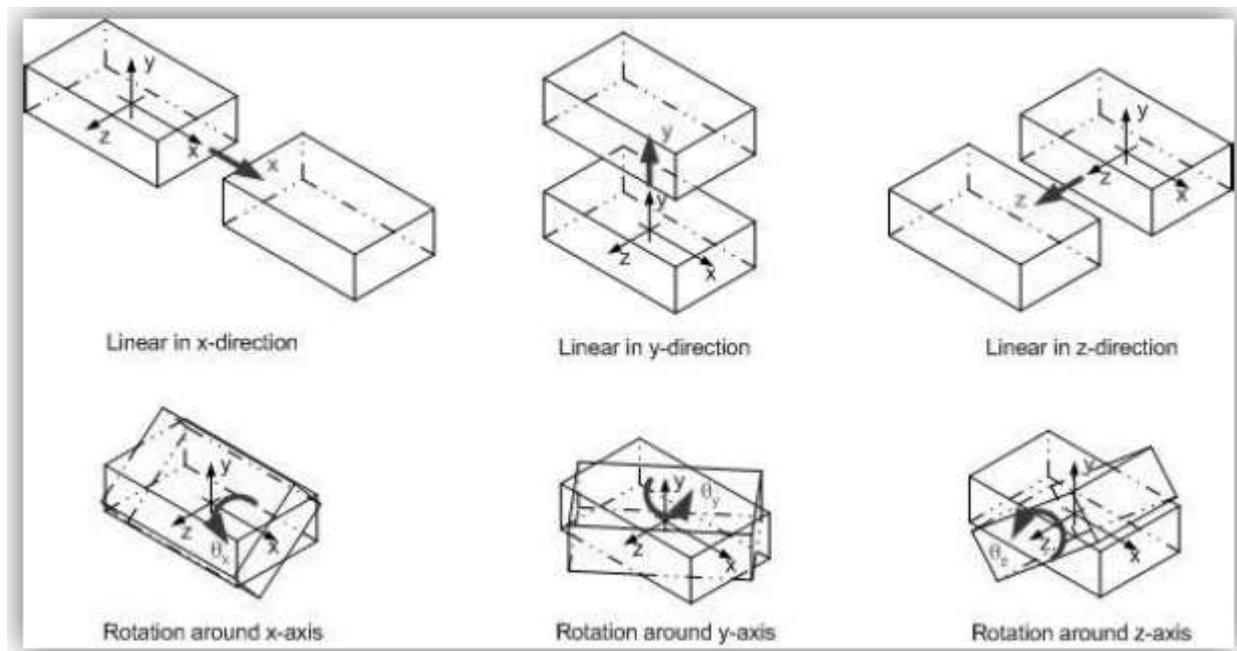


Figura 14: Os 6 graus de liberdade de um corpo rígido (11).

## 4. Análise Cinemática

A cinemática é o ramo da mecânica que estuda a descrição dos movimentos dos corpos sem se importar com a análise de sua dinâmica. Ou seja, ela trabalha com partículas, pontos, linhas ou corpos em que todos os seus pontos se movem de maneira igual. Melhor dizendo, a cinemática descreve o movimento de corpos sem analisar sua massa, sendo assim todos os pontos desses corpos possuem a mesma velocidade e orientação.

Manipuladores robóticos podem ser representados tanto no espaço das juntas como no espaço cartesiano. O espaço das juntas refere-se à representação da posição e orientação do manipulador por meio de um conjunto de ângulos das juntas. Já o espaço cartesiano refere-se à representação da posição e orientação de um ponto do manipulador, geralmente o "end effector", por meio de três coordenadas para definir a orientação e outras três para definir a posição.

O cálculo da posição e orientação do "end effector" em relação a um referencial de origem, a partir dos ângulos das juntas do manipulador é denominado cinemática direta. Já para o processo inverso, ou seja, o cálculo do conjunto de ângulos possíveis para as juntas do manipulador a partir da posição e orientação do "end effector", é denominado cinemática inversa.

A cinemática inversa é bem mais complicada que a direta. Pois para uma determinada posição e orientação do "end effector" podem existir várias configurações possíveis para o manipulador. A medida que se aumenta o número de graus de liberdade do robô o cálculo da cinemática passa a ser cada vez mais complicado, e muitas vezes não existem soluções possíveis para a cinemática inversa.

### 4.1. Movimentos de corpos rígidos e transformações

Para fazer o desenvolvimento das equações da cinemática de um robô humanoide é necessário estabelecer vários sistemas de coordenadas, um para cada junta do robô, para que seja possível representar as posições e orientações de seus elos constituintes.

O conhecimento de transformações de coordenadas entre esses sistemas é importante para possibilitar que posições, velocidades e acelerações sejam representados em diversos sistemas de coordenadas. Sendo assim, serão consideradas as operações de rotação e de translação de um sistema em relação a outro. Também serão apresentadas as transformações homogêneas, que são bastante utilizadas na área da robótica.

#### 4.1.1. Representação de Posições e Orientações de corpos rígidos

Uma cadeia de um manipulador pode ser modelada como um sistema de corpos rígidos. A localização de cada corpo rígido pode ser descrita por sua posição e orientação.

A figura 15 representa dois eixos de coordenadas  $xyz$  e  $x_b y_b z_b$ . A posição do corpo rígido pode ser representada pela coordenada de um ponto fixo arbitrário em relação a ele. Na figura 15, a origem em  $\mathbf{O}$  representa um sistema de coordenadas fixo em relação ao chão e a origem  $\mathbf{O}'$  representa um ponto arbitrário fixo ao corpo rígido. Nesse exemplo a posição do corpo rígido é representado em referência ao sistema de coordenadas fixo na origem  $\mathbf{O}$ , da forma:

$$X_o = [x_o \quad y_o \quad z_o]^T \quad (1)$$

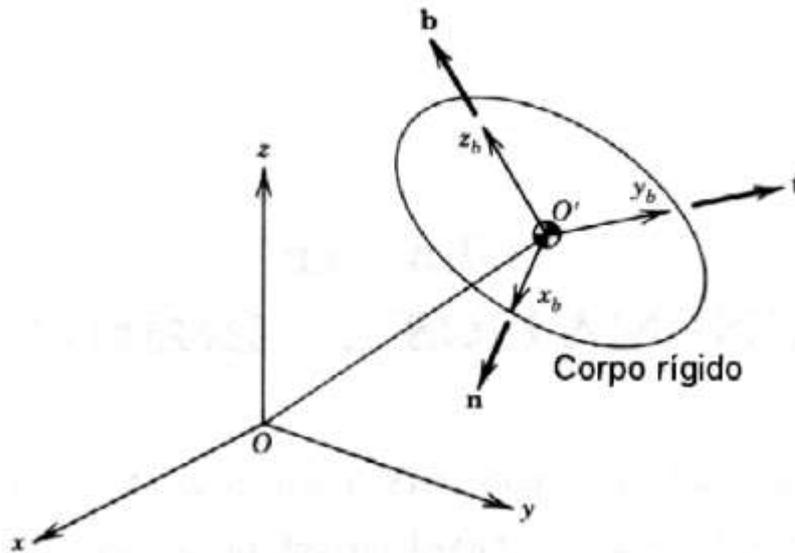


Figura 15: Posição e orientação de um corpo rígido (12).

A origem de um referencial de coordenadas é apenas um ponto no espaço. Portanto, é possível atribuir coordenadas que refletem a posição de um referencial de coordenadas em relação ao outro.

Esse método permite a translação de coordenadas entre referencias. Porém é necessário levar em conta a orientação dos referenciais, para que assim um ponto possa ser definido de acordo com diversos referenciais de maneira correta.

Para representar a orientação do corpo rígido é necessário leva em conta os três eixos de coordenadas  $x_b, y_b, z_b$  mostrados na figura 15. Estes eixos junto com sua origem em  $O'$  formam um sistema de coordenadas que se movem junto com o corpo rígido.

A orientação do corpo rígido é então representada pela direção dos três eixos de coordenadas. Na figura 15 temos que  $n, t$  e  $b$  são vetores unitários que apontam na direção dos eixos de coordenadas  $x_b, y_b, z_b$  respectivamente. Por nomenclatura, os três vetores são combinados em uma matriz ortonormal  $R$   $3 \times 3$ , como mostrado na equação (2).

$$R = \begin{bmatrix} | & | & | \\ n & t & b \\ | & | & | \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (2)$$

A orientação do corpo rígido da figura 15 em referência ao sistema de coordenadas fixo em  $O$  é representada pela equação (2).

#### 4.1.2. Transformação dos sistemas de Coordenadas

Como dito anteriormente, um ponto arbitrário fixo no corpo rígido pode ser representado por ambos sistemas de coordenadas apresentados na figura 15. Ou seja, pode ser representado tanto pelo sistema de coordenadas  $\mathbf{xyz}$  com origem em  $\mathbf{O}$ , quanto no sistema de coordenadas  $\mathbf{x}_b\mathbf{y}_b\mathbf{z}_b$  com origem em  $\mathbf{O}'$ , mesmo que esse ponto  $\mathbf{P}$  não esteja fixado em nenhuma das duas origens.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{x}^b = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (4)$$

Na equação (3),  $\mathbf{x}$  é a representação no sistema de coordenadas  $\mathbf{xyz}$  e na equação (4),  $\mathbf{x}^b$  é a representação no sistema de coordenadas fixo no corpo rígido.

O vetor  $\mathbf{OP}$  que dá as coordenadas do ponto  $\mathbf{P}$  em relação a origem  $\mathbf{O}$ , pode ser obtido através dos pontos  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{O}$ , conforme mostrado na figura 16. Matematicamente o vetor  $\mathbf{OP}$  é representado pela expressão (5), onde  $\mathbf{OP} = \mathbf{x}$  e  $\mathbf{OO}' = \mathbf{x}_0$ .

$$\mathbf{OP} = \mathbf{OO}' + \mathbf{O}'\mathbf{A} + \mathbf{AB} + \mathbf{BP} \quad (5)$$

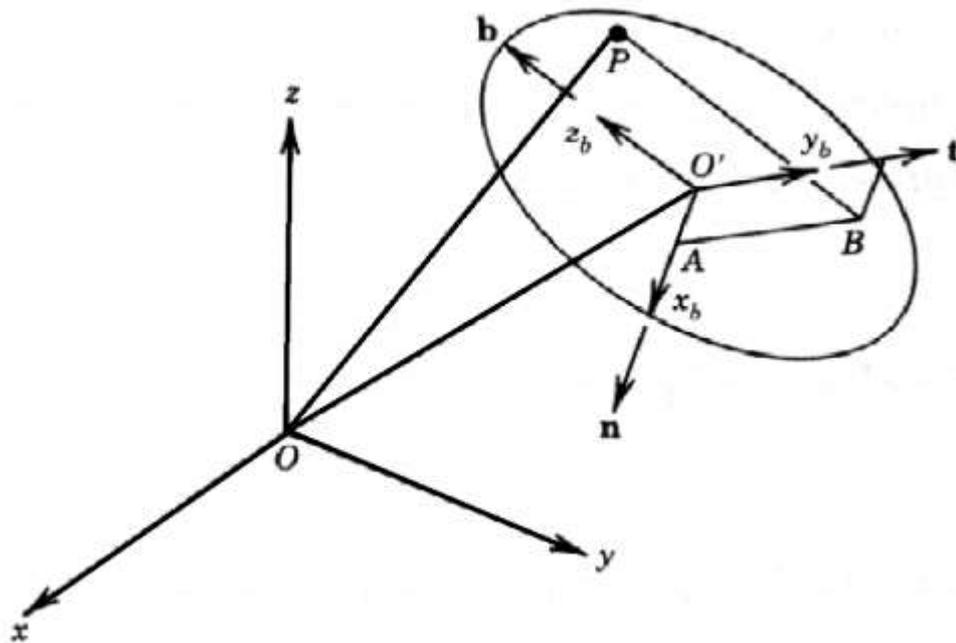


Figura 16: Transformação do sistema de coordenadas (12).

Podemos observar na figura (16) que os vetores  $\mathbf{O'A}$ ,  $\mathbf{AB}$  e  $\mathbf{BP}$  são paralelos aos vetores unitários  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{t}$  e  $\mathbf{b}$ , respectivamente, e que seus comprimentos são dados por  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{w}$ . Sendo assim a expressão (5) pode ser reescrita conforme equação (6).

$$x = x_0 + \mathbf{un} + \mathbf{vt} + \mathbf{wb} \quad (6)$$

Substituindo as equações (2) e (4) na equação (6) temos a expressão (7).

$$x = x_0 + R\mathbf{x}^b \quad (7)$$

A transformação do sistema de coordenadas do corpo rígido de  $\mathbf{x}^b$ , para o sistema de coordenadas fixo em  $\mathbf{x}$  é dado pela equação (7).

#### 4.1.3. Transformações Homogêneas

As transformações homogêneas combinam as operações de rotação e de translação. Se observarmos a equação (7) podemos chegar à conclusão que o lado direito da expressão representa a translação da transformação, ou seja, o deslocamento espacial, enquanto que o lado esquerdo representa a parcela de rotação para a transformação.

Com o intuito de obter uma forma simplificada de representação, onde os termos de translação e rotação possam ser representados em um único termo matricial, os vetores da expressão (8) são definidos.

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}; X^b = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

A matriz  $\mathbf{A}$  na equação (9) é uma matriz 4x4 que representa uma transformação homogênea, onde  $\mathbf{R}$  representa a matriz de rotação, contendo a orientação e  $\mathbf{x}_0$  representa uma matriz de translação, contendo a posição. Ou seja, a matriz  $\mathbf{A}$  contém a posição e orientação do sistema de coordenadas  $\mathbf{O} - \mathbf{x}_b\mathbf{y}_b\mathbf{z}_b$ .

$$A = \begin{bmatrix} R_{3x3} & \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{0}_{1x3} & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Sendo assim, a equação (7) pode ser escrita como:

$$X = AX^b \quad (10)$$

Ou seja:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & x_0 \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Os dois termos do lado direito da equação (7) são reduzidos a um único termo na equação (10). A transformação de coordenadas dada pela equação (10) é denominada transformação homogênea.

A transformação homogênea é muito vantajosa para transformações consecutivas. Por isso ela é muito usada para cálculo da cinemática de robôs. Um exemplo de transformações consecutivas é mostrado na figura (17).

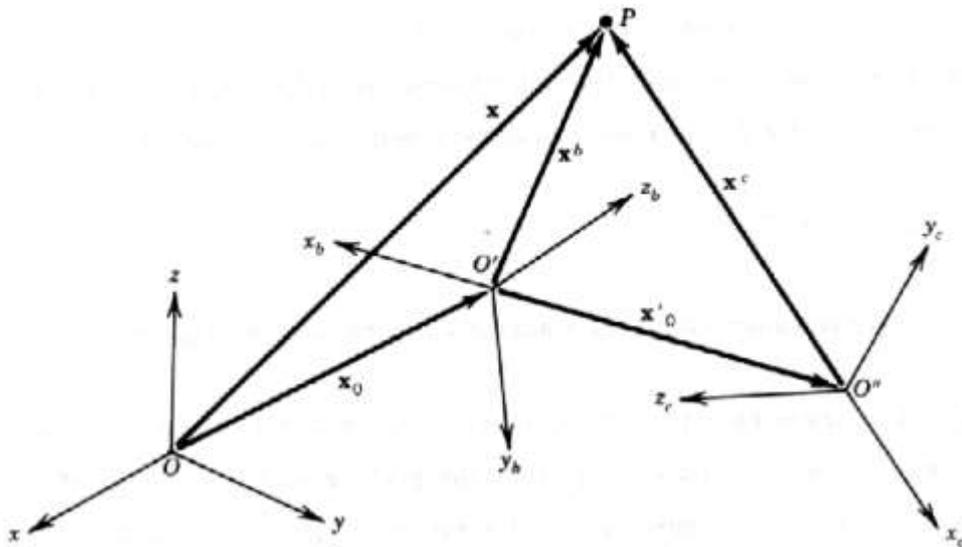


Figura 17: Transformações consecutivas de sistemas de coordenadas (12).

Observando a figura 17 temos então:

$$x^b = x'_0 + R' x^c \quad (12)$$

Onde,  $x'_0$  e  $R'$  são um vetor 3X1 e uma matriz 3x3 associados a transformação de  $x^c$  para  $x^b$ .

Substituindo a equação (12) na equação (7), temos:

$$x = x_0 + R x'_0 + R R' x^c \quad (13)$$

Podemos observar agora que existem três termos no lado direito da Equação (13). Com a repetição da transformação, o número de termos do lado direito aumenta. No geral,  $n$  transformações de coordenadas consecutivas conduzem a um polinômio de enésima ordem, composto de  $(n+1)$  termos não-homogêneos.

Já a transformação homogênea que utiliza a matriz 4x4 proporciona uma forma mais compacta. Essa forma, representa qualquer transformação consecutiva com um termo único. Considerando-se  $n$  transformações consecutivas do sistema de coordenadas de volta ao sistema  $\mathbf{O}$ . Seja  $A_i^{i-1}$  a matriz 4x4 associada a transformação homogênea do sistema  $\mathbf{i}$  para o sistema  $\mathbf{i-1}$ , o vetor de posição  $X^n$  do sistema de coordenadas  $\mathbf{n}$  é transformado para o vetor de posição  $X^0$  no sistema  $\mathbf{O}$  pela equação:

$$X^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2 A_4^3 \dots A_n^{n-1} X^n \quad (14)$$

Sendo assim, temos que as transformações de coordenadas podem ser mais compactas descritas apenas por um termo utilizando a transformação homogênea.

#### 4.2. Notação de Denavit-Hartenberg

Jacques Denavit e Richard Hartenberg introduziram em 1955 uma convenção para a definição das matrizes das juntas de um robô e segmentos por forma a normalizar os eixos de coordenadas para ligações espaciais. Esta convenção proporciona uma forma sistemática simplificada para executar a análise da cinemática direta.

De modo a descrever a relação cinemática completamente, a notação de Denavit-Hartenberg utiliza de um número mínimo de parâmetros e se baseia na representação da matriz de posição e orientação de um corpo rígido.

Na figura 18 podemos ver um par de elos adjacentes  $\mathbf{i-1}$  e  $\mathbf{i}$ , e suas juntas associadas  $\mathbf{i-1}$ ,  $\mathbf{i}$  e  $\mathbf{i+1}$ . A linha  $a_i$  é denominada a normal comum entre os eixos das juntas  $\mathbf{i}$  e  $\mathbf{i+1}$ .

Na notação de Denavit-Hartenberg, a origem do  $i$ -ésimo sistema de coordenadas  $O_i$  está localizado na interseção dos eixos da junta  $\mathbf{i+1}$  com a normal comum representada por  $a_i$  na figura 18. Podemos observar também que o sistema de coordenadas do elo  $\mathbf{i}$  situa-se na junta  $\mathbf{i+1}$ , ao invés da junta  $\mathbf{i}$ .

