

## 2

### O Problema de Planejamento de Atendimento

Neste capítulo será tratado o *PPA*, apresentando a descrição detalhada do problema (seção 2.1), a formulação do modelo (seção 2.2) e um procedimento de pré-processamento utilizado para reduzir o seu tamanho (seção 2.3). Os resultados computacionais são apresentados na seção 2.4.

#### 2.1

##### Descrição do problema

Dadas as demandas de carregamentos previstas para um determinado período (usualmente um mês), o problema de planejamento de atendimento tem como principal objetivo determinar o quanto atender de cada demanda, de modo a maximizar o lucro, utilizando ao máximo a capacidade disponível da malha e o tamanho limitado da frota de vagões. Em outras palavras, o objetivo principal do problema é fornecer um plano que determine, baseado nas capacidades, quais demandas são mais vantajosas para se atender, fornecendo uma diretriz de funcionamento.

É importante notar que a vantagem em se atender uma demanda não está relacionada apenas com a receita que esta demanda gera, mas também com o melhor aproveitamento de vagões que ela proporciona. Por exemplo, considerando-se as demandas:

1. 10 vagões de A para B, com receita de R\$1.000 por vagão;
2. 10 vagões de B para A, com receita de R\$500 por vagão;
3. 10 vagões de B para C, com receita de R\$750 por vagão.

Suponha que existem apenas 10 vagões e que há diversas outras demandas que têm origem em A. Dependendo da distância de A para C, pode ser mais vantajoso atender as demandas 1 e 2 do que 1 e 3, apesar da primeira opção gerar uma receita de R\$15.000, enquanto que a segunda opção geraria R\$17.500. Isso porque atender a demanda 3 ao invés da demanda 2 pode ocupar os vagões por

um tempo tão grande – os vagões teriam que ser trazidos vazios de volta de C para A – que inviabilize o atendimento das outras demandas que têm origem em A.

Por ser necessário avaliar o quanto uma demanda é afetada por outras e pela movimentação de vagões vazios, deve-se estimar a utilização das capacidades disponíveis. Para fazer essa estimativa, devem ser determinados os fluxos de vagões carregados e vazios na malha. Esses fluxos devem sempre fechar ciclos, ou seja, todos os vagões que são utilizados por alguma demanda devem voltar ao seu pátio de origem, vazios ou carregados com outra demanda que possua esse pátio como destino. Portanto, uma solução viável para esse problema é um conjunto de ciclos de vagões que não violem as capacidades impostas.

As demandas não estão distribuídas ao longo do tempo, ou seja, só há uma previsão para o número de carregamentos do período, mas não há informação sobre como essa demanda está distribuída dia-a-dia. Com isto, apenas se pode obter uma estimativa sobre o fluxo de vagões, assumindo que a demanda será distribuída de maneira uniforme no período inteiro. Esta hipótese é razoável por se tratar de um problema de planejamento que servirá de base para que se possa tomar decisões mais operacionais. Portanto, ter apenas uma estimativa sobre o que vai acontecer no período é suficiente.

Vale ressaltar, também, que a solução para esse problema é utilizada como base para a montagem de trens, e portanto, não há informação de entrada sobre a programação de trens para esse problema.

Algumas palavras-chave precisam ser definidas para o maior detalhamento do problema:

**Tipos de vagão** - Os vagões são divididos em tipos de acordo com as suas diversas características físicas: peso, volume, mercadorias que pode transportar, capacidade, etc. Dois vagões são de um mesmo tipo quando são indistinguíveis, ou seja, qualquer operação que possa ser realizada com um vagão pode ser realizada com o outro e suas características físicas relevantes são idênticas.

**Classes de vagão** - Classes são conjuntos de tipos de vagões que são agrupados de acordo com determinadas características comuns, por exemplo, classe de vagões graneleiros. Diversos tipos de vagão podem fazer parte de uma classe e um mesmo tipo de vagão pode fazer parte de várias classes.

**Demandas** - Uma demanda é caracterizada por um pedido de uma certa quantidade de *blocos de vagões* de uma determinada *classe* a serem transportados de um pátio de origem até um pátio de destino. Algumas demandas devem ser obrigatoriamente atendidas total ou parcialmente (por

razões contratuais, políticas, estratégicas ou de mercado). Cada demanda tem associada uma *receita (tarifa)* por bloco de vagão atendido e uma estimativa dos tempos de carregamento e descarregamento.

**Pátios** - Pátios são locais na malha ferroviária onde os vagões podem ficar estacionados ou serem carregados/descarregados.

**Trechos** - Um trecho é uma ligação entre *pátios* através do qual um trem pode passar. Cada trecho tem uma *capacidade* associada, em número de vagões, e um *tempo de percurso* estimado. As *capacidades* são calculadas através de uma estimativa do número médio de vagões que pode passar no trecho no período considerado. Para determinar o valor desta capacidade, é dada uma estimativa de número de trens que passam em um trecho por dia em cada direção, assim como uma estimativa do número de vagões que cada um destes trens pode transportar (estas estimativas são feitas baseadas no histórico de trens). Com isto, tem-se uma estimativa do número total de vagões que podem passar em um trecho por dia e pode-se obter a capacidade total no período.

**Blocos** - Para facilitar o controle e a operação, muitas vezes os vagões são agrupados em *blocos* que são conjuntos de vagões que passam a ser tratados de uma maneira única, como se fossem apenas um vagão.

Cada demanda pede por um certo tamanho de bloco e uma certa classe de vagões. Como o modelo deve decidir como e quanto atender de cada demanda, todos os fluxos de vagões vazios e carregados serão dados em blocos de um determinado tamanho e de uma determinada classe. Estes blocos precisam ser montados com vagões do tipo adequado para a classe pedida e é necessário saber quantos vagões de cada tipo serão utilizados para a montagem de blocos de cada classe. Então, uma decisão adicional do problema é a montagem dos blocos, ou seja, quantos blocos de cada tamanho e de cada classe de vagões devem ser montados e quantos vagões de cada tipo serão utilizados nesta montagem.

