Referências Bibliográficas

1. INTERNATIONAL COUNCIL ON LARGE ELECRTIC SYSTEMS. Working Group 38-01. **Static var compensators**. Paris: CIGRÉ, 1986.

2. MILLER, T.J.E. **Reactive power control in electric systems**. New York: John Willey & Sons, 1982.

3. KIMBARK, E. W. **Direct Current Transmission**. New York: Willey Interscience, 1971.

4. GHINELLO, G. et al. **An Investigation of the endurance of capacitors supplied by nonsinusoidal voltage**. Conference on electrical insulation and dieletric phenomena, p. 723,1998.

5. MONTANARI, G. C.; FABIANI, D. **Searching for the factors which affect self-healing capacitor degradation under non-sinusoidal voltage**. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, v.6, n.3, 1999.

6. GIN, S. B.; SAVADA, J. H.; TREASURE, T. R**. BC Hydro harmonic resonance experience**. IEEE Summer Power Meeting. 2000, p.1088

7. REVISTA CIGRÉ – ELECTRA. **Shunt capacitor bank switching**: stress and methods. Paris: CIGRÉ, n.182, Fevereiro 1999.

8. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5282**. Rio de Janeiro, 1998

9. INTERNATIONAL COUNCIL ON LARGE ELECRTIC SYSTEMS **Working group 13.07**: Controlled switching of HVAC lines, reactors, capacitors and transformers. Paris: CIGRÉ, 1998.

10. INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS**. IEEE standard C37.015**: aplication guide for shunt reactor switching, 1993.

11. HU, Y. et al. **Self-excitation operating constraint for generators connected to DC lines**. IEEE, PAS , v.14, p.1003, Agosto 1999.

12. DE MELLO, F. P.; LEUZINGER, L. M.; MILLS, R. J. **Load rejection overvoltages as affected by excitation system control**. IEEE PAS 94, v.2, p.280, Março / Abril 1975.

13. BILLINGTON, R. **Power system reliability evaluation**. New York: Gordon and Breech Science Publishers, 1974.

14. JORION, P. **Value at Risk**: the new benchmark for controlling market risk. New York: McGraw-Hill, 1997.

15. GOOVAERTS, M. J.; DE VYLDER, F. **Insurance premiums**. Holanda: Elsevier Science, 1984.

16. LOF. P. A.; ANDERSSON, G.; HILL, D. J. **Voltage dependent reactive power limit for voltage stability studies**. IEEE PAS v10, p.220, Fevereiro / 1995.

17. GORENSTIN, B. G. et al. **Commercialization risks in the Brazilian market**. International Conference on Electric Power Engineering – PowerTech, Budapeste, 1999.

18. ADMINISTRADORA DE SERVIÇOS DO MERCADO ATACADISTA DE ENERGIA ELÉTRICA. **Regras Algébricas da ASMAE**. Disponível em <http://www.asmae.com.br> v 2.2a, 2001.

19. DAVID, P. A. M. S. **Precificação de derivativos e gerenciamento de risco financeiro no mercado brasileiro de energia elétrica**. Rio de Janeiro, 2000. Monografia (Doutorado em energia elétrica) – Pontifícia Universidade Católica.

20. HULL, J. **Options, futures and other derivatives securities**. New York: Prentice Hall, 1993.

21. AINSWORTH, J. D. **Phase locked loop control system for thyristor controlled reactors**. IEEE Proceedings, v 135, p.146, Março 1988.

22. INTERNATIONAL COUNCIL ON LARGE ELECRTIC SYSTEMS.TF 38.05.09.**Methods and tools for contracts in a competitive framework**. Paris: CIGRÉ, 2001.

23. KIMBARK, E. W. **Power system stability**. Dover Publication, 1956.

24. ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A. **Power system control and stability**. Iowa State University Press, 1997.

25. DE MELLO, F. P. **Dinâmica das máquinas elétricas**. São Paulo: LTC, 1981

26. CAMARGO, C. C. B. **Confiabilidade aplicada a sistemas de potência**. São Paulo: LTC, 1981.

Apêndice 1

Banco de capacitores em derivação e filtro harmônico

A.1.1
Introdução

O banco de capacitores em derivação tem por finalidade gerar potência reativa capacitiva (MVAr > 0) que é função do quadrado da tensão da barra.

Na freqüência fundamental o filtro possui a mesma característica de potência reativa que o banco de capacitores, e para a freqüência harmônica de sintonia possui baixa impedância para a terra.

A.1.2
Configuração do banco de capacitores em derivação

O banco de capacitores em derivação é formado por uma ou mais unidades capacitivas de baixa tensão, ligadas em série e em paralelo até alcançar a tensão e potência especificadas. Como ilustração, a figura A.1.1 a seguir indica o diagrama unifilar de um banco em derivação, ligado em estrela com o neutro solidamente aterrado com três unidades capacitivas em série e quatro unidades capacitivas em paralelo.

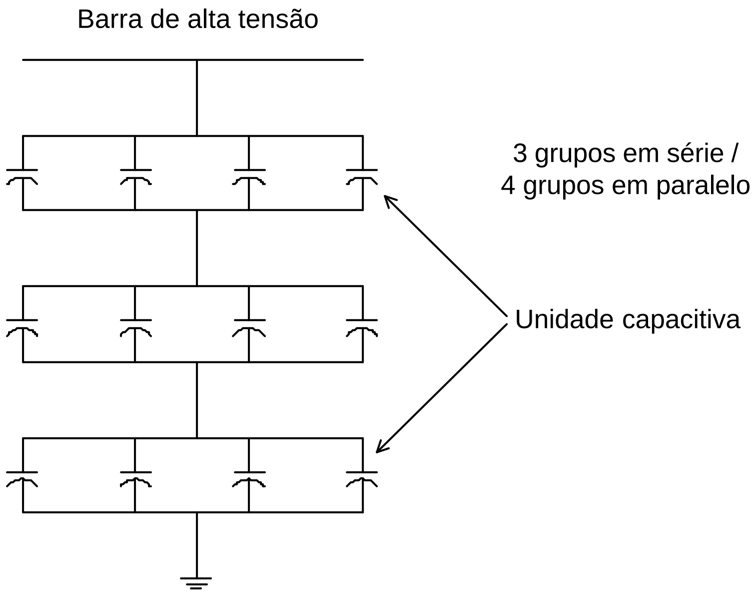


Figura A.1.1 – Banco de capacitores em derivação

A.1.3
Principais proteções de um banco de capacitores em derivação

A proteção primária de um banco de capacitores é o elo fusível associado às unidades capacitivas. Cada uma das unidades capacitivas que compõe o banco é individualmente protegida por elo fusível ligado em série com a mesma.

A função do elo fusível é romper durante um curto circuito interno na unidade capacitiva, isolando-a de operação o mais rápido possível, sem que haja a ruptura da respectiva caixa externa ou danos às unidades capacitivas adjacentes. Existem dois tipos de elo fusível, a saber:

- fusível externo.

É aquele ligado externamente à unidade capacitiva. Normalmente estes fusíveis estão montados em porta-fusível que fica visível para o operador.

- fusível interno.

Cada uma das unidades capacitivas é formada por s elementos em série e p elementos em paralelo. O fusível interno é ligado em série com cada um destes elementos e está localizado no interior da unidade capacitiva, não sendo visível externamente.

O emprego de fusível interno ou externo dependerá do tipo de aplicação e da disponibilidade especificada para o banco de capacitores em derivação.

O fusível interno é mais indicado para capacitores associados a filtro harmônico porque a variação na capacitância total no banco é menor quando rompe um elo fusível interno.

Dentre as demais proteções que compõem o banco, destacam-se a proteção de sobrecarga, proteção de desbalanço e proteção de sobretensão.

A.1.3.1
Proteção contra sobrecarga

Esta proteção mede a corrente eficaz de cada fase do banco de capacitores em derivação, possuindo dois níveis, a saber: um com ajuste mais baixo, gerando sinal de alarme para os operadores e outro, com ajuste superior, gerando o desligamento rápido do disjuntor do banco.

A.1.3.2
Proteção de desbalanço

Esta proteção poderá ser baseada no critério de corrente ou da tensão de desbalanço, dependendo da potência e do tipo de ligação do banco de capacitores em derivação.

Esta proteção irá operar quando houver a abertura de um ou mais elos fusível, gerando a abertura rápida do disjuntor do banco.

A.1.3.3
Proteção contra sobretensão

Como a unidade capacitiva que compõe o banco é sensível à tensão do sistema, o banco deverá ser desligado caso a tensão aplicada ficar acima dos valores especificados pela norma brasileira .

A.1.4
Aspectos relevantes da norma brasileira de capacitores

De acordo com a norma [8], o elo fusível deverá suportar as seguintes solicitações elétricas mantendo a sua integridade:

- suportar a maior corrente de carga do banco, incluindo componentes harmônicos, variação da tensão, e a tolerância na fabricação dos capacitores.

- suportar a corrente de “inrush” quando da energização, incluindo a descarga de outros bancos de capacitores em derivação ligados em paralelo (chaveamento em “back to back”).

- suportar a corrente de descarga devido a curto circuito em outro elemento (ou unidade) capacitiva ligado em paralelo.

- abrir rapidamente no caso de curto circuito no respectivo elemento (ou unidade) capacitivo. No caso de fusível interno, a operação do elo fusível não deverá danificar os elementos adjacentes.

De acordo com esta norma, a suportabilidade de tensão da unidade capacitiva deverá ser como segue:

- tensão de longa duração na freqüência fundamental .

As unidades capacitivas deverão suportar os níveis de tensão indicados na tabela a seguir.

Tabela A.1.1- Suportabilidade de tensão para capacitores

Tipo	**Tensão (valor eficaz)**	**Duração máxima**
freqüência nominal	$1{,}0 * U_n$	contínua
freqüência nominal	$1{,}1 * U_n$	12 h por período de 24 h
freqüência nominal	$1{,}15 * U_n$	30 minutos por período de 24 h
freqüência nominal	$1{,}20 * U_n$	5 minutos
freqüência nominal	$1{,}30 * U_n$	1 minuto
freqüência nominal mais harmônicos	Conforme nota 1 abaixo	

Nota:

1) O valor da tensão deverá ser tal que a corrente nas unidades capacitivas deverá ser inferior a 1,31 vezes a corrente nominal da unidade excluindo os transitórios. Em função do valor real da capacitância, que poderá ser no máximo 1,10 vezes a capacitância nominal, a máxima corrente possível poderá ser de 1,44 vezes a corrente nominal. Estes fatores de sobrecorrente são destinados a levar em conta os efeitos combinados dos harmônicos e sobretensão de até 1,10 vezes a tensão nominal (U_n).