O eixo  $X_i$  é direcionado pelo prolongamento da normal comum entre  $Z_i$  e  $Z_{i-1}$ . Já o eixo  $Z_i$  situa-se ao longo do eixo da junta  $\mathbf{i+1}$  no seu sentido de rotação. Restando, portanto, o eixo  $Y_i$  que se dá pelo triedro direito que obedece a regra da mão direita.

A localização relativa entre os sistemas de coordenadas pode ser totalmente determinada pelos quatro parâmetros de Denavit-Hartenberg por elo. A definição de cada parâmetro é mostrada abaixo:

- $a_i$  – Comprimento da normal comum entre  $Z_{i-1}$  e  $Z_i$
- $d_i$  – Distância entre a origem  $O_{i-1}$  e a normal comum
- $\theta_i$  – ângulo entre  $X_{i-1}$  e  $X_i$  no sentido de  $Z_{i-1}$
- $\alpha_i$  – ângulo entre  $Z_{i-1}$  e  $Z_i$  no sentido de  $X_i$

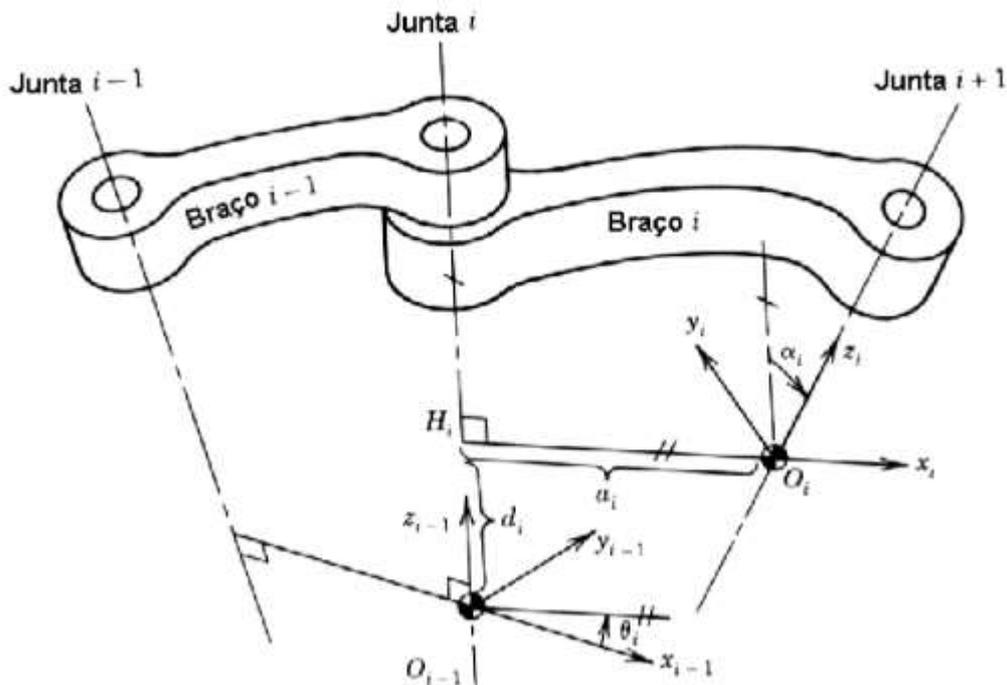


Figura 18: Notação de Denavit-Hartenberg (13).

Para os parâmetros de Denavit-Hartenberg temos sempre dois que são constantes,  $a_i$  e  $\alpha_i$ . Eles são determinados de acordo com a geometria de cada elo. Já para os parâmetros  $d_i$  e  $\theta_i$ , temos que um deles varia de acordo com o tipo de junta do robô. Se o robô tiver junta prismática, ou seja, juntas em que os elos adjacentes deslizam linearmente um com o outro ao longo do eixo da junta, o parâmetro  $d_i$  é que varia representando o deslocamento da junta, enquanto  $\theta_i$  é constante nesse caso. Já para o caso de ter uma junta rotativa é o parâmetro  $\theta_i$  que varia de acordo com o movimento das juntas, representando seu deslocamento, enquanto que  $d_i$  é constante.

Utilizando o conceito apresentado de transformação homogênea, para realização da transformação do sistema de coordenadas  $O_{i-1}$  para o sistema  $O_i$  é necessário a realização de duas translações ( $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{d}_i$ ) e duas rotações ( $\theta_i$  e  $\alpha_i$ ).

$$A_i^{i-1} = Rot_{z_i\theta_i} Trans_{z_id_i} Trans_{x_ia_i} Rot_{x_ia_i} \quad (15)$$

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\text{sen } \theta_i & 0 & 0 \\ \text{sen } \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\text{sen } \alpha_i & 0 \\ 0 & \text{sen } \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\text{sen } \theta_i \cos \alpha_i & \text{sen } \theta_i \text{sen } \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \text{sen } \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \text{sen } \alpha_i & a_i \text{sen } \theta_i \\ 0 & \text{sen } \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz  $A_i^{i-1}$  representa a posição e orientação do sistema de coordenadas  $\mathbf{i}$  em relação ao sistema de coordenadas  $\mathbf{i-1}$ . Os três primeiros vetores colunas contém a orientação do sistema de coordenadas  $\mathbf{i}$ . Já o último vetor colunas que compõe a matriz  $A_i^{i-1}$  representa a posição da origem  $\mathbf{i}$  em relação ao sistema de coordenadas  $\mathbf{i-1}$ .

Assim sendo, com a notação de Denavit-Hartenberg é possível obter a posição e a orientação de qualquer ponto de um manipulador em relação a coordenada de referência de forma mais simplificada. Uma vez que, como visto anteriormente um manipulador de  $n$  elos pode ser representado por uma sequência de multiplicações matriciais que representam as transformações consecutivas de cada sistema de coordenadas que o compõe. A equação (16) representa essas transformações.

$$A_n^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2 \dots A_n^{n-1} \quad (16)$$

A matriz  $A_n^0$  é uma matriz 4x4 que representa a posição e orientação de um elo  $n$  em relação a coordenada de referência.

### 4.3. Tipos de base de referência

Existem dois tipos de bases que são utilizadas para modelagem da cinemática de manipuladores. A mais comum é a base fixa, sendo o outro tipo a base flutuante.

A base fixa, como o próprio nome já diz, é uma base com referência fixa. Na maioria das vezes esta base possui referência fixada ao chão. Dessa forma, perturbações externas não são capazes de deslocar a referência da posição predetermined. Esse tipo de base é a mais utilizada em manipuladores e robôs de âmbito industrial devidos as suas características. Porém no âmbito de desenvolvimento de robôs moveis esse tipo de base é muito pouco usado. Uma das aplicações possíveis no desenvolvimento de robôs humanoides seria utilizar a base fixa com referência fixada aos pés do robô humanoide. Porém essa modelagem implica na necessidade de estudo dos diversos estados em que os pés não se comportam como base fixa.

Já a base flutuante não possui referência fixa. De modo a estimar os deslocamentos sofridos pela base e compensá-los, geralmente são utilizadas bases associadas as centrais inerciais do robô. Dessa forma, as centrais inerciais devidos aos seus diversos sensores, conseguem estimar as variações de posição e orientação da base, de forma similar ao que acontece na base fixa.

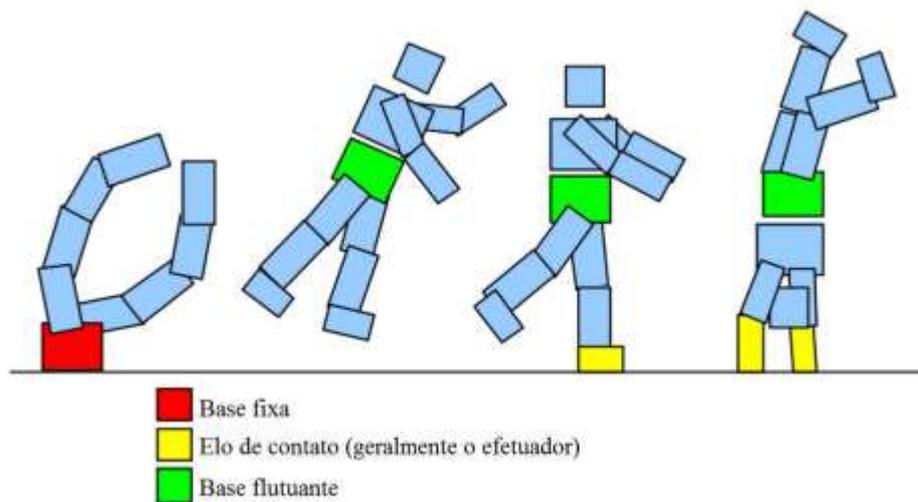
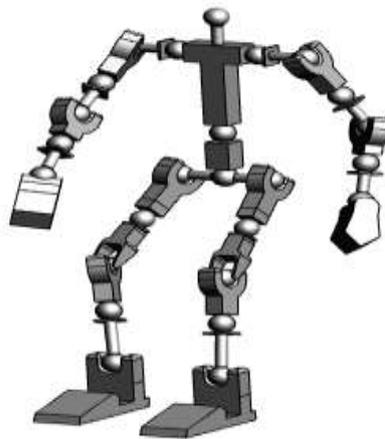


Figura 19: Exemplo de configurações de base fixa e flutuante em robôs humanoides (14).

## 5. Desenvolvimento da cinemática direta de um Robô Humanoide

Após análise do histórico dos robôs humanoides e dos robôs já existentes, se fez necessário o desenvolvimento de um robô com juntas baseadas nas mais utilizadas no desenvolvimento de robôs humanoides, porém com adaptações que pudessem aumentar a capacidade de movimentos de um robô de forma a se aproximar mais de um modelo realista dos movimentos dos seres humanos.

Para isso, além de estudar os robôs que já foram desenvolvidos, também foi analisado os movimentos de um robô humanoide de brinquedo fabricado pela Lego. Esse robô possui juntas esféricas, o que faz com que o número de graus de liberdade que ele possui aumente em comparação com robôs que utilizam as juntas rotativas que são usualmente usadas. O modelo do esqueleto desse robô foi desenvolvido no software SolidWorks e é mostrado na figura 20.



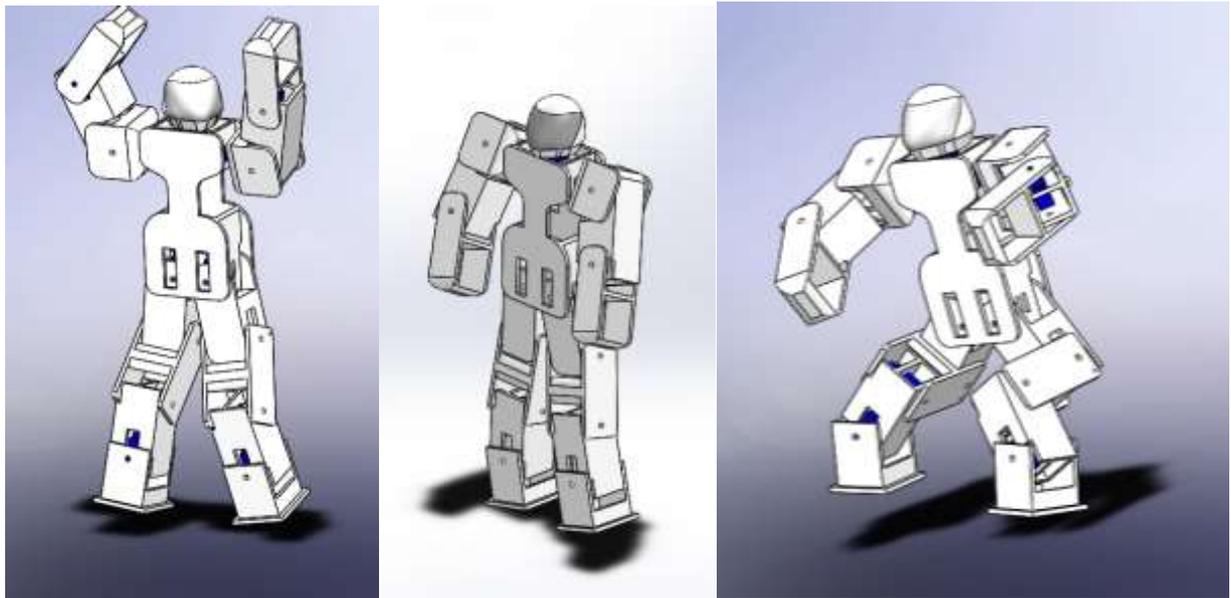
**Figura 20: Modelagem do esqueleto do brinquedo de lego no SolidWorks.**

Depois de analisar os movimentos do robô humanoide da Lego, foi desenvolvido experimentalmente, em um projeto em paralelo, um lado de um robô, composto por uma perna, um braço e seu torso. Este robô foi desenvolvido em madeira com o intuito de simular o movimento de cada junta utilizando servo motores HXT 900. A figura 21 mostra o robô feito experimentalmente.



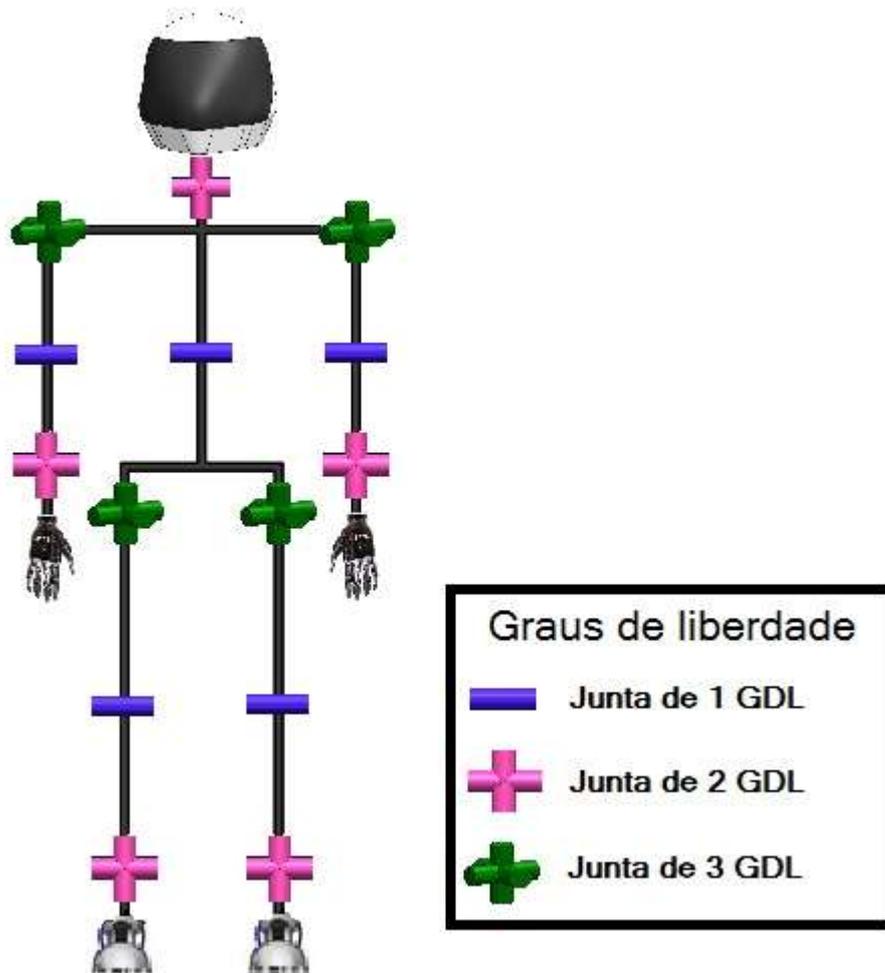
**Figura 21: Robô desenvolvido experimentalmente em madeira**

Depois da construção de um lado deste robô humanoide, foi desenvolvido um projeto para este robô no software Solidworks composto por seu corpo inteiro. Este projeto teve como objetivo o estudo do funcionamento de todas as suas juntas. Esse robô foi desenvolvido com menos graus de liberdade que o robô de brinquedo. Ele possui um grau de liberdade no pescoço, 3 graus de liberdade em cada braço e mais 4 graus de liberdade em cada perna. A figura 22 mostra o desenvolvimento do robô em Solidworks.



**Figura 22: Projeto do Robô completo de madeira no SolidWorks**

Após toda a análise descrita, chegou-se à conclusão que para o desenvolvimento de um robô humanoide, com movimentos suficientes para simular os de um ser humano, este deveria possuir 6 graus de liberdade em cada perna, 6 em cada braço, 2 na cabeça e mais 1 em seu torso, totalizando 27 graus de liberdade. O modelo do robô e a demonstração dos graus de liberdade que ele possui em cada junta é apresentado na figura 23.



**Figura 23: Graus de Liberdade (GDL) das juntas do robô humanoide**

Nesse trabalho, assumiu-se que todas as juntas possuem apenas um grau de liberdade sem perda de generalidade, visto que uma junta complexa pode ser desacoplada numa sucessão de juntas com um grau de liberdade cada, conectadas por segmentos de comprimento nulo. Pensando nisso o desacoplamento das juntas de três e dois graus de liberdade do robô pode ser visto na figura 24.

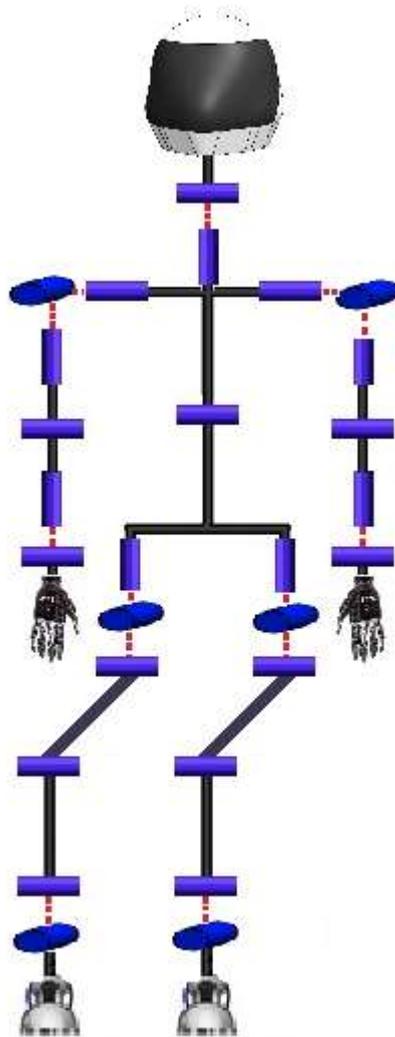


Figura 24: Demonstração das juntas desacopladas

Depois de desacoplar as juntas, o primeiro passo para o cálculo da cinemática direta do robô é definir um referencial de origem. Para isso os membros do robô foram separados e considerados como cadeias cinemáticas abertas. Assim, cada parte como tronco, braços, cabeça e pernas, podem ser considerados como um subsistema. Depois de modelado cada subsistema, o objetivo é encontrar um modelo completo considerando as interações de todos os subsistemas individuais.