## 2.2 Formulação Matemática

O *PPA* foi formulado com base na formulação do modelo de multifluxos monoperiódico, com restrições adicionais para controlar a montagem de blocos e a quantidade de vagões utilizada na mesma. Em um modelo monoperiódico, só se tem uma informação geral sobre o que ocorre naquele período, sem ter informação sobre a evolução do sistema ao longo do tempo. A escolha de um modelo monoperiódico se deve ao fato que as demandas possuem distribuição

uniforme no período considerado (por hipótese) e ao desejo de se obter um plano de atendimento constante ao longo do período.

Inicialmente será apresentada uma simplificação do modelo que não leva em conta blocos nem classes de vagões e considera apenas um tipo de vagão. Em seguida, este modelo inicial é estendido para o caso em que há diversos tipos de vagão, considerando também blocos e classes de vagões.

### 2.2.1

#### Formulação do modelo para um tipo de vagão

Para facilitar o entendimento posterior do modelo completo, será considerada nesta seção uma simplificação do modelo que leva em conta apenas um tipo de vagão e não leva em conta blocos.

Seja  $D$  o conjunto de todas as demandas do problema,  $V$  o conjunto de todos os pátios e  $A$  o conjunto de todos os trechos. As primeiras variáveis que devem ser consideradas são as variáveis de atendimento das demandas,  $w_d$ , que representam a quantidade de vagões fornecida para atender a determinada demanda. Estas são as principais variáveis da formulação, pois são elas que definem a receita total que será obtida, sendo o único incentivo para que haja alguma movimentação de vagões.

Os vagões que serão fornecidos para atender a uma demanda devem ser levados até o destino da mesma, devendo ser determinada(s) sua(s) rota(s). Para isto são utilizadas as variáveis  $f_a^d$  que indicam o fluxo de vagões de uma demanda em um determinado trecho ( $a$ ) e as restrições de conservação de fluxo de vagões cheios.

Na origem de uma demanda ( $s_d$ ), essas restrições têm como lado direito o número total de vagões atribuídos para aquela demanda, ou seja, pode-se considerar que há um fluxo de  $w_d$  vagões entrando na origem. De maneira similar, no destino da mesma demanda ( $t_d$ ) saem  $w_d$  vagões, ou seja, o lado direito dessa restrição é  $-w_d$ . Para todos os outros pátios da malha o fluxo se conserva, ou seja, o lado direito da restrição é zero. Note-se que, neste problema, cada demanda tem apenas uma origem e um destino. Formalmente as equações são:

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} f_a^d - \sum_{a \in \delta^-(v)} f_a^d = \begin{cases} w_d & , \text{ se } v = s_d \\ -w_d & , \text{ se } v = t_d \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} , \forall d \in D, v \in V \quad (2-1)$$

Estas restrições garantem a conservação de fluxo necessária para os vagões carregados. Porém, os vagões vazios também devem ter o seu fluxo conservado

e devem fluir de modo a suprir a necessidade de vagões que as demandas têm, ou seja, toda demanda que tem  $w_d$  vagões atribuídos deve ter  $w_d$  vagões vazios ou cheios chegando em sua origem, formando portanto um ciclo viável de vagões. Na figura 2.1, pode-se ver um exemplo pequeno de tais ciclos, com os vagões vazios voltando à origem da demanda.

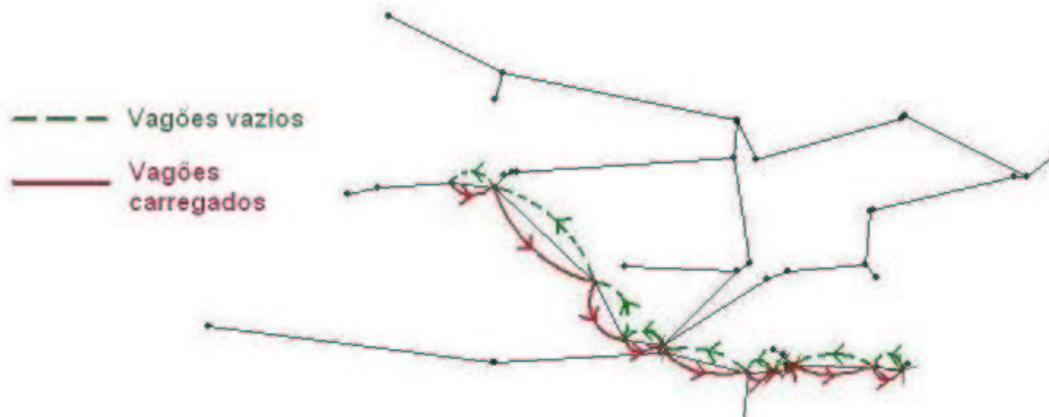


Figura 2.1: Exemplo de um ciclo simples.

Para escrever a conservação de fluxo dos vagões vazios, definem-se as variáveis  $z_a$  como sendo o número de vagões vazios que passam pelo trecho  $a$ . Também definem-se os conjuntos  $DO(v)$  e  $DD(v)$  como os conjuntos de demandas que têm, respectivamente, origem e destino no pátio  $v$ .

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} z_a - \sum_{a \in \delta^-(v)} z_a = \sum_{d \in DD(v)} w_d - \sum_{d \in DO(v)} w_d, \forall v \in V \quad (2-2)$$

Pode-se interpretar a equação acima da seguinte forma: o lado direito da restrição representa o balanço (saldo) entre todas as demandas que têm como origem o pátio  $v$  e todas as que o têm como destino. Se este saldo for positivo, isto significa que este pátio é um ponto de origem de vagões vazios; se for negativo, é um ponto de destino; e se for zero, é apenas um ponto de passagem onde o fluxo se conserva.