A.1.5
Filtro harmônico

A.1.5.1
Tipos de ligação dos filtros

Os filtros podem ser ligados no sistema de duas formas:

- ligação em série com o sistema.

  Neste caso o filtro deverá ter isolamento de tensão e capacidade de corrente plenos, compatíveis com o sistema. Esta característica torna a sua aplicação mais cara e restrita a casos especiais.

- ligação em derivação ("shunt").

  A ligação em derivação é a mais usada por ser mais econômica, não necessitando de isolamento para a tensão plena nem capacidade de corrente elevada.

O filtro harmônico de sintonia simples é constituído de um banco de capacitores em derivação ligado em série com um reator de núcleo de ar.

A.1.5.2
Característica de freqüência dos filtros de sintonia simples

A característica de um filtro [3] com sintonia simples é da seguinte forma:

$$\omega_n = \text{freqüência angular de sintonia} = \frac{1}{\sqrt{L \times C}} \text{ (rad/s)}$$

$$\delta = \text{desvio de freqüência em relação à freqüência de sintonia} = \frac{\omega - \omega_n}{\omega_n}$$

$$Z_{filtro} = \text{impedância do filtro } (\Omega) = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

$$X_o = \text{reatância indutiva ou capacitiva quando } \omega = \omega_o; \quad X_o = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q = \text{fator de qualidade do filtro} = \frac{X_o}{R}$$

Manipulando-se algebricamente as equações acima obtém-se:

$$Z_{filtro} = R \times (1 + j(Q \times \delta \times \frac{2+\delta}{1+\delta}))$$

Na freqüência de sintonia o módulo de Z_{filtro} fica limitado à sua componente resistiva. As figuras A.1.2 e A.1.3 mostram as características de módulo e ângulo para um filtro de 5º harmônico com fator de qualidade de 50 e resistor de 0,01 Ω.

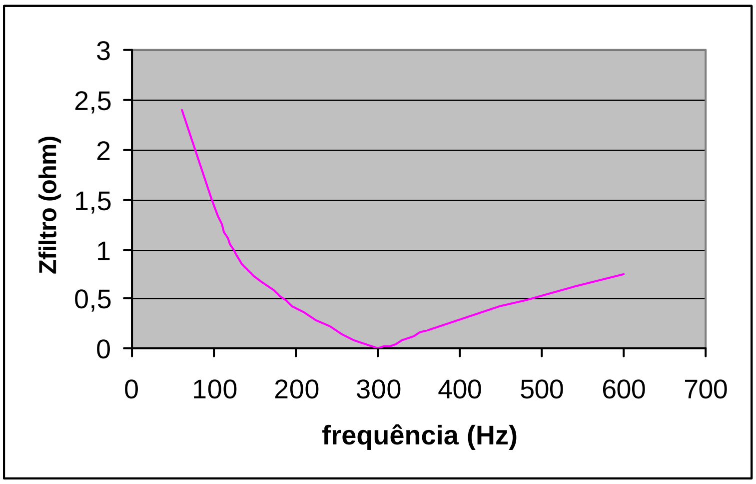


Figura A.1.2- Módulo de Z_{filtro} versus freqüência

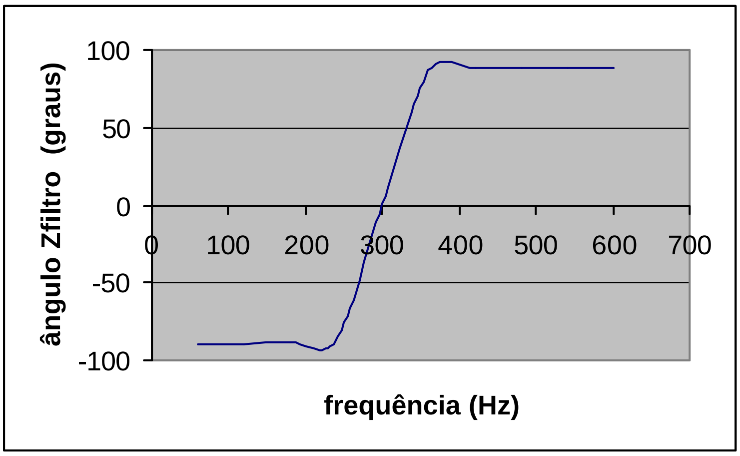


Figura A.1.3 – Ângulo de Z_{filtro} versus freqüência

Apêndice 2

Compensador estático de reativo

A configuração do compensador estático de reativo mais facilmente encontrada é composta de RCT, CCT e filtros de harmônicos ligados diretamente no barramento de baixa tensão do transformador acoplador. Vide figura A.2.1.

A seguir encontra-se uma descrição sumária dos principais equipamentos que compõem o CER.

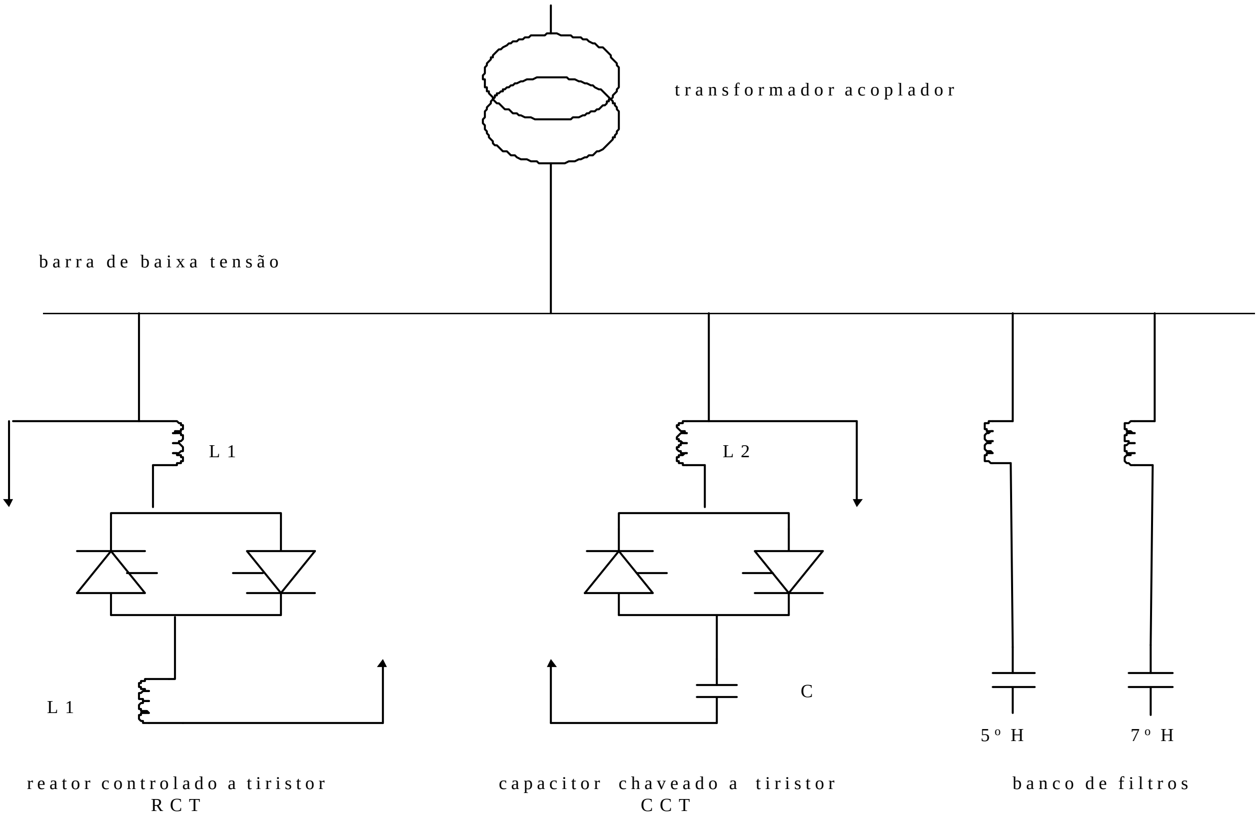


Figura A.2.1 – Diagrama do compensador estático de reativo

A.2.1.
Transformador acoplador

Este transformador é dedicado ao CER, possui ligação estrela aterrada no lado de alta tensão e triângulo no lado de baixa tensão e difere de um transformador convencional nos seguintes aspectos:

- a escolha da tensão nominal do lado de baixa tensão influencia no projeto da válvula tiristora e dos filtros harmônicos devendo, portanto, ser otimizada em conjunto com estes componentes.

- este transformador deverá suportar em regime permanente a componente de corrente contínua gerada na válvula tiristora do RCT. Esta componente em c.c. aparece devido à assimetria nas correntes das polaridades positiva e negativa da válvula, causada pela tolerância dos componentes do circuito de disparo da válvula tiristora.

A impedância de curto circuito deste transformador tem influência no projeto do CER da seguinte forma:

- se for um valor muito elevado, a tensão do lado de baixa tensão deverá ser aumentada para compensar a queda de tensão no transformador quando o ponto de operação do CER for capacitivo.

- se for um valor muito baixo, a suportabilidade dos equipamentos de baixa tensão durante curto circuito deverá aumentar.

- na prática, o valor típico da impedância de curto circuito fica situado na faixa de 10% a 13% na base do transformador.

A.2.2
Válvula Tiristora

A.2.2.1
Ligação da válvula

Cada fase da válvula é formada por módulos ligados em série, sendo que cada módulo possui 2 tiristores ligados em anti-paralelo, ou seja, o anodo de um tiristor está ligado ao catodo do outro e vice versa. Desta forma, um tiristor conduzirá no sentido da polaridade positiva e o outro conduzirá no sentido da polaridade negativa da tensão. A ligação da válvula é sempre em triângulo.

A.2.2.2.
Número de tiristores ligados em série

O número mínimo de tiristores em série depende da aplicação da válvula, se RCT ou CCT. Os casos determinantes para a definição do número mínimo de tiristores são:

- para a válvula do RCT.

  Curto circuito trifásico externo ao CER seguido da reaplicação de tensão plena no CER.