Escolheu-se então dois pontos de referência, um no ponto de encontro dos elos ligados as juntas do pescoço e do ombro, denominado **B1** e outro no ponto que liga o elo conectado as juntas da perna ao quadril, denominado **B2**. **B2** está ligado a **B1** através das juntas da cintura, e existe, portanto, uma matriz de transformação de ligação simples entre eles.

A figura 25 mostra as cadeias cinemáticas separadas para os braços, pernas, cabeça e tronco. Os pontos de referência **B1** e **B2** dividiram o robô em mais cinco subsistemas de manipuladores seriais. O subsistema da cintura que relaciona os pontos de referência **B1** e **B2** pode ser considerado como mais uma cadeia cinemática na qual existe uma transformação de coordenadas entre as bases **B2** e **B1**.

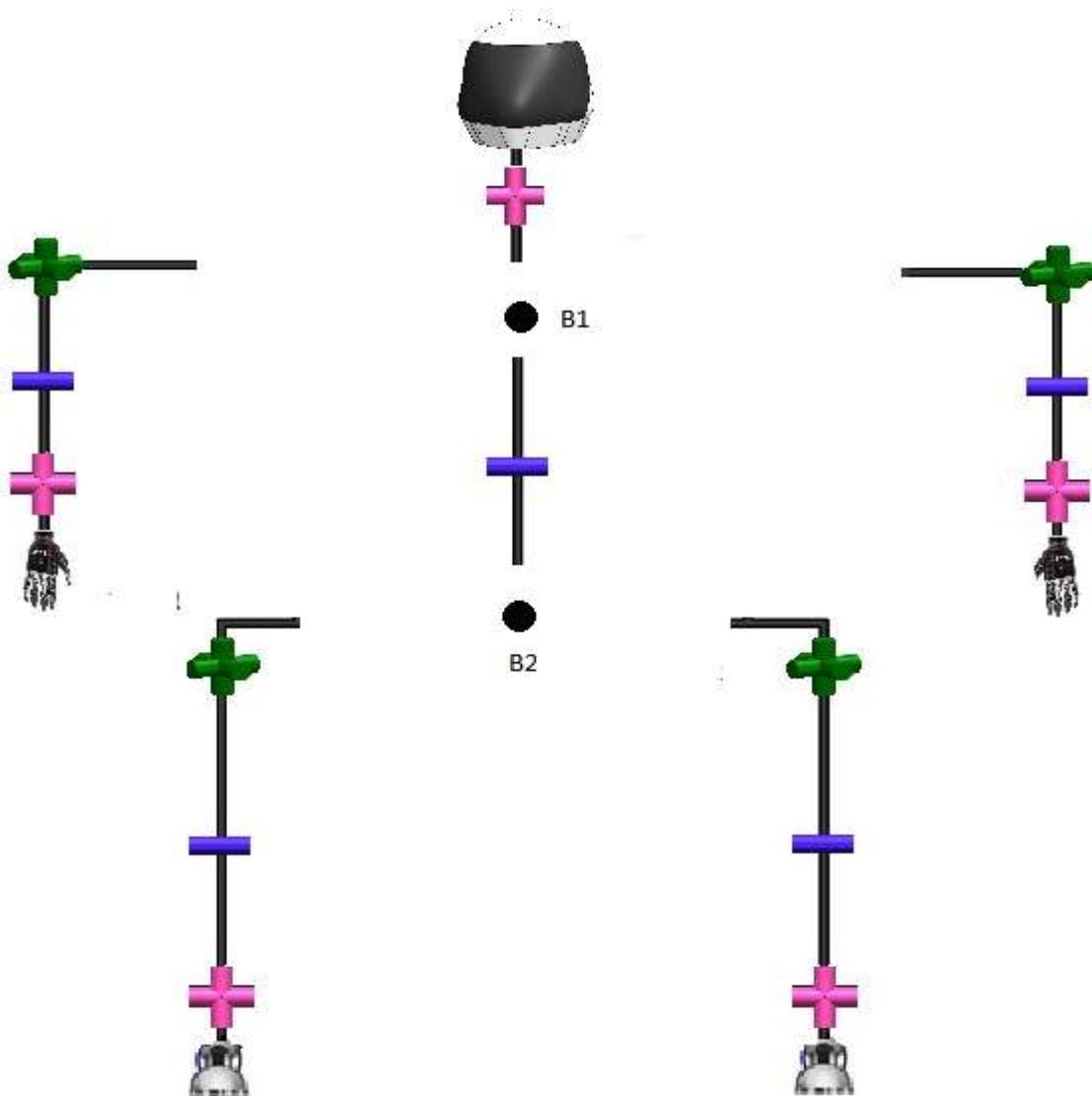


Figura 25: Cadeias cinemáticas geradas a partir do referencial escolhido

O cálculo da cinemática direta do robô é feito para os subsistemas separados. Começamos a modelagem pelo lado direito do robô, modelando seu braço direito e sua perna direita. Visto que para o lado esquerdo a modelagem se dá de forma bem parecida por ser o espelhamento da parte direita do robô, precisando assim adaptar apenas alguns parâmetros.

Para facilitar o processo coloca-se o braço e a perna na posição zero, e se estabelece para cada junta do braço e da perna o referencial  $x_i y_i z_i$ , relacionando o eixo de coordenadas  $i$  com cada junta  $i+1$ . Depois do desacoplamento das juntas, tanto o braço quanto a perna ficaram com seis juntas independentes, ou seja, ambos possuem seis graus de liberdade. As modelagens do braço direito e da perna direita do robô são mostradas na figura 26 e 27 respectivamente. O referencial para cada junta é dado de acordo com a notação de Denavit-Hartenberg.

As figuras 26 e 27, também mostram a configuração para o braço e para a perna na posição zero, respectivamente. Essa posição foi utilizada para achar os parâmetros de Denavit-Hartenberg. Além disso, nestas figuras também é possível ver o sentido de rotação e direção adotada para cada junta, de modo a definir os referenciais das mesmas.

De acordo com as figuras 26 e 27, temos que o referencial de origem é dado pelo primeiro conjunto de eixos de coordenadas  $x_0 y_0 z_0$ . Este referencial de origem está localizado no ombro junto com os referenciais  $x_1 y_1 z_1$  e  $x_2 y_2 z_2$  para o braço e na parte superior da perna (Quadril) junto com os referenciais  $x_1 y_1 z_1$  e  $x_2 y_2 z_2$  para a perna. Os três referenciais juntos representam três graus de liberdade para a perna e para o braço. O quarto referencial está localizado no cotovelo no caso do braço e já para a perna esse referencial coincide com a junta do joelho. Já os quintos e sextos referenciais estão localizados no punho direito do braço e no tornozelo para a perna. Por último temos o referencial do "end effector", que fica localizado na palma da mão para o braço e no centro do pé para a perna.

Com a determinação dos referenciais relacionados a cada junta podemos determinar os parâmetros de Denavit-Hartenberg para o braço direito e para a perna direita. Esses parâmetros obtidos, estabelecem a relação entre dois elos sucessivos dentro da cadeia cinemática serial da perna e do braço. Com eles é possível calcular as matrizes de transformação homogênea que permitem relacionar o sistema zero (origem) com o "end effector" que para o braço direito é a mão e para a perna direita o pé.

A tabela 1 e a tabela 2 mostram os parâmetros de Denavit-Hartenberg obtidos para o braço direito e para a perna esquerda respectivamente.

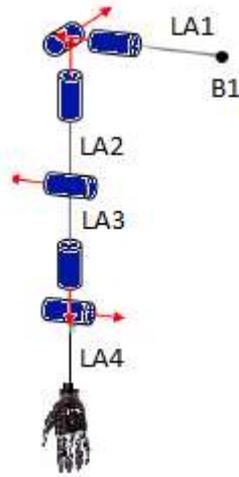


Figura 26: Representação do Braço do robô humanoide na posição zero e do sentido de rotação de cada junta.

Junta i	$\theta_i$	$\alpha_i$	$a_i$	$d_i$
1	$\theta_1$	90°	0	0
2	$\theta_2$	-90°	0	0
3	$\theta_3$	90°	0	$-L_{A2}$
4	$\theta_4$	90°	0	0
5	$\theta_5$	90°	0	$L_{A3}$
6	$\theta_6$	0°	$L_{A4}$	0

Tabela 1: Parâmetros de Denavit-Hartenberg para Braço Direito

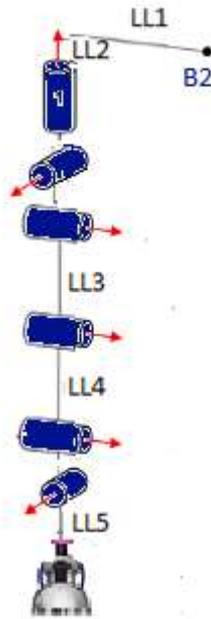


Figura 27: Representação da perna do robô humanoide na posição zero e do sentido de rotação de cada junta.

Junta i	$\theta_i$	$\alpha_i$	$a_i$	$d_i$
1	$\theta_1$	90°	0	0
2	$\theta_2$	-90°	0	0
3	$\theta_3$	0°	$L_{L3}$	0
4	$\theta_4$	0°	$L_{L4}$	0
5	$\theta_5$	90°	0	0
6	$\theta_6$	0°	$L_{A5}$	0

Tabela 2: Parâmetros de Denavit-Hartenberg para Perna Direita

Os parâmetros obtidos descrevem as transformações que ocorrem ao mudar do referencial **i-1** para o referencial **i** (em que  $i = 0, \dots, 6$ ; para cada cadeia cinemática do braço e da perna). Sendo assim as transformações que definem a relação do referencial **i-1** com o referencial **i**, podem ser obtidas através da matriz de transformação homogênea para notação de Denavit-Hartenberg como mostrado na seção 4.2.

A expressão (15) da matriz  $A_i^{i-1}$  já apresentada na seção 4.2., que representa a posição e orientação do sistema de coordenadas **i** em relação ao sistema de coordenadas **i-1** é repetida abaixo.

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Sendo assim as transformações individuais entre cada junta do braço direito e da perna direita podem ser montadas a partir dos parâmetros obtidos nas tabelas 1 e 2 e da expressão (15).

Primeiramente são mostradas as matrizes de transformação homogêneas para o braço direito, que relacionam o sistema de coordenadas do elo **i** com o sistema de coordenadas **i-1**. As expressões (17) a (22) representam essas matrizes.

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$A_2^1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$A_3^2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & 0 & \sin \theta_3 & 0 \\ \sin \theta_3 & 0 & -\cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -L_{A2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$A_4^3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & \text{sen } \theta_4 & 0 \\ \text{sen } \theta_4 & 0 & -\cos \theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$A_5^4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & 0 & \text{sen } \theta_5 & 0 \\ \text{sen } \theta_5 & 0 & -\cos \theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_{A3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$A_6^5 = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\text{sen } \theta_6 & 0 & L_{A4} \cos \theta_6 \\ \text{sen } \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & L_{A4} \text{sen } \theta_6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Já as matrizes de transformação homogêneas da perna direita, que também relacionam o sistema de coordenadas do elo  $i$  com o sistema de coordenadas  $i-1$ , são mostradas nas expressões (23) a (28).

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \text{sen } \theta_1 & 0 \\ \text{sen } \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$A_2^1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\text{sen } \theta_2 & 0 \\ \text{sen } \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$A_3^2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\text{sen } \theta_3 & 0 & L_{L3} \cos \theta_3 \\ \text{sen } \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & L_{L3} \text{sen } \theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$A_4^3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\text{sen } \theta_4 & 0 & L_{L4} \cos \theta_4 \\ \text{sen } \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & L_{L4} \text{sen } \theta_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$A_5^4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & 0 & \text{sen } \theta_5 & 0 \\ \text{sen } \theta_5 & 0 & -\cos \theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$A_6^5 = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\text{sen } \theta_6 & 0 & L_{L5} \cos \theta_6 \\ \text{sen } \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & L_{L5} \text{sen } \theta_6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Multiplicando todas as matrizes de transformação achadas para o braço direito, representadas nas expressões (17) a (22), podemos de acordo com a expressão (16) apresentada na seção 4.2 do capítulo 4, achar a matriz de transformação que relaciona o sistema de coordenadas da mão direita com a origem zero localizada no ombro. A expressão (29) mostra essa transformação.

$$A_6^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2 A_4^3 A_5^4 A_6^5 \quad (29)$$

De forma semelhante também podemos obter a matriz de transformação homogênea que relaciona o sistema de coordenadas do pé direito com a origem zero localizada na parte superior da perna (quadril). A expressão (29) também representa essa matriz de transformação para a perna, porém agora é necessário substituir as matrizes  $A_i^{i-1}$  pelas matrizes de transformação calculadas para a perna apresentadas nas expressões de (23) a (28).

As matrizes  $A_6^0$ 's para o braço direito e perna direita representam a posição e orientação da mão direita em relação ao referencial em zero e a posição e orientação do pé direito em relação a seu referencial zero respectivamente. Para que a posição e orientação do pé direito e da mão direita estejam referenciados em relação aos pontos **B2** e **B1** respectivamente, ainda é necessário fazer a transformação dessas matrizes para o eixo de coordenadas localizado em **B1** e **B2**.

As matrizes de transformação que relacionam a origem zero aos pontos **B1** e **B2** são mostradas nas expressões (30) e (31) respectivamente.

$$A_0^{B1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & L_{A1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$A_0^{B2} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & L_{L1} \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -L_{L2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Com a definição das matrizes  $A_0^{B1}$  e  $A_0^{B2}$ , agora podemos relacionar a mão e o pé com as bases **B1** e **B2** respectivamente.

$$A_6^{B1} = A_0^{B1} A_1^0 A_2^1 A_3^2 A_4^3 A_5^4 A_6^5 \quad (32)$$

$$A_6^{B2} = A_0^{B2} A_1^0 A_2^1 A_3^2 A_4^3 A_5^4 A_6^5 \quad (33)$$

A matriz  $A_6^{B1}$  descrita na equação (32) representa a posição e orientação da mão direita em relação o referencial na base **B1**. Do mesmo modo que a matriz  $A_6^{B2}$  descrita na equação (33), representa a posição e orientação do pé direito em relação o referencial na base **B2**.

As coordenadas cartesianas referentes as posições de outros pontos do braço e da perna também podem ser calculadas a partir das transformações da cinemática direta. Assim, é possível calcular a posição e orientação de todos os pontos do braço e da perna em relação aos referenciais **B1** e **B2**.

O cálculo da cinemática direta da perna e do braço direito do robô foi feito utilizando a ferramenta Matlab. O código desenvolvido é disponibilizado no Apêndice 1. A validação das equações achadas para cinemática direta primeiramente foi feita de forma simples. Foram definidas algumas configurações de ângulos para  $\theta_1$  a  $\theta_6$  e com estes parâmetros de entrada se obteve a posição dos elos terminais do braço e da perna, ou seja, as posições da a mão e do pé relacionados com as bases **B1** e **B2** respectivamente. Achadas as posições foi possível conferir se estas estavam de acordo com o esperado e assim o modelo foi validado.

Outra simulação que também foi desenvolvida de maneira similar a anterior e validada, foi feita de modo a simplificar as equações da cinemática direta e envolvia as transformadas homogêneas inversa calculadas para o braço e para a perna. A transformada inversa relaciona a posição e orientação da posição zero definida anteriormente com o sistema de referências localizado na mão para o braço e no pé para a perna. Ou seja, ela se dá de maneira inversa do que foi feito anteriormente. A forma geral para a matriz de transformação inversa é dada na equação (34).

$$T_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \text{sen } \theta_i & 0 & -a_i \\ -\text{sen } \theta_i \cos \alpha_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & \text{sen } \alpha_i & -d_i \text{sen } \alpha_i \\ \text{sen } \theta_i \text{sen } \alpha_i & -\cos \theta_i \text{sen } \alpha_i & \cos \alpha_i & -d_i \cos \alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

De forma similar ao desenvolvido para as transformadas homogêneas podemos agora a partir dos mesmos parâmetros de Denavit-Hartenberg mostrados nas tabelas 1 e 2 achar as matrizes de transformação inversa para o cálculo da cinemática direta. Essas matrizes relacionam o elo **i-1** com o sistema de coordenadas **i**, de maneira inversa ao que foi desenvolvido anteriormente.

Primeiramente são mostradas as matrizes de transformação inversa para o braço direito. As expressões (35) a (40) representam essas matrizes.

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \text{sen } \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \text{sen } \theta_1 & -\cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & \text{sen } \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\text{sen } \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$T_2^3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & \text{sen } \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_{A2} \\ \text{sen } \theta_3 & -\cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$T_3^4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & \text{sen } \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \text{sen } \theta_4 & -\cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$T_4^5 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & \text{sen } \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -L_{A3} \\ \text{sen } \theta_5 & -\cos \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$T_5^6 = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & \text{sen } \theta_6 & 0 & -L_{A4} \\ -\text{sen } \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Já as matrizes de transformação inversa da perna direita, que também relacionam o sistema de coordenadas do elo **i-1** com o sistema de coordenadas **i**, são mostradas nas expressões (41) a (46).

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \text{sen } \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \text{sen } \theta_1 & -\cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & \text{sen } \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\text{sen } \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$T_2^3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & \text{sen } \theta_3 & 0 & -L_{L3} \\ -\text{sen } \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$T_3^4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & \text{sen } \theta_4 & 0 & -L_{L4} \\ -\text{sen } \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$T_4^5 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & \text{sen } \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \text{sen } \theta_5 & -\cos \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$T_5^6 = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & \text{sen } \theta_6 & 0 & -L_{L5} \\ -\text{sen } \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

Através das matrizes achadas para a transformação inversa do braço e da perna, também é possível achar a posição e orientação do elo terminal de cada um. Para isso, basta apenas multiplicar todas as matrizes de transformação inversa achadas para o braço direito e de forma similar essa multiplicação pode ser feita com as matrizes de transformação inversa achadas para a perna direita. Estas multiplicações são feitas de acordo com a expressão (16) apresentada na seção 4.2 do capítulo 4. Assim, podemos achar a matriz de transformação para o braço e a perna do robô, que relaciona a posição e orientação da origem 0 ("end effector"), localizada no ombro para o braço e no início da perna junto a junta 1 para perna (quadril), com o sistema de coordenadas da mão e do pé do robô respectivamente.

A matriz de transformação obtida através da multiplicação das matrizes de transformação inversa representada pela expressão (16) da seção 4.2., é mostrada na expressão (47). Esta expressão representa a matriz de transformação tanto para o braço quanto para perna. A diferença é que para obter a matriz que relaciona a posição e orientação da origem zero em relação ao sistema de coordenadas da mão é preciso utilizar as equações (35) a (40) na expressão (47). Já para obter a posição e orientação da origem zero em relação ao sistema de coordenadas do pé do robô, é necessário utilizar as equações (41) a (46) na expressão (47).

$$T_5^6 T_4^5 T_3^4 T_2^3 T_1^2 T_0^1 = T_0^6 \quad (47)$$

O vetor contendo as coordenadas cartesianas de posição da origem zero no braço em relação ao sistema de coordenadas da mão do robô é apresentado na equação (48).