As restrições (2-1) e (2-2) definem todo o fluxo de vagões da ferrovia. Porém, as capacidades da malha não são necessariamente respeitadas. Para isto é necessário adicionar uma outra restrição:

$$\sum_{d \in D} f_a^d + z_a \leq CAP_a, \forall a \in A \quad (2-3)$$

onde  $CAP_a$  é a capacidade do trecho  $a$  em número de vagões.

Além da capacidade da malha é necessário também levar-se em consideração o tamanho limitado da frota de vagões disponível. Como este é um problema de nível tático e não se sabe ao certo como o planejamento de atendimento será operacionalizado, não há uma maneira precisa de se controlar o número total de vagões necessários. Apesar disto, para se ter uma estimativa do número total de vagões necessário, pode-se considerar que os  $N$  vagões disponíveis no período são na verdade  $N \text{ vagões} \times 1 \text{ período}$ . Cada tempo de percurso de um trecho ocupa uma certa porcentagem conhecida do período ( $\tau_a$ ) e também é conhecido o número total  $nV$  de vagões que flui neste trecho (soma de todas as variáveis de fluxo daquele arco). Então, pode-se considerar que os  $nV$  vagões ficam ocupados por uma porcentagem  $\tau_a$  do período, consumindo portanto  $nV \times \tau_a$  do recurso de  $N \text{ vagões} \times 1 \text{ período}$ .

De maneira similar, para cada demanda existe uma estimativa do tempo total que ela leva para ser carregada e descarregada ( $g_d$ ), em porcentagem do período. Então, pode-se considerar que os  $w_d$  vagões fornecidos para a demanda  $d$  ficam ocupados por uma porcentagem  $w_d \times g_d$ . Com isto, a restrição que controla o tamanho da frota é:

$$\sum_{d \in D} \sum_{a \in A} \tau_a \cdot f_a^d + \sum_{a \in A} \tau_a \cdot z_a + \sum_{d \in D} g_d \cdot w_d \leq N \quad (2-4)$$

As demandas têm outras características relevantes como a receita por vagão atendido ( $R_d$ ), a quantidade de vagões pedidos pela demanda ( $q_d$ ) e a quantidade mínima de vagões que deve ser fornecida para a demanda ( $m_d$ ).

Com isto, pode-se também estabelecer limites superior e inferior para o atendimento das demandas:

$$m_d \leq w_d \leq q_d, \forall d \in D \quad (2-5)$$

A função objetivo é:

$$\text{Max} \sum_{d \in D} R_d \cdot w_d - \sum_{d \in D} \sum_{a \in A} \bar{c}_a^d \cdot f_a^d - \sum_{a \in A} c_a \cdot z_a \quad (2-6)$$

onde  $\bar{c}_a^d$  é uma estimativa do custo de transportar um vagão da demanda  $d$  pelo trecho  $a$ , e  $c_a$  uma estimativa do custo de transportar um vagão vazio pelo trecho  $a$ . A forma de calcular tais estimativas é confidencial e por esta razão não foi divulgada pelo operador da ferrovia, que se limitou a fornecer tais dados como dados de entrada para o PPA. É razoável, porém, assumir que tais estimativas levem em conta pelo menos os custos diretos como combustível para locomotiva

e equipagem (maquinista e equipe) divididos e balanceados de alguma maneira para obter um custo por vagão para cada trecho da malha. Além dos custos diretos, pode-se considerar custos indiretos e/ou um custo de depreciação das vias.

Definidos tais custos, a função objetivo (2-6) visa maximizar o lucro obtido pelo atendimento das demandas, levando em conta os custos diretos (movimentação de vagões carregados) e indiretos (movimentação de vagões vazios).

Portanto, a formulação do modelo do *PPA* para apenas um tipo de vagão, sem blocos nem classes, é:

$$\text{Max} \sum_{d \in D} R_d \cdot w_d - \sum_{d \in D} \sum_{a \in A} \bar{c}_a^d \cdot f_a^d - \sum_{a \in A} c_a \cdot z_a$$

s.a.

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} f_a^d - \sum_{a \in \delta^-(v)} f_a^d = \begin{cases} w_d & , \text{ se } v = s_d \\ -w_d & , \text{ se } v = t_d \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} , \forall d \in D, v \in V$$

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} z_a - \sum_{a \in \delta^-(v)} z_a = \sum_{d \in DD(v)} w_d - \sum_{d \in DO(v)} w_d, \forall v \in V$$

$$\sum_{d \in D} f_a^d + z_a \leq CAP_a, \forall a \in A$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{a \in A} \tau_a \cdot f_a^d + \sum_{a \in A} \tau_a \cdot z_a + \sum_{d \in D} g_d \cdot w_d \leq N$$

$$m_d \leq w_d \leq q_d, \forall d \in D$$

Todas as variáveis são não-negativas e inteiras. (2-7)

A seguir, será apresentada a formulação do modelo para diversos tipos de vagão, considerando também blocos e classes.

### 2.2.2

#### Descrição da formulação do modelo para diversos tipos de vagão

Será considerada nesta seção a existência de vários tipos de vagão. Além disto, vamos considerar que as demandas não são mais por vagões, mas por *blocos* de *classes* de vagões. Com isto, além do conjunto  $D$  de demandas definido previamente, define-se  $K$  como o conjunto de tipos de vagão,  $C$  como o conjunto de classes e  $B$  como o conjunto de todos os tamanhos de bloco.

Os dados de entrada  $CAP_a$  e  $\tau_a$  – que são respectivamente a capacidade do trecho  $a$  em número de vagões e o tempo de percurso do trecho  $a$  (medido em fração do período total considerado) – permanecem inalterados. Porém, como agora há diversos tipos de vagão, no lugar do dado  $N$  que representava (na formulação anterior) o número total de vagões, teremos  $N_k$ , ou seja, o número total de vagões disponíveis do tipo  $k$ .