- para a válvula do CCT.

  É o caso do disparo errôneo da válvula ("valve misfiring").

A.2.2.3
Circuito de amortecimento da válvula tiristora

A finalidade do circuito de amortecimento é reduzir as sobretensões internas que aparecem durante o processo de extinção da corrente no tiristor. Este circuito consiste de capacitores e resistores ligados em série e em paralelo com os respectivos tiristores.

A.2.2.4
Circuito de disparo dos tiristores

O sinal de disparo dos tiristores é gerado pelo regulador de tensão, localizado no potencial de terra e é transmitido por sinal de luz até o tiristor através de fibra óptica. Existem dois tipos de disparo de tiristores, a saber:

- disparo indireto por luz.
  Nesta aplicação o tiristor é efetivamente disparado por um sinal elétrico. O sinal de luz antes de chegar no "gate" do tiristor é convertido para um sinal elétrico que disparará o tiristor.

- disparo direto por luz.
  Nesta aplicação o disparo do tiristor é feito diretamente por sinal de luz. Para tal, o tiristor deverá ser do tipo apropriado ("ligth triggered thyristor" – LTT).

A.2.2.5
Circuito eletrônico de disparo do tiristor

É o circuito de controle de mais baixo nível na hierarquia. No caso do disparo indireto por luz, este circuito tem por finalidade converter o sinal de luz em um sinal elétrico que irá disparar o tiristor. Em adição a esta função, incorpora a proteção de sobretensão do tiristor ("voltage break over protection") cuja função é fazer o disparo incondicional de cada tiristor quando a tensão aplicada sobre a válvula atingir valores elevados.

O requisito principal deste circuito é garantir o disparo do tiristor em qualquer condição de operação do sistema de transmissão durante um tempo mínimo, tal como: subtensão sustentada, distorção na tensão de sincronização, etc.

No caso de circuito de disparo direto por luz somente a função de proteção de sobretensão está implementada neste circuito.

A.2.3
Reator de Núcleo de Ar

Este reator é parte integrante do RCT e do CCT, estando ligado em série com as respectivas válvulas tiristoras. No caso do CCT, o reator tem por finalidade reduzir a taxa de crescimento $(\frac{di}{dt})$ da corrente durante a energização do banco de capacitores.

A.2.4
Banco de Filtros Harmônicos

Os banco de filtros drenam as correntes harmônicas geradas durante o processo de condução do RCT. Estes filtros geralmente são de sintonia simples para as harmônicas de baixa ordem, normalmente 5º, 7º, 11º e 13º harmônico.

A.2.5
Regulador de tensão

O regulador de tensão é do tipo PID (proporcional-integral-derivativo) cuja função é determinar o instante de disparo da válvula tiristora a partir do sinal de erro $e = V_{barra} - V_{ref}$. O princípio básico usado para os reguladores de tensão é o "Phase Locked Loop" descrito em [22].

No caso do RCT o controle de tensão é do tipo contínuo ('Vernier') entre os ângulo de disparo mínimo (α_{min}) e máximo (α_{max}).

No caso do CCT, o controle de disparo é do tipo discreto (liga-desliga).

A.2.6
Desempenho do CER durante operação em regime permanente

Supor um CER que possua RCT, CCT e um banco de filtros como indicado na figura A.2.1 e considere os seguintes valores em p.u. referidos ao lado de baixa tensão do transformador acoplador:

Q_{RCT} = potência reativa indutiva absorvida pelo RCT.
Q_{CCT} = potência reativa capacitiva gerada pelo CCT.
Q_F = potência reativa capacitiva dos filtros de harmônicos do CER.

Na condição de máxima potência indutiva do CER, no lado de baixa tensão do transformador acoplador tem-se:

$$Q_{secundário} = Q_{RCT} + Q_F$$

Na condição de máxima potência indutiva o CCT é desligado por ação do regulador de tensão.

Na condição de máxima potência capacitiva do CER, no lado de baixa tensão do transformador acoplador tem-se:

$$Q_{secundário} = Q_{CCT} + Q_F$$

Na condição de máxima potência capacitiva o RCT é disparado com ângulo mínimo por ação do regulador de tensão.

Como normalmente os valores de potência reativa do CER são especificados para o lado de alta tensão, o valor da potência reativa total em p.u. calculada no lado de baixa tensão do transformador acoplador é dado pela seguinte expressão:

$$Q_{secundário} = Q_{primário}\,(1 + Z_{cc}\,\frac{Q_{primário}}{S_n})$$

Nesta expressão são conhecidos todos os valores exceto $Q_{secundário}$ do CER, sendo $Q_{primário}$ a potência efetivamente entregue no lado de alta tensão do transformador. A convenção de sinais adotada é:

$Q_{primário} < 0$, se indutivo.

$Q_{primário} > 0$, se capacitivo.

Z_{cc} é a impedância de curto circuito do transformador acoplador em p.u na base de potência S_n do mesmo.

A tensão em p.u. no lado de baixa tensão do transformador é dada pela seguinte expressão:

$$V_{\sec undário} = V_0 \ (1 + Z_{cc} \frac{Q_{primário}}{S_n})$$; onde

V_0 é tensão do secundário em vazio (CER em 0 MVAr).

A tensão do lado de baixa tensão do compensador estático $V_{\sec undário}$ irá variar entre dois valores extremos e correspondentes às situações de máxima potência indutiva (tensão secundária mínima) e de máxima potência capacitiva (tensão secundária máxima).

Para a operação no lado indutivo:

$$V_{\sec undário} = V_0 \ (1 - Z_{cc} \frac{Q_{primário}}{S_n}) \ \therefore V_{secundário} < V_0$$

Para a operação no lado capacitivo:

$$V_{\sec undário} = V_0 \ (1 + Z_{cc} \frac{Q_{primário}}{S_n}) \ \therefore V_{secundário} > V_0$$

A potência reativa indutiva gerada pelo RCT em função do ângulo de disparo alfa (a) é dada pela expressão:

$$Q_{RCT} = \frac{3V_{\sec}^2 (\frac{1}{\pi}(\sigma - \operatorname{sen}\sigma))}{2L\omega}$$

Onde:

σ = ângulo de condução da válvula, dado pela expressão: $\sigma = 2(\pi - \alpha)$

L= indutância total do reator de núcleo de ar que faz parte do RCT.

$\omega = 377 \mathrm{rad/s}$

A potência gerada pelo CCT com valor de capacitância total de C será:

$$Q_{CCT} = 3\frac{n^2}{n^2 - 1}(V_{secundário})^2 C2\pi f$$

A.2.6.1
Consideração sobre o ângulo de disparo (a) do RCT.

Teoricamente o ângulo a pode variar entre $\alpha_{min} = 90^o$ e $\alpha_{max} = 180^o$ medido a partir do cruzamento por zero da tensão fase-fase aplicada sobre a válvula. Quando $\alpha = 90^o$ a corrente na válvula é uma senóide perfeita. Quando $\alpha = 180^o$ a corrente na válvula será nula. Na prática nenhum destes 2 limites é atingido.

Como os tiristores estão ligados em anti-paralelo, uma determinada polaridade somente poderá conduzir quando houver garantia de que a corrente da outra polaridade extinguiu. Deste modo, o disparo é atrasado de $\alpha = 90^o$ para um valor ligeiramente maior, por exemplo: $\alpha = 94^o$. Este valor é função das características elétricas do fabricante do tiristor que está sendo usado no projeto.

Quando $\alpha = 180^o$ a corrente de condução do tiristor ficará intermitente com valor médio próximo de zero. Para contornar este problema o disparo é ligeiramente antecipado para 175^o.

A.2.6.2
Considerações sobre o reator de núcleo de ar associado ao CCT

O conjunto reator ligado em série com o banco de capacitores é ressonante na freqüência de ordem $n = \frac{1}{2\pi f \sqrt{LC}}$, cujo valor típico é de 3 a 5 vezes a freqüência fundamental.

A.2.6.3
Geração de corrente harmônica pelo RCT

Analiticamente a corrente no RCT tem a seguinte expressão:

$$I_{RCT} = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{2}\,V_{secundário}}{2\pi fL}\cos\alpha - \cos(\omega t) & \alpha < \omega t < \alpha + \sigma \\ 0 & \alpha + \sigma < \omega t < \alpha + \pi \end{cases}$$

Em condições de equilíbrio, a corrente harmônica de ordem h do RCT tem a seguinte expressão geral:

$$\frac{I_h}{I_L} = \frac{4}{\pi h(h^2 - 1)}(\cos\alpha.\mathrm{sen}(n\alpha) - n.\mathrm{sen}\,\alpha.\cos(n\alpha))\text{; sendo n=3, 5, 7 etc.}$$

O valor I_L é o valor eficaz da corrente no reator de núcleo de ar quando $\alpha = 90^o$.

Em condições de simetria o componente de 3º harmônico e seu múltiplos inteiros ficam mitigados dentro da ligação em delta da válvula do RCT. Desta forma, os harmônicos característicos gerados são os de ordem 5º, 7º, 11º, 13º , etc.

A figura A.2.2 mostra o conteúdo percentual de 5º e 7º harmônico da corrente do RCT em função do ângulo de disparo α. Conforme pode ser observado os valores máximos das correntes harmônicas não ocorrem para o mesmo valor de a .