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_{A2}(C_4 S_6 - C_5 C_6 S_4) - L_{A4} - L_{A3} S_6 \\ -L_{A2}(C_4 C_6 + C_5 S_4 S_6) - L_{A3} C_6 \\ L_{A2} S_4 S_5 \end{bmatrix} \quad (48)$$

Onde,  $S_i = \text{sen } \theta_i$ ,  $C_i = \cos \theta_i$ ,  $S_{ij} = \text{sen}(\theta_i + \theta_j)$ ,  $C_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j)$ .

De forma similar o vetor contendo as coordenadas cartesianas de posição da origem zero na perna em relação ao sistema de coordenadas do pé do robô é apresentado na equação (49).

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_6(C_{45}L_{L3} + C_5L_{L4}) - L_{L5} \\ S_6(C_{45}L_{L3} + C_5L_{L4}) \\ -S_{45}L_{L3} - S_5L_{L4} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Onde,  $S_i = \text{sen}\theta_i$ ,  $C_i = \text{cos}\theta_i$ ,  $S_{ij} = \text{sen}(\theta_i + \theta_j)$ ,  $C_{ij} = \text{cos}(\theta_i + \theta_j)$ .

## 6. Cinemática diferencial de um Robô Humanóide

Depois de fazer a análise da cinemática direta e obter as posições e orientações das extremidades do braço direito e perna direita de acordo com um sistema de coordenadas de origem, seja utilizando as transformações homogêneas usuais ou inversas, é possível obter a relação entre as velocidades das juntas e as velocidades da extremidade associada do robô através da cinemática diferencial.

A derivação da cinemática diferencial é realizada com base na matriz jacobiana obtida pela diferenciação das equações da cinemática direta. O jacobiano é uma ferramenta muito importante para caracterizar os sistemas do robô. Portanto seu conceito é apresentado na seção 6.1.

O cálculo da cinemática diferencial do robô para o braço direito e para perna direita é mostrado nesse capítulo.

### 6.1. Matriz Jacobiana

Em um efetuador, considerando o elo terminal de uma cadeia cinemática, pode-se observar velocidades lineares associadas a um deslocamento da posição e velocidades angulares referentes a translação da orientação (15).

Com o intuito de controlar a velocidade linear, é interessante observar os pequenos movimentos do efetuador perto da posição atual. O movimento linear infinitesimal pode ser determinado pela derivada da equação da cinemática direta.

A relação entre a velocidade das juntas e a velocidade linear de um efetuador de acordo com as equações da cinemática direta pode ser expressa pela equação (50).

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \frac{\partial x}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial x}{\partial q_2} dq_2 + \dots + \frac{\partial x}{\partial q_n} dq_n \\
 \dot{y} &= \frac{\partial y}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial y}{\partial q_2} dq_2 + \dots + \frac{\partial y}{\partial q_n} dq_n \\
 \dot{z} &= \frac{\partial z}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial z}{\partial q_2} dq_2 + \dots + \frac{\partial z}{\partial q_n} dq_n
 \end{aligned} \tag{50}$$

A equação (50) também pode ser representada de forma vetorial. Esta é demonstrada pela equação (51), onde  $\dot{\mathbf{X}}$  e  $\dot{\mathbf{q}}$  representam as variações infinitesimais, ou seja, as velocidades, do efetuador e dos ângulos ou deslocamentos das juntas de acordo com a notação de Denavit-Hartenberg. De forma que se a  $i$ -ésima junta for prismática temos variações de deslocamento, portanto  $\dot{q} = d_i$ . Já se a  $i$ -ésima junta for rotativa temos variações angulares, portanto,  $\dot{q} = \theta_i$ .

$$v = \dot{\mathbf{X}} = J_L \dot{\mathbf{q}} \tag{51}$$

A representação dos vetores  $\dot{\mathbf{q}}$  e  $\dot{\mathbf{X}}$  para um manipulador de  $\mathbf{n}$  juntas é mostrada na equação (52).

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad ; \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ \vdots \\ dq_n \end{bmatrix} \quad (52)$$

A matriz  $3 \times n$   $\mathbf{J}_L$  é a matriz jacobiana linear que compreende todas as derivadas parciais da posição do efetuador para cada deslocamento das  $\mathbf{n}$  juntas de um manipulador genérico.

$$\mathbf{J}_L = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial z}{\partial q_1} & \frac{\partial z}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial z}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad (53)$$

A matriz jacobiana consiste numa representação matricial de 6 linhas e  $\mathbf{n}$  colunas, em que  $\mathbf{n}$  é o número de articulações de um manipulador genérico. Esta matriz é composta pelas derivadas parciais das equações da cinemática. Ela descreve a relação entre as velocidades lineares e angulares do efetuador e as velocidades lineares e angulares de cada uma das juntas. Podemos observar pela sua definição que a matriz jacobiana já foi introduzida indiretamente na definição da relação entre as velocidades relacionadas a um manipulador demonstradas pela equação (50). Isso porque, como dito, a cinemática diferencial usa do jacobiano para descrever a relação entre as velocidades associadas as juntas e ao efetuador.

As 3 primeiras linhas da matriz jacobiana refletem a relação entre as velocidades lineares nos 3 eixos de coordenadas, enquanto que as 3 últimas linhas refletem a relação entre as velocidades angulares.

Para o cálculo da relação entre as velocidades angulares é preciso avaliar a contribuição de cada junta à velocidade angular. Para isso, somente as juntas rotativas tem importância na geração desta velocidade, visto que as juntas prismáticas não são capazes de gerar este tipo de velocidade, portanto podem ser desconsideradas.

A equação (54) mostra a forma da parte angular da jacobiana de um manipulador genérico de  $\mathbf{n}$  juntas.

$$\mathbf{J}_w = [\rho_1 z_0 \quad \rho_2 z_1 \quad \dots \quad \rho_n z_{n-1}] \quad (54)$$

A variável  $\rho$  recebe dois valores: zero, se a junta associada for prismática, e 1, se a junta for de revolução. Já a variável  $\mathbf{z}_i$  corresponde ao eixo z do  $i$ -ésimo sistema de coordenadas referenciados a base, ou seja, os primeiros três elementos da terceira coluna da matriz de transformação obtida de acordo com a expressão (16) apresentada na seção 4.2. do capítulo 4, e que representa a posição e orientação de uma junta genérica em relação a base de referência.

A matriz  $3 \times n$   $J_w$  representa a velocidade angular do efetuador de um manipulador genérico de  $n$  juntas.

Podemos obter a expressão do jacobiano completo ao juntar a parte linear com a angular, e assim, utilizar o jacobiano completo para relacionar as velocidades lineares e angulares do efetuador com as da base, conforme mostrado na expressão (55).

$$\begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_L \\ J_w \end{bmatrix} \dot{q} = J \dot{q} \quad (55)$$

Na expressão (55), não se leva em consideração os efeitos dinâmicos e gravitacionais, por se tratar de um manipulador ideal.

Outra característica importante da matriz jacobiana é que ela permite calcular as singularidades existentes para uma combinação de articulações aplicadas ao manipulador. Sendo assim, uma singularidade é detectada quando uma combinação particular de valores reduz a característica da matriz jacobiana. Geralmente os pontos de singularidade são caracterizados por neles existir uma infinidade de soluções.

Uma singularidade pode ser verificada genericamente através da matriz jacobiana quando uma dada combinação de valores implica a existência de colunas dependentes na matriz, tornando o sistema indeterminado. Para uma matriz jacobiana quadrada isto se verifica igualando seu determinante a zero. Porém para qualquer tipo de manipulador, independentemente da quantidade e tipo de juntas que possui, é possível encontrar as combinações de singularidade recorrendo à matriz pseudo inversa do jacobiano, cuja expressão é demonstrada na equação (56), e verificando para que condições o determinante de  $JJ^T$  se anula.

$$J^+ = J^T (JJ^T)^{-1} \quad (56)$$

## 6.2. Desenvolvimento da cinemática diferencial do robô

A partir da matriz de transformação obtida de acordo com a equação (32) apresentada no capítulo 5, foi possível encontrar as equações da cinemática direta. Estas equações foram obtidas utilizando o software Matlab. Com as equações da cinemática direta achadas para o braço direito e para a perna direita com base em **B1** e **B2** respectivamente, é possível calcular a matriz jacobiana relacionada a cada cadeia cinemática para obter então a relação entre as velocidades das juntas e as velocidades da mão e do pé.

As matrizes jacobianas do braço e da perna foram obtidas a partir da diferenciação das equações da posição da mão e do pé respectivamente.

Dado o tamanho das matrizes jacobianas calculadas serem demasiadamente grandes, resultado da presença de seis juntas rotativas para cada cadeia cinemática, estes resultados não foram incluídos nessa seção.

A relação entre as velocidades das juntas e as velocidades da mão e do pé do robô é representada na expressão (57).

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_e \\ \dot{Y}_e \\ \dot{Z}_e \end{bmatrix} = J \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{bmatrix} \quad (57)$$

Da mesma forma do que foi feito para o cálculo das equações da cinemática direta, para o desenvolvimento da cinemática diferencial do robô, utilizou-se os resultados obtidos na cinemática direta pelo uso da matriz de transformação inversa de modo a simplificar as equações. Foram então obtidas as matrizes jacobianas para as cadeias cinemáticas do braço e da perna do robô, que relacionam as velocidades da base, referenciada na mão e no pé, com as velocidades do elo final.

As matrizes jacobianas que relacionam as velocidades da cadeia cinemática do braço e da perna, foram obtidas a partir da diferenciação das equações da posição encontradas com a cinemática direta, e que são mostradas nas expressões (48) e (49) do capítulo 5, para as posições do braço e da perna respectivamente.

As expressões (58) e (59) mostram as matrizes jacobianas encontradas para as cadeias do braço e da perna respectivamente, onde,  $S_i = \text{sen}\theta_i$ ,  $C_i = \text{cos}\theta_i$ ,  $S_{ij} = \text{sen}(\theta_i + \theta_j)$ ,  $C_{ij} = \text{cos}(\theta_i + \theta_j)$ .

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & L_{A2}(S_4S_6 + C_4C_5C_6) & -L_{A2}C_6S_4S_5 & -L_{A2}(C_4C_6 + C_5S_4S_6) - L_{A3}C_6 \\ 0 & 0 & 0 & L_{A2}(C_6S_4 - C_4C_5S_6) & L_{A2}S_4S_5S_6 & L_{A2}(C_4S_6 - C_5C_6S_4) + L_{A3}S_6 \\ 0 & 0 & 0 & L_{A2}C_4S_5 & L_{A2}C_5S_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & L_{L3}S_{45}C_6 & C_6(L_{L3}S_{45} + L_{L4}S_5) & S_6(L_{L3}C_{45} + L_{L4}C_5) \\ 0 & 0 & 0 & -L_{L3}S_{45}S_6 & -S_6(L_{L3}S_{45} + L_{L4}S_5) & C_6(L_{L3}C_{45} + L_{L4}C_5) \\ 0 & 0 & 0 & -L_{L3}C_{45} & -L_{L3}C_{45} - L_{L4}C_5 & 0 \end{bmatrix} \quad (59)$$

Ao analisar as matrizes jacobianas encontradas para a cadeia do braço e da perna podemos perceber que elas não dependem de  $\theta_1, \theta_2$  e  $\theta_3$ . Isso se deve ao fato de que as juntas 1, 2 e 3 estão conectadas por segmentos de comprimento nulo. Ou seja, o referencial do efetuador está localizado na mesma base que as juntas 1, 2 e 3. Sendo assim seus movimentos não interferem na velocidade e posição do efetuador em relação a base no pé e na mão.

Depois de desenvolvidas todas as equações diferenciais para todos os referenciais descritos, partiu-se para o desenvolvimento de uma simulação utilizando a ferramenta simulink do software Matlab, de modo a validar as equações desenvolvidas.

## 7. Simulações

Como já mencionado nos capítulos anteriores, foram feitas simulações utilizando a ferramenta simulink do software Matlab, de modo a validar as equações desenvolvidas para cinemática direta e diferencial. Portanto, este capítulo se dedica a apresentar os resultados obtidos com as simulações desenvolvidas.

### 7.1. Simulação Cinemática Direta

Para validação das equações, primeiramente foi desenvolvido um programa no simulink do Matlab para testar a cinemática direta. Para isso, foram testadas 3 configurações de ângulos  $\theta_i$  diferentes para a cadeia do braço de da perna.

#### 7.1.1. Cadeia cinemática do Braço Direito

Para começar as simulações primeiro se definiu as configurações a serem testadas. Para isto, primeiramente foi testada a configuração na posição zero, que é mostrada na figura 26 do capítulo 5, para depois passar para a simulação das outras duas configurações. Todas as configurações testadas são apresentadas na tabela 3.

Configuração 1	Configuração 2	Configuração 3
$\theta_1 = -90^\circ; \theta_2 = 90^\circ; \theta_3 = 90^\circ; \theta_4 = 0^\circ; \theta_5 = 0^\circ; \theta_6 = 90^\circ$	$\theta_1 = -90^\circ; \theta_2 = 90^\circ; \theta_3 = -90^\circ; \theta_4 = -90^\circ; \theta_5 = 0^\circ; \theta_6 = 90^\circ$	$\theta_1 = 0^\circ; \theta_2 = 90^\circ; \theta_3 = 90^\circ; \theta_4 = 0^\circ; \theta_5 = 0^\circ; \theta_6 = 90^\circ$

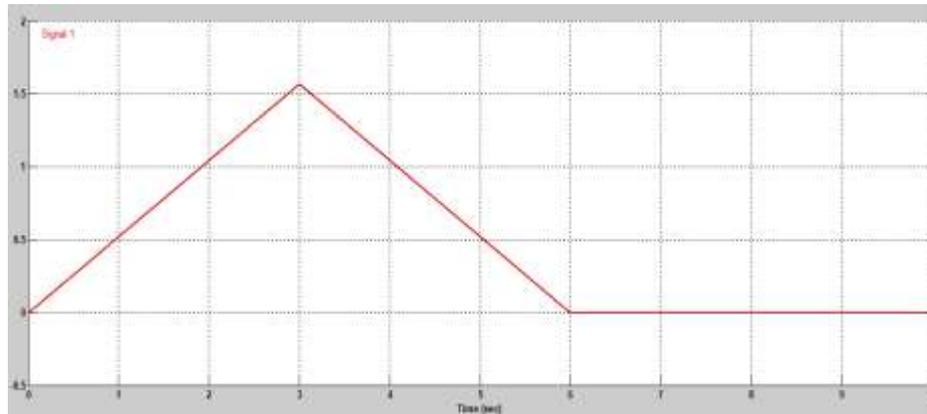
Tabela 3: Configurações para o Braço Direito

Os tamanhos dos elos do braço,  $L_{A1}$  a  $L_{A4}$ , foram baseados nas medidas em mm do brinquedo de lego apresentado no capítulo 5 e que é mostrado na figura 20 deste mesmo capítulo. Estas medidas são apresentadas na tabela 4.

Tamanho dos elos do Braço em mm			
LA1	LA2	LA3	LA4
32	40	32	8

Tabela 4: Tamanho dos elos do Braço Direito

A simulação foi feita utilizando o bloco signal builder do simulink com intuito de desenhar as funções para representar as velocidades das juntas. O perfil da função utilizada para representar esta velocidade é apresentado na figura 28. Foi utilizado uma função triangular, no qual sua área é dada pelo valor de cada  $\theta_i$  correspondente para dada configuração. Assim no tempo de  $t=6s$ , utilizado nas simulações, é possível obter o valor de  $\theta_i$  correspondente em cada configuração.



**Figura 28: Perfil de velocidade das juntas utilizado nas simulações**

Utilizando o bloco integrator (bloco que efetua a integração) na saída do signal builder foi possível obter as posições das juntas, ou seja todos os  $\theta_i$ 's, que serviram como entrada para o bloco function.

As equações da cinemática direta foram obtidas através das matrizes de transformação apresentadas no capítulo 5. Todos os cálculos para obter as posições do efetuador foram feitos dentro do bloco function, sendo a saída deste bloco as posições x, y e z do efetuador em relação ao seu referencial.

Para as equações da cinemática direta do braço direito, foram utilizados 3 referenciais diferentes. Sendo um localizado na base B1 e outro no Ombro utilizando a transformação homogênea, e mais um localizado na mão, utilizando as matrizes de transformação inversa para cálculo da cinemática direta, conforme mostrado no capítulo 5.

Para os referenciais em B1 e no ombro, a posição do efetuador é dada pela posição da mão direita. Já para o referencial localizado na mão, temos que a posição do efetuador é dada pela posição final do ombro.

A tabela 5 mostra as posições dos efetuadores em mm obtidas para cada configuração, e para cada referencial dado.

As figuras 29, 30 e 31, mostram a variação das posições dos efetuadores no tempo de 10s, atingindo a posição desejada no tempo de 6s, para as configurações 1, 2 e 3 respectivamente.