Algumas características das demandas permanecem inalteradas, outras são definidas com alguma diferença e ainda há outras características que são acrescentadas, conforme descrito abaixo:

- $s_d$  - origem da demanda  $d$
- $t_d$  - destino da demanda  $d$
- $\beta_d$  - tamanho de bloco pedido pela demanda  $d$
- $\kappa_d$  - classe de vagões requisitada pela demanda  $d$
- $R_d$  - receita por bloco atendido da demanda  $d$
- $q_d$  - quantidade de blocos pedida pela demanda  $d$
- $m_d$  - quantidade mínima de blocos que deve ser atendida pela demanda  $d$
- $g_d$  - porcentagem do período que leva para carregar e descarregar a demanda  $d$ .

O problema foi formulado como uma variação de um problema de *multifluxos*. No caso mais simples, com apenas um tipo de vagão e sem blocos ou classes, cada demanda era um *produto* e os vagões vazios eram um outro *produto* diferente. Com diversos tipos de vagão presentes, cada combinação de *classe de vagões/tamanho de bloco* vazio é considerada como um *produto* e cada demanda, com seu tamanho de bloco e sua classe associados, continua sendo considerada um *produto* diferente.

Como no caso anterior, estes *produtos* circulam em um grafo  $G = (V, A)$ , onde  $V$  representa o conjunto de pátios e  $A$  o conjunto de trechos da malha ferroviária.

As variáveis  $w_d$  e  $f_a^d$ , agora representam, respectivamente, o número de blocos atendidos da demanda  $d$  e o número de blocos da demanda  $d$  que passam pelo trecho  $a$ . Note-se que a única mudança nestas variáveis foi o que elas representam. Agora elas representam *blocos de vagões* de uma determinada *classe*, ao invés de número de vagões de um tipo específico. Com isto, as restrições (2-1) permanecem idênticas, apesar de terem o seu significado alterado.

Para escrever a conservação de fluxo dos vagões vazios, redefine-se as variáveis  $z_a$  como  $z_a^{bc}$ , que agora representam o número de blocos de vagões vazios de tamanho  $b$  e da classe  $c$  que passam pelo trecho  $a$ . Os conjuntos  $DO(v)$  e  $DD(v)$  também devem ser redefinidos como  $DO(v, b, c) = \{d \in D | s_d = v, \beta_d = b, \kappa_d = c\}$  e  $DD(v, b, c) = \{d \in D | t_d = v, \beta_d = b, \kappa_d = c\}$ , que são as demandas que possuem origem/destino em  $v$  e que pedem por blocos de vagões de tamanho  $b$  e da classe  $c$ . Com isto, podemos reescrever as restrições (2-2) como:

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} z_a^{bc} - \sum_{a \in \delta^-(v)} z_a^{bc} = \sum_{d \in DD(v, b, c)} w_d - \sum_{d \in DO(v, b, c)} w_d, \forall v \in V, b \in B, c \in C \quad (2-8)$$

As restrições (2-3) também podem ser reescritas como:

$$\sum_{d \in D} \beta_d \cdot f_a^d + \sum_{b \in B} \sum_{c \in C} b \cdot z_a^{bc} \leq CAP_a, \forall a \in A \quad (2-9)$$

Note-se que agora ao invés de  $f_a^d$  consumir apenas uma unidade da capacidade total  $CAP_a$ , ela consome  $\beta_d$ , ou seja, o número total de vagões do tamanho de bloco pedido pela demanda  $d$ . Similarmente,  $z_a^{bc}$ , consome agora  $b$  vagões.

Considere agora, também, um outro conjunto de variáveis ( $y_{bc}$ ) que representa o número de blocos de tamanho  $b$ , da classe  $c$  criados no período. Estas variáveis representam o equivalente ao número total de vagões na formulação do modelo para apenas um tipo de vagão, pois são o recurso que será consumido pelos fluxos de demanda e de vagões vazios. Seja  $D(b, c) = \{d \in D | \beta_d = b, \kappa_d = c\}$  o subconjunto de  $D$  que representa as demandas que pedem por blocos de vagões de tamanho  $b$  e da classe  $c$ . Portanto, podemos reescrever as restrições (2-4) como:

$$\sum_{d \in D(b, c)} \sum_{a \in A} \tau_a \cdot f_a^d + \sum_{a \in A} \tau_a \cdot z_a^{bc} + \sum_{d \in D(b, c)} g_d \cdot w_d \leq y_{bc}, \forall b \in B, \forall c \in C \quad (2-10)$$

Por fim, deve haver uma conexão entre as novas variáveis  $y_{bc}$  e os tamanhos

de frotas de vagões existentes. Mais especificamente, deve haver uma restrição que controle como serão montados (criados) os blocos. Para isto, foram criadas as variáveis  $x_{ck}$  que representam o número de vagões do tipo  $k$  utilizados para a montagem da classe  $c$ . Sejam  $C(k)$  o conjunto de todas as classes que possuem  $k$  como um tipo associado de vagão e  $K(c)$  o conjunto de todos os tipos de vagão que podem ser utilizados na classe  $c$ .

Define-se então as restrições:

$$\sum_{k \in K(c)} x_{ck} = \sum_{b \in B} b \cdot y_{cb}, \forall c \in C \quad (2-11)$$

que dizem que o número de blocos criados da classe  $c$  de tamanho  $b$  deve consumir exatamente  $b \times y_{cb}$  vagões e a soma total de vagões consumidos deve ser igual à soma de vagões utilizados para a classe  $c$  de cada um dos tipos possíveis.