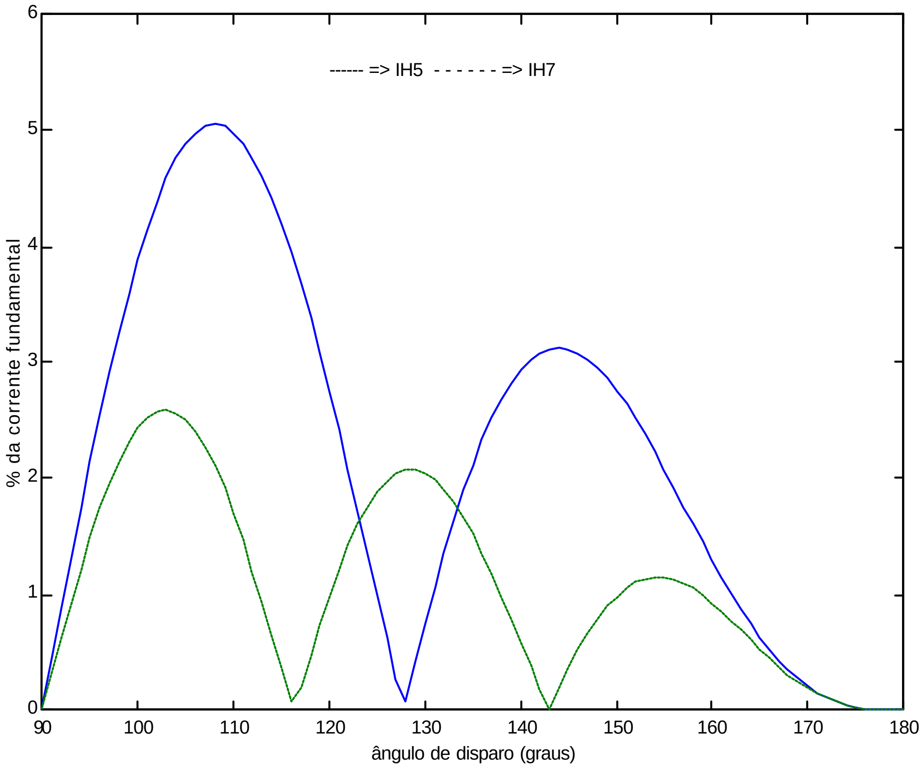


Figura A.2.2 – Corrente harmônica gerada pelo RCT

Apêndice 3
Auto-excitação de geradores e compensadores síncronos

Neste apêndice estão apresentadas as equações para uma máquina síncrona de rotor liso, sem enrolamento de amortecimento, imediatamente após a ligação de uma carga terminal trifásica puramente capacitiva de valor C nos seus terminais [23, 24, 25]. São desprezados os efeitos de saturação, de qualquer não linearidade na máquina, da ação dos reguladores, variação no tempo dos enlaces de fluxo nos enrolamentos e as perdas Joule no estator. As equações abaixo estão normalizadas em p.u na base do gerador.

Como a auto-excitação envolve sobrevelocidade e aumento de tensão terminal, a análise simplificada aqui apresentada é válida para o instante $t = 0^+$ e deverá ser complementada por um estudo mais apurado, usando ferramenta digital, onde a modelagem do gerador deverá ser completa.

A simbologia adotada neste anexo é a seguinte:

ω: velocidade angular.

L_l: indutância de dispersão do estator.

L_{ad}, L_{aq}; indutância mútua nos eixos direto e em quadratura, respectivamente.

L_d, L_q : indutância própria nos eixos direto e em quadratura, respectivamente.

e_{fd}, i_{fd} : tensão e corrente de campo, respectivamente

E_{fd} : tensão de campo na base X_{ad}.

L_{fd}, r_{fd} : indutância de dispersão e resistência do campo, respectivamente.

i_d, i_q : corrente da armadura no eixo direto e em quadratura, respectivamente.

ψ_d, ψ_q :enlace de fluxo no eixo direto e em quadratura, respectivamente.

ψ_{fd} : enlace de fluxo do campo

ψ_{kq} : enlace de fluxo no eixo em quadratura.

T'_{d0}, T'_{q0} :constante de tempo em circuito aberto no eixo direto e em quadratura no período transitório, respectivamente.

$e_d^{'}, e_q^{'}$: tensão interna da máquina no eixo direto e em quadratura no período transitório, respectivamente.

A.3.1
Equações do eixo direto

A figura A.3.1 mostra o circuito equivalente do eixo direto.

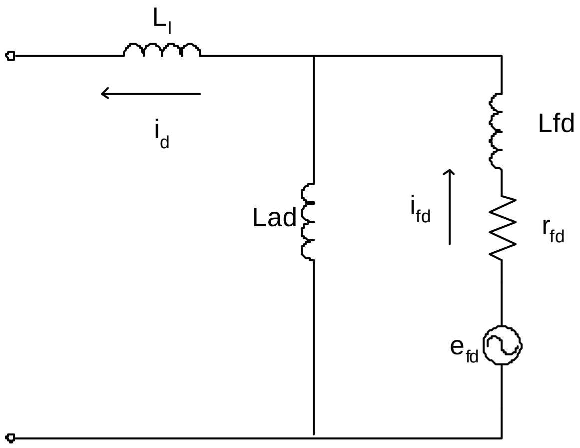


Figura A.3.1- Circuito equivalente do eixo direto

$$\frac{e_q^{'}}{\omega} = \frac{L_{ad}}{L_{fd}}\psi_{fd} = \frac{1}{T_{d0}^{'}}\int (E_{fd} - L_{ad} i_{fd})dt \qquad (1)$$

$$\psi_{fd} = \int (E_{fd} - L_{ad} i_{fd})dt \ \text{ sendo } \quad E_{fd} = \frac{L_{ad}}{r_{fd}} e_{fd} \qquad (2)$$

$$T_{d0}^{'} = \frac{L_{fd} + L_{ad}}{r_{fd}} \qquad (3)$$

$$\psi_{fd} = i_{fd}(L_{fd} + L_{ad}) - L_{ad} i_d \qquad \therefore \qquad i_{fd} = \frac{\psi_{fd} + L_{ad} i_d}{(L_{fd} + L_{ad})} \qquad (4)$$

$$\psi_d = L_{ad} i_{fd} - (L_l + L_{ad}) i_d \qquad (5)$$

Substituindo em (5) o valor de i_{fd} indicado em (4), tem-se:

$$\psi_d = L_{ad}\frac{\psi_{fd} + L_{ad} i_f}{(L_{fd} + L_{ad})} - (L_l + L_{ad}) i_d \qquad (6)$$

$$\psi_d = \frac{L_{ad}\psi_{fd}}{(L_{fd} + L_{ad})} + \frac{L_{ad}^2 i_d}{(L_{fd} + L_{ad})} - (L_l + L_{ad}) i_d$$

$$\psi_d = \frac{L_{ad}\psi_{fd}}{(L_{fd} + L_{ad})} + \left(\frac{L_{ad}^2}{(L_{fd} + L_{ad})} - (L_l + L_{aq})\right) i_d$$

$$\psi_d = \frac{L_{ad}\psi_{fd}}{(L_{fd} + L_{ad})} + \left(\frac{L_{ad}^2 - L_l L_{fd} - L_{ad} L_{fd} - L_{ad} L_l - L2_{aq}}{L_{fd} + L_{ad}}\right) i_d$$

$$\psi_d = \frac{L_{ad}\psi_{fd}}{(L_{fd} + L_{ad})} - \left(L_l + \frac{L_{fd} L_{ad}}{(L_{fd} + L_{ad})}\right) i_d$$

$$L'_d = L_l + \frac{L_{fd} L_{ad}}{(L_{fd} + L_{ad})} \qquad (7)$$

$$\psi_d = \frac{e'_q}{\omega} - i_d L'_d \qquad (8)$$

A.3.2

Equações do eixo em quadratura

A figura A.3.2 mostra o circuito equivalente no eixo em quadratura.

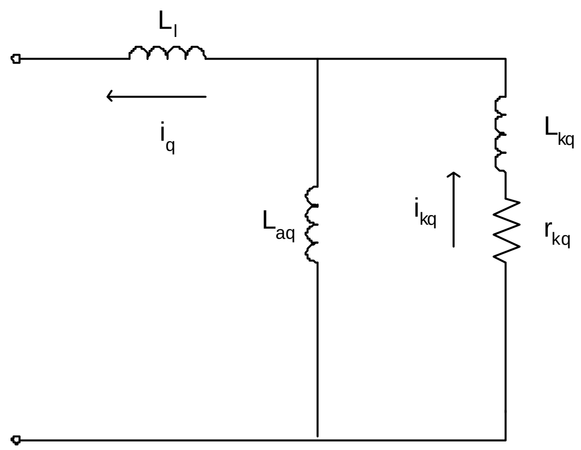


Figura A.3.2- Circuito equivalente no eixo em quadratura

$$e_{kq} = -\frac{d\psi_{kq}}{dt} = r_{kq} i_{kq} \quad \therefore \quad \psi_{kq} = -\int r_{kq} i_{kq} dt \tag{9}$$

$$\psi_q = L_{aq} i_{kq} - L_q i_q \tag{10}$$

$$L_q = L_l + L_{aq} \tag{11}$$

$$\psi_{kq} = i_{kq}(L_{aq} + L_{kq}) - i_q L_{aq} \quad \therefore \quad i_{kq} = \frac{\psi_{kq} + i_q L_{aq}}{L_{aq} + L_{kq}} \tag{12}$$

Substituindo (11) e (12) em (10) e colocando i_q em evidência, tem-se:

$$\psi_q = L_{aq} \frac{\psi_{kq} + i_q L_{aq}}{(L_{kq} + L_{aq})} - (L_l + L_{aq}) i_q = \frac{L_{aq}}{(L_{kq} + L_{aq})} \psi_{kq} + \left(\frac{L_{aq}^2}{(L_{kq} + L_{aq})} - (L_l + L_{aq}) \right) i_q$$

$$\psi_d = \frac{L_{aq}}{(L_{kq} + L_{aq})}\psi_{kq} + \left(\frac{L_{aq}^2 - L_l L_{kq} - L_{kq} L_{aq} - L_l L_{aq} - L_{aq}^2}{(L_{kq} + L_{aq})}\right) i_q$$

como: $L_q' = L_l + \dfrac{L_{aq} L_{kq}}{(L_{kq} + L_{aq})}$ e $\dfrac{e_d'}{\omega} = -\dfrac{L_{aq}}{L_{aq} + L_{kq}}\psi_{kq}$

$$\psi_q = -\frac{e_d'}{\omega} - L_q' i_q \qquad (13)$$

A.3.3
Equações da corrente e tensão do estator

$$e_q = \omega\psi_d = \omega\left(\frac{e_q'}{\omega} - i_d L_d'\right) = e_q' - i_d \omega L_d' \qquad (14)$$

$$i_d = Cpe_d - \omega Ce_q \qquad \text{onde } p = \frac{d}{dt}; \quad Cpe_d = 0 \qquad \therefore \quad i_d = -\omega Ce_q$$

(15)