Posição para o efetuador do Braço Direito			
Para: LA1=32; LA2=40; LA3=32; LA4=8	Configuração 1	Configuração 2	Configuração 3
		$\theta_1 = -90^\circ; \theta_2 = 90^\circ; \theta_3 = 90^\circ; \theta_4 = 0^\circ; \theta_5 = 0^\circ; \theta_6 = 90^\circ$	$\theta_1 = -90^\circ; \theta_2 = 90^\circ; \theta_3 = -90^\circ; \theta_4 = -90^\circ; \theta_5 = 0^\circ; \theta_6 = 90^\circ$
Efetuador= Mão ; Referencial em B1			
x	32	32	32
y	0	40	80
z	-80	-40	0
Efetuador= Mão ; Referencial no Ombro			
x	0	40	80
y	-80	-40	0
z	0	0	0
Efetuador= Ombro ; Referencial na Mão			
x	-80	-40	-80
y	0	40	0
z	0	0	0

Tabela 5: Posição dos efetadores para dada configuração do Braço

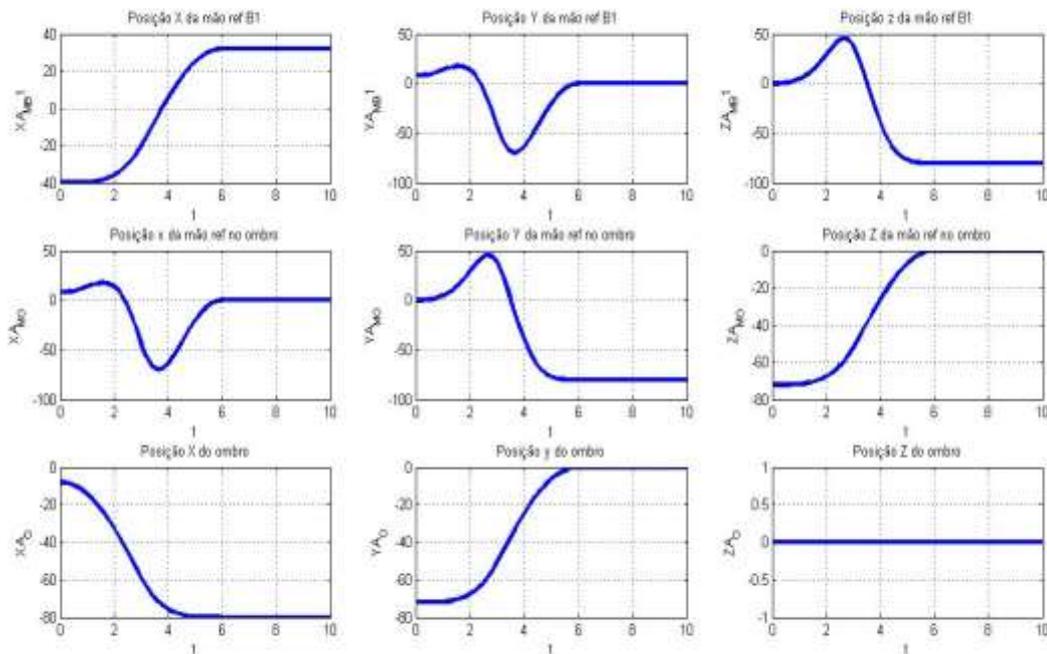


Figura 29: Variação dos efetadores no tempo de 10s para configuração 1 do Braço

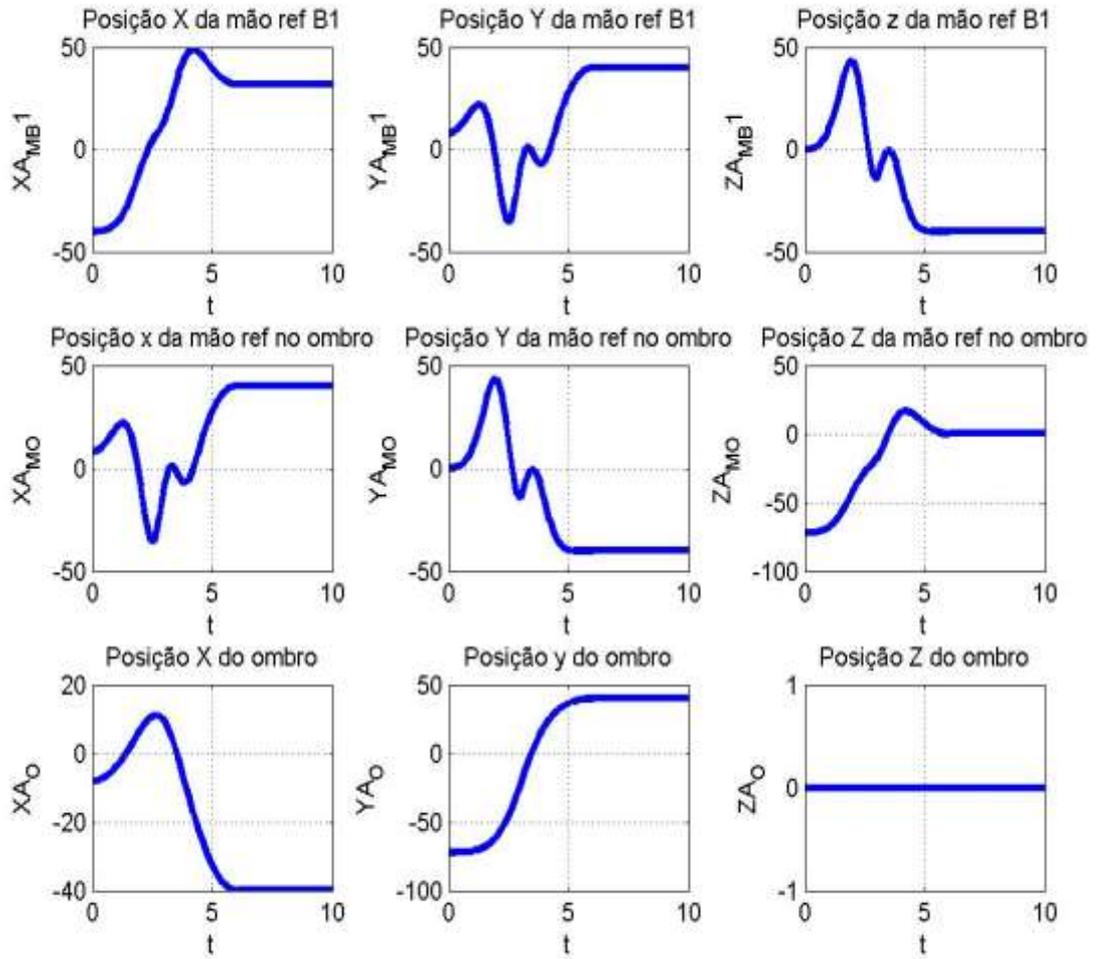


Figura 30: Variação dos efetadores no tempo de 10s para configuração 2 do Braço

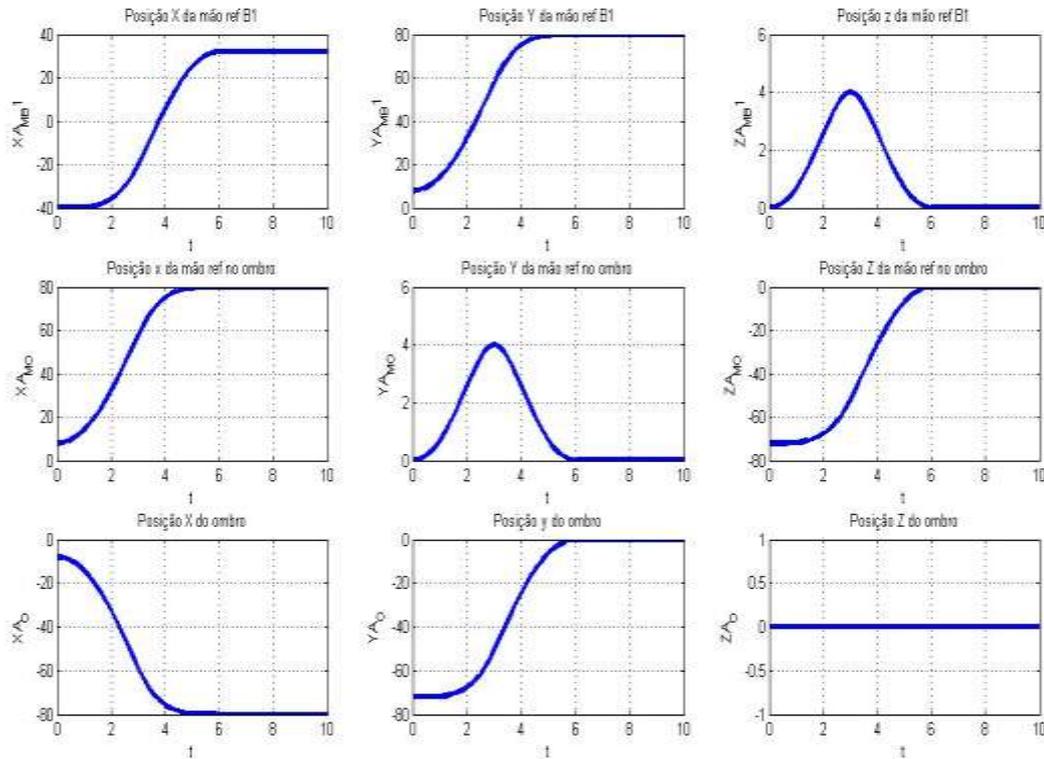


Figura 31: Variação dos efetuadores no tempo de 10s para configuração 3 do Braço

### 7.1.2. Cadeia cinemática da Perna Direita

As simulações feitas para testar a cadeia cinemática da perna direita foram feitas de forma semelhante as que foram feitas para o braço direito.

Primeiramente também foram definidas as configurações a serem testadas. Para isto, começamos com a configuração para a posição zero da perna direita, que é mostrada na figura 27 do capítulo 5, para depois passar para a simulação das outras duas configurações. Todas as configurações testadas são apresentadas na tabela 6.

Configuração 1	Configuração 2	Configuração 3
$\theta_1=0^\circ; \theta_2=-90^\circ; \theta_3=0^\circ; \theta_4=0^\circ; \theta_5=0^\circ; \theta_6=0^\circ$	$\theta_1=0^\circ; \theta_2=-90^\circ; \theta_3=90^\circ; \theta_4=-90^\circ; \theta_5=0^\circ; \theta_6=0^\circ$	$\theta_1=0^\circ; \theta_2=90^\circ; \theta_3=-90^\circ; \theta_4=-90^\circ; \theta_5=0^\circ; \theta_6=0^\circ$

Tabela 6: Configurações para a Perna Direita

Os tamanhos dos elos da perna,  $L_{L1}$  a  $L_{L5}$ , foram baseados nas medidas em mm do brinquedo de lego apresentado no capítulo 5 e que é mostrado na figura 20 deste mesmo capítulo. Estas medidas são apresentadas na tabela 7.

Tamanho dos elos da Perna em mm				
LL1	LL2	LL3	LL4	LL5
17	14	50	42	24

**Tabela 7: Tamanho dos elos da Perna Direita**

O passo a passo da simulação é o mesmo descrito para a cinemática direta do Braço direito. Portanto, foi utilizado o mesmo perfil apresentado na figura 28 para as velocidades das juntas, assim como todos os blocos do simulink. A única diferença ocorre dentro do bloco function e na escolha dos referenciais. No bloco function, ao invés de conter os cálculos com as matrizes de transformação homogênea e transformação inversa para o braço, temos os cálculos das equações da cinemática direta da perna direita a partir das matrizes transformação para ela, que também foram apresentadas no capítulo 5. Assim, temos que as saídas do bloco function são dadas pelas posições x, y e z do efetuador em relação ao seu referencial.

Para as equações da cinemática direta da perna direita, foram utilizados 3 referenciais diferentes. Sendo um localizado na base B2 e outro no quadril utilizando a transformação homogênea, e mais um localizado no pé, utilizando as matrizes de transformação inversa para cálculo da cinemática direta, conforme mostrado no capítulo 5.

Para os referenciais em B2 e no quadril, a posição do efetuador é dada pela posição do pé direito. Já para o referencial localizado no pé, temos que a posição do efetuador é dada pela posição final do quadril.

A tabela 8 mostra as posições dos efetadores em mm obtidas para cada configuração, e para cada referencial dado.

As figuras 32, 33 e 34, mostram a variação das posições dos efetadores no tempo de 10s, atingindo a posição desejada no tempo de 6s, para as configurações 1, 2 e 3 respectivamente.

Posição para o efetuator do Braço Direito			
Para: LL1=17; LL2=14; LL3=50; LL4=42; LL5=24	Configuração 1	Configuração 2	Configuração 3
	$\theta_1=0^\circ; \theta_2=-90^\circ; \theta_3=0^\circ; \theta_4=0^\circ; \theta_5=0^\circ; \theta_6=0^\circ$	$\theta_1=0^\circ; \theta_2=-90^\circ; \theta_3=90^\circ; \theta_4=-90^\circ; \theta_5=0^\circ; \theta_6=0^\circ$	$\theta_1=0^\circ; \theta_2=90^\circ; \theta_3=-90^\circ; \theta_4=-90^\circ; \theta_5=0^\circ; \theta_6=0^\circ$
Efetuator= Pé ; Referencial em B2			
x	17	17	17
y	0	-50	50
z	-130	-80	-80
Efetuator= Pé ; Referencial no Quadril			
x	0	0	0
y	0	50	-50
z	-116	-66	-66
Efetuator= Quadril ; Referencial no Pé			
x	-116	-66	-66
y	0	0	0
z	0	50	50