Adicionalmente é necessário definir um conjunto de restrições que limite o número de vagões utilizados na montagem de uma classe, pois o máximo que pode ser utilizado é o número total de vagões  $N_k$ :

$$\sum_{c \in C(k)} x_{ck} \leq N_k, \forall k \in K \quad (2-12)$$

As restrições (2-5) permanecem inalteradas e são acrescentadas à função objetivo algumas pequenas penalidades ( $\epsilon$ ) para evitar montagens de blocos desnecessárias. O custo  $\bar{c}_a^d$  agora representa o custo de transportar um bloco da demanda  $d$  pelo trecho  $a$ , e  $c_a$  agora se torna  $c_a^{bc}$ , representando o custo de transportar um bloco de vagões vazios de tamanho  $b$ , da classe  $c$  pelo trecho  $a$ . Note que, como a demanda  $d$  é um pedido de vagões de uma determinada classe ( $\kappa_d$ ), o custo  $\bar{c}_a^d$  está imediatamente associado a essa mesma classe. As mesmas observações feitas na seção anterior sobre o cálculo dos custos são válidas para esta seção.

Abaixo é apresentada a formulação completa. Revisando, as variáveis são:

$w_d$  - número de blocos atendidos da demanda  $d$ .

$f_a^d$  - número de blocos da demanda  $d$  que passam pelo trecho  $a$ .

$z_a^{bc}$  - número de blocos de tamanho  $b$ , da classe  $c$  que passam pelo trecho  $a$ .

$y_{bc}$  - número de blocos de tamanho  $b$ , da classe  $c$  criados.

$x_{ck}$  - número de vagões utilizados para montar blocos da classe  $c$  que são do tipo  $k$ .

Com isto, podemos escrever a formulação para o problema:

$$\text{Max} \sum_{d \in D} R_d \cdot w_d - \sum_{d \in D} \sum_{a \in A} \bar{c}_a^d \cdot f_a^d - \sum_{b \in B, c \in C} c_a^{bc} \cdot z_a^{bc} - \epsilon \cdot \sum_{b \in B, c \in C} y_{cb} \quad (2-13)$$

s.a.

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} f_a^d - \sum_{a \in \delta^-(v)} f_a^d = \begin{cases} w_d & , \text{ se } v = s_d \\ -w_d & , \text{ se } v = t_d \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases}, \forall d \in D, v \in V$$

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} z_a^{bc} - \sum_{a \in \delta^-(v)} z_a^{bc} = \sum_{d \in DD(v,b,c)} w_d - \sum_{d \in DO(v,b,c)} w_d, \forall v \in V, b \in B, c \in C$$

$$\sum_{d \in D} \beta_d \cdot f_a^d + \sum_{b \in B} \sum_{c \in C} B_b \cdot z_a^{bc} \leq CAP_a, \forall a \in A$$

$$\sum_{d \in D(b,c)} \sum_{a \in A} \tau_a \cdot f_a^d + \sum_{a \in A} \tau_a \cdot z_a^{bc} + \sum_{d \in D(b,c)} g_d \cdot w_d \leq y_{bc}, \forall b \in B, \forall c \in C$$

$$\sum_{k \in K(c)} x_{ck} = \sum_{b \in B} b \cdot y_{cb}, \forall c \in C$$

$$\sum_{c \in C(k)} x_{ck} \leq N_k, \forall k \in K$$

$$m_d \leq w_d \leq q_d, \forall d \in D$$

Todas as variáveis são não-negativas e inteiras.

É importante ressaltar que os fluxos de vagões na verdade compõem ciclos que são utilizados para servir de guia à operacionalização do plano e, por isto, é interessante que a solução obtida seja decomposta em ciclos. Para isto, foi utilizado um algoritmo de decomposição em ciclos descrito abaixo:

Seja  $G^{bc} = (V, A^{bc})$  tal que  $A^{bc} = \{a \in A | z_a^{bc} > 0\}$ , sendo que cada arco  $a$  possui um valor  $p_a^{bc} = z_a^{bc}$  e um custo  $c_a = \tau_a$ .

Na solução fornecida para a formulação, cada demanda tem um conjunto limitado de rotas  $\rho_d$ . Para cada uma destas rotas ( $r$ ) gere um pseudo-arco  $a_r^d$  com origem em  $s_d$  e destino em  $t_d$ , custo  $c_a = \sum_{a \in r} \tau_a$  e um valor  $p_a = \min_{a \in r} \{f_a^d\}$ .

Seja  $\overline{A}^{bc} = A^{bc} \cup \{a_d^r | d \in D(b, c)\}$  e  $\overline{G}^{bc} = (V, \overline{A}^{bc})$ . Note que este grafo pode ter múltiplos arcos.

**Dados** :  $\overline{G}^{bc}, \forall b \in B, c \in C$

**Result.** : Conjunto de ciclos de vagões  $\zeta$

$\zeta \leftarrow \emptyset$ ;

**para todo**  $b \in B, c \in C$  **faça**

**enquanto**  $\exists a_d^r \in \overline{A}^{bc}$  **faça**

    Ache o caminho mais curto  $P$  de  $t_d$  até  $s_d$  utilizando os arcos de  $\overline{A}^{bc}$ ;

$Q \leftarrow \{a_d^r\} \cup P$ ;

$\zeta \leftarrow \zeta \cup \{Q\}$ ;

$m = \min_{a \in Q} \{p_a\}$ ;

**para todo**  $a \in Q$  **faça**

$p_a \leftarrow p_a - m$

$\overline{A}^{bc} \leftarrow \overline{A}^{bc} - \{a \in \overline{A}^{bc} | p_a = 0\}$ ;

**Algoritmo 1:** Algoritmo de decomposição em ciclos

Note que esta decomposição não é única e algum critério de decomposição alternativo poderia ser estabelecido, gerando ciclos diferentes. O algoritmo de decomposição de ciclos implementado é “guloso”, buscando os caminhos mais curtos para fechar um determinado ciclo. Isso produz ciclos simples e curtos, mas também alguns ciclos complicados e longos e com diversas “partes” (fluxos distintos de vagões vazios/carregados) – o que pode ser indesejável. Apesar disso, não foi fornecido pela empresa operadora da ferrovia um critério que definisse ciclos que fossem mais adequados à sua operação.