Substituindo a equação (14) na equação (15):

$$i_d = -\omega Ce_q' + \omega^2 CL_d' i_d \qquad \therefore \quad i_d = \frac{-e_q' \omega C}{1 - \omega^2 L_d' C} \qquad (16)$$

$$i_q = Cpe_q + \omega Ce_d; \qquad \text{onde} \qquad Cpe_q = 0$$

$$e_d = -\omega\psi_q = -\omega\left(\frac{e_d'}{\omega} - L_q' i_q\right) = e_d' + L_q' i_q \omega \qquad (17)$$

$$i_q = \omega Ce_d = e_d' \omega C + i_q \omega^2 L_q' C$$

Substituindo o valor de e_d pela equação (17):

$$i_q = \frac{e_d^{'} \omega C}{1 - \omega^2 L_q^{'} C} \tag{18}$$

Fazendo a transformação de Laplace na equação (1):

$$e_q^{'}(s) = \frac{\omega}{sT_{d0}^{'}} \left(E_{fd}(s) - L_{ad} i_{fd}(s) \right) \tag{19}$$

sabendo que $y_d = L_{ad} i_{fd}$ e substituindo pela equação 8

$$\frac{e_q^{'}(s)}{\omega} = \frac{1}{sT_{d0}^{'}} \left(E_{fd}(s) - \frac{e_q^{'}(s)}{\omega} - i_d(s)(L_d - L_d^{'}) \right) \tag{20}$$

Colocando o termo em $e_q^{'}(s)$ em evidência:

$$e_q^{'}(s) \left(\frac{1}{\omega} + \frac{1}{s\omega T_{d0}^{'}} + \frac{\omega C}{(1 - \omega^2 L_d^{'} C) s T_{d0}^{'}} (L_d - L_d^{'}) \right) = \frac{E_{fd}(s)}{sT_{d0}^{'}}$$

$$e_q^{'}(s) \left(\frac{s}{\omega} + \frac{1}{T_{d0}^{'} \omega} + \frac{\omega C(L_d - L_d^{'}}{(1 - \omega^2 L_d^{'} C) T_{d0}^{'}} \left(L_d - L_d^{'} \right) \right) = \frac{E_{fd}(s)}{T_{d0}^{'}}$$

$$e_q^{'}(s) \left(\frac{s}{\omega} + \frac{\left(1 - \omega^2 L_d^{'} C\right) - \omega^2 C \left(L_d - L_d^{'}\right)}{T_{d0}^{'} \omega (1 - \omega^2 L_d^{'} C)} \right) = \frac{E_{fd}(s)}{T_{d0}^{'}}$$

$$e_q^{'}(s) \frac{1}{\omega} \left(s + \frac{1 - \omega^2 C L_d}{T_{d0}^{'} (1 - \omega^2 L_d^{'} C)} \right) = \frac{E_{fd}(s)}{T_{d0}^{'}}$$

$$e'_q(s) = \left(\frac{1}{s + \dfrac{1-\omega^2 L_d C}{T'_{d0}(1-\omega^2 L'_d C)}} \right) \left(\frac{\omega E_{fd}(s)}{T'_{d0}} + e'_q(0) \right) \qquad (21)$$

Sendo $e'_{q0}(0)$ a condição inicial em t=0.

Chamando $\dfrac{1-\omega^2 L_d C}{T'_{d0}(1-\omega^2 L'_d C)}$ de "a", a transformada inversa no domínio do tempo de $\dfrac{1}{s+a}$ é igual a e^{-at} que irá decair exponencialmente quando $a > 0$ para uma dada velocidade angular e considerando que $L_d > L'_d$. O maior valor de capacitância no terminal da máquina, sem que haja auto-excitação no eixo direto, será quando $\omega^2 L_d C = 1$ donde $C_{max\,imo} = \dfrac{1}{\omega^2 L_d}$. Notar que a velocidade angular da máquina aparece com expoente 2 no denominador de $C_{max\,imo}$.

De modo análogo, obtém-se para o eixo em quadratura:

$$\frac{e'_d}{\omega} = \frac{1}{T'_q} \int (L_{aq} i_{kq}) dt$$

$$\frac{e'_d(s)}{\omega} = \frac{1}{sT'_{q0}} L_{aq} i_{kq}(s) \qquad (22)$$

onde $T'_{q0} = \dfrac{L_{aq} + L_{kq}}{r_{kq}}$

substituindo o valor de $L_{aq} i_{kq}$ em (21) pelo valor de ψ_q em 10, obtém-se:

$$\frac{e'_d(s)}{\omega} = \frac{1}{sT'_{q0}} \left(\psi_q + L_q i_q \right)$$

substituindo (13) e (18) na equação acima, tem-se:

$$\frac{e_d^{'}(s)}{\omega} = \left(-\frac{e_d^{'}(s)}{\omega} + \left(L_q - L_q^{'}\right)\left(\frac{e_d^{'}(s)\omega C}{1-\omega^2 L_q^{'} C} \right) \right)$$

$$\frac{e_d^{'}(s)}{\omega} = \frac{1}{sT_{q0}^{'}}\left(-\frac{e_d^{'}(s)}{\omega} + \frac{e_d^{'}(s)\omega C\left(L_q - L_q^{'}\right)}{1-\omega^2 L_q^{'} C} \right)$$

$$\frac{e_d^{'}(s)}{\omega} = \frac{-e_d^{'}(s)}{sT_{q0}^{'}}\left(\frac{1}{\omega} - \frac{\omega C\left(L_q - L_q^{'}\right)}{1-\omega^2 L_q^{'} C} \right)$$

$\dfrac{e_d^{'}(s)}{\omega} = \dfrac{-e_d^{'}(s)}{sT_{q0}^{'}}\left(\dfrac{1-\omega^2 L_q C}{(1-\omega^2 L_q^{'} C)\omega} \right)$; simplificando o valor de ω nesta equação

$$e_d^{'}(s) = -\frac{e_d^{'}(s)}{sT_{q0}^{'}}\left(\frac{1-\omega^2 C L_q}{1-\omega^2 L_q^{'} C} \right) \tag{23}$$

$-se_d^{'}(s) + e_d^{'}(0) = e_d^{'}(s)\left(\dfrac{1-\omega^2 C L_q}{(1-\omega^2 L_q^{'} C)T_{q0}^{'}} \right)$; sendo $e_d^{'}(0)$ a condição inicial em T=0

$$e_d^{'}(0) = e_d^{'}(s)\left(\frac{1-\omega^2 C L_q}{(1-\omega^2 L_q^{'} C)T_{q0}^{'}} \right) + se_d^{'}(s)$$

$$e_d^{'}(s) = \frac{e_d^{'}(0)}{s + \left(\dfrac{1-\omega^2 C L_q}{(1-\omega^2 L_q^{'} C)T_{q0}^{'}} \right)}$$

Haverá amortecimento exponencial quando $\dfrac{1-\omega^2 C L_q}{(1-\omega^2 L_q^{'} C)T_{q0}^{'}} > 0$.

Desde que $L_q > L_q^{'}$ o ponto de auto-excitação no eixo em quadratura corresponderá a um valor máximo de $C_{máximo} = \frac{1}{\omega^2 L_q}$.

Apêndice 4

Característica de operação de um compensador síncrono em regime permanente

A.4.1 Introdução

Os compensadores síncronos são máquinas rotativas cuja a finalidade é gerar ou absorver potência reativa. A quantidade de potência reativa gerada ou absorvida pela máquina é continuamente controlada através da tensão de referência (V_{ref}) do regulador de tensão.

Uma característica importante nos síncronos é que a potência ativa sendo gerada é zero ($P_G = 0.$).

Dada a característica rotativa da máquina, o tempo de resposta de um compensador síncrono quando submetido a um degrau em V_{ref} é superior ao tempo de resposta de um CER com mesma potência.

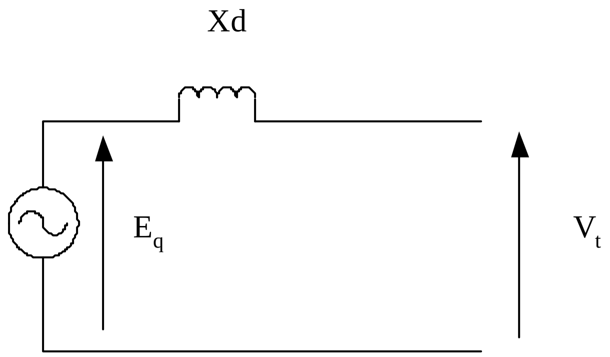
A.4.2 Característica de operação do compensador

Como a potência ativa gerada pelo compensador é nula, então:

$$P_G = 0 = V_t I_a \cos\theta \quad \therefore \quad \cos\theta = 0 \quad \therefore \theta = 90^o$$

A corrente de armadura I_a estará em quadratura com a tensão terminal da máquina V_t; se atrasada $Q_G > 0$, se adiantada $Q_G < 0$. No primeiro caso a máquina está sobreexcitada ($E_q > V_t$) e no segundo caso a máquina está subexcitada ($E_q < V_t$).

A figura A.4.1 mostra o diagrama vetorial do compensador síncrono nos seus 2 modos de operação, sobreexcitado e subexcitado.