Tabela 8: Posição dos efetuares para dada configuração da Perna

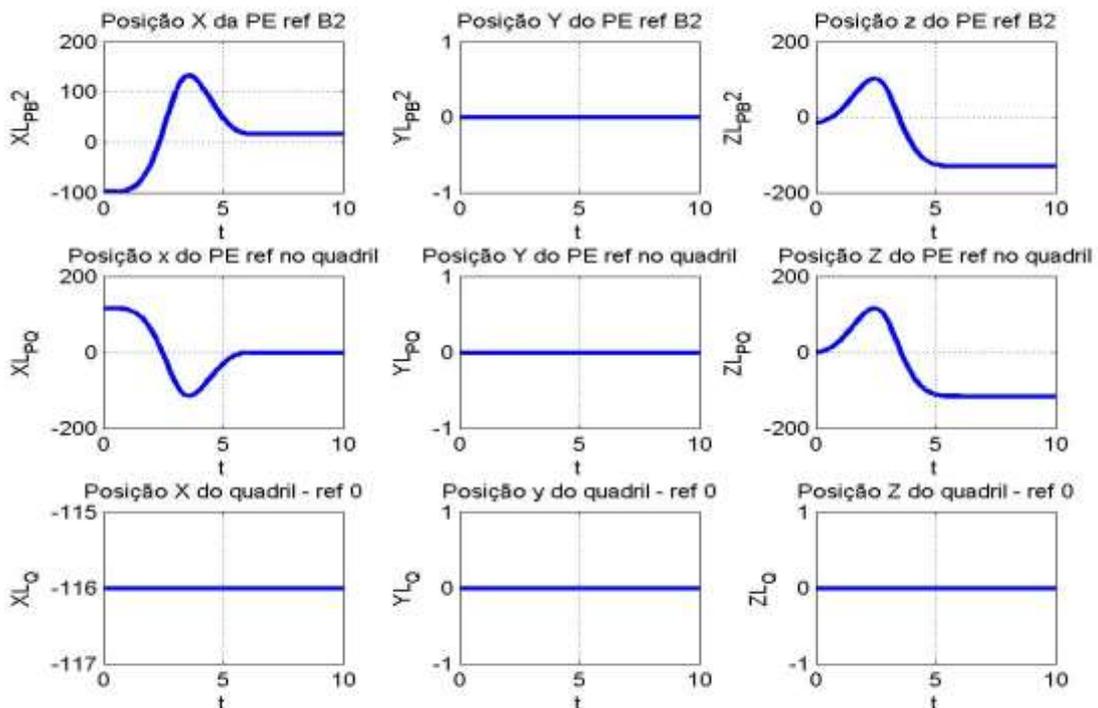


Figura 32: Variação dos efetuares no tempo de 10s para configuração 1 da Perna

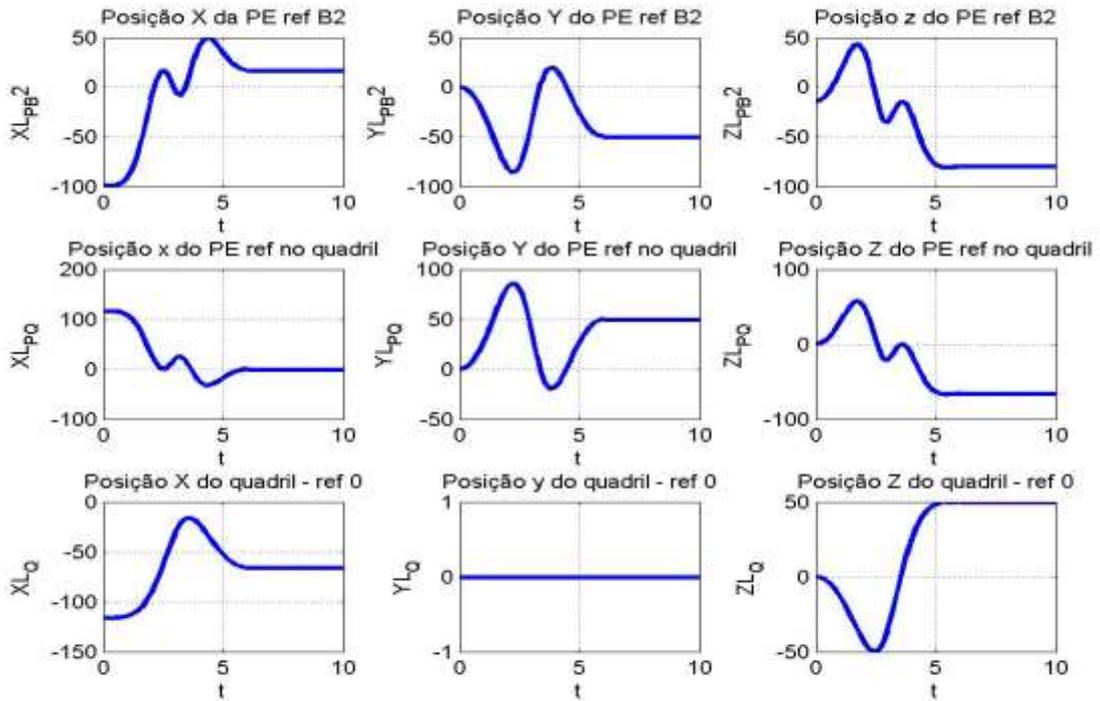


Figura 33: Variação dos efetadores no tempo de 10s para configuração 2 da Perna

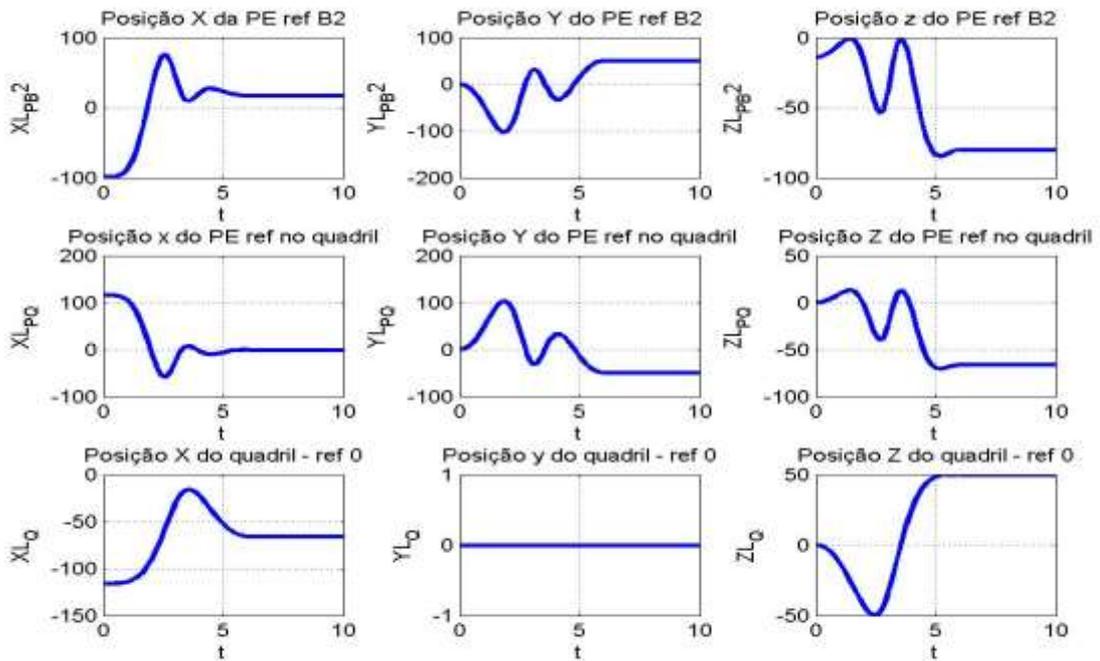
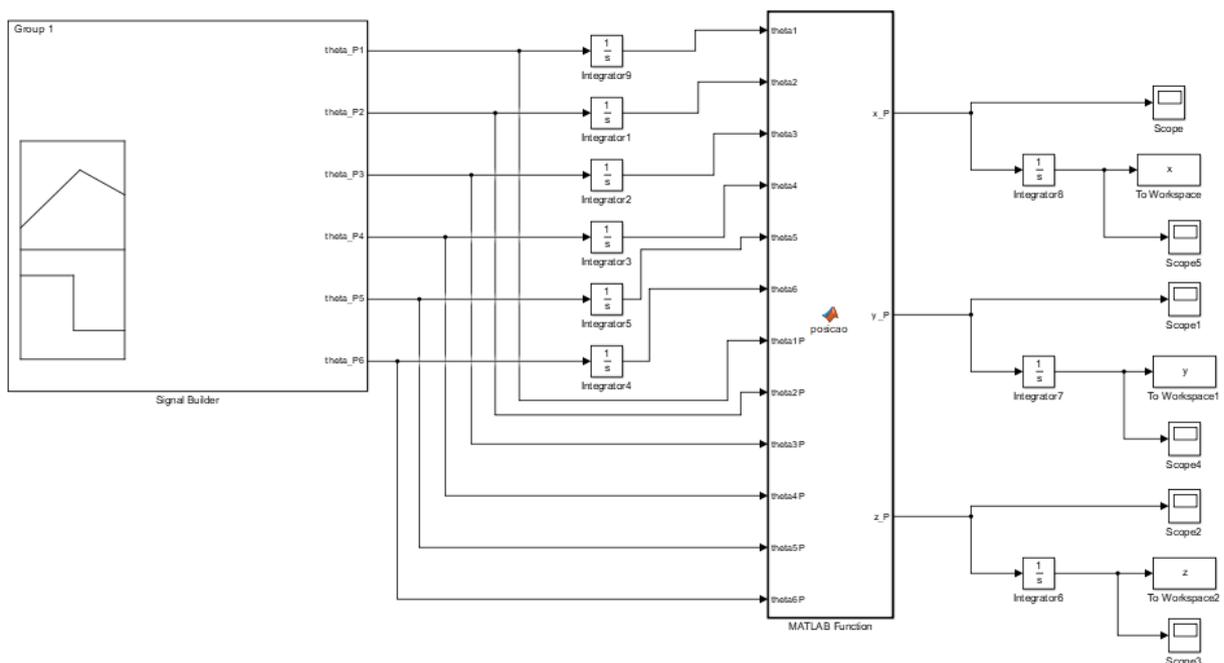


Figura 34: Variação dos efetadores no tempo de 10s para configuração 3 da Perna

## 7.2. Simulação Cinemática Diferencial

A simulação da cinemática diferencial foi feita de forma bem semelhante que a da cinemática direta. Nesta simulação, utilizou-se do bloco signal builder para desenhar as funções de entrada do sistema, de forma a simular várias combinações diferentes para as velocidades das juntas da cadeia cinemática do braço e da perna. Essas funções seguem o mesmo perfil das funções utilizadas para as simulações da cinemática direta. Foi considerado como parâmetro de entrada as velocidades das juntas do robô para as cadeias cinemáticas analisadas. Estes parâmetros são os que variam para cada simulação de uma dada configuração diferente. Estas velocidades foram integradas no tempo de forma a obter os parâmetros  $\theta_1$  até  $\theta_6$ , que também serviram de parâmetros de entrada para o bloco Matlab function. Este bloco é o responsável por fazer o cálculo da cinemática diferencial de acordo com a expressão (57) apresentada anteriormente. A saída deste bloco é dada pelas velocidades relacionadas ao efetuador. Após achada a velocidade do efetuador podemos integra-la no tempo e então obter os gráficos contendo a posição do efetuador relacionada com a base de referência adotada para cada configuração analisada.

O diagrama de blocos da simulação desenvolvida no simulink é mostrado na figura 35.



**Figura 35: Simulação da cinemática diferencial no simulink do software Matlab**

As simulações para cinemática diferencial também foram feitas para todas as configurações da perna direita e braço direito, assim como para todos os seus referenciais. As próximas figuras mostrarão todos estes resultados obtidos.

As figuras 36, 37 e 38 mostram os resultados obtidos para as posições do efetuador do braço com referencial em B1, para as configurações 1, 2 e 3 respectivamente.

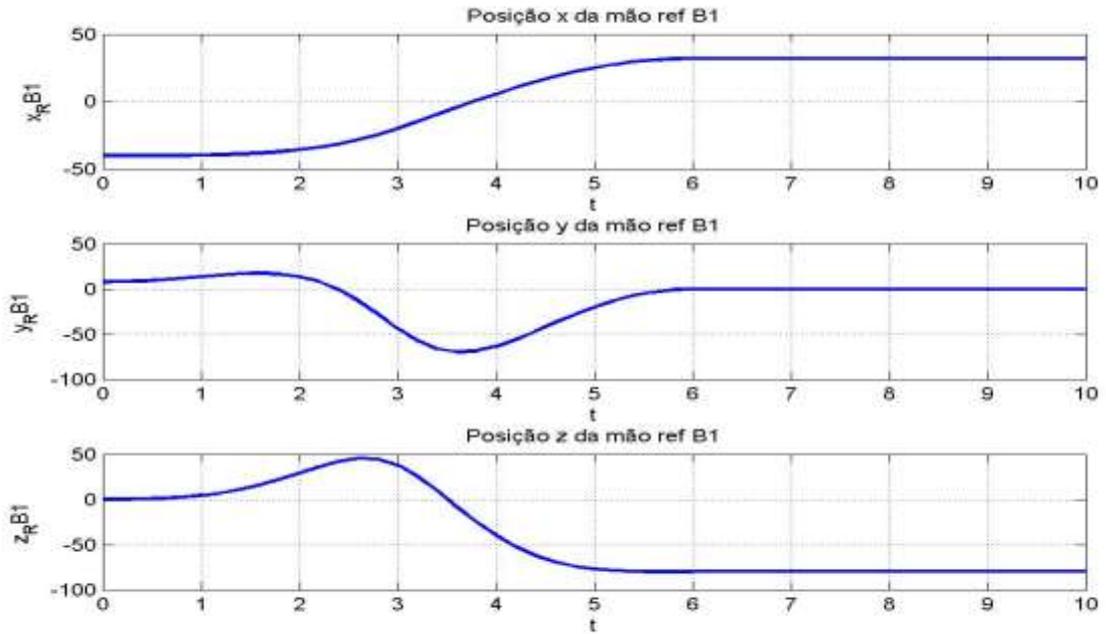


Figura 36: Posição do efetuador do Braço para referencial em B1 – configuração 1

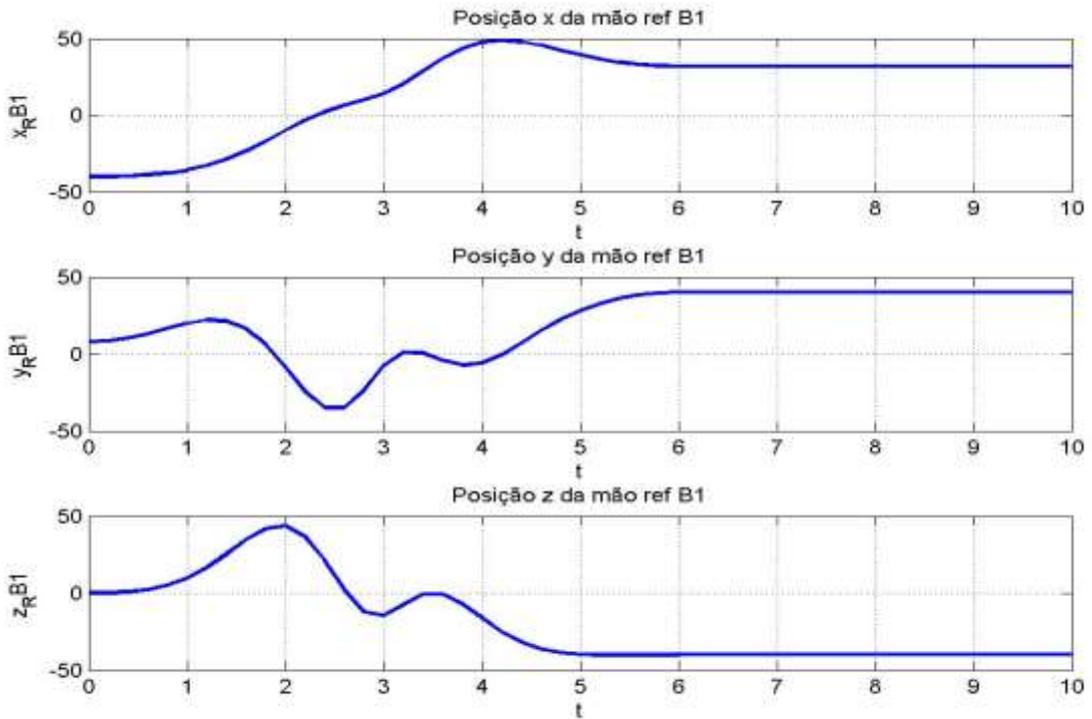


Figura 37: Posição do efetuador do Braço para referencial em B1 – configuração 2

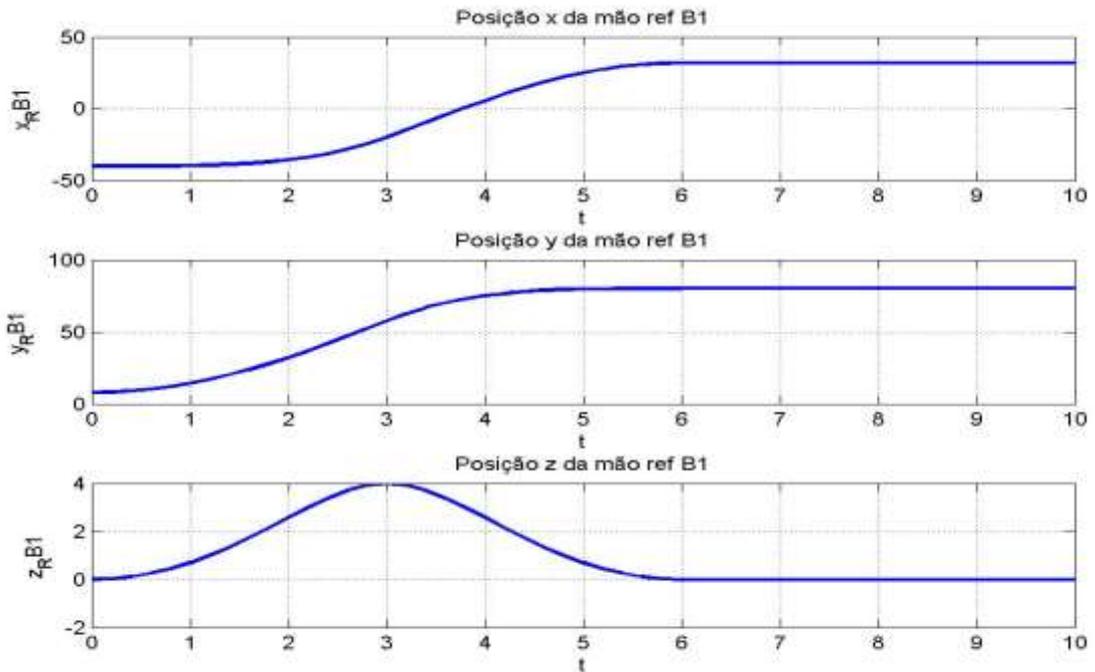


Figura 38: Posição do efetuador do Braço para referencial em B1 – configuração 3

As figuras 39, 40 e 41 mostram os resultados obtidos para as posições do efetuador do braço com referencial no ombro, para as configurações 1, 2 e 3 respectivamente.

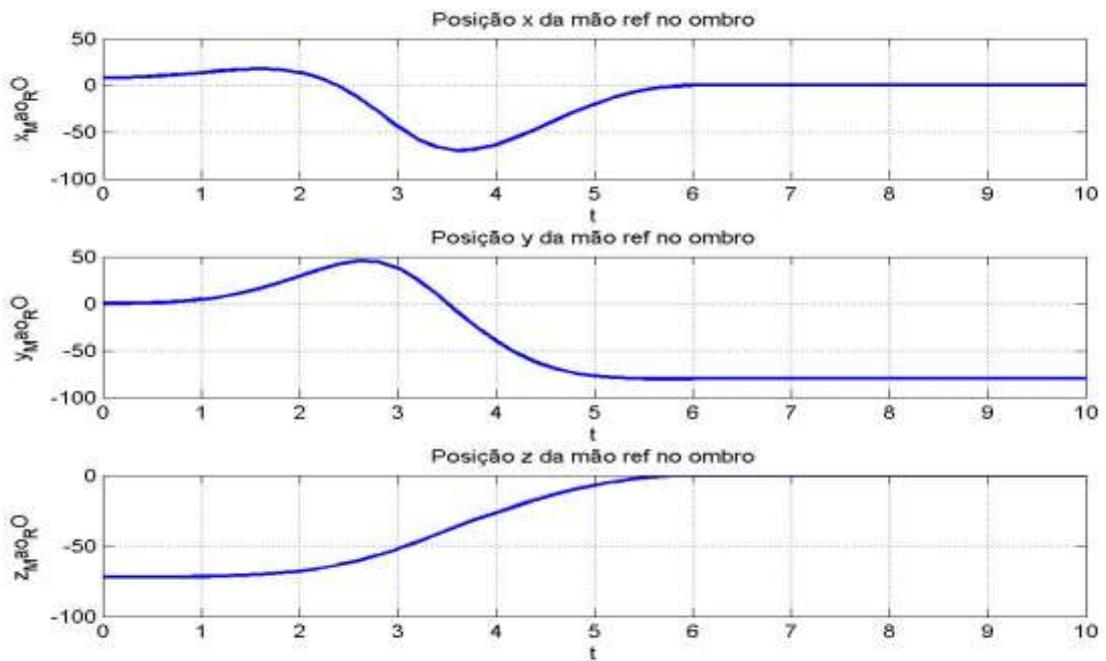


Figura 39: Posição do efetuador do Braço para referencial no Ombro – configuração 1

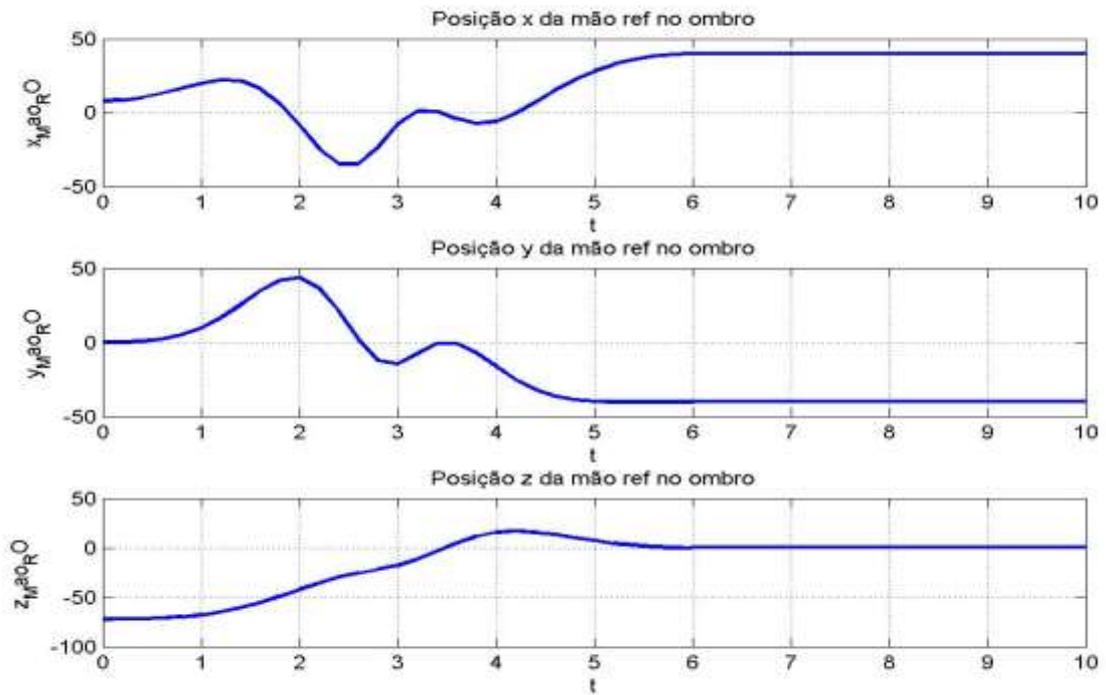


Figura 40: Posição do efetador do Braço para referencial no Ombro – configuração 2

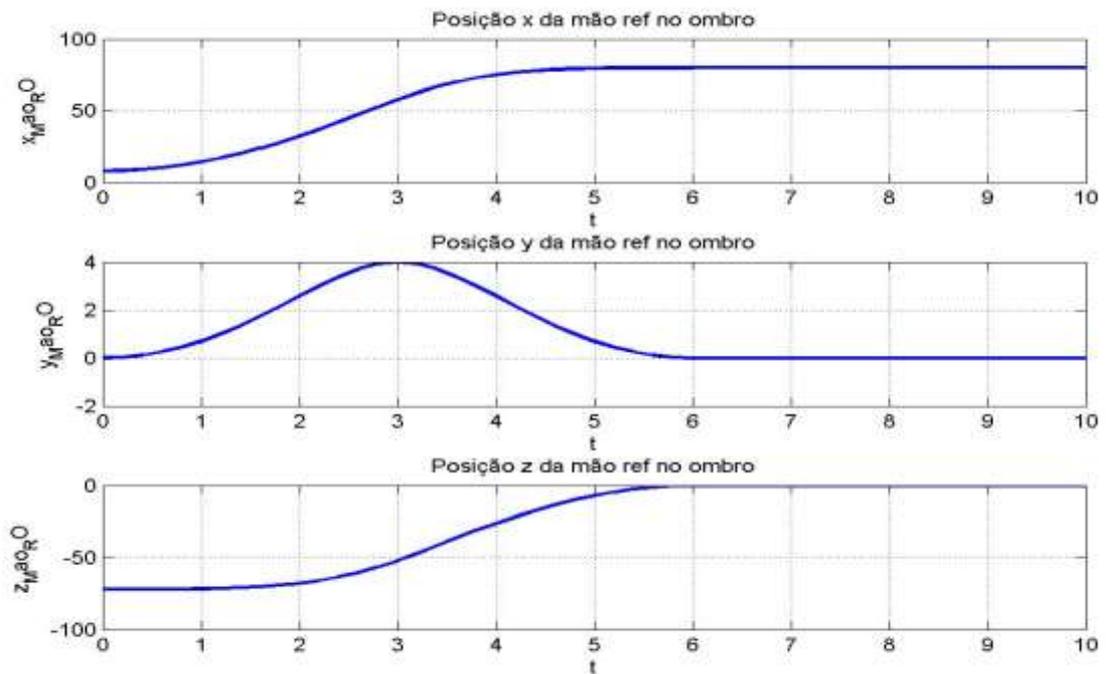


Figura 41: Posição do efetador do Braço para referencial no Ombro – configuração 3

As figuras 42, 43 e 44 mostram os resultados obtidos para as posições do efetuator do braço com referencial na mão, para as configurações 1, 2 e 3 respectivamente.