Nas figuras 2.4, 2.5, 2.6 e 2.7 pode-se ter uma idéia dos longos ciclos extraídos da solução. Elas representam “partes” de um ciclo que tem um total de 17 “partes”. A figura 2.4 representa um fluxo de vagões carregados que em seguida são descarregados e viajam vazios até um outro ponto da malha (figura 2.5) onde são carregados para atender outra demanda e viajam até o seu destino (figura 2.6) e assim por diante, até voltarem à origem da primeira demanda (figura 2.7).

Vale ressaltar que mesmo que os critérios de avaliação de ciclos sejam estabelecidos, pode ser que não exista uma decomposição da solução que obtenha apenas “bons” ciclos e, portanto, talvez seja necessário fazer alguma alteração no modelo ou na formulação para prever na solução alguma estimativa sobre os ciclos. Futuros trabalhos incluem a implementação da busca de melhores ciclos.

### 2.3 Pré-processamento

O modelo para o *PPA* é baseado em uma rede de multifluxos composta por  $|C| \times |B| + |D|$  subredes. Cada uma destas subredes é composta de  $|V|$  vértices e  $|A|$  arcos. Originalmente, a malha ferroviária é composta de 686 pátios e 900 trechos. Porém, deste total de pátios, normalmente menos de 20% são utilizados como ponto de carregamento ou descarregamento, ou são pontos de quebra de capacidade (locais na malha onde a capacidade das seções muda), ou pontos de bifurcação da malha. Todos estes pátios podem ser desconsiderados no *PPA*, conforme a explicação abaixo.

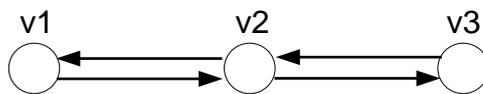


Figura 2.2: Vértice com 2 pares de arcos (ida e volta) incidentes.

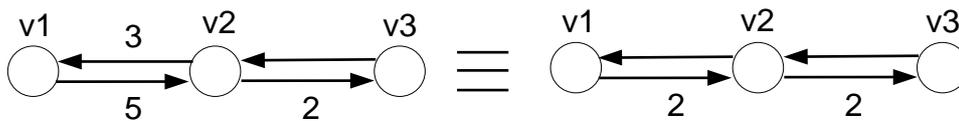


Figura 2.3: Fluxo desnecessário no arco  $(v1, v2)$ .

Consideremos um grafo  $G = (V, A)$  que representa a malha ferroviária. Todo *trecho* da malha possui 2 arcos associados, um de ida e um de volta. Considere a seguinte situação: um vértice possui apenas 2 pares de arcos incidentes de ida e volta para 2 outros vértices (conforme a figura 2.2). Este vértice não é um ponto de bifurcação da malha. Supondo que existe um fluxo que vai de  $v1$  para  $v3$ , se as capacidades de todos os arcos forem iguais, não há razão nenhuma para o fluxo no arco  $(v1, v2)$  ser diferente do fluxo no arco  $(v2, v3)$  a não ser que o vértice  $v2$  seja origem ou destino de uma demanda. Com isto, se eliminarmos o vértice  $v2$ , não haverá alteração na solução do problema.

Note-se que é possível que parte do fluxo no arco  $(v1, v2)$  volte pelo arco  $(v2, v1)$  e com isto o fluxo no arco  $(v2, v3)$  seria diferente do fluxo em  $(v1, v2)$ . Porém, isto significa que há um fluxo no arco  $(v1, v2)$  desnecessário (conforme a figura 2.3), ou seja, esta situação gera movimento de vagões – que possui um custo associado – sem gerar benefícios e por isso pode ser desconsiderada. Portanto, se um vértice  $v2$  representa um pátio da malha que não é:

- ponto de origem ou destino de nenhuma demanda;
- ponto de quebra de capacidade;
- ponto de bifurcação da malha;

este vértice pode ser eliminado e os arcos incidentes a ele  $(v1, v2)$ ,  $(v2, v1)$ ,  $(v2, v3)$  e  $(v3, v2)$  são substituídos por  $(v1, v3)$  e  $(v3, v1)$ . Com este esquema de pré-processamento foi obtida uma redução superior a 80% no número de vértices e superior a 70% no número de arcos e, conseqüentemente, uma redução da mesma ordem no número de variáveis e colunas, aumentando as chances de achar uma solução inteira de boa qualidade rapidamente.

## 2.4 Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados computacionais obtidos para as instâncias do *PPA*. Todas as rodadas foram feitas em um Pentium III 800 MHz, com 786MB de RAM, usando como resolvidor de MIPs o CPLEX 7.1 [9], com os parâmetros padrões. A tabela 2.1 mostra os tamanhos de cada um dos conjuntos envolvidos na instância de número # para que se tenha uma idéia do tamanho da instância (as colunas *nLins* e *nCols* indicam o número de linhas e colunas do MIP). Na tabela 2.2 são mostrados os resultados computacionais para 12 instâncias do *PPA*. Nesta tabela, a coluna # representa o número da instância, a coluna **LPT** o tempo de resolução da relaxação linear; **TP** o tempo decorrido até encontrar a primeira solução inteira, **BBP** o número de nós de branching e **GAPP** o gap desta solução. De maneira similar, **TM** indica o tempo decorrido até encontrar a melhor solução, **BBM** o número de nós de branching e **GAPM** o gap da melhor solução. Todas as instâncias rodadas possuem como característica  $|K| = 56$  e  $|C| = 22$ .

Os resultados obtidos para as instâncias do *PPA* mostram que todas as instâncias puderam ser resolvidas à otimalidade. As soluções ótimas foram obtidas em menos de 5 horas para todas as instâncias, o que é bem razoável não somente em termos acadêmicos, mas também para a sua utilização prática, em se tratando de um problema que cuida do planejamento mensal e que portanto deve ser rodado poucas vezes por mês. Mesmo se um índice melhor de desempenho for desejado, pode-se notar que no máximo em 40 minutos foi obtida uma solução inteira a menos de 4% do ótimo, sendo portanto uma solução muito boa.