X_d: reatância síncrona eixo direto
V_t : tensão terminal
E_q : tensão interna
I_a : corrente da armadura

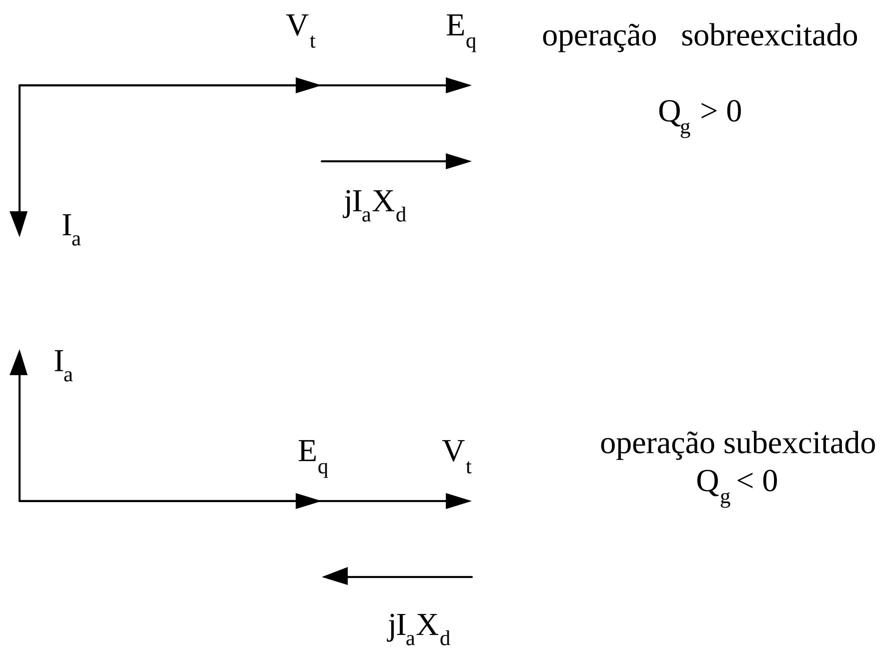
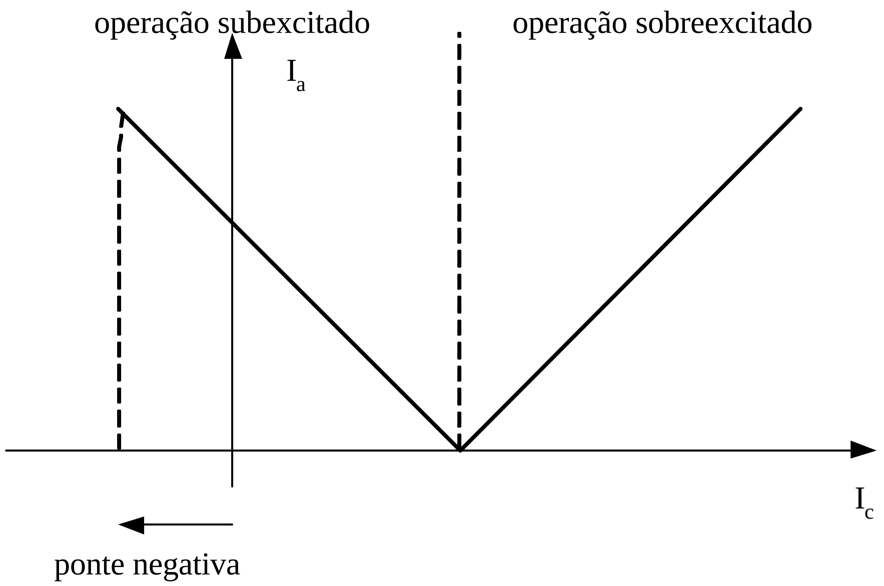


Figura A.4.1 – Característica de operação do síncrono em regime permanente

A curva em "V" de um compensador síncrono relaciona a corrente de campo (I_c) com a corrente de armadura (I_a) da máquina. A figura A.4.2 mostra a curva em "V" típica de um compensador síncrono.

Nesta figura, dada uma determinada corrente de armadura I_a corresponderão 2 pontos de operação do compensador, um para a região subexcitada e outro para a sobreexcitada. O ponto que a curva em "V" corta o eixo horizontal corresponde à operação em vazio, com o síncrono em 0 MVAr. Quando o requisito de subexcitação para a máquina é severo, como durante a auto-excitação, o compensador é equipado com ponte negativa no sistema de excitação.



I_a : corrente de armadura
I_c : corrente de campo

Figura A.4.2 – Curva em "V" típica de um compensador síncrono

Apêndice 5
Desenvolvimento das equações associadas à curva de capabilidade para um gerador síncrono

A.5.1
Cálculo da potência ativa e reativa de um gerador síncrono

A teoria de máquinas síncronas [16, 23, 24] apresenta as seguintes equações para a potência ativa e reativa, em p.u na base da máquina, para um gerador síncrono com pólos salientes, desprezando as perdas Joule e o efeito da saturação:

$$P_G = \frac{V_t E_q}{X_d} \sin\delta + \frac{V_t^2}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \operatorname{sen} 2\delta \qquad (1)$$

$$Q_G = \frac{V_t E_q}{X_d} \cos\delta - V_t^2 \left(\frac{\cos^2\delta}{X_d} + \frac{\operatorname{sen}^2\delta}{X_q}\right) \qquad (2)$$

P_G: potência ativa gerada nos terminais do gerador (p.u).

Q_G: potência reativa gerada nos terminais do gerador (p.u).

X_q: reatância no eixo em quadratura (p.u).

X_d: reatância no eixo direto (p.u).

V_t: tensão terminal do gerador (p.u).

δ: ângulo de carga do gerador (graus).

E_q: tensão interna do gerador (p.u)

A.5.2
Capacidade máxima de geração de potência reativa em função da corrente da armadura

A expressão da potência reativa sendo gerada pela máquina em função da corrente máxima da armadura $I_{a,\max}$ e da tensão terminal V_t tem a seguinte forma:

$$P_G^2 + Q_G^2 = V_t^2 I_{a,\max}^2$$

manipulando-se a expressão acima indicada, tem-se:

$$Q_{G,a,\max/\min} = \pm \left(V_t^2 I_{a,\max}^2 - P_G^2\right)^{1/2} \qquad (3)$$

Como existem duas raízes para a equação (3), a raiz positiva corresponderá à máxima potência reativa capacitiva $Q_{G,a,\max}$ enquanto que a raiz negativa corresponderá à máxima potência reativa indutiva $Q_{G,a,\min}$. A equação (3) é valida para ambos os tipos de gerador, com rotor cilíndrico e pólos salientes.

As limitações associadas à corrente de campo, e que serão estudadas logo a seguir, não possuem uma expressão analítica simples e direta tal como a apresentada para a limitação da corrente da armadura em (3). A aproximação prática normalmente feita é a de tratar os geradores como tendo o rotor cilíndrico.

A.5.3
Capacidade de geração em função das limitações da corrente de campo

Manipulando as equações (1) e (2) acima, obtém-se:

$$P_G^2 = \left(\frac{V_t E_q}{X_d}\operatorname{sen}\delta + \frac{V_t^2}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\operatorname{sen}2\delta\right)^2$$

desenvolvendo a expressão de P_G^2 e fazendo as seguintes substituições:

$$\operatorname{sen}^2\delta = 1 - \cos^2\delta$$
$$\operatorname{sen}2\delta = 2\operatorname{sen}\delta\cos\delta$$

A expressão de P_G^2 ficará sendo:

$$P_G^2 = \left(\frac{V_t E_q}{X_d}\right)^2 \mathrm{sen}^2 d + \left[V_t^2\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\right]^2 \cos^2 d - \left[V_t^2\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\right]^2 \cos^4 d + \ldots$$
$$+ 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\cos d - 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\cos^3 d$$

Desenvolvendo a expressão de Q_G^2:

$$\mathrm{Q}_\mathrm{G}^2 = \left(\frac{\mathrm{V_t E_q}}{\mathrm{X_d}}\cos\delta - \mathrm{V_t^2}\left(\frac{\cos^2\delta}{\mathrm{X_d}} + \frac{\mathrm{sen}^2}{\mathrm{X_q}}\right)\right)^2$$

$$\mathrm{Q}_\mathrm{G}^2 = \left(\frac{\mathrm{V_t E_q}}{\mathrm{X_d}}\right)^2 \cos^2\delta + \left[\mathrm{V_t^2}\left(\frac{\cos^2\delta}{\mathrm{X_d}} + \frac{\mathrm{sen}^2\delta}{\mathrm{X_q}}\right)\right]^2 - 2\frac{\mathrm{V_t E_q}}{\mathrm{X_d}}\cos\delta\,\mathrm{V_t^2}\left(\frac{\cos^2\delta}{\mathrm{X_d}} + \frac{\mathrm{sen}^2\delta}{\mathrm{X_q}}\right)$$

A expressão do quadrado da potência aparente gerada no terminal do gerador terá a seguinte forma:

substituindo: $\mathrm{sen}^2\delta\cos\delta = \cos\delta - \cos^3\delta$

$$P_G^2 + Q_G^2 = \left(\frac{V_t E_q}{X_d}\right)^2 \mathrm{sen}^2 d + \left[V_t^2\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\right]^2 \cos^2 d - \left[V_t^2\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\right]^2 \cos^4 d + \ldots$$
$$+ 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\cos d - 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\cos^3 d + \left(\frac{V_t E_q}{X_d}\right)^2 \cos^2 d + \ldots$$
$$+ \left[V_t^2\left(\frac{\cos^2 d}{X_d} + \frac{\mathrm{sen}^2 d}{X_q}\right)\right]^2 - 2\frac{V_t E_q}{X_d}\cos d\, V_t^2\left(\frac{\cos^2 d}{X_d} + \frac{\mathrm{sen}^2 d}{X_q}\right)$$

Manipulando algebricamente a 1ª, 2ª, 4ª e 6ª parcelas da soma $P_G^2 + Q_G^2$ acima indicada.

$$\left(\frac{V_t E_q}{X_d}\right)^2 \operatorname{sen}^2\delta + \left[V_t^2\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\right]^2 \cos^2\delta + 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\cos\delta + \left(\frac{V_t E_q}{X_d}\right)^2 \cos^2\delta =$$

$$\left(\frac{V_t E_q}{X_d}\right)^2 \left(\operatorname{sen}^2\delta + \cos^2\delta\right) + \left[V_t^2\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\right]^2 \cos^2\delta + 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\cos\delta =$$

$$\left(\frac{V_t E_q}{X_d} + V_t^2\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\cos\delta\right)^2 = A \text{ (assim chamado por conveniênc ia de notação)}$$

$$P_G^2 + Q_G^2 = A - \left[V_t^2\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\right]^2 \cos^4 d - 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\cos^3 d + \ldots$$
$$+\left[V_t^2\left(\frac{\cos^2 d}{X_d}+\frac{\operatorname{sen}^2 d}{X_q}\right)\right]^2 - 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\cos d\left(\frac{\cos^2 d}{X_d}+\frac{\operatorname{sen}^2 d}{X_q}\right)$$

como $\cos^3\delta = \cos^2\delta\cos\delta$ e $\cos^4\delta = \cos^2\delta\cos^2\delta$, fazendo algumas simplifica ções obtem - se :

$$P_G^2 + Q_G^2 = A - \left[V_t^2\left(\frac{\cos^2 d}{X_q}-\frac{\cos^2 d}{X_d}\right)\right]^2 - 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\left(\frac{\cos^2 d}{X_q}-\frac{\cos^2 d}{X_d}\right)\cos d + \ldots$$
$$+\left[V_t^2\left(\frac{\cos^2 d}{X_d}+\frac{\operatorname{sen}^2 d}{X_q}\right)\right]^2 - 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\cos d\left(\frac{\cos^2 d}{X_d}+\frac{\operatorname{sen}^2 d}{X_q}\right)$$