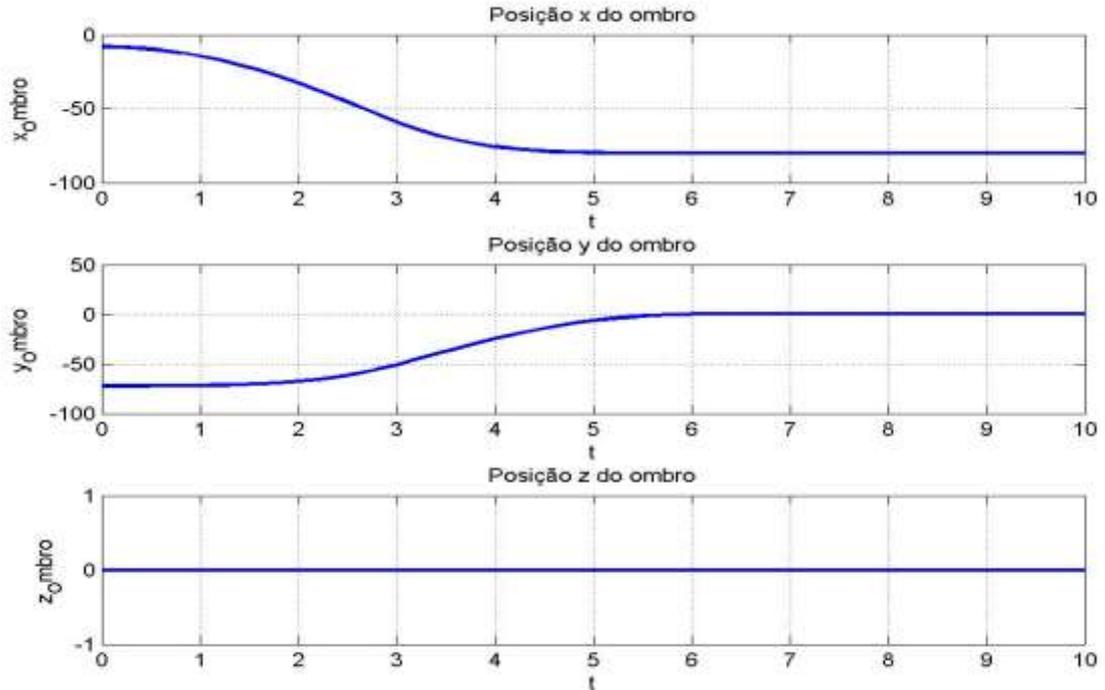


Figura 42: Posição do efetuator do Braço para referencial na Mão – configuração 1

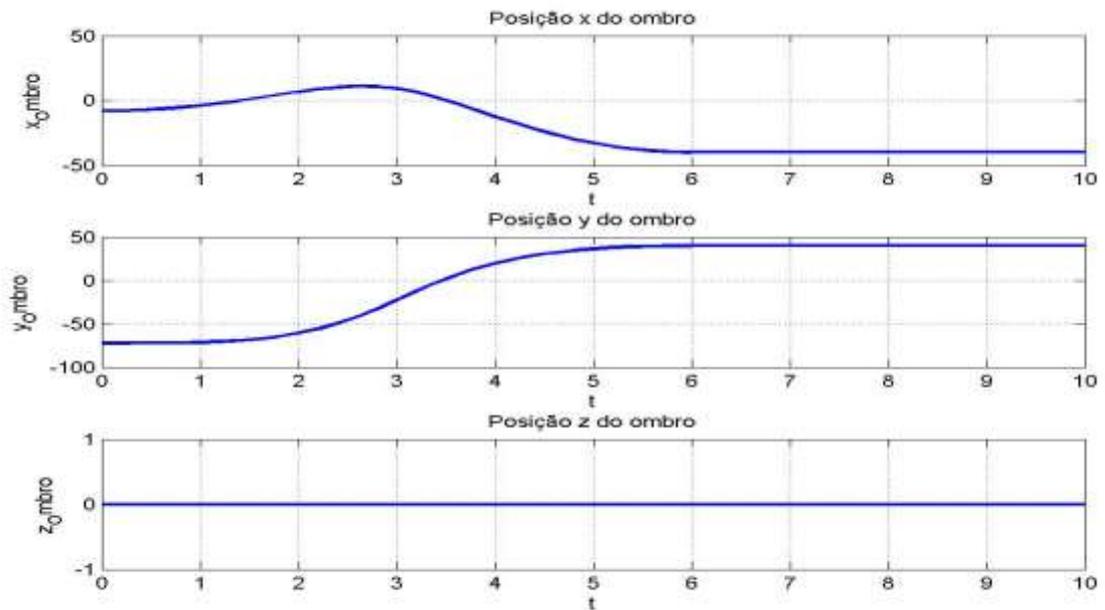


Figura 43: Posição do efetuator do Braço para referencial na Mão – configuração 2

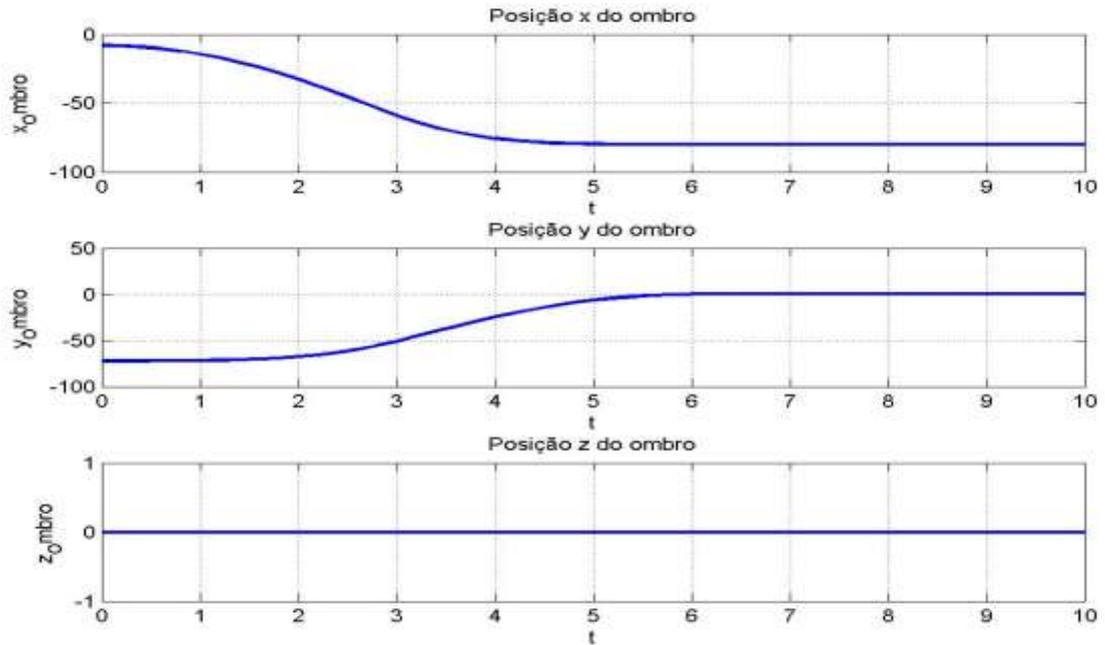


Figura 44: Posição do efetuator do Braço para referencial na Mão – configuração 3

As figuras 45, 46 e 47 mostram os resultados obtidos para as posições do efetuator da perna com referencial em B2, para as configurações 1, 2 e 3 respectivamente.

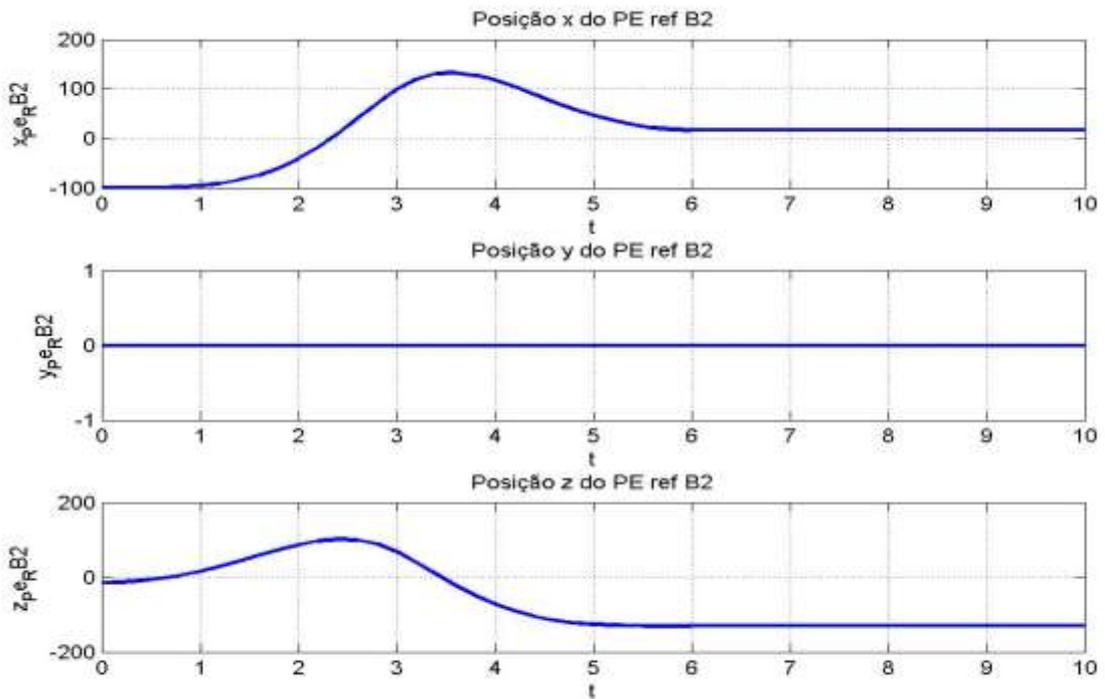


Figura 45: Posição do efetuator da Perna para referencial em B2 – configuração 1

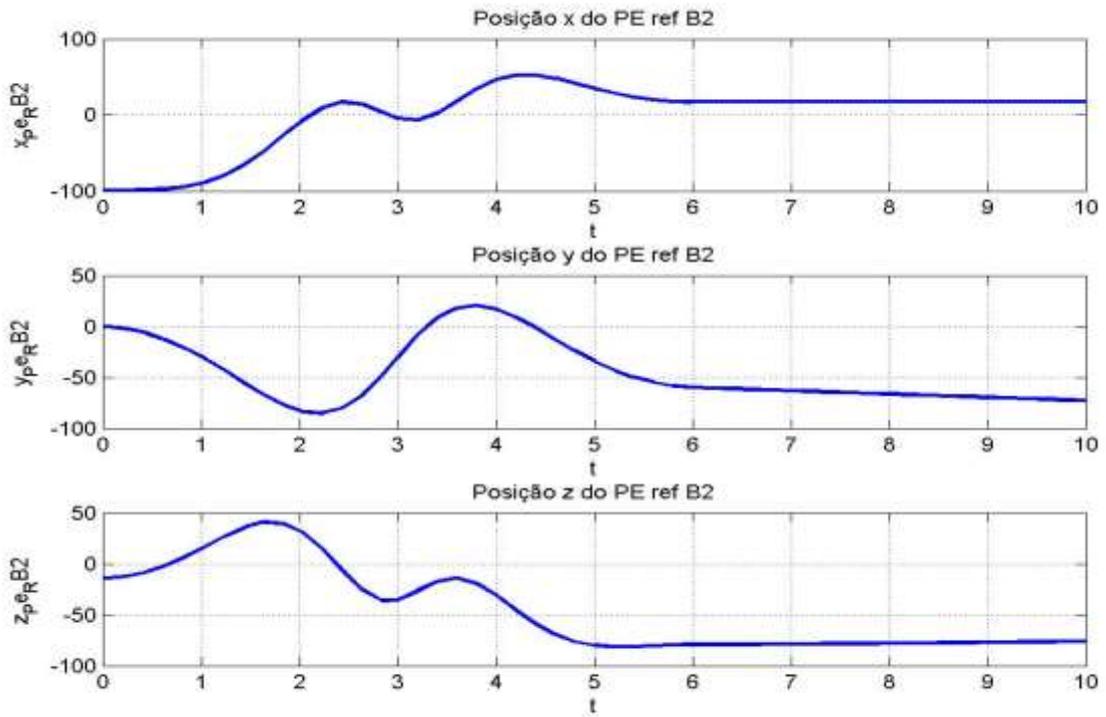


Figura 46: Posição do efetuator da Perna para referencial em B2 – configuração 2

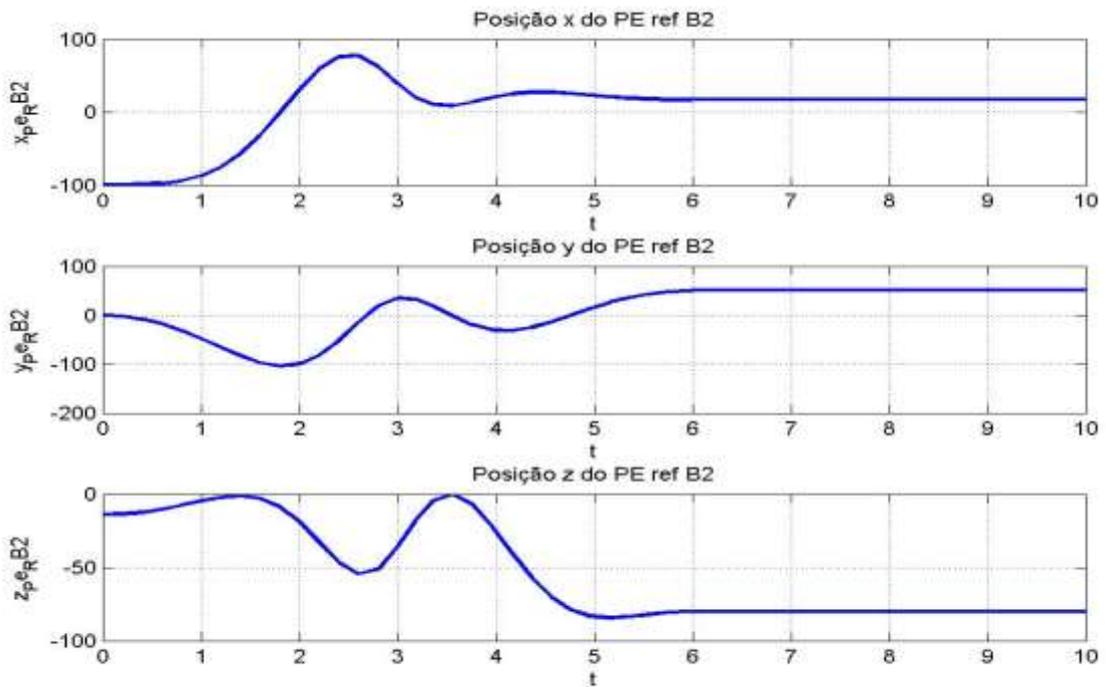


Figura 47: Posição do efetuator da Perna para referencial em B2 – configuração 3

As figuras 48, 49 e 50 mostram os resultados obtidos para as posições do efetuator da perna com referencial no quadril, para as configurações 1, 2 e 3 respectivamente.