Outros testes foram feitos para testar a eficiência da formulação, reduzindo as capacidades de frota e da malha, o que torna os recursos escassos, aumentando

#	V	A	D	B	nLins	nCols
1	117	228	493	4	63708	134281
2	120	238	556	4	73805	155148
3	116	230	643	3	78349	165011
4	116	232	589	5	77994	164099
5	119	238	628	1	74423	156582
6	115	232	644	2	76707	161536
7	112	226	616	4	76409	161040
8	118	236	676	3	84211	177086
9	122	244	699	2	87282	183267
10	124	246	738	5	100483	210688
11	122	240	664	2	81767	171860
12	113	226	575	2	67185	141745

Tabela 2.1: Dimensões de 12 instâncias do *PPA*

#	LPT(s)	TP(s)	BBP	GAPP	TM(s)	BBM	GAPM
1	22,58	710,8	121	1,86%	831,26	178	0%
2	29,85	2155,45	485	0,46%	16094,11	36810	0%
3	49,6	453,56	127	0,2%	1925,75	386	0%
4	45,3	211,74	30	0%	211,74	30	0%
5	61,43	132,19	1	0%	132,19	1	0%
6	52,64	148,78	20	0%	148,78	20	0%
7	43,14	2183,28	424	0,94%	3087,64	1246	0%
8	48,95	2433,15	425	1,31%	4415,8	1251	0%
9	53,34	206,34	8	0%	206,34	8	0%
10	61,03	1303,93	260	3,46%	1607,33	504	0%
11	51,76	111,07	1	0%	111,07	1	0%
12	38,29	667,36	163	0,07%	760,53	231	0%

Tabela 2.2: Resultados computacionais para 12 instâncias do *PPA*

a competição entre as demandas por esses recursos. A tabela 2.3 mostra o impacto de reduzir as capacidades envolvidas. Foram testadas todas as instâncias utilizando um caso extremo, reduzindo as capacidades a 1% do normal, parando a execução ao achar a primeira solução inteira. O tempo de execução dos LPs e da busca por soluções inteiras aumentou, mas ainda assim a solução inteira encontrada fica a menos de 5% do ótimo, em um tempo não muito grande (no máximo 3 horas), mais uma vez comprovando a qualidade da formulação.

#	LPT(s)	TP(s)	BBP	GAPP
1	52,01	3058,11	103	0,4%
2	152,07	4014,71	98	0,45%
3	171,91	532,86	10	0%
4	225,83	939,51	48	0,14%
5	249,22	881,18	83	0,86%
6	210,65	1312,94	123	1,45%
7	213,33	1694,57	216	1,87%
8	566,25	7698,92	120	0,67%
9	348,26	2198,48	15	0,26%
10	441,68	2778,28	197	0,93%
11	400,55	1306,55	80	1,05%
12	245,21	1243,82	171	4,26%

Tabela 2.3: Resultados computacionais para 12 instâncias do *PPA* com capacidades a 1%

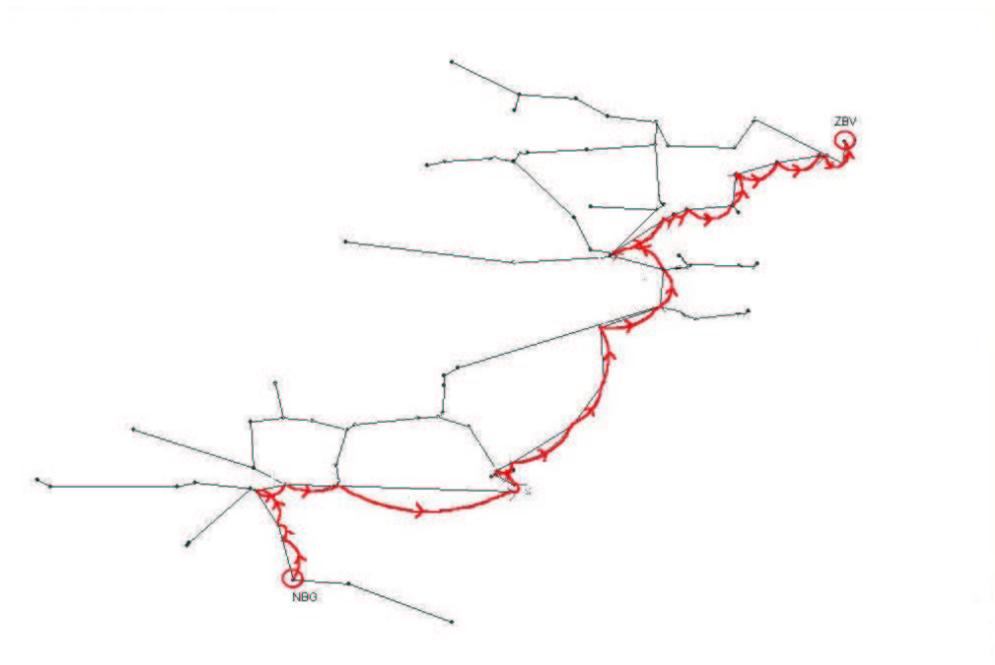


Figura 2.4: Primeira parte de um ciclo – primeira demanda.