$$P_G^2 + Q_G^2 = A - \left[V_t^2\frac{\cos^2 d}{X_q} - V_t^2\frac{\cos^2 d}{X_d}\right]^2 - 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\left(\frac{\cos^2 d}{X_q}-\frac{\cos^2 d}{X_d}\right)\cos d + \ldots$$
$$+\left[V_t^2\frac{\cos^2 d}{X_d} + V_t^2\frac{\operatorname{sen}^2 d}{X_q}\right]^2 - 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\cos d\left(\frac{\cos^2 d}{X_d}+\frac{\operatorname{sen}^2 d}{X_q}\right)$$

$$P_G^2 + Q_G^2 = A - \left[V_t^2\frac{\cos^2 d}{X_q} - V_t^2\frac{\cos^2 d}{X_d} + V_t^2\frac{\cos^2 d}{X_d} + V_t^2\frac{\operatorname{sen}^2 d}{X_q}\right]^2 - \ldots$$
$$-2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\left(\frac{\cos^2 d}{X_q}-\frac{\cos^2 d}{X_d}+\frac{\cos^2}{X_d}+\frac{\operatorname{sen}^2 d}{X_q}\right)\cos d$$

simplificando os termos em $(V_t^2 \frac{\cos^2\delta}{X_d})^2$ e fazendo $\cos^2\delta + \mathrm{sen}^2\delta = 1$:

$$P_G^2 + Q_G^2 = A - \left(\frac{V_t^2}{X_q}\right)^2 - 2\frac{V_t^3 E_q}{X_d}\cos\delta\left(\frac{\cos^2\delta}{X_q} - \frac{\cos^2\delta}{X_d} + \frac{\cos^2\delta}{X_d} + \frac{\mathrm{sen}^2\delta}{X_q}\right)$$

$$P_G^2 + Q_G^2 = A - \left(\frac{V_t^2}{X_q}\right)^2 - 2\left(V_t^2\left(\frac{V_t E_q}{X_d}\right)\right)\cos\delta\left(\frac{\cos^2\delta}{X_q} + \frac{\mathrm{sen}^2\delta}{X_q}\right)$$

substituindo o valor de A na expressão acima:

$$P_G^2 + Q_G^2 = \left(\frac{V_t E_q}{X_d} + V_t^2\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\cos\delta\right)^2 - \left(\frac{V_t^2}{X_q}\right)^2 - 2\left(V_t^2\left(\frac{V_t E_q}{X_d}\right)\right)\cos\delta\left(\frac{\cos^2\delta}{X_q} + \frac{\mathrm{sen}^2\delta}{X_q}\right)$$

$$P_G^2 + Q_G^2 + \left(\frac{V_t^2}{X_q}\right)^2 + 2\left(V_t^2\left(\frac{V_t E_q}{X_d}\right)\right)\cos\delta\left(\frac{\cos^2\delta}{X_q} + \frac{\mathrm{sen}^2\delta}{X_q}\right) = \left(\frac{V_t E_q}{X_d} + V_t^2\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\cos\delta\right)^2$$

$$P_G^2 + Q_G^2 + \left(\frac{V_t^2}{X_q}\right)^2 + 2\left(\frac{V_t^2}{X_q}\right)\left(\frac{V_t E_q}{X_d}\right)\cos\delta = \left(\frac{V_t E_q}{X_d} + V_t^2\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\cos\delta\right)^2$$

neste ponto do desenvolvimento serão feitas as seguintes simplificações:

- desprezando o efeito da relutância

$$Q_G = \frac{V_t E_q}{X_d}\cos\delta - \frac{V_t^2}{X_d} \cong \frac{V_t E_q}{X_d}\cos\delta$$

$$P_G^2 + \left(Q_G + \frac{V_t^2}{Xq}\right)^2 = \left(\frac{V_t E_q}{X_d} + V_t^2\left(\frac{1}{Xq} - \frac{1}{X_d}\right)\cos\delta\right)^2 \qquad (4)$$

- considerando o rotor cilíndrico $X_d = X_q$

$$P_G^2 + \left(Q_G + \frac{V_t^2}{X_d} \right)^2 = \left(\frac{V_t E_q}{X_d} \right)^2$$

O sistema de excitação de um gerador síncrono possui 2 limites para a corrente de campo quando da operação em regime permanente, a saber:

- corrente máxima de campo.

É a corrente máxima permitida para a o sistema de excitação, determinada pela capacidade térmica dos tiristores e demais componentes deste sistema. Desprezando o efeito da saturação, a corrente de campo I_{fd} em p.u é igual à tensão interna da máquina E_q em p.u. Desta forma, a equação (4) terá a seguinte forma:

$$P_G^2 + \left(Q_{G,r,max} + \frac{V_t^2}{X_d} \right)^2 = \left(\frac{V_t E_{q,max}}{X_d} + V_t^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos\delta \right)^2 \qquad (5)$$

$E_{q,max}$ é o valor máximo possível de ser atingido pela tensão interna da máquina.

Considerando a máquina como sendo de rotor cilíndrico, a equação (5) ficará da seguinte forma:

$$P_G^2 + \left(Q_{G,r,max} + \frac{V_t^2}{X_d} \right)^2 = \left(\frac{V_t E_{q,max}}{X_d} \right)^2$$

$$Q_{G,r,max} = -\frac{V_t^2}{X_d} \pm \left(\frac{V_t^2 E_{qm,max}}{X_d^2} - P_G^2 \right)^{1/2}$$

$$Q_{G,r,max} = -\frac{V_t^2}{X_d} + \left(\frac{V_t^2 E_{qm,max}}{X_d^2} - P_G^2 \right)^{1/2} \qquad (6)$$

- corrente mínima de campo

É a corrente mínima capaz de garantir que os tiristores do circuito de campo permanecerão disparados. O valor típico desta corrente é da ordem de 5% da corrente nominal do campo.

Como indicado na equação (1), a potência ativa gerada P_G é reduzida com a redução do valor da tensão interna E_q. Na prática o valor de P_G é praticamente zero. A equação (4) tomará a forma:

$$\left(Q_{G,max} + \frac{V_t^2}{X_d}\right)^2 = \left(\frac{V_t E_{q,max}}{X_d} + V_t^2\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\cos\delta\right)^2 \qquad (7)$$

Considerando-se a máquina como de rotor cilíndrico:

$$(Q_{G,r,min} + \frac{V_t^2}{X_d})^2 = (\frac{V_t E_{q,min}}{X_d})^2$$

$$Q_{G,r,min} = -\frac{V_t^2}{X_d} + \frac{V_t E_{q,min}}{X_d} \qquad (8)$$

A.5.4
Capacidade de geração com o gerador subexcitado

O gerador síncrono possui capacidade limitada de absorver potência reativa proveniente do sistema de transmissão. Esta capacidade de absorção de reativos poderá ser ativada por uma das seguintes formas:

- manualmente pelo operador.

Neste caso, bastará o operador reduzir a tensão de referência ("set point") do regulador de tensão da máquina, fazendo $V_{ref} < V_t$.

- mudança na topologia do sistema de transmissão.

Alterações na topologia do sistema, como por exemplo: energização de uma linha de transmissão longa, poderá fazer com que o gerador absorva a potência reativa excedente da rede como forma de regulação da tensão terminal.

- defeito no regulador de tensão (hardware) ou no sistema de medição associado.

Uma falha no "hardware" que compõe o regulador de tensão poderá fazer com que o gerador passe a absorver (indevidamente) potência reativa da rede.

Qualquer que seja a forma de absorção de reativo que foi ativada, para o gerador existe um limite máximo a partir do qual a máquina poderá perder o seu sincronismo com a rede, fazendo com que a mesma seja desligada pelo sistema de proteção.

Como forma de evitar a operação no limite de subexcitação, os reguladores de tensão são equipados com limitadores de subexcitação cuja ação resultante é a de aumentar a tensão de excitação (tensão interna E_q) da máquina.

A formulação matemática da operação subexcitada de um gerador é obtida a partir das equações (1) e (2), como segue:

$$\frac{P_G - \frac{V_t^2}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) 2 \operatorname{sen}\delta \cos\delta}{Q_G + V_t^2\left(\frac{\cos^2\delta}{X_d} - \frac{\operatorname{sen}^2}{X_q}\right)} = \frac{\frac{V_t E_q}{X_d}\operatorname{sen}\delta}{\frac{V_t E_q}{X_d}\cos\delta} = \tan\delta$$

$$\frac{P_G}{\tan\delta} - \frac{V_t^2 \cos\delta}{2\tan\delta}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) 2 \operatorname{sen}\delta \cos\delta = Q_G + V_t^2\left(\frac{\cos^2\delta}{X_d} - \frac{\operatorname{sen}^2\delta}{X_q}\right)$$

$$\frac{P_G}{\tan\delta} - \frac{V_t^2 \cos\delta}{X_q} + \frac{V_t^2 \cos^2\delta}{X_d} = Q_G + V_t^2\left(\frac{\cos^2\delta}{X_d} - \frac{1 - \cos^2\delta}{X_q}\right)$$

$$\frac{P_G}{\tan\delta} = Q_G + \frac{V_t^2}{X_q} \qquad (9)$$

A equação (9) indica que existe um valor máximo para o ângulo de carga δ, a partir do qual o gerador perderá o sincronismo. A este ângulo δ_{max} corresponderá um valor mínimo de potência reativa absorvida $Q_{G,u,min}$.

$$Q_{G,u,min} = \frac{P_G}{\tan\delta_{max}} - \frac{V_t^2}{X_q} \qquad (10)$$

Pela equação (10), dada uma condição de despacho para o gerador, este deverá absorver no mínimo $Q_{G,u,min}$ para permanecer em sincronismo com a rede.

A reatância X_T do transformador elevador tem efeito na característica de subexcitação do gerador. A expressão considerando este efeito é:

$$Q_{G,u,min} = \frac{P_G}{\tan\delta_{max}} - \frac{V_t^2}{X_q + X_T}$$

As equações (3), (6), (8) e (9) desenvolvidas neste anexo formam o lugar geométrico no plano P_G, Q_G dos possíveis pontos de operação do gerador.