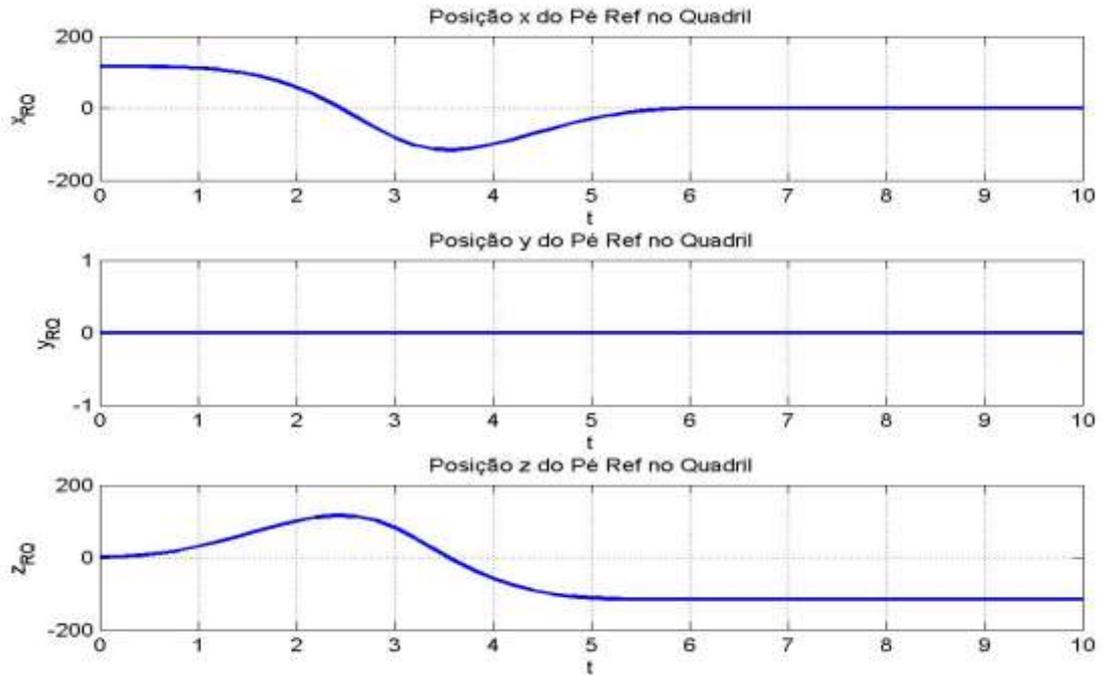


Figura 48: Posição do efetuator da Perna para referencial no Quadril – configuração 1

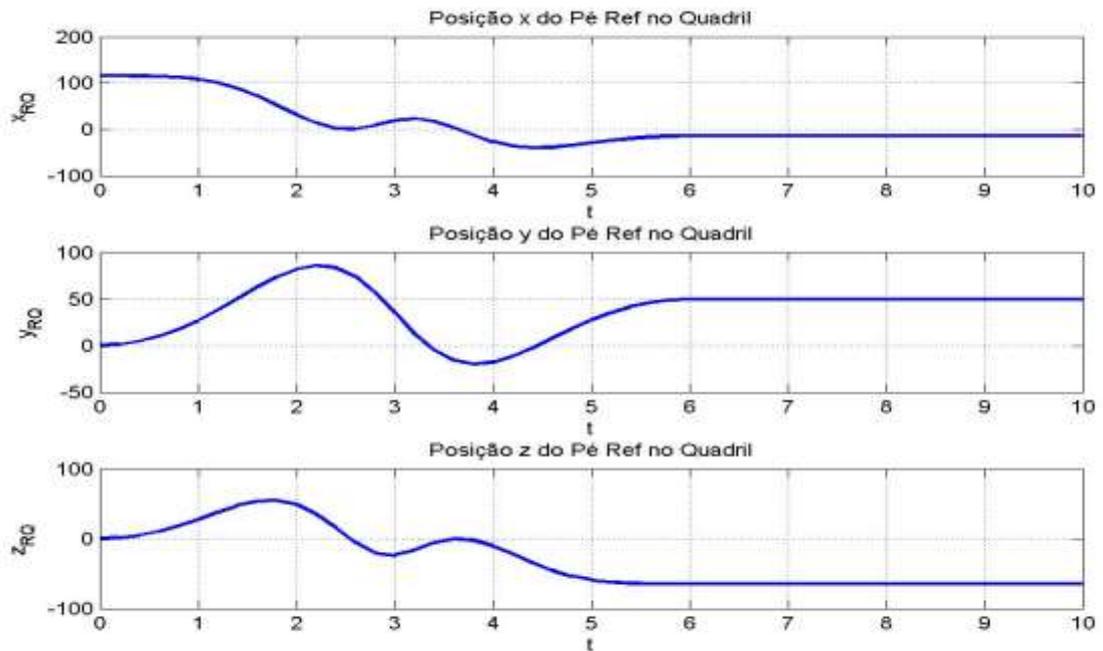


Figura 49: Posição do efetuator da Perna para referencial no Quadril – configuração 2

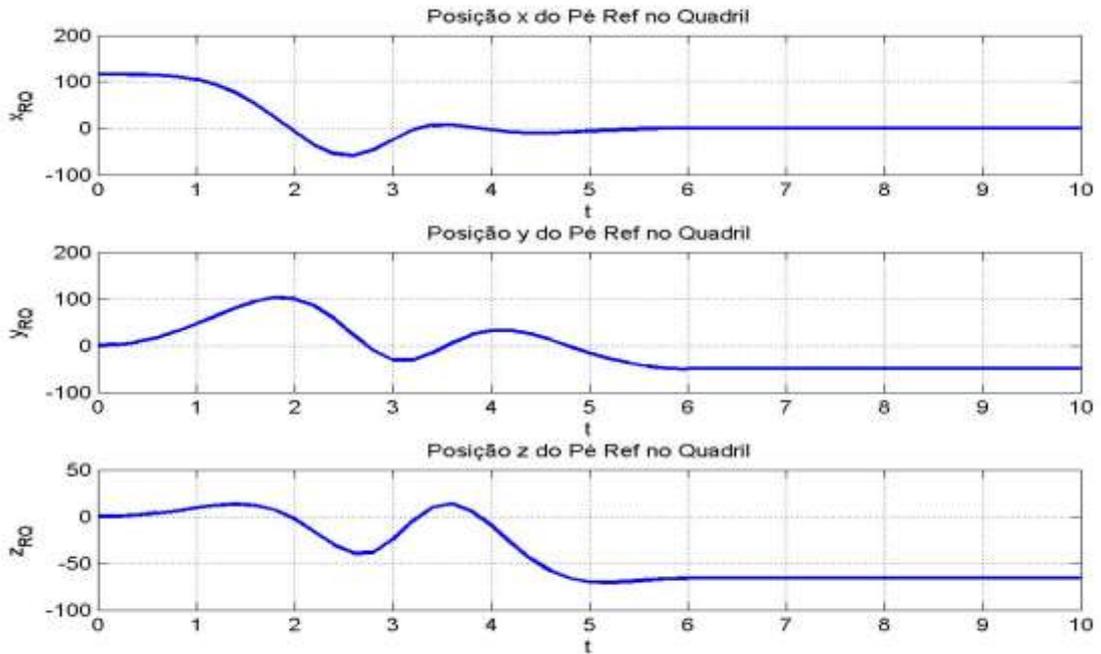


Figura 50: Posição do efetuator da Perna para referencial no Quadril – configuração 3

As figuras 51, 52 e 53 mostram os resultados obtidos para as posições do efetuator da perna com referencial no pé, para as configurações 1, 2 e 3 respectivamente.

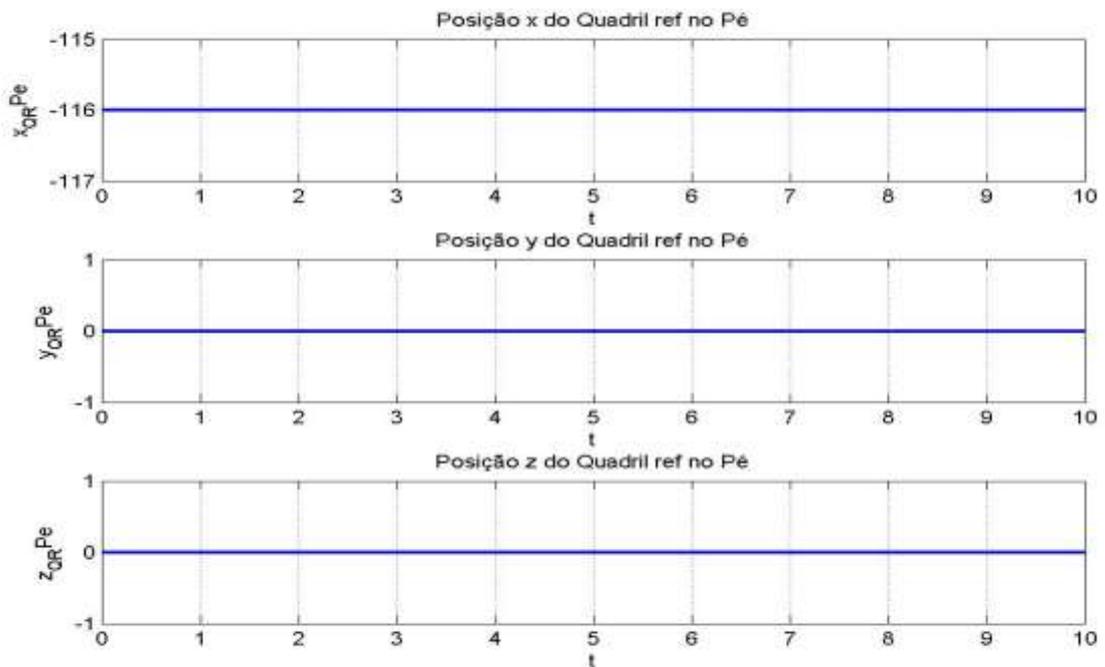


Figura 51: Posição do efetuator da Perna para referencial no Pé – configuração 1

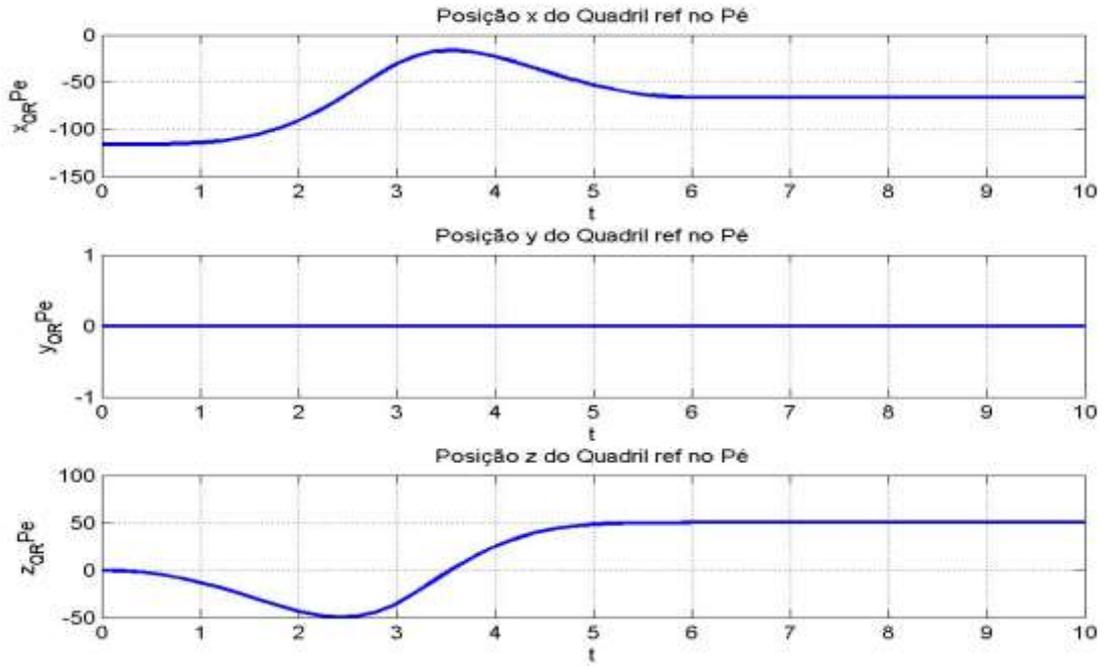


Figura 52: Posição do efetuator da Perna para referencial no Pé – configuração 2

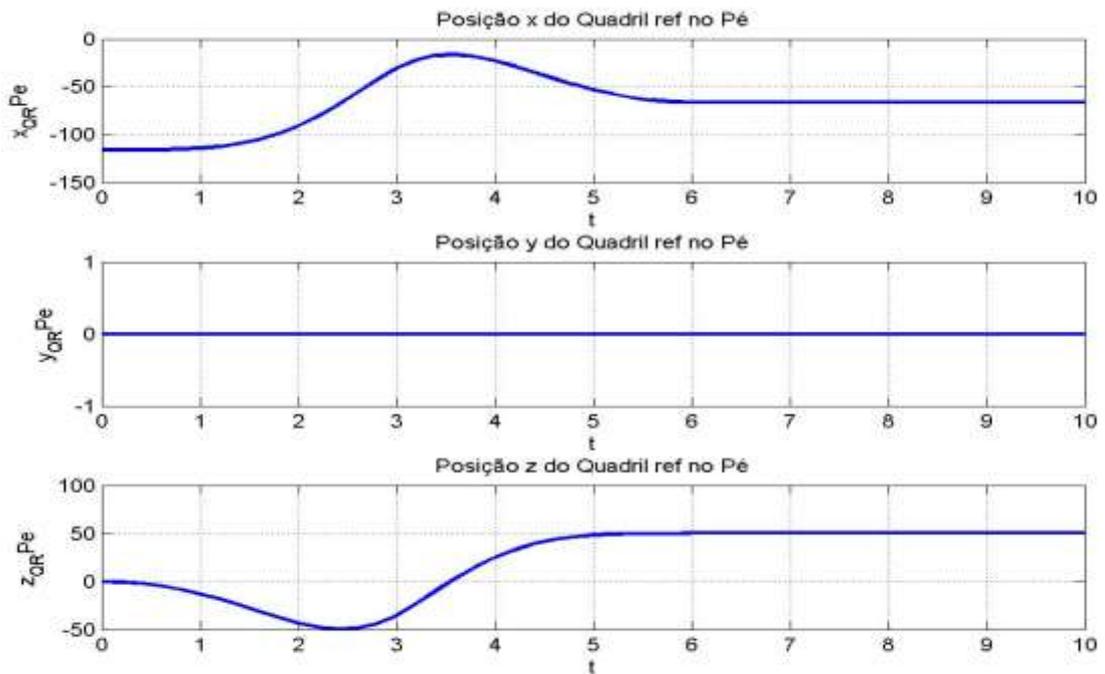


Figura 53: Posição do efetuator da Perna para referencial no Pé – configuração 3

Ao analisar os gráficos gerados nessa seção para cinemática diferencial, contendo as posições dos efetuadores para cada configuração de ângulos  $\theta_i$  de acordo com seu referencial, podemos ver que eles são exatamente iguais aos obtidos na seção 7.1. para cinemática direta. Isso porque as equações da cinemática diferencial derivam das equações da cinemática direta, por isso também é possível fazer o caminho inverso, ou seja, a partir das equações da cinemática diferencial chegar nas equações da cinemática direta, como foi mostrado nessa seção.

As simulações realizadas utilizando o software Matlab e suas ferramentas foram importantes para analisar o comportamento das juntas do braço e da perna para dadas configurações diferentes. Estas simulações também foram importantes para a validação das equações encontradas para a cinemática direta e diferencial do robô humanoide desenvolvido. Por isso a comparação dos resultados obtidos para a cinemática direta e diferencial é importante.

O apêndice 2 contém os gráficos obtidos como resultado para cinemática direta e diferencial com todas as configurações de ângulos testadas para a perna e para o braço de acordo com seus referenciais de forma ampliada, para que a comparação dos resultados obtidos seja facilitada.

## 8. Conclusões e trabalhos Futuros

Nesse trabalho, foi apresentada a análise da cinemática direta e diferencial de robô humanoide com 27 graus de liberdade. Essa análise permitiu o cálculo das posições das extremidades do robô de acordo com os ângulos das juntas. Os membros do robô humanoide foram separados em cinco cadeias seriais abertas de forma a facilitar a análise de seus movimentos.

A notação de Denavit-Hartenberg foi utilizada com o intuito de simplificar as equações da cinemática direta do robô. Foram considerados os membros superiores e inferiores em cadeias separadas para modelagem do braço direito e perna direita de acordo com esta notação, utilizando bases flutuantes como referência. A análise feita é essencial para qualquer módulo que implique a movimentação de um robô.

Para a validação das equações desenvolvidas foram utilizadas simulações em Matlab/Simulink. Essas simulações foram feitas de forma simples, apenas atribuindo valores para os ângulos das juntas, assim obtendo a posição da extremidade do braço e da perna e analisando os resultados de forma a conferir se os resultados obtidos se adequavam com os esperados.

A verificação da cinemática diferencial também se deu de forma bastante semelhante, porém utilizou-se da ferramenta simulink do Matlab, no qual foi possível fazer simulações em diagrama de blocos a fim de fazer a análise do comportamento das velocidades das juntas no tempo.

O software Matlab, da empresa Mathworks, que também foi utilizado no presente trabalho, possui ferramentas (toolboxes) específicas para pesquisas na área de robótica. Uma dessas ferramentas é a *Robotics Toolbox v8*, que foi criada por Peter Corke em 2008.

Dentro do toolbox existem diversas funções no campo da robótica que são muito úteis para calcular e visualizar o comportamento das juntas de um robô. Sendo assim, com essa ferramenta é possível visualizar o movimento das juntas do robô a partir dos parâmetros de Denavit-Hartenberg por exemplo.

Pensando nisso, um trabalho bem interessante a ser realizado em complemento ao que foi desenvolvido, seria a implementação de simulações utilizando essa ferramenta do Matlab.

Outra complementação importante ao trabalho seria a realização da análise da dinâmica do robô humanoide. Pois depois de feita a análise da dinâmica do robô será possível partir para um estudo do melhor controle que pode se aplicar a ele e posteriormente partir para construção de protótipos e testes.

Sendo assim, o presente trabalho apresenta uma contribuição para pesquisas relacionadas a área da robótica. Podendo então, além disso, contribuir para que outros pesquisadores da área se aprofundem nos estudos dessa linha de pesquisa.

## 9. Referências Bibliográficas

- [1] OSKIN, B. Japan Earthquake & Tsunami of 2011: Facts and Information. Live Science, New York, 07 mar. 2015. Disponível em: <http://www.livescience.com/39110-japan-2011-earthquake-tsunamifacts.html>.
- [2] STRICKLAND, E. Meet the Robots of Fukushima Daiichi. IEEE Spectrum, New York, 28 fev. 2014. Disponível em: <http://spectrum.ieee.org/slideshow/robotics/industrial-robots/meet-the-robots-of-fukushima-daiichi>.
- [3] DARPA, Defense Advanced Research Projects Agency. Disponível em: <https://www.darpa.mil/about-us/about-darpa>.
- [4] Moura, João Miguel Pousa de. "Braço robótico antropomórfico: uma solução cinemática." MS thesis. Universidade de Aveiro, 2012.
- [5] Yamaha, Disponível em: <https://global.yamaha-motor.com/showroom/motobot/index.html>
- [6] Monteiro, Rui Edgar Vieira. "Desenvolvimento de um controlador dinâmico para rôbos humanoides nao.", 2012.
- [7] NBC, NBC News. Disponível em: <https://www.nbcnews.com/tech/tech-news/google-s-next-generation-atlas-robot-turns-heads-n525061>
- [8] ASADA, H. H. Introduction to Robotics. Fall, 2005. Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare.
- [9] Valle, Carlos Magno Catharino Olsson. "Controle por torque computado de um robô bípede simulado com locomoção via aprendizado por reforço", 2016.
- [10] "Manipuladores Robóticos Industriais". Disponível em: <https://periodicos.set.edu.br/index.php/cadernoexatas/article/viewFile/3572/1950>
- [11] Sabino, Rémi Sobreira. *Estrutura híbrida de locomoção para um robô humanoíde*. MS thesis. Universidade de Aveiro, 2009.
- [12] HIBBELER, R. C. Engineering Mechanics: Dynamics. 13. ed. New York: Prentice Hall, 2012. 768p.
- [13] ASADA, H.; SLOTINE, J. J. Robot Analysis and Control, 1.ed. New York: Wiley, 1986. 288p.
- [14] Bouyarmane, Karim, and Abderrahmane Kheddar. "On the dynamics modeling of free-floating-base articulated mechanisms and applications to humanoid whole-body dynamics and control." *Humanoid Robots (Humanoids), 2012 12th IEEE-RAS International Conference on*. IEEE, 2012.
- [15] Spong, Mark W., Seth Hutchinson, and Mathukumalli Vidyasagar. *Robot modeling and control*. Vol. 3. New York: Wiley, 2006.

## 10. Apêndices

- Apêndice 1. Código desenvolvido no software Matlab para cinemática direta do robô
- Apêndice 2. Gráficos para cinemática direta e diferencial com todas as configurações de ângulos testadas para a perna e para o braço de acordo com seus referenciais de forma ampliada