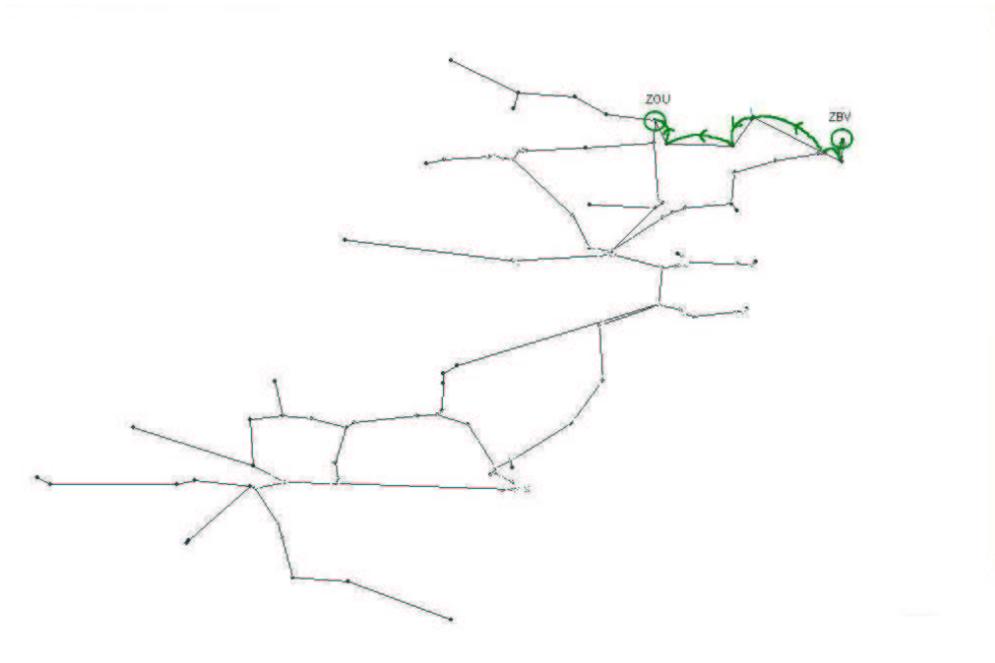


Figura 2.5: Segunda parte de um ciclo – vagões vazios.

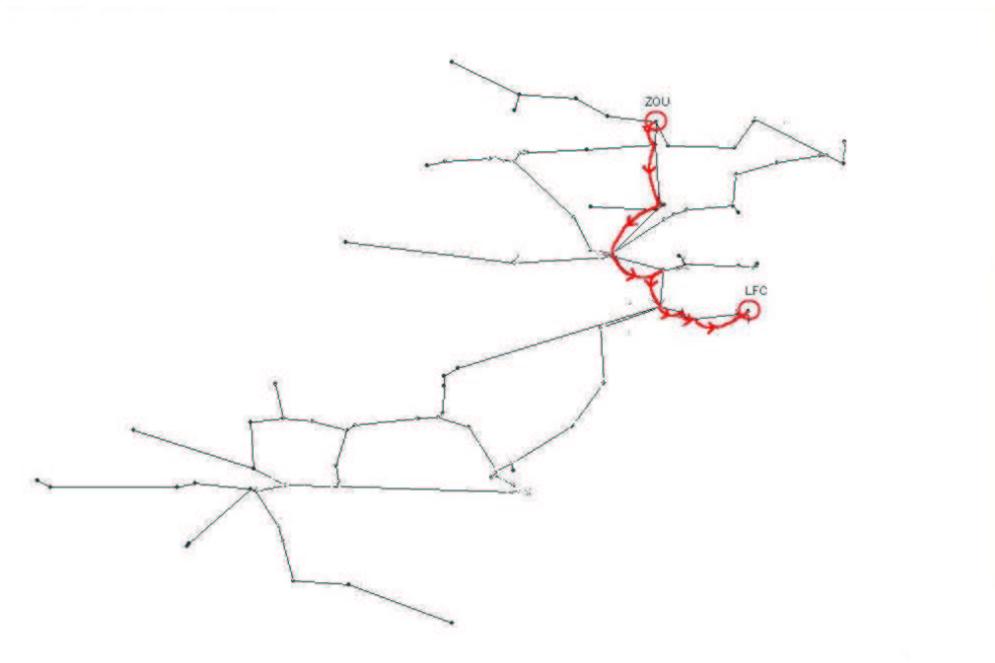


Figura 2.6: Terceira parte de um ciclo – outra demanda.

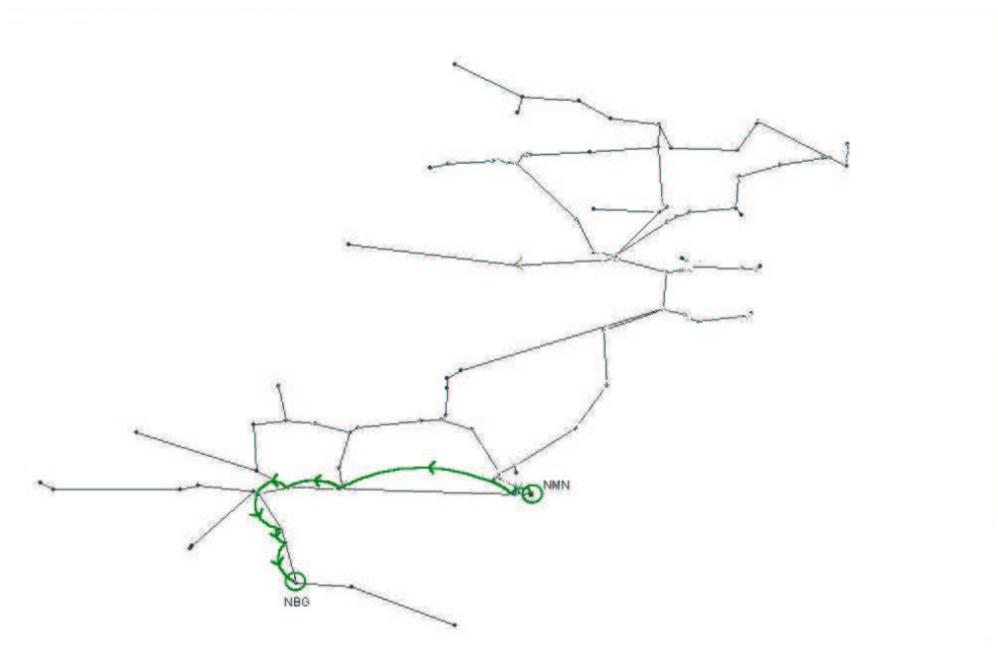


Figura 2.7: Décima sétima parte de um ciclo – volta dos vagões ao pátio de origem.