A simplificação feita considerando o rotor como sendo cilíndrico praticamente não modifica os limites indicados para a curva de capabilidade. Esta simplificação é conservativa, ficando a curva de capabilidade subestimada em 2,3% caso seja desprezada o efeito da saliência do rotor.

Apêndice 6
Cálculo da energia não suprida pela perda de geração

A metodologia para o cálculo da probabilidade de perda de carga (LOLP – loss of load probability) aqui indicada é aquela proposta em [26] e que considera somente o risco devido a perda estática de geração, como segue:

O valor esperado $E(t)$ da perda de carga para um dado intervalo de tempo é obtido pela seguinte expressão:

$$E(t) = \sum_{k=1}^{n} P_k t_k$$

Onde:

O_k é a magnitude da k-ésima saída forçada.

P_k é a probabilidade de uma saída forçada com amplitude igual a O_k.

t_k é o número de unidades de tempo no intervalo de estudo em que a saída O_k causará uma perda de carga.

Uma certa indisponibilidade O_k contribuirá para uma perda de carga no sistema cujo valor esperado será igual ao produto da probabilidade da existência desta indisponibilidade P_k pela unidade de tempo t_k em que a perda de carga ocorreria caso aquela indisponibilidade existisse.

A.6.1
Cálculo do valor esperado da perda de carga

Considerar uma usina com 5 geradores de 40 MW cada, operando na base, com os seguintes dados históricos para as saídas forçadas:

tempo médio entre falhas = MTTF = 4380 horas

tempo médio para reparos = MTTR = 45 horas

O pico de carga previsto para o sistema é de 160 MW.

$$\text{prob. de saída forçada} = \frac{\text{número de horas fora de serviço devido a saída forçada}}{\text{número de horas do período}} = \frac{45}{4380 + 45} = 0{,}010$$

$$\text{taxa média de falhas por ano} = \frac{\text{número de horas do ano}}{\text{número de horas em serviço}} = \frac{8760}{4380} \approx 2.0$$

O modelo considerado para o gerador é em 2 estados, a saber: em serviço – fora de serviço.

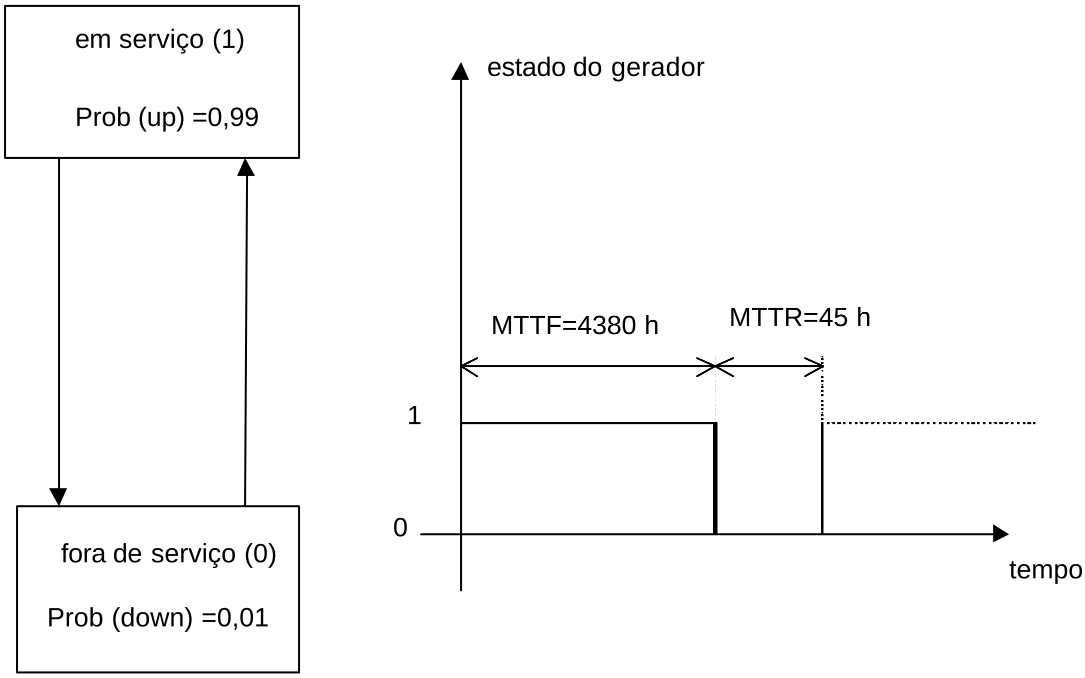


Figura A.6.1-Modelo do gerador

A partir destes dados é preparada a tabela de probabilidade para o caso de saída forçada nos geradores.

Tabela A.6.1- Probabilidades de saída forçada de geradores

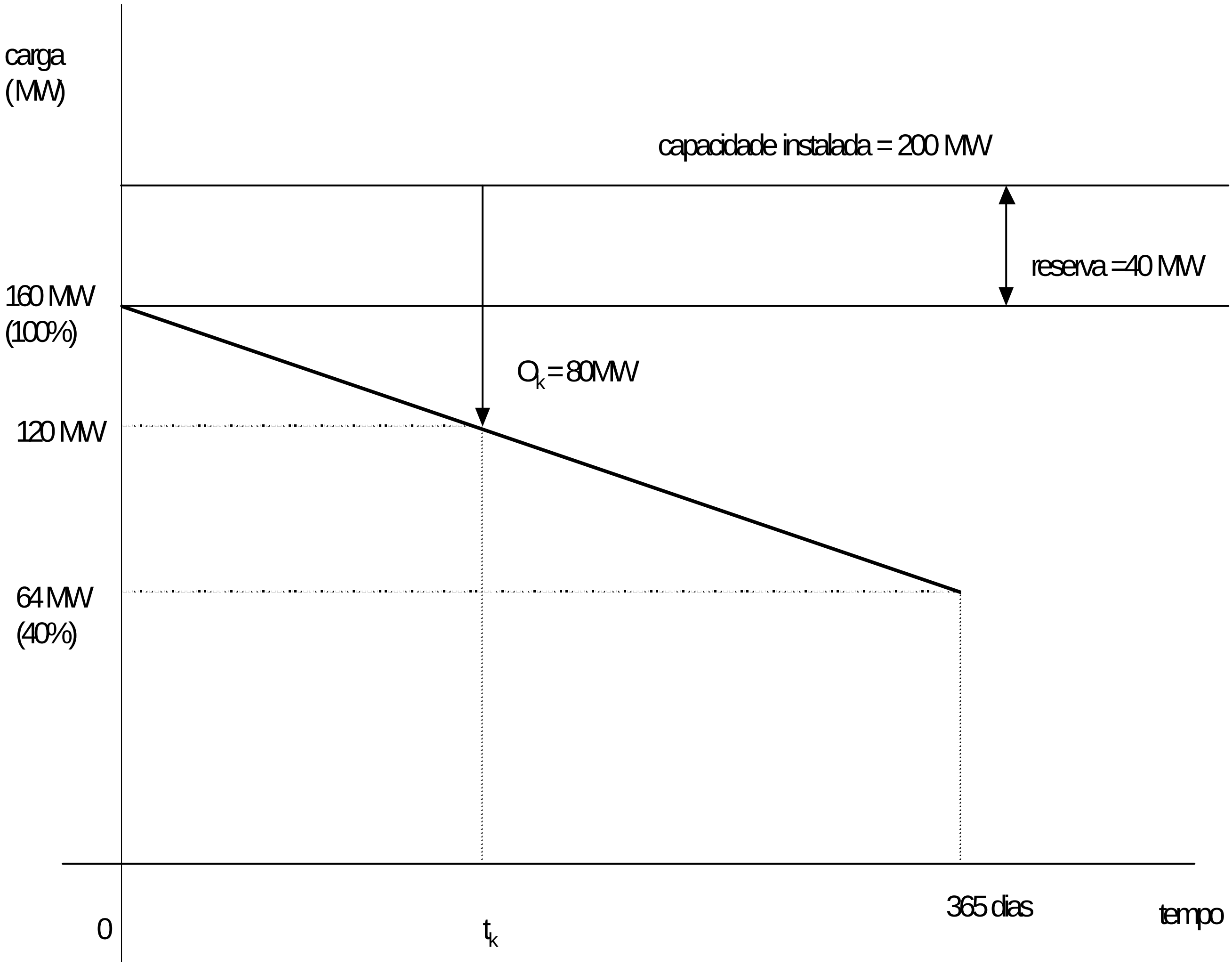
Capacidade disponível (MW)	capacidade indisponível (MW)	probabilidade desta configuração	probabilidade acumulada
5x40	0	0,95099	1,00000
4x40	1x40	0,048030	0,04901
3x40	2x40	0,00097	0,00098
2x40	3x40	0,000009	0,00009

Os valores da tabela A.6.1 inferiores a 10^{-6} serão desprezados.

O cálculo das probabilidades de desligamento de geradores é feito a partir de uma distribuição binomial, onde a probabilidade de sucesso p é igual a 0,99 e a probabilidade de fracasso q é igual a 0,01. A probabilidade de haver 2x40 MW geradores fora de serviço é determinado da seguinte forma:

$$P(80MW) = C_5^2 p^3 q^2 = (\frac{5!}{4!1!})(0.99^3)(0{,}010^2) = 0{,}00097$$

Com estes dados, podemos determinar o valor esperado da perda de carga que ocorrerá quando do desligamento do 2º gerador. Para tal, será necessário o conhecimento prévio do perfil da curva de duração de carga da usina.



Neste caso:

Figura A.6.2-Valor esperado da perda de carga

$$t_k = \frac{40 * 100\%}{(160 - 64)} = 41{,}67\% \ \text{de}\ 1\ \text{ano}$$

O valor esperado da perda de carga devido ao desligamento forçado de 2 máquinas será:

Tabela A.6.2- Determinação do valor esperado da perda de carga

capacidade indisponível (MW)	probabilidade acumulada	tk (%)	valor esperado da perda de carga (%)
0	1,00000	-	-
1x40	0,04901	-	-
2x40	0,00098	41,67	0,04083
3x40	0,00009	41,67	0,0003753

$$E(t) = 41{,}67\% * 0{,}00098 + 41{,}67\% * 0{,}00009 = 0{,}04083 + 0{,}000374 = 0{,}041204\,\%$$

O valor esperado de perda de carga com pico de 160 MW será igual a:

$$365 * 0{,}041204\% = 0{,}1505 \text{ dias por ano}